

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES FACULTAD DE INGENIERÍA ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

DISEÑO DE UN CONTROL DE VELOCIDAD/FRECUENCIA CON INVERSOR MULTINIVEL PARA UN MOTOR DE INDUCCIÓN MONOFÁSICO.

Br. DIONER ALBERTO RONDON RANGEL

Mérida, julio de 2019



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES FACULTAD DE INGENIERÍA ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

DISEÑO DE UN CONTROL DE VELOCIDAD/FRECUENCIA CON INVERSOR MULTINIVEL PARA UN MOTOR DE INDUCCIÓN MONOFÁSICO.

Trabajo de Grado presentado como requisito parcial para optar al título de Ingeniero Electricista

> Br. Dioner Alberto Rondón Rangel Tutor: Dr. Jaime Antonio González Castellanos

Mérida, julio de 2019

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES FACULTAD DE INGENIERÍA ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

DISEÑO DE UN CONTROL DE VELOCIDAD/FRECUENCIA CON INVERSOR MULTINIVEL PARA UN MOTOR DE INDUCCIÓN MONOFÁSICO.

Br. Dioner Alberto Rondón Rangel

Trabajo de Grado, presentado en cumplimiento parcial de los requisitos exigidos para optar al título de Ingeniero Electricista, aprobado en nombre de la Universidad de Los Andes por el siguiente Jurado.

Dr. Carlos Amable Muñoz Bravo

MSc. Pedro Omar Mora Mogollón

Dr. Jaime Antonio González Castellanos

Dioner Alberto Rondón Rangel. Diseño de un control de velocidad/frecuencia con inversor multinivel para un motor de inducción monofásico. Universidad de Los Andes. Tutor(es): Jaime González. Julio de 2019.

Resumen

En el presente trabajo se muestra el desarrollo de una topología de inversor multinivel para la alimentación de un motor de inducción monofásico, utilizando la técnica de eliminación selectiva de armónicos, que permite obtener mejores resultados de distorsión armónica en comparación a la modulación de ancho de pulsos ampliamente utilizada en la industria. La topología propuesta permite usar la menor cantidad de componentes, y las simulaciones muestran que se pueden generar señales con distorsión armónica total menores al 4%. Se muestra que el algoritmo de Newton-Raphson es aplicable al cálculo de los ángulos de disparo y, que una vez obtenidos, se pueden generar señales de prácticamente cualquier frecuencia, donde el control de amplitud de la señal de salida se logra por medio del índice de modulación, lo que aplicado a un motor de inducción, permite el control de su velocidad.

Descriptores: Motor de inducción monofásico, inversor multinivel, reducción de armónicos, modulación pwm, control de velocidad, frecuencia.

ÍNDICE GENERAL

AP	ROBACIÓN	iii
RE	SUMEN	1V
IN.	TRODUCCION	I
Ca	pítulo 1	•
1.1	JUSTIFICACION	3
1.2	OBJETIVOS	3
	1.2.1 Objetivo General	3
	1.2.2 Objetivos Específicos	3
1.3	METODOLOGIA	4
1.4	ALCANCE	4
1.5	LIMITACIONES	4
Ca	pítulo 2 Marco Teórico	
2.1	EL MOTOR DE INDUCCION	6
	2.1.1 Funcionamiento del Motor de Inducción	8
	2.1.2 Circuito equivalente del Motor de Inducción	10
	2.1.3 Expresiones de potencia y par en el motor de inducción	11
	2.1.4 Regulación de velocidad del motor de inducción	12
	2.1.5 Control de velocidad por voltaje/frecuencia	13
	2.1.6 El motor de inducción monofásico	16
2.2	ARMONICOS EN LOS SISTEMAS DE POTENCIA	18
	2.2.1 La distorsión armónica total	19
	2.2.2 Efectos de los armónicos	19
2.3	INVERSORES	22
	2.3.1 Principio de funcionamiento	22
	2.3.2 Inversores multinivel	24
	2.3.3 Técnicas de modulación	40
Ca	pítulo 3 Diseño de Inversor Multinivel	
3.1	CARGA A ALIMENTAR	56
3.2	SELECCIÓN DE LA TOPOLOGÍA	57
3.3	ESTUDIO DEL NÚMERO DE NIVELES	57
3.4	TRANSFORMADORES	59
	3.4.1 Inversor de 9 niveles	59
	3.4.2 Inversor de 27 niveles	61
3.5	CONSIDERACIONES SOBRE LOS DISPOSITIVOS DE CONMUTACIÓN	62
3.6	DIAGRAMA DE BLOQUES PROPUESTO DEL INVERSOR MULTINIVEL	66
3.7	ESQUEMA DE CONTROL ESCALAR V/F UTILIZANDO LA ELIMINACIÓN	
	SELECTIVA DE ARMÓNICOS	67

Capítulo 4 Resultados

4.1	ÁNGULOS DE DISPARO	69
	4.1.1 Caso A: Eliminación del 3er, 5to y 7mo armónico	69
	4.1.2 Caso B: Eliminación del 5to, 7mo y 11avo armónico	70
4.2	INVERSOR PWM UNIPOLAR	72
	4.2.1 Señales de salida del inversor PWM unipolar	72
	4.2.2 Análisis de Frecuencias del inversor PWM unipolar	73
4.3	INVERSOR DE 9 NIVELES	74
	4.3.1 Señales de salida del inversor de 9 niveles	74
	4.3.2 Análisis de Frecuencias en el inversor de 9 niveles	80
4.4	INVERSOR DE 27 NIVELES	82
	4.4.1 Señales de salida del inversor de 27 niveles	83
	4.4.2 Análisis de Frecuencias en el inversor de 27 niveles	85
4.5	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	86
	4.5.1 Formas de onda de salida	86
	4.5.2 Análisis de contenido armónico entre los tres inversores simulados	87
COI	NCLUSIONES	89
REC	COMENDACIONES	90
REF	FERENCIAS	91
APE	ENDICE	94

www.bdigital.ula.ve

ÍNDICE DE FIGURAS

Figur	a	pp.
2.1	Motor de inducción y sus partes.	7
2.2	Detalle de los rotores de los motores de inducción	7
2.3	Zonas de funcionamiento del motor de inducción, según el deslizamiento	9
2.4	Circuito equivalente del motor de inducción	10
2.5	Circuito equivalente del motor de inducción referido al estator	10
2.6	Circuito equivalente aproximado	11
2.7	Efecto de modificar el voltaje de alimentación sobre la velocidad y el par	14
2.8	Característica de control voltaje/frecuencia de un motor de inducción	15
2.9	Curvas de par vs velocidad para un motor de inducción con control v/f	15
2.10	Curva de par vs deslizamiento de un motor de inducción monofásico	17
2.11	Diagrama básico de un motor de inducción monofásico	18
2.12	Descomposición de una señal distorsionada por sus diferentes armónicos	19
2.13	Circuito inversor medio puente	23
2.14	Circuito inversor en puente completo, o "puente H".	23
2.15	Comparación entre las señales de salida del Inversor de 2 niveles y el inversor	
	multinivel de 9 niveles.	25
2.16	Representación teórica de inversores de 2 niveles, 3 niveles y m niveles	26
2.17	Inversor multinivel acoplado por diodo de tres niveles y señal de salida	26
2.18	Inversor multinivel acoplado por diodo de tres niveles y de cinco niveles	28
2.19	Inversor multinivel acoplado por condensador de tres niveles y de cinco niveles	30
2.20	Inversor multinivel en cascada de 5 niveles.	31
2.21	Inversor en cascada de 9 niveles y señales típicas de dicho inversor	32
2.22	Voltaje de salida de un inversor en cascada de N niveles	35
2.23	Inversor multinivel asimétrico en cascada, acoplado por transformador	38
2.24	Modulación PWM	42
2.25	Modulación PWM Bipolar	43
2.26	Señales de un inversor con modulación PWM Bipolar	43
2.27	Modulación PWM Unipolar	44
2.28	Señales de un inversor con modulación PWM unipolar	44
2.29	Modulación PWM multi portadora por desplazamiento de fase	45
2.30	Voltaje de salida de un inversor de 7 niveles con modulación PWM multi	
	portadora por desplazamiento de fase.	46
2.31	Diferentes disposiciones de las ondas portadoras en la modulación por nivel	
	desplazado	47
2.32	Modulación PWM por desplazamiento de nivel	47
2.33	Señal de salida de un inversor con modulación en escalera de 11 niveles,	
	indicando sus ángulos de disparo.	49

2 24	Diagrama da fluia dal algoritmo para datarminar los ángulos da dispara	55
2.54	Topología de inversor multinivel propuesta	55 57
3.1	Diagrama esquemático de inversor asimétrico en cascada de 9 niveles	58
3.3	Diagrama esquemático de inversor asimétrico en cascada de 27 niveles	50 59
3.5	Característica de salida del MOSEET IREZ46N	63
3.5	Diagrama de tiemnos de un MOSFET	64
3.6	Comparación entre los tiempos de activación y desactivación ideales y reales de	04
5.0	un MOSFET	65
37	Diagrama de bloques del inversor propuesto	66
3.8	Diagrama de fluio del programa de control a lazo abierto	68
41	Resultados del cálculo de los ángulos de disparo e índice de modulación para	00
	eliminar los armónicos 3ero. 5to, y 7mo	70
4.2	Resultados del cálculo de los ángulos de disparo e índice de modulación para	10
	eliminar los armónicos 5to, 7mo y 11avo	70
4.3	Circuito utilizado para la simulación de un inversor PWM unipolar	71
4.4	Esquema de control de disparo de un inversor PWM unipolar	71
4.5	Señales de salida de un inversor con modulación PWM Unipolar	72
4.6	Detalle de las señales de salida de un inversor con modulación PWM Unipolar	73
4.7	Espectro de frecuencias de las señales de salida del inversor PWM unipolar	74
4.8	Circuito simulado del inversor de 9 niveles	74
4.9	Señales de salida del inversor de 9 niveles, caso A, con r=0.774	75
4.10	Detalle de las señales de salida del inversor de 9 niveles, caso A, con r=0.774	76
4.11	Señales de salida del inversor de 9 niveles caso A, con r=0.86	76
4.12	Detalle de las señales de salida del inversor de 9 niveles, caso A, con r=0.86	77
4.13	Señales de salida del inversor de 9 niveles, caso B, con r=0.63	78
4.14	Detalle de las señales de salida del inversor de 9 niveles, caso B, con r=0.63	78
4.15	Señales de salida del inversor de 9 niveles, caso B, con r=1	79
4.16	Detalle de las señales de salida del inversor de 9 niveles, caso B, con r=1	80
4.17	Espectro de frecuencias del inversor de 9 niveles, caso A, con r=0.774	81
4.18	Espectro de frecuencias del inversor de 9 niveles, caso A, con r=0.863	81
4.19	Espectro de frecuencias del inversor de 9 niveles, caso B, con r=0.63	82
4.20	Espectro de frecuencias del inversor de 9 niveles, caso B, con r=1	82
4.21	Circuito simulado del inversor de 27 niveles.	83
4.22	Señales de salida del inversor de 27 niveles	84
4.23	Detalle de las señales de salida del inversor de 27 niveles	84
4.24	Espectro de frecuencias del inversor de 27 niveles	85

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla		pp.
2.1	Estados de conmutación para un inversor en medio puente	23
2.2	Estados de conmutación posibles para un inversor en puente completo	24
2.3	Estados de conmutación utilizables para un inversor en puente completo	24
2.4	Estados de conmutación para un inversor anclado por diodo de tres niveles	28
2.5	Estados de conmutación para un inversor anclado por diodo de cinco niveles	28
2.6	Estados de conmutación para un inversor anclado por condensador de tres niveles	29
2.7	Estados de conmutación para un inversor anclado por condensador de cinco	
	niveles	30
2.8	Estados de conmutación para un inversor en cascada de 5 niveles	32
2.9	Resumen de la cantidad necesaria de elementos por tipo de inversor	33
2.10	Cantidad de elementos por tipo de inversor, para m=3	33
2.11	Cantidad de elementos por tipo de inversor, para m=13	33
2.12	Niveles de salida en términos del número de puentes H para configuraciones	
	simétricas y asimétricas de inversores multinivel en cascada	37
2.13	Estados de conmutación para un inversor multinivel asimétrico acoplado por	
	transformador, de 9 niveles	40
3.1	Características del motor	56
3.2	Especificaciones del MOSFET IRFZ46N	62
4.1	Cuadro comparativo de contenido armónico para los tres inversores estudiados	87
4.2	Relación entre el número de niveles del inversor y el nivel de distorsión armónica	88

INTRODUCCIÓN

El motor de inducción es una maquina eléctrica que presenta características de bajo mantenimiento, robustez, y eficiencia, ideales para utilizar en múltiples aplicaciones industriales. Para controlar la velocidad de los motores de inducción, es necesario modificar la frecuencia de la alimentación. Tarea que puede realizarse con un inversor. Sin embargo, una de las principales características de estos dispositivos es que la señal de salida presenta gran distorsión, pues se generan una gran cantidad de componentes armónicas. Esto incide negativamente en el funcionamiento y la vida útil de los dispositivos y máquinas.

El presente trabajo tiene la finalidad de estudiar topologías de inversores multinivel que permitan mitigar el efecto de las componentes armónicas, y establecer una estrategia con la que se pueda controlar los parámetros de la señal de salida, para ser utilizado en el control de velocidad de un motor de inducción monofásico.

En el capítulo 1 del trabajo se describe el problema, además se plantean los objetivos los alcances y limitaciones de la investigación.

El capítulo 2 comprende el marco teórico, donde se revisan los conceptos básicos referentes a los motores de inducción, y se estudian diversas topologías de inversores multinivel, y algunos de los métodos de control aplicables. Al final del capítulo se presentan un estudio comparativo respecto a la cantidad de componentes necesarios y facilidad de implementación de las topologías, con el fin de ayudar en la selección de la más apropiada para el caso de estudio.

En el capítulo 3, se escoge una topología, y se establece el procedimiento para diseñar los elementos que permiten realizar las simulaciones para verificar su funcionamiento. Posteriormente se presentan las gráficas obtenidas en las simulaciones, para concluir con el análisis de los resultados, donde se puede comprobar la reducción de armónicos en las señales de salida al utilizar la topología y el esquema de control propuesto.

CAPÍTULO 1

Los motores de inducción son máquinas que para su funcionamiento requieren de una fuente de corriente alterna sinusoidal. La velocidad de rotación está determinada por la frecuencia eléctrica de dicha señal. Por ende, si se necesita controlar eficientemente la velocidad de un motor de inducción, es necesario modificar la frecuencia eléctrica de la alimentación.

Los inversores, son dispositivos que generan una señal alterna a partir de fuentes de corriente continua, por medio de la activación y desactivación controlada de dispositivos semiconductores. Al poder controlar la forma en la que ocurren esta activación y desactivación, se puede generar una señal alterna con la frecuencia que se desee. Resulta imposible generar una señal sinusoidal pura por este método, por ello, la solución ha sido utilizar esquemas de modulación que, por medio de la conmutación a frecuencias altas, permiten generar señales, que aunque no poseen forma sinusoidal, presentan componentes fundamentales de frecuencia y amplitud equivalentes. Estas técnicas se conocen como modulación por ancho de pulso o PWM.

La principal desventaja de la modulación PWM es que la señal generada es un tren de pulsos, lo que se traduce en una gran cantidad de armónicos, que provocan pérdidas eléctricas, interferencias electromagnéticas y mal funcionamiento de los dispositivos y máquinas. En el caso del motor de inducción, estos armónicos crean torques pulsatorios que reducen la vida útil de la máquina.

Por todo esto es necesario el estudio de técnicas que permitan generar una señal de corriente alterna con la menor cantidad de armónicos posible, para que los dispositivos y máquinas de inducción puedan funcionar de forma apropiada.

1.1 JUSTIFICACIÓN

El rango de aplicaciones del motor de inducción, se ha incrementado gracias a la electrónica de potencia, y el desarrollo de aparatos como el ciclo-convertidor e inversores. Esto ha hecho posible que se pueda utilizar dicho motor en aplicaciones que requieren un control de velocidad. En general, se han desarrollado en la industria inversores que utilizan una estrategia de modulación PWM, que aunque permite generar señales equivalentes a las sinusoidales, y controlar parámetros como la amplitud y la frecuencia, tiene el inconveniente de que generan un gran contenido de armónicos, debido a que la señal de salida en realidad no es sinusoidal pura. Esto causa pérdidas eléctricas, ruidos y comportamientos indeseados que pueden reducir la vida útil del motor, y reducen su eficiencia, aumentando el consumo y por ende los costos de operación. El presente trabajo pretende implementar un nuevo inversor denominado inversor multinivel, con miras a obtener una reducción importante de dichos armónicos, permitiendo una mejor operación del motor de inducción.

1.2.1 Objetivo General Oldarda Ve

Diseñar un esquema de control por medio de un Inversor Multinivel con contenido

bajo de armónicos, que permita controlar la velocidad de un motor de inducción monofásico.

1.2.2 Objetivos Específicos

1.2.2.1 Establecer las condiciones para la implementación del control velocidad/frecuencia constante.

1.2.2.2 Determinar la configuración del Inversor Multinivel.

1.2.3.3 Implementar el control propuesto.

1.2.3.4 Realizar simulaciones y estudio de calidad de energía, comparar con la tecnología usada actualmente basada en modulación PWM.

1.3 METODOLOGÍA

Se parte de una revisión de los conceptos básicos de las máquinas eléctricas, y una revisión de la literatura acerca de la tecnología de inversores multinivel, así como de las técnicas para el control de la conmutación. Con esta información se escoge una topología y un esquema de control que permitan implementar un inversor multinivel con un nivel bajo de armónicos en su salida, y que además pueda ser aplicado a la operación de un motor de inducción monofásico.

La topología a seleccionar deberá ser aquella que permita generar mayores niveles de voltaje con la menor cantidad de componentes, mientras que el esquema de control a escoger, deberá ser tal que permita reducir los armónicos a la salida del inversor, además de permitir la modificación de parámetros de frecuencia y amplitud del voltaje de salida, necesarios para controlar la velocidad de motores de inducción por medio del control escalar o v/f.

Se diseñan los parámetros del circuito de la topología seleccionada para poder realizar simulaciones, y probar su funcionamiento en varios casos, posteriormente se realiza un estudio de los resultados obtenidos donde se comparan con una topología de inversor básica (PWM).

1.4 ALCANCE

Además de revisar los conceptos básicos sobre máquinas de inducción, inversores y electrónica de potencia, el presente trabajo incluye una revisión de la literatura sobre los armónicos en el sistema de potencia y los inversores multinivel. Se implementará y simulará una topología de inversor multinivel con una estrategia de control que permita controlar, en alguna medida, los armónicos a su salida, además de modificar la amplitud y frecuencia de la señal de salida.

1.5 LIMITACIONES

Por considerarse que son temas apropiados a desarrollar en un posterior trabajo que incluya la construcción de un prototipo, los siguientes aspectos no se tratarán a detalle en este trabajo:

- El diseño detallado de los elementos electrónicos (cálculos térmicos, disipadores, tarjetas de circuito, drivers de compuerta, circuitos de aislamiento óptico, etc.).

- El efecto de los tiempos muertos en las señales de salida.

- El análisis de frecuencias de las señales de conmutación, las pérdidas por conmutación en los dispositivos semiconductores, ni su optimización.

www.bdigital.ula.ve

CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO

2.1 EL MOTOR DE INDUCCIÓN

El motor de inducción es un tipo de máquina eléctrica rotativa, también denominada máquina asincrónica. Es el tipo de motor eléctrico más utilizado en la industria. Sus orígenes se remontan a las investigaciones realizadas a finales del siglo XIX por el profesor Galileo Ferraris en Italia y por Nikola Tesla en los EE.UU. En los motores de inducción, no se suministran corrientes eléctricas al rotor; las corrientes que circulan en él se deben a fuerzas electromagnéticas inducidas por el flujo magnético del estator (de manera similar a lo que ocurre en un transformador), de allí que se denominen motores de inducción. La velocidad a la que el gira el rotor de estas máquinas siempre está por debajo, pero muy cerca, de la velocidad impuesta por la frecuencia de la red (llamada velocidad sincrónica), por ello la denominación de máquinas asincrónicas.

Según su construcción, existen dos tipos de motores de inducción: motor de rotor devanado y motor de jaula de ardilla. En el primero, el rotor está constituido por arrollamientos de cobre, e incluye anillos deslizantes, los cuales permiten conectar elementos resistivos con la finalidad de limitar corrientes de arranque. En el motor de jaula de ardilla no existen conexiones del rotor al exterior, pues este está conformado por barras conductoras de cobre o aluminio unidas por anillos en los extremos, embebidas en un núcleo magnético. El motor de inducción de jaula de ardilla, al no poseer escobillas o anillos deslizantes, requiere menor mantenimiento, es más sencillo y robusto para operar en condiciones adversas, y su eficiencia es elevada. Hoy en día este tipo de motor es el más utilizado en la industria, trabajando a una frecuencia de alimentación y velocidad constante, al conectarse directamente a la red eléctrica AC. Su rango de aplicación incluye ventiladores, bombas, compresores, y una gran cantidad de aplicaciones industriales.

La principal desventaja del motor de inducción radica en la dificultad para controlar su velocidad, problema para el que el desarrollo de la electrónica de potencia ha resultado especialmente beneficioso.

En la figura 2.1 se muestra los principales componentes de un motor de inducción y la figura 2.2 muestra los dos tipos de rotores característicos de estas máquinas.



Figura 2.1. Motor de inducción y sus partes [1]



Figura 2.2. Detalle de los rotores de los motores de inducción (a) Rotor devanado [2], (b) Rotor de Jaula de Ardilla [3].

2.1.1 Funcionamiento del Motor de Inducción

El motor de inducción está conformado por el estator, y el rotor. Su funcionamiento se basa en la creación de un campo magnético giratorio que se produce al conectar los devanados polifásicos del estator (generalmente trifásicos), a corrientes desfasadas la misma cantidad de grados que el ángulo de separación mecánico entre ellos. Por ejemplo, para un estator trifásico, repartido uniformemente en el espacio, el ángulo mecánico que forman los devanados entre si es de 120 grados, por lo que cada una de las corrientes que alimentan dichos devanados deberá estar desfasada 120 grados una de la otra para poder producir un campo magnético giratorio.

El rotor está conformado por espiras, que al estar inmersas en un campo magnético variable, se induce en ellas una fuerza electromotriz, y al estar las mismas en cortocircuito (o conectados por resistencias en el caso de rotores devanados) circulará una corriente. En consecuencia, aparecerá una fuerza que intentará mover la espira para tratar de alinearla con el campo magnético, sin embargo, debido a que este está constantemente girando, el rotor nunca termina por alcanzarlo, y así la máquina llega a un régimen permanente de rotación. Es de hacer notar que si el rotor girase a una velocidad igual a la del campo magnético, las espiras del mismo ya no verían una variación de flujo, por lo tanto no se inducirían fuerzas y el motor se detendría. A la velocidad con la que gira el campo magnético producido por el estator se le denomina *velocidad sincrónica* (n_s), la expresión 2-1 define la velocidad sincrónica en revoluciones por minuto (rpm), en términos del número de polos de la máquina p, y de la frecuencia de alimentación f. La velocidad de giro del rotor suele estar entre el 3 y el 8 por ciento por debajo de la velocidad sincrónica, este deslizamiento depende de la carga mecánica acoplada al eje; en vacío, el deslizamiento es muy bajo y la velocidad del motor muy cercana a la velocidad sincrónica.

A la diferencia entre la velocidad sincrónica n_s y la velocidad del rotor n, expresada en porcentaje, se le denomina deslizamiento s, tal como se muestra en la ecuación 2-2. Cuando la maquina opera como motor, el deslizamiento toma valores de 0 a 1. El máximo deslizamiento (s=1) ocurre en el arranque. Si el rotor girase a una velocidad mayor que n_s entonces el motor estaría funcionando como generador y el deslizamiento toma valores negativos. En el caso de

que el rotor gire en sentido contrario al del campo magnético giratorio, por ejemplo si se invierte una fase con el motor en funcionamiento, el deslizamiento toma valores mayores que la unidad, y ocurrirá un efecto de frenado.

$$n_s = \frac{120 f}{p}$$
 2-1

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} * 100$$
 2-2

En la figura 2.3 se muestran estos diferentes modos de operación, y también se ha representado el par, el cual alcanza su valor máximo para un valor de deslizamiento s_m , El trazo de línea punteada (b) representa el efecto de agregar una resistencia al rotor (solo es posible en el caso de rotor devanado), procedimiento mediante el cual se logra desplazar la curva de torque (el torque máximo), a un valor de deslizamiento deseado s'_m .



Figura 2.3. Zonas de funcionamiento del motor de inducción, según el deslizamiento [4].

2.1.2 Circuito equivalente del Motor de Inducción.

Para obtener las expresiones que definen la potencia de la máquina, así como el par que entrega el motor, es necesario estudiar el circuito equivalente. La figura 2.4 muestra el circuito equivalente de la máquina asincrónica. Aquí los subíndices 1 y 2 se refieren, respectivamente, al estator y al rotor de la máquina. r_1 y r_2 corresponden a las resistencias de los devanados del estator y del rotor, lo que permite determinar las pérdidas por efecto joule, r_c es una resistencia variable, que representa la carga mecánica sobre el eje del motor. X_1 y X_2 representan los flujos de dispersión, que varían en función de la frecuencia de alimentación y la frecuencia rotórica, respectivamente. En la rama en paralelo, r_o representa las pérdidas magnéticas, y X_o la reactancia de magnetización. N_1 y N_2 son el número de vueltas de los devanados y definen una relación de transformación $a = N_1/N_2$.



Figura 2.4. Circuito equivalente del motor de inducción [5].

Se puede referir al lado del estator, los parámetros del rotor, mediante la relación de transformación a. En ese caso el circuito equivalente resultante es el de la figura 2.5, en donde el signo apostrofe (') indica que el elemento ha sido referido al lado del estator.



Figura 2.5. Circuito equivalente del motor de inducción referido al estator [5].

Para efectos de simplificación, la rama en paralelo del circuito se puede colocar antes de la impedancia formada por X_1 y R_1 . A este circuito, se le denomina circuito equivalente aproximado, y su representación se muestra en la figura 2.6.



Figura 2.6. (a) Circuito equivalente aproximado (b) en función de la carga [5].

2.1.3 Expresiones de potencia y par en el motor de inducción

Si se consideran despreciables las pérdidas mecánicas, el par de salida en el eje será proporcional a la potencia transmitida al rotor, como lo muestra la ecuación 2-3. La potencia transmitida, cuya relación se obtiene por medio del análisis del circuito equivalente, referido al estator, se muestra en 2-4. Luego al sustituirla en 2-3, se obtiene la ecuación 2-5, que relaciona el par en función de los parámetros eléctricos del motor.

$$T = \frac{P_T}{\frac{2\pi}{60}n_s}$$
 2-3

$$P_T = \frac{3V_1^2 \frac{r_2'}{s}}{(r_1 + \frac{r_2'}{s})^2 + (X_1 + X_2')^2}$$
 2-4

$$T = \frac{3}{1.027n_s} \left[\frac{V_1^2 \frac{r_2'}{s}}{\left(r_1 + \frac{r_2'}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2')^2} \right]$$
2-5

2.1.4 Regulación de velocidad del motor de inducción

Como se mencionó anteriormente, la velocidad del motor de inducción depende de la velocidad del campo magnético giratorio, es decir la velocidad sincrónica, la cual suele ser fija pues depende directamente de la frecuencia de alimentación según la expresión 2-1. Bajo operación normal del motor, el deslizamiento depende de la carga mecánica, y normalmente se encuentra en el orden del 1 al 8 por ciento de la velocidad sincrónica, siendo proporcional a la carga en este rango, por ello el motor de inducción es ampliamente utilizado en aplicaciones donde se requiere que la velocidad sea constante.

Debido a las características de robustez y fiabilidad de los motores de inducción, resulta conveniente utilizarlos para operar cargas con velocidad variable. Para poder lograrlo se han desarrollado diferentes técnicas que permiten controlar la velocidad al modificar alguno o algunos de los parámetros del motor, así como los de la alimentación. Algunos de los métodos que se han utilizado para el control de velocidad son [6]:

- 1) Control por cambio en el número de polos (polos consecuentes).
- 2) Estatores con devanados múltiples.
- 3) Control mediante conexión en cascada.
- 4) Modulación de amplitud del polo
- 5) Control de frecuencia del estator.
- 6) Control de voltaje en el estator.
- 7) Control de frecuencia/tensión en el estator (control escalar).
- 8) Control de corriente en el estator.
- 9) Control de voltaje, corriente y frecuencia del estator.
- 10) Adición de resistencia en el rotor (sólo en WRIM).
- 11) Control de voltaje en el rotor (solo en WRIM).
- 12) Control de velocidad por aceleración del campo.

Los primeros cuatro métodos, se basan en la operación de elementos electromecánicos para cambiar las conexiones entre los devanados del motor, y así lograr un cambio en los parámetros de construcción la máquina, como el número de polos, por ello solo permiten obtener variaciones discretas de velocidad, y hoy en día resultan imprácticos y obsoletos, debido a la complejidad que implica tener que construir motores con varios devanados en el estator para formar diferente cantidad de pares de polos, por ejemplo. En el caso de la conexión en cascada, es necesario disponer de un motor adicional solo para propósitos de control de velocidad. Hoy en día, y gracias al desarrollo de la electrónica de potencia, resultan de especial interés los métodos que modifican directamente los parámetros, ya no de construcción del motor, sino de la alimentación del mismo, tales como la amplitud del voltaje y la frecuencia. Para lograrlo, se utilizan técnicas de conmutación de semiconductores que permitan generar señales de salida con ciertos parámetros, que además pueden controlarse. Por medio de estos sistemas electrónicos, se pueden obtener variaciones de la velocidad en un rango más amplio.

2.1.5 Control de velocidad por voltaje/frecuencia

Si se observa la ecuación de par 2-5, se puede ver que éste varia con el cuadrado del voltaje, luego si se disminuye el voltaje, el par también disminuye, esto permite que se pueda reducir la velocidad de la máquina, pero también se tiene el riesgo de que debido a la disminución de par, ya no se pueda impulsar la carga mecánica, por ello la variación de voltaje en el estator solo permite la operación en un rango pequeño de velocidad, según la carga mecánica. La figura 2.7 ilustra este efecto sobre la velocidad y el par.

Como ya se sabe, la velocidad del motor depende de la velocidad del campo magnético giratorio, que es función de la frecuencia de alimentación, y el número de polos de la máquina, como lo define la ecuación 2-1. Ya que no es práctico modificar el número de polos, es evidente que la variación en la frecuencia se presenta como la alternativa lógica que permite modificar la velocidad de la máquina de forma efectiva. Sin embargo debe tenerse en cuenta el efecto que la modificación de la frecuencia tiene sobre el flujo magnético.



Grafica 2.7. Efecto de modificar el voltaje de alimentación sobre la velocidad y el par [6].

La ecuación 2-6 representa el flujo magnético en el entrehierro, donde k es el conjunto de factores de forma, distribución y de paso del devanado; y N_1 la cantidad de vueltas en la bobina del estator. Si se disminuye la frecuencia, el flujo magnético aumentará, lo que causará la saturación del núcleo magnético. En consecuencia, para mantener constante el flujo, es necesario mantener constante el cociente $\frac{E_1}{f}$

$$\Phi_m = \frac{E_1}{4,44kN_1f}$$
 2-6

Del circuito de la figura 2.5 se puede expresar E_1 como:

$$E_1 = V_1 - r_1 I_1 - j X_1 I_1 2-7$$

Y sustituyendo 2-7 en 2-6 se obtiene:

$$\Phi_m = \frac{E_1}{4,44k_1N_1f} = \frac{1}{4,44k_1N_1} \left| \frac{V_1}{f} - \frac{r_1I_1}{f} - \frac{jX_1I_1}{f} \right|$$
 2-8

Donde V_1 representa el voltaje de alimentación y $X_1 = \omega L = 2\pi f L$, por lo que el último término no depende de la frecuencia. Para frecuencias cercanas a la nominal, los dos últimos términos

son despreciables frente a $\frac{v_1}{f}$, pero, para bajas frecuencias el termino resistivo $\frac{r_1 l_1}{f}$ deja de ser despreciable, de aquí que sea necesario incrementar el voltaje cuando el motor opera en frecuencias bajas [4].

Todo esto se resume en la gráfica que se muestra en la figura 2.8. La zona de potencia constante corresponde a frecuencias mayores a la nominal, con el fin de evitar fallas de aislamiento, aquí la tensión de alimentación debe limitarse para no superar el valor nominal, debido a esto, tanto el flujo magnético como el par se verá debilitado. La figura 2.9 muestra la característica de par vs velocidad, para un motor con control v/f, en donde se puede ver que las curvas de par son prácticamente iguales, hasta llegar a la velocidad nominal, luego de allí el par se ve reducido por el debilitamiento del campo.



Figura 2.8. Característica de control voltaje/frecuencia de un motor de inducción [7].



Figura 2.9. Curvas de par vs velocidad para un motor de inducción con control v/f [4].

2.1.7 El motor de inducción monofásico

Como se describió en la sección 2.1.1, el principio de funcionamiento del motor de inducción se basa la creación de un campo magnético giratorio que se obtiene al alimentar devanados trifásicos, con corrientes alternas desfasadas la misma cantidad de grados que la separación entre ellos. Existen muchas aplicaciones en donde no se requiere mover grandes cargas mecánicas, y resulta engorroso, o no se tiene acceso a un sistema de alimentación trifásico, como es el caso de pequeñas herramientas y maquinarias, electrodomésticos y otros aparatos del hogar, ventiladores, compresores y bombas de pequeño tamaño, entre otros. Para suplir esta demanda se ha desarrollado el motor de inducción monofásico, que se fabrica para potencias inferiores a los 10 HP.

Los motores de inducción monofásicos están constituidos por un devanado monofásico en el estator y un rotor en jaula de ardilla. Al alimentar el estator del motor con una corriente alterna, se produce una fuerza magnetomotriz pulsante, que a su vez produce un campo magnético, el cual induce corrientes en el rotor, tal como ocurre con el motor trifásico. El campo pulsante se puede expresar como dos campos giratorios de sentido contrario, la acción resultante de estos campos sobre el rotor es nula, de aquí que el motor no pueda arrancar por sí mismo [4], [5]. El efecto de estos dos campos permite que el rotor pueda adquirir una velocidad de giro en un sentido o en otro; luego de ser impulsado con alguna fuerza externa, éste girará en el mismo sentido de la fuerza aplicada hasta alcanzar la velocidad nominal.

Para el motor monofásico se obtiene una característica de par que es similar a la del motor trifásico, pero que muestra una parte negativa, que representa el sentido de giro en sentido contrario (el sentido de giro positivo se puede escoger arbitrariamente). La figura 2.10 muestra la característica de par vs velocidad para un motor de inducción monofásico, el deslizamiento s_d indica la dirección de giro positiva, mientras que s_i indica el sentido inverso. Ya que el par en el arranque es nulo, es necesario que se aplique una fuerza al rotor que permita superar el par de carga (punto A). La línea envolvente es la característica correspondiente a un motor trifásico similar. Se puede ver que el motor monofásico posee un deslizamiento ligeramente superior para la misma carga (puntos B y C).



Figura 2.10. Curva de par vs deslizamiento para motor de inducción monofásico [4].

Para lograr el par de arranque necesario, se incorpora un devanado auxiliar, con la finalidad de producir un campo adicional desfasado del primero, para que se produzca un par de rotación que pueda poner la máquina en marcha, a este tipo de motores se le conoce también como motores de fase partida. El devanado auxiliar no se diseña para uso continuo, solo se necesita durante el arranque, por ello ha de desconectarse luego que el motor alcance una velocidad cercana a la nominal, dicha desconexión se logra mediante un interruptor centrífugo.

El par de arranque producido por el devanado auxiliar es pequeño, entre 0,75 a 1,25 veces el par nominal [8]. Para aumentarlo, se debe incrementar el desfase de la corriente en el devanado auxiliar, lo que se puede lograr al conectar un condensador, dispositivo que puede hacer que el desfase llegue hasta casi 90°, de esta forma el par de arranque puede llegar a ser 3,5 a 4,5 veces el par nominal [8].

En un motor monofásico, las características de par y velocidad son similares a las vistas en los motores trifásicos. La mayor diferencia, es que el deslizamiento para una misma carga es un poco mayor, y que el motor puede girar en un sentido o en otro, según el impulso inicial que se le aplique. Aun así, la velocidad nominal sigue siendo directamente proporcional a la frecuencia de alimentación, como en el motor trifásico.

La figura 2.11 muestra un diagrama básico de un motor monofásico con su devanado principal y auxiliar y el condensador como dispositivo desfasador.



Figura 2.11. Diagrama básico de un motor de inducción monofásico [8].

2.2 ARMÓNICOS EN LOS SISTEMAS DE POTENCIA

La presencia de armónicos en los sistemas de potencia supone un problema en la calidad de la energía. En el estándar de la IEEE Std 519-2014, se definen los armónicos como: "una componente sinusoidal de una onda periódica fundamental cuya frecuencia es un múltiplo entero de ésta". Por ejemplo, para un sistema de 60 Hz, el armónico de orden 3 (también conocido como el tercer armónico) es 180 Hz [9].

Los armónicos en el sistema de potencia causan un impacto negativo en los diferentes equipos y aparatos conectados a la red, que se traduce en pérdidas de energía. Las corrientes armónicas que comienzan a fluir debido a la distorsión de la señal sinusoidal, pueden causar interferencias en los sistemas de comunicaciones, pérdidas y recalentamiento en dispositivos electromagnéticos (como transformadores y motores), además de valores elevados de voltajes cuando el sistema contiene sistemas de compensación por medio de reactancias capacitivas [9].

En la figura 2.12 se muestra una representación gráfica de una señal afectada por la presencia de armónicos. Se puede ver la sinusoidal fundamental (60 Hz) y sus primeros 6 armónicos impares.



Figura 2.12. Descomposición de una señal distorsionada por sus diferentes armónicos [10].

2.2.1 La distorsión armónica total

Para cuantificar el grado de distorsión de una onda periódica, se utiliza el índice de distorsión armónica total. Este se define como la relación entre la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados del valor rms de cada armónico y el valor rms de la fundamental [10]. Matemáticamente se expresa en la ecuación 2-9.

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{h_{max}} V_h^2}}{V_1}$$
 2-9

2.2.2 Efectos de los armónicos

Someter un sistema eléctrico a una alta presencia de armónicos continuada en el tiempo, causa estrés en todos los elementos del sistema, lo que se resume en una alta ineficiencia y pérdidas, funcionamiento inadecuado de los dispositivos de protección y medición, etc.

Los efectos negativos de los armónicos en los equipos se pueden clasificar en dos grupos [11]:

(1) Recalentamiento de los equipos, con la consecuente reducción en su vida útil

(2) Interrupción en la operación de los mismos.

Según [11] y [12], los efectos de los armónicos en los distintos equipos del sistema eléctrico, son los siguientes:

- Conductores: Mayor temperatura de la que se esperaría para un valor RMS de corriente dado, debido a dos mecanismos: El primero, debido al efecto piel y efecto de proximidad. El efecto piel es causado por una distribución de cargas desigual en el conductor, al concentrarse la corriente hacia las capas exteriores, lo que aumenta la resistencia; este efecto aumenta con la frecuencia. El efecto de proximidad se produce debido al campo magnético de los conductores, que distorsionan la distribución de cargas de los conductores adyacentes.

El segundo mecanismo es debido a los armónicos de orden 3 de equipos electrónicos tales como fuentes de poder conmutadas: En sistemas de distribución trifásicos de 4 hilos, alimentando cargas monofásicas, estos armónicos se suman en vez de cancelarse en el conductor del neutro, lo que puede hacer que éste vea una corriente de hasta 1.7 veces la corriente de fase. Este caso puede darse por ejemplo en edificios de oficinas, donde el sistema de distribución trifásico, alimenta grandes cargas de equipos electrónicos monofásicos, como computadoras.

Equipos electrónicos: La distorsión de la señal de voltaje puede causar que esta tenga múltiples cruces por cero. Algunos circuitos electrónicos utilizan el cruce por cero de la señal sinusoidal como base de tiempo para su operación. Al haber múltiples cruces por cero, el equipo puede operar de manera errónea o dejar de funcionar. Este efecto también puede afectar el disparo de semiconductores, haciendo que estos cambien de estado en tiempos indebidos o aleatorios.

La distorsión del voltaje puede hacer que los condensadores de filtrado en las fuentes de poder vean valores de tensión distintos a los esperados, haciendo que la fuente opere en sobre voltaje o menor voltaje que el debido. Además, los sub armónicos suelen causar distorsión e interferencia en equipos que utilizan rayos catódicos, como los televisores CRT que aún se usan ampliamente.

- Alumbrado: Las lámparas incandescentes ven su vida útil reducida al operar bajo un voltaje distorsionado. Si se opera la lámpara a un voltaje RMS mayor que el nominal, debido a la distorsión armónica, el filamento se calentara más de lo debido, lo que reduce su tiempo de vida. En el caso de lámparas de descarga, o fluorescentes, se pueden presentar fenómenos de resonancia.
- Protecciones eléctricas: La distorsión de la forma de onda afecta el rendimiento de los relés de protección y puede hacerlos operar de forma errónea, o que no operen cuando es requerido. Cada relé se comporta de diferente manera ante la presencia de una distorsión. El relé puede no operar en caso de falla, o dispararse aun cuando no existe falla.
- Máquinas rotativas: La aplicación de voltajes no sinusoidales a las máquinas eléctricas puede causar recalentamientos, vibración, o ruido. Es importante mencionar que la utilización de controladores de velocidad, por medio de inversores, suelen producir un voltaje significativamente distorsionado. El mayor problema asociado con la distorsión de voltaje es el recalentamiento del motor. Este incremento de temperatura reduce significativamente la vida del motor. El aumento de temperatura depende del espectro de armónicos en los terminales, siendo este mayor para armónicos de orden bajo [12].
 - Transformadores: El principal efecto es el calor adicional generado por las pérdidas adicionales en el hierro y el cobre. Además pueden haber problemas de aislamiento, así como resonancia y pequeñas vibraciones del núcleo. Si se requiere adaptar los transformadores para el uso de cargas no lineales, se deberá aplicar al mismo un "*derating*", con lo que se reduce la capacidad efectiva del transformador para operar ante una carga determinada.

2.3 INVERSORES

Un inversor es un circuito electrónico, conversor de energía, cuya finalidad es transformar una entrada de corriente continua, a una señal de corriente alterna simétrica, con valores de voltaje y frecuencia deseados. Los inversores se pueden diseñar para que los parámetros de la señal de salida sean fijos, o que estos puedan ser modificados por medio de algún tipo de control. Los inversores se construyen a partir de un circuito básico, denominado "*puente H*", que mediante la conmutación adecuada de sus dispositivos semiconductores, permite obtener en la salida tres voltajes, a partir de una fuente de alimentación DC. Diversas técnicas se utilizan para el control de la conmutación y que permita obtener una señal alterna. Idealmente, la señal de salida de un inversor, debería ser una sinusoidal pura, pero esto no es así en la práctica, por lo que la señal de salida de un inversor se encuentra afectada por armónicos. La técnica de conmutación más utilizada es la modulación por ancho de pulsos (PWM), sin embargo nuevas técnicas se han desarrollado, con la finalidad de eliminar la distorsión armónica, y generar una onda de salida lo más cercana a la ideal.

2.3.1 Principio de funcionamiento

El inversor más básico se construye con el circuito de la figura 2.13 (a). S1 y S2 pueden ser considerados como dos interruptores cuyos estados de operación son "ON", es decir, en conducción, y "OFF", en corte o abierto. Modificando los estados de conmutación de S1 y S2, se logra que la carga conectada entre los puntos "a" y "o" vea niveles de voltaje que corresponden a: 0V, $-V_{DC}$ y V_{DC} . Se debe tener cuidado que los dos interruptores no estén en estado de conducción al mismo tiempo, pues la fuente se pondría en cortocircuito. La tabla 2.1 muestra los estados de conmutación posibles y el voltaje correspondiente, y en la figura 2.13(b) se muestra como es el voltaje de salida "*Vao*", de donde se puede ver que se obtiene una señal cuadrada, la figura 2.13 (c) corresponde a la corriente de salida, ante una carga de naturaleza inductiva.

dital ula

Se puede mejorar la señal de salida si se añade al circuito en medio puente, otra rama de interruptores, y se conecta la carga a través de ellas, como lo muestra la figura 2.7. Este circuito se conoce como "puente H", y es el circuito base utilizado en muchas topologías de inversores.

S1, S2	Vao
0 0	0
0 1	-Vdc/2
1 0	Vdc/2
1 1	Fuente en corto

Tabla 2.1. Estados de conmutación para un inversor en medio puente.



Figura 2.13. (a) Circuito inversor medio puente o "half-bridge", (b) Voltaje de salida (c) Corriente de salida ante carga inductiva [13].



Figura 2.14. Circuito inversor en puente completo, o "puente H" [13].

Para utilizar el puente H, es necesario conmutar los interruptores S1, S2, S3 y S4. Al tener cuatro interruptores, los estados posibles de conmutación son 16 (2⁴). La tabla 2.2 muestra todos los posibles estados de conmutación para un inversor en puente completo, de allí se observa que los valores de voltaje que se pueden obtener son: 0V, V_{DC} , y $-V_{DC}$. Sin embargo, se deben evitar los estados que activarían al mismo tiempo los dos interruptores de una misma rama, para evitar cortocircuitos en la fuente de alimentación (estados no permitidos). Teniendo esto en consideración, solo es necesario tomar cuatro estados que permiten obtener los valores

de voltaje deseados, los cuales se muestran en la tabla 2.3, en donde el '1' representa el estado *ON* o encendido, y el '0' el estado *OFF* o apagado, del interruptor correspondiente. También se puede observar que los interruptores superiores del circuito trabajan en forma complementaria con los inferiores.

Conmutar los interruptores a una frecuencia de 60 Hz, solo permite obtener las señales de la figura 2.13 (b) y (c), que distan mucho de ser señales sinusoidales, pero mediante la aplicación de otras técnicas de modulación, como PWM, es posible obtener una señal, que aunque sigue siendo no sinusoidal, presenta un mejor comportamiento que la señal cuadrada de 60 Hz, sobre todo en términos de la corriente.

S1, S2, S3, S4	Vao	Vbo	Vab	
0 0 0 0	-	-	0	
0 0 0 1	-Vdc/2	-Vdc/2	0	
0 0 1 0	+Vdc/2	+Vdc/2	0	
0 0 1 1	CORTO	CORTO	CORTO	
0 1 0 0	0	-	0	
0 1 0 1	-Vdc/2	-Vdc/2	0	
0 1 1 0	-Vdc/2	+Vdc/2	-Vdc	
0 1 1 1	-Vdc/2	CORTO	CORTO	
1 0 0 0	+Vdc/2		0	
1 0 0 1	+Vdc/2	-Vdc/2	Vdc	
1 0 1 0	+Vdc/2	+Vdc/2	0	
1 0 1 1	+Vdc/2	CORTO	CORTO	
1 1 0 0	CORTO	-	CORTO	
1 1 0 1	CORTO	-Vdc/2	CORTO	
1 1 1 0	CORTO	+Vdc/2	CORTO	
1 1 1 1	CORTO	CORTO	CORTO	

Tabla 2.2. Estados de conmutación posibles para un inversor en puente completo.

Tabla 2.3. Estados de conmutación utilizables para un inversor en puente completo (puente H).

S1, S2, S3, S4	Vao	Vbo	Vab
0 1 0 1	-Vdc/2	-Vdc/2	0
0 1 1 0	-Vdc/2	+Vdc/2	-Vdc
1 0 0 1	+Vdc/2	-Vdc/2	Vdc
1 0 1 0	+Vdc/2	+Vdc/2	0

2.3.2 Inversores multinivel

Los inversores constituidos por un solo puente H no permiten obtener una señal con un contenido de armónicos lo suficientemente bajo, pues el circuito en el que están basados solo puede dar como máximo dos o tres niveles de voltaje, además para aplicaciones de potencias altas, existen limitaciones en cuanto al voltaje que pueden manejar los dispositivos semiconductores.

Un inversor multinivel permite construir una señal sinusoidal mediante la generación de varios niveles de voltaje, que conforman una señal de salida escalonada.

El principio básico de funcionamiento de los inversores multinivel, se basa en la conexión en serie de los elementos de conmutación, con diferentes fuentes de voltaje DC; lo que permite obtener una onda de voltaje del tipo escalera. Según su aplicación, las diferentes fuentes de voltaje DC necesarias, pueden provenir de sistemas de energía renovable, como paneles fotovoltaicos, o elementos de almacenamiento (como condensadores y baterías). En la figura 2.15 se puede ver una comparación entre la señal de salida típica de un inversor multinivel, junto con la señal de salida de un inversor de sólo dos niveles (modulación PWM sinusoidal bipolar), mientras que la 2.16 muestra la representación teórica, para inversores de dos, tres y m niveles.

En los inversores multinivel, es necesario un mayor número de componentes, lo que aumenta la complejidad y el costo del diseño en general, sin embargo, se gana en eficiencia, reducción y posible control de los armónicos, con un mejor funcionamiento de las cargas a conectar. Las topologías multinivel más conocidas son *acoplado por diodo, acoplado por condensador* e *inversores en cascada*.

En el caso de los inversores en cascada, según se utilicen fuentes DC iguales o desiguales, se pueden obtener inversores simétricos o asimétricos, con los últimos se busca aumentar los niveles de salida, con la misma cantidad de elementos.



Figura 2.15. Comparación entre las señales de salida de (a) Inversor de 2 niveles, (b) Inversor multinivel de 9 niveles. [14]



Figura 2.16. Representación teórica de inversores (a) 2 niveles, (b) 3 niveles y (c) m niveles [15]

• Inversor multinivel acoplado por diodo

Esta topología fue propuesta inicialmente en [16]. Este tipo de inversores utiliza diodos de acople y condensadores, para generar los escalones del voltaje de salida AC. Los inversores acoplados por diodos de tres niveles, también son conocidos como inversores de punto neutro anclado (NPC), y han encontrado un amplio uso en sistemas de medio voltaje y potencias altas y medias [17] y también se han usado como interfaz entre fuentes de voltaje DC en sistemas de energía renovable, y cargas residenciales o para interconexión a la red eléctrica.

En la figura 2.17 se muestra el circuito básico de un inversor con esta topología, y un fragmento de la señal de salida correspondiente según la activación de los interruptores.



Figura 2.17. (a) Inversor multinivel acoplado por diodo de tres niveles (b) Señal de salida de dicho inversor según la activación de los interruptores [14].

En los inversores acoplados por diodo, de punto neutro anclado, el voltaje V_{DC} de la fuente se divide en dos, por medio de los condensadores, C₁ y C₂, lo que crea el punto neutro "n". Se obtienen tres niveles de voltaje de salida (v_{an}): $-\frac{V_{DC}}{2}$, 0 y $\frac{V_{DC}}{2}$, mediante tres estados de conmutación.

Para obtener el nivel $-\frac{V_{DC}}{2}$ los interruptores se deben activar S_{a3} y S_{a4} , para el nivel 0 S_{a2} y S_{a3} y para el nivel $\frac{V_{DC}}{2}$, S_{a1} y S_{a2} . La tabla 2.4 resume estos estados de conmutación, un "1" representa el estado activado y un "0" representa el estado desactivado. Los diodos D_{CA1} y D_{CA2} son los diodos de anclado, y su función es fijar el voltaje de conmutación y balancear el voltaje al bloquear el voltaje en los condensadores. Por ejemplo, cuando S_{a1} y S_{a2} están en conducción, el voltaje $v_{ao} = V_{DC}$; en este caso D_{ca2} balancea el voltaje entre S_{a3} y S_{a4} , al bloquear S_{a4} el voltaje de C_2 . Los dispositivos de conmutación (S_{a1} a S_{a4}) suelen ser MOSFET o IGBT, e incluyen diodos en anti paralelo, lo que permite operar cargas con diferentes factores de potencia. Entre los puntos "a" y "0" también se puede conectar una carga, pero hay que tener en cuenta que el voltaje entre dichos puntos tendrá un nivel DC de $\frac{V_{DC}}{2}$.

Se pueden aumentar los niveles de voltaje, al incrementar el número de condensadores y agregar un par de dispositivos de conmutación por cada nivel adicional de voltaje. En la figura 2.18 se muestra, a modo de comparación, un inversor multinivel de tres niveles, y uno de cinco. Para el circuito de la figura 2.18 (b), el voltaje se reparte entre los condensadores C_1 a C_4 , y cada uno toma un valor de $V_{DC}/4$, y se necesitan cinco estados de commutación para sintetizar los cinco niveles de salida, estos estados se muestran en la tabla 2.5, con su nivel de voltaje correspondiente.

Siendo *m* el número de niveles, se requiere que cada interruptor bloquee un nivel de voltaje de $V_{DC}/(m - 1)$, sin embargo, los diodos de anclado deben soportar un mayor voltaje de polarización inversa. Por ejemplo, cuando los interruptores S_2 ' a S_4 ' están en conducción, el diodo D_1 ' debe bloquear el voltaje de tres condensadores ó $3V_{DC}/4$. Si se asume que los diodos tendrán valores nominales iguales a los interruptores, el número de diodos que se necesitan por fase será: $(m - 1) \times (m - 2)$. Lo que representa un aumento cuadrático al incrementarse los niveles m. Esto hace que la implementación de un inversor de diodo anclado sea
impráctica para un número de niveles elevado [15]. Además, se debe tomar en cuenta el tiempo de recuperación de los diodos, en caso de utilizar esquemas de modulación PWM de alta frecuencia.

S _{a1}	S _{a2}	Sa3	Van	
0	0	1	1	- <i>V_{DC}</i> /2
0	1	1	0	0
1	1	0	0	V _{DC} /2

Tabla 2.4 Estados de conmutación para un inversor anclado por diodo de tres niveles

Tabla 2.5. Estados de conmutación para un inversor anclado por diodo de cinco niveles.

	Van	Interruptores en conducción
	V _{DC} /2	S ₁ , S ₂ , S ₃ , S ₄
	$V_{DC}/4$	S ₂ , S ₃ , S ₄ , S ₁ '
	0	S ₃ , S ₄ , S ₁ ', S ₂ '
	-V _{DC} /4	S4, S1', S2', S3'
MANAAA ba	-V _{DC} /2	S1', S2', S3', S4'
WWW.DC		JII



Figura 2.18. Inversores multinivel acoplados por diodo: (a) de tres niveles y (b) de cinco niveles [15].

Reconocimiento-No comercial- Compartir igual

ula.ve

• Inversor multinivel acoplado por condensador

Este tipo de inversores también se conocen como inversores de condensador flotante. Fue propuesto inicialmente por Mynard y Foch en [18]. La estructura de estos convertidores es similar a la de diodo anclado, con la excepción de que la fijación del voltaje se logra por medio de condensadores flotantes independientes. El inversor más sencillo, se muestra en la figura 2.19(a). Proporciona en su salida tres niveles de voltaje $v_{an} = -\frac{V_{DC}}{2}$, 0 y $\frac{V_{DC}}{2}$, mediante tres estados de conmutación: Para obtener el nivel $-\frac{V_{DC}}{2}$, se deben activar los interruptores S_1 , y S_2 . Para obtener 0 V, deben activarse el par S_1, S_1 , ó S_2, S_2 , y para obtener $\frac{V_{DC}}{2}$ se deben activar S_1 y S_2 . El condensador C_1 se carga Cuando S_1 y S_1 , están en conducción, y se descarga cuando se activan S_2 y S_2 . Por medio de la selección apropiada de los estados de conmutación para el nivel 0 V, puede balancearse la carga de C₁. La tabla 2.7 resume estos estados de conmutación y su voltaje de salida correspondiente.

Los inversores acoplados por condensador brindan mayor flexibilidad que los acoplados por diodo para la sintetización de los voltajes, pues existe mayor número de combinaciones que permiten obtener un nivel determinado. Por ejemplo, en el inversor de la figura 2.19(b), para obtener un nivel de voltaje de $V_{DC}/4$ existen tres combinaciones posibles, a diferencia del inversor acoplado por diodo, donde solo existe una. La tabla 2.6 muestra un resumen de los estados de conmutación posibles para el inversor de cinco niveles. Se debe tomar en cuenta que cuando el voltaje de los condensadores indicado en la tabla posee signo positivo, el elemento se está descargando, si el signo es negativo, se está cargando. De allí, que se puede balancear la carga y descarga de los condensadores al seleccionar apropiadamente los estados de conmutación.

Van	Interruptores en conducción
-V _{DC} /2	S1', S2'
0	S1, S1' S2, S2'
$V_{DC}/2$	S1, S2

Tabla 2.6. Estados de conmutación para un inversor anclado por condensador de tres niveles

Van	Interruptores en conducción	Observaciones y cómo se forma el voltaje Van	
$V_{DC}/2$	S ₁ , S ₂ , S ₃ , S ₄	Se activan todos los interruptores de la rama superior.	
V _{DC} /4	S ₁ , S ₂ , S ₃ , S ₁ ' S ₂ , S ₃ , S ₄ , S ₄ ' S ₁ , S ₃ , S ₄ , S ₃ '	$ \begin{split} &V_{an} = V_{DC}/2 \text{ de los } C_4 \text{ superiores} - V_{DC}/4 \text{ de } C_1. \\ &V_{an} = 3V_{DC}/4 \text{ de los } C_3 - V_{DC}/2 \text{ de los } C_4 \text{ inferiores.} \\ &V_{an} = V_{DC}/2 \text{ de los } C_4 \text{ superiores} - 3V_{DC}/4 \text{ de los } C_3 + V_{DC}/2 \text{ de los } C_2. \end{split} $	
0	S ₁ , S ₂ , S ₁ ', S ₂ ' S ₃ , S ₄ , S ₃ ', S ₄ ' S ₁ , S ₃ , S ₁ ', S ₃ ' S ₁ , S ₄ , S ₂ ', S ₃ ' S ₂ , S ₄ , S ₂ ', S ₄ ' S ₂ , S ₃ , S ₁ ', S ₄ '	$ \begin{array}{l} V_{an}=V_{DC}/2 \ de \ los \ C_4 \ superiores - V_{DC}/2 \ de \ los \ C_2. \\ V_{an}=V_{DC}/2 \ de \ C_2 - V_{DC}/2 \ de \ C_4 \ inferior. \\ V_{an}=V_{DC}/2 \ de \ los \ C_4 \ superiores - 3V_{DC}/4 \ de \ los \ C_3 + V_{DC}/2 \ de \ los \ C_2 - V_{DC}/4 \ de \ los \ C_1. \\ V_{an}=V_{DC}/2 \ de \ los \ C_4 \ superiores - 3V_{DC}/4 \ de \ los \ C_3 + V_{DC}/4 \ de \ C_1. \\ V_{an}=3V_{DC}/4 \ de \ los \ C_3 - V_{DC}/2 \ de \ los \ C_2 + V_{DC}/4 \ de \ C_1. \\ V_{an}=3V_{DC}/4 \ de \ los \ C_3 - V_{DC}/2 \ de \ los \ C_2 + V_{DC}/4 \ de \ C_1. \\ V_{an}=3V_{DC}/4 \ de \ los \ C_3 - V_{DC}/2 \ de \ los \ C_2 + V_{DC}/4 \ de \ C_1. \\ \end{array} $	
-V _{DC} /4	S ₁ , S ₁ ', S ₂ ', S ₃ ' S ₄ , S ₂ ', S ₃ ', S ₄ ' S ₃ , S ₁ ', S ₃ ', S ₄ '	$ \begin{array}{l} V_{an} = V_{DC}/2 \ de \ los \ C_4 - 3V_{DC}/4 \ de \ los \ C_3. \\ V_{an} = V_{DC}/4 \ de \ C_1 - V_{DC}/2 \ de \ los \ C_4 \ inferiores. \\ V_{an} = V_{DC}/2 \ de \ los \ C_2 - V_{DC}/4 \ de \ C_1 - V_{DC}/2 \ de \ los \ C_4 \ inferiores. \end{array} $	
-V _{DC} /2	S1', S2', S3', S4'	Se activan todos los interruptores de la rama inferior.	

 Tabla 2.7. Estados de conmutación para un inversor anclado por condensador de cinco niveles

 [15]



Figura 2.19. Inversor multinivel acoplados por condensador: (a) de tres niveles y (b) de cinco niveles. [15]

De manera similar a los inversores acoplados por diodo, se requiere un gran número de elementos de acoplamiento. Considerando que el voltaje nominal de los condensadores es el mismo que el de los interruptores, un inversor de *m* niveles necesitara un total de $(m - 1) \times (m - 2)/2$ condensadores de anclado por fase, además de los (m - 1) condensadores en paralelo con la fuente DC [15].

• Inversor multinivel en cascada

Esta topología se basa en la conexión en cascada de inversores monofásicos conformados por puentes H, cada uno con una fuente DC independiente. Fue presentada inicialmente en [19]. Cada inversor de puente completo genera tres niveles de voltaje: V_{in} , 0 y $-V_{in}$, por medio de los estados de conmutación que se muestra en la tabla 2.12. La sintetización de los diferentes voltajes que forman la señal de salida escalonada, se logra mediante la suma de los voltajes generados por cada uno de los inversores individuales. La figura 2.20 muestra un inversor de 5 niveles, construido con dos puentes H.



Figura 2.20. Inversor multinivel en cascada de 5 niveles [14]

Al analizar el circuito de la figura 2.20, se puede ver que el voltaje Vab viene dado por la expresión 2-10:

$$V_{ab} = V_{a_1b_2} = V_{a_1b_1} + V_{a_2b_2}$$
²⁻¹⁰

Si el voltaje de cada fuente DC en cada puente H es igual a $V_{DC}/2$, entonces cada puente H produce tres niveles de tensión: $V_{DC}/2$, 0 y - $V_{DC}/2$. De esta manera se pueden obtener cinco niveles de voltaje, por medio de los estados de conmutación que se indican en la tabla 2.8. De allí, se puede ver que existen seis estados redundantes para el nivel 0, y cuatro estados redundantes para los niveles *Vin* y –*Vin*.

Estados de	conmutación			
Inversor a	Inversor b	$V_{a_1b_1}$	$V_{a_2b_2}$	V_{ab}
S1,S2,S3,S4	S1,S2,S3,S4		2 2	
0101	0101	0	0	0
0101	1010	0	0	0
1010	1010	0	0	0
1010	0101	0	0	0
1001	0110	Vin	-Vin	0
0110	1001	-Vin	Vin	0
1001	0101	Vin	0	Vin
1001	1010	Vin	0	Vin
0101	1001	0	Vin	Vin
1010	1001	0	Vin	Vin
1001	1001	Vin	Vin	2Vin
0110	0101	-Vin	0	-Vin
0110	1010	-Vin	0	-Vin
0101	0110	0	-Vin	-Vin
1010	0110	0	-Vin	-Vin
0110	0110	-Vin	-Vin	-2Vin

Tabla 2.8. Estados de conmutación para un inversor en cascada de 5 niveles.

La topología en cascada permite construir con relativa facilidad inversores de m niveles, gracias a su estructura modular. Así, para n puentes H, se obtendrán 2n+1 niveles de voltaje, y se requerirán (n-1)/2 fuentes independientes de voltaje DC. Como ejemplo, se puede ver la figura 2.21, que muestra un inversor construido con 4 puentes H, con los que se obtienen 9 niveles de voltaje. Al igual que ocurre con las dos topologías anteriormente discutidas, el número de elementos y dispositivos semiconductores se incrementa notablemente en caso de necesitar muchos niveles, por esta razón, se han desarrollado los inversores asimétricos, que buscan aumentar el número de niveles, con la menor cantidad posible de componentes.



Figura 2.21. (a) Inversor en cascada de 9 niveles (b) Señales típicas de dicho inversor [15]

La tabla 2.9 resume la cantidad de elementos necesarios según el nivel m del inversor, para cada una de las topologías presentadas, mientras que las tablas 2.10 y 2.11 permiten comparar el número de elementos para los casos particulares de 3 y 13 niveles, respectivamente.

Tabla 2.9. Resumen de la cantidad necesaria de elementos por tipo de inversor [20].

	Tipo de inversor			
Número de elementos	Diodo Anclado	Condensador flotante	En Cascada	
Interruptores Principales	2(<i>m</i> -1)	2(<i>m</i> -1)	2(<i>m</i> -1)	
Diodos en anti paralelo	2(<i>m</i> -1)	2(<i>m</i> -1)	2(<i>m</i> -1)	
Diodos en conducción al mismo tiempo	(<i>m</i> -1)	(<i>m</i> -1)	(<i>m</i> -1)	
Elementos de almacenamiento de energía (fuentes DC)	(<i>m</i> -1)	(<i>m</i> -1)	(<i>m</i> -1)/2	
Diodos de anclado	(<i>m</i> -1)(<i>m</i> -2)	0	0	
Condensadores de anclado	0	(<i>m</i> -1)(<i>m</i> -2)/2	0	

Tabla 2.10. Cantidad de elementos por tipo de inversor, para m=3 [20].

	Tipo de inversor			
Número de elementos	Diodo Anclado	Condensador flotante	En Cascada	
Interruptores Principales	4	4	4	
Diodos en anti paralelo	4	4	4	
Diodos en conducción al mismo tiempo	2	2	2	
Elementos de almacenamiento de energía (fuentes DC)	2	2	1	
Diodos de anclado	2	0	0	
Condensadores de anclado	0	2	0	

Tabla 2.11. Cantidad de elementos por tipo de inversor, para m=13 [20].

	Tipo de inversor			
Número de elementos	Diodo Anclado	Condensador flotante	En Cascada	
Interruptores Principales	24	24	24	
Diodos en anti paralelo	24	24	24	
Diodos en conducción al mismo tiempo	12	12	12	
Elementos de almacenamiento de energía (fuentes DC)	12	12	6	
Diodos de anclado	132	0	0	
Condensadores de anclado	0	132	0	

Resulta evidente que, de las tres topologías estudiadas, los inversores en cascada presentan la menor cantidad de elementos a usar, además por su estructura modular (al utilizar puentes H), es la más sencilla, y económica de implementar.

• Inversores multinivel en cascada asimétricos

Las bondades de los inversores multinivel, se incrementan conforme aumenta el número de niveles, sin embargo, la gran cantidad de componentes requeridos constituye un obstáculo, debido a la creciente complejidad de los sistemas, y los costos. Para aumentar el número de niveles de voltaje del inversor, sin incrementar el número de componentes, se pueden utilizar voltajes distintos de las fuentes DC, con diversos factores de multiplicación, lo que se denomina *Inversores Asimétricos*. Aunque con las topologías de diodo anclado y condensador flotante también se puede lograr este tipo de inversores, se expondrá el caso de los inversores en cascada, debido a las razones de simplicidad y menor uso de componentes ya expuestas.

La introducción de fuentes de voltaje desiguales, permite ampliar el número de niveles del voltaje de salida, pues como se vio anteriormente, los inversores en cascada sintetizan la señal de salida de forma combinatoria, al sumar (o restar) los voltajes individuales producidos en cada uno de los puentes H.

Para que la forma de la señal de salida del inversor sea uniforme, la separación de cada escalón con el que le precede, debe ser igual, como se muestra en la figura 2.22.

En el caso de los inversores simétricos, el valor *Vin* de cada fuente, es la misma fracción del voltaje DC máximo, como se indica en 2-11.

$$\frac{V_{in_1}}{V_{DC}} = \frac{V_{in_2}}{V_{DC}} = \dots = \frac{V_{in_i}}{V_{DC}} = \frac{V_{in_n}}{V_{DC}}$$
2-11

Y el número de niveles de voltaje en la salida del inversor está determinado por 2-12, donde *n* es el número de puentes H.

$$N = 2n + 1 2-12$$



Figura 2.22. Voltaje de salida de un inversor en cascada de N niveles [14].

A continuación se muestra el procedimiento expuesto en [14] mediante el que se comprueba que al utilizar fuentes DC distintas, con factores de multiplicación entre los voltajes de las diferentes fuentes, se logra aumentar el número de niveles de salida.

- Inversor asimétrico con factor de 2.

En este caso, la relación entre cada fuente i-ésima y la anterior es igual a dos, como lo muestra 2-13.

$$\frac{V_{in_2}}{V_{in_1}} = \frac{V_{in_3}}{V_{in_2}} = \dots = \frac{V_{in_i}}{V_{in_{(i-1)}}} = \dots = \frac{V_{in_n}}{V_{in_{(n-1)}}} = 2$$
2-13

Al desglosar cada uno de los voltajes, se obtiene:

$$V_{in_2} = 2V_{in_1}$$
 2-14

$$V_{in_3} = 2^2 V_{in_1} 2-15$$

$$V_{in_i} = 2^{i-1} V_{in_1} 2-16$$

$$V_{in_{(n)}} = 2^{n-1} V_{in_1} 2-17$$

Además, la suma de todos los voltajes, forma el total del voltaje V_{DC}, como lo indica 2-18.

$$V_{DC} = V_{in_1} + V_{in_2} + \dots + V_{in_{(n)}}$$
2-18

Luego, se puede expresar el total del voltaje DC como:

$$V_{DC} = V_{in_1}(2^n - 1) 2-19$$

El paso de voltaje debe ser uniforme (ancho de los escalones), por lo que se debe cumplir la relación 2-20.

$$V_{DC} = V_{in_1} \frac{(N-1)}{2}$$
 2-20

Finalmente, al igualar 2-19 con 2-20, se obtiene que la relación entre el número de niveles de voltaje de salida (N) y el número de puentes H está dada por:

$$N = 2^{n+1} - 1 2-21$$

Al comparar 2-21 con 2-12 se puede ver que para un factor de multiplicación de 2, se logra obtener un mayor número de niveles en la salida, con la misma cantidad n de puentes H.

- Inversor asimétrico con factor de 3.

Otra de las configuraciones que vale la pena probar, es cuando el factor de multiplicación de las fuentes es igual a 3. La deducción es similar, y también se describe en [14]. En este caso la relación de voltajes, se muestra en 2-21.

$$\frac{V_{in_2}}{V_{in_1}} = \frac{V_{in_3}}{V_{in_2}} = \dots = \frac{V_{in_i}}{V_{in_{(i-1)}}} = \dots = \frac{V_{in_n}}{V_{in_{(n-1)}}} = 3$$
2-21

Para este caso si se desglosan cada uno de los voltajes de entrada, se obtiene:

$$V_{in_2} = 3V_{in_1}$$
 2-22

$$V_{in_3} = 3^2 V_{in_1} 2-23$$

$$V_{in_i} = 3^{i-1} V_{in_1} 2-24$$

$$V_{in_{(n)}} = 3^{n-1} V_{in_1} 2-25$$

Reconocimiento-No comercial- Compartir igual

- - -

La amplitud del voltaje de salida sigue siendo la suma expresada en 2-18. Al sustituir 2-25 en 2-18, el voltaje total DC se puede escribir como:

$$V_{DC} = V_{in_1} \frac{(3^n - 1)}{2}$$
 2-26

Sabiendo que el paso de voltaje debe ser uniforme, como en la figura 2.22 se tiene que:

$$V_{DC} = V_{in_1} \frac{(N-1)}{2}$$
 2-27

Finalmente, la relación entre el número de niveles de voltaje de salida (N) y el número de puentes H se obtiene al igualar 2-26 y 2-27, de donde se obtiene 2-28:

$$N = 3^n 2-28$$

Al realizar la comparación de la cantidad de niveles del voltaje de salida según en el número de puentes H, para las tres topologías de inversores multinivel en cascada, simétricos y asimétricos (ecuaciones 2-12, 2-21 y 2-28), se obtiene la tabla 2-21. Como se puede ver, los inversores asimétricos permiten obtener un mayor número de niveles de voltaje, para la misma cantidad de puentes H. Sin embargo, aún presentan el inconveniente de tener que disponer de varias fuentes DC extra para su implementación.

 Tabla 2.12. Niveles de salida en términos del número de puentes H para configuraciones simétricas y asimétricas de inversores multinivel en cascada.

	Numero de niveles (N)			
Numero de puentes H (m)	Simétrico	Asimétrico (factor 2)	Asimétrico (factor 3)	
2	5	7	9	
3	7	15	27	
4	9	31	81	
5	11	63	243	
6	13	127	729	

• Inversor multinivel asimétrico en cascada con una sola fuente DC (acoplado por transformador).

Aunque hasta ahora se ha dicho que de las tres topologías principales para inversores multinivel, los inversores en cascada presentan un menor número de componentes, la

necesidad de tener que disponer de varios elementos de almacenamiento de energía (como fuentes DC o condensadores) sigue siendo inconveniente.

Sabiendo que el voltaje de salida de un inversor en cascada está dado por la ecuación 2-10, en donde los términos de la suma corresponden a los voltajes de salida de cada puente H, se puede aprovechar este hecho para construir un inversor asimétrico, al acoplar a la salida de cada inversor, un transformador, como se muestra en la figura 2.23. El voltaje de entrada es el mismo para cada uno de los transformadores, y el total del voltaje de salida resulta de la conexión en serie de los voltajes secundarios, como lo muestra 2-29.

$$V_{an} = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$
 2-29

Es de hacer notar que, aquí existe un grado más de flexibilidad en el diseño, pues el voltaje máximo de salida puede escogerse arbitrariamente por medio de las relaciones de transformación, y ya no está determinado por la suma de las fuentes DC de entrada.



Figura 2.23. Inversor multinivel asimétrico en cascada, acoplado por transformador.

Del análisis para los inversores asimétricos en cascada se deduce que, la relación entre el voltaje máximo, y el voltaje del escalón, viene dado por la expresión 2-30.

$$V_{max} = V_{an} = V_1 \frac{(N-1)}{2}$$
 2-30

Luego, teniendo en cuenta que los factores de multiplicación de voltajes han de ser aplicados al lado secundario de los transformadores, se tienen dos casos:

- Voltajes con un factor de 2:

Relación de voltajes en el secundario de los transformadores:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_2} = \dots = \frac{V_i}{V_{(i-1)}} = 2$$
2-31

Relación entre el número de niveles de voltaje de salida (N) y el número de puentes H (n):

$$N = 2^{n+1} - 1 2-32$$

- Voltajes con un factor de 3:

Relación de voltajes en el secundario de los transformadores:

$$V_{\frac{1}{2}} = \frac{V_3}{V_2} = \dots = \frac{V_i}{V_{(i-1)}} = 3 \quad \bigcup a \quad 2-33$$

Relación entre el número de niveles de voltaje de salida (N) y el número de puentes H (n):

$$N = 3^n 2-34$$

Como las formulas 2-32 y 2-34 son prácticamente las mismas, que en el inversor asimétrico en cascada, la tabla 2.10 es igualmente válida para determinar el número de niveles, según la cantidad de etapas del inversor (número de puentes H).

Para calcular las relaciones de transformación rt_i se utiliza la expresión 2-35. Sabiendo que el voltaje de entrada corresponde al voltaje DC de la única fuente de alimentación, y es el mismo para todos los transformadores y que los voltajes *Vi* en el secundario de cada transformador, deben cumplir con 2-31 y 2-33,

$$rt_i = \frac{V_{DC}}{V_i} = \frac{N_{1_i}}{N_{2_i}}$$

Para el estudio de los estados de conmutación se parte de la tabla 2.12, y las posibles combinaciones que se obtienen al escoger alguno de los factores de multiplicación entre los voltajes, sabiendo que el voltaje total está determinado por 2-49.

A modo de ejemplo se muestra la tabla 2.13, que corresponde a un inversor de 9 niveles, con un factor de multiplicación de voltajes de 3. Por motivos de simplicidad, se ha seleccionado el voltaje del escalón igual a uno (V_1 =1).

Por medio de una hoja de cálculo es posible construir las tablas para niveles mayores. En el apéndice 1 al final de este trabajo, se incluye la tabla para un inversor de 27 niveles, y en el CD-ROM anexo tablas para un inversor de hasta 81 niveles (Estados de conmutación.xslx).

				ITO			
/V VV	Nivel	Inversor 1 S ₁ ,S ₂ ,S ₃ ,S ₄	Inversor 2 S ₁ , S ₂ , S ₃ , S ₄	V ₁	V ₂ =3V ₁	V _{an}	
	1	0110	0110	-1	-3	-4	
	2	1010	0110	0	-3	-3	
	2	0101	0110	0	-3	-3	
	2	1001	0110	1	-3	-2	
	3	0110	1010	-1	0	-1	
	4	0110	0101	-1	0	-1	
		1010	1010	0	0	0	
	F	1010	0101	0	0	0	
	Э	0101	1010	0	0	0	
		0101	0101	0	0	0	
	6	1001	1010	1	0	1	
	0	1001	0101	1	0	1	
	7	0110	1001	-1	3	2	
	0	1010	1001	0	3	3]
	0	0101	1001	0	3	3	
	9	1001	1001	1	3	4	

 Tabla 2.13. Estados de conmutación para un inversor multinivel asimétrico acoplado por transformador, de 9 niveles.

2.3.3 Técnicas de modulación

Hasta ahora, solo se ha hablado de los inversores multinivel en cuanto a su estructura circuital, y de cómo la generación de los niveles de voltaje se logra por medio de la activación de una combinación especifica de interruptores, lo que se ha denominado estados de conmutación. La activación de estos estados en una secuencia ordenada es lo que permite sintetizar una señal de salida sinusoidal.

Existen diversas estrategias que se han utilizado para el control de la conmutación en los inversores, unas utilizando la comparación entre señales portadoras y de referencia, como es el caso de la modulación PWM, y más recientemente otras basadas en el control digital.

• Modulación por ancho de pulso (PWM)

Este tipo de modulación permite generar un tren de pulsos a la salida del inversor, con una frecuencia fundamental igual a la de la señal de referencia, también se conoce como modulación por ancho de pulso sinusoidal (SPWM). El control de la conmutación de los interruptores se logra al comparar una señal sinusoidal de referencia, con otra señal portadora triangular de mayor frecuencia, tal como lo muestra la figura 2.24. Es el tipo de modulación más sencillo de implementar, tanto en un puente H como en inversores multinivel.

En este tipo de modulación, la componente fundamental en el voltaje de salida del inversor se controla por medio del índice de modulación m_a , donde V_{ref} y V_{cr} corresponden a los valores pico de voltaje de la señal de referencia y de la portadora, respectivamente. El ajuste del índice de modulación generalmente se logra al modificar la amplitud V_{ref} mientras V_{cr} se mantiene fijo.

El índice de modulación de frecuencia se define por m_f , donde f_{ref} y f_{cr} corresponden a las frecuencias de la señal de referencia y de la portadora, respectivamente.

$$m_f = \frac{f_{ref}}{f_{cr}}$$
 2-37

Cuando la magnitud de m_a excede la unidad, se habla de sobre modulación Esto causa una reducción en el número de pulsos en la forma de onda de salida, y un aumento en la componente fundamental de la señal, pero también conlleva un incremento de los armónicos de bajo orden como el 5to y el 11avo. Por ejemplo, cuando ma=2, el voltaje fundamental se incrementa en una magnitud de 22%, en comparación a cuando ma = 1 [21].



Figura 2.24. Modulación PWM (a) Señales de control (b) Señal de salida [22].

• Modulación PWM bipolar

Es el tipo de modulación más sencillo de implementar en un puente H. Se obtiene una señal de salida que alterna entre el voltaje positivo y negativo de la fuente DC, es decir solo produce dos niveles de voltaje, a una frecuencia fundamental igual a la señal de referencia.

De la tabla 2.12 se puede observar que, para obtener los niveles de voltaje V_{DC} y $-V_{DC}$, son necesarios dos estados de conmutación, en donde uno es el complemento del otro. Esto permite utilizar un solo comparador en el circuito, ya que la señal complementaria se obtiene mediante una compuerta inversora. La figura 2.25 muestra este tipo de modulación, en donde se han representado la señal de referencia, y la portadora, además de su conexión con el comparador para obtener las dos señales de control. La salida del comparador será un 1 lógico siempre que la señal de control sea mayor a la señal moduladora, en caso contrario su salida será un 0 lógico. Así, se obtienen las señales que se muestran en la figura 2.26. La señal de salida tiene un ancho de pulso mayor, cuando la referencia está en el semiciclo positivo, y disminuye cuando la onda está en el semiciclo negativo.



Figura 2.25. Modulación PWM Bipolar [13].



Figura 2.26. Señales de un inversor con modulación PWM Bipolar [13].

• Modulación PWM unipolar

Este tipo de modulación se denomina unipolar, porque la señal de salida, tiene la misma polaridad en la mitad del periodo que la señal de referencia. Esto se logra mediante la adición

de una segunda señal de referencia, desfasada 180° de la primera, tal como lo muestra la figura 2.27 Las señales obtenidas en este caso se muestran en la figura 2.28. Con la modulación unipolar, se obtiene una señal de salida de tres niveles: V_{DC} , 0 y - V_{DC} . Otra alternativa es utilizar una sola señal de referencia y dos señales portadoras triangulares, desfasadas 180° una de la otra.



Figura 2.27. Modulación PWM unipolar y generación de las señales de control [13].



Figura 2.28. Señales de un inversor con modulación PWM unipolar [13].

• Modulación PWM multi-portadora

Esta técnica se aplica a los inversores multinivel en cascada. Debido a la existencia de mayores niveles de voltaje, se aumenta el número de señales portadoras. Se puede clasificar este tipo de modulación en (a) modulación por desplazamiento de fase (b) modulación por desplazamiento de nivel. En cualquiera de los dos casos, para un inversor de m niveles, se requieren (m-1) señales portadoras triangulares.

- Modulación PWM multi-portadora por desplazamiento de fase

En este caso, todas las señales portadoras triangulares tienen la misma amplitud y frecuencia, pero, para un inversor de m niveles, debe existir un desfase entre las señales adyacentes que está dado por:

$$\phi = \frac{360^{\circ}}{m-1}$$
 2-38

Para un inversor de 7 niveles, formado por 3 puentes H se necesitan 6 portadoras, con un desfase de 60° entre ellas. La activación de los interruptores superiores de la rama a (*S1*) se genera mediante v_{cr1} , v_{cr2} y v_{cr3} . Los interruptores superiores de la rama b (*S2*) se activan mediante v_{cr1-} , v_{cr2-} y v_{cr3-} , que están desfasadas 180° respecto a las primeras. Los interruptores inferiores, funcionan de forma complementaria a los superiores. Este esquema de modulación, es básicamente modulación unipolar [23]. La figura 2.29 muestra el caso antes descrito, y la 2.30 la correspondiente señal de salida.



Figura 2.29. Modulación PWM multi-portadora por desplazamiento de fase [23].



Figura 2.30. Voltaje de salida de un inversor de 7 niveles con modulación PWM multi portadora por desplazamiento de fase [23].

- Modulación PWM multi-portadora por desplazamiento de nivel

Todas las señales portadoras triangulares tienen la misma frecuencia y amplitud, sin embargo, están dispuestas de manera vertical, de modo que ocupan un espacio contiguo. El índice de modulación de frecuencia se mantiene igual, según 2-37. Pero el índice de modulación ahora se expresa como lo muestra 2-39, donde V_{ref} es la amplitud pico de la señal moduladora, o de referencia, y V_{cr} es la amplitud pico de cada señal portadora.



Se pueden tener tres disposiciones con nivel desplazado:

- (a) En fase (*In phase disposition* -IPD): Todas las portadoras triangulares se encuentran en fase
- (b) Disposición alternante (*Alternative phase opposite disposition* -APOD): Todas las portadoras están en disposición de fase opuesta, de forma alternada.
- (c) Disposición opuesta de fase (*Phase opposite disposition* -POD): Todas las portadoras por encima del nivel 0 de referencia están en fase, pero en oposición con las portadoras que están por debajo del nivel 0.

De estos tres esquemas, la modulación IPD es la que presenta el menor contenido de armónicos [23]. En la figura 2.31 se muestran los tres tipos de modulación para un inversor de 5 niveles, mientras que la figura 2.32 muestra la modulación IPD, para un inversor de 7 niveles y su correspondiente señal de salida.



Figura 2.31. Diferentes disposiciones de las ondas portadoras en la modulación por nivel desplazado: (a) En fase IPD, (b) Disposición alternante APOD y (c) Fase opuesta POD [23].



Figura 2.32. Modulación PWM por desplazamiento de nivel: (a) Formas de onda de la señal moduladora V_{ref} y las portadoras V_{cr} . (b) Forma de onda del voltaje de salida [23].

• La modulación en escalera y la eliminación selectiva de armónicos

Las técnicas de modulación por ancho de pulso sinusoidal requieren el uso de muchas señales, lo que aumenta la complejidad del sistema, y lo vuelve impráctico si se quiere un número de niveles elevado. En la modulación en escalera, se genera la señal con forma de onda escalonada, (figuras 2.15b, 2.21 y 2.33) al activar en secuencia y de manera ordenada los estados de conmutación, que permiten obtener los diferentes niveles de voltaje. Debido a la estructura modular y funcionamiento sencillo basado en sumas de voltajes, esta técnica es especialmente útil para su aplicación en los inversores multinivel en cascada, tanto simétricos como asimétricos. Para la activación ordenada de los estados de conmutación es necesario determinar los tiempos (o ángulos) en los que dichos estados deben activarse.

Si se utilizaran los ángulos que resultan de dividir el periodo de la señal en partes iguales, se generaría una señal donde el ancho de todos los escalones es el mismo, lo que en la práctica sería semejante a una señal triangular. En una señal sinusoidal, el ancho de los escalones no puede ser constante, como se muestra en la figura 2.31.

La eliminación selectiva de armónicos (*Selective Harmonic Elimination* -SHE) es un método que permite calcular los ángulos de disparo, para eliminar un numero finito de armónicos de bajo orden en la señal de salida. Se basa en la aplicación del teorema de Fourier a la señal, lo que permite expresarla en términos de su componente fundamental y armónicas. Esta técnica, se basa en el trabajo realizado por Patel y Hoft en [24].

Obsérvese la figura 2.31 que muestra la señal de salida de un inversor en cascada de 11 niveles. *E* es el voltaje mínimo del escalón, y v_{an} el voltaje total formado por la suma de todos los escalones, es decir la suma de los voltajes de los puentes H. La línea punteada v_1 representa la magnitud del voltaje fundamental. Si el inversor es simétrico, se han utilizado 3 puentes H (m=3). Los ángulos θ_1 , θ_2 hasta θ_p indican los ángulos (o equivalentemente, el tiempo) en los que deben activarse los estados de conmutación que permiten obtener los voltajes *E*, 2*E* hasta *pE*.



Figura 2.33. Señal de salida de un inversor con modulación en escalera de 11 niveles, indicando sus ángulos de disparo.

Se puede ver que la señal es impar, y además presenta simetría de media onda, lo que también se conoce como simetría de cuarto de onda impar [25]. Debido a esto, solo es necesario determinar los ángulos en un cuarto del periodo. El resto de ángulos se puede determinar gráficamente. Por ejemplo, en el intervalo $\pi/2 - \pi$, éstos toman los valores de π - θ_i .

Recordando que una señal puede representarse en términos de la serie de Fourier según 2-40. $f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$ 2-40

Donde los coeficientes de Fourier se determinan mediante:

$$a_{0} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} f(t) dt$$
 2-41

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^1 f(t) \cos(n\omega t) dt$$
 2-42

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^1 f(t) \sin(n\omega t) dt \qquad 2-43$$

Se puede aplicar esta teoría a la señal de salida, y debido a las propiedades de simetría de cuarto de onda impar que presenta [25], resulta:

$$a_0 = 0$$
 2-43

$$\begin{cases} b_n = 0 \text{ para } n \text{ par} \\ b_n = \frac{4E}{n\pi} \sum_{k=1}^p \cos(n\theta_k) \text{ para } n \text{ impar} \end{cases}$$
2-45

Luego, el voltaje v_{an} se puede escribir como:

$$v_{an} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t)$$
 2-46

Ó también:

$$v_{an} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4E}{n\pi} \left[\sum_{k=1,3,5\dots}^{p} \cos(n\theta_k) \right] \sin(n\omega t)$$
 2-47

Donde A_n Representa la magnitud del armónico de orden n, y se define según 2-48.

$$A_n = \frac{4E}{n\pi} \sum_{k=1}^p \cos(n\theta_k)$$
 2-48

p es la cantidad de niveles que posee la parte positiva de la señal, y también indica el número de ángulos de disparo, y se define mediante 2-49. Para una señal de salida de N niveles, el número de ángulos de disparo p que han de calcularse esta dado por 2-49, y el número de armónicos que se eliminan es igual a (p - 1).

$$p = \frac{N-1}{2}$$
 2-49

Al desarrollar los términos en 2-66, se obtiene:

$$v_{an} = \frac{4E}{\pi} [\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \dots + \cos(\theta_k)] \sin(\omega t) +$$

+
$$\frac{4E}{3\pi} [\cos(3\theta_1) + \cos(3\theta_2) + \dots + \cos(3\theta_k)] \sin(3\omega t) +$$

+
$$\frac{4E}{5\pi} [\cos(5\theta_1) + \cos(5\theta_2) + \dots + \cos(5\theta_k)] \sin(5\omega t) + \dots$$

En donde la ecuación que representa la magnitud del voltaje fundamental se representa mediante A_1 , y se define como 2-51:

$$A_1 = \frac{4E}{\pi} \left[\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \dots + \cos(\theta_k) \right]$$
 2-51

Al hacer cero los ángulos de disparo, se obtiene el valor máximo del voltaje fundamental, como lo muestra 2-52.

 $A_{1max} = p \frac{4E}{\pi}$ Sabiendo que la amplitud del voltaje v_{an} esta igual a pE, se puede definir un índice de modulación, que es igual a la relación entre el valor máximo de salida de v_{an} y la componente fundamental, como lo muestra 2-53.

$$r = \frac{A_1}{v_{an}} = \frac{A_1}{pE}$$
 2-53

Y, sustituyendo A_1 en 2-51, se obtiene 2-54, que es la ecuación que define la magnitud del armónico fundamental, en términos del índice de modulación.

$$\frac{p \, r\pi}{4} = \left[\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \dots + \cos(\theta_p)\right]$$
 2-54

Las ecuaciones que definen los armónicos de orden impar, toman la forma de 2-55, sabiendo que su valor debe ser igual a cero, pues lo que se busca es su eliminación.

Reconocimiento-No comercial- Compartir igual

2-52

$$\begin{bmatrix} \cos(3\theta_1) + \cos(3\theta_2) + \dots + \cos(3\theta_p) \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \cos(5\theta_1) + \cos(5\theta_2) + \dots + \cos(5\theta_p) \end{bmatrix} = 0$$

$$\vdots$$

$$\begin{bmatrix} \cos(N\theta_1) + \cos(N\theta_2) + \dots + \cos(N\theta_p) \end{bmatrix} = 0$$

Las expresiones 2-54 y 2-55, forman un sistema no lineal de ecuaciones, el cual puede resolverse mediante métodos numéricos iterativos, como el de Newton-Raphson.

- Algoritmo para determinar los ángulos de disparo

Patel y Hott, estudiaron el problema de la eliminación de armónicos en inversores de medio puente y puente completo (puente H), basados en el método iterativo de Newton Raphson [24]. Se puede aplicar este método, y por medio de programas como Matlab, obtener los ángulos de disparo, para distintos valores del índice de modulación.

2-56 muestra el sistema de ecuaciones formado por la componente fundamental y los armónicos impares.

$$\begin{cases} \cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \dots + \cos(\theta_p) = \frac{p \, r \, \pi}{4} \\ \cos(3\theta_1) + \cos(3\theta_2) + \dots + \cos(3\theta_p) = 0 \\ \vdots \\ \cos(N\theta_1) + \cos(N\theta_2) + \dots + \cos(N\theta_p) = 0 \end{cases}$$
2-56

Vectorialmente se puede expresar:

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \dots + \cos(\theta_p) \\ \cos(3\theta_1) + \cos(3\theta_2) + \dots + \cos(3\theta_p) \\ \vdots \\ \cos(N\theta_1) + \cos(N\theta_2) + \dots + \cos(N\theta_p) \end{bmatrix}$$
2-57
$$\theta_i = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_p \end{bmatrix}$$
2-58

$$V = \begin{bmatrix} \frac{p r \pi}{4} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$
 2-59

Así, se puede escribir el sistema de ecuaciones como:

$$A(\theta) = V 2-60$$

Haciendo uso de las matrices 2-57 a 2-60, se puede resolver el sistema por medio del método iterativo de Newton Raphson, como se muestra a continuación:

1. Definir o dar los valores iniciales de los ángulos de disparo:

$$\theta_o = \begin{bmatrix} \theta_1^o \\ \vdots \\ \theta_p^o \end{bmatrix}$$
 2-61

2. Determinar los valores de A_o : $A(\theta_o) = A_o$ 2-62

3. Linealizar A alrededor de θ_o , por medio de la diferenciación parcial:

$$A_o + \left[\frac{\partial A}{\partial \theta}\right]_0 d\theta = V$$
 2-63

Donde

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial A}{\partial \theta} \end{bmatrix}_{0} = - \begin{bmatrix} \sin(\theta_{1}) & \sin(\theta_{2}) & \cdots & \sin(\theta_{p}) \\ 3\sin(3\theta_{1}) & 3\sin(3\theta_{2}) & \cdots & 3\sin(3\theta_{p}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ N\sin(N\theta_{1}) & N\sin(N\theta_{2}) & \cdots & N\sin(N\theta_{p}) \end{bmatrix}_{0}$$
2-64

Y

$$d\theta = \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \\ \vdots \\ d\theta_p \end{bmatrix}$$
 2-65

4. Despejar $d\theta$ de 2-80:

$$d\theta = \left[\frac{\partial A}{\partial \theta}\right]^{-1} (V - A_o)$$
 2-66

5. Actualizar los valores iniciales:

$$\theta_{i+1} = \theta_i + d\theta_i \tag{2-67}$$

Repetir el proceso hasta que se satisfaga el valor deseado de error según 2-85.

$$d\theta \le \varepsilon$$
 2-68

Y además, las soluciones encontradas deben satisfacer la condición 2-69.

$$\theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_p < \frac{\pi}{2}$$
 2-69

En el diagrama de flujo de la figura 2.34, se muestra un algoritmo que permite obtener los ángulos de disparo para un rango amplio de índice de modulación. Presentado en [26], se basa en el método propuesto en [24].



Figura 2.34. Diagrama de flujo del algoritmo para determinar los ángulos de disparo [26].

CAPÍTULO 3 DISEÑO DE INVERSOR MULTINIVEL

3.1 CARGA A ALIMENTAR

El inversor a diseñar deberá alimentar un motor de inducción de jaula de ardilla, monofásico, con condensador de arranque, como los utilizados en el laboratorio de máquinas eléctricas. Las características de dicho motor se muestran en la tabla 3.1

W	V	M	

Tabla 3.1. Características del motor

In (A)	4,6	
Vn (V)	120	
n (rpm)	1715	
Pútil (HP)	1/4	
Factor de potencia	0,8	

Datos de placa

Con los datos de la tabla 3.1 se calculan los siguientes valores:

Parámetro

Potencia en vatios:

$$\frac{1}{4}$$
HP = $\frac{745,7W}{4}$ = 186,43W

Voltaje máximo de la señal de salida:

$$V_{an} = \sqrt{2}V_{RMS} = \sqrt{2}(120V) = 169,7V$$

Si se considera una corriente de arranque de 5 veces la corriente nominal, se obtiene:

$$I_{cc} = \sqrt{2}(5) I_n = 32,53 \text{ A}$$

La corriente por medio de la potencia, considerando FP=0,8 y un rendimiento de 0,6 es:

$$\frac{(0,25)(745,7W)}{(120V)(0,8)(0,6)} = 3,24A$$

Al ser un valor bajo, se usara la corriente nominal especificada en la placa del motor.

3.2 SELECCIÓN DE LA TOPOLOGÍA

Luego de realizar el estudio de las diferentes topologías, y de analizar factores como la cantidad de componentes con respecto al número de niveles (tablas 2-18 a 2-21), se decide que la topología más apropiada es el inversor multinivel asimétrico en cascada, acoplado por transformador. La figura 3.1 muestra la topología propuesta, donde cada bloque INV corresponde a un puente H, como el mostrado en la figura 2.14.



Figura 3.1. Topología de inversor multinivel propuesta

3.3 ESTUDIO DEL NÚMERO DE NIVELES

El inversor multinivel asimétrico en cascada permite obtener la mayor cantidad de niveles, con una sola fuente DC y menor número de componentes. Para efectos prácticos, se realizó el estudio de dos inversores, que generan 9 y 27 niveles. Los programas y simulaciones se

realizaron en el software Matlab® y Simulink. Estos dos inversores permitirán estudiar el nivel de distorsión armónica en cada uno de ellos.

Para poder realizar las simulaciones, y lograr la simulación e implementación de un inversor con bajo contenido de armónicos, fue necesario determinar los tiempos y la secuencia de disparo. Por ello, se escribió un programa que ejecuta el algoritmo de Newton-Raphson anteriormente descrito. Dicho programa se muestra en el apéndice 3 y 4.

Las figuras 3.2 y 3.3 muestran los diagramas circuitales correspondientes a un inversor multinivel asimétrico en cascada, acoplado por transformador, de 9 y 27 niveles respectivamente, que se utilizaron para la simulación.



Figura 3.2. Diagrama esquemático de inversor asimétrico en cascada de 9 niveles.



Figura 3.3. Diagrama esquemático de inversor asimétrico en cascada de 27 niveles.

3.4 TRANSFORMADORES

3.4.1 Inversor de 9 niveles

Para poder determinar las relaciones de transformación, de antemano es necesario conocer el voltaje DC de la fuente de alimentación. Para los cálculos siguientes se considera $V_{DC} = 24$ V.

El voltaje de salida del inversor está dado por 3-1:

$$V_{an} = V_1 + V_2 \tag{3-1}$$

Luego, se aplican las ecuaciones ya estudiadas en la sección 2.4.8.1, y teniendo en cuenta que el voltaje máximo de salida corresponde a $V_{an} = 169,7$ V, y que N=9 se obtiene el voltaje mínimo de salida, es decir el voltaje del escalón.

$$V_1 = V_{esc} = \frac{2V_{an}}{(N-1)} = 42,43 \text{ V} \approx 43 \text{ V}$$

De 2-53:

$$V_2 = 3V_1$$

Ya que el voltaje de entrada a los transformadores corresponde a $V_{DC} = 24$ V, las relaciones de transformación que se obtienen son:

www.bdigt=
$$\frac{24}{43}$$
alula.ve
 $rt_2 = \frac{24}{129}$

Según los datos de placa, el motor en régimen normal de funcionamiento, absorbe una corriente de 4,6 A. No obstante, toda máquina de inducción consume al arrancar, durante un breve tiempo, varias veces la corriente nominal. El inversor debe ser capaz de soportar esta corriente transitoria, especialmente los dispositivos de conmutación de estado sólido.

Ya que la corriente de salida es la misma en el secundario de los transformadores, considerando I=30 A, se tiene:

$$I_1 T X_1 = \frac{32,53 \text{ A}}{r t_1} = 58,28 \text{ A}$$

$$I_1 T X_2 = \frac{32,53 \text{ A}}{r t_2} = 174,85 \text{ A}$$

3.4.2 Inversor de 27 niveles

El voltaje de salida del inversor de 27 niveles está dado por 3-2:

$$V_{an} = V_1 + V_2 + V_3 3-2$$

Para N=27 se obtiene que el voltaje mínimo de salida, es decir el voltaje del escalón es:

$$V_1 = V_{esc} = \frac{2V_{an}}{(N-1)} = 13,054 \text{ V} \approx 13 \text{ V}$$

Por medio de 2-53, se calculan los voltajes para las otras dos etapas:

 $V_2 = 3V_1$

 $V_3 = 3V_2$ Por lo que las relaciones de transformación son:

$$rt_{1} = \frac{24}{13}$$
$$rt_{2} = \frac{24}{39}$$
$$rt_{3} = \frac{24}{117}$$

Al considerar una corriente de salida del inversor de 6 A, las corrientes de entrada de cada transformador, son:

$$I_1 T X_1 = \frac{32,53 \text{ A}}{r t_1} = 17,62 \text{ A}$$

$$I_1 T X_2 = \frac{32,53 \text{ A}}{r t_2} = 52,86 \text{ A}$$

$$I_1 T X_3 = \frac{32,53 \text{ A}}{rt_3} = 158,58 \text{ A}$$

3.5 Consideraciones sobre los dispositivos de conmutación

La máxima corriente a manejar es de 174,85 A y 158,58 A para los inversores de 9 y 27 niveles respectivamente, dicha corriente es transitoria y solo existe brevemente durante el arranque del motor, mientras que la corriente nominal rms con el motor en pleno funcionamiento, es de 24,725 A. El voltaje que deben soportar los interruptores cuando estén apagados es de menos de 24 V, por lo que se puede seleccionar un MOSFET como dispositivo de conmutación. Por ejemplo, una opción a utilizar seria el MOSFET IRFZ46N. Las características del dispositivo, tomadas de la hoja de datos [27], se muestran en la tabla 3.2.

Tabla 3.2. Especificaciones del MOSFET IRFZ46N.

Voltaje de bloqueo (V _{ds})	55 V	Tiempo de retardo de encendido t _{d(on)}	14 ns
Corriente de drenaje continua I _D	53 A	Tiempo de subida t _r	76 ns
Corriente de drenaje pulsada I _{DM}	180 A	Tiempo de retardo de apagado $t_{d(off)}$	52 ns
Voltaje máximo entre Compuerta y Fuente (V _{GS max})	20 V	Tiempo de caída (t _f)	57 ns
R _{DS(ON)}	16.5 mΩ	Voltaje umbral de compuerta V _{GS(th)}	2-4 V

Los valores de tiempo indicados en la hoja de datos corresponden a un voltaje entre compuerta y fuente (V_{GS}) de 10V.

Para utilizar los dispositivos MOSFET como interruptores, se deben operar en la zona lineal, en donde el fabricante garantiza que la resistencia entre drenaje y fuente es muy baja, y por consiguiente también la caída de voltaje correspondiente V_{DS} . Idealmente, al proporcionar un voltaje en la compuerta, mayor al voltaje umbral ($V_{GS}>V_{GS(th)}$), el dispositivo entra instantáneamente en conducción en la zona lineal, donde la resistencia entre drenaje y compuerta $R_{DS(ON)}$ es despreciable, y también el voltaje V_{DS} . En la práctica, esto no ocurre así, pues el dispositivo tiene tiempos de activación y desactivación, y hay que tener presente que, el voltaje aplicado a la compuerta, determina la cantidad de corriente que el dispositivo puede manejar entre sus terminales drenaje y fuente.

La figura 3.4 muestra las curvas características de salida del dispositivo MOSFET IRFZ46N, proporcionadas en su hoja de datos, de allí se observa que, mientras más alto es el voltaje V_{GS} aplicado, la corriente I_D entre drenaje y fuente es mayor, y que la zona lineal se expande hacia la derecha. Utilizar un voltaje V_{GS} de 10V se muestra adecuado, pues permitiría manejar la corriente máxima del inversor, y además permite utilizar los valores especificados por el fabricante en la hoja de datos.



Figura 3.4. Característica de salida del MOSFET IRFZ46N [27].

Por otra parte en la figura 3.5 se muestra un diagrama de tiempos, en donde se representa la señal de activación V_{GS} de un MOSFET cualquiera, y la respuesta en el voltaje entre drenaje y fuente (V_{DS}). Al estar encendido el dispositivo (ON), el voltaje V_{DS} es idealmente cero, y en la práctica muy bajo. Mientras que en el estado apagado (OFF) el voltaje es máximo. Una vez que se aplica una señal de encendido al MOSFET, este tarda un tiempo en cambiar al estado encendido. Dicho retardo t_{on} es la suma de t_{d(on)} y t_r. De manera similar, el cambio del estado encendido al de apagado no es instantáneo. Una vez que se retira el voltaje V_{GS} el tiempo que tarda el dispositivo en apagarse es la suma de t_{d(off)} y t_f,


Figura 3.5 Diagrama de tiempos de un MOSFET [28].

Los tiempos de encendido y apagado para el IRFZ46N, utilizando un voltaje V_{GS} =10V, se indican respectivamente en 3-3 y 3-4.

$$t_{on} = t_{d(ON)} + t_r = (14 + 76) \text{ ns} = 90 \text{ ns}$$
 3-3

$$t_{off} = t_{d(off)} + t_f = (52 + 57) \text{ ns} = 109 \text{ ns}$$
 3-4

En la figura 3.6 se muestran las señales de activación de dos interruptores de una misma rama de un puente H (por ejemplo, S_1 y S_2 de la figura 3.1), y las señales V_{DS} correspondientes incluyendo los retardos en la activación y la desactivación. Las señales de disparo son complementarias, sin embargo, al considerar los tiempos de retardo, se observa que hay un pequeño lapso de tiempo en el que ambos interruptores están conduciendo (área verde oscuro). Esto es una condición no deseada, pues durante este instante se pondría en cortocircuito la fuente de alimentación, ya que los interruptores se encontrarían en la región de saturación. Para evitarlo, es necesario introducir tiempos de retardo en la activación de los interruptores. Dicho tiempo corresponde a la diferencia entre t_{on} y t_{off}, que en este caso es de 19 ns. A este tiempo también se le denomina como tiempo muerto.



Figura 3.6 Comparación entre los tiempos de activación y desactivación, (a) ideales y (b) reales de un MOSFET.

La introducción del tiempo muerto se puede lograr mediante hardware, o software. La estrategia por software es sencilla de implementar, pues solo bastara con introducir en el código del microcontrolador el respectivo retardo antes de la secuencia de activación del interruptor.

- Voltaje de activación de la compuerta:

La activación de los interruptores MOSFET se logra al suministrar un voltaje entre los terminales compuerta (G) y fuente (S) mayor al voltaje umbral $V_{GS(th)}$ especificado, y que permita al dispositivo manejar adecuadamente la corriente entre drenaje y fuente. Este nivel de voltaje es mayor que los niveles lógicos de salida de un microcontrolador, por ello será necesario introducir una etapa de amplificación de voltaje, que lleve los niveles lógicos de control al nivel apropiado para la activación del MOSFET. Además, se debe tomar en cuenta que el terminal fuente (S) de los interruptores de la rama superior de los puentes H, no se encuentra conectado a la misma referencia que los de la rama inferior (figuras 3.1 y 3.2), esto supone un problema, pues el voltaje V_{GS} a aplicar no será el mismo para los dos interruptores de la rama.

Aunque se puede diseñar el circuito para la activación de los MOSFET, se sugiere la utilización de un driver comercial. Estos circuitos integrados, han sido diseñados específicamente para servir de interfaz entre los niveles lógicos de control y los dispositivos MOSFET, y también toman en cuenta el problema de los interruptores "flotantes" de la rama superior. Uno de estos dispositivos es el circuito integrado UCC27714 de Texas Instruments, el cual es un driver de alta velocidad para el disparo de MOSFET e IGBT, compatible con los niveles lógicos TTL y CMOS y capaz de manejar voltajes de activación de 10 a 20 V [29].

El circuito a implementar, así como el cálculo de los elementos es sencillo, y toda la información necesaria se proporciona en su hoja de datos [29]. Será necesario utilizar 2 circuitos idénticos, por cada puente H del inversor.

- Aislamiento de la etapa de potencia

Se recomienda aislar la etapa de potencia, de la etapa de control, utilizando opto acopladores. Dichos dispositivos se encontrarán entre la salida del microcontrolador, y la entrada de los circuitos de activación de los MOSFET.

3.6 DIAGRAMA DE BLOQUES PROPUESTO DEL INVERSOR MULTINIVEL

En la figura 3.7 se muestra un diagrama que muestra los bloques que constituyen el inversor propuesto, para utilizar en una etapa posterior de implementación.



Figura 3.7 Diagrama de bloques del inversor propuesto.

3.7 ESQUEMA DE CONTROL ESCALAR V/F UTILIZANDO LA ELIMINACIÓN SELECTIVA DE ARMÓNICOS

Como se describió en el capítulo 2, el control de velocidad de un motor de inducción se logra mediante el cambio en la frecuencia de alimentación, junto con un cambio proporcional en el voltaje, lo que se denomina control escalar o v/f. El inversor multinivel propuesto permite implementar una estrategia de control v/f a lazo abierto, utilizando los ángulos de disparo calculados mediante la eliminación selectiva de armónicos.

Una vez que se calculan los ángulos necesarios para sintetizar una señal con un índice de modulación determinado, se pueden obtener de manera sencilla los tiempos que han de programarse en un controlador para el disparo de los dispositivos de conmutación (MOSFET o IGBT). El cálculo de los tiempos se realiza mediante la expresión 3-24, en una computadora, donde t_i es el tiempo de disparo, α_i el ángulo y T el periodo deseado de la señal de salida. Los resultados luego se cargarán en la memoria del microcontrolador. Los tiempos de retardo (tiempos muertos) se cargan también en el programa.

$$t_i = \frac{\alpha_i * T}{360^\circ}$$
 3-24

Donde

$$T = \frac{1}{f}$$
 3-25

Bajo este esquema, el programa a implementar resulta sencillo, pues la tarea del microcontrolador será seleccionar entre el conjunto de tiempos de disparo almacenados, aquel que resulte apropiado para un valor específico de f y V, y ejecutar la secuencia de activación almacenada.

El control de la amplitud del voltaje se realiza mediante el índice de modulación. De esta manera, mientras más grande el valor de este parámetro, mayor será la amplitud de la componente fundamental del voltaje de salida. Con un índice de modulación r=1 se obtendría el valor máximo de amplitud de salida, con r=0.5 la mitad del voltaje, y así sucesivamente. Se

debe tener en cuenta que, no siempre es posible encontrar la solución de los ángulos de disparo en el rango completo de índices de modulación, cuestión que pudiera limitar el conjunto de frecuencias y voltajes de salida.

Un diagrama de flujo se muestra en la figura 3.8, que de forma general muestra el proceso básico a ejecutar por el microcontrolador.



Figura 3.8 Diagrama de flujo del programa de control a lazo abierto.

CAPÍTULO 4 RESULTADOS

Con el fin de validar los resultados del programa de Newton-Raphson, se calcularon los ángulos de disparo (θ_i) para un inversor de 9 niveles, y dos casos, a saber: A) eliminación del 3er, 5to, y 7mo armónico y B) eliminación del 5to, 7mo y 11vo armónico, es decir, sin eliminar los armónicos triples. El algoritmo se implementó en MATLAB, posteriormente se incluyó en las simulaciones de SIMULINK un pequeño script para transformar los ángulos encontrados a tiempo, según la frecuencia deseada. De esta forma, es necesario especificar en MATLAB los parámetros, f y r (frecuencia, e índice de modulación), y la simulación seleccionará automáticamente los ángulos correspondientes (o más cercanos). Para el inversor de 27 niveles, solo se especifica la frecuencia f, ya que los ángulos se obtuvieron de manera gráfica y son fijos. Para efectos comparativos, también se simuló un inversor con modulación PWM unipolar.

En todos los casos, como carga, se conectó un motor monofásico de fase partida, con condensador de funcionamiento. Se graficaron los voltajes de salida de cada inversor, la corriente en el devanado principal, la velocidad en RPM y el par electromagnético. Se realizó el análisis de frecuencia mediante la transformada rápida de Fourier (FFT), con la finalidad de observar la composición espectral de las señales, su distorsión armónica y la magnitud de la componente fundamental resultante.

4.1 RESULTADOS DEL PROGRAMA DE NEWTON-RHAPSON PARA UN INVERSOR DE 9 NIVELES

4.1.1 Caso A: Eliminación del 3er, 5to, y 7mo armónico.

La figura 4.1 muestra el resultado de los ángulos en función del índice de modulación, para el caso A. Se puede observar que el conjunto de ángulos es continuo, para un índice de

Modulación comprendido en el intervalo entre 0,774 y 0,861. Para r < 0,774, θ_4 tendría que ser mayor a 90°, mientras que para r > 0,861 θ_1 tendría que ser menor a 0°, condición no válida para la reconstrucción de la señal sinusoidal.



Figura 4.1 Resultados del cálculo de los ángulos de disparo e índice de modulación para eliminar



Figura 4.2 Resultados del cálculo de los ángulos de disparo e índice de modulación para eliminar los armónicos 5to, 7mo y 11avo.

La figura 4.2 muestra el resultado de los ángulos para el caso B. Se puede observar que, a diferencia del caso anterior, el conjunto de ángulos no es continuo en todo el intervalo.

También, que existen valores del índice de modulación mayores a la unidad. Los valores extremos de r que se obtuvieron en este caso corresponden a: 0,63 y 1,088. Tal como en el caso anterior, el conjunto valido de resultados está acotado cuando el valor de los ángulos se acerca a 0° y 90° .

4.2 INVERSOR PWM UNIPOLAR

El circuito utilizado en la simulación del inversor monofásico con modulación PWM unipolar se muestra en la figura 4.3. El circuito utilizado para el control de los disparos de los interruptores se muestra en la figura 4.4. Se utilizó un índice de modulación de 1, con una señal de referencia de 60 Hz, y una frecuencia de la portadora de 1500 Hz.



Figura 4.3 Circuito utilizado para la simulación de un inversor PWM unipolar.



Figura 4.4 Esquema de control de disparo de un inversor PWM unipolar.

71

4.2.1 Señales de salida del inversor PWM unipolar

Las señales de salida del inversor PWM unipolar, se muestran en las figuras 4.5 a 4.7. La figura 4.5 permite observar el comportamiento del motor, desde el arranque hasta llegar a un régimen permanente de funcionamiento; se representa la velocidad en RPM, así como la corriente y el par electromagnético. También, se puede observar la rampa de aceleración, y que el motor alcanza su velocidad nominal en un tiempo aproximado de 0,75 segundos, en una condición sin carga mecánica. Luego de t=1s se acopla una carga, por lo que se aprecia una leve disminución en la velocidad (aumento del deslizamiento). La corriente de arranque es alta, unas cinco veces el valor nominal. En el par electromagnético, se puede ver como éste es máximo en el arranque, y también se aprecia el efecto de la desconexión del condensador de arranque, antes de llegar a t=0,5s, este cambio también se aprecia en la corriente, que disminuye ligeramente al realizarse la desconexión



Figura 4.5 Señales de salida de un inversor con modulación PWM Unipolar.



Figura 4.6 Detalle de las señales de salida de un inversor con modulación PWM Unipolar

La figura 4.6 es un acercamiento alrededor de t=1,2 s de las señales mostradas en la fig. 4.5, con la finalidad de observar en detalle la forma de onda del voltaje de salida, la corriente en el motor y el par electromagnético. Se observa que el voltaje de salida tiene la forma típica de un inversor unipolar PWM: trenes de pulsos cuyo ancho es modulado por la amplitud de la sinusoidal de referencia. La corriente, que en el caso ideal debería ser sinusoidal, se muestra aquí distorsionada con picos, que representarían un contenido armónico de alta frecuencia. Del mismo modo, el par electromagnético se muestra severamente distorsionado por los armónicos presentes en la señal de alimentación.

4.2.2 Análisis de frecuencia de la señales de salida del inversor PWM

Al realizar el análisis de frecuencias del voltaje y la corriente, usando la transformada rápida de Fourier, se obtuvieron las figuras que se muestran en 4.7(a) y 4.7(b). Se puede observar que el nivel de distorsión armónica total para el voltaje de salida del inversor PWM es de 52,12 %, con una magnitud de la componente fundamental de 170 V. En el caso de la corriente, la distorsión es del 10,24% con una magnitud fundamental de 2,864 A. Considerando que el voltaje pico sinusoidal teórico es de 169,7 V, se obtiene un índice de modulación de 1,002.



Figura 4.7 (a) Espectro de frecuencias del voltaje de salida del inversor PWM unipolar. (b) Espectro de frecuencias de la corriente de salida del inversor PWM unipolar.

4.3 INVERSOR DE 9 NIVELES

La figura 4.8 muestra el circuito del inversor de 9 niveles que fue utilizado para la simulación. El circuito es el mismo, para los casos A y B de eliminación de armónicos.



Figura 4.8. Circuito simulado del inversor de 9 niveles.

4.3.1 Señales de salida del inversor de 9 niveles

A continuación se muestran las señales de salida del inversor de 9 niveles, para una frecuencia de 60 Hz, y los índices de modulación que se indican. En ambos casos de eliminación de armónicos se simularon dos índices de modulación cercanos a los extremos del conjunto de resultados válidos. Posteriormente se realizó el análisis mediante la transformada rápida de Fourier para observar el nivel de distorsión armónica total, así como la magnitud de la componente fundamental de las señales.

• Caso A: Eliminación del 3er, 5to, y 7mo armónico

- Índice de modulación 0,774

En la figura 4.9, que muestra el comportamiento del motor desde el arranque, se puede observar que éste tarda cerca de 1s en alcanzar la velocidad nominal. Este arranque más lento en comparación al inversor PWM, se debe al menor valor del índice de modulación aquí utilizado. En consecuencia, el tiempo que tarda la corriente de arranque en disminuir, también es mayor.



Figura 4.9. Señales de salida del inversor de 9 niveles, caso A, con r=0,774

La figura 4.10 se obtuvo al hacer un acercamiento de la figura 4.9 alrededor de t=1,84s, cuando el motor ha alcanzado su régimen nominal de funcionamiento. Se puede apreciar la forma de onda del voltaje, que pasa a ser una onda escalonada, con el ancho de los escalones o pulsos definido por los ángulos de disparo y el índice de modulación. Se puede observar que la duración de los pulsos en los extremos superior e inferior de la onda es muy pequeña, de esta manera el inversor logra reducir la magnitud del voltaje fundamental. La forma de onda de la

corriente, esta vez tiene un comportamiento más suave, y sinusoidal, aunque aún se aprecia distorsión, representada por los picos que se ven en los valores mínimos y máximos de la señal. En el caso del par electromagnético, se observa un comportamiento oscilatorio, pero aún se ve afectado por los armónicos del voltaje de alimentación.



Figura 4.10 Detalle de las señales de salida del inversor de 9 niveles, caso A, con r=0,774

Índice de modulación 0,863



Figura 4.11 Señales de salida del inversor de 9 niveles caso A, con r=0,863



Figura 4.12 Detalle de las señales de salida del inversor de 9 niveles, caso A, con r=0,863

Al ejecutar la simulación con el máximo valor posible del índice de modulación para el caso A (r=0,863), se obtuvieron las figuras 4.11 y 4.12.

En la figura 4.11 se puede apreciar que el motor alcanza su velocidad nominal en aproximadamente 0,8s, un poco más rápido que en la simulación anterior, debido al aumento de la componente fundamental de voltaje. El detalle de las señales en régimen permanente se muestra en la figura 4.12, de allí se puede apreciar la forma escalonada del voltaje. Esta vez los escalones superior e inferior son más anchos, en comparación a la simulación anterior, pero se puede apreciar como el primer y último escalón de la señal (alrededor del cero) ahora parecen formar un solo pulso más grande. La corriente sigue presentando distorsión, al igual que el par electromagnético.

- Caso B: Eliminación del 5to, 7mo, y 11vo armónico
 - Índice de modulación 0,63

La figura 4.13 muestra el comportamiento del motor, ante el mínimo valor del índice de modulación obtenido (r=0,63).



Figura 4.14 Detalle de las señales de salida del inversor de 9 niveles, caso B, con r=0,63

De la figura 4.13, se puede observar que la aceleración del motor es más lenta, y tarda 1,4s en alcanzar su velocidad nominal. La corriente de arranque se reduce ligeramente, pero debido a la lenta aceleración, esta tarda más tiempo en llegar al valor nominal que en los casos anteriores. El par electromagnético, también se ve reducido.

En la figura 4.14 se aprecia el detalle de las formas de onda de las señales. El voltaje se muestra similar al caso A con r=0,774, pues los escalones en los extremos superior e inferior de la señal, se acortan al mínimo valor posible, para reducir la magnitud del voltaje fundamental. Sin embargo, es posible apreciar la diferencia entre los dos casos, pues aquí se observa que el ancho del pulso cuando la señal cruza por cero es mayor.

La forma de onda de la corriente, se muestra distorsionada por lo parecen ser armónicos de orden tres, mientras que el par electromagnético, presenta una mejoría aunque aún se observa distorsionado y no completamente sinusoidal.



Índice de modulación igual a 1.

Figura 4.15 Señales de salida del inversor de 9 niveles, caso B, con r=1



Figura 4.16 Detalle de las señales de salida del inversor de 9 niveles, caso B, con r=1

La figura 4.15 muestra el comportamiento del motor. Las gráficas son similares a las obtenidas con el inversor PWM unipolar, sin embargo, las oscilaciones en el arranque aquí se han reducido ligeramente, además el motor alcanza la velocidad nominal en un menor tiempo (0,6s).

Al observar el detalle de las señales que se muestran en la figura 4.16, se observa una señal de voltaje escalonada, más uniforme. Los escalones superior e inferior de la onda son los más anchos, de entre todas las simulaciones ejecutadas, pues el inversor trata de maximizar la componente fundamental del voltaje. La forma de onda de la corriente sigue estando afectada por cierto nivel de distorsión, pero a simple vista parece haber mejoría. En cuando al par electromagnético, éste sigue presentando un comportamiento oscilatorio afectado por algunos picos que lo distorsionan.

4.3.2 Análisis de frecuencias en el inversor de 9 niveles

• Caso A: Eliminación del 3er, 5to, y 7mo armónico

Las figuras 4.17 y 4.18 muestran los resultados de realizar el análisis de la transformada rápida de Fourier a las señales de voltaje y corriente, para los dos índices de modulación de 0,774 y 0,863.



Figura 4.17 Espectro de frecuencias del inversor de 9 niveles, caso A, con r=0,774 (a) voltaje de salida (b) corriente en el motor.



Figura 4.18 Espectro de frecuencias del inversor de 9 niveles, caso A, con r=0,863 (a) voltaje de salida (b) corriente en el motor.

Tanto en la figura 4.17, como 4.18, al observar el voltaje de salida, se puede apreciar claramente la eliminación de los armónicos seleccionados (3,5 y 7), pues el primero que aparece en el espectro de frecuencias es el noveno. Este comportamiento parece repetirse también en la corriente.

En cuanto a la distorsión armónica, el mejor resultado se obtuvo para r=0,774 con valores de 12,29 % para el voltaje y 7,76 % para la corriente, en este caso, la magnitud de la componente fundamental de voltaje fue de 133,4 V. Al seleccionar r=0,863, la distorsión armónica del voltaje aumento a 15,36 %, y la de la corriente a 13,23 % con una magnitud de la componente fundamental del voltaje de 147,6 V.

• Caso B: Eliminación del 5to, 7mo, y 11vo armónico

Las figuras 4.19 y 4.20 muestran los resultados de realizar el análisis de la transformada rápida de Fourier a las señales de voltaje y corriente, para los dos índices de modulación del caso B: 0,63 y 1, respectivamente.



Figura 4.19 Espectro de frecuencias del inversor de 9 niveles, caso B, con r=0.63 (a) voltaje de salida (b) corriente en el motor.



Figura 4.20 Espectro de frecuencias del inversor de 9 niveles, caso B, con r=1 (a) voltaje de salida (b) corriente en el motor.

En las figuras 4.19 y 4.20 se observa que el 3er armónico es el primero que aparece en el espectro de frecuencias, seguido del 9no, y están ausentes los armónicos 5to, 7mo y 11vo, para ambos índices de modulación seleccionados. Esto comprueba la validez del proceso de cálculo de los ángulos de disparo mediante el algoritmo de Newton-Raphson.

Para el índice de modulación de 0,63 se obtuvo una distorsión en el voltaje de salida de 31,30 %, con una magnitud de la componente fundamental de 107,9 V, mientras que la corriente, cuya forma de onda se ve severamente afectada por los armónicos triples, presenta una distorsión armónica total de 48,65 %. Al aumentar el índice de modulación a la unidad, se obtuvieron los mejores resultados, pues la distorsión en el voltaje se redujo a 10,15 %, y en la corriente a 12,06 %.

4.4 INVERSOR DE 27 NIVELES

Para el inversor de 27 niveles, resultó difícil encontrar valores iniciales que permitieran la convergencia de las ecuaciones para encontrar resultados válidos. Cabe mencionar, que la ejecución del programa para resolver los 13 ángulos de disparo en el mismo rango de índices

de modulación que los casos anteriores, resulta en una tarea de varias horas, incluso si no se encuentran resultados. Por ello se utilizaron 13 ángulos que se calcularon de manera empírica, mediante el trazado de una señal sinusoidal en una hoja de papel. Los ángulos utilizados fueron los siguientes: $\theta_1=2,1^\circ$, $\theta_2=6,39^\circ$, $\theta_3=10,65^\circ$, $\theta_4=15,98^\circ$, $\theta_5=21,3^\circ$, $\theta_6=25,56^\circ$, $\theta_7=30,89^\circ$, $\theta_8=36,21^\circ$, $\theta_9=41,53^\circ$, $\theta_{10}=48,78^\circ$, $\theta_{11}=55,38^\circ$, $\theta_{12}=63,9^\circ$, $\theta_{13}=86,27^\circ$. La simulación del inversor de 27 niveles se muestra en la figura 4.21



Figura 4.21. Circuito simulado del inversor de 27 niveles.

4.4.1 Señales de salida del inversor de 27 niveles

A continuación se muestran las señales de salida del inversor de 27 niveles, para una frecuencia de 60 Hz. La figura 4.22 muestra el comportamiento del motor, desde el arranque hasta el régimen permanente de funcionamiento, mientras que la 4.23 muestra el detalle de las señales cuando éste ha alcanzado su velocidad nominal.

83





Figura 4.23 Detalle de las señales de salida del inversor de 27 niveles.

De la figura 4.22 se puede observar que el motor alcanza su velocidad nominal en un tiempo cercano a 0,7s. El comportamiento de la corriente y el par electromagnéticos es similar a los casos estudiados anteriormente donde el índice de modulación era 1.

Donde verdaderamente se puede apreciar la mejora introducida por el inversor es en la figura 4.2, que muestra con detalle las señales en el motor. Se observa que la forma de onda del voltaje es una onda muy parecida a una sinusoidal, conformada por los 27 pequeños escalones. La corriente se muestra también casi sinusoidal, con un comportamiento suave, y distorsión apenas perceptible a simple vista. El par electromagnético también se muestra casi sinusoidal, con leves distorsiones en forma de picos hacia la parte negativa de la señal.

4.4.2 Análisis de frecuencia para el inversor de 27 niveles



Figura 4.24 Espectro de frecuencias del inversor de 27 niveles (a) voltaje de salida (b) corriente en el motor.

La figura 4.24 permite observar el espectro de frecuencias de las señales de voltaje y corriente para el inversor de 27 niveles. Se observa la presencia predominante de armónicos impares, aunque pero en una escala bastante pequeña. El voltaje presenta una distorsión armónica total de apenas 3,71 %, con una magnitud de la componente fundamental de 164,2 V, mientras que la corriente tiene una distorsión de 3,26 %. Se aprecia una mejora notable en comparación con los otros inversores estudiados.

4.5 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En trabajos recientes se ha utilizado la técnica de eliminación selectiva de armónicos para inversores multinivel, llegando a la construcción de prototipos. En [26] construyen un inversor de 9 niveles asimétrico, pero con una topología en cascada que utiliza varias fuentes de voltaje, además no eliminan los armónicos triples, con la justificación de que los mismos no están presentes en el voltaje de línea trifásico. En [30] se presenta un inversor multinivel de hasta 81 niveles, allí no se hace mención de los valores iniciales necesarios para el cálculo de los ángulos de conmutación y tampoco realizan comparaciones entre los índices de modulación y distorsión armónica, pues se limitan a valores fijos de amplitud y frecuencia.

Con respecto a los ángulos de disparo, se pudo observar ver que el conjunto de soluciones válidas, no es continuo en un rango amplio del índice de modulación. Además, los valores iniciales que se escojan, tienen gran impacto en el proceso iterativo de cálculo, en muchos casos, es posible que no se encuentren soluciones válidas, haciendo necesario ejecutar de nuevo el programa con nuevos valores iniciales. Este proceso de ensayo y error es costoso en tiempo, y depende del poder de procesamiento del computador donde se ejecuta el programa y del número de niveles de salida requeridos. Para el inversor de 9 niveles, caso de estudio B, los ángulos calculados concuerdan con los obtenidos en [26].

4.5.1 Formas de onda de salida

En comparación con el inversor PWM, los inversores de 9 y 27 niveles permiten obtener un voltaje de salida que se asemeja un poco más a una señal sinusoidal. En el caso del inversor de 9 niveles, la forma de onda del voltaje cambia en función del índice de modulación y de los armónicos que se seleccionen para la eliminación. Mientras mayor es el índice de modulación, la duración de los pulsos superior e inferior de la señal aumenta, para maximizar el valor de la componente fundamental, y viceversa. En los límites inferiores del índice de modulación, en los dos casos estudiados (r=0,774 y r=0,63), el ancho de dichos escalones es el mínimo posible, lo que determina el límite inferior para el conjunto de soluciones de ángulos de disparo. Es posible que se puedan calcular los ángulos para amplitudes más bajas, si se excluyen estos escalones extremos, lo que en efecto reduciría la amplitud de la señal de salida, y el número de niveles del inversor, pero aumentaría el contenido armónico.

El voltaje producido por el inversor de 27 niveles es el más parecido a una sinusoidal pura. Aunque no se pudo comprobar experimentalmente, es posible que el control de la amplitud por medio del índice de modulación sea más limitado en este caso, debido a la poca variación que permite la amplitud de los escalones.

4.5.2 Análisis del contenido armónico entre los tres inversores simulados

Inversor	PWM		9 niv	veles	es 27 niveles		
	Unipolar	А		В			
Índice de modulación seleccionado (r)	1	0,774	0,861	0,63	1	-	
Distorsión armónica total de voltaje de salida THDv (%)	52,12	12,29	15,36	31,30	10,15	3,71	
Distorsión armónica total de la corriente THDi (%)	10,24	7,76	13,23	48,65	12,06	3,26	
Magnitud de la componente fundamental del voltaje de salida (V)	170	133,4	147,6	107,9	172	164,2	
Índice de modulación obtenido	1,002	0,786	0,870	0,636	1,014	0,968	

Tabla 4.1. Cuadro comparativo de contenido armónico para los tres inversores estudiados.

Los resultados de distorsión armónica obtenidos en las diferentes simulaciones se resumen en la tabla 4.1. La mayor distorsión en el voltaje de salida ocurre en el inversor PWM unipolar, seguida del inversor de 9 niveles sin eliminación de armónicos triples (caso B), con un bajo índice de modulación (r=0,63), la distorsión en la corriente también fue mayor en este caso. La magnitud de la componente fundamental del voltaje de salida concuerda con el índice de modulación seleccionado en cada una de las simulaciones, lo que prueba que es posible controlar la amplitud de la señal generada con sólo modificar el parámetro r.

El nivel de distorsión varía con el índice de modulación. En el inversor de 9 niveles, este rango va de 10,15 % con un índice de modulación igual a la unidad, hasta 31,30 % con un índice de 0,63.

El inversor de 27 niveles presenta las mejores características de distorsión armónica, con valores por debajo de 4%, superando ampliamente a los demás casos estudiados.

Inversor	THDv (%)	THDi (%)
PWM 3 Niveles	52,12	10,24
9 niveles	10,15	12,06
27 niveles	3,71	3,26

Tabla 4.2. Relación entre el número de niveles del inversor y el nivel de distorsión armónica.

Considerando el voltaje y la corriente de salida de los inversores, bajo similares condiciones (índice de modulación uno), se obtiene la tabla 4.2, de donde se aprecia claramente que el inversor de 27 niveles presenta las mejores características de distorsión en la señal de salida.

Con respecto al voltaje, aumentar de tres a nueve niveles, produjo una reducción del contenido armónico de 41,97 %, mientras que al aumentar de nueve a veintisiete niveles, la reducción fue de 6,44 %. Esto sugiere que la relación entre el aumento del número de niveles y la reducción en la distorsión no es lineal, ya que con cada aumento en el número de niveles, la cantidad de reducción de armónicos es menor. Si se compara el inversor PWM con el de 27 niveles, la mejora en el contenido armónico del voltaje fue de 48,41 %.

En términos de la corriente, al aumentar a 9 niveles, no hubo reducción de armónicos, sino un aumento de 1.82%. Sin embargo, al incrementar el número de niveles a 27, la mejora es notable, y la distorsión se redujo un 6,98%. Al reducir de 9 a 27 niveles la mejora es de 8,8 %.

Por lo anterior, si se requiere implementar un inversor con la menor cantidad posible de armónicos, el de 27 niveles resulta ser la opción más idónea en términos de calidad de la señal.

CONCLUSIONES

La topología propuesta (inversor multinivel acoplado por transformador), permite obtener señales de salida con mejores características de distorsión que los inversores con modulación PWM. El inversor de 27 niveles puede proporcionar señales de salida con distorsión armónica total menor al 4%, lo que representa una mejora de 48,41 % para el voltaje y 6,98 % para la corriente. Además, la topología permite generar mayores niveles de voltaje con la menor cantidad de componentes y solo necesita de una fuente de alimentación.

El esquema de control propuesto, basado en el cálculo de los ángulos de disparo por medio del algoritmo de Newton-Raphson, permite reducir armónicos específicos de bajo orden en las señales de salida. Las simulaciones comprueban la validez de los resultados, al no aparecer en los espectros de frecuencia de las señales de salida los armónicos seleccionados para la eliminación, y al verificar que la magnitud de la componente fundamental del voltaje de salida concuerda con el índice de modulación seleccionado. Aunque se pueden generar señales de prácticamente cualquier frecuencia, se debe tomar en cuenta que el rango de amplitudes posibles es limitado, pues está determinado por el conjunto valido de soluciones que se obtengan del algoritmo.

La selección adecuada de los valores iniciales es vital para encontrar resultados válidos por medio del algoritmo de N.R. Aunque el método es de sencilla implementación, el proceso de ensayo y error puede consumir bastante tiempo, especialmente si se ejecuta en una computadora con bajo poder de procesamiento.

Ya que los cálculos se realizan en un computador, previo a la implementación, solo es necesario cargar los resultados de los ángulos en la memoria del microcontrolador, el cual sólo tendrá que ejecutar las secuencias de disparo almacenadas para generar la señal deseada, por lo que no será necesario utilizar dispositivos con grandes capacidades de memoria o velocidad.

RECOMENDACIONES

Se recomienda replantear los valores iniciales de los ángulos para utilizar el algoritmo de N-R en el inversor de 27 niveles y así poder obtener resultados que permitan modificar el índice de modulación.

Se recomienda realizar las modificaciones pertinentes al algoritmo, que permitan al inversor generar señales de amplitudes más bajas (menor índice de modulación), al eliminar los escalones superior e inferior en la señal de salida.

Se recomienda la implementación de un prototipo funcional, que permita comprobar experimentalmente en el mundo real las técnicas y conceptos aquí propuestos.

Para futuros trabajos de investigación, se recomienda realizar el estudio de las pérdidas por conmutación, en los dispositivos MOSFET o IGBT. Además de la optimización del tiempo de disparo por medio de un circuito controlador (driver) de disparo.

Se recomienda estudiar el efecto que tendrá sobre la señal de salida la introducción de los tiempos de retardo (tiempos muertos) en el control de la conmutación.

Se recomienda implementar un inversor trifásico, constituido por los inversores aquí propuestos, y realizar el estudio de contenido armónico de las señales de salida, pues en este caso la ganancia en reducción de armónicos ha de ser mayor.

La utilización del inversor en aplicaciones distintas al control de motores, es posible. Por lo que se recomienda realizar estudios para la utilización del inversor en aplicaciones diversas, como puede ser sistemas de energías renovables, energía fotovoltaica, entre otros.

REFERENCIAS

- [1] Moflon Technology *The Basic Elements of Slip Ring Induction Motors* [Online]. Disponible en: <u>https://www.moflon.com/showen202.html</u>.
- [2] *Wound Rotor Induction Motor* [Online]. Disponible en: https://www.theengineeringprojects.com/2016/10/wound-rotor-induction-motor.html.
- [3] *Difference between Squirrel Cage and Slip Ring Induction Motor* [Online]. Disponible en: <u>https://electricalbaba.com/difference-between-squirrel-cage-and-slip-ring-induction-motor/</u>
- [4] J. Fraile Mora, *Maquinas Eléctricas*. 5ta edición, España: McGraw-Hill Interamericana, 2003, pp. 291, 337-338, 667.
- [5] P.O. Mora, "Máquinas Asincrónicas" en *Máquinas Eléctricas: Motores de corriente alterna, motores y generadores de corriente continua*, Mérida Venezuela: Universidad de Los Andes, 2004, pp. 6, 22, 31.
- [6] P.O. Mora, "Clasificación, operación y control de Motores de Inducción" en Máquinas Eléctricas: Motores de corriente alterna, motores y generadores de corriente continua, Mérida Venezuela: Universidad de Los Andes, 2004, pp. 97.
- [7] 3-Phase ACIM Scalar Control, Spansion LLC, EE.UU., 2015, pp. 10.
- [8] P.O. Mora, "Motores Monofásicos de uso general" en *Máquinas Eléctricas: Motores de corriente alterna, motores y generadores de corriente continua*, Mérida Venezuela: Universidad de Los Andes, 2004, pp. 2, 8, 10.
- [9] *IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems*, IEEE Standard 519, 2014.
- [10] Control de Armónicos en Sistemas Eléctricos, FONDONORMA: 3842, 2004.
- [11] V. E. Wagner, "Effects of Harmonics on Equipment", *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 8, No. 2, pp. 673-678, Abril 1993.
- [12] E.F. Fuchs, "Sensitivity of electrical appliances to harmonics and fractional harmonics of the power system's voltage. Part I: Transformers and induction machines", *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. PWRD-2, No. 2, Abril 1987.

- [13] F. Zare. "Lecture 8: DC AC Converters" en Power Electronics Education Electronic Book [Online]. Disponible en: <u>http://peeeb.dk/book1/chapter8/lecture8.pdf</u>.
- [14] F. Zare. "Multilevel Converter Topologies" en Advanced Power Electronics [Online]. Disponible en: <u>http://peeeb.dk/book2/AdvancedPowerElectronics.zip</u>.
- [15] J. Rodriguez, "Multilevel Inverters: A Survey of Topologies, Controls, and Applications", *IEEE Trans. on industrial electronics*, vol. 49, no. 4, pp. 3, Agosto 2002.
- [16] A. Nabae, "New Neutral-Point-Clamped PWM Inverter" *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. Ia-17, No. 5. Septiembre/Octubre 1981.
- [17] B. Wu, "Diode Clamped Multilevel Inverters" en *High-power converters and AC drives*, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006, pp. 143.
- [18] T. A. Meynard, y H. Foch, "Multi-level choppers for high voltage applications", *EPE Journal*, vol. 2, No. 1, Marzo 1992.
- [19] M. Marchesoni, "A non conventional power converter for plasma stabilization", presentado en 19th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, Kyoto, Japón 1988.
- [20] A. Luiz, "Sinusoidal voltages and currents in high power converters", presentado en 34th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics, Orlando, FL, USA, 2008.

[21] B. Wu, "Two-Level Voltage Source Inverter" en *High-power converters and AC drives*, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006, pp. 97.

- [22] Jegathesan V, "Solution To Eliminate The Lower Order Harmonics In VSI Using Evolutionary Algorithms", Tesis doctoral, Faculty of Electrical Engineering, Anna University. Chennai, 2010.
- [23] B. Wu, "Cascaded H-Bridge Multilevel Inverters" en *High-power converters and AC drives*, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006, pp. 127-129, 137-140.
- [24] H.S. Patel y R.G. Hoft, "Generalized Techniques of Harmonic Elimination and Voltage Control in Thyristor Inverters: Part I-Harmonic Elimination", *IEEE Trans. on industry application*, vol. Ia-9, no. 3, mayo/junio 1973.
- [25] J. Calcagno. *Simetrías de ondas periódicas* [Online]. Disponible en: www3.fi.mdp.edu.ar/virtuallab/matavanzada/anexos_teoria-practica/6.pdf
- [26] F. Armi "Newton Raphson algorithm for Selective Harmonic Elimination in Asymmetrical CHB Multilevel Inverter using FPGA", presentado en 3rd International Conference on Automation, Control, Engineering and Computer Science, Hammamet, Tunisia, marzo 2016.

- [27] *IRFZ46N*, International Rectifier, El Segundo, CA, USA, 2002.
- [28] *Power MOSFET Electrical Characteristics*, Toshiba Electronic Devices & Storage Corporation, Japón, 2018, pp. 5.
- [29] UCC27714 High-Speed, 600-V High-Side Low-Side Gate Driver with 4-A Peak Output, Texas Instruments, Dallas, TX, USA, 2017, pp. 4, 28, 29.
- [30] F. Chauca, F. Llerena y P. Chico, "Diseño y Construcción de un Inversor Multinivel", *Revista EPN*, vol. 33, no. 1, enero de 2014.

www.bdigital.ula.ve

APÉNDICE

Apéndice 1. Estudio de todos los posibles estados de conmutación para un inversor asimétrico de 27 niveles.

Inversor 1	Inversor 2	Inversor 3	V1	V2=3V1	V3=9V1	Van	
0110	0110	0110	-1	-3	-9	-13	
1010	0110	0110	0	-3	-9	-12	
0101	0110	0110	0	-3	-9	-12	
1001	0110	0110	1	-3	-9	-11	
0110	1010	0110	-1	0	-9	-10	
0110	0101	0110	-1	0	-9	-10	
1010	1010	0110	0	0	-9	-9	
1010	0101	0110	0	0	-9	-9	
0101	1010	0110	0	0	-9	-9	
0101	0101	0110	0	0	-9	-9	
1001	1010	0110	1	0	-9	-8	
1001	0101	0110	1	0	-9	-8	
0110	1001	0110	-1	3	-9	-7	
1010	1001	0110	0	3	-9	-6	
0101	1001	0110	0	3	-9	-6	
1001	1001	0110	1	3	-9	-5	
0110	0110	1010	-1	-3	0	-4	
0110	0110	0101	-1	-3	0	-4	
1010	0110	1010	0	-3	0	-3	
1010	0110	0101	0	-3	0	-3	
0101	0110	1010	0	-3	0	-3	
0101	0110	0101	0	-3	0	-3	
1001	0110	1010	1	-3	0	-2	
1001	0110	0101	1	-3	0	-2	
0110	1010	1010	-1	0	0	-1	
0110	1010	0101	-1	0	0	-1	
0110	0101	1010	-1	0	0	-1	
0110	0101	0101	-1	0	0	-1	
1010	1010	1010	0	0	0	0	
1010	1010	0101	0	0	0	0	
1010	0101	1010	0	0	0	0	
1010	0101	0101	0	0	0	0	
0101	1010	1010	0	0	0	0	
0101	1010	0101	0	0	0	0	
0101	0101	1010	0	0	0	0	
0101	0101	0101	0	0	0	0	
1001	1010	1010	1	0	0	1	
1001	1010	0101	1	0	0	1	
1001	0101	1010	1	0	0	1	
1001	0101	0101	1	0	0	1	

0110	1001	1010	-1	3	0	2
0110	1001	0101	-1	3	0	2
1010	1001	1010	0	3	0	3
1010	1001	0101	0	3	0	3
0101	1001	1010	0	3	0	3
0101	1001	0101	0	3	0	3
1001	1001	1010	1	3	0	4
1001	1001	0101	1	3	0	4
0110	0110	1001	-1	-3	9	5
1010	0110	1001	0	-3	9	6
0101	0110	1001	0	-3	9	6
1001	0110	1001	1	-3	9	7
0110	1010	1001	-1	0	9	8
0110	0101	1001	-1	0	9	8
1010	1010	1001	0	0	9	9
1010	0101	1001	0	0	9	9
0101	1010	1001	0	0	9	9
0101	0101	1001	0	0	9	9
1001	1010	1001	1	0	9	10
1001	0101	1001	1	0	9	10
0110	1001	1001	-1	3	9	11
1010	1001	1001	0	3	9	12
0101	1001	1001	0	3	9	12
1001	1001	1001		3	9	13

Apéndice 1. Estudio de todos los posibles estados de conmutación para un inversor asimétrico de 27 niveles (continuación).

Apéndice 2. Estudio los estados de conmutación y las señales de control de disparo, en relación con los niveles de salida para un inversor asimétrico de 9 niveles.





Apéndice 3. Estudio los estados de conmutación y las señales de control de disparo, en relación con los niveles de salida para un inversor asimétrico de 27 niveles.

Apéndice 4. Código de la función de Newton Raphson utilizada para el cálculo de los ángulos de disparo

```
function theta0deg = NRAlgorithm(epsilon,T,F,G,theta0,numUnknown,numIter)
    err = ones(numUnknown,1);
    for i = 1: numIter
        a = vpa(subs(F,theta0));
        F0 = sum(reshape(a(:,1),numUnknown,numUnknown)',2);
        b = vpa(subs(G, theta0));
        F0 der = reshape(b(:,1),numUnknown,numUnknown)';
        dtheta = vpa(degtorad(mod(double(radtodeg(inv(F0 der)*vpa(T-
F0))),360)));
        err = vpa(abs(dtheta));
        theta0 = vpa(theta0 + dtheta);
        if err <=epsilon</pre>
            break;
        end
    end
    theta0deg = mod(radtodeg(theta0), 360);
end
```

Apéndice 5. Código del programa para calcular los ángulos de disparo para un inversor de 9 niveles, con eliminación de los armónicos 5to, 7mo y 11avo.

```
clc
clear all
r1 = 0.1:0.01:1.2;
                          % indice de modulacion. se puede considerar como
%% Calculo de los angulos de disparo usando el metodo de Newton Raphson.
numIncog = 4; % numero de incognitas
theta0 = [0.1747;
                       0.3864;
                                   0.7112;
                                              1.0777]; % valores iniciales j
= 0
syms theta1 theta2 theta3 theta4
                                            % definir symbols
F = [\cos(\text{theta1}) + \cos(\text{theta2}) + \cos(\text{theta3}) + \cos(\text{theta4});
     cos(5*theta1)+cos(5*theta2)+cos(5*theta3)+cos(5*theta4);
     cos(7*theta1)+cos(7*theta2)+cos(7*theta3)+cos(7*theta4);
     cos(11*theta1)+cos(11*theta2)+cos(11*theta3)+cos(11*theta4)]; % vector
F
G = jacobian(F); % Diferenciacion de F
epsilon = 0.1; % Parametro de precision (error)
numIter = 100; % Numero max de iteraciones.
for i = 1:length(r1)
    r = r1(i);
    T = [r*pi; 0; 0; 0]; % Vector T
                                        thetadeg(:,i)=NRAlgorithm_2(epsilon,T,F,G,theta0,numIncog,numIter);
end
plot(r1, thetadeg(1, :),
hold on
plot(r1, thetadeg(2, :), 'o')
plot(r1, thetadeg(3, :), '+')
plot(r1, thetadeg(4,:), '<')
xlabel('indice de modulacion (r)');
ylabel('Angulos de disparo (deg)');
legend('\theta 1', '\theta 2', '\theta 3', '\theta 4')
%% Encontrar los angulos que satisfagan la condicion dada
thetadeg1=[];
for j = 1:i
    tdeg = thetadeg(:,j);
    if tdeg(1) < tdeg(2) && tdeg(2) < tdeg(3) && tdeg(3) < tdeg(4) &&
tdeg(4) < 90
       thetadeg1 = [thetadeg1 thetadeg(:,j)];
    end
end
thetadeq1
```