



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

Ampliación de las capacidades de cálculo del Analizador simbólico
AnSIRE: Cálculo de Estabilidad y Pasividad de los circuitos

Br. Julio César Bustamante Rodríguez

Mérida, Noviembre 2019

Reconocimiento-No comercial- Compartir igual



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

Ampliación de las capacidades de cálculo del Analizador simbólico

AnSIRE: Cálculo de Estabilidad y Pasividad de los circuitos

Trabajo de Grado presentado como requisito parcial para optar al título de Ingeniero
Electricista

Br. Julio César Bustamante Rodríguez

Tutor: M. Sc. Francisco J. Viloría

M. Sc. Orlando Ostos

Mérida, Noviembre 2019

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**Ampliación de las capacidades de cálculo del Analizador simbólico
AnSIRE: Cálculo de Estabilidad y Pasividad de los circuitos**

Br. Julio César Bustamante Rodríguez

Trabajo de Grado, presentado en cumplimiento parcial de los requisitos exigidos para optar al título de Ingeniero Electricista, aprobado en nombre de la Universidad de Los Andes por el siguiente Jurado.

Prof. Marco A. Molina P.

Prof. Francisco J. Araujo R.

Prof. Francisco J. Vilorio M.

DEDICATORIA

*Culminado este trabajo se lo dedico de todo corazón
a los pilares de mi vida: Nellis Rodríguez y Lucio
Bustamante.*

*También a todos aquellos que colaboraron y
estuvieron a lo largo de mi formación académica,
todos fueron fuentes de inspiración, apoyo,
sugerencias y buenos deseos.*

Julio César Bustamante Rodríguez

www.bdigital.ula.ve

AGRADECIMIENTO.

A la ilustre *Universidad de Los Andes* por abrirme sus puertas y darme el privilegio de pertenecer a tan prestigiosa casa de estudios y complementar mi formación académica y personal.

A los *profesores de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Los Andes*, gracias por contribuir en mi formación, por su dedicación, paciencia y su pasión por impartir conocimiento, todos me enseñaron valores éticos y morales necesarios para ser un excelente profesional.

A mi tutor, el *Profesor Francisco J. Vilorio M.*, por la ayuda invaluable brindada y por ser una inspiración para superar los desafíos, sus consejos, anécdotas y enseñanzas. Le agradezco su disposición y tiempo en compartir conmigo todos sus conocimientos.

A Mis Padres *Lucio Bustamante y Nellis Rodríguez*, por apoyarme en todo momento, por su motivación constante y amor infinito, por inculcar en mí el valor del estudio y enseñarme a ser una persona de bien, son los mejores padres del mundo.

A mis Hermanos *Diego Bustamante y Luis Bustamante*, gracias por todo su apoyo, por su comprensión y consejos que fueron de gran motivación.

A mi novia *Rosangelica Rodríguez*, por estar a mi lado durante mi estancia en la Facultad de Ingeniería, apoyarme en todas mis metas, preocupaciones y obstáculos. Ser ese pilar que me guío y estuvo ahí siempre cuando más lo necesite.

A *mis amigos*: Javierth, Daniel, Oswar, Luis, Javier, Gerardo, Siso, Juan, Ibrahim, Marcos y Anita, con quienes compartí buenos y amenos momentos en mi carrera académica.

Julio César Bustamante Rodríguez. Ampliación de las capacidades de cálculo del Analizador simbólico AnSIRE: Calculo de Estabilidad y Pasividad de los circuitos. Universidad de Los Andes. Tutor: Prof. Francisco J. Vilorio, Prof. Orlando Ostos. Noviembre de 2019.

RESUMEN.

El siguiente proyecto se basa en la construcción de una serie de rutinas, apoyadas en técnicas de representación y solución matemática en conjunto con teoremas y criterios de la teoría de circuitos, todo esto a través de algoritmos y estructuras de datos, así como también la creación de distintas funciones para realizar las operaciones simbólicas y numéricas para los cálculos de estabilidad y pasividad de redes eléctricas.

Todo lo antes señalado constituye parte esencial del software y con ello la primera ampliación de las capacidades de cálculo de AnSiRE (Analizador Simbólico de Redes Eléctricas), con el que se obtienen los voltajes de nodos, voltajes y corrientes en los elementos, funciones de red para circuitos lineales, de manera simbólica y numérica y está compuesto por un número de elementos descritos en el capítulo 2. La ampliación de esta capacidad incluye el análisis de estabilidad que se realiza mediante el criterio de Routh-Hurwitz, mientras el análisis de pasividad por medio de la condición de las Funciones Reales Positivas. Las salidas del programa incluyen un análisis detallado del comportamiento del circuito y a su vez diagramas y gráficas para la comprensión de los resultados. El proyecto se implementó en lenguaje de programación C, de manera estructurada, utilizando el compilador Qt Creator en la versión 5.12.0 (Community), bajo el sistema operativo de Microsoft Windows 8.1.

ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTO.	IV
RESUMEN.	V
ÍNDICE GENERAL	VI
ÍNDICE DE FIGURAS	X
ÍNDICE DE TABLAS	XII
INTRODUCCION	1
CAPÍTULO 1	4
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	4
1.2 JUSTIFICACIÓN.....	5
1.3 OBJETIVOS.....	6
1.3.1 Objetivos Generales.....	6
1.3.2 Objetivos Específicos	6
1.4 METODOLOGÍA	6
1.5 ALCANCE	6
1.6 LIMITACIONES	7
CAPÍTULO 2	8
ANÁLISIS SIMBÓLICO DE CIRCUITOS	8
2.1 RESEÑA HISTÓRICA	8
2.2 CALCULO SIMBÓLICO	9
2.3 ANÁLISIS SIMBÓLICO DE CIRCUITOS	9
2.4 ANSIRE	12
2.4.1 Partes de AnSIRE.....	13
2.4.2 Esquema General de AnSIRE.....	13
2.4.3 Descripción General de los Elementos	15
2.4.3.1 Nombre de los elementos y nodos de conexión.....	16
2.4.3.2 Valores de los elementos.	17
2.4.3.3 Sentencias de descripción de los elementos.....	18
2.4.3.4 Análisis que permite hacer el programa.	21
CAPÍTULO 3	24
ESTABILIDAD Y PASIVIDAD DE CIRCUITOS	24

3.1 FUNCION DE RED.....	24
3.1.1 Función de transferencia.....	24
3.2 EStabilidad de redes eléctricas.....	25
3.2.1 Criterio de Routh- Hurwitz.....	28
3.2.2 Procedimiento para construir la matriz de Routh-Hurwitz.....	29
3.2.2.1 Caso 1.- Ningún elemento de la Primera Columna es Cero.	31
3.2.2.2 Caso 2.- El primer elemento de una fila es igual a cero y por lo menos algún elemento de la misma fila es distinto de cero.	32
3.2.2.3 Caso 3.- Todos los elementos de una sola fila del arreglo son cero.	34
3.2.2.4 Caso 4.- Todos los elementos de MÁS DE UNA fila del arreglo son ceros	36
3.2.3 Estabilidad en función de un parámetro. Criterio de Routh-Hurwitz donde sus coeficientes están definidos por un parámetro.	38
3.3 Redes o circuitos de un puerto.	40
3.4 Pasividad de redes de un puerto.	42
3.5 Funciones Reales Positivas (FRP).....	43
3.5.1 Propiedades de las funciones reales positivas.	44
3.5.2 Condiciones necesarias y no suficientes de las FRP.	44
3.5.3 Condiciones necesarias y suficientes de las FRP.	46
3.5.4 Criterio de Pasividad de redes de un puerto.	46
3.5.5 Criterio de Pasividad con coeficientes reales.	50
3.5.6 Criterio de Pasividad con un parámetro ajustable.	50
3.5.7 Ejemplo del criterio de pasividad.	51
3.5.8 Ejemplo del criterio de pasividad con un parámetro ajustable.....	54
CAPÍTULO 4	58
DISEÑO E IMPLEMENTACION DEL CALCULO DE ESTABILIDAD Y PASIVIDAD	58
4.1 Qt Creator.....	59
4.2 Descripción general de una función de red.	60
4.3 Estructura de datos	60
4.3.1 Estructura de datos para los coeficientes de los polinomios.	61
4.3.2 Estructura de datos para la matriz de Routh-Hurwitz.....	62
4.3.3 Estructura de datos para almacenar las ecuaciones a resolver.....	62
4.4 Funciones en C.....	63
4.5 Funciones básicas del programa.....	63
4.5.1 Función que inserta una inequación en una lista.	63
4.5.2 Función que inserta coeficientes de forma descendentes en una lista.....	63

4.5.3	Función que inserta coeficientes de forma ascendentes en una lista.....	64
4.5.4	Función que inserta las raíces de un polinomio en una lista.	64
4.5.5	Función que crea un apuntador para coeficientes numéricos.	64
4.5.6	Función que asigna memoria dinámica e inicializa la matriz de Routh-Hurwitz.....	65
4.5.7	Función que asigna memoria dinámica e inicializa la matriz de Signo.....	65
4.6	Funciones auxiliares del programa.....	65
4.6.1	Función que valida los coeficientes ingresados.....	65
4.6.2	Función real_mathomatic.	66
4.6.3	Función replace_mathomatic.....	66
4.6.4	Función solve_ecuacion_cubic.....	66
4.6.5	Función solve_ecuacion_quartic.	67
4.6.6	Función solve_ecuacion_sexto.....	67
4.6.7	Función solve_ecuacion_octavo.....	68
4.6.8	Función polinomio_discriminante.....	68
4.7	Funciones principales del programa.....	68
4.7.1	Función coeficientes_polinomio.....	68
4.7.2	Función Estabilidad_sin_parametro.	69
4.7.3	Función Matriz_Routh_Hurwitz_Param.	69
4.7.4	Función solve_ecuacion_matho.	70
4.7.5	Función Vector_raices_columnas.....	70
4.7.6	Función Matriz_INECUACION.	71
4.7.7	Función Matriz_INECUACION_TOTAL.	72
4.8	Esquema general del programa.	72
CAPÍTULO 5		76
EJEMPLOS SIMULADOS.....		76
5.1	CALCULO DE ESTABILIDAD SIN PARAMETRO. (CASO 3).....	76
5.2	CALCULO DE ESTABILIDAD CON UN PARAMETRO.	78
5.3	CALCULO DE PASIVIDAD SIN PARAMETRO.	80
5.3.1	Seguidor Emisor con carga capacitiva.....	80
5.3.2	Inmitancia con FRP de grado 6.	84
5.3.3	Inmitancia con FRP de grado 8.	86
5.4	CALCULO DE PASIVIDAD CON PARAMETRO.....	89
5.4.1	Oscilador Colpitts.....	89
CONCLUSIONES.....		93
RECOMENDACIONES.....		94

REFERENCIAS.....	95
ANEXOS	97
ANEXOS A .MANUAL DE USUARIO.	98
A.1 DESCRIPCIÓN DE UNA FUNCION DE RED	98
A.1.1 Introducción	98
A.1.2 Normas Generales	98
A.2 DEFINICION DE LOS COEFICIENTES.....	99
A.3 SENTENCIAS DEL ARCHIVO.	100
A.3.1 Numero de coeficientes.....	100
A.3.2 Coeficientes	101
A.4 ANÁLISIS QUE PERMITE HACER EL PROGRAMA.....	101
A.4.1 Análisis de Estabilidad.....	101
A.4.2 Análisis de Pasividad	102

www.bdigital.ula.ve

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Interfaz gráfica de SAPWIN	10
Figura 2.2 Interfaz gráfica de TINA	11
Figura 2.3 Esquema general de AnSIRE	14
Figura 3.1 Formas de respuesta para diferentes ubicaciones de polos en el plano s	27
Figura 3.2 Ubicación de polos en el plano s . a) Estable b) Críticamente estable c) Inestable	27
Figura 3.3 Formas de polos simétricos alrededor del origen del plano s	35
Figura 3.4 Recta real de valores de K	40
Figura 3.5 Red de un puerto o Dipolo Eléctrico	41
Figura 3.6 Región del plano donde $A(w) \geq 0$ para todo $w \geq 0$	48
Figura 3.7 . FRP con raíces complejas	48
Figura 3.8 FRP con raíces reales de multiplicidad par	49
Figura 3.9 FRP con una banda de actividad.	50
Figura 3.10 Circuito con VCCS	52
Figura 3.11 Signo del polinomio (Teorema de Sturm)	53
Figura 3.12 Grafica de $A(w)$	54
Figura 3.13 Grafica de $A(w)$ para diferentes valores de K	57
Figura 4.1 Estructura de datos y listas de los coeficientes de los polinomios	61
Figura 4.2 Estructura de datos y lista para la matriz de Routh-Hurwitz	62
Figura 4.3 Estructura de datos y listas para las inecuaciones a resolver	62
Figura 4.4 Función que inserta una inecuación en una lista	63
Figura 4.5 Función que inserta coeficientes de forma descendentes en una lista.	63
Figura 4.6 Función que inserta coeficientes de forma ascendentes en una lista.	64
Figura 4.7 Función que inserta las raíces de un polinomio en una lista.	64
Figura 4.8 Función que crea un apuntador para coeficientes numéricos	64
Figura 4.9 Función asigna memoria dinámica e inicializa la matriz de Routh-Hurwitz.	65
Figura 4.10 Función asigna memoria dinámica e inicializa la matriz de Signo.	65
Figura 4.11 Función que valida los coeficientes ingresados.	66
Figura 4.12 Función <code>real_mathomatic</code>	66
Figura 4.13 Función <code>replace_mathomatic</code>	66
Figura 4.14 Función <code>solve_ecuacion_cubic</code>	67
Figura 4.15 Función <code>solve_ecuacion_quartic</code>	67

Figura 4.16 Función solve_ecuacion_sexto	67
Figura 4.17 Función solve_ecuacion_octavo	68
Figura 4.18 Función polinomio_discriminante.	68
Figura 4.19 Función coeficientes_polinomio	69
Figura 4.20 Función Estabilidad_sin_parametro.....	69
Figura 4.21 Función Matriz_Routh_Hurwitz_Param.....	70
Figura 4.22 Función solve_ecuacion_matho.....	70
Figura 4.23 Función Vector_raices_columnas	71
Figura 4.24 Función Matriz_INECUACION	71
Figura 4.25 Función Matriz_INECUACION_TOTAL.....	72
Figura 4.26 Diagrama de flujo “Entradas del programa”.....	74
Figura 4.27 Diagrama de flujo “Calculo de estabilidad y pasividad”	75
Figura 5.1 Salida por pantalla para el cálculo de estabilidad.	77
Figura 5.2 Diagrama de polos y ceros	77
Figura 5.3 Salida por pantalla para el cálculo de estabilidad con un parámetro.	79
Figura 5.4 (Continuación) Salida por pantalla para el cálculo de estabilidad con un parámetro	80
Figura 5.5 Diagrama de regiones de estabilidad e inestabilidad.	80
Figura 5.6 Circuito con seguidor emisor.	81
Figura 5.7 Salida por pantalla para el cálculo de pasividad. Seguidor emisor.	82
Figura 5.8. Diagrama de regiones de pasividad y actividad.....	83
Figura 5.9 Grafica A(w). Seguidor Emisor con carga capacitiva.....	83
Figura 5.10 Salida por pantalla para el cálculo de pasividad. FRP grado 6	84
Figura 5.11. (Continuación) Salida por pantalla cálculo de pasividad. FRP grado 6.....	85
Figura 5.12. Diagrama de regiones de pasividad y actividad.....	85
Figura 5.13. Grafica de A(w).....	86
Figura 5.14 Salida por pantalla para el cálculo de pasividad. FRP grado 8.	87
Figura 5.15. Diagrama de regiones de pasividad y actividad.....	88
Figura 5.16 Salida por pantalla cálculo de pasividad. FRP grado 8	88
Figura 5.17 Modelo equivalente del Oscilador Colpitts.....	89
Figura 5.18 Salida por pantalla para el cálculo de pasividad. Oscilador Colpitts	90
Figura 5.19 (Continuación) Salida por pantalla para el cálculo de pasividad del Oscilador Colpitts.	91
Figura 5.20 Diagrama de regiones del parámetro del Oscilador Colpitts	91
Figura 5.21 Grafica de A(w) para diferentes valores de k.....	92

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Comparación funcional entre algunos analizadores simbólicos.....	11
Tabla 2.2 Nombre de los elementos.	17
Tabla 2.3 Valores de los sufijos multiplicadores.....	17
Tabla 2.4 Sufijo de los valores de un elemento.....	18
Tabla 3.1 Intervalos de positividad de $A(w)$	56
Tabla A.1 Código para cada tipo de dato.	100

www.bdigital.ula.ve

INTRODUCCIÓN

AnSiRE (Analizador Simbólico de Redes Eléctricas), es un programa que cuenta con un algoritmo capaz de analizar y resolver configuraciones circuitales. El programa está formado por distintas funciones que realizan las operaciones simbólicas y numéricas basándose en la idea del análisis simbólico de circuito mediante el cual se puede obtener las expresiones simbólicas de voltaje, corriente y funciones de red. El método usado para desarrollar AnSiRE y su algoritmo es el de Análisis Nodal Modificado, que establece un sistema de ecuaciones que gobierna el comportamiento de un circuito eléctrico, método ampliamente usado por un buen número de programas [1].

El análisis simbólico de circuitos permite el cálculo y obtención de expresiones simbólicas y numéricas de variables del circuito, funciones de red, diagrama de polos y ceros, análisis en el dominio de la frecuencia, en este último AnSiRE al obtener la función de transferencia con coeficientes numéricos puede calcular: La respuesta impulsiva en el tiempo, la respuesta al escalón unitario en el tiempo y la respuesta de frecuencia con su gráfica de magnitud y fase. El análisis simbólico permite la variación de un parámetro en algún elemento del circuito o inclusive uno o todos los elementos que lo conforman pueden estar definidos por símbolos, de tal forma que el estudio de estabilidad y pasividad de modo numérico y con un parámetro ajustable puede ser anexado al programa de AnSiRE, todo esto para incrementar su poder de cálculo. En este sentido la importancia que una red o sistema sea estable es fundamental en el diseño de circuitos, el método de Routh-Hurwitz se introduce como una herramienta útil para calcular la estabilidad de circuitos y sistemas. La función de transferencia que relaciona la salida con la entrada del circuito es estable si sus polos están confinados en la mitad izquierda del plano, inestable si hay un polo en el lado derecho del plano y críticamente estable sobre el eje imaginario. Puesto que la estabilidad se determina por la ubicación de los polos este criterio permite calcular el número de raíces de la ecuación característica en la mitad derecha del plano sin calcular realmente los valores de dichas raíces [2].

De igual manera el cálculo de Pasividad en un analizador simbólico no es común, a pesar de tener múltiples aplicaciones en el diseño de circuitos electrónicos, de microondas y en el diseño

de sistemas mecánicos. La pasividad está asociada con la posibilidad de que una determinada red sea capaz de consumir toda la energía entregada por la fuente de excitación, en dado caso esta energía de la fuente es positiva para cualquier instante de tiempo. Los circuitos pasivos están conformados por elementos RLC, transformadores entre otros. Por lo tanto, un circuito activo es capaz de entregar energía y puede poseer uno o más elemento que causen dicha excitación inyectando energía al circuito, produciendo ganancia de energía o controlando el flujo de corriente en el circuito. Una red activa debe estar conformada por uno de los siguientes componentes: Fuentes controladas, amplificadores operacionales o transistores, aunque a pesar que un circuito posea uno de los elementos mencionados anteriormente puede ser pasivo. Si la inmitancia de excitación que caracteriza al circuito es un polinomio de Hurwitz y una Función Real Positiva se puede asegurar que el circuito es pasivo, de lo contrario activo, esto se desarrollara con detalle posteriormente en la investigación [3]. La estructura de éste trabajo de investigación está organizada en cinco capítulos, descritos a continuación:

En el capítulo uno, se plantea el problema, así como su justificación, el objetivo general y los objetivos específicos, junto con la metodología de trabajo a seguir, las limitaciones de la investigación y el alcance que se tendrá al finalizarla.

En el capítulo dos, se presenta de manera sencilla el concepto de Análisis Simbólico de circuitos, los analizadores simbólicos más conocidos junto con sus especificaciones, el programa AnSiRE, como está conformado y la descripción de sus elementos. En el capítulo tres se realizó un estudio del concepto de estabilidad en conjunto con el criterio de Routh-Hurwitz incluyendo los múltiples casos que se pueden presentar, a su vez el estudio del concepto de pasividad y actividad con sus condiciones necesarias y suficientes, todo esto con ejemplos explicativos que refuerzan su comprensión.

En el capítulo cuatro, después de haber conformado el marco teórico como referencia y soporte, se procede a explicar la ampliación de cálculo del analizador simbólico (AnSiRE), esta parte del software se describe con las estructuras de datos usadas, funciones, esquema general y diseño. En el capítulo 5 se realizan pruebas al programa con diferentes ejemplos para constatar sus capacidades, por último en los anexos se presenta un pequeño manual donde se indica la forma correcta de uso del programa.

www.bdigital.ula.ve

CAPÍTULO 1

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Un factor importante en la automatización y diseño de circuitos es la eficiencia y precisión del comportamiento de cada una de las variables del mismo, para ellos existen técnicas sistemáticas que requieren un enfoque asistido por una computadora para su análisis y caracterización, siendo un elemento fundamental para la correcta implementación de circuitos eléctricos, electrónicos e integrados.

El cálculo numérico y simbólico de expresiones de voltajes, corrientes y posteriores cálculos en el circuito ha sido siempre un problema no sencillo y laborioso de resolver y más aún si el circuito posee una gran cantidad de elementos. Es por ello que desde el inicio de la computación a finales de los años 60, muchos diseñadores se dieron el objetivo de construir programas y algoritmos para el análisis de circuitos de manera automática.

Pasados los años 80, debido al auge económico, el acceso a las computadoras y el interés por el diseño de circuitos integrados se crearon diferentes programas como ISAAC (*Interactive Symbolic Analysis of Analog Circuits*), SCAPP (*Symbolic Circuit Analysis Program with Partitioning*) y SAPEC (*A Personal Computer Program For The Symbolic Analysis Of Electric Circuits*), muchos con la capacidad de calcular los valores numéricos o simbólicos de las magnitudes circuitales, la obtención de funciones de red, análisis en el dominio de la frecuencia y el tiempo, diagramas de polos y ceros, diagrama de bode, cálculo de múltiples respuestas, graficas de ganancia, fase, el retardo y respuesta impulsiva. Gran parte de estos programas utilizados en la industria electrónica y en el diseño de circuitos son en general muy costosos, debido al elevado, estos costos son inalcanzables para cualquier estudiante de ingeniería.

Por otra parte, AnSiRE es un programa que cuenta con la capacidad de realizar operaciones simbólicas y posee un poder de cálculo constituido por diferentes análisis como funciones de red, transitorio (respuesta en el tiempo), AC (respuesta en frecuencia).

Por consiguiente, la necesidad del análisis de estabilidad y pasividad de un circuito facilitaría conocer su comportamiento y proporcionaría un enfoque conveniente y confiable para obtener soluciones generales. A su vez que existe una carencia de implementaciones en determinar dichos análisis en programas tradicionales que contemplen casos numéricos y la posibilidad de variar un parámetro en uno de los coeficientes de la función de red. De esta manera se propone el desarrollo de una herramienta que amplíe el poder de cálculo de AnSiRE por medio de un algoritmo y apoyados en técnicas y criterios para el desarrollo de una rutina, facilitando de esta manera el cálculo de estabilidad y pasividad de una red eléctrica.

1.2 JUSTIFICACIÓN

El análisis simbólico es una técnica formal para calcular el comportamiento de un circuito proporcionando información sobre las dependencias funcionales entre los elementos del circuito y el comportamiento de salida. En la actualidad existen bastantes programas de simulación simbólica utilizados para el diseño de circuitos, tanto en ambientes industriales como académicos, cualquier herramienta de distribución gratuita sería de gran interés para el alumnado de carreras técnicas relacionadas con el diseño de circuitos. El concepto de análisis simbólico es propicio para realizar análisis de estabilidad y pasividad ya que permite resultados no solo numéricos si no la variación de un parámetro ajustable a las condiciones y necesidades del objeto de estudio, permitiendo detallar los intervalos de las posibles regiones de operación del circuito para cualquier valor del parámetro. Uno de los análisis más importantes en el diseño de un circuito o sistema es el de estabilidad, ya que de este depende el buen funcionamiento del mismo. De igual modo el análisis de pasividad tuvo su auge antes de los años 60 y hoy en día ha tomado un mayor empuje para el diseño de circuitos de microondas, síntesis de redes y en otros sistemas no necesariamente eléctricos. La expansión del cálculo de AnSiRE incluyendo estos análisis va más acorde a requerimientos actuales, sustentando nuevas tecnologías en el diseño de circuitos en áreas como computación, electrónica, comunicaciones

y sistemas de potencia, reforzando el nivel experimental y académico en el área de circuitos eléctricos.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivos Generales

- Expandir las funciones de cálculo del programa AnSiRE (analizador simbólico de redes eléctricas).

1.3.2 Objetivos Específicos

- Comprender el análisis nodal modificado.
- Desarrollar un algoritmo que permita analizar la estabilidad de una red eléctrica
- Desarrollar un algoritmo que permita analizar la pasividad de una red eléctrica

1.4 METODOLOGÍA

En la presente etapa se hace referencia a los procedimientos técnicos y metodológicos que se utilizaron en la investigación para obtener, presentar y analizar la información desarrollada. La metodología para la realización de este trabajo dada la característica de la presente investigación se desarrolló bajo la modalidad de un proyecto factible o investigación proyectiva ya que se elaboró un programa con la capacidad de ampliar el poder de cálculo de AnSiRE y pudiese realizar análisis de estabilidad y pasividad de circuitos, todo esto con base en los resultados de un proceso investigativo previo.

1.5 ALCANCE

Debido a la capacidad del análisis simbólico de permitir la variación en algún elemento del circuito o inclusive en todos los elementos que lo conforman, se hace oportuno incrementar el poder de cálculo de AnSiRE con los análisis de estabilidad y pasividad. Debido a esto el programa cuenta con la posibilidad de realizar análisis de estabilidad y pasividad en donde los coeficientes de la función de red pueden ser todos de tipo numéricos o donde uno o varios coeficientes posean un parámetro capaz de ajustarse para todo valor real. Las funciones de red

son la única entrada en la ampliación del programa, ésta puede provenir del cálculo ejecutado por AnSiRE o través de la lectura de archivos (*netlist*). Para el análisis de estabilidad se añade un diagrama de polos y ceros, además incluirá otras graficas que se mencionaran más adelante.

1.6 LIMITACIONES

Esta ampliación de AnSiRE fue desarrollada en lenguaje C. Para realizar los respectivos cálculos en los análisis de estabilidad y pasividad, los polinomios tanto del numerador como del denominador de las funciones de red puestas a estudio no deben ser superiores de grado 9. Los coeficientes que conforman estos polinomios deben poseer solo los siguientes caracteres: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, k, ^, -, +, , *, .,), (. Cualquier otro carácter el programa no podrá verificar el coeficiente y no existe un límite en el grado de un posible polinomio en un coeficiente. La inclusión del parámetro debe ser representado únicamente con la letra k.

Solo se calcula la estabilidad de polinomios característicos de segundo grado en adelante, por otro lado, de existir una inecuación o condición en la primera columna de la matriz de Routh-Hurwitz mayor de grado 4 no podrá ser resuelta.

Asimismo, la Función Real positiva de una función de red de excitación puede ser para polinomios pares de segundo, cuarto, sexto y octavo grado.

CAPÍTULO 2

ANÁLISIS SIMBÓLICO DE CIRCUITOS

El análisis de circuitos es un elemento fundamental para el diseño e implantación de circuitos eléctricos, electrónicos e integrados de manera correcta. El cálculo simbólico de expresiones de voltaje y corriente en circuitos eléctricos y electrónicos con gran cantidad de elementos, ha sido siempre un problema difícil de solucionar y que requiere gran cantidad de recursos computacionales. Desde el inicio de la computación, muchos diseñadores se han dado la tarea de construir programas o algoritmos para la solución y análisis de circuitos de manera automática, la aparición de simuladores de circuitos ha simplificado el problema del diseño de un circuito porque permite la obtención de los valores numéricos de las magnitudes circuitales, sin embargo al requerir otras tareas como la obtención de funciones de transferencia, diagramas de polo-cero, diagramas de bode, entre otras, se pueden obtener mediante un analizador simbólico de circuitos [4] [1].

2.1 RESEÑA HISTÓRICA

La historia del cálculo simbólico es antigua, la idea de manipular símbolos matemáticos y de construir un lenguaje formalizado con el que una máquina de cálculo pudiera deducir todos los teoremas y algoritmos de forma automática es antiquísima. La primera generación de simuladores simbólicos de circuitos apareció a finales de los años 60, y reunían todas las técnicas de desarrollo de circuitos existentes en su momento para la época, estos simuladores no tuvieron gran difusión entre los diseñadores, debido a los altos costos computacionales y las bajas capacidades de los computadores para resolver los requerimientos de los diseñadores. En

los años 70 los analizadores simbólicos quedaron a un lado en favor de los analizadores numéricos. En los años 80, con el auge económico y el interés que tomaron los ASIC (*Application Specific Integrated Circuit*), analógicos y mixtos, los analizadores simbólicos ganaron rápidamente mucho interés debido a [4]:

- a) Facilitaban un conocimiento más profundo del comportamiento de los circuitos lineales.
- b) Proporciona automáticamente modelos de comportamiento de circuitos integrados.
- c) Genera modelos compilados para evaluaciones repetitivas, requeridas en síntesis analógica.

2.2 CALCULO SIMBÓLICO

Un programa de cálculo numérico normalmente toma números como entradas, procesa esos números y las salidas por lo tanto serán numéricas, si se refieren a cantidades desconocidas. Estas salidas numéricas pueden ser usadas para realizar graficas o sencillamente analizadas según sea el caso de estudio y las correlaciones entre las mismas. En cualquier caso lo que hace es una estimación numérica de relaciones y no relaciones analíticas en sí. El cálculo simbólico abarca expresiones y problemas con algoritmos de forma general, ya que puede generar los mismos resultados si se evalúan las expresiones simbólicas con números, solo que la información se encuentra de manera explícita con respecto a la correlación entre las cantidades. De esta manera, el cálculo simbólico aproxima la formulación de un problema, a la forma natural de pensar, construye el proceso algorítmico con algebra de símbolos, por lo tanto, es un enfoque conveniente y confiable para obtener soluciones generales, visualizando todos los posibles escenarios, vertientes y casos en los cuales se puede expresar una salida [5].

2.3 ANÁLISIS SIMBÓLICO DE CIRCUITOS

El análisis simbólico de circuitos es un proceso mediante el cual haciendo uso de una técnica se puede obtener las expresiones simbólicas de voltaje y corriente, esto permite de manera sencilla la obtención de las funciones de red, diagrama de polos y ceros, análisis en el dominio de la frecuencia, estudios de estabilidad y pasividad bajo la variación de un parámetro en algún elemento de un circuito, de tal forma que uno o todos los elementos que lo conforman pueden estar definidos por símbolos. Este tipo de análisis permite hallar las expresiones de ganancia de

tensión y/o corriente, además de conocer los voltajes en los nodos y corrientes en las ramas, en función de los elementos que constituyen el circuito. En los últimos años el análisis simbólico ha tomado mucho interés debido a la demanda masiva de los mismos y el crecimiento de las capacidades de las herramientas de computación, por todo esto se han desarrollado un gran número de programas destinados a la simulación simbólica de circuitos eléctricos [1].

Un simulador simbólico de circuitos, es un programa o una herramienta capaz de recibir la información de un circuito, procesar su tipología mediante un archivo de texto conocido como la *netlist* del circuito o por medio de una interfaz gráfica, para así determinar la respectiva expresión simbólica que se desee del circuito, para su uso posterior.

Cualquier simulador necesita una descripción simbólica del circuito entre ello la información de los componentes, excitaciones, las señales de entrada del circuito y el tipo de análisis que se realizara del circuito (AC, DC, Transitorio, estabilidad), todo esto es especificado en el archivo texto. A su vez existen otros programas que complementan el simulador simbólico de circuitos como los programas de representación gráfica, editores esquemáticos y diseños de placas de circuito impreso a partir de conexiones [1].

Algunos ejemplos de programas que permiten el desarrollo de circuitos de manera simbólica son el SAPWIN, SCAM, ISAAC, ASAP, SAPEC, SSPICE, SCAPP, TINA entre otros, que han impulsado el desarrollo, investigación y evolución del análisis de circuitos por medio de herramientas computacionales. Algunas interfaces graficas se muestran a continuación:

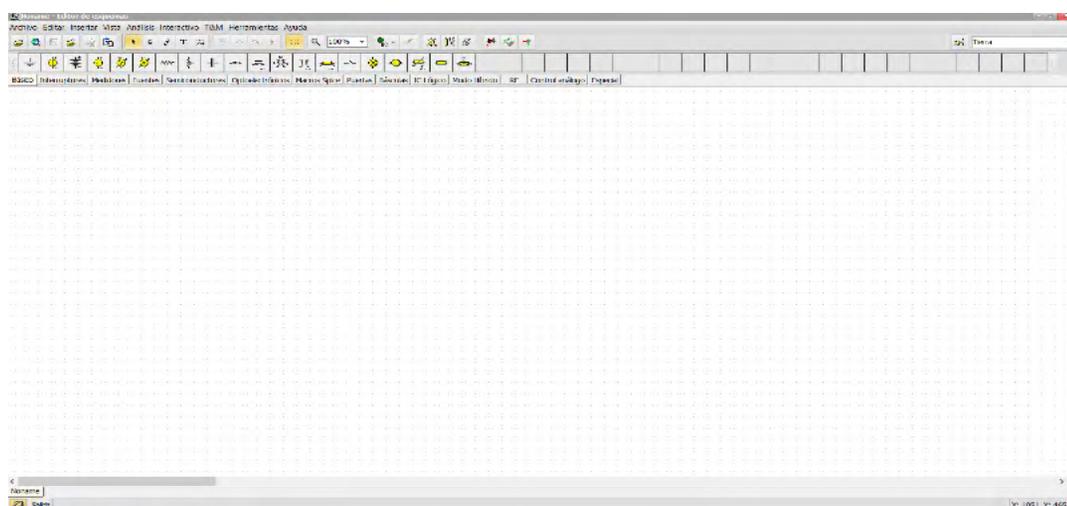


Figura 2.1 Interfaz gráfica de SAPWIN

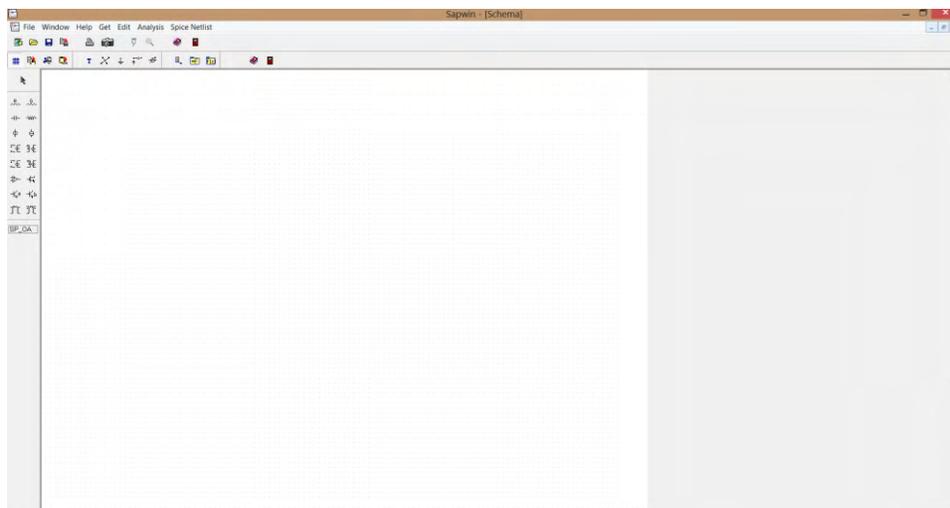


Figura 2.2 Interfaz gráfica de TINA

La siguiente tabla extraída de la tesis de (Ruiz Omar, pp. 22) [1], muestra las características más importantes de algunos analizadores:

	ANSIRE	SAPWIN	SCAM	SCAPP	SAPEC	SSPICE	ISAAC	ASAP
Tipo de algoritmo	ANM	ANM	ANM	ANMR & SPG	ANM	ANM	ANMR	SPG
Dominio de análisis	S	S & Z	S	S	S	S	S & Z	S
Elementos distribuidos	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SI	SI
Análisis no lineal	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SI	NO
Análisis jerárquico	NO	NO	NO	SI	NO	NO	NO	NO
Extracción P/Z	SI	SI	NO	NO	NO	NO	NO	SI
Interfaz gráfica (entrada)	NO	SI	NO	NO	SI	NO	NO	NO
Interfaz gráfica (salida)	SI	SI	NO	NO	SI	NO	NO	SI
Plataformas	PC	PC	PC	LINUX	PC	LINUX/PC	LINUX	LINUX/PC
Lenguaje de implementación	C	C++	MATLAB	C	LISP/C++	C	LISP/C++	C/C++

Tabla 2.1 Comparación funcional entre algunos analizadores simbólicos

2.4 ANSIRE

AnSiRE (Analizador Simbólico de Redes Eléctricas), es un programa desarrollado en la Universidad de los Andes que cuenta con un algoritmo y técnicas capaces de analizar y resolver configuraciones circuitales. Cuenta con técnicas útiles en el análisis de las diferentes configuraciones circuitales, apoyadas por una serie de rutinas, algoritmos y estructuras de datos. El programa está formado por distintas funciones que realizan las operaciones simbólicas y numéricas con la ayuda del Análisis Nodal Modificado (ANM), para circuitos eléctricos.

Con el analizador simbólico se obtienen los voltajes de nodos, voltajes y corrientes en los elementos, funciones de transferencia para circuitos lineales, de manera simbólica y numérica, a su vez luego de evaluarse los parámetros simbólicos de las funciones de transferencias se obtienen la respuesta impulsiva, la respuesta al escalón, respuesta en frecuencia y sus respectivas gráficas. El software está limitado en las funciones de transferencias a solo tener como máximo polinomios de 20 grados tanto para el numerador como para el denominador, lo que limita el número de elementos reactivos que pueden ir en un circuito [1].

Aplica para elementos pasivos RLC, fuentes de corriente y/o tensión, independientes y controladas, amplificadores operacionales, transformador ideal y por acoplamiento magnético.

El analizador AnSiRE tiene la capacidad de trabajar bajo el dominio de la frecuencia, tanto con coeficientes numéricos como con coeficientes simbólicos para la función de transferencia y las expresiones de tensión y corriente. Al obtener la función de transferencia con coeficientes numéricos, es decir en función de S , con el programa es posible obtener:

- La respuesta impulsiva en el tiempo y su gráfica.
- La respuesta al escalón unitario en el tiempo y su gráfica.
- La respuesta de frecuencia con su gráfica de magnitud y la gráfica de fase.

El programa fue desarrollado en lenguaje C, de manera estructurada, utilizando el compilador Qt Creator en la versión 4.2.0 (Community), bajo el sistema operativo de Microsoft Windows 8.1.

2.4.1 Partes de AnSIRE

De manera general el programa está constituido en las siguientes partes [1]:

- Lectura del archivo (*netlist*) que describe el circuito, en él se ingresan los elementos y los análisis que se desean hacer siguiendo una estructura.
- Creación del modelo computacional para modelar el circuito por medio del ANM.
- Operaciones simbólicas o numéricas según sea el caso (solución del sistema de ecuaciones representadas por matrices, usando el método de Gauss).
- Obtención de la función de transferencia, respuesta impulsiva o respuesta al escalón.
- Manejo del análisis gráfico.

2.4.2 Esquema General de AnSIRE

En primer lugar, el programa realiza una lectura del archivo *netlist*, se verifica que no exista algún error en el formato y escritura del archivo, si existe el programa finaliza con un aviso, de estar correcto el archivo procede a reservar memoria dinámica para los elementos. Una vez se tienen guardados y almacenados los elementos se procede a organizarlos y a mostrarlos por pantalla, para de esta manera poder crear las matrices que definen el ANM. Luego de crear la matriz que define el comportamiento del circuito se procede a calcular la solución mediante la inversión de la matriz por el método de Gauss obteniendo los voltajes en los nodos y las corrientes por las fuentes de tensión que se imprimen por pantalla y se almacenan en el archivo de salida. [1].

El funcionamiento del programa se indica mediante un esquema extraído de la tesis de (Ruiz Sotelo, pp. 50), el cual se especifica mediante diagramas de bloques en la Figura 2.3.

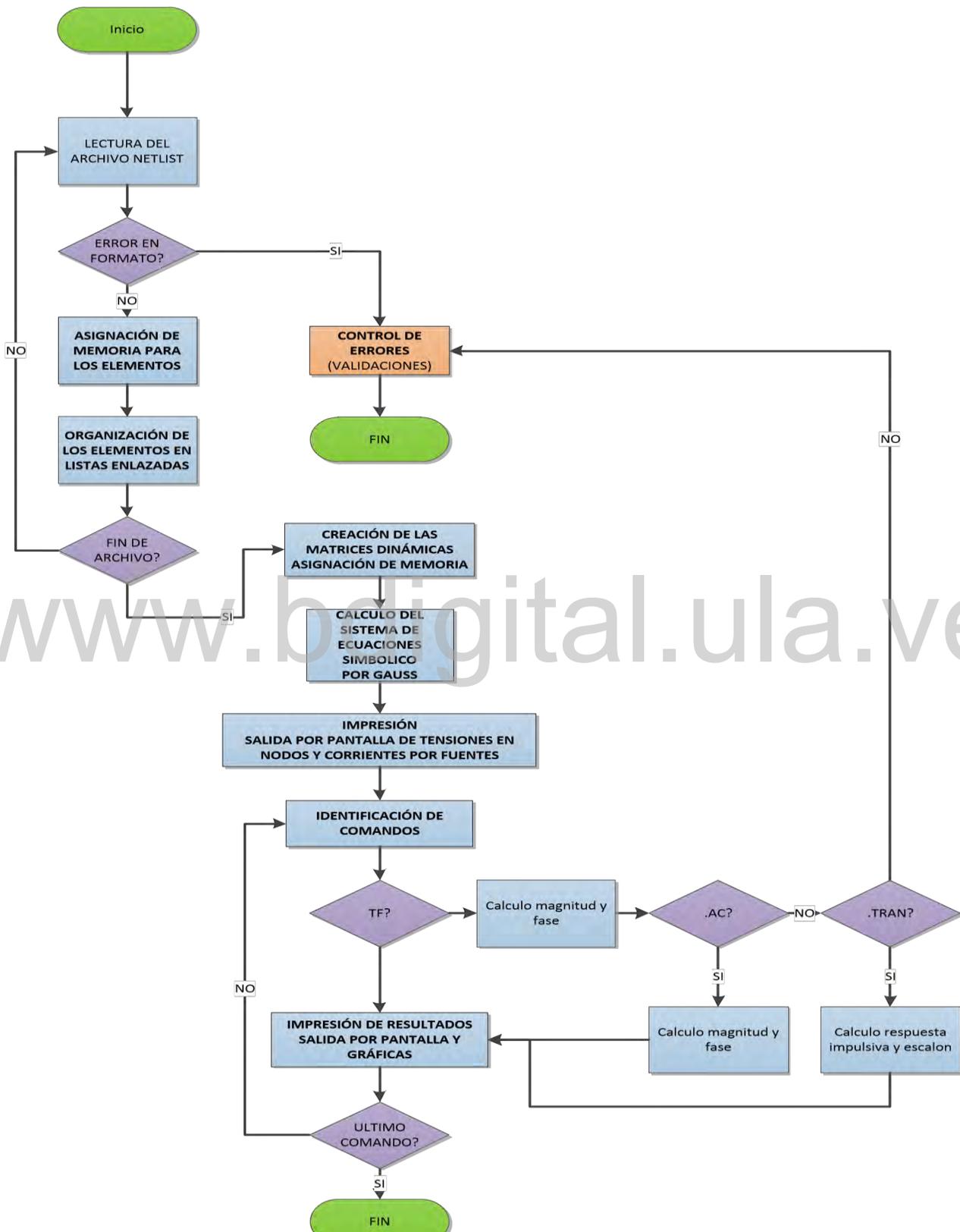


Figura 2.3 Esquema general de AnSIRE

2.4.3 Descripción General de los Elementos

La entrada del circuito en AnSIRE no se realiza por medio de un editor de esquemas representados por una interfaz gráfica, como se mencionó anteriormente y al igual que SPICE los circuitos se representan en ficheros de texto (*netlist*), este archivo está formado por una serie de sentencias que enumeran las características de todos y cada uno de los componentes del circuito, a su vez se debe de seguir ciertas normas que se detallaran más adelante.

Los circuitos son creados en la *netlist*, para ello se utiliza cualquier editor de texto como el bloc de notas de Windows, extensión (.cir) como editor de texto.

Para evitar equivocaciones se recomienda realizar un bosquejo del esquema de circuito que se someterá a estudio y definir en él los nombres y/o valores de los componentes, también es importante enumerar los nodos del circuito, sin tener que seguir un orden en específico pero sin que se repitan. Es importante considerar que el nodo de referencia automáticamente se creará y será igual a cero. Es opcional por parte del usuario incluir comentarios aclaratorios en la descripción del archivo texto. A continuación se enumeran una lista de normas a seguir para la correcta elaboración de un fichero de texto [1]:

- 1) La primera línea siempre será el título y/o comentario del circuito.
- 2) Las líneas que sean un comentario deben empezar con un asterisco (*).
- 3) No importa el orden de las líneas que describen el circuito, excepto para el título y el final del archivo.
- 4) El programa no diferencia entre letras mayúsculas y minúsculas, por lo que se pueden usar cualquiera de ellas.
- 5) Para separar los distintos parámetros de una sentencia se utilizarán espacios.

Existen otras descripciones de los elementos importantes de tomar en cuenta, los voltajes y corrientes del circuito se mencionan de la siguiente manera [1]:

El nodo de referencia se toma como el nodo cero "0".

- Los demás nodos se deben etiquetar de manera consecutiva y ordenada de 1 a n , por ejemplo, para la tensión en el nodo 1 como $V(1)$, en el nodo 2 como $V(2)$ y así sucesivamente.
- La denominación de las fuentes de tensión independientes deben comenzar con la letra “V” y debe ser distinto a cualquier nombre de nodo. Las fuentes independientes de tensión no tiene paréntesis “()” en sus nombres. Por lo que V_{source} , V_1 y V_a son, por ejemplo, nombres válidos.
- La corriente a través de una fuente de tensión será etiquetada con “I_” seguido por el nombre de la fuente de tensión. Por lo tanto la corriente a través de V_a es I_{V_a}
- La denominación de las fuentes de corriente independientes deben comenzar con la letra “I”, sin ningún guion bajo “_” en sus nombres, como I_a , I_{source} , entre otros.

2.4.3.1 Nombre de los elementos y nodos de conexión.

Cada elemento en el fichero de texto se especifica con una letra que identifica el tipo de elemento al que pertenece, seguido del nombre del elemento, este puede ser cualquier número o carácter incluyendo $;$, $?$, $@$, $\#$, $\$$, $\%$, \wedge , $\&$, $*$, $(,)$, $_$, $+$, pero sin exceder una cadena de 8 caracteres [1].

En la siguiente tabla extraída de la tesis de (Ruiz Sotelo, pp. 79) se muestran los nombres dados a los elementos:

ELEMENTOS DEL CIRCUITO	SIMBOLO
Resistencias	R
Conductancias	G
Condensadores	C
Inductores	L
Transformador ideal	N
Transformador	K
Amplificador operacional ideal	O
Fuente de tensión independiente	V

Fuente de corriente independiente	I
Fuente de tensión controlada por tensión	E
Fuente de corriente controlada por corriente	F
Fuente de corriente controlada por tensión	G
Fuente de tensión controlada por corriente	H

Tabla 2.2 Nombre de los elementos.

2.4.3.2 Valores de los elementos.

Los valores de los elementos en el fichero de texto serán descritos en notación de punto flotante estándar ($1E - 6 = 1 * 10^{-6}$), también existen sufijos capaces de sustituir la notación ya mencionada, estos deben estar unidos al valor sin dejar espacios intermedios, estos multiplican al número que le precede inmediatamente [1]. En la siguiente tabla extraída de la tesis de (Ruiz Sotelo, pp. 80) se muestran los sufijos multiplicadores reconocidos por el programa:

SUFIJO	MULTIPLICADOR
F	10^{-15}
P	10^{-12}
N	10^{-9}
U	10^{-6}
M	10^{-3}
K	10^3
MEG	10^6
G	10^9
T	10^{12}

Tabla 2.3 Valores de los sufijos multiplicadores

En la siguiente tabla extraída de la tesis de (Ruiz Sotelo, pp. 80) se muestran los sufijos para las unidades o valores de los elementos normalmente utilizados son:

SUFIJO	MULTIPLICADOR
V	Volt
A	Ampere
HZ	Hertz
OHM	Ohm
H	Henry
F	Farad
DEG	Grados

Tabla 2.4 Sufijo de los valores de un elemento

Cabe destacar que la letra F se usa como sufijo multiplicador si $0.003F = 0.003 * 10^{-15}$, mientras para definir un condensador como por ejemplo de 0.003 Farad correctamente seria 3mF.

2.4.3.3 Sentencias de descripción de los elementos.

Cada elemento en el fichero de texto (*netlist*) se representa en una línea, los elementos que el programa maneja son resistencias, inductores, capacitores, transformadores, así como también fuentes de corriente y voltaje, lineales independientes, dependientes y amplificadores operacionales ideales.

Las sentencias se pueden organizar en cuatro grupos:

Caso 1: Se compone de las resistencias, capacitores, inductores y fuentes de voltaje o corriente independientes. Para construir una línea en la *netlist* que incluya uno de estos elementos se debe realizar de la siguiente manera:

(Nombre del elemento) (Nodo1) (Nodo2) (Valor)

Los nodos (+) y (-) definen la polaridad de su tensión y el sentido por donde circula la corriente (Desde el nodo (+) al nodo (-)).

EJEMPLOS:

- Definir una resistencia llamada TOTAL, colocada entre el nodo 4 y 3 con un valor de $1K\Omega$:

RTOTAL 4 3 1KOHM.

- Describir un condensador llamado FILTRO, colocado entre el nodo 3 y tierra, de capacidad $3300\mu F$:

CFILTRO 3 0 3300UF.

- Describir un inductor llamado CARGA, colocado entre los nodos 1 y 2, con un valor de $10\mu H$:

LCARGA 1 2 10UH.

- Describir una fuente de tensión continua, llamada ENT, de valor 10V, conectada entre los nodos 1 y 0:

VENT 1 0 10V.

- Describir la fuente de corriente independiente, llamada CC, de valor 1A, conectada entre los nodos 7 y 6:

ICC 7 6 1A.

Caso 2: En este grupo se encuentra el caso particular del amplificador operacional, será definido de la siguiente manera:

O(Nombre) (Ve+) (Ve-) (Salida)

Donde en lugar del termino (Nombre) especificamos el nombre dado al operacional, a su vez se mencionan los 3 nodos, para (Ve+) entrada no inversora, (Ve-) entrada inversora y la (Salida) con un número o letra según sea el caso.

EJEMPLO:

- Definir un amplificador operacional al que se le llamara U1, conectado de la siguiente forma: Ve+ en el nodo 4, Ve- en el nodo 5 y la salida en el nodo 3:

Caso 3: Está conformado por las fuentes de voltaje y/o corriente dependientes que son definidas de la siguiente manera:

E(nombre) (Nodo+) (Nodo-) (Nodo control+) (Nodo control-) (Ganancia)

Los transformadores ideales se describen los nodos (nodo1) y (nodo2) son los nodos de conexión del primario, y los nodos (nodo3) y (nodo4) son los nodos de conexión del secundario. El programa calcula la corriente a través del devanado secundario “ I_2 ”. La relación del número de vueltas “ n ” viene dado por la relación:

$$n = \frac{N_2}{N_1}$$

Dónde:

N_1 = número de vueltas del devanado primario.

N_2 = número de vueltas del devanado secundario.

La sentencia para introducir el transformador es definida de la siguiente forma:

N(nombre) (nodo1) (nodo2) (nodo3) (nodo4) (n)

Caso 4: Para introducir un transformador con inductancia mutua, se usará la siguiente sentencia:

K(nombre) (inductancia1) (inductancia2) (constanteM)

Las (inductancia1) e (inductancia2), corresponden al valor del devanado primario y secundario, y M es la inductancia mutua.

EJEMPLOS:

- Describir una fuente de voltaje controlada por voltaje (VCVS), llamada CONT, conectada entre los nodos 3 y 0, siendo los nodos de control 2 y 4, que genera una tensión de un valor β veces superior a la tensión de control:

ECONT 3 0 2 4 β

- Describir una fuente de corriente controlada por corriente (CCCS), llamada AUX, conectada entre los nodos 1 y 2, siendo los nodos de control 3 y 4, que genera una corriente de valor β veces superior a la de control:

```
FAUX 1 2 3 X  $\beta$ 
```

- Describir una fuente de corriente controlada por tensión (VCCS), llamada G1, conectada entre los nodos 4 y 3, controlada por la tensión V_c , siendo los nodos de control 3 y 0, que genera una corriente de valor β veces superior al valor de la tensión de control V_c :

```
G1 4 3 3 0  $\beta$ 
```

- Describir una fuente voltaje controlada por corriente (CCVS), llamada H2, conectada entre los nodos 1 y 2, controlada por la corriente I_c que circula por la fuente VE, siendo los nodos de control 2 y X, que genera un voltaje de valor β veces superior al valor de I_c :

```
H2 1 2 2 X  $\beta$ 
```

- Describir un transformador ideal llamado N1, el primario conectado entre los nodos 1 y 2, y el secundario conectado entre los nodos 3 y 4, con una relación del número de vueltas, $n = 0.5$:

```
N1 1 2 3 4 0.5
```

- Describir un transformador con inductancia mutua, llamado Ktrans con la inductancia 1 (L_p) conectada entre los nodos 2 y 0, inductancia 2 (L_s) conectada entre los nodos 3 y 0, y la inductancia mutua M:

```
L1 2 0 SYMBOLIC
```

```
L2 3 0 SYMBOLIC
```

```
Ktrans L1 L2 K
```

2.4.3.4 Análisis que permite hacer el programa.

- **Función de transferencia:** Para realizar este cálculo de utiliza la siguiente sentencia:

```
.TF (Salida) (Fuente de entrada)
```

La salida puede ser referenciada por el número del nodo o también respecto a un elemento del circuito (V(3) o V(C1), V(R1)).

EJEMPLO:

Definir un análisis para calcular la función de transferencia, tomando como salida la tensión en la resistencia R1 y como fuente de tensión de entrada V1.

```
.TF V(R1) V1
```

- **Análisis transitorio (respuesta en el tiempo):** para incluir este tipo de análisis se introduce la siguiente sentencia:

```
.TRAN (Paso) (Tiempo final)
```

Cuando se utiliza esta sentencia en el *netlist* del programa, este despliega o calcula 2 gráficas, una con la respuesta impulsiva y otra con la respuesta al escalón.

EJEMPLO:

Definir un análisis transitorio del circuito, desde el instante inicial hasta el instante de tiempo de 2.8, con intervalo de presentación de resultados de 0.001 segundos.

```
.TRAN 0.001 2.8
```

- **Análisis AC (respuesta en frecuencia):** para incluir este tipo de análisis se introduce en la *netlist* la siguiente sentencia:

```
.AC DEC (n puntos) (frecuencia inicial) (frecuencia final)
```

Donde DEC significa que el barrido que se está haciendo es por décadas. Al utilizar esta sentencia en la descripción del circuito, el programa desplegará primero una gráfica para la magnitud y al cerrarla, desplegará otra gráfica con la fase.

EJEMPLO:

Definir un análisis de respuesta en frecuencia, realizando un barrido logarítmico por décadas de la frecuencia, desde un valor de 1 MHz hasta 100 MHz, y calculando los datos en 20 puntos por década.

```
.AC DEC 20 1MEG 100MEG
```

www.bdigital.ula.ve

CAPÍTULO 3

ESTABILIDAD Y PASIVIDAD DE CIRCUITOS

En el siguiente capítulo se muestra las bases teóricas de los cálculos y análisis de estabilidad y pasividad de circuitos o sistemas, con los que se fundamenta la ampliación de AnSiRE, cada apartado cuenta con un ejemplo que refuerza la comprensión del tema

3.1 FUNCION DE RED

Es una función racional de la frecuencia compleja s $H(s)$. Esta función racional relaciona dos variables, respuesta (numerador) y fuente (denominador). Para esto, es un cociente de dos polinomios en s con coeficientes reales $N(s)$ y $D(s)$.

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (3.1)$$

Donde a y b son constantes. Las raíces del denominador se denominan polos, mientras las raíces del numerador ceros. Como se observa en la ecuación (3.1) en el dominio del tiempo esta relación está dada por ecuaciones diferenciales; pero trabajando con la transformada de Laplace se convierte en una relación algebraica [6].

3.1.1 Función de transferencia

Indica cómo se procesa una señal conforme pasa a través de la red. Es una herramienta clave para encontrar la respuesta de una red o para determinar (o diseñar) la estabilidad de la red y para la síntesis de la misma. La función de transferencia de una red describe cómo se comporta la salida respecto a la entrada. Especifica la transferencia desde la entrada hacia la salida en el dominio de s , suponiendo que no existe energía inicial. En la ecuación (3.2) se especifica que

$H(s)$ es el cociente de la respuesta $Y(s)$ a la salida y la excitación $X(s)$ a la entrada, suponiendo que todas las condiciones iniciales son nulas [6] [7].

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (3.2)$$

Existen cuatro posibles funciones de transferencia:

$$H(s) = \text{Ganancia de tensión} = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} \quad (3.3)$$

$$H(s) = \text{Ganancia de corriente} = \frac{V_o(s)}{I_i(s)} \quad (3.4)$$

$$H(s) = \text{Impedancia} = \frac{V(s)}{I(s)} \quad (3.5)$$

$$H(s) = \text{Admitancia} = \frac{I(s)}{V(s)} \quad (3.6)$$

3.2 ESTABILIDAD DE REDES ELÉCTRICAS.

Cuando se considera el diseño y análisis de una red eléctrica un requerimiento importante es que ésta sea estable. Decimos que un circuito, red activa (o para el caso, cualquier sistema en general) es estable, cuando ante una señal de entrada o perturbación acotada, la salida o respuesta también es acotada. Si la señal de entrada es acotada, la respuesta forzada también lo será.

La respuesta transitoria ($C_{RN}(t)$) de un circuito depende solo del almacenamiento interno de energía del circuito y no de fuentes externas, mientras la respuesta permanente ($C_{RF}(t)$) de un circuito es el comportamiento mostrado como reacción a una o más fuentes independientes de señales. La suma de ambas respuestas da como resultado a lo que se conoce como respuesta total o temporal de un sistema o circuito ($C(t)$), descrito en la ecuación (3.7), la cual se encuentra en función del tiempo [7] [2].

$$C(t) = C_{RN}(t) + C_{RF}(t) \quad (3.7)$$

Usando este concepto una red eléctrica o sistema lineal e invariante en el tiempo es estable si su respuesta transitoria desaparece mientras la respuesta permanente tiende a cero cuando el tiempo tiende a infinito. De modo contrario es inestable si su respuesta permanente crece ilimitadamente cuando el tiempo tiende a infinito y por ultimo será oscilatorio o críticamente estable si su respuesta natural no decae ni crece y tiende a permanecer constante cuando el tiempo tiende a infinito. Esto implica por lo tanto que sólo la respuesta permanente permanece a medida que la respuesta transitoria tiende a cero. Se puede decir que está es la característica más importante de las redes o sistemas ya que, en un sistema estable, la señal de salida al tener un cambio de cualquier tipo en la entrada, no sale de los límites establecidos, por el contrario, se mantiene en una posición sino igual, por lo menos paralela a la señal de entrada [2].

De acuerdo con la anterior exposición se presenta la Figura 3.1 que muestra detalladamente algunas formas de respuesta para diferentes ubicaciones en el plano s . las respuestas se ilustran con amplitudes arbitrarias [2].

Por consiguiente, es estable si la función de transferencia que relaciona la salida con la entrada de la red tiene polos confinados en la parte izquierda del plano s que dan como resultado una respuesta decreciente para una entrada de perturbación. Análogamente, los polos en el eje imaginario y en el plano de la derecha dan como resultado una respuesta neutral y una creciente, respectivamente, para una entrada de perturbación [8].

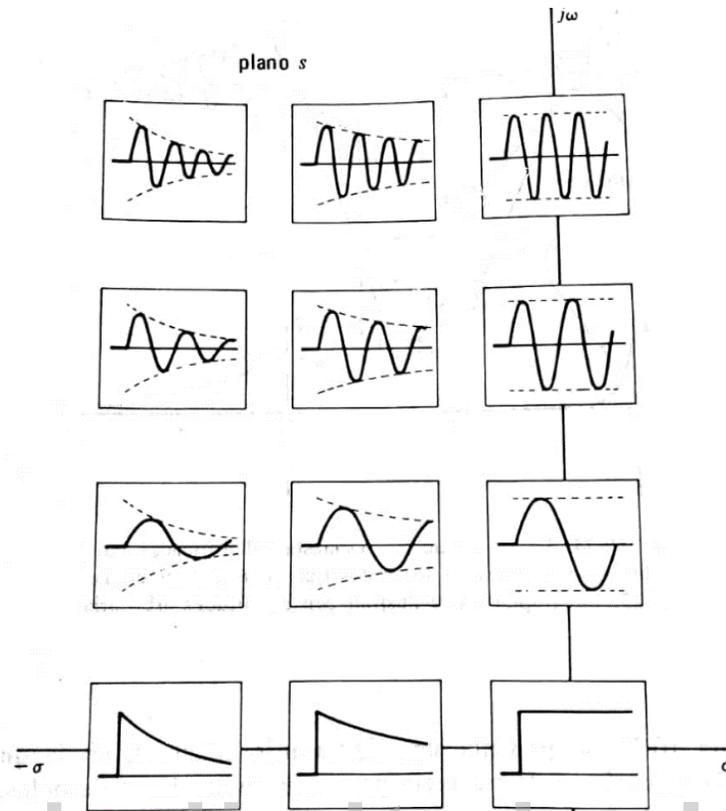


Figura 3.1 Formas de respuesta para diferentes ubicaciones de polos en el plano s [2].

Como se observa en la Figura 3.2. La ubicación de todos polos (s) en el plano izquierdo se refiere a una red estable (figura a), críticamente o marginalmente estable si existe un polo sobre el eje imaginario (figura b) e inestable si existe uno o más polos en el lado derecho del plano s (figura c).

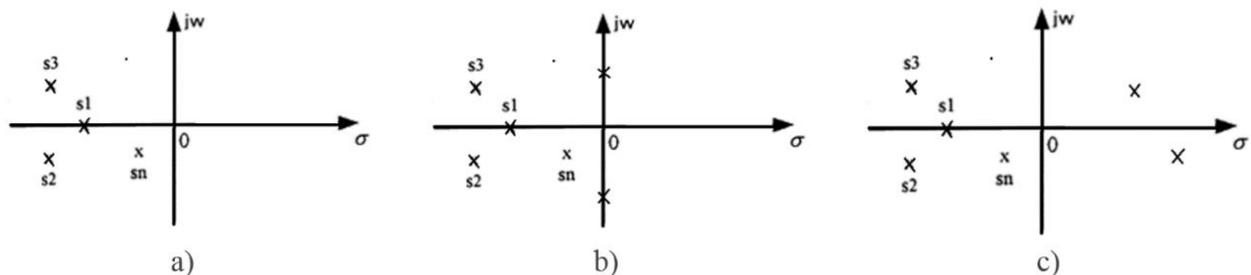


Figura 3.2 Ubicación de polos en el plano s . a) Estable b) Críticamente estable c) Inestable. [6]

Un circuito compuesto por elementos pasivos (R, L y C) y fuentes independientes no puede ser inestable porque esto implicaría que algunas tensiones o corrientes del circuito crecerían de forma indefinida con las fuentes igualadas a cero. Los elementos pasivos no pueden generar tal crecimiento indefinido. Los circuitos pasivos son estables o tienen polos iguales a cero. Por ende, otra forma para determinar que un circuito es estable es que no tenga ninguna fuente controlada, de ser así se debe determinar su estabilidad. Las primeras contribuciones a la teoría de la estabilidad de los sistemas físicos las hicieron: Routh, de Inglaterra, en 1877; Lyapunov, de Rusia, en 1892, y Hurwitz, de Alemania, en 1895. Más recientes contribuciones se deben a los trabajos de Lienard y Chipart, en Francia, en 1914, y Nyquist, de los Estado Unidos, 1932. Gran parte del trabajo lo realizaron independientemente unos de otros, de manera que se produjo cierta confusión en la atribución de los criterios a los auténticos autores. Para determinar la estabilidad de una red se utilizara el criterio de Routh- Hurwitz [2].

3.2.1 Criterio de Routh- Hurwitz.

Este método está basado en el criterio de Hurwitz el cual indica que la condición necesaria y suficiente para que todas las raíces de la ecuación (3.8) estén en el semiplano izquierdo del plano s es que los determinantes de Hurwitz sean todos positivos, estos determinantes se calculan a partir de los coeficientes del polinomio característico, no siendo esto materia de desarrollo de la presente investigación. Afortunadamente, Routh simplifico el proceso introduciendo un método de tabulación en lugar de los determinantes de Hurwitz [9].

Este teorema o método permite determinar la cantidad de polos que se encuentran en el semiplano derecho del plano s sin tener que factorizar el polinomio. Se basa en el ordenamiento de los coeficientes del polinomio característico en donde todos deben ser reales y positivos. Para que la ecuación (3.8) no tenga raíces con partes reales positivas, es necesario y suficiente que las siguientes condiciones se cumplan [10]:

1. Todos los coeficientes de la ecuación tienen el mismo signo
2. Ninguno de los coeficientes es igual a cero.

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (3.8)$$

Si alguno de los coeficientes es cero o negativo, ante la presencia de al menos un coeficiente positivo, hay una raíz o raíces imaginarias o que tienen partes reales positivas. En tal caso la red no es estable.

El criterio de Routh-Hurwitz establece que el número de raíces del polinomio ($D(s)$) de la función de transferencia de la ecuación (3.1) con partes reales positivas o ubicadas en el semiplano derecho del plano s es igual al número de cambios de signo de la primera columna (conforme se efectúa la exploración de arriba hacia abajo) del arreglo o tabulador de Routh. El citado requisito es tanto necesario como suficiente para la estabilidad [10].

3.2.2 Procedimiento para construir la matriz de Routh-Hurwitz.

El primer paso es arreglar los coeficientes de la (3.8) en dos renglones. El primer renglón o fila consiste de coeficientes impares del primero, tercero, quinto,..., y así sucesivamente. El segundo renglón consiste de los coeficientes pares segundo, cuarto, sexto,..., y así hasta el último coeficiente de este orden, todo esto contado desde el término de orden más alto al coeficiente de orden más bajo (s^0), como se muestra en la ecuación (3.9) [9]:

$$\begin{array}{l|cccc} s^n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & \dots \\ s^{n-1} & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & \dots \end{array} \quad (3.9)$$

El siguiente paso es formar mediante ciertas operaciones las filas subsecuentes hasta completar lo que se conoce como arreglo o tabla de Routh-Hurwitz y se observa en la siguiente ecuación [8].

$$\begin{array}{l|cccc} s^n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & \dots \\ s^{n-1} & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & \dots \\ s^{n-2} & b_n & b_{n-1} & b_{n-2} & b_{n-3} & \dots \\ s^{n-3} & c_n & c_{n-1} & c_{n-2} & c_{n-3} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s^0 & h & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad (3.10)$$

Los coeficientes de las sucesivas filas se calculan empleando los coeficientes de las dos columnas inmediatamente superiores, por lo tanto la fila de coeficientes b se calculan de la siguiente forma [8]:

$$b_n = \frac{(a_{n-1})(a_{n-2}) - a_n(a_{n-3})}{a_{n-1}} = \frac{1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} \quad (3.11)$$

$$b_{n-1} = \frac{(a_{n-1})(a_{n-4}) - a_n(a_{n-5})}{a_{n-1}} = \frac{1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix} \quad (3.12)$$

El algoritmo para calcular los elementos puede deducirse tomando como base un determinante o usando la forma de las ecuaciones (3.11) y (3.12). El cálculo de los coeficientes b continua hasta que el resto de los coeficientes de esa fila sean igual a 0, estos ceros a veces son necesarios para calcular coeficientes posteriores. Análogamente, los coeficientes c_n se calculan [8]:

$$c_n = \frac{(b_n)(a_{n-3}) - (a_{n-1})(b_{n-1})}{b_n} = \frac{1}{b_n} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ b_n & b_{n-1} \end{vmatrix} \quad (3.13)$$

$$c_{n-1} = \frac{(b_n)(a_{n-5}) - (a_{n-1})(b_{n-2})}{b_n} = \frac{1}{b_n} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ b_n & b_{n-2} \end{vmatrix} \quad (3.14)$$

Se observa que el cálculo de los coeficientes sigue un patrón que se puede memorizar. Los denominadores de las ecuaciones (3.13) y (3.14) siempre son el primer coeficiente de la fila inmediatamente superior. El numerador de la ecuación (3.13) y (3.14) depende de los coeficientes de las dos filas inmediatamente superiores y es la diferencia de dos productos cuyos términos poseen una posición cruzada. Para sucesivos coeficientes, los dos primeros términos de las filas siempre se emplean en el producto cruzado, mientras que los otros dos van avanzando como se puede observar en las ecuaciones anteriores. El proceso acaba cuando se calcula la fila de coeficientes en s^0 , que sólo posee un coeficiente no nulo, como se detalla en la ecuación (3.10). La primera columna la forman los primeros coeficientes de todas las filas. Aunque el criterio sólo se fije en los primeros coeficientes, las filas hay que completarlas enteras, porque todos los coeficientes son necesarios para calcular los inferiores. Cuando no se cumple el criterio

de Routh-Hurwitz, es posible conocer el número de polos del sistema que están en el semiplano derecho del plano s . Existen tantos polos con parte real positiva como cambios de signos a lo largo de la primera columna del arreglo de Routh. Es importante recalcar que el criterio de Routh-Hurwitz informa sobre la estabilidad absoluta, es decir, se limita a mostrar si el sistema es estable o no, sin indicar el grado de estabilidad o inestabilidad, lo próximo o lo alejado que se está de volverse inestable o estable [10].

Existen cuatro casos o configuraciones diferentes de la primera columna del arreglo que se deben considerar y tratarse independientemente, puesto que requieren modificaciones adecuadas del procedimiento de cálculo.

3.2.2.1 Caso 1.- Ningún elemento de la Primera Columna es Cero.

Se determinará la estabilidad del polinomio característico de la ecuación (3.15), haciendo uso del criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz.

$$F(s) = s^5 + 16s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 20 \quad (3.15)$$

Se determinará la estabilidad del polinomio característico de la ecuación (3.15), haciendo uso del criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz. Dado que todos los coeficientes del polinomio característico son distintos de cero y tienen el mismo signo, entonces la condición necesaria para no concluir de inmediato que el sistema es inestable, está satisfecha. Por lo tanto, se procede a construir el arreglo de Routh-Hurwitz para la aplicación posterior del criterio de estabilidad.

$$\begin{array}{c|ccc} s^5 & 1 & 3 & 2 \\ s^4 & 16 & 4 & 20 \\ s^3 & 11/4 & 3/4 & 0 \\ s^2 & -4/11 & 20 & 0 \\ s^1 & 152 & 0 & 0 \\ s^0 & 20 & 0 & 0 \end{array}$$

Por medio de las ecuaciones (3.11), (3.12), (3.13) y (3.14) se calculan los coeficientes de la matriz Routh, estos están y se demuestran en las siguientes expresiones:

$$b_1 = \frac{(16)(3) - (4)(1)}{16} = -\frac{44}{16} = -\frac{11}{4}$$

$$b_2 = \frac{(16)(2) - (1)(20)}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$c_1 = \frac{(11/4)(4) - (16)(3/4)}{11/4} = -\frac{1}{11/4} = -\frac{4}{11}$$

$$c_2 = \frac{(11/4)(20) - (16)(0)}{11/4} = \frac{20 * 11/4}{11/4} = 20$$

$$d_1 = \frac{(-4/11)(3/4) - (11/4)(20)}{-4/11} = \frac{-2432/44}{-4/11} = 152$$

$$e_1 = \frac{(152)(20) - (-4/11)(0)}{152} = \frac{3040}{152} = 20$$

Ningún elemento de la primera columna se hizo cero en la construcción del arreglo. Como se observa que hay dos cambios de signo en la primera columna del arreglo de Routh- Hurwitz, por lo tanto, hay dos polos del sistema que tienen componente real positiva, por lo tanto, el sistema es INESTABLE. Para corroborar el resultado que arroja el criterio se calcularon las raíces del polinomio (3.15), las cuales son: $s = 0.66 \pm 0.79i$; $s = -0.75 \pm 0.78i$; $s = -15.82$. Efectivamente se demuestra el criterio, el cual concuerda con las raíces calculadas. De lo contrario si no hubiese cambio de signo, la red o sistema fuese ESTABLE [2].

3.2.2.2 Caso 2.- El primer elemento de una fila es igual a cero y por lo menos algún elemento de la misma fila es distinto de cero.

Considérese el siguiente polinomio característico [8]:

$$F(s) = s^5 + 2s^4 + 2s^3 + 4s^2 + 11s + 10 \quad (3.16)$$

Dado que todos los coeficientes del polinomio característico cumplen con las condiciones necesarias descritas anteriormente podemos decir que la red o sistema no es inestable, el arreglo de Routh-Hurwitz es entonces

$$\begin{array}{c|ccc} s^5 & 1 & 2 & 11 \\ s^4 & 2 & 4 & 10 \\ s^3 & b_1 & 6 & 0 \\ s^2 & c_1 & 10 & 0 \\ s^1 & d_1 & 0 & 0 \\ s^0 & 10 & 0 & 0 \end{array}$$

Aplicando las ecuaciones (3.11), (3.12), (3.13) y (3.14) se calcularon los elementos del arreglo de Routh-Hurwitz siguiendo el mismo procedimiento del caso 1, donde:

$$b_1 = \frac{(2)(2) - (4)(1)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

Debido a que el primer elemento del renglón s^3 es cero, los siguientes elementos del renglón s^2 serían todos infinitos y la tabulación no podrá continuar. Para sobrepasar esta dificultad. Se reemplaza el cero en el renglón s^3 por un número pequeño positivo conocido como infinitesimal positivo, como por ejemplo $\varepsilon=0.1$, se continúa con la tabulación siguiendo el mismo procedimiento, entonces se tiene [2]:

$$\begin{array}{c|ccc} s^5 & 1 & 2 & 11 \\ s^4 & 2 & 4 & 10 \\ s^3 & b_1 = \varepsilon = 0.1 & 6 & 0 \\ s^2 & c_1 = \frac{(4\varepsilon-12)}{\varepsilon} = -116 & 10 & 0 \\ s^1 & d_1 = \frac{(6c_1-10\varepsilon)}{c_1} = 6 & 0 & 0 \\ s^0 & 10 & 0 & 0 \end{array}$$

Ya que existen dos cambios de signo en la primera columna del arreglo, la ecuación (3.16) tiene dos raíces o polos en el semiplano derecho del plano s , por lo tanto, el sistema es INESTABLE [8]. Resolviendo las raíces del polinomio (3.16), se obtienen $s = 0.89 \pm 1.45i$; $s = -1.24 \pm 1.03i$ y $s = -1.3$; las primeras raíces están claramente en el semiplano derecho del plano s , comprobándose el criterio de Routh-Hurwitz [9].

3.2.2.3 Caso 3.- Todos los elementos de una sola fila del arreglo son cero.

Una fila completa de ceros se puede solucionar utilizando el polinomio auxiliar $A(s)=0$, el cual se forma con los coeficientes del renglón que está justo arriba del renglón de ceros del arreglo de Routh-Hurwitz. El polinomio auxiliar siempre es un polinomio par, por lo tanto el caso ocurre solo en una fila numerada impar. Las raíces del polinomio auxiliar también satisfacen al polinomio característico [8].

Considérese el siguiente polinomio característico [9]:

$$F(s) = s^5 + 4s^4 + 8s^3 + 8s^2 + 7s + 4 \quad (3.17)$$

Todo los coeficientes son distintos de cero y del mismo signo, se necesita aplicar el criterio de Routh-Hurwitz ya que de primera mano no es inestable. Siguiendo el mismo procedimiento se calculan los elementos del arreglo de Routh-Hurwitz con las ecuaciones (3.11), (3.12), (3.13) y (3.14), el arreglo es:

$$\begin{array}{c|ccc} s^5 & 4 & 8 & 7 \\ s^4 & 4 & 8 & 4 \\ s^3 & 6 & 6 & 0 \\ s^2 & 4 & 4 & 0 \\ s^1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Debido a que una fila de ceros aparece, se debe formar el polinomio auxiliar $A(s)=0$ mediante el uso de los coeficientes de la fila que se encuentra justo antes de la fila de ceros (s^2):

$$A(s) = 4s^2 + 4 = 0$$

La derivada de $A(s)$ con respecto a s es:

$$\frac{dA(s)}{ds} = 8s = 0$$

Los coeficientes 8 y 0 reemplazan a los ceros en el renglón s^1 en la tabulación de la matriz. El arreglo con su porción resultante sería:

$$\begin{array}{l|ll}
 s^5 & 4 & 8 & 7 \\
 s^4 & 4 & 8 & 4 \\
 s^3 & 6 & 6 & 0 \\
 s^2 & 4 & 4 & 0 \\
 s^1 & 8 & 0 & 0 \\
 s^0 & 4 & 0 & 0
 \end{array}$$

Al aparecer una fila donde todos sus elementos resultaron iguales a cero en la construcción del arreglo, implica la existencia de polos simétricos alrededor del origen del plano s en tres formas: a) respecto al eje real, b) respecto al eje imaginario, c) respecto a la recta $\omega=\sigma$, tal como se muestra en la Figura 3.3 [9] [11].

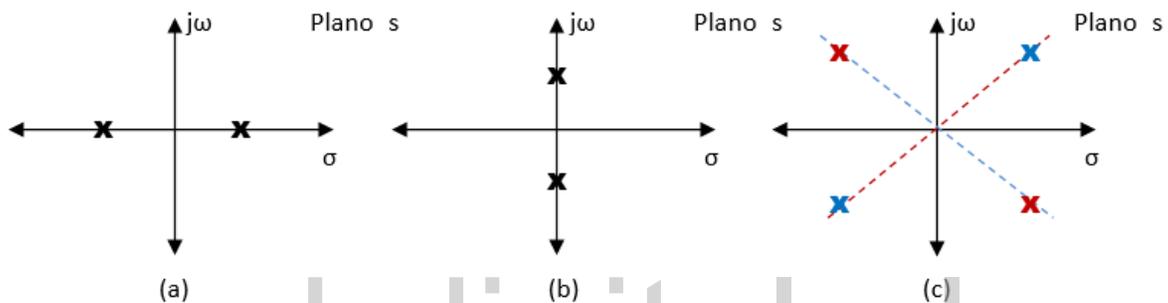


Figura 3.3 Formas de polos simétricos alrededor del origen del plano s

Los casos (a) y (c) implican la existencia de un polo con componente real positiva que es simétrico a otro con igual magnitud pero componente real negativa.

En la primera columna del arreglo del ejercicio anterior, no hay ningún cambio de signo, lo cual implica que no hay ningún polo o raíz con componente real positiva. Por tanto, la conclusión es que los polos simétricos que hicieron que todos los elementos de la fila s^1 fuesen cero, se encuentran ubicados sobre el eje imaginario $j\omega$, es decir, son imaginarios puros como en el caso (b) de la Figura 3.3. En términos de estabilidad en el caso (b) el sistema o red del polinomio de la ecuación (3.17) es **MARGINALMENTE ESTABLE**, de lo contrario si existe un cambio de signo en la primera columna del arreglo estaríamos en presencia de los casos (a) o (c) y por ende de una red **INESTABLE**.

Resolviendo las raíces del polinomio de la ecuación (3.17), se obtienen $s = \pm i$; $s = -1.5 \pm 1.3i$ y $s = -1$; las primeras raíces están claramente en el eje imaginario $j\omega$ del plano s y a su vez son las raíces del polinomio auxiliar, comprobándose así el caso 3 del criterio de Routh-Hurwitz.

Un solo polinomio auxiliar no indica la multiplicidad o el número de raíces en el eje imaginario del plano s , un polinomio puede tener varias raíces conjugadas y sólo poseer un polinomio auxiliar en el arreglo. Además las raíces de un polinomio auxiliar pueden presentarse de diferentes formas como se muestran en la figura (a, b y c) o inclusive una combinación entre ambos casos [8] [9].

3.2.2.4 Caso 4.- Todos los elementos de MÁS DE UNA fila del arreglo son ceros

Si la red o sistema posee polos o raíces simples en el eje imaginario $j\omega$, el sistema no es estable ni inestable; en este caso se denomina marginalmente o críticamente estable como se observó en el caso 3, debido a que tiene un modo sinusoidal subamortiguado. Si las raíces del eje $j\omega$ están repetidas, la respuesta de la red será inestable con una forma $t[\text{sen}(t + \Phi)]$. El criterio de Routh-Hurwitz no revelará esta forma de inestabilidad, por consiguiente al aparecer dos o más polinomios auxiliares en el arreglo se estará en presencia de este caso. Considérese una red o sistema con el siguiente polinomio característico en el denominador de su función de transferencia [8].

$$F(s) = 2s^5 + 4s^4 + 16s^3 + 32s^2 + 32s + 64 \quad (3.18)$$

El arreglo de Routh- Hurwitz es:

$$\begin{array}{l|lll} s^5 & 2 & 16 & 32 \\ s^4 & 4 & 32 & 64 \\ s^3 & 0 & 0 & 0 \\ s^2 & c_1 & c_1 & 0 \\ s^1 & d_1 & 0 & 0 \\ s^0 & e_1 & 0 & 0 \end{array}$$

El primer polinomio auxiliar aparece en la fila s^4 , derivando y reemplazando en la fila s^3 siguiendo el mismo procedimiento que en el caso 3 se obtiene el arreglo modificado.

$$P_{A1}(s) = 4s^4 + 32s^2 + 64 = 0$$

La derivada de $A(s)$ con respecto a s es:

$$\frac{dP_{A1}(s)}{ds} = 16s^3 + 64s = 0$$

$$\begin{array}{l|lll} s^5 & 2 & 16 & 32 \\ s^4 & 4 & 32 & 64 \\ s^3 & 16 & 64 & 0 \\ s^2 & 16 & 64 & 0 \\ s^1 & 0 & 0 & 0 \\ s^0 & e_1 & 0 & 0 \end{array}$$

Al continuar con la tabulación de los elementos en el arreglo aparece una segunda fila de ceros en el renglón s^1 , lo cual indica que estamos en presencia del caso 4, la presencia de un segundo polinomio auxiliar en la fila s^2 se solucionara con el mismo procedimiento mencionado anteriormente:

$$P_{A2}(s) = 16s^2 + 64 = 0$$

La derivada de $A(s)$ con respecto a s es:

$$\frac{dP_{A2}(s)}{ds} = 32s = 0$$

Reemplazando se obtiene finalmente:

$$\begin{array}{l|lll} s^5 & 2 & 16 & 32 \\ s^4 & 4 & 32 & 64 \\ s^3 & 16 & 64 & 0 \\ s^2 & 16 & 64 & 0 \\ s^1 & 32 & 0 & 0 \\ s^0 & 64 & 0 & 0 \end{array}$$

La primera observación sobre el arreglo obtenido es que no hay ningún cambio de signo, por lo tanto, de entrada pudiera pensarse que el sistema es ESTABLE, pues no se revela la existencia de polos ubicados en el semiplano derecho del plano complejo s . Esto último, si bien es cierto

que no hay polos con componente real positiva, no implica que el sistema sea necesariamente estable. Se tuvo que hacer uso de 2 polinomios auxiliares $P_{A1}(s)$ y $P_{A2}(s)$.

Del caso 3 se vio que el hecho de que una fila sea cero, implica que existen polos simétricos según (a), (b) o (c). En este ejemplo, como más de una fila se hizo cero por completo (caso 4), se revela la existencia de multiplicidad mayor que 1 de polos imaginarios puros dado que no hay cambios de signo en la primera columna del arreglo, concluyéndose con ello que el sistema es INESTABLE. Se obtienen los polos del polinomio característico de la ecuación (3.18) para efectos de comprobar el caso, estos son: $s = \pm 2i$; $s = \pm 2i$ y $s = -2$. Las raíces de $P_{A2}(s)$ son raíces de $P_{A1}(s)$, siendo éstos a su vez, raíces de $F(s)$

Se observa en las raíces que en efecto hay polos imaginarios puros con multiplicidad 2, lo cual implica Inestabilidad.

Si hay cambios de signo en la primera columna y adicionalmente hay más de una fila de cero la red es inmediatamente inestable, sólo que no se sabrá si es debido a la multiplicidad (mayor que 1) de polos imaginarios puros y de algún(os) polo(s) ubicado(s) en el semiplano derecho del plano complejo, o si es a la multiplicidad (mayor que 1) de polos simétricos según (a) o (c) de la Figura 3.3 [8].

3.2.3 Estabilidad en función de un parámetro. Criterio de Routh-Hurwitz donde sus coeficientes están definidos por un parámetro.

El criterio de Routh-Hurwitz tiene una utilidad limitada en el análisis de la estabilidad de una red eléctrica o sistema de control, sobre todo porque no sugiere como mejorar la estabilidad ni como estabilizar una red. Sin embargo, es posible determinar los efectos de cambiar un parámetro (K) posicionado en un circuito eléctrico como una variable de control en una de sus fuentes dependiente de tensión o de corriente, para examinar los valores de K que producen inestabilidad. Este parámetro es real y aparece en uno o más coeficientes del polinomio característico.

A continuación se considera un polinomio característico y se va a determinar el rango de valores de K para la cual la red o sistema es estable, críticamente estable o inestable [9] [12].

$$F(s) = s^4 + 7s^3 + 15s^2 + (25 + K)s + 2K \quad (3.19)$$

Aplicando las ecuaciones (3.11), (3.12), (3.13) y (3.14) se calcularon los elementos del arreglo de Routh-Hurwitz siguiendo el mismo procedimiento realizado con anterioridad:

$$\begin{array}{l|lll} s^4 & 1 & 15 & 2K \\ s^3 & 7 & (25 + K) & 0 \\ s^2 & \frac{(80 - K)}{7} & 2K & 0 \\ s^1 & \frac{-K^2 - 43K + 2000}{80 - K} & 0 & 0 \\ s^0 & 2K & 0 & 0 \end{array}$$

Para que el sistema sea estable, todas las raíces deben estar en el semiplano izquierdo del plano s , y por tanto todos los coeficientes en la primera columna del arreglo de Routh-Hurwitz deben tener el mismo signo o en su defecto las inecuaciones producto de las operaciones en la fila s^4 , s^3 y s^2 estrictamente deben ser mayores a 0. Esto conlleva a las siguientes condiciones:

$$\frac{(80 - K)}{7} > 0$$

$$\frac{-K^2 - 43K + 2000}{80 - K} > 0$$

$$K > 0$$

Para buscar las regiones de estabilidad e inestabilidad se obtienen encontrando las soluciones de las inecuaciones anteriores e interceptando cada una de ellas. La solución de cada condición es:

De la primera desigualdad se tiene $K < 80$, de la segunda inecuación se tiene $-71.12 < K < 28.12$ y $K > 0$ de la última condición. La intercepción de cada uno de estos dominios y la condición de K para que el sistema sea estable es:

$$0 < K < 28.12$$

En la Figura 3.4 se observa gráficamente las regiones de las 3 soluciones posibles según los valores de K. Para valores de $K > 28.12$ y $K < 0$ la red o sistema es inestable pero para valores $0 < K < 28.12$ la red es estable. Ahora bien para el caso donde $K=0$ y $K=28.12$ la red sería críticamente estable. Si se considera que $K=28.12$, el polinomio característico de la ecuación (3.19) tendrá dos raíces en el eje imaginario $j\omega$, encontrándonos en presencia del caso 3 del criterio, una red críticamente estable.

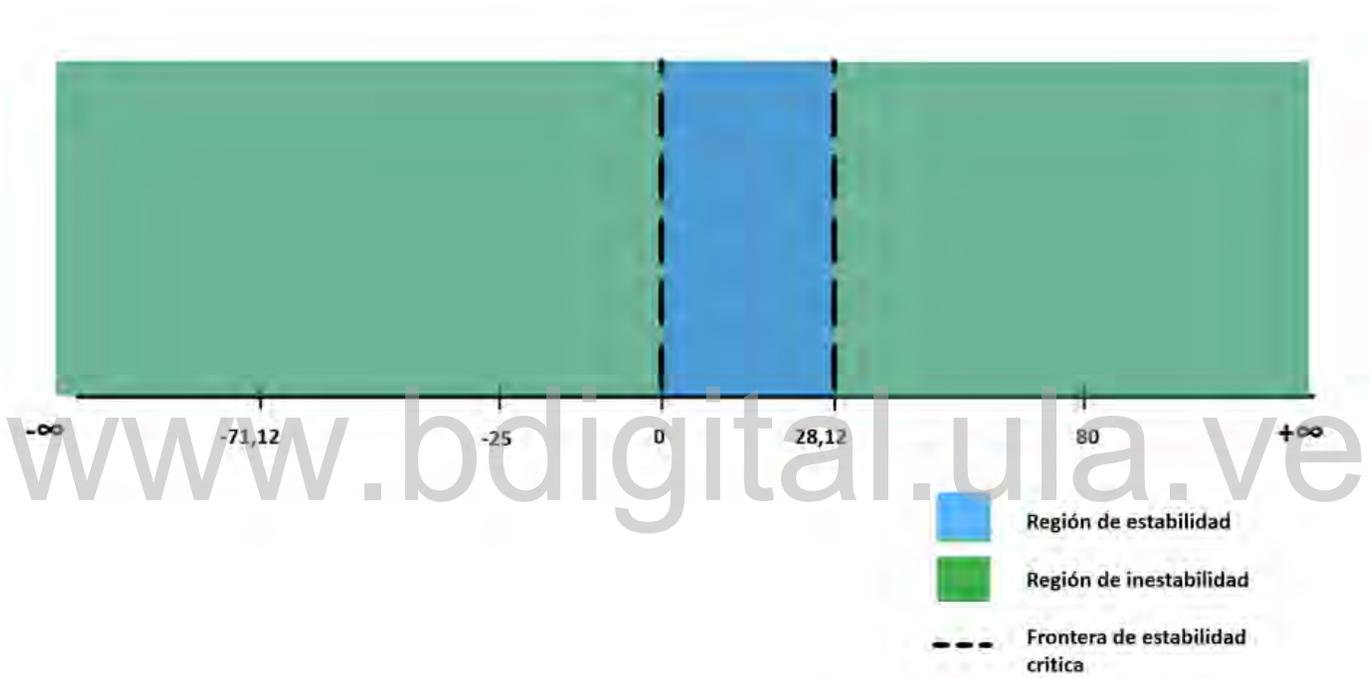


Figura 3.4 Recta real de valores de K.

3.3 REDES O CIRCUITOS DE UN PUERTO.

Primeramente, las redes de un puerto o un dipolo eléctrico es todo dispositivo constituido por un número de elementos eléctricos conectados entre sí y constituido por dos terminales o bornes de entrada. Los elementos que contienen a un dipolo pueden ser [13]:

Elementos pasivos: son aquellos componentes que disipan o almacenan energía eléctrica o magnética y constituyen por ello las cargas de un circuito. Entre los elementos pasivos tenemos las resistencias, capacitores, inductores e inductores con acoplamiento magnético.

Elementos activos: son aquellos componentes que son capaces de excitar los circuitos o de realizar ganancias o control del mismo. Fundamentalmente son los generadores eléctricos y ciertos componentes semiconductores. Estos últimos, en general, tienen un comportamiento no lineal. Entre los elementos activos tenemos los amplificadores operacionales, transistores, tubos de vacío, SCR y TRIAC.

Históricamente, en la teoría de circuitos al existir elementos activos se introduce el concepto de fuentes dependientes, todo con la finalidad de sustituir el comportamiento de estos elementos por su modelo equivalente a una fuente controlada. Un dipolo puede definirse analíticamente por su impedancia ($Z(s)$) o admitancia ($Y(s)$) vista desde los terminales de entrada, como se observa en la Figura 3.5, siendo inversamente proporcional ambas magnitudes y por lo tanto se cumple la relación [13]:

$$Z(s) * Y(s) = 1 \quad (3.20)$$

La generalización de estas dos magnitudes se conoce con el nombre de inmitancia ($M(s)$), que a su vez es la relación entre las variables de corriente y voltaje sobre la fuente de excitación entre los terminales del dipolo. Considerando solo dipolos o redes lineales, su inmitancia es una función racional de la forma:

$$M(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (3.21)$$

Donde a y b son constantes reales, m representa el grado del polinomio del numerador $P(s)$ y n el grado del polinomio del denominador $Q(s)$.

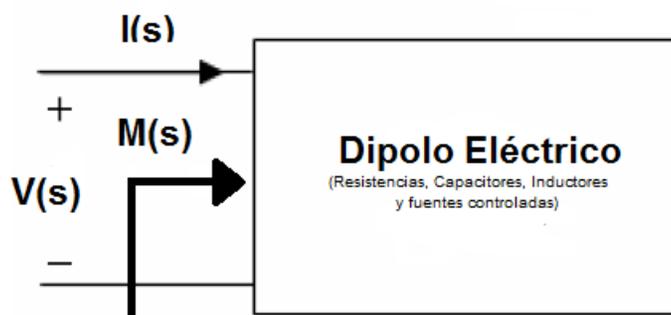


Figura 3.5 Red de un puerto o Dipolo Eléctrico.

3.4 PASIVIDAD DE REDES DE UN PUERTO.

El concepto de pasividad no se comprende generalmente tan bien. Para muchos, simplemente significa la ausencia de fuentes internas, o de circuitos que solo estén conformados por elementos pasivos. Por ejemplo, un circuito conformado por transistores mal diseñado puede ser pasivo y con ello incapaz de suministrar energía en cualquier momento [3].

El análisis de pasividad de una red es un concepto usado en síntesis de redes, uno de los grandes campos en la teoría de circuitos y que permite procesar y construir la estructura de una red a partir de su excitación y respuesta [14]. Los circuitos pasivos y activos son muy usados en la radiotécnica y microondas para el diseño de sus elementos y dispositivos, tales como: amplificadores, transistores, mezcladores, transmisores, receptores, divisores, acopladores y filtros.

Una red o circuito lineal es pasivo si para cualquier excitación de voltaje o corriente en los terminales, la energía entregada por la fuente es positiva para un instante de tiempo t cualquiera.

Esto asocia la pasividad con la posibilidad que una red sea capaz de comportarse como un generador. La energía entregada a la red n viene dada por [3]:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) + \int_{t_0}^t v(t) * i(t) dt \geq 0 \quad (3.22)$$

Para un tiempo inicial t_0 hasta cualquier tiempo $t \geq t_0$, donde $\varepsilon(t_0)$ es la energía inicial finita y almacenada en el tiempo inicial t_0 . Una red de n puertos es activa si no es pasiva, y a su vez es estrictamente pasiva si se logra la igualdad en la condición (3.22)(3.21 para toda excitación distinta de cero. En otras palabras, una red pasiva es incapaz de suministrar energía en cualquier momento y por el contrario para demostrar que una red es activa, solo se necesita encontrar una excitación tal que la condición (3.22) no se cumpla en algún instante de tiempo. Por lo tanto, una red es activa si y solo si [3]:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) + \int_{t_0}^t v(t) * i(t) dt < 0 \quad (3.23)$$

Para un tiempo inicial t_0 hasta cualquier tiempo $t \geq t_0$. De las definiciones anteriores, una red es activa si la suma de las potencias medias es negativa, con lo cual se indica en la ecuación (3.23). Esta condición expresa que el flujo de potencia está dirigido desde la red a los circuitos exteriores y cargas de la red, por lo tanto la potencia media que suministra la fuente a la red (P_{med1}) es menor que la potencia media disipada en las cargas de la red (P_{med2}) [15]:

$$P_{med2} > P_{med1} \quad (3.24)$$

Por el contrario, un dipolo es pasivo si la potencia media que le suministra la fuente a la red (P_{med1}) es mayor a la potencia media disipada por las cargas (P_{med2}) [15].

$$P_{med1} \geq P_{med2} \quad (3.25)$$

Sin embargo, los dipolos pasivos también pueden contener elementos activos, como transistores o dispositivos formados por ellos como amplificadores operacionales, giradores o resistencias negativas. Una resistencia activa y negativa no es físicamente realizable, pero es posible diseñar un circuito el cual uno de estos elementos se comporte de esta manera. Si el dipolo es activo, obligatoriamente el circuito está formado aunque sea por un elemento activo, y este se encargara que en ciertas ocasiones el dipolo en vez de disipar energía, la suministre. No obstante, la existencia de fuentes controladas en la estructura topológica no indica de primera mano que el circuito sea activo, posteriormente se estudiaran las propiedades que hacen una red o dipolo pasivo [13].

Para que un circuito sea pasivo requiere un análisis el cual consiste en comprobar que la inmitancia $M(s)$ de un dipolo sea una Función Real y Positiva (FRP).

3.5 FUNCIONES REALES POSITIVAS (FRP).

Una Función Real Positiva $M(s)$ es una función analítica de variable compleja $s = \sigma + jw$, esta es una definición matemática aplicable a las inmitancia de un dipolo y con ello determina un importante razonamiento físico. La FRP se denomina a toda función compleja cuya parte real

es siempre positiva o a lo sumo cero para todo el semiplano derecho del plano complejo s , esto implica que [16]:

$$M(s) = \operatorname{Re}(s) - j\operatorname{Im}(s) \quad (3.26)$$

Entonces si $M(s)$ es FRP se debe cumplir:

$$\operatorname{Re}(s) \geq 0 \quad (3.27)$$

3.5.1 Propiedades de las funciones reales positivas.

El concepto de función real positiva, así como muchas de sus propiedades y consideraciones se deben a Otto Brune, algunas de estas son [17]:

- Tanto el numerador como el denominador deben ser polinomios de Hurwitz
- Si $M(s)$ es una función real positiva, entonces su recíproco también debe ser una función real positiva
- La suma de dos funciones reales positivas da como resultado también una función real y positiva.

Se mencionarán a continuación las condiciones que debe cumplir toda FRP, divididas en dos partes: primero las condiciones necesarias pero no suficientes y después las condiciones necesarias y suficientes.

3.5.2 Condiciones necesarias y no suficientes de las FRP.

Entre las condiciones tenemos [13]:

1. Los coeficientes de $M(s)$ en la ecuación (3.21) tanto del numerador $P(s)$ y del denominador $Q(s)$, deben ser reales y positivos.
2. El grado del polinomio del numerador y del denominador de $M(s)$ debe diferir al menos en uno, por lo tanto, si el grado de $P(s)$ es n_p y el de $Q(s)$ es n_q , entonces son hay tres posibilidades:

$$n_p - n_q = \begin{cases} 1 \\ 0 \\ -1 \end{cases} \quad (3.28)$$

3. Si los términos de menor grado del numerador y del denominador tienen respectivamente las potencias m_p y m_q , se debe cumplir:

$$m_p - m_q = \begin{cases} 1 \\ 0 \\ -1 \end{cases} \quad (3.29)$$

4. Entre los términos de mayor y menor grado de los polinomios del numerador y del denominador no debe faltar ningún término intermedio.

5. La parte real de todos los polos y ceros de $M(s)$ deben ser negativos o ceros, es decir, deben encontrarse en el semiplano izquierdo del plano. Sobre el eje imaginario los polos y ceros deben ser simples.

Esta última condición puede comprobarse analizando si $P(s)$ y $Q(s)$ son polinomios estrictamente de Hurwitz, el cual es un criterio que determina el signo de la parte real de las raíces de un polinomio, debiendo ser cero o negativa. Un polinomio de Hurwitz puede estar formado por tres tipos de factores:

- $(s + a)^\beta$ a debe ser real y positivo o cero.
- $(s^2 + b^2)^\beta$ b debe ser real.
- $(s^2 + as + b)^\beta$ a y b deben ser positivos.

Si multiplicamos los factores que constituyen el polinomio de Hurwitz el resultado será un polinomio que tenga todos los coeficientes reales y positivos, en cambio sí $\beta = 1$ se tendrá factores simples. Todo esto normalmente es útil solo si los polinomios están expresados en factores, de lo contrario saber si ambos polinomios son de Hurwitz implica cierto trabajo extenso y no suficiente. Del mismo modo las condiciones 1, 2, 3 y 4 son de inspección visual y en caso de no cumplirse alguna de ellas podemos asegurar que $M(s)$ no corresponde a un dipolo pasivo sino a uno activo [14].

3.5.3 Condiciones necesarias y suficientes de las FRP.

Para que una red sea pasiva se debe comprobar que su función de excitación sea función real positiva, por lo tanto a pesar que se cumplan las condiciones necesarias y no suficientes no se garantiza que ésta sea FRP. Por lo tanto, se pasa directamente a comprobar las condiciones necesarias y suficientes [13]:

1. $P(s) + Q(s)$ debe ser un polinomio estrictamente de Hurwitz. Esta condición asegura estabilidad completa y por lo tanto todos los polos y ceros de $M(s)$ en el semiplano izquierdo.
2. $Re[M(jw)] \geq 0$ para todo $w \geq 0$

3.5.4 Criterio de Pasividad de redes de un puerto.

Si se cumplen las dos condiciones necesarias y suficientes podemos asegurar que el dipolo es pasivo, pero para poder comprobarlo se debe de seguir cierto proceso de prueba o procedimiento que se expone a continuación:

El primer paso consiste en probar si la inmitancia $M(s)$ cumple con el requisito de estabilidad, para ello $M(s)$ no debe de tener polos y ceros en el semiplano derecho, y cualquier polo en el eje imaginario debe ser simple. Esto se puede resolver hallando $P(s) + Q(s)$ y a este polinomio resultante aplicarle el criterio de Routh-Hurwitz, como se explicó anteriormente [17].

Existe en muchos textos una segunda prueba, esta establece que en el eje imaginario los polos y ceros deben ser simples y los residuos reales y positivos. Esta prueba no hace falta ya que basta que se cumpla la segunda condición necesaria y suficiente.

Para verificar que la parte real de $M(s)$ permanezca no negativa se comienza expresando la inmitancia de la siguiente manera [17]:

$$M(s) = \frac{m_1(s) + n_1(s)}{m_2(s) + n_2(s)} \quad (3.30)$$

Donde m_1 y m_2 son polinomios pares y n_1 y n_2 son polinomios impares, luego aplicando la conjugada a la ecuación (3.30), se tiene

Si se reemplaza $s=jw$ en los polinomios de la parte par de $M(s)$, el resultado es un número real y si se reemplaza en los polinomios de la parte impar de $M(s)$, el resultado es un número imaginario. Es de interés la parte real, por lo tanto:

$$M(s) = \frac{m_1(s) + n_1(s)}{m_2(s) + n_2(s)} * \frac{m_2(s) - n_2(s)}{m_2(s) - n_2(s)} \quad (3.31)$$

$$M(s) = \frac{(m_1m_2 - n_1n_2) + (m_2n_1 - m_1n_2)}{m_2^2 - n_2^2} \quad (3.32)$$

$$M(s) = \text{Par}[M(s)] + \text{Impar}[M(s)] = \frac{m_1m_2 - n_1n_2}{m_2^2 - n_2^2} + \frac{m_2n_1 - m_1n_2}{m_2^2 - n_2^2} \quad (3.33)$$

$$M(s)|_{s=jw} = \text{Re}[M(jw)] + j\text{Im}[M(jw)] \quad (3.34)$$

Luego substituyendo la ecuación (3.33) en (3.34) y haciendo énfasis en la parte real, se obtiene:

$$\text{Re}[M(jw)] = \text{Par}[M(s)]|_{s=jw} = \frac{m_1m_2 - n_1n_2}{m_2^2 - n_2^2} \Big|_{s=jw} \quad (3.35)$$

El denominador de la expresión (3.35) es un producto conjugado y por lo tanto será siempre positivo, de manera que no será considerado para el análisis. El interés recae en que el numerador de la ecuación (3.35), sea positivo o cero. Esto lleva a [14]:

$$A(w) = m_1m_2 - n_1n_2 \geq 0 \quad \text{para todo } w \geq 0 \quad (3.36)$$

$A(w)$ es un polinomio par y se puede expresar de la siguiente forma:

$$A(w) = A_n w^n + A_{n-2} w^{n-2} + \dots + A_0 \quad (3.37)$$

Si $A(w)$ es positivo o igual a 0, se cumplirá la segunda condición necesaria y suficiente de las funciones reales y positivas, a su vez este polinomio puede ser factorizado en raíces reales o complejas conjugadas. Por lo tanto si $A(w)$ cumple con la condición en la ecuación (3.36), el polinomio solo estará graficado en la región del plano que se muestra en la siguiente **Figura 3.6** [18]:

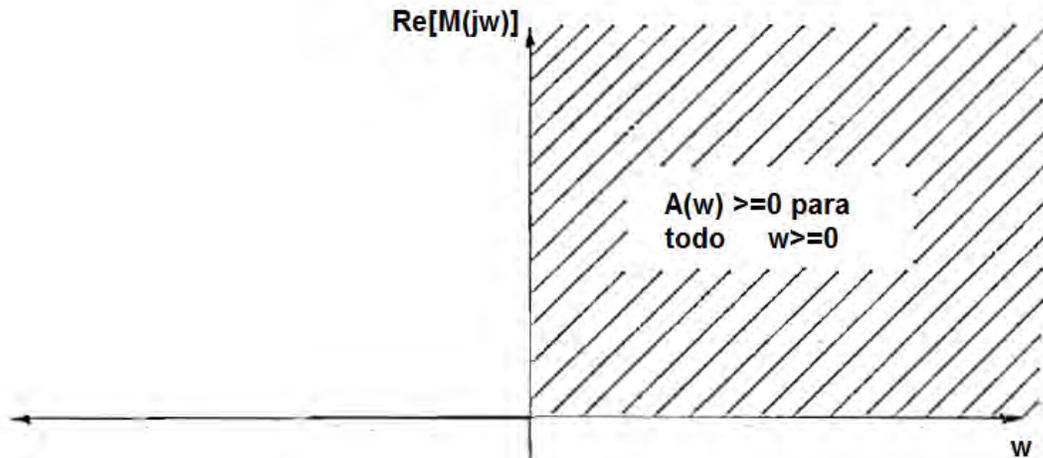


Figura 3.6 Región del plano donde $A(w) \geq 0$ para todo $w \geq 0$ [16].

A continuación se muestra los tipos de raíces que debe tener $A(w)$ para que sea positivo [18]:

1. **Raíces complejas:** Si $A(w)$ está formado solo de factores que contengan raíces imaginarias será siempre positivo, por consiguiente con una gráfica de la forma

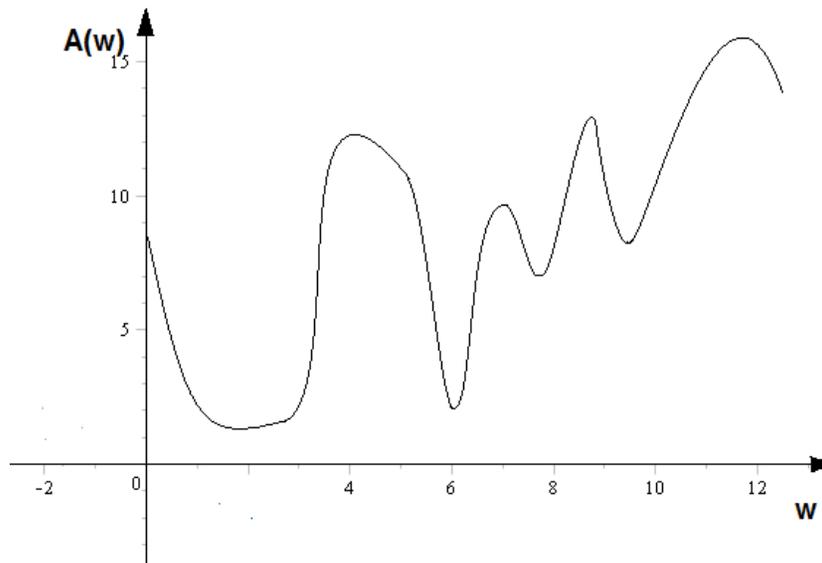


Figura 3.7 . FRP con raíces complejas

2. **Raíces reales dobles o multiplicidad par:** La existencia de estas raíces en el polinomio en conjunto con raíces complejas origina una gráfica de la siguiente forma:

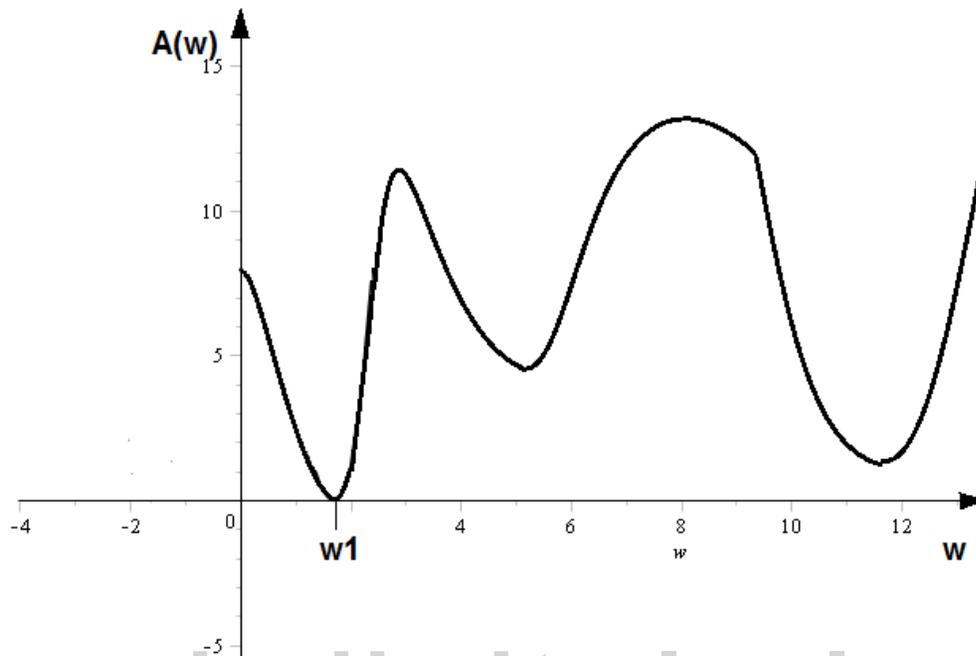


Figura 3.8 FRP con raíces reales de multiplicidad par

Donde w_1 representa una raíz real con multiplicidad par.

Ahora bien, la aparición de las siguientes raíces genera que $A(w)$ no sea positivo:

1. Raíces reales simples y positivas
2. Raíces reales de multiplicidad impar

De modo que en uno o más intervalos del polinomio será negativa y con ello la red activa. Si $A(w)$ se hace negativo entre dos valores de frecuencia w_1 y w_2 , a este intervalo se reconoce con el nombre de “Banda de actividad”, como se observa en la siguiente figura:

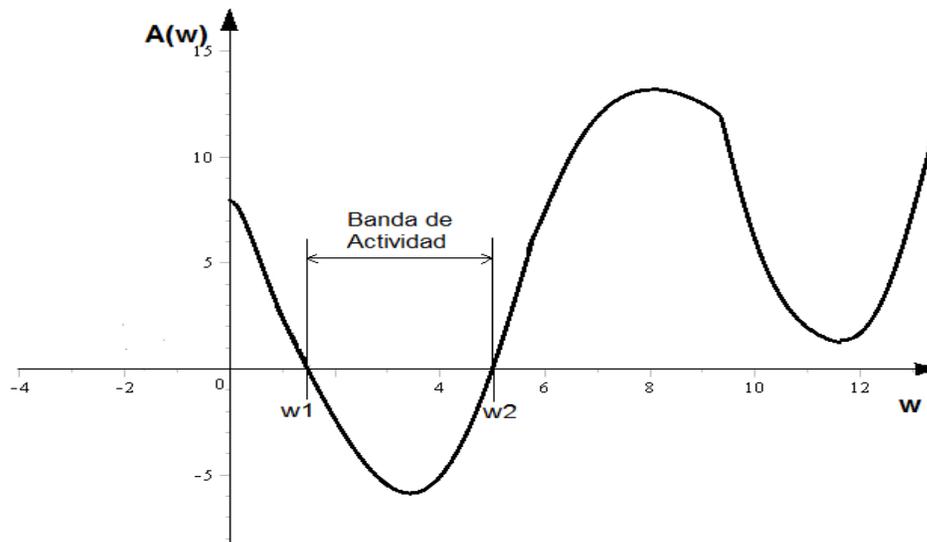


Figura 3.9 FRP con una banda de actividad.

Si se conoce los tipos de raíces que debe de tener $A(w)$ para que sea positivo, se muestra a continuación algunas condiciones que definen la positividad del polinomio $A(w)$ [14]:

1. Si todos los coeficientes de la expresión (3.37) son positivos, es suficiente para asegurar que $A(w)$ es estrictamente positivo y solo tiene raíces complejas.
2. Si existen coeficientes negativos en $A(w)$, es necesario aunque no suficiente que el coeficiente de mayor grado y menor grado sean positivos, siendo esto una condición visual y comúnmente no usada, ya que depende que el valor del coeficiente negativo sea pequeño.
3. Puede existir un intervalo donde $A(w)$ es positivo y contenga coeficientes negativos, por eso la condición 2 no es confiable.

3.5.5 Criterio de Pasividad con coeficientes reales.

Para estudiar la positividad de $A(w)$ si todos sus coeficientes son reales, se utiliza el teorema de Sturm, el cual consiste en evaluar el signo de cada uno de los intervalos que contenga el polinomio.

3.5.6 Criterio de Pasividad con un parámetro ajustable.

Si se está en presencia de un polinomio $A(w)$ con un parámetro ajustable en alguno de sus coeficientes, se puede clasificar el problema en dos casos [14]:

- **Caso 1. Polinomio par $A(w)$ de grado 4:** Para este tipo de polinomio se puede determinar todos los valores del parámetro que asegurarían $A(w) \geq 0$. El primer paso es cumplir la condición 1 mencionada anteriormente, todos los coeficientes reales deben ser positivos y además se debe hallar los valores del parámetro que hacen positivo los coeficientes que lo contienen, de existir un coeficiente real y negativo inmediatamente se pasa al segundo paso. El segundo paso halla el intervalo que se indica en la condición 3 mencionada anteriormente. Se sustituye $x = w^2$ y haciendo uso de la ecuación del discriminante de una ecuación de 2do grado cuando es negativo, determina si las raíces son complejas o reales dobles, la condición que queda es [18]:

$$b^2 - 4 * a * c \leq 0 \quad (3.38)$$

Donde a es el coeficiente de grado 4, b de grado 2 y c de grado 0. Discriminante menor a cero es igual a raíces complejas e igual a cero a raíces dobles.

Finalmente la unión de las soluciones en el primer paso y en el segundo paso determina los valores del parámetro que hacen positivo $A(w)$, restaría interceptar esta solución con la de estabilidad y conocer cuando es función real positiva y por ende la red pasiva o activa.

- **Caso 2. Polinomio par $A(w)$ mayor de grado 4:** Para este tipo de polinomio no se puede determinar todos los valores del parámetro que asegurarían $A(w) \geq 0$. Solo se reserva a cumplir la condición 1 mencionada anteriormente, todos los coeficientes reales deben ser positivos y además se debe hallar los valores del parámetro que hacen positivo los coeficientes que lo contienen, de existir un coeficiente real y negativo no se pudiese resolver la condición $A(w) \geq 0$. De esta manera se comprueba los valores de frecuencia donde $A(w)$ es estrictamente positivo [14].

3.5.7 Ejemplo del criterio de pasividad.

Ahora bien, si se aplica la metodología descrita anteriormente a partir de la inmitancia de la ecuación (3.39) del circuito de la Figura 3.10 **Circuito con VCCS**

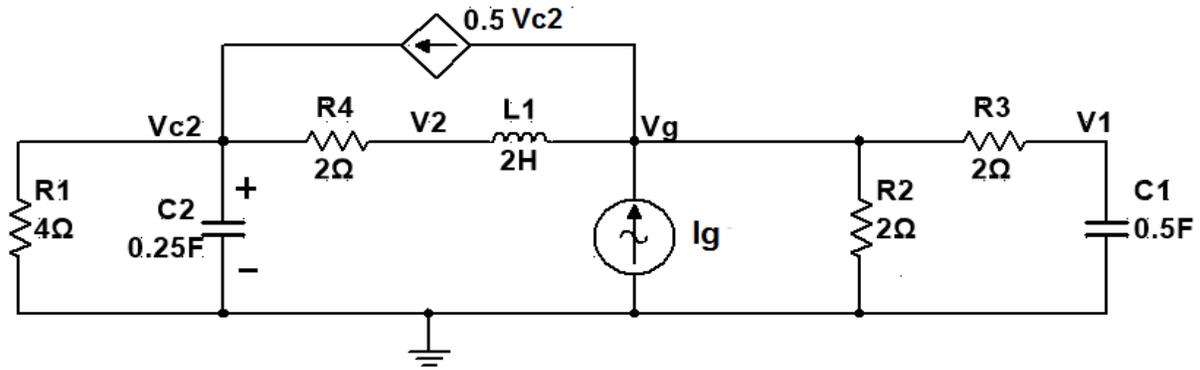


Figura 3.10 Circuito con VCCS

$$M(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^3 + s^2 + 2s + 1} \quad (3.39)$$

Para saber si es pasivo debemos comprobar que sea FRP, por lo tanto:

1. $P(s)+Q(s)$ deben ser polinomio de Hurwitz

$$P(s) + Q(s) = s^3 + 2s^2 + 4s + 2$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 4 \\ s^2 & 2 & 2 \\ s^1 & 3 & 0 \\ s^0 & 2 & 0 \end{array}$$

No hay cambio de signo en la primera columna de la matriz de Routh-Hurwitz, por lo tanto el circuito es estable.

2. En efecto, para que el circuito sea pasivo se debe cumplir:

$$A(w) \geq 0 \quad \text{para todo } w \geq 0$$

Aplicando la ecuación (3.36) del apartado anterior y sustituyendo los polinomios pares e impares correspondiente de $M(s)$, se tiene:

$$A(w) = m_1 m_2 - n_1 n_2 |_{s=jw}$$

$$A(w) = (s^2 + 1) * (s^2 + 1) - (2s) * (s^3 + 2s)|_{s=jw}$$

Sustituyendo $s=jw$ en la ecuación anterior:

$$A(w) = -w^4 + 2w^2 + 1$$

Para saber el signo de $A(w)$ se utiliza el teorema de Sturm, el cual indica que el signo entre dos raíces reales y positivas se mantiene constante, bajo este teorema se resuelve la inecuación $A(w) \geq 0$. En la siguiente imagen se observa el resultado de la evaluación de un número de cada uno de los intervalos que tiene el polinomio, por lo tanto el signo para cada intervalo y para todo valor positivo de frecuencia resulta de la siguiente manera:



Figura 3.11 Signo del polinomio (Teorema de Sturm)

Mediante una inspección de la Figura 3.11 y resumiendo un análisis se puede decir que el circuito de la Figura 3.10 es:

1. Pasivo para $0 \leq w \leq 1.55$
2. Activo para $w > 1.55$

Para comprobar lo plasmado en el ejercicio, se graficó en el programa Maple 18 el polinomio $A(w)$.

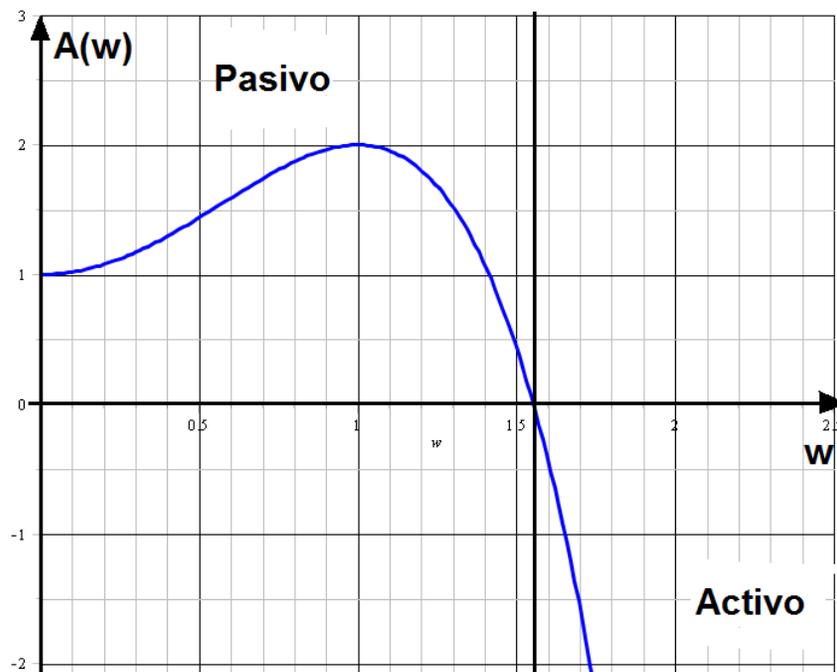


Figura 3.12 Grafica de A(w)

3.5.8 Ejemplo del criterio de pasividad con un parámetro ajustable.

Ahora bien, si se aplica la metodología descrita anteriormente para resolver el criterio de pasividad con un parámetro ajustable, a partir de una inmitancia $M(s)$ de la ecuación (3.40) perteneciente a un dipolo, se determinará los intervalos del parámetro que hacen pasivo o activo la red

$$M(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{s^2 + 2Ks + 4}{s^2 + 3s + 2} \quad (3.40)$$

Donde K es un parámetro real. Se debe comprobar que $M(s)$ sea FRP, por lo tanto:

1. $P(s)+Q(s)$ deben ser polinomio de Hurwitz

$$P(s) + Q(s) = 2s^2 + (2K + 3)s + 6$$

$$\begin{array}{l|ll} s^2 & 2 & 6 \\ s^1 & 2K+3 & 0 \\ s^0 & 6 & 0 \end{array}$$

El dipolo es estable cuando: $K \geq -1.5$

$$K \geq -1.5$$

2. En efecto, para que el circuito sea pasivo se debe cumplir:

$$A(w) \geq 0 \quad \text{para todo } w \geq 0$$

Aplicando la ecuación (3.36) del apartado anterior y sustituyendo los polinomios pares e impares correspondiente de $M(s)$, se tiene:

$$A(w) = m_1 m_2 - n_1 n_2 |_{s=jw}$$

$$A(w) = (s^2 + 4) * (s^2 + 2) - (2Ks) * (3s) |_{s=jw}$$

Sustituyendo $s=jw$ en la ecuación anterior:

$$A(w) = w^4 + 6 * (K - 1)w^2 + 8$$

Por ser un polinomio de grado 4, se utiliza el caso 1 del apartado (3.5.6). La condición del discriminante es:

$$9K^2 - 18K + 1 \leq 0$$

La condición para que los coeficientes de la FRP sean todos positivos es:

$$6 * (K - 1) \geq 0$$

La siguiente tabla basada en el teorema de Sturm resuelve la solución de las condiciones $K \geq -1.5$ y $6 * (K - 1) \geq 0$, las columnas representan el número de intervalos (de menor a mayor para todos los reales), posibles entre todas las condiciones a resolver y las filas el número de condiciones más el resultado final, un símbolo positivo indica el intervalo donde se cumple la condición (red pasiva) y si en una columna existe un signo positivo la solución será positiva:

Condición	Intervalos de A(w)			
Coefficientes	-	-	+	+
Discriminante	-	+	+	-
Solución	-	+	+	+

$-\infty$ 0.057 1 1.94 w

Tabla 3.1 Intervalos de positividad de A(w)

El intervalo de solución de la matriz anterior es:

$$K \geq 0.057$$

Para comprobar el resultado de la tabla anterior, se graficó en el programa Maple 18 el polinomio A(w) con diferentes valores del parametro en cada intervalo de estudio ≥ -1.5 .

En conclusión para los diferentes valores del parámetro, el dipolo es:

1. Pasivo para $K \geq 0.057$
2. Activo y estable $-1.5 < K < 0.057$
3. Activo e inestable $K < -1.5$

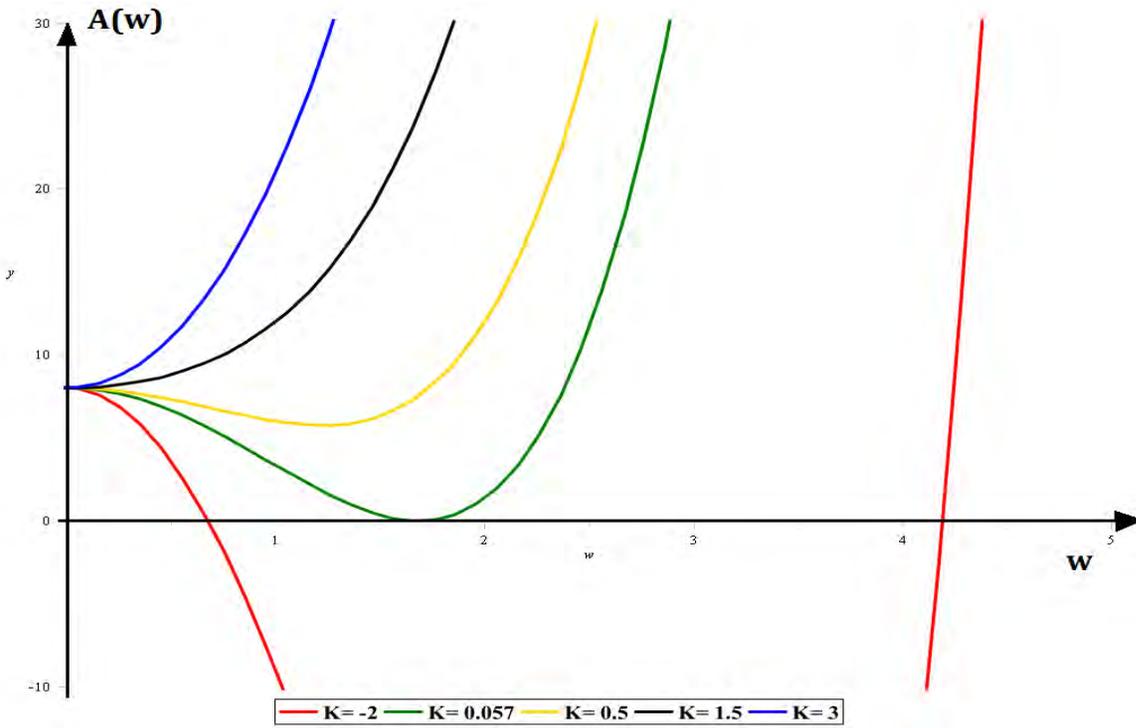


Figura 3.13 Grafica de $A(w)$ para diferentes valores de K

www.bdigital.ula.ve

CAPÍTULO 4

DISEÑO E IMPLEMENTACION DEL CALCULO DE ESTABILIDAD Y PASIVIDAD

Debido a la necesidad de incrementar las capacidades de AnSiRE y gracias al crecimiento del procesamiento de las computadoras, se realizó un programa que calcule la estabilidad de un circuito basado en el criterio de Routh-Hurwitz y la pasividad de un circuito basado en las condiciones ya mencionadas en esta investigación. La función de red es la única entrada necesaria y al haber la posibilidad de que haya un parámetro o símbolo en un coeficiente, se hace propicio el uso de cadenas de caracteres para el almacenamiento de los elementos del algoritmo. Al incrementar la complejidad del cálculo y para utilizar la memoria de forma óptima se usó la asignación de memoria dinámica para la creación de listas de elementos y estructuras de datos que definen los cálculos, entre ellos la matriz de Routh-Hurwitz, matriz de signos (Encargada de resolver inecuaciones), coeficientes de polinomios, la función real positiva y demás vectores útiles en el desarrollo del programa, de esta manera solo se ocupa la memoria que se necesita. El usuario tiene la capacidad de elegir el cálculo de estabilidad o pasividad que desea realizar sobre el circuito o una función de red, cada uno de estos incluyen un análisis a la salida con las especificaciones, según las regiones de operación del circuito e intervalos para cada valor del parámetro según sea el caso. Esto permite darle al usuario un resultado amplio y conciso del comportamiento de la red o sistema que se está analizando.

De manera general la ampliación de AnSiRE consta de las siguientes partes:

- Lectura de la entrada, esta puede provenir del cálculo de la función de red de un circuito por medio del ANM o por la lectura del archivo (*netlist*) que describe los coeficientes de la función de red.

- Conjunto de funciones y rutinas para calcular la estabilidad por medio del criterio de Routh-Hurwitz, con operaciones simbólicas o numéricas según sea el caso.
- Conjunto de funciones y rutinas para calcular la pasividad de tipo numérica y de tipo paramétrica (En el primer caso todos los coeficientes de la función de excitación son números, en el segundo uno o más coeficientes de la función posee un parámetro ajustable). Cuando hay un parámetro se hace el uso de la matriz de signo por medio del teorema de Sturm para la intersección de los diferentes conjuntos de solución.
- Obtención del diagrama de polos y ceros y graficas de intervalos o regiones.

4.1 QT CREATOR.

Para la implementación y diseño de esta ampliación al igual que AnSiRE se realizó en el lenguaje C por medio del compilador Qt Creator en la versión 5.12. Qt Creator es un kit de herramientas utilizado para crear interfaces gráficas de usuario, así como aplicaciones multiplataforma que permite el desarrollo de aplicaciones en varios software como Linux , Windows , macOS , Android o demás sistemas. Para esta ampliación al igual que para AnSiRE se usó el sistema operativo de Windows en la versión 8.1. Qt está disponible tanto bajo licencias comerciales como de código abierto. Qt Creator presenta grandes ventajas para los nuevos usuarios, entre las principales ventajas se tienen [19]:

- Editor avanzado de código, con soporte para C, C++, QML y ECMAScript.
- Posee herramientas para la rápida navegación del código.
- Resaltado de sintaxis y autocompletado de código.
- Control estático del código y estilo a medida que se escribe.
- Soporte para rehacer código.
- Ayuda sensible al contexto.
- Minimización y plegado de código.
- Paréntesis coincidentes y modos de selección.
- Depurador visual, el cual muestra la información en bruto de una manera clara y concisa.
- Ejecución línea por línea o instrucción a instrucción.
- Permite el uso de puntos de interrupción (*breakpoints*).

4.2 DESCRIPCIÓN GENERAL DE UNA FUNCIÓN DE RED.

Una función de red se puede definir de dos formas, la primera proviene del análisis de un circuito ingresado a través del archivo *netlist*, de esta forma la misma es extraída del cálculo de AnSiRE por medio del ANM, que permite el cálculo de funciones de red (de transferencias o de excitación) numéricas o con un parámetro ajustable, en un elemento del circuito. La segunda forma se realiza por medio de otro archivo *netlist*, el cual permite definir solo una función de transferencia o de excitación, con esto permite al usuario realizar un análisis de estabilidad o de pasividad si de primera mano conoce la función de red que gobierna un circuito o sistema. En el manual de usuario (Anexo A) se especifican los detalles para la elaboración de este archivo el cual es único de esta ampliación y útil para realizar este tipo de análisis.

Los dos elementos que el programa necesita definir son el número de coeficientes del numerador y denominador y cada uno de los coeficientes que los conforman. El número de coeficientes debe ser un número entero y no mayor a 9 (No reconoce polinomios con grado mayor a 9), por otro lado los coeficientes deben estar definidos con los siguientes caracteres: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, k, ^, -, +, *, ., ,). (. Cualquier otro carácter, el programa no podrá verificar el coeficiente y no existe una limitación en el grado del parámetro, la inclusión del parámetro debe ser representado únicamente con el carácter k.

En el caso de definir el número de coeficientes, esta línea de la *netlist* está conformada por un código que indica si es del numerador o del denominador seguido de un número entero que representa su valor, esto de la siguiente manera:

(Código) (Valor)

Particularmente para los coeficientes se representan de forma descendente de la siguiente manera:

(Código) (Coeficiente de mayor grado) ;...;(Coeficiente de grado 0)

4.3 ESTRUCTURA DE DATOS

Una estructura de datos es una forma particular de organizar datos en una computadora para que puedan ser utilizados de manera eficiente. Los diferentes tipos de estructuras de datos son adecuados para diferentes tipos de aplicaciones, y algunos son altamente especializados para tareas específicas.

Las estructuras básicas disponibles en C (*structs* y *arrays*) tienen una importante limitación de no poder cambiar de tamaño durante la ejecución del programa. Los arrays dinámicos una vez creados sus tamaños también serán fijo y para hacer que crezcan o disminuyan, deberemos reconstruirlos desde el principio. Para flexibilizar el uso de los datos se utilizó estructuras dinámicas estas nos permiten crear estructuras de datos que se adapten a las necesidades reales, a su vez están compuesta de otra estructura llamada nodos que agrupa los datos en punteros del mismo tipo creando listas, donde cada elemento dispone de un puntero, que apuntara al siguiente elemento de la lista o valdrá NULL si es el último elemento [20].

4.3.1 Estructura de datos para los coeficientes de los polinomios.

Esta estructura se creó para almacenar los coeficientes de los polinomios de numerador y denominador de la función de red, los coeficientes del polinomio de Hurwitz y los coeficientes de la función real positiva, para ello cada uno posee una definición de una lista de este tipo de estructuras.

La forma como se declaró esta estructura dinámica y las diferentes listas de este tipo está representada de la siguiente manera:

```
typedef struct coef{
    char valor_coef [TAMANO];          //Valor del coeficiente
    struct coef *siguiente;           //Puntero que apunta al siguiente nodo
}COEFICIENTE;

// Lista que almacena los coeficientes del numerador
COEFICIENTE *coef_numerador;
coef_numerador = NULL;

// Lista que almacena los coeficientes del denominador
COEFICIENTE *coef_denominador;
coef_denominador = NULL;

// Lista que almacena los coeficientes del polinomio de hurwitz
COEFICIENTE *coef_polinomio;
coef_polinomio = NULL;

// Lista que almacena los coeficientes del polinomio de la FRP
COEFICIENTE *coef_FRP;
coef_FRP = NULL;
```

Figura 4.1 Estructura de datos y listas de los coeficientes de los polinomios

4.3.2 Estructura de datos para la matriz de Routh-Hurwitz

Esta estructura se creó para almacenar la matriz de Routh-Hurwitz tanto para el cálculo de estabilidad y pasividad cuando existe un parámetro. La forma como se declaró esta estructura dinámica y la declaración de la misma está representada de la siguiente manera:

```
typedef struct{
char elemento[TAMANO];          // Elemento de la matriz de RH
}MATRIZ;

// Lista que almacena la matriz de Routh-Hurwitz
MATRIZ **matrixRH;
```

Figura 4.2 Estructura de datos y lista para la matriz de Routh-Hurwitz

4.3.3 Estructura de datos para almacenar las ecuaciones a resolver.

Esta estructura se creó para almacenar la(s) inecuación(es) a resolver para los diferentes tipos de cálculos, entre los cuales están las ecuaciones de la primera columna de la matriz de Routh-Hurwitz cuando existe un parámetro, la función real positiva cuando todos sus coeficientes son numéricos y la inecuación del discriminante en una función real positiva de cuarto grado par, cada uno posee una lista de este tipo de estructuras.

La forma como se declaró esta estructura dinámica y las diferentes listas de este tipo está representada de la siguiente manera:

```
typedef struct elemento_matriz {
char valor_elemento[TAMANO];          // Inecuaciones a resolver
struct elemento_matriz *siguiente;
}ELEMENTO;

// Lista que almacena las ecuaciones de la primera columna de RH      ELEMENTO
*elementos_ecuacion;

// Lista que almacena la ecuación de la FRP para la pasividad numérica
ELEMENTO *elementos_ecuacionFRP;
elementos_ecuacionFRP = NULL;

// Lista que almacena la ecuacion del discriminante
ELEMENTO *elementos_ecuacionDISC;
elementos_ecuacionDISC = NULL;
```

Figura 4.3 Estructura de datos y listas para las inecuaciones a resolver

4.4 FUNCIONES EN C.

En C, se conocen como funciones aquellas partes de código utilizadas para dividir un programa con el objetivo de que cada bloque realice una tarea determinada, esto permite al programador usar dichas funciones cuando así lo requiera, en lugar de usar repetidas veces un mismo código. A su vez en el lenguaje C se pueden crear archivos fuente (*source files*). Estos archivos fuente pueden ser compilados por separado o todos juntos, con las funciones de las librerías previamente compiladas. A continuación se muestran las funciones más importantes o de mayor relevancia que se diseñaron para la ampliación del cálculo de estabilidad y pasividad del programa AnSiRE.

4.5 FUNCIONES BÁSICAS DEL PROGRAMA.

4.5.1 Función que inserta una inecuación en una lista.

Esta función tiene como finalidad crear, asignar memoria dinámica e insertar los nodos a las listas que contienen las inecuaciones de la primera columna de la matriz de Routh-Hurwitz, la FRP si todos sus coeficientes son numéricos y los coeficientes de la FRP que posean un parámetro. La forma como se declaró esta función es la siguiente:

```
ELEMENTO *insertar_elemento (
    ELEMENTO *nodo,    //Lista que guarda las inecuaciones a resolver
    char *aux)        //Apuntador que contiene la inecuacion
```

Figura 4.4 Función que inserta una inecuación en una lista

4.5.2 Función que inserta coeficientes de forma descendentes en una lista.

Esta función tiene como finalidad crear, asignar memoria dinámica e insertar los nodos a las listas de forma descendentes los coeficientes de la función de red que provienen de la modalidad de ingreso mediante la *netlist* y los del polinomio de Hurwitz cuando se calcula la pasividad con un parámetro ajustable. La forma como se declaró esta función es la siguiente:

```
COEFICIENTE *insertar_coeficientes_entrada_descendentes(
    COEFICIENTE *nodo, //Lista que guarda los coeficientes
    char *aux)        //Apuntador que contiene el coeficiente
```

Figura 4.5 Función que inserta coeficientes de forma descendentes en una lista.

4.5.3 Función que inserta coeficientes de forma ascendentes en una lista.

Esta función tiene como finalidad crear, asignar memoria dinámica e insertar los nodos a las listas de forma ascendentes los coeficientes extraídos de la función de red que proviene del cálculo de AnSiRE y de polinomios en el programa. La forma como se declaró esta función es la siguiente:

```
COEFICIENTE *insertar_coeficiente_entradas (
    COEFICIENTE *nodo, //Lista que guarda los coeficientes
    char *aux)         //Apuntador que contiene el coeficiente
```

Figura 4.6 Función que inserta coeficientes de forma ascendentes en una lista.

4.5.4 Función que inserta las raíces de un polinomio en una lista.

Esta función tiene como finalidad crear, asignar memoria dinámica e insertar los nodos a la lista que está conformada por todas las raíces de la(s) ecuación(es) a interceptar. La forma como se declaró esta función es la siguiente:

```
COEFICIENTE *insertar_coeficiente_entradas (
    COEFICIENTE *nodo, //Lista que guarda los coeficientes
    char *aux)         //Apuntador que contiene el coeficiente
```

Figura 4.7 Función que inserta las raíces de un polinomio en una lista.

4.5.5 Función que crea un apuntador para coeficientes numéricos.

Esta función tiene como finalidad crear, asignar memoria dinámica y guardar los coeficientes de un polinomio. Es usada para el denominador de la función de red y el polinomio de Hurwitz siempre y cuando no haya presencia de un parámetro en uno de los coeficientes de estos polinomios. La forma como se declaró esta función es la siguiente:

```
double *Asig_memoria_dinamica(
    COEFICIENTE *coef_polinomio, //Lista de coeficientes numéricos
    int ncoef_polinomio)         //Numero de coeficientes
```

Figura 4.8 Función que crea un apuntador para coeficientes numéricos.

4.5.6 Función que asigna memoria dinámica e inicializa la matriz de Routh-Hurwitz.

Esta función tiene como finalidad crear, asignar memoria dinámica e inicializar la matriz de Routh-Hurwitz. La forma como se declaró esta función es la siguiente:

```
MATRIZ **Inicializacion_Asig_Memoria_matriz_routh1(
    MATRIZ **matrix, //Lista para la Matriz de Routh-Hurwitz
    int num_columnas, //Numero de columnas
    int num_filas) //Numero de filas
```

Figura 4.9 Función asigna memoria dinámica e inicializa la matriz de Routh-Hurwitz.

4.5.7 Función que asigna memoria dinámica e inicializa la matriz de Signo.

Esta función tiene como finalidad crear, asignar memoria dinámica e inicializar la matriz de signo. La matriz de signo es la encargada de solucionar la intercepción de las inecuaciones presentes en el programa. Para construir la matriz de signo se utiliza el método de Sturm, que se basa en que el signo de un polinomio es constante en un intervalo formado por dos raíces consecutivas, para esto se divide la recta real en los intervalos, determinados por las raíces del polinomio. Para determinar los símbolos de estos intervalos, se toma un valor cualquiera de dicho intervalo en el cual se evalúa el polinomio [21]. Las filas de la matriz de signo representan el número de inecuaciones que se interceptaran más una fila donde se presenta la solución, en cambio las columnas de la matriz es el número de intervalos a analizar. La forma como se declaró esta función es la siguiente:

```
int **Inicializacion_Memoria_matriz_signo(
    int **p_matriz_signo, //Apuntador doble matriz de signo
    int columnas_signo, //Numero de columnas
    int filas_signo) //Numero de filas
```

Figura 4.10 Función asigna memoria dinámica e inicializa la matriz de Signo.

4.6 FUNCIONES AUXILIARES DEL PROGRAMA.

4.6.1 Función que valida los coeficientes ingresados.

Esta función se encarga de recorrer la expresión de un coeficiente y comprobar que está formado por alguno de los siguientes caracteres: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, k, ^, -, +, , *, .,), (, de no

ser así habrá un mensaje de salida. También indica si existe la presencia del parámetro (k) en el coeficiente. La forma como se declaró esta función es la siguiente:

```
int validacion_entrada(
    char coeficiente[]//Variable que contiene los coeficientes de la FR
```

Figura 4.11 Función que valida los coeficientes ingresados.

4.6.2 Función real_mathomatic.

Esta función se encarga de calcular la parte real de la función de red, para ello se apoya en el programa Mathomatic el cual es excepcionalmente bueno para resolver, diferenciar, simplificar, calcular y visualizar álgebra elemental [22]. La precisión de los coeficientes del resultado de Mathomatic es de 5 dígitos. La forma como se declaró esta función es la siguiente:

```
char *real_mathomatic(
    char *funcion) //Apuntador que contiene la función de red
```

Figura 4.12 Función real_mathomatic.

4.6.3 Función replace_mathomatic.

Esta función se encarga de evaluar el valor de un número en un polinomio, esto requerido en el teorema de Sturm en la función *Matriz_INECUACION*, el cálculo es proporcionado por Mathomatic, la forma como se declaró esta función es la siguiente:

```
double replace_mathomatic(
    double K, //Valor numérico a evaluar
    char *expresion1) //Polinomio que se necesita evaluar
```

Figura 4.13 Función replace_mathomatic.

4.6.4 Función solve_ecuacion_cubic.

Para ampliar el poder de cálculo de solución de los polinomios, se diseñó esta función con la capacidad de hallar las raíces de un polinomio de tercer grado. Esto debido a las limitaciones de Mathomatic que solo resuelve hasta de segundo grado. El diseño de esta función se basó en el método de Cardano [23]. La función maneja una lista de coeficientes que es extraída de la

funcion *coeficientes_ecuacion_cubic_quartic*. La forma como se declaró la función se define de la siguiente manera:

```
RAIZ *solve_ecuacion_cubic(
    COEF_EC *coeficientes, //Lista coeficientes polinomio de tercer grado
    RAIZ *nodos)           //Lista que guarda las raíces
```

Figura 4.14 Función solve_ecuacion_cubic.

4.6.5 Función solve_ecuacion_quartic.

Se diseñó esta función con la capacidad de hallar las raíces de un polinomio de cuarto grado. El diseño de esta función se basó en el método de Ferrari [23]. Esta función maneja una lista de coeficientes que es extraída de la función *coeficientes_ecuacion_cubic_quartic*. La forma como se declaró la función se define de la siguiente manera:

```
RAIZ *solve_ecuacion_quartic(
    COEF_EC *coeficientes, //Lista coeficientes polinomio de cuarto grado
    RAIZ *nodos)           //Lista que guarda las raíces
```

Figura 4.15 Función solve_ecuacion_quartic

4.6.6 Función solve_ecuacion_sexto.

Esta función calcula las raíces de un polinomio de sexto grado par, útil en el cálculo para saber si una función es real positiva, para ello se utiliza un cambio de variable en el polinomio, facilitando posteriormente el uso de la función *solve_ecuacion_cubic*. Para extraer los coeficientes de un polinomio de sexto grado se utiliza la función *coeficientes_ecuacion_sexto_octavo*. Se declaró esta función de la siguiente manera:

```
RAIZ *solve_ecuacion_sexto(
    COEF_EC *coeficientes, //Lista coeficientes polinomio sexto grado
    RAIZ *nodos)           //Lista que guarda las raíces
```

Figura 4.16 Función solve_ecuacion_sexto

4.6.7 Función `solve_ecuacion_octavo`.

Esta función calcula las raíces de un polinomio de octavo grado par, también útil en el cálculo para saber si una función es real positiva, para ello se utiliza un cambio de variable en el polinomio, facilitando posteriormente el uso de la función `solve_ecuacion_quartic`. Para extraer los coeficientes de un polinomio de octavo grado se utiliza la función `coeficientes_ecuacion_sexto_octavo`. Se declaró esta función de la siguiente manera:

```
RAIZ *solve_ecuacion_octavo(
    COEF_EC *coeficientes, //Lista coeficientes polinomio sexto grado
    RAIZ *nodos)           //Lista que guarda las raíces
```

Figura 4.17 Función `solve_ecuacion_octavo`

4.6.8 Función `polinomio_discriminante`.

Esta función es utilizada en el cálculo de pasividad si existe una FRP de 4to grado par, por consiguiente esta parte del código se encarga de construir el polinomio del discriminante de la resolvente con los coeficientes de la FRP, para posteriormente ser enviada a otra función que resuelva sus raíces y verifique sus intervalos negativos. Se declaró esta función de la siguiente manera:

```
char *polinomio_discriminante(
    COEFICIENTE *coef_FRP) //Lista coeficientes de la FRP 4to grado
```

Figura 4.18 Función `polinomio_discriminante`.

4.7 FUNCIONES PRINCIPALES DEL PROGRAMA.

4.7.1 Función `coeficientes_polinomio`.

Se creó con la finalidad de extraer y guardar los coeficientes de un polinomio de noveno o menor grado. Su utilidad es muy importante ya que en ella se fundamenta las entradas de muchos cálculos dentro del programa. El coeficiente de grado cero lo extrae la función `matho_coeficiente0`, el coeficiente de grado uno lo extrae la función `matho_coeficiente1`, y los

coeficientes restantes de grado dos al grado nueve la función *matho_coeficientes2*. Si un coeficiente no existe su valor será 0. La forma como se declaró la función es la siguiente:

```
COEFICIENTE *coeficientes_polinomio(
    char expresion[],      //Polinomio a extraer los coeficientes
    int grado,            //Grado de polinomio
    COEFICIENTE *coef_aux, //Lista que guarda los coeficientes
    int comando,         //Indica el tipo de cálculo que realiza del programa
    int EH)              //Variable temporal
```

Figura 4.19 Función coeficientes_polinomio

4.7.2 Función Estabilidad_sin_parametro.

Desarrolla el cálculo de estabilidad cuando los coeficientes del polinomio característico son todos numéricos. La tabulación de la matriz se resuelve en la función *Matriz_Routh_Hurwitz_Num*, a su vez a la medida que se va desarrollando, existen ciertas funciones que indican la presencia del tipo de caso del análisis de estabilidad, como se explicó en el capítulo 3. Al tener la matriz construida se guarda la primera columna y se verifica los cambios de signos en la función *Signo_Primer_Columna*, para posteriormente llegar a la conclusión del criterio. Los valores en la matriz se expresan con dos decimales, por lo tanto la apreciación del programa es de 0.01. De existir un infinitesimal positivo su valor será de 0.1. El diagrama de polos y ceros se realiza en la función *Diagrama_polos_ceros*. La forma como se declaró la función es la siguiente:

```
int Estabilidad_sin_parametro(
    int ncoef_polinomio, //Numero coeficientes del polinomio
    double *p_coeficientes) //Apuntador de coeficientes numéricos
```

Figura 4.20 Función Estabilidad_sin_parametro

4.7.3 Función Matriz_Routh_Hurwitz_Param.

Esta función está diseñada para construir la matriz de Routh-Hurwitz cuando en el cálculo de estabilidad, existe un parámetro ajustable en uno o más coeficientes, siendo la base de cálculo para obtener las inecuaciones de la primera columna, para su posterior intercepción y análisis. Los valores numéricos de la matriz son expresados con una precisión de 4. Esta parte del código cuenta con la función *Dos_Primeras_Filas_Matriz_Routh1*, encargada de ordenar los

coeficientes en las dos primeras filas, luego la función *Arreglo_de_Routh1* se encarga de resolver el resto de los elementos mediante la operación que ejecuta la función *mathomatic_matriz*. La función se declaró de la siguiente forma:

```
MATRIZ **Matriz_Routh_Hurwitz_Param(COEFICIENTE *nodo, //Lista coeficiente
                                     MATRIZ **matriz_RH, //Lista matriz RH
                                     int columnas, //Numero de columnas
                                     int ncoef) //Numero de filas
```

Figura 4.21 Función Matriz_Routh_Hurwitz_Param.

4.7.4 Función solve_ecuacion_matho.

Para logra resolver una o más inecuaciones, tanto en el cálculo de estabilidad o en el de pasividad, es importante conocer las raíces reales de cada una de las ecuaciones, ya que de esto depende el número de intervalos en el teorema de Sturm, mencionado anteriormente. Por consiguiente el diseño de esta función que tiene la capacidad de resolver polinomios de primer grado en la función *solve_ecuacion_primer_grado*, polinomios de segundo grado en la función *solve_ecuacion_segundo_grado*, polinomios de tercer grado en la función *solve_ecuacion_cubic*, polinomios de cuarto grado en la función *solve_ecuacion_quartic*, polinomios de sexto grado par en la función *solve_ecuacion_sexto*, polinomios de octavo grado par en la función *solve_ecuacion_octavo* y polinomios racionales en la función *solve_ecuacion_racional_grado*, con la limitancia igualmente de las funciones anteriores. De no encontrarse dentro de estos polinomios el programa dará un mensaje de salida dependiendo del cálculo (estabilidad o pasividad), que esté realizando. La función se declaró de la siguiente forma:

```
RAIZ *solve_ecuacion_matho(
    char expresion[], //Polinomio a resolver
    RAIZ *nodos,      //Lista que guarda todas las raices
    int comando)     //Indica el tipo de cálculo que realiza del programa
```

Figura 4.22 Función solve_ecuacion_matho.

4.7.5 Función Vector_raices_columns.

Esta es una función importante para conocer el número de columnas de la matriz de signos. Las columnas de la matriz, como se mencionó anteriormente, están formadas por el número de

raíces reales y no repetidas de todas las inecuaciones que se interceptaran. Por tal motivo esta función elimina las raíces complejas, las raíces repetidas, las raíces negativas en el cálculo de pasividad cuando no hay parámetro. A su vez las ordena de menor a mayor mediante el método burbuja. La función se declaró de la siguiente forma:

```
double *Vector_raices_columnas(
    RAIZ *solve, //Lista contiene todas las raices de las inecuaciones
    int comando) //Indica el tipo de cálculo que realiza del programa
```

Figura 4.23 Función Vector_raices_columnas

4.7.6 Función Matriz_INECUACION.

Se diseñó con la finalidad de resolver e interceptar conjuntos de solución de las inecuaciones presentes para el cálculo de estabilidad cuando hay un parámetro, resolver la inecuación para la función real positiva cuando no hay un parámetro en ella y cuando si lo hay, encuentra el signo del polinomio del discriminante y de los coeficientes de la FRP que contengan el parámetro como se explicó en el Capítulo 3. Está basada en el Teorema de Sturm, y la función se encarga de evaluar un valor dentro de cada intervalo, en cada una de las inecuaciones, mediante la función *replace_mathomatic*. Si al evaluar una inecuación su valor es negativo ese elemento de la matriz tendrá un valor de -1 (intervalo negativo), en cambio sí arroja un valor positivo ese elemento de la matriz tendrá un valor de 1 (intervalo positivo). A su vez posee en la última fila de la matriz la solución final de la intercepción de todos los intervalos, de manera que si en una columna todos sus elementos son 1, la última fila será 1 (positivo), de lo contrario negativo. Al final de la función se imprime la matriz de signo con su respectivo análisis dependiendo del tipo de cálculo que se esté ejecutando y se grafica el diagrama de intervalos.

```
int **Matriz_INECUACION(
    int **matriz_INEC, //Lista matriz de signo
    int Columnas_inec, //Columnas de la matriz de signo
    int Filas_inec, //Filas de la matriz de signo
    ELEMENTO *elementos_ecuacion, //Lista de inecuacion(es) a resolver
    double *p_raices, //Apuntador de raices
    char *aux_FRP, //Funcion Real Positiva
    int comando, //Indica el tipo de cálculo que realiza del programa
    int FRP_numerico, //Indica si la FRP es un número
    int ncoef_pol_FRP, //Numero de coeficientes FRP (Discriminante)
    int aux5) //Indica si la FRP es de 4to grado par
```

Figura 4.24 Función Matriz_INECUACION

4.7.7 Función `Matriz_INECUACION_TOTAL`.

Esta función se diseñó con la finalidad de expresar la solución final del cálculo de pasividad cuando existe un parámetro. Como se observó en el capítulo 3, el intervalo de solución de los coeficientes de la FRP, debe estar unido al intervalo de solución del discriminante (De presentarse el caso), el cual este resultado debe interceptarse con la solución previamente calculada del polinomio de Hurwitz (Estabilidad). Para esto, la función está conformada por una matriz encargada de almacenar los resultados previos en cada una de sus filas. En la primera fila posee la solución de Hurwitz, en la segunda fila la solución del discriminante solo si la FRP es de 4to grado par, de lo contrario la segunda fila expresará la solución de los coeficientes. La última fila de la matriz arroja la solución total y el intervalo por el cual el parámetro hace pasivo a la red o sistema. Al final de la función se imprime la matriz de signo con su respectivo análisis:

```
int **Matriz_INECUACION_TOTAL(
    int **matriz_INEC, //Matriz de intercepcion de resultados
    int **matriz_INEC_COEF, //Matriz de signo de coeficientes
    int **matriz_INEC_DISC, //Matriz de signo del discriminante
    int **matriz_INEC_EST, //Matriz de signo de estabilidad
    int Columnas_inec, //Columnas de la matriz de intercepcion
    int Filas_inec, //Filas de la matriz de intercepcion
    int Filas_inec_est, //Filas de la matriz de intercepcion
    int Filas_inec_disc, //Filas de la matriz de intercepcion
    int Filas_inec_coef, //Filas de la matriz de intercepcion
    char *aux_FRP, //Funcion Real Positiva
    int comando, //Indica el tipo de cálculo que realiza del programa
    int FRP_numerico, //Indica si la FRP es un numero
    double *p_raices) //Apuntador de raíces
```

Figura 4.25 Función `Matriz_INECUACION_TOTAL`

4.8 ESQUEMA GENERAL DEL PROGRAMA.

El programa inicia con la entrada de la función de red ya sea por la lectura del archivo *netlist* o mediante el cálculo de AnSiRE. En ambos casos se guarda el número de coeficientes del numerador y del denominador, a su vez cada uno de los coeficientes que lo conforman. Si existe un error se finaliza con un aviso, de tener el formato correcto se imprime por pantalla la función de red y se inicializa el cálculo previamente seleccionado en la *netlist*, para cualquier caso procede a asignar memoria dinámica a las lista y vectores correspondientes. De seleccionarse el cálculo de estabilidad se procede a distinguir si existe un parámetro en el polinomio

característico, de haberlo, construye la matriz de Routh-Hurwitz y resuelve las inecuaciones presentes en la primera columna de la matriz, para ello usando el teorema de Sturm, se implementó un algoritmo que indica los valores del parámetro que hacen estable la red o sistema. Posteriormente, muestra un análisis de resultados y grafica el diagrama de regiones. De no haber parámetro de igual forma se calcula la matriz de Routh-Hurwitz según el caso que presente, estudia el signo de la primera columna y luego se tiene la salida por pantalla junto con el diagrama de polos y ceros.

De seleccionarse el cálculo de pasividad, se verifica la presencia de un parámetro en la función de red, si no existe, analiza si el numerador y el denominador son polinomios estrictamente de Hurwitz, de serlo, calcula que la función sea real positiva, usando el Teorema de Sturm con la conformación de la matriz de signos. Al revisar estas condiciones se muestra en pantalla el análisis correspondiente y un diagrama de regiones de pasividad y actividad. De existir un parámetro, se procede a conseguir las respectivas soluciones de los intervalos de ambas condiciones (Estabilidad, coeficientes de la FRP), por la presencia del parámetro, de haber una FRP de 4to grado par se añade una tercera condición (Discriminante). Finalmente, se imprime en pantalla los valores del parámetro que hacen pasiva la red junto con un análisis y un diagrama de regiones

Para esquematizar el funcionamiento del programa se tiene el siguiente diagrama de flujo, dividido en dos partes:

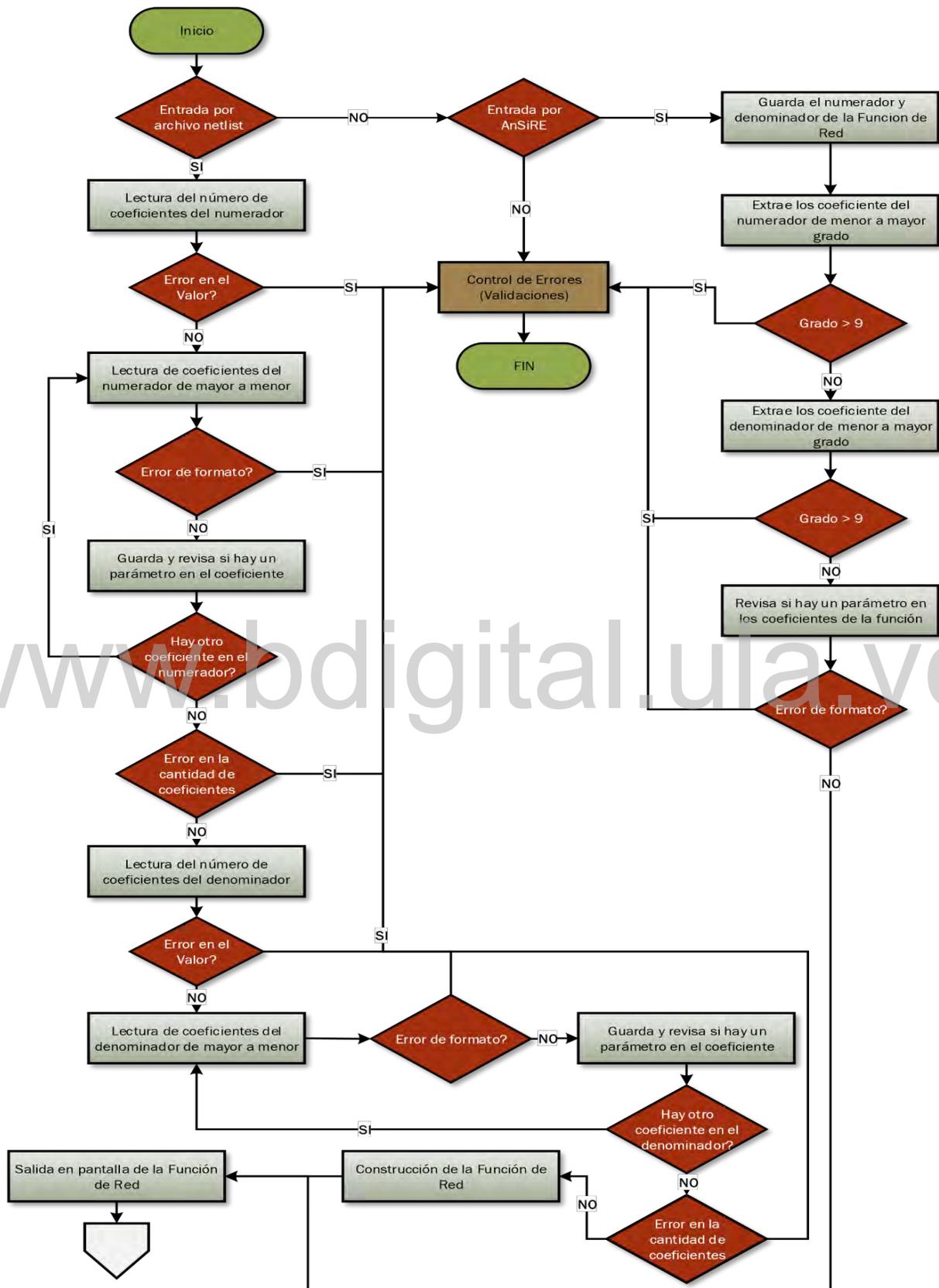


Figura 4.26 Diagrama de flujo “Entradas del programa”.

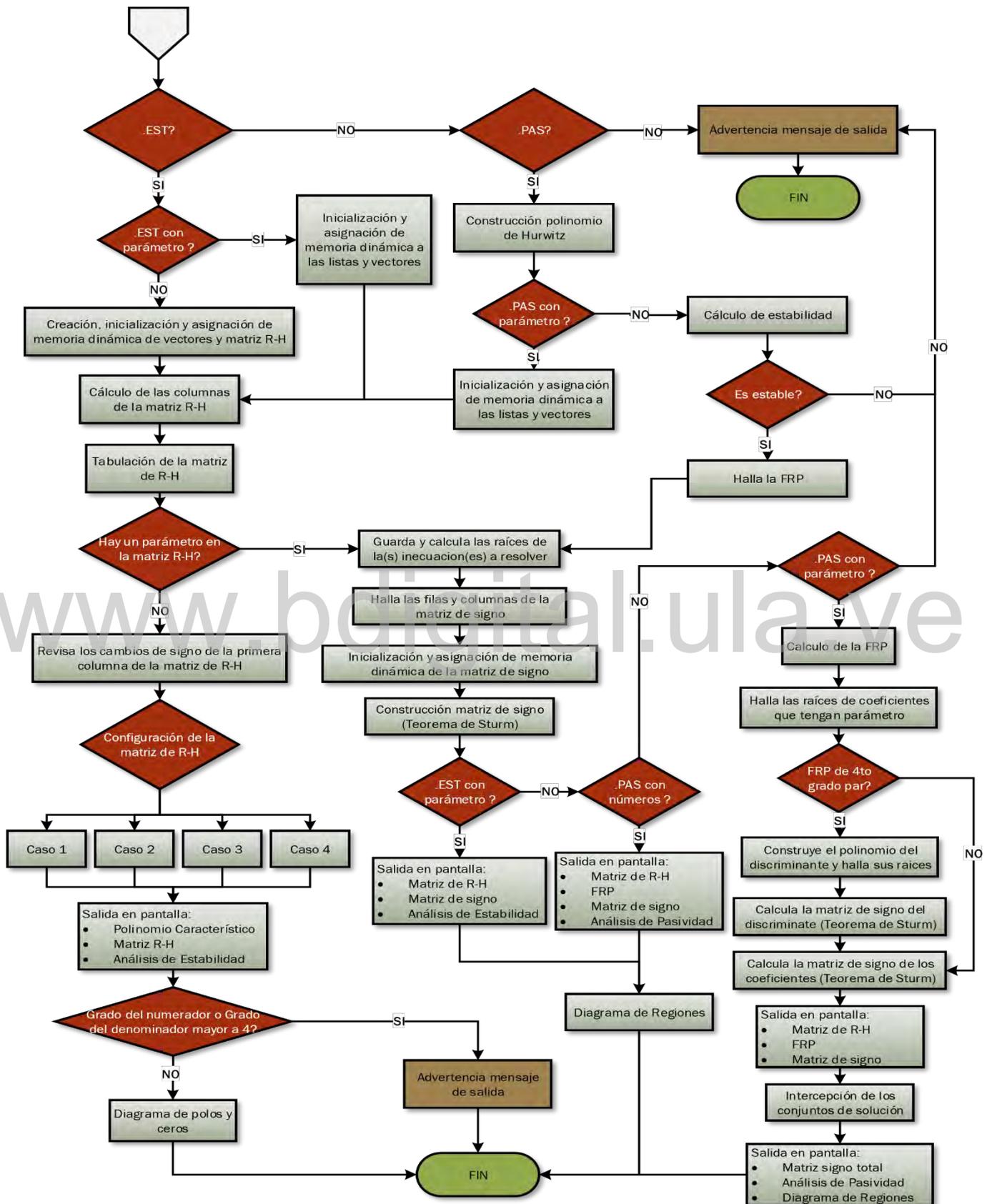


Figura 4.27 Diagrama de flujo “Calculo de estabilidad y pasividad”

CAPÍTULO 5

EJEMPLOS SIMULADOS

A continuación se muestran ejemplos específicos de los 2 cálculos o análisis que el programa puede realizar en sus dos modalidades (con y sin parámetro).

5.1 CALCULO DE ESTABILIDAD SIN PARAMETRO. (CASO 3)

A continuación se muestra la siguiente función de transferencia:

$$H(s) = \frac{s^2 + (2s) + 2}{s^3 + 2s^2 + 4s + 8} \quad (5.1)$$

La *netlist* de la función de transferencia en la ecuación (5.1) se muestra a continuación:

```
*Análisis de Estabilidad
*Número de coeficientes del numerador
NCN 3
*Coeficientes del numerador
CN 1; 2; 2;
*Número de coeficientes del denominador
NDN 4
*Coeficientes del denominador
CD (1); (2); 4; 8;
*Análisis
.EST
*Final
```

La salida por pantalla del programa muestra la función de transferencia, la matriz de Routh-Hurwitz y el caso que se presente con su respectivo análisis.

```

*****
***          UNIVERSIDAD DE LOS ANDES          ***
***          FACULTAD DE INGENIERIA          ***
***          ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA ***
*** AMPLIACION DE LAS CAPACIDADES DE CALCULO DEL ANALIZADOR SIMBOLICO AnSIRE: ***
***          CALCULO DE ESTABILIDAD          ***
*** Trabajo de grado presentando como requisito parcial para optar por el ***
***          titulo de Ingeniero Electricista ***
***                                           ***
*** Autor: Julio Cesar Bustamante Rodriguez ***
***                                           ***
*** Tutores: M. Sc. Francisco J. Vilorio M. ***
*** Tutores: M. Sc. Orlando Ostos.          ***
***                                           ***
*** Merida, Octubre, 2019                    ***
*****

```

La funcion de red es:

$$\frac{(1)S^2+(2)S^1+(2)S^0}{(1)S^3+(2)S^2+(4)S^1+(8)S^0}$$

EL RESULTADO ES EL SIGUIENTE:

El polinomio caracteristico es:

$$+(1.00)s^3 +(2.00)s^2 +(4.00)s^1 +(8.00)s^0$$

El arreglo de Routh-Hurwitz es:

1.00	4.00
2.00	8.00
4.00	0.00
8.00	0.00

El sistema o red es CRITICAMENTE ESTABLE (Caso 3)
 No hay cambio de signo en la primera columna del arreglo de Routh-Hurwitz.
 Hay una o mas raices complejas conjugadas en el eje imaginario del plano

Figura 5.1 Salida por pantalla para el cálculo de estabilidad.

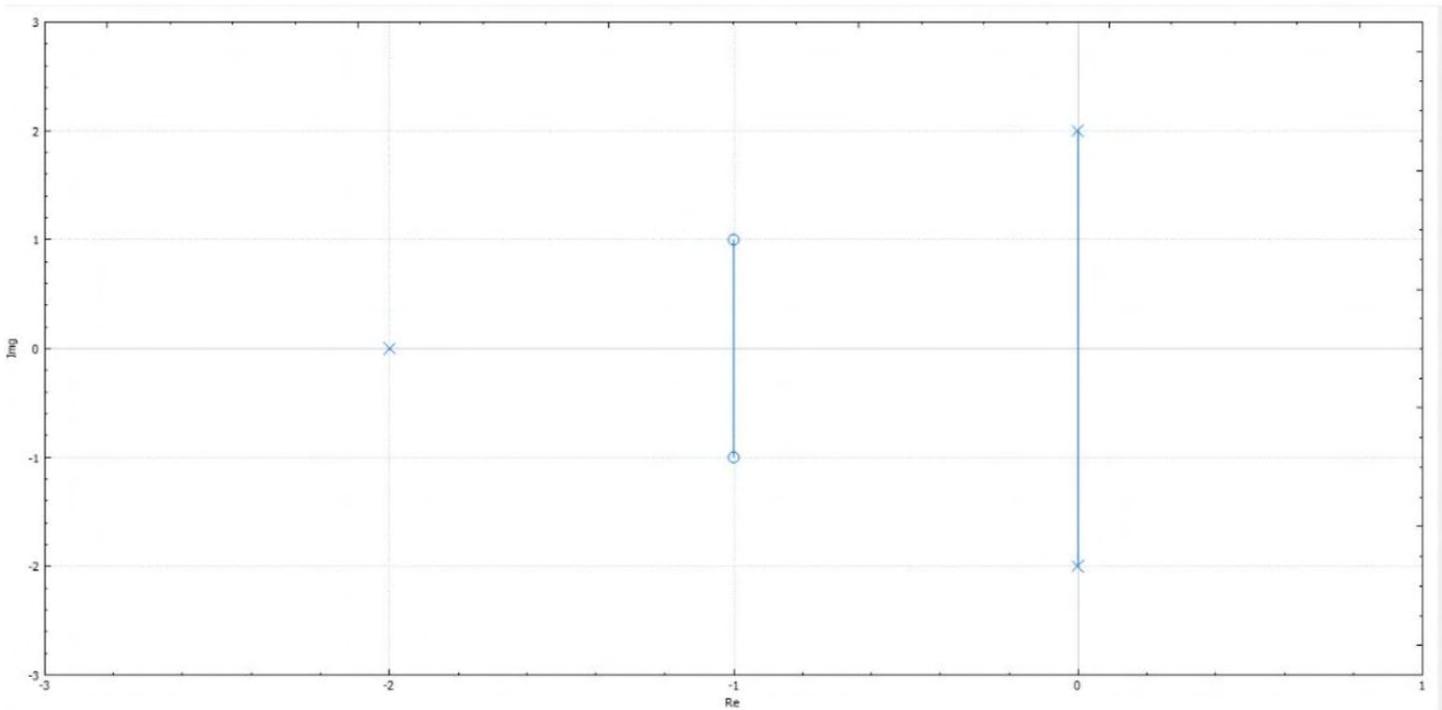


Figura 5.2 Diagrama de polos y ceros

El comando .EST habilita el cálculo de estabilidad y de no haber un parámetro se despliega la gráfica del diagrama de polos y ceros. La función de transferencia perteneciente a un circuito o sistema es críticamente estable, por lo tanto en el diagrama de la figura 5.2 se observan los polos marcados con una equis, mientras los ceros con un círculo.

5.2 CALCULO DE ESTABILIDAD CON UN PARAMETRO.

A continuación se muestra la siguiente función de transferencia:

$$H(s) = \frac{s^2 - 5s + 3}{s^4 + 7s^3 + 15s^2 + (25 + k)s + (2k)} \quad (5.2)$$

La *netlist* de la función de transferencia en la ecuación (5.2) se muestra a continuación:

```
*Análisis de Estabilidad
*Número de coeficientes del numerador
NCN 3
*Coeficientes del numerador
CN 1; -5; 3;
*Número de coeficientes del denominador
NDN 5
*Coeficientes del denominador
CD (1); (7); 15; (25+k); 2*k;
*Análisis
.EST
*Final
```

La salida por pantalla del programa muestra la función de transferencia, la matriz de Routh-Hurwitz, la matriz de signo con la intercepción de las inecuaciones, los intervalos de solución y sus respectivos análisis. Como último se grafica las regiones de estabilidad y pasividad

```

*****
***          UNIVERSIDAD DE LOS ANDES          ***
***          FACULTAD DE INGENIERIA          ***
***          ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA ***
*** AMPLIACION DE LAS CAPACIDADES DE CALCULO DEL ANALIZADOR SIMBOLICO AnSIRE: ***
***          CALCULO DE ESTABILIDAD          ***
*** Trabajo de grado presentando como requisito parcial para optar por el ***
***          titulo de Ingeniero Electricista ***
***
*** Autor: Julio Cesar Bustamante Rodriguez ***
***
*** Tutores: M. Sc. Francisco J. Viloria M. ***
*** Tutores: M. Sc. Orlando Ostos. ***
***
*** Merida, Octubre, 2019 ***
*****

```

La funcion de red es:

$$\frac{(1)S^2+(-5)S^1+(3)S^0}{(1)S^4+(7)S^3+(15)S^2+(25 + K)S^1+(2^*K)S^0}$$

MATRIZ DE ROUTH-HURWITZ

	1	15	2*K
	7	25 + K	
11.43 - (0.1429*K)		2*K	
((2000 - (42.98*K) - K^2))/((79.99 - K))		0	
	2*K	0	

MATRIZ DE SIGNO DE LOS INTERVALOS DE SOLUCION MATRIZ DE R-H

+1	+1	+1	+1	-1
-1	+1	+1	-1	+1
-1	-1	+1	+1	+1
-1	-1	+1	-1	-1
	-71.11	0.00	28.13	79.99

EL RESULTADO ES EL SIGUIENTE:

1.- El sistema o red es ESTABLE para valores del parametro en el intervalo:
(0.00 ; 28.13)

En este intervalo:

- No hay cambios de signo en la primera columna del arreglo de Routh-Hurwitz
- Por lo tanto no hay raices en el semiplano derecho del plano

2.- El sistema o red es INESTABLE para valores del parametro en el intervalo:

(-infinito ; 0.00)U(28.13 ; +infinito)

En este intervalo:

- Hay cambios de signo en la primera columna del arreglo de Routh-Hurwitz
- Por lo tanto hay al menos una raiz en el semiplano derecho del plano

Figura 5.3 Salida por pantalla para el cálculo de estabilidad con un parámetro.

3.- El sistema o red es CRITICAMENTE ESTABLE para los siguientes valores:

0.00 28.13

Para estos valores del parametro:

- No hay cambio de signo en la primera columna del arreglo de Routh-Hurwitz
- Hay una o mas raices complejas conjugadas en el eje imagiario del plano

Figura 5.4 (Continuación) Salida por pantalla para el cálculo de estabilidad con un parámetro

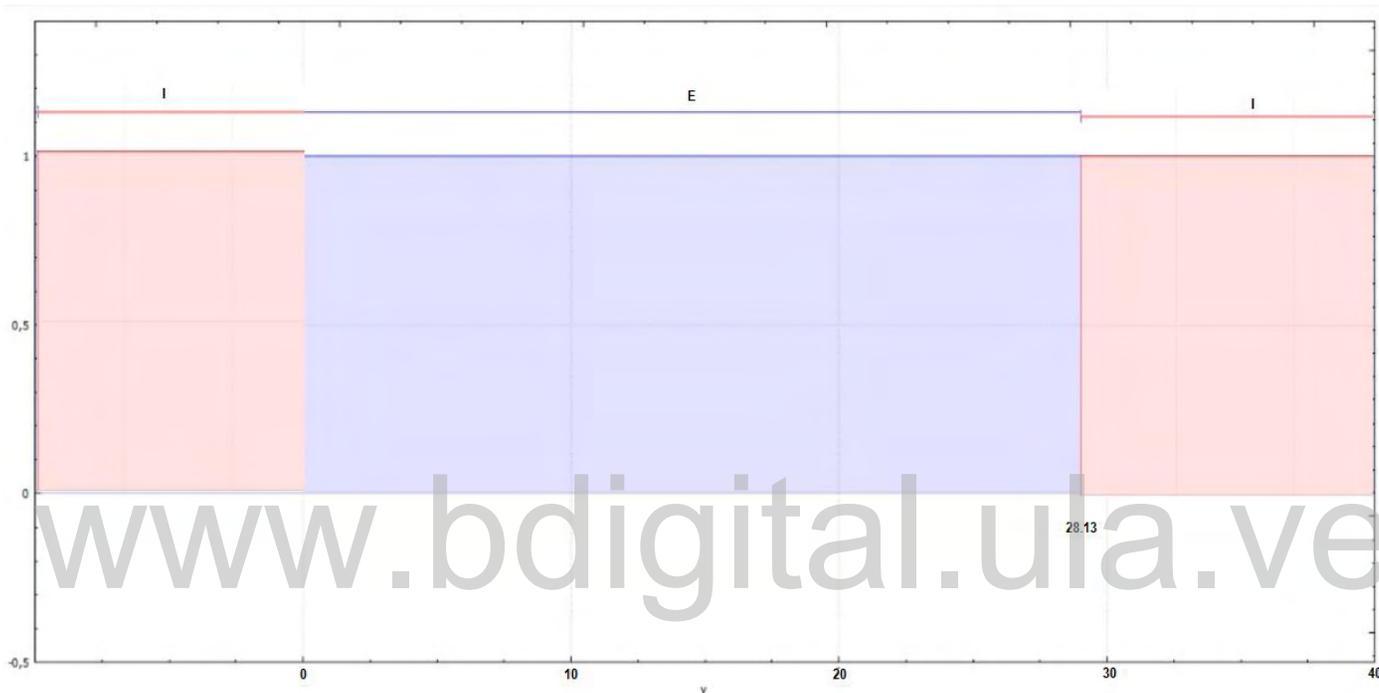


Figura 5.5 Diagrama de regiones de estabilidad e inestabilidad.

El comando .EST habilita el cálculo de estabilidad y de haber un parámetro se tiene una salida por pantalla como la mostrada y se despliega la gráfica de regiones y se le asigna el color azul al intervalo donde el parámetros hace estable al circuito y el color rojo para los valores que hacen inestable el circuito o sistema.

5.3 CALCULO DE PASIVIDAD SIN PARAMETRO.

5.3.1 Seguidor Emisor con carga capacitiva.

El seguidor de emisor o el amplificador de colector común se usan frecuentemente como un amplificador buffer y como un controlador de potencia, además en circuitos digitales como en

las puertas básicas. A continuación se muestra el circuito el cual se extrajo del libro (S. S. Haykin, pp 99), la ecuación (5.3) es su función de excitación o inmitancia vista desde la fuente V_g :

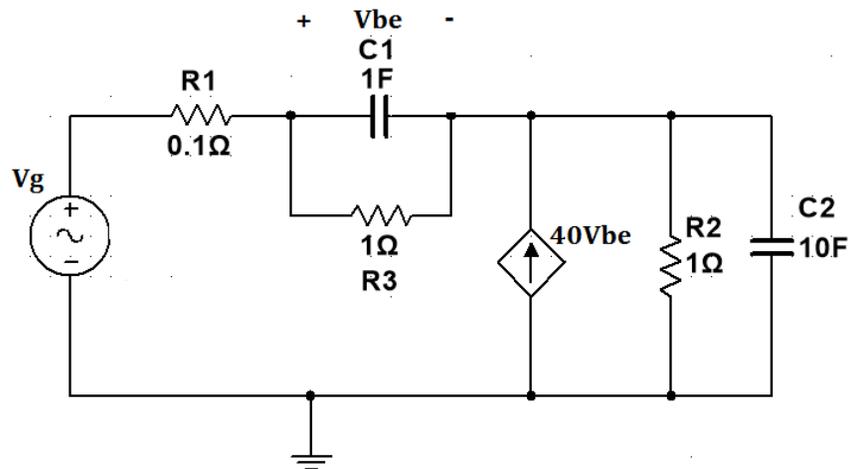


Figura 5.6 Circuito con seguidor emisor.

La *netlist* de la función de excitación en la ecuación (5.3) se muestra a continuación:

$$M(s) = \frac{s^2 + 12.1s + 42.1}{10s^2 + 11s + 1} \quad (5.3)$$

```
*Análisis de Pasividad
*Número de coeficientes del numerador
NCN 3
*Coeficientes del numerador
CN 1; 12.1; 42.1;
*Número de coeficientes del denominador
NDN 3
*Coeficientes del denominador
CD 10; 11; 1;
*Análisis
.PAS
*Final
```

La salida por pantalla del programa es la siguiente:

```

*****
*** UNIVERSIDAD DE LOS ANDES ***
*** FACULTAD DE INGENIERIA ***
*** ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA ***
*** AMPLIACION DE LAS CAPACIDADES DE CALCULO DEL ANALIZADOR SIMBOLICO AnSIRE: ***
*** CALCULO DE PASIVIDAD ***
*** Trabajo de grado presentando como requisito parcial para optar por el ***
*** titulo de Ingeniero Electricista ***
*** ***
*** Autor: Julio Cesar Bustamante Rodriguez ***
*** ***
*** Tutores: M. Sc. Francisco J. Vilorio M. ***
*** Tutores: M. Sc. Orlando Ostos. ***
*** ***
*** Merida, Octubre, 2019 ***
*****

```

La funcion de red es:

$$\frac{+(1)S^2+(12.1)S^1+(42.1)S^0}{+(10)S^2+(11)S^1+(1)S^0}$$

EL RESULTADO ES EL SIGUIENTE:

El polinomio caracteristico es:

$$+(11.00)s^2 + (23.10)s^1 + (43.10)s^0$$

El arreglo de Routh-Hurwitz es:

11.00	43.10
23.10	0.00
43.10	0.00

El sistema o red es ESTABLE (Caso 1)
 No hay cambio de signo en la primera columna del arreglo de Routh-Hurwitz
 Por lo tanto no hay raices en el semiplano derecho del plano

PARTE REAL DE LA FUNCION DE RED

$$FRP = \frac{10*(W^4 - (28.89*W^2) + 4.21))}{((1 + (101*W^2) + (100*W^4))}$$

$$A(W) = 10*(W^4 - (28.89*W^2) + 4.21)) \geq 0 \quad ; \text{ para todo } W \geq 0$$

MATRIZ DE SIGNO DEL INTERVALO DE SOLUCION PARA A(W)

1	-1	1
1	-1	1
0.38	5.36	

EL RESULTADO ES EL SIGUIENTE:

- 1.- El sistema o red es PASIVO para valores de w en el intervalo:
 $[0 ; 0.38] \cup [5.36 ; +\infty)$
 En este intervalo de frecuencia angular:
 - La energia entregada por la fuente de excitacion de tension o de corriente a la red o sistema al llegar a un instante de tiempo cualquiera es no-negativa
- 2.- El sistema o red es ACTIVO para valores de w en el intervalo:
 $(0.38 ; 5.36)$
 En este intervalo de frecuencia angular:
 - La energia entregada por la fuente de excitacion de tension o de corriente a la red o sistema al llegar a un instante de tiempo cualquiera es negativa
- 3.- El sistema o red no tendra INTERCAMBIO DE POTENCIA para los siguientes valores de frecuencia (w):
 $0.38 \quad 5.36$

Figura 5.7 Salida por pantalla para el cálculo de pasividad. Seguidor emisor.

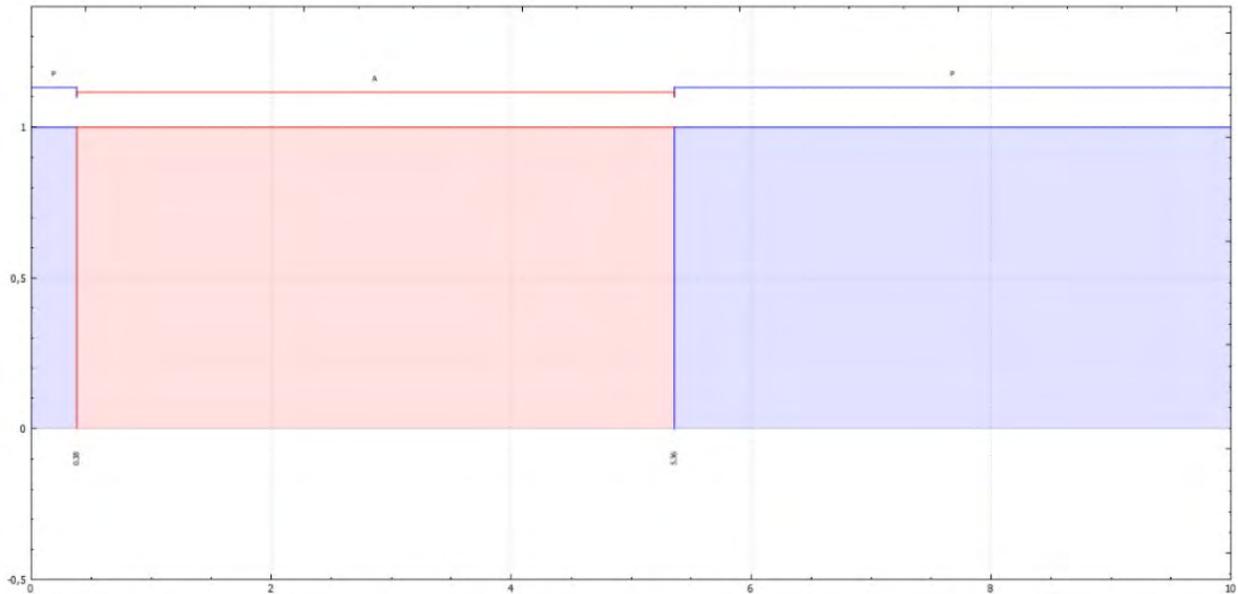


Figura 5.8. Diagrama de regiones de pasividad y actividad

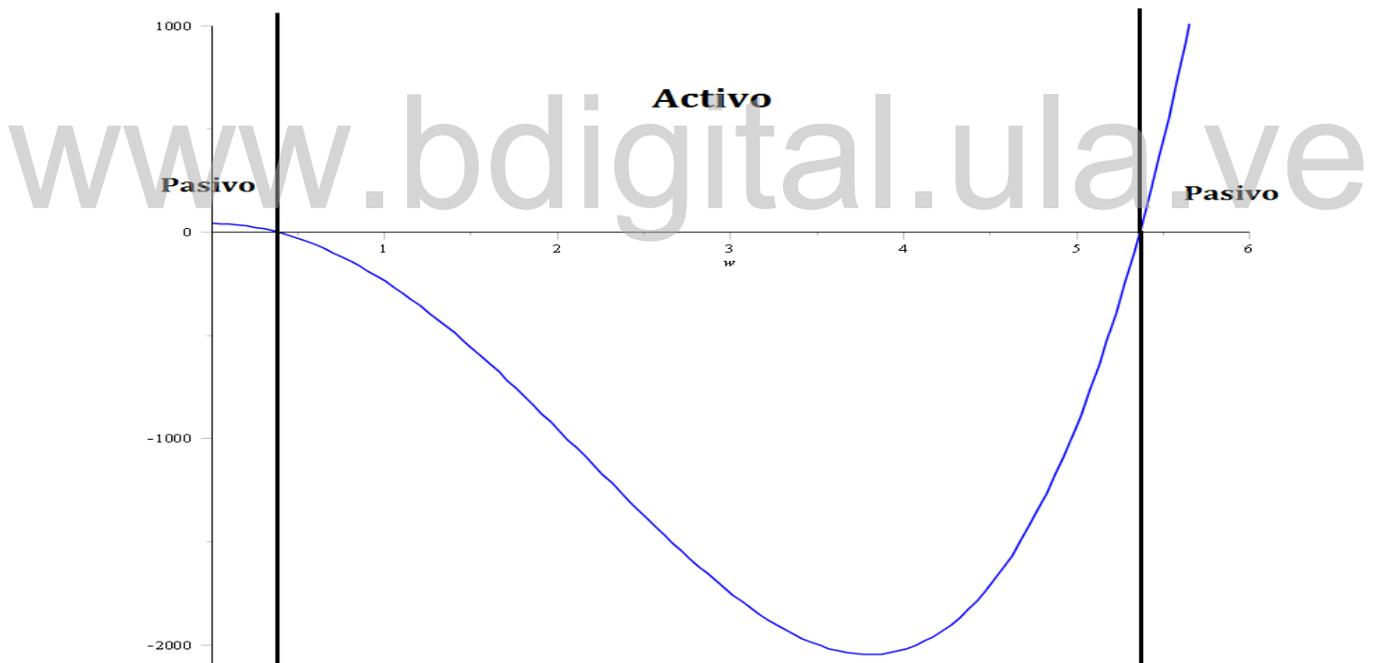


Figura 5.9 Gráfica A(w). Seguidor Emisor con carga capacitiva

El programa resuelve el criterio de pasividad comprobando primero la condición de estabilidad y luego mediante la matriz de signo los valores cuando $Re[M(jw)] \geq 0$. Después indica los intervalos de solución y se despliega la gráfica de el diagrama de regiones por lo cual el color

azul representa los valores de frecuencia donde el circuito es pasivo y el rojo activo. A su vez, se realizó la gráfica mediante Maple 18 de $A(w)$ para todo $w \geq 0$

5.3.2 Inmitancia con FRP de grado 6.

A continuación se muestra la siguiente inmitancia la cual se extrajo del libro (S. S. Haykin, pp 118), la ecuación (5.4) es su función de excitación o inmitancia vista desde la fuente.

$$M(s) = \frac{s^3 + 2s^2 + 2s + 3}{s^3 + s^2 + 2s + 1} \quad (5.4)$$

La inmitancia de la ecuación (5.4) se muestra a continuación en la siguiente *netlist*:

```
*Análisis de Pasividad
*Número de coeficientes del numerador
NCN 4
*Coeficientes del numerador
CN 1; 2; 2; 3;
*Número de coeficientes del denominador
NDN 4
*Coeficientes del denominador
CD 1; 1; 2; 2; 1;
*Análisis
.PAS
*Final
```

La salida por pantalla del programa es la siguiente:

```
*****
***          UNIVERSIDAD DE LOS ANDES          ***
***          FACULTAD DE INGENIERIA            ***
***          ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA   ***
***
*** AMPLIACION DE LAS CAPACIDADES DE CALCULO DEL ANALIZADOR SIMBOLICO AnSIRE: ***
***          CALCULO DE PASIVIDAD              ***
*** Trabajo de grado presentando como requisito parcial para optar por el ***
***          titulo de Ingeniero Electricista  ***
***
*** Autor: Julio Cesar Bustamante Rodriguez  ***
***
*** Tutores: M. Sc. Francisco J. Viloría M.   ***
*** Tutores: M. Sc. Orlando Ostos.           ***
***
*** Merida, Octubre, 2019                      ***
*****
```

La función de red es:

$$\frac{|(1)S^3+(2)S^2+(2)S^1+(3)S^0}{(1)S^3+(1)S^2+(2)S^1+(1)S^0}$$

Figura 5.10 Salida por pantalla para el cálculo de pasividad. FRP grado 6

EL RESULTADO ES EL SIGUIENTE:

El polinomio característico es:

$$+(2.00)s^3 + (3.00)s^2 + (4.00)s^1 + (4.00)s^0$$

El arreglo de Routh-Hurwitz es:

2.00	4.00
3.00	4.00
1.33	0.00
4.00	0.00

El sistema o red es ESTABLE (Caso 1)
No hay cambio de signo en la primera columna del arreglo de Routh-Hurwitz
Por lo tanto no hay raíces en el semiplano derecho del plano

PARTE REAL DE LA FUNCION DE RED

$$FRP = \frac{(W^6 - (2*W^4) - W^2 + 3)}{(1 + (2*W^2) - (3*W^4) + W^6)}$$

$$A(W) = (W^6 - (2*W^4) - W^2 + 3) \geq 0 \quad ; \quad \text{para todo } W \geq 0$$

La parte real de la Funcion de Red es una expresion que siempre sera positiva ante cualquier valor de frecuencia angular positivo (W)

EL RESULTADO ES EL SIGUIENTE:

1.- El sistema o red es PASIVO para todo $W \geq 0$ valor de frecuencia (W):

En este caso:

- La energia entregada por la fuente de excitacion de tension o de corriente a la red o sistema al llegar a un instante de tiempo cualquiera es no-negativa

Figura 5.11. (Continuación) Salida por pantalla cálculo de pasividad. FRP grado 6

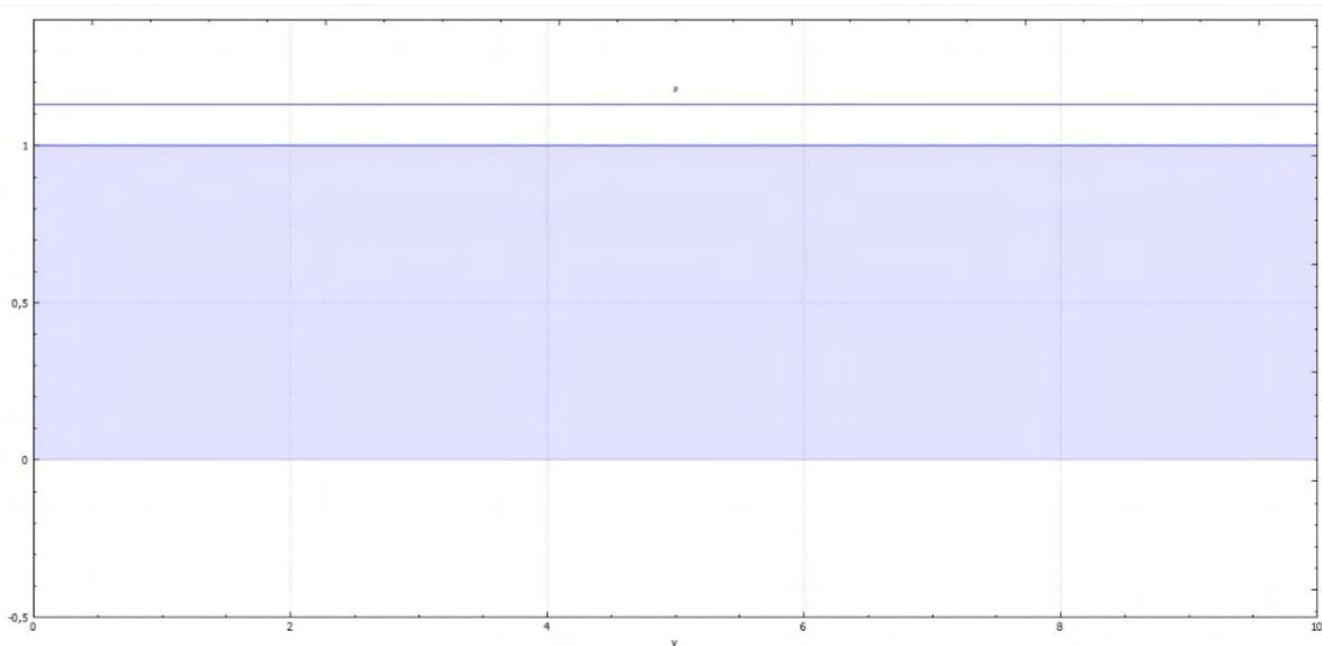


Figura 5.12. Diagrama de regiones de pasividad y actividad

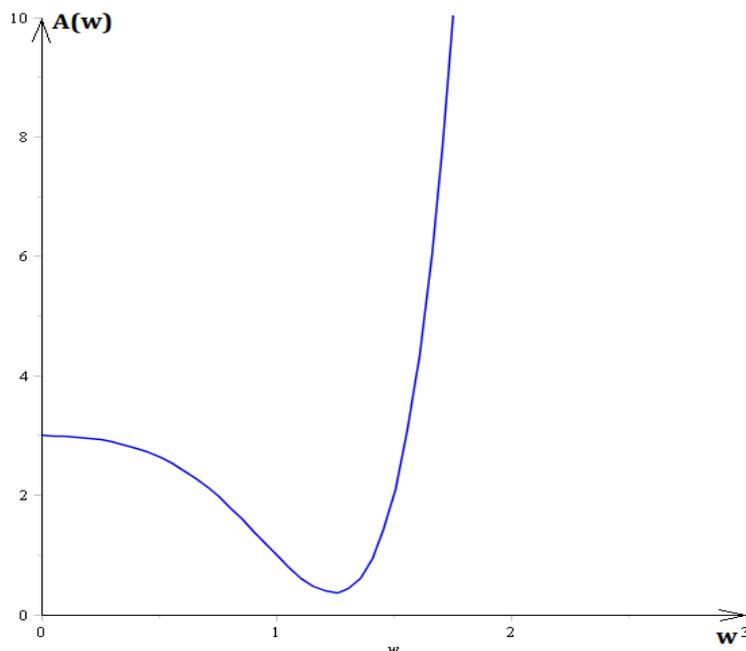


Figura 5.13. Grafica de A(w)

Como se demuestra en los resultados A(w) siendo un polinomio de grado 6 y con coeficientes negativos, puede ser positivo y a su vez pasivo para cualquier valor positivo de frecuencia angular. Se muestra el diagrama de regiones en la figura 5.12.

5.3.3 Inmitancia con FRP de grado 8.

Para evaluar este tipo de problema se utiliza la inmitancia descrita en la ecuación (5.5):

$$M(s) = \frac{s^4 + s^3 + s^2 + 7s + 1}{s^4 + 2s^3 + 10s^2 + 7s + 1} \quad (5.5)$$

La inmitancia se muestra a continuación en la siguiente *netlist*:

```
*Análisis de Pasividad
*Número de coeficientes del numerador
NCN 5
*Coeficientes del numerador
CN 1; 1; 1; 7; 1;
*Número de coeficientes del denominador
NDN 5
*Coeficientes del denominador
CD 1; 2; 10; 7; 1;
*Análisis
```

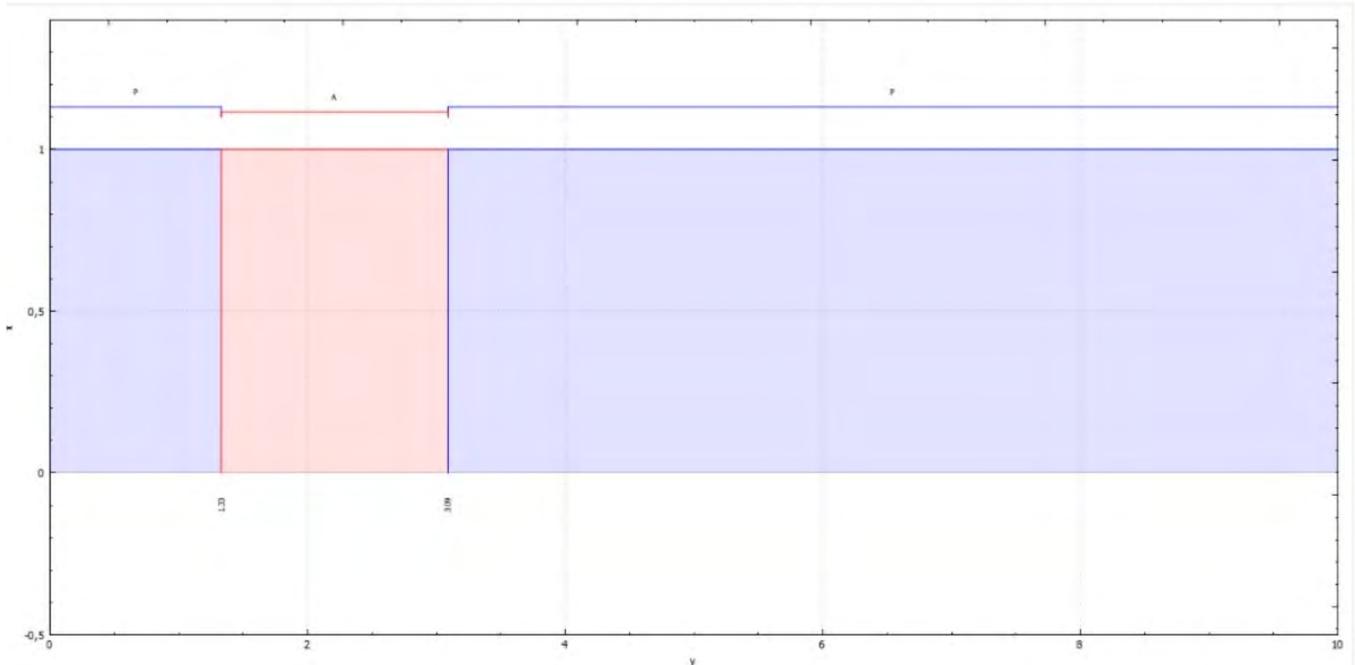



Figura 5.15. Diagrama de regiones de pasividad y actividad

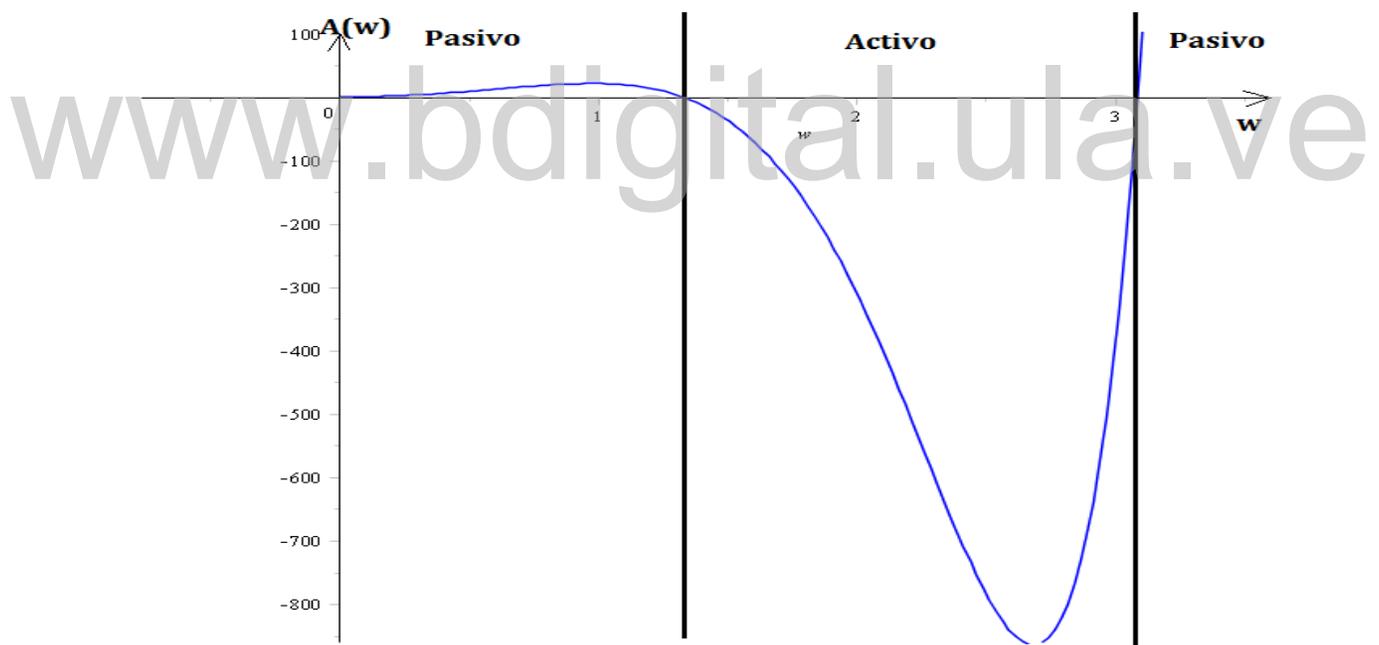


Figura 5.16 Salida por pantalla cálculo de pasividad. FRP grado 8

En los ejemplos de los apartados (5.3.2) y (5.3.3) muestran FRP de 6to y 8vo grado respectivamente graficada en Maple 18, como también estudia el signo del polinomio $A(w)$ y posteriormente los intervalos de solución en conjunto con la gráfica de $A(w)$ para comprobar los resultados.

5.4 CÁLCULO DE PASIVIDAD CON PARÁMETRO.

5.4.1 Oscilador Colpitts

En la siguiente figura se muestra el modelo equivalente con fuente controlada del diagrama de circuito del oscilador Colpitts, que utiliza el tríodo de tubo de vacío como componente de la red activa. En este caso el parámetro es la conductancia mutua (k) y debe ser siempre positiva. Se extrajo del libro (S. S. Haykin, pp 95), la ecuación (5.6) es su función de excitación o inmitancia vista desde la fuente.

$$M(s) = \frac{2.5s^2 + (1.13 + k)s + 0.05(1 + k)}{s^3 + 2.05s^2 + 2.6s + 1 + k} \quad (5.6)$$

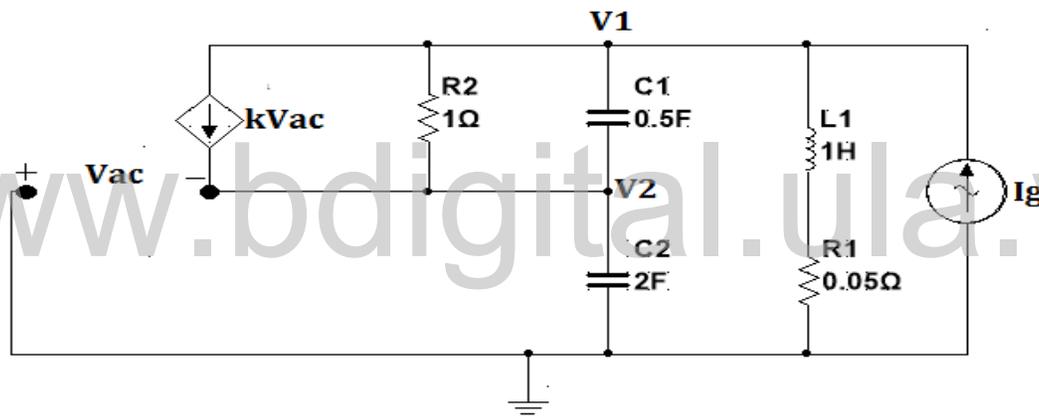


Figura 5.17 Modelo equivalente del Oscilador Colpitts

La inmitancia de la ecuación (5.6) se muestra a continuación en la siguiente *netlist*:

```
*Análisis de Pasividad
*Número de coeficientes del numerador
NCN 3
*Coeficientes del numerador
CN 2.5; (1.13+k); 0.05*(1+k);
*Número de coeficientes del denominador
NDN 4
*Coeficientes del denominador
CD 1; 2.05; 2.6; (1 + k);
*Análisis
.PAS
*Final
```

La salida por pantalla del programa es la siguiente:

```

*****
***          UNIVERSIDAD DE LOS ANDES          ***
***          FACULTAD DE INGENIERIA          ***
***          ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA ***
***
*** AMPLIACION DE LAS CAPACIDADES DE CALCULO DEL ANALIZADOR SIMBOLICO AnSIRE: ***
***          CALCULO DE PASIVIDAD          ***
*** Trabajo de grado presentando como requisito parcial para optar por el ***
***          titulo de Ingeniero Electricista ***
***
***
*** Autor: Julio Cesar Bustamante Rodriguez ***
***
*** Tutores: M. Sc. Francisco J. Viloria M. ***
*** Tutores: M. Sc. Orlando Ostos. ***
***
*** Merida, Octubre, 2019 ***
*****

```

La funcion de red es:

$$\frac{+(2.5)S^2+(1.13 + K)S^1+(0.05 + (0.05*K))S^0}{+(1)S^3+(2.05)S^2+(2.6)S^1+(1 + K)S^0}$$

MATRIZ DE ROUTH-HURWITZ

$$\begin{array}{cc} 1 & 3.73 + K \\ 4.55 & 1.05 + (1.05*K) \\ 3.499 + (0.7692*K) & \\ 1.05*(1 + K) & \end{array}$$

MATRIZ DE SIGNO COJUNTOS DE SOLUCION PARA LA ESTABILIDAD

-1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	1	1	1	1	1
-4.55	-1.33	-1.00	-0.65	3.97	4.00	134.20	

MATRIZ DE SIGNO COJUNTOS DE SOLUCION DE LOS COEFICIENTES (FRP)

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	-1
1	1	1	1	1	1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	-1	-1
-4.55	-1.33	-1.00	-0.65	3.97	4.00	134.20	

MATRIZ DE SIGNO COJUNTOS DE SOLUCION PARA EL DISCRIMINANTE

-1	-1	1	1	-1	1	1	1
1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
-4.55	-1.33	-1.00	-0.65	3.97	4.00	134.20	

PARTE REAL DE LA FUNCION DE RED

$$FRP = \frac{0.0025063*((134.2*W^2) + (1598*W^4) - (K*W^2) - (400*K*W^4) + 20 + (40*K) + (20*K^2))}{((1.0025 + (2.6667*W^2) + (2.005*K) - W^4 - (4.1103*W^2*K) + (1.0025*K^2) + (1.0025*W^6))}$$

$$A(W) = 0.0025063*((134.2*W^2) + (1598*W^4) - (K*W^2) - (400*K*W^4) + 20 + (40*K) + (20*K^2)) >= 0 ; \text{ para todo } W >= 0$$

Figura 5.18 Salida por pantalla para el cálculo de pasividad. Oscilador Colpitts

EL RESULTADO ES EL SIGUIENTE:

1.- El sistema o red es PASIVO para valores del parametro en el siguiente intervalo:
(El parametro esta definido desde menos infinito hasta mas infinito)

$[-1.00, 4.00]$

En este intervalo:

- La energia entregada por la fuente de excitacion de tension o de corriente a la red o sistema al llegar a un instante de tiempo cualquiera es positiva.

- $P(s) + Q(s)$ son un polinomio Estrictamente de Hurwitz, no posee polos en el lado derecho del plano.

- Su inmitancia $M(s)=P(s)/Q(s)$ es una Funcion Real Positiva, por lo que se cumple que $A(\omega) \geq 0$ para todo $\omega \geq 0$. (Todas sus raices siempre seran complejas)

2.- El sistema o red es ACTIVO para valores del parametro en el siguiente intervalo:
(El parametro esta definido desde menos infinito hasta mas infinito)

$(-\infty, -1.00) \cup (4.00, +\infty)$

En este intervalo:

- La energia entregada por la fuente de excitacion de tension o de corriente a la red o sistema al llegar a un instante de tiempo cualquiera es negativa.

- $P(s) + Q(s)$ posiblemente no sean un polinomio Estrictamente de Hurwitz. Pueden haber intervalos en donde sea Estable o Inestable.

- Su inmitancia $M(s)=P(s)/Q(s)$ posiblemente no sea una Funcion Real Positiva. Si $A(\omega)$ es negativa, en este intervalo tendra raices de tipo reales simples o reales de multiplicidad impar

3.- El sistema o red no tendra INTERCAMBIO DE POTENCIA en los siguientes valores del parametro:

-1.00 4.00

Para estos valores del parametro:

- $A(\omega)$ posee raices de multiplicidad par

Figura 5.19 (Continuación) Salida por pantalla para el cálculo de pasividad del Oscilador Colpitts.

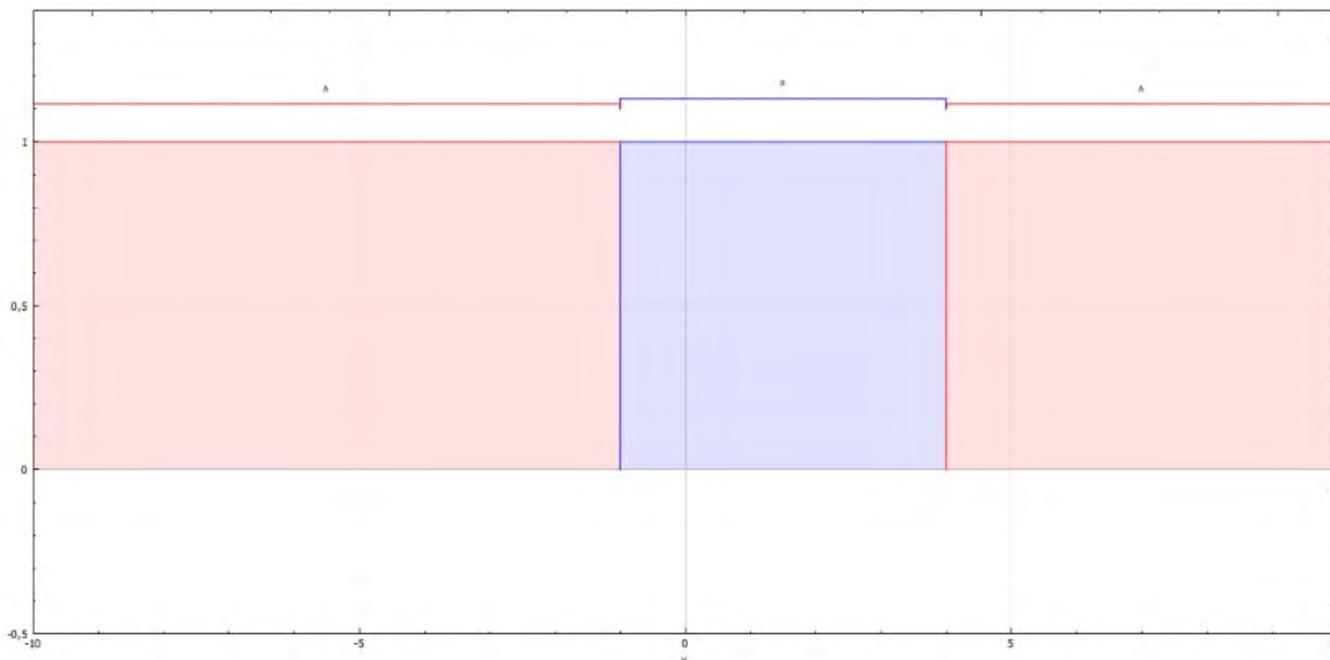


Figura 5.20 Diagrama de regiones del parámetro del Oscilador Colpitts

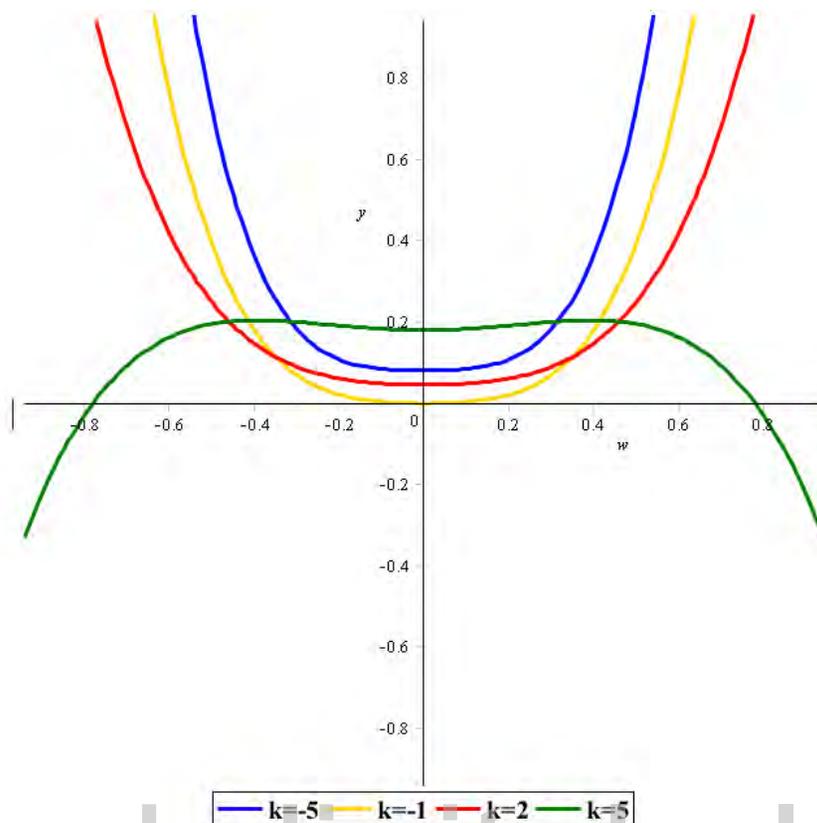


Figura 5.21 Gráfica de $A(w)$ para diferentes valores de k

Como se definió en el capítulo 3, se está en presencia del caso 1 (FRP de grado 4). Por lo tanto, se observan las tres matrices de signos y la matriz de intercepción final. A su vez un diagrama de regiones del parámetro y la gráfica en Maple 18 de $A(w)$ para diferentes valores del parámetro, comprobándose los resultados obtenidos. El programa reconoce el parámetro como un valor real, de haber una condición sobre éste no se expresará en el resultado. Por consiguiente el intervalo de pasividad arrojado por el programa es desde $-1 \leq k \leq 4$ y ya que el oscilador no permite valores negativo de la conductancia la solución queda en $0 \leq k \leq 4$

CONCLUSIONES.

El proyecto de la ampliación de las capacidades de cálculo del Analizador simbólico AnSIRE específicamente para el cálculo de estabilidad y pasividad de los circuitos, fue implementado de manera exitosa, cumpliendo en su totalidad todos los objetivos generales y específicos. El programa calcula la estabilidad de una red o sistema con un grado menor de 9 de manera numérica para cualquiera de los casos presentados en esta investigación e inclusive con la presencia de un parámetro real y ajustable, también permite realizar el cálculo de pasividad de un dipolo de manera numérica y con la presencia de un parámetro real para los casos propuestos en el capítulo 3. También permite para cada tipo de cálculo realizar un análisis gráfico y analítico de la solución obtenida. Las gráficas que se obtienen a partir de los cálculos son:

- Diagrama de polos y ceros.
- Diagrama de los intervalos de estabilidad e inestabilidad del parámetro.
- Diagrama de los intervalos de pasividad y actividad del parámetro.

Las salidas del programa por pantalla están detalladas dependiendo del cálculo seleccionado y del tipo de caso o problema que se presente, se detalla el proceso de cálculo con las variables y posibles análisis de interés. Para los diagramas y gráficos se permite al usuario desplazarse en la ventana con el botón izquierdo del ratón y hacer zoom con la rueda.

La estructura y diseño del programa fue realizado de tal forma que pueda ser modificado, de manera que esta ampliación de código pueda ser incluida en el diseño de una interfaz gráfica y un modelo más interactivo para AnSiRE. A su vez la inclusión del cálculo de síntesis de redes de dipolos o cualquier otro análisis posterior pueden ser añadidos al programa.

RECOMENDACIONES.

Para incrementar el poder de cálculo del programa y resolver un problema de estabilidad con la inclusión de un parámetro se recomienda añadir códigos que resuelvan polinomios mayores de grado 4, ya que el programa solo acepta hasta polinomios de este grado en la primera columna de la matriz de Routh-Hurwitz. Así como también polinomios pares de grado mayor a 8 para el cálculo de pasividad en su FRP con coeficientes de tipo numérico.

Para el cálculo de la pasividad paramétrica agregar las gráficas del polinomio $A(w)$ como salida del programa.

Se recomienda incrementar el grado del polinomio del numerador o denominador de la función de red que el programa puede validar en la entrada, a polinomios mayores de grado 9.

Con el cálculo del criterio de pasividad y las funciones reales positivas al programa se le puede añadir el análisis de síntesis de dipolos, uno de los grandes campos en la teoría de circuitos y que permite procesar y construir la estructura de una red a partir de su excitación y respuesta.

Realizar una interfaz gráfica para AnSiRE donde se incluya esta ampliación, de manera que el usuario pueda elegir a partir de un circuito o de una función de red, el tipo de análisis que desee calcular.

REFERENCIAS

- [1] O. J. Sotelo Ruiz, Análisis Simbólico de Circuitos. Parte 1: Motor de Cálculo, Merida: Universidad de lo Andes. Facultad de Ingeniería, 2017.
- [2] V. Valkenburg, Analisis de redes, Illinois: LIMUSA, 1999.
- [3] W. K. Chen, ACTIVE NETWORK ANALYSIS, Chicago: World Scientific, 2016.
- [4] J. R. A. Roldán, ANÁLISIS SIMBÓLICO DE CIRCUITOS MEDIANTE TÉCNICAS DE ANALISIS NODAL MODIFICADO, España: Departamento de Electrónica y Tecnología de los Computadores. Universidad de Granada., 2010.
- [5] M. Artioli, «“Symbolic Techniques Addressed to Electric Circuit Analysis and Diagnosis”»,» Corso di Dottorato di Ricerca in Ingegneria Elettrotecnica XIII ciclo. Università Degli Studi Di Bologna, Italia, (1999-2000).
- [6] P. Lema, «SCRIBD,» [En línea]. Available: <https://es.scribd.com/doc/58472391/Funcion-de-Red>. [Último acceso: 25 Julio 2019].
- [7] M. Jiménez, Teoría de Sistemas, Madrid: Dextra Editorial, 2014.
- [8] R. Dorf, Sistemas de control moderno, Madrid: Prentice Hall, 2005.
- [9] B. C. Kuo, Sistemas de control automatico, Ciudad de Mexico: Prentice Hall, 1996.
- [10] K. Suhiko Ogata, Ingeniería de control moderna, Madrid: Pearson Educacion, 2010.
- [11] W. Sanz, «análisis de estabilidad,» Universidad de Carabobo, [En línea]. Available: http://www.ing.uc.edu.ve/~dgramos/tem3/tema3_9.htm. [Último acceso: 27 julio 2019].
- [12] R. Lamanna de Rocco, «Universidad Simon Bolivar,» [En línea]. Available: <http://prof.usb.ve/lamanna/cursos/CriterioRuth.pdf>. [Último acceso: 27 julio 2019].

- [13] M. Gonzalez Delgado, Sintesis de Dipolos, Merida: Unidad de servicios de tecnologia educativas, 1987.
- [14] V. H. Olalla Aguirre, Estudio de las funciones reales positivas, Quito: Escuela Politecnica Nacional, 1983.
- [15] I. Baskaov, Teoria de Circuitos, Moscu: URSS, 2003.
- [16] T. S. Hernandez, Teoria de Circuitos II, Buenos Aires: CEIT F.R.B.A, 2005.
- [17] S. S. Haykin, Active Network Theory, MASSACHUSETTS: ADDISON-WESLEY PUBLISHING COMPANY, 1970.
- [18] F. Kuo, Network Analysis and Synthesis, Tokio: Wiley Toppan, 1962.
- [19] «Qt creator,» [En línea]. Available: <http://web.archive.org/web/20081222010435/http://trolltech.com/developer/qt-creator/faq#what-programming-languages-does..> [Último acceso: 1 Octubre 2019].
- [20] A. Moreno Calvo, «Wikilibros,» [En línea]. Available: https://es.wikibooks.org/wiki/Programaci%C3%B3n_en_C. [Último acceso: 14 Octubre 2019].
- [21] J. Saenz, Calculo Diferencial, Barquisimeto: Hipotenusa, 2005.
- [22] G. Gesslein II, «Mathomatic User Guide,» Free Software Foundation, [En línea]. Available: <http://mathomatic.orgserve.de/math/doc/manual.html>. [Último acceso: 19 Octubre 2019].
- [23] I. Carlos, Las formulas de Cardano-Ferrari, España: Universidad de Valencia, 2010.

ANEXOS

www.bdigital.ula.ve

ANEXOS A .MANUAL DE USUARIO.

A.1 DESCRIPCIÓN DE UNA FUNCION DE RED

A.1.1 Introducción

Una de las características del programa es la posibilidad de introducir una función de red por medio de una *netlist*, para realizar inmediatamente el cálculo de estabilidad o pasividad. Por lo tanto, el usuario tiene este recurso cuando solo conozca la función de transferencia o de excitación y a su vez evitaría realizar la *netlist* que define un circuito. Este tipo de *netlist* es única de esta ampliación y está definida por una serie de sentencias y normas, esto le añade al AnSiRE flexibilidad a la hora de ingresar los datos necesarios. La función de red se representara en un fichero de texto y no en un esquema, representando cada uno de sus coeficientes.

A.1.2 Normas Generales

Para una correcta descripción del circuito, se seguirán las siguientes reglas:

- 1) La función de red debe ser creada con un editor de texto como el Bloc de Notas de Windows, extensión .ep y no deben tener caracteres especiales ya que tienen las mismas limitaciones para nombre de archivo por el sistema operativo.
- 2) Se recomienda realizar un esquema en papel de la función de red que se someterá a estudio, donde debe estar definido el número de coeficientes del numerador y del denominador a partir del grado de cada polinomio. Todos los coeficientes deben ordenarse de mayor grado a menor grado, si no existe será igual a cero.

A continuación se dará la descripción de una funcion de red con el siguiente esquema:

$$H(s) = \frac{2s + 2s^2 + s^4 + 3}{s^5 + 3s^3 + (k + 2)s^2 + s + 4k} \quad (\text{A.1})$$

La función de red en la ecuación (A.1) posee coeficientes reales y algunos con un parámetro ajustable (k), los mismos se encuentran desordenados de manera que se pueda apreciar el orden que deben de llevar en la siguiente descripción al definirlos:

```

*Análisis de Estabilidad y Pasividad
*Número de coeficientes del numerador
NCN 5
*Coeficientes del numerador
CN 1; 0; 2; (2); 3;
*Número de coeficientes del denominador
NDN 6
*Coeficientes del denominador
CD (1); (0); 3; (k+2); 1; 4k;
*Análisis
.PAS
*Final

```

Aunque aún no se ha visto como se presentan los coeficientes en la definición del archivo, se puede observar que se realiza de manera sencilla y siguiendo la segunda norma general del apartado (A.1.2), también en la descripción anterior se han incluido una serie de comentarios aclaratorios, son líneas que comienzan con un asterisco (*), es opcional incluir estos comentarios en la descripción, y es de carácter informativo para el usuario.

A continuación se numera una lista de reglas sobre los ficheros de texto que describen cualquier función de transferencia o excitación:

1. La primera línea siempre será el título y/o comentario del circuito.
2. Las líneas que sean un comentario deben empezar con un asterisco (*).
3. De existir un parámetro solo se permite su descripción mediante la letra mayúscula (k).
4. Para separar cada coeficiente se debe utilizar un punto y coma (;).
5. El número de coeficientes del numerador o del denominador debe ser entero y no mayor a 9.
6. El número de coeficientes debe ser igual a la cantidad de coeficientes tanto como para el numerador y denominador.
- 7.

A.2 DEFINICION DE LOS COEFICIENTES.

Un coeficiente puede estar definido por un número real y puede contener alguno de los siguientes caracteres: ^, -, +, , *, .,), (, cualquier otro carácter el programa no podrá verificarlo arrojando un

mensaje de salida. El programa no reconoce el carácter de la coma (,) para los números decimales en un coeficiente, por lo tanto se debe utilizar el punto (.). Solo se puede definir un solo parámetro ajustable en uno o más coeficientes del numerador o del denominador y solo debe ser con la letra (k).

A.3 SENTENCIAS DEL ARCHIVO.

Las entradas necesarias en el programa están representadas en la *netlist* por un código que permite diferenciarlas entre sí y facilitar al programa reconocer y después guardar los datos. Estas sentencias fueron diseñadas para indicar los números de coeficientes de los polinomios del numerador y denominador y para registrar cada uno de los coeficientes de los polinomios.

El orden de los datos en la definición del archivo no es importante, ya que el programa los organiza, aunque para una mejor comprensión se recomienda organizarlos como en el ejemplo mostrado en este anexo, excepto para el título y el final del archivo.

. En la siguiente tabla, se muestran los códigos que definen cada sentencia:

CODIGO	DEFINICION
NCN	Número de coeficientes del numerador
NCD	Número de coeficientes del denominador
CN	Coeficientes del numerador
CD	Coeficientes del denominador

Tabla A.1 Código para cada tipo de dato.

A.3.1 Numero de coeficientes

En el caso de definir el número de coeficientes, esta línea de la *netlist* está conformada por un código que indica si es del numerador o del denominador, seguido de un espacio y luego del número entero que representa su valor. No se permite el uso de ningún carácter en el valor. Para ingresar el número de coeficientes se usará la sentencia:

(Código) (Valor)

EJEMPLO:

Definir el número de coeficientes del siguiente polinomio $10s + 2s^2 + s^3 + 12$ perteneciente al denominador de una función de red:

CD 4

A.3.2 Coeficientes

Particularmente para los coeficientes se representan de forma descendente, desde el coeficiente de mayor grado hasta el de grado cero. Es permitido e indiferente el uso de paréntesis, se aconseja hacerlo cuando existe un parámetro, por lo tanto de la siguiente manera:

(Código) (Coeficiente de mayor grado) ;...;(Coeficiente de grado 0)

EJEMPLO:

Definir el los coeficientes del siguiente polinomio $s^5 + 2s^3 + (k^2 + 1)s^2 + 2s + 3k$ perteneciente al numerador de una función de red:

CN (1) ; 2 ; (k^2+1) ; 2 ; 3k

A.4 ANÁLISIS QUE PERMITE HACER EL PROGRAMA.

A.4.1 Análisis de Estabilidad

Para realizar este tipo de cálculo, se utilizará en la descripción del esquema la siguiente sentencia:

.EST

Al usar .EST en la netlist y de no haber parámetro en los coeficientes, se presentara en pantalla la matriz de Routh-Hurwitz y un análisis indicando el tipo de caso, luego se desplegara el diagrama de polos y ceros. De haber un parámetro además de la matriz de Routh-Hurwitz se presentara en pantalla la matriz de signo, los intervalos de solución del parámetro con sus respectivos análisis y se desplegara una gráfica donde se indican las regiones o intervalos donde el parámetro es estable e inestable. Esta sentencia puede ser usada en la netlist de un esquema de circuito, anteriormente a ésta debe definirse la función de transferencia a calcular como se explicó en el capítulo 2, a continuación se muestra un ejemplo de cómo quedarían las sentencias:

```
.TF V(5) V1
.EST
```

A.4.2 Análisis de Pasividad

Para realizar este tipo de cálculo, se utilizará en la descripción del esquema la siguiente sentencia:

```
.PAS
```

Al usar .PAS en la netlist y de no haber parámetro en los coeficientes, se presentara en pantalla la matriz de Routh-Hurwitz, la FRP, la matriz de signo y los intervalos donde el parámetro es pasivo y activo con su respectivo análisis, al final se desplegará dos gráficas, una de las regiones y la segunda para mostrar la función real positiva. De haber un parámetro además de la matriz de Routh-Hurwitz se presentara en pantalla todas las matrices de signo según sea el caso, los intervalos de solución del parámetro con sus respectivos análisis y se desplegara una gráfica donde se indican las regiones o intervalos donde el parámetro es pasivo y activo. Esta sentencia puede ser usada en la netlist de un esquema de circuito, anteriormente a ésta debe definirse la función de excitación a calcular como se explicó en el capítulo 2, a continuación se muestra un ejemplo de cómo quedarían las sentencias:

```
.TF I_V1 V1
```

```
.PAS
```

www.bdigital.ula.ve