

SIMULACION HIDROLOGICA PARA EL ESTUDIO DE PLANICIES INUNDABLES

Por
José Ramón Mogollón Contreras

**Tesis para optar al grado de
Magister Scientiae en Obras Hidraulicas**

www.bdigital.ula.ve

**CENTRO INTERAMERICANO DE DESARROLLO INTEGRAL
DE AGUAS Y TIERRAS
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
Mérida - Venezuela
1979**

AGRADECIMIENTO

Al Doctor Roger A. Amisial bajo cuya dirección se realizó la presente tesis, así como a los profesores Hervé Jégat y Roberto Duque, miembros del Comité, por su valiosa cooperación.

Al M.A.R.N.R. por hacer posible mi participación en el curso de Post-Grado y al CONICIT quien financió el presente trabajo.

Al CIDIAT por haberme proporcionado los medios para culminar mis estudios.

Al personal directivo, docente, administrativo y obrero del CIDIAT por la ayuda prestada, en especial al personal de la Biblioteca, Departamento de Publicaciones y Banco de Programas. Así como al personal del Centro de Computación de la Universidad de Los Andes.

A mi compañero y amigo Jaime Bonilla por su valiosa orientación al comienzo de este Trabajo de Investigación.

A la Srta. Elda Trejo, quien con paciencia y dedicación realizó la tarea de mecanografiar el original de la tesis y a la Srta. Alicia Usubillaga quien tuvo a su cargo la revisión de la versión final.

INDICE

	Página
AGRADECIMIENTO	i
LISTA DE TABLAS.....	v
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE SIMBOLOS	viii
RESUMEN	xv
Capítulo	
I. INTRODUCCION	1
Exposición del problema	1
Objetivo general del estudio.....	3
Objetivos específicos del estudio.....	4
Importancia del estudio.....	4
II. REVISION DE LITERATURA	6
Método cinemático de tránsito en cauces	6
Método dinámico de tránsito en cauces.....	12
Tránsito de avenidas en planicies inundables.....	16
Métodos numéricos de solución de las ecuaciones de Saint Venant.....	19
Método de las características.....	20
Métodos explícitos de diferencias finitas.....	22
Modelo de simulación hidrológica Stanford IV.....	23
III. METODO CINEMATICO DE TRANSITO EN CAUCES.....	25
Desarrollo del método cinemático.....	25
Selección de un método numérico de solución.....	28
Método implícito de los cuatro puntos por diferen -	29
cias finitas.....	29
Consideraciones para el desarrollo del método cine -	31
mático.....	31
Derivada parcial de la condición de borde.....	37

INDICE (CONTINUACION)

	Página
Predicciones para las incógnitas fundamentales y_i^{J+1} y y_{i+1}^{J+1}	42
IV. METODO DINAMICO DE TRANSITO EN PLANICIES INUNDABLES.....	44
Bases del método.....	44
Aplicación del método implícito de los cuatro puntos a las ecuaciones modificadas para el tránsito en planicies inundables.....	52
Condiciones de borde.....	55
Solución del sistema de ecuaciones diferenciales.....	55
Derivadas parciales de las ecuaciones fundamentales..	59
Cálculo de las derivadas parciales de los parámetros Ψ , Φ y T	64
Derivadas parciales de los términos $\bar{\Psi}$, $\bar{\Phi}$ y $\bar{T}$	67
Derivadas parciales de las ecuaciones de borde.....	73
Predicciones para las incógnitas fundamentales h_i^{J+1} , Q_i^{J+1} , h_{i+1}^{J+1} , Q_{i+1}^{J+1}	75
V. ALGORITMOS PARA EL METODO CINEMATICO Y METODO DINAMICO DE MA- PEO DE PLANICIES INUNDABLES Y SU ADAPTACION AL MODELO STANFORD IV.....	77
Algoritmo general del método cinemático para tránsito de avenidas en ríos.....	77
Algoritmo general del método dinámico para el tránsito en ríos con planicies inundables.....	86
Adaptación de los dos métodos de tránsito estudiados al mo- delo de Simulación hidrológica Stanford IV.....	100
Adaptación de los programas CINEMAT y PLANICIE al modelo Stanford IV	102
VI. ANALISIS DE LOS RESULTADOS	103
Análisis de los métodos cinemático y dinámico estudiados..	105
Análisis de consistencia de los métodos cinemático y dinámico.....	113
Análisis de precisión del método cinemático respecto al método dinámico.....	113

INDICE (CONTINUACION)

	Página
Análisis comparativo de tiempo de computación entre las alternativas estudiadas del método cinemático y el método dinámico	120
Análisis de convergencia.....	122
Planicies inundables.....	122
Aplicación del modelo Stanford, utilizando como subrutinas de tránsito el programa CINEMAT o el programa PLANICIE, según sea el caso a una cuenca particular.....	123
Análisis de los resultados obtenidos para el Stanford modificado con el programa CINEMAT y con el programa PLANICIE..	127
VII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	133
Conclusiones.....	133
Conclusiones sobre el método cinemático.....	133
Conclusiones sobre el método dinámico de tránsito en planicies inundables.....	134
Conclusiones sobre el modelo Stanford IV modificado por el subprograma CINEMAT o con el subprograma PLANICIE....	134
Recomendaciones.....	135
VIII. LITERATURA CITADA.....	137

LISTA DE TABLAS

Tabla		Página
5.1	Equivalencia utilizada para las variables en la programación, en FORTRAN IV, del método cinemático de tránsito para secciones generales	80
5.2	Equivalencia utilizada para las variables en la programación, en FORTRAN IV, del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación.....	89
6.1	Análisis de estabilidad del método cinemático para pendiente de fondo de 0.2 y Rugosidad de Manning de 0.018. (Flujo subcrítico).....	106
6.2	Análisis de estabilidad del método dinámico estudiado por Bonilla (1978) para pendiente de fondo de 0.2 y Rugosidad de Manning de 0.018. (Flujo supercrítico).....	107
6.3	Análisis de estabilidad del método cinemático para pendiente de fondo de 0.001 y Rugosidad de Manning de 0.040. (Flujo subcrítico).....	108
6.4	Análisis de estabilidad del método dinámico estudiado por Bonilla (1978) para pendiente del fondo de 0.001 y Rugosidad de Manning de 0.040. (Flujo subcrítico).....	109
6.5	Efectos del parámetro $\Delta X/\Delta t$ en la estabilidad de los métodos cinemático y dinámico para pendiente de fondo de 0.2 y Rugosidad de Manning de 0.018. (Flujo supercrítico).....	111
6.6	Efectos del parámetro $\Delta X/\Delta t$ en la estabilidad de los métodos cinemático y dinámico para pendiente de fondo de 0.001 y Rugosidad de Manning de 0.040	112
6.7	Resultados obtenidos por Streeter y Wylie (1967), para el tránsito en un canal particular por el método de las características.....	114
6.8	Resultados obtenidos mediante el método cinemático para las mismas condiciones dadas por Streeter y Wylie (1967).....	115
6.9	Comportamiento del método cinemático respecto al dinámico, al hacer variar la pendiente de fondo.....	118
6.10	Características físicas de la cuenca y cauce del Río Boconó hasta Boconó con el modelo Stanford IV constante.....	129
6.11	Características físicas del cauce para el Stanford modificado con el subprograma CINEMAT o el subprograma PLANICIE	130

LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
2.1	Esquema utilizado por Eagleson (1970) para el estudio del método cinemático	8
2.2	Canal rectangular equivalente de la sección transversal irregular, usado por Ellis (1970), para el estudio del flujo no permanente por el método de las características	12
2.3	Geometría del canal utilizado por Fletcher y Hamilton (1967) para el tránsito de avenidas a través de un canal irregular.	14
2.4	Sección típica utilizada por Fread (1976) para el estudio de ríos con planicies inundables	17
2.5	Esquema utilizado por los métodos de las diferencias finitas	20
3.1	Esquema utilizado por el método implícito de los cuatro puntos	30
3.2	Esquema característico de un tramo de canal, división en secciones.....	34
4.1	Condición de superficie de agua horizontal en la sección transversal típica de un río con planicie inundable.....	47
4.2	Sección típica del río y su planicie inundable utilizada en el modelo.....	50
4.3	Planta del río con su correspondiente planicie de inundación..	51
4.4	Distribución de secciones y tramos en que se divide la extensión del río en estudio.....	54
4.5	Esquema ilustrativo de la obtención de A_i^{J+1} y su derivada respecto a h_i , mediante valores tabulares del área y la profundidad en la sección.....	70
4.6	Esquema explicativo para las derivadas del área en el canal y la planicie respecto a h_i	71
5.1	Flujograma general del método cinemático de tránsito en canales.....	78
5.2	Flujograma general del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación.....	87

LISTA DE FIGURAS (CONTINUACION)

Figura		Página
5.3	Esquema típico de la subdivisión de una cuenca para el tránsito del flujo en el modelo de simulación Stanford IV.....	101
6.1	Resultados obtenidos para la profundidad en función del tiempo, en la 5ta. sección en estudio, para el método cinemático y el de las características.....	116
6.2	Comportamiento del método cinemático respecto al dinámico, al hacer variar la pendiente de fondo.....	119
6.3	Comparación de los resultados obtenidos por Bonilla (1978) y con el programa PLANICIE para el caso de una sección rectangular.....	124
6.4	Comparación de los resultados obtenidos por Fread (1976) y con el programa PLANICIE para ríos con planicie inundable.....	124
6.5	Delimitación de la cuenca del Río Boconó, con sus respectivas isocronas, para su uso en el Stanford original.....	128
6.6	Delimitación de la cuenca del Río Boconó, con sus respectivas divisiones en intervalos de distancia, para su uso en el Stanford modificado.....	131

LISTA DE SIMBOLOS

<u>Símbolos</u>	<u>Definición</u>
A	= Área total de la sección transversal de flujo
A_c	= Área del flujo correspondiente al cauce definido del río
$\bar{A}_{ci}^{J+1}$	= Área promedio entre las secciones i e $i+1$, para el cauce, en el tiempo $J+1$
$\bar{A}_{ci}^J$	= Área promedio entre las secciones i e $i+1$, para el cauce, en el tiempo J
AM	= Datos tabulares del área para diferentes niveles en cada sección.
A_{max}	= Área máxima de flujo en el cauce del río, antes del desborde
A_p	= Área de flujo correspondiente a la planicie
$\bar{A}_i^{J+1}$	= Área promedio entre las secciones i e $i+1$ en el tiempo $J+1$
$\bar{A}_i^J$	= Área promedio entre las secciones i e $i+1$ en el tiempo J
$\bar{A}_{pi}^{J+1}$	= Área promedio entre las secciones i e $i+1$, para la planicie, en el tiempo $J+1$
$\bar{A}_{pi}^J$	= Área promedio entre las secciones i e $i+1$, para la planicie, en el tiempo J .
B	= Ancho del lecho del canal
BB, R^K	= Matriz columna constituida por los valores residuales que resultan de usar predicciones en las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento
BM	= Datos tabulares del ancho superficial para diferentes niveles, en cada sección en estudio.

LISTA DE SIMBOLOS (CONTINUACION)

<u>Simbolos</u>	<u>Definición</u>
$B_{\max}$	= Ancho máximo del flujo en el cauce del río, antes de desbordarse
B_s	= Ancho superficial del agua en el canal
C	= Matriz constituida por los incrementos dh y dQ
C	= Ecuación de continuidad
C_c	= Velocidad de la onda en el canal
C_f	= Coeficiente que es función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa
C_p	= Velocidad de la onda en la planicie
D	= Matriz cuadrada de coeficientes constituida por los valores de las derivadas parciales de las ecuaciones de borde, de continuidad y de cantidad de movimiento, con respecto a las incógnitas en el tiempo $J+1$
d_{hi}	= Diferencia entre los valores de h obtenidos en la iteración actual y la iteración anterior para una línea de tiempo
dQ_i	= Diferencia entre los valores de Q obtenidos en la iteración actual y la iteración anterior para una línea de tiempo
dY_i	= Diferencia entre los valores de Y obtenidos en la iteración actual y la iteración anterior para una línea de tiempo
f	= Función cualquiera
g	= Aceleración de la gravedad
h	= Cota de superficie de agua en la sección

LISTA DE SÍMBOLOS (CONTINUACION)

<u>Símbolos</u>	<u>Definición</u>
i	= Índice que se utiliza para hacer variar de nodo a nodo el proceso de cálculo
j	= Índice que se usa para hacer variar procesos de cálculo de una línea de tiempo a otra
K	= Variable cualquiera de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento
m	= Parámetro de la ecuación de cantidad de movimiento del método cinemático
N	= Número de secciones en que se subdivide el tramo del río
n	= Rugosidad de Manning del canal
n_c	= Rugosidad de Manning en el cauce del río
n_p	= Rugosidad de Manning en la planicie del río
NT	= Número de líneas de tiempo
P	= Perímetro mojado total del flujo en la sección en estudio
P_{i+1}^{J+1}	= Perímetro mojado en la sección $i+1$, para la línea de tiempo $J+1$
P_i^{J+1}	= Perímetro mojado en la sección i , para la línea de tiempo $J+1$
P_c	= Perímetro mojado en el cauce definido del río
$\overline{P_{ci}}^{J+1}$	= Perímetro mojado promedio entre las secciones i e $i+1$, para el cauce, en el tiempo $J+1$
$\overline{P_{ci}}^J$	= Perímetro mojado promedio entre las secciones i e $i+1$, para el cauce, en el tiempo J

LISTA DE SIMBOLOS (CONTINUACION)

<u>Símbolos</u>	<u>Definición</u>
PM	= Datos tabulares del perímetro para diferentes niveles en cada sección en estudio
$P_{\max}$	= Perímetro mojado máximo en el cauce del río antes del desborde
P_p	= Perímetro mojado correspondiente a la planicie
$\overline{P}_{pi}^{J+1}$	= Perímetro mojado promedio entre las secciones i e i+1, para la planicie, en el tiempo J+1
$\overline{P}_{pi}^J$	= Perímetro mojado promedio entre las secciones i e i+1, para la planicie, en el tiempo J
Q	= Flujo en una sección cualquiera del río
$Q_{\max}$	= Caudal máximo en el cauce del río, antes de desbordarse
$\overline{Q}_i^{J+1}$	= Flujo promedio, entre las secciones i e i+1, para el tiempo J+1
$\overline{Q}_i^J$	= Flujo promedio, entre las secciones i e i+1, para el tiempo J
q	= Flujo que llega al cauce como aporte lateral
Q_N	= Caudales calculados según la ecuación de Manning como condiciones iniciales de flujo
R	= Radio hidráulico del flujo en el canal
$\overline{R}_i^{J+1}$	= Radio hidráulico promedio del flujo, entre las secciones i e i+1, para el tiempo J+1
$\overline{R}_i^J$	= Radio hidráulico promedio del flujo, entre las secciones i e i+1, para el tiempo J

LISTA DE SIMBOLOS (CONTINUACION)

<u>Símbolos</u>	<u>Definición</u>
$\overline{R_{ci}^{J+1}}$	= Radio hidráulico promedio correspondiente al flujo en el cauce entre las secciones i e i+1, para el tiempo J+1
$\overline{R_{ci}^J}$	= Radio hidráulico promedio correspondiente al flujo en el cauce entre las secciones i e i+1, para el tiempo J
$\overline{R_{pi}^{J+1}}$	= Radio hidráulico promedio correspondiente al flujo en la planicie entre las secciones i e i+1, para el tiempo J+1
$\overline{R_{pi}^J}$	= Radio hidráulico promedio correspondiente al flujo en la planicie entre las secciones i e i+1, para el tiempo J
S_f	= Gradiente de energía debido a las pérdidas por fricción
S_{fc}	= Gradiente de energía debido a las pérdidas por fricción en el canal
S_{fp}	= Gradiente de energía debido a las pérdidas por fricción en la planicie
$\overline{S_{fc}^{J+1}}$	= Pendiente de fricción promedio, entre las secciones i e i+1, en el cauce para el tiempo J+1
$\overline{S_{fc}^J}$	= Pendiente de fricción promedio, entre las secciones i e i+1, en el cauce para el tiempo J
$\overline{S_{pi}^{J+1}}$	= Pendiente de fricción promedio, entre las secciones i e i+1, en la planicie para el tiempo J+1
$\overline{S_{pi}^J}$	= Pendiente de fricción promedio entre las secciones i e i+1, en la planicie para el tiempo J
$\text{Sen}\theta$	= Pendiente de fondo del canal

LISTA DE SÍMBOLOS (CONTINUACION)

<u>Símbolos</u>	<u>Definición</u>
S_o	= Pendiente de fondo del río
S_{o_c}	= Pendiente de fondo del cauce definido del río
S_{o_p}	= Pendiente del terreno en la planicie
S_r	= Gradiente de energía debido a las pérdidas por remolino
V	= Velocidad del flujo en el canal
V_x	= Velocidad del flujo que entra en el canal como aporte lateral
W_v	= Constante de la velocidad del viento en la dirección del flujo
Y	= Profundidad del flujo en el canal
Y_M	= Datos tabulares de profundidad a diferentes niveles para cada sección en estudio
Y_{max}	= Profundidad máxima de flujo en el cauce, antes de desbordarse
Z	= Pendiente del talud lateral del canal
Z	= Cota de fondo del canal
α	= Coeficiente de la ecuación de cantidad de movimiento en el método cinemático
β	= Coeficiente que considera la variación de la velocidad del flujo en una sección transversal
ϵ	= Error de tolerancia aceptable para las soluciones de las incógnitas en el método implícito de los cuatro puntos
Φ	= Parámetro, que afecta el caudal en el cauce del río
γ	= Peso específico del agua
θ	= Factor de ponderación utilizado por los métodos implícitos de las diferencias finitas

LISTA DE SIMBOLOS (CONTINUACION)

<u>Símbolos</u>	<u>Definición</u>
ρ	= Masa específica del agua
τ	= Esfuerzo cortante desarrollado por la fricción en el método cinemático
T	= Parámetro que afecta el caudal en la planicie del río
Ψ	= Parámetro que da la relación entre el caudal en el cauce y el caudal en la planicie del río
Δt	= Intervalo de tiempo seleccionado
ΔX	= Intervalo de distancia en el canal
ΔX_c	= Intervalo de distancia en el cauce definido del río
ΔX_p	= Intervalo de distancia en la planicie

RESUMEN

En este trabajo se estudia el tránsito de avenidas en ríos ubicados en planicies inundables, mediante los métodos de tránsito cinemático y dinámico, ambos basados en el método numérico de diferencias finitas de los cuatro puntos. Se consideran principalmente las características propias de las planicies inundables, como son: pendiente baja, meandreo, irregularidad y carácter compuesto de las secciones transversales del río.

Se presenta una solución numérica de las ecuaciones de Saint-Venant, aplicadas al caso de flujo unidimensional no-permanente, en una cuenca de sección irregular; dicha sección está compuesta por el cauce definido del río y su planicie inundable, es decir, se toma en cuenta el flujo en la planicie en época de inundaciones.

En el estudio se concluye que el método cinemático es aplicable a casos de flujo supercrítico propio de ríos ubicados en cuencas montañosas. Para flujo subcrítico propio de ríos en planicies inundables se escogió el método dinámico de tránsito. Ambos métodos son estables para intervalos de tiempo y distancia relativamente grandes.

Ambos métodos de tránsito se adaptaron al modelo de Simulación Hidrológica Stanford IV, con el fin de determinar las características del flujo en secciones preseleccionadas del río.

CAPITULO I

INTRODUCCION

Exposición del problema

En este capítulo se expone la finalidad del presente estudio, sus objetivos e importancia y se justificará su aplicabilidad a problemas existentes en diversas cuencas del país.

Al transcurrir del tiempo, la población crece en las carcanías y zonas de influencia de los ríos y las mismas necesidades de la población hacen que se tomen medidas para obtener máxima eficiencia del uso de la tierra. Tales medidas incluyen obras de regulación y protección en los ríos para resguardar zonas de producción agropecuaria, centros poblados e industriales y sitios de recreación.

Las obras de regulación y control, tales como presas, diques marginales, puentes, mejoramiento de cauces, canales de derivación y otros, son de vital importancia por la protección que proveen, puesto que en caso de fallas las consecuencias serían imprevisibles. Es conveniente que la estimación de los datos necesarios, como son, niveles y caudales máximos durante el tránsito de una avenida, se haga mediante métodos que proporcionen resultados confiables.

Los métodos de tránsito de avenidas, hasta ahora conocidos, se basan en la solución de las ecuaciones fundamentales para flujo no permanente que dedujo por primera vez Saint Venant en 1871. La precisión obtenida al resolver dichas ecuaciones aumenta a medida que se toma en cuenta la mayor cantidad de parámetros. Esto es posible mediante diversas técnicas numéricas desarrolladas últimamente, puesto que la solución analítica de las ecuaciones de Saint Venant no es posible.

Los métodos para transitar la escorrentía se dividen básicamente en dinámicos y cinemáticos. El método cinemático, a diferencia del dinámico, es más sencillo de utilizar en el sentido de que sólo se consideran importantes la fuerza de gravedad y la fuerza de fricción producidas por el movimiento del flujo sobre el lecho.

El estudio de planicies inundables está directamente ligado con el tránsito de avenidas, ya que es en las planicies inundables donde se producen la mayoría de los daños producidos por avenidas que rebasan el cauce natural.

Las obras de protección de planicies inundables, además de ser costosas, no proveen una absoluta seguridad y fomentan el desarrollo en la planicie inundable. La realización de un procedimiento de mapeo en las zonas inundables ayudaría mucho en la evaluación de medidas destinadas al manejo de las planicies de inundación; por lo tanto, conviene estudiar los métodos de tránsito para ver la conveniencia de su uso en el mapeo de zonas inundables.

Por sí solos, los métodos de tránsito en ríos tienen únicamente una importancia local, es decir, permiten conocer las condiciones del río en una sección a partir de otra sección aguas arriba en la que se dispone de datos. Por lo anteriormente dicho, es muy importante combinar los métodos de tránsito con algún modelo de simulación hidrológica, es decir, un modelo en el cual los componentes de la cuenca en estudio se representan por un conjunto de formulaciones matemáticas y lógicas.

Las ventajas de combinar los métodos de tránsito con un modelo de simulación hidrológica son:

1. Permite, a partir de datos de precipitación, evapotranspiración y características físicas de la cuenca, conocer las condiciones hidráulicas del río en diferentes secciones.

2. Mediante los modelos de simulación hidrológica, se toman en cuenta gran variedad de condiciones de la cuenca en estudio, como son: ca racterísticas del suelo, tipo de vegetación, distribución de las a guas y condiciones topográficas.
3. Las modificaciones en la parte alta de las cuencas tienen gran im pacto en el comportamiento de los ríos en las zonas bajas. La com binación de métodos de tránsito con modelos de simulación hidrológica permitiría estudiar los cambios introducidos en la conducta de los ríos, al reforestar la cuenca o al modificar las prácticas agri colas.
4. Estudiando los efectos producidos por el cambio de condiciones de la cuenca en estudio, se pueden desarrollar normas para una explota ción confiable de las planicies inundables.

El modelo de simulación hidrológica a utilizar en este estudio es el Stanford IV, desarrollado por Crawford y Linsley en 1966. Este modelo es una representación conceptual del ciclo hidrológico sobre la tierra y es capaz de simular los regímenes hidrológicos de una gran variedad de cuencas con un acep table grado de precisión.

Objetivo General del Estudio.

Seleccionar y desarrollar un método de tránsito para el mapeo de pla nicies de inundación. Adaptar dicho método al modelo de simulación hidrológica Stanford IV. Este modelo hidrológico así modificado aplicarlo a una cuenca específica.

Objetivos Específicos del Estudio

1. Estudiar el método cinemático de tránsito y sus diferentes soluciones numéricas.
2. Puesto que el método cinemático es más simplificado que el dinámico, estudiar qué tiempo de computación se gana y qué precisión se pierde respecto a éste, en aquellos casos en que ambos métodos sean aplicables.
3. Obtener el rango de aplicabilidad de los métodos cinemático y dinámico, variando los parámetros característicos de la cuenca como son, la pendiente del lecho, coeficiente de rugosidad de Manning, y distancia entre secciones a estudiar.
4. De acuerdo al rango de aplicabilidad, seleccionar uno de los métodos de tránsito que sea representativo de las características propias de las planicies inundables, para así obtener un modelo de tránsito en planicies inundables que proporcione resultados confiables.
5. Adaptar los métodos estudiados al modelo de simulación hidrológica Stanford IV y calibrar con una cuenca específica.

Importancia del estudio

1. En cuanto a métodos de tránsito de avenidas, el método cinemático, debido a las simplificaciones que hace, es más sencillo en su aplicación, por eso es importante determinar las condiciones en que es aplicable.
2. Determinando el rango de aplicabilidad del método cinemático se evitará, para estas condiciones, el uso de métodos más complejos en los cuales posiblemente no se obtendrá mucho más precisión en los

resultados, si se toma en cuenta que los datos la mayoría de las veces no garantizan la precisión que darían dichos métodos. Además, se tiene el ahorro de tiempo de computación, que se traduce en economía debido a lo costoso del uso de las computadoras.

3. Se puede utilizar el método cinemático para transitar crecientes y conocer a todo lo largo de la corriente las características hidráulicas necesarias para el Proyecto de Obras Hidráulicas.
4. El estudio de manchas de inundación, permite conocer los distintos niveles alcanzados por avenidas de diferentes frecuencias, lo que ayudaría a conocer los riesgos que se corren cuando se explota a varios niveles una zona inundable.
5. La incorporación de un modelo para el mapeo de planicies inundables a un modelo de simulación hidrológica que incluya todos los procesos hidrológicos, permite tomar en cuenta los parámetros caracterísisticos de la cuenca, lo que ayuda a establecer medidas más confia-bles en la explotación de las planicies inundables.

Método cinemático de tránsito en cauces

Duque (1977), analiza el modelo de simulación hidrológica Stanford IV, desarrollado por Crawford y Linsley en 1966, el cual ha sido aplicado en numerosas cuencas de varios países con resultados satisfactorios, pero que presenta entre sus limitaciones, las siguientes:

1. Usa el método Muskingum para transitar el histograma tiempo-área a través de un reservorio que simula el almacenamiento en los cauces.
2. El hecho de no considerar directamente el flujo en los cauces, impide el uso del modelo en estudio de planicies inundables en las cuales se requiere la estimación de los daños causados por las inundaciones.

Duque (1977), incluye en su estudio las bases teóricas del método de movimiento cinemático, la teoría hidráulica y la solución analítica y numérica de dicho método. Además, recomienda incorporar al modelo Stanford IV el método cinemático, que permitiría conocer las características hidráulicas del río en diversos puntos de su cauce, ya que ellas son de gran importancia para el diseño de las estructuras necesarias en el control de inundaciones.

Eagleson (1970), estudia un método cinemático para el tránsito de caudales en pequeñas corrientes, considerando el flujo canalizado y la lluvia, infiltración y escurrimiento constantes. Además supone que la pendiente de la superficie libre y los términos de inercia, en las ecuaciones fundamentales de flujo no permanente, son despreciables en comparación con la pendiente de fondo y la fricción.

Con estas restricciones la ecuación de cantidad de movimiento queda:

$$\tau = \gamma R \operatorname{sen} \theta \quad (2.1)$$

en donde

τ = Esfuerzo cortante

γ = Peso específico del agua

R = Radio hidráulico

$\operatorname{sen} \theta$ = Pendiente de fondo

Definiendo

$$\tau = C_f \ell \frac{V^2}{2} \quad (2.2)$$

en donde

C_f = Coeficiente que es función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa.

ℓ = Masa específica

V = Velocidad promedio del agua

Igualando las ecuaciones 2.1 y 2.2, se obtiene para la velocidad

$$V = \left(\frac{2g \operatorname{sen} \theta}{C_f} \cdot \frac{A}{P} \right)^{1/2} \quad (2.3)$$

en donde

g = Aceleración de la gravedad

A = Area transversal del flujo

P = Perímetro mojado

Además para el caudal Q , se obtiene:

$$Q = \left(\frac{2g \operatorname{sen} \theta}{C_f P} \right)^{1/2} A^{3/2} \quad (2.4)$$

La ecuación 2.4 puede generalizarse y quedar:

$$Q = \alpha A^m \quad (2.5)$$

Donde α y m se denominan parámetros cinemáticos

Por otra parte, considerando pequeñas pendientes, la ecuación de continuidad puede escribirse así:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_i \quad (2.6)$$

Donde el término q_i representa los aportes laterales del flujo y está dado por:

$$q_i = 2q_L \quad (2.7)$$

El esquema utilizado por Eagleson para el estudio del método cinemático de pequeñas corrientes está dado por la Figura 2.1.

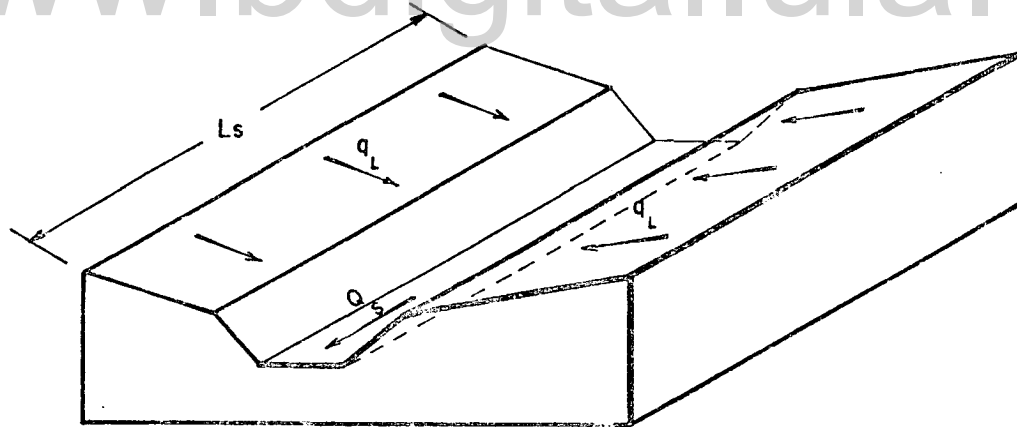


Figura 2.1. Esquema utilizado por Eagleson para el estudio del método cinemático

Curtis, Mitchell y Schaake (1978), dicen que los modelos de simulación de escorrentía se basan en las ecuaciones de flujo no permanente, representadas por las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento deducidas por Saint-Venant. La solución analítica de estas ecuaciones no es posible, debido a su

no linealidad y a la complejidad de las condiciones de borde.

Las ecuaciones de Saint Venant pueden resolverse numéricamente mediante técnicas bien establecidas, sin embargo, algunos de estos métodos de resolución requerirán escalas muy pequeñas tanto de espacio como de tiempo, siendo por lo tanto los requerimientos de memoria de computador excesivos.

Los autores concluyen que una aproximación cinemática de las ecuaciones de flujo no permanente se obtiene al despreciar los efectos dinámicos, quedando así:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q \quad (2.8)$$

$$Q = \alpha A^m \quad (2.9)$$

Los parámetros α y m se pueden estimar a partir de la fórmula de Manning, siendo por ejemplo para el caso de un canal triangular.

$$Q = \frac{1}{n} \left(\frac{\sqrt{Z}}{1 + \sqrt{1+Z^2}} \right)^{2/3} A^{4/3} S^{1/2} \quad (2.10)$$

$$\alpha = \frac{1}{n} \left(\frac{\sqrt{Z}}{1 + \sqrt{1+Z^2}} \right)^{2/3} S^{1/2} \quad (2.11)$$

$$m = 4/3 \quad (2.12)$$

en donde

S = Pendiente de fondo del canal

n = Rugosidad de Manning del canal

Z = Pendiente de los taludes del canal

Combinando las ecuaciones 2.8 y 2.9, se obtiene una ecuación única que

es:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \alpha m A^{m-1} \frac{\partial A}{\partial x} = q \quad (2.13)$$

La ecuación 2.13, tiene solamente una variable dependiente, que es el área, y su resolución, mediante algún método numérico, permite conocer las características hidráulicas del río en las diferentes secciones en que se ha dividido el tramo en estudio.

Lightill y Whitham (1955), quienes son los pioneros en el estudio del método cinemático de tránsito, demostraron que el movimiento de una onda está compuesto por efectos dinámicos y cinemáticos; además, los componentes dinámicos decaen exponencialmente para números de Froude mayores que 2. Generalmente la aproximación cinemática sería aceptable cuando el número de Froude es mayor que uno, es decir, para flujo supercrítico, debido a que las ondas no pueden moverse hacia aguas arriba. En este caso el flujo se aproxima a una condición uniforme, esto quiere decir que, teóricamente, el movimiento cinemático existe cuando la velocidad promedio del flujo es mayor que la velocidad de la onda.

Overton y Meadows (1976), establecen que el principal problema existente, en cuanto a las ecuaciones que gobiernan el flujo de los ríos, es la dificultad para resolverlas. Sin embargo, en la última década se han realizado avances significativos, en cuanto a la hidráulica superficial, que han resultado en una sustancial simplificación de las ecuaciones de flujo; esta simplificación se llama el método de la onda cinemática y está claramente establecido que la aproximación puede hacerse bajo gran cantidad de condiciones de flujo superficial.

Las ecuaciones diferenciales básicas que rigen el flujo no permanente unidimensional, a partir de las cuales se obtienen las ecuaciones del método cinemático, se desarrollaron en base a las siguientes hipótesis:

1. Flujo gradualmente variado
2. Pendientes suaves en el canal
3. Líneas de corriente esencialmente rectas
4. La resistencia del flujo se calcula aproximadamente según fórmulas y coeficientes de resistencia del flujo uniforme.
5. El intercambio de cantidad de movimiento entre los aportes de flujo lateral y el flujo del canal es despreciable.

Cuando los efectos de inercia y las fuerzas de presión son importantes, las ondas dinámicas rigen el movimiento en grandes avenidas, esto ocurre principalmente en ríos de cierta magnitud.

Kibler y Woolhiser (1970), utilizan el término cinemático, para describir aquellas ondas cuyas propiedades están dadas por la ecuación de continuidad y una relación nivel-descarga, tal como las fórmulas de Chezy o Manning. En contraste con las ondas dinámicas cuyo movimiento está gobernado por las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento.

El criterio desarrollado para flujo cinemático es que los términos de derivadas parciales que aparecen en la ecuación de momento deben ser despreciables en comparación con la pendiente del lecho; es decir, el flujo debe ser esencialmente uniforme. Se concluyó que las ondas de avenidas serán cinemáticas en ríos con pendiente de cierta magnitud, pero menores que las existentes en torrentes de montaña. Woolhiser y Liggett (1967), también examinaron las condiciones hidráulicas requeridas para asumir flujo cinemático y concluyeron que muchos de los trabajos experimentales en flujo superficial se trataron bajo condiciones esencialmente cinemáticas.

Método dinámico de tránsito en cauces

John Ellis (1970), estudia el flujo no permanente en un canal de sección variable, el cual asimila a un canal rectangular equivalente, como se muestra en la Figura 2.2. Para su estudio se basa en el método de las características.

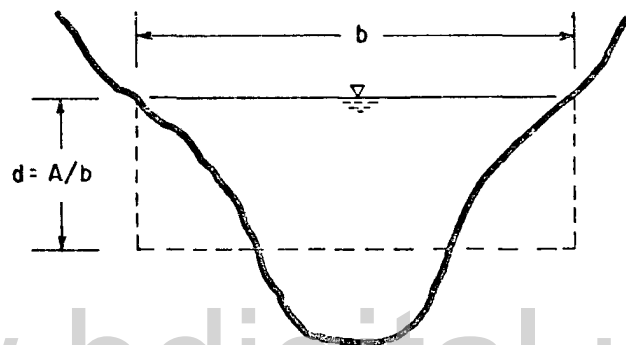


Figura 2.2 Canal rectangular equivalente de la sección transversal irregular.

Entre sus conclusiones más importantes están:

1. La influencia del valor del coeficiente de Manning es pequeña. Un incremento de n desde 0.02 a 0.06, produce solamente un 3% de disminución de la descarga máxima.
2. El tiempo de computación fue relativamente largo, esto debido a los pequeños incrementos de tiempo tomados, 20 seg, para efecto de estabilidad numérica.
3. En casos donde los cambios de geometría ocurren sobre una distancia relativamente corta, sería más producente considerar el cambio como abrupto y analizar éste como una discontinuidad en la geometría; esta rápida variación de la geometría requiere un análisis

más riguroso y más tiempo de computación debido a la complejidad de las ecuaciones a ser incorporadas, esto da lugar a pensar en otras alternativas de solución aparte del método de las características.

Fread (1976), dice que el flujo no permanente en ríos se describe adecuadamente por las ecuaciones de Saint Venant y en cuya deducción se adoptó la hipótesis de flujo unidimensional gradualmente variado, incompresible y fondo estable, es decir, no se considera transporte de material.

Analiza los siguientes métodos numéricos para la solución de las ecuaciones de Saint Venant.

1. Método de las características
2. Diferencias finitas por el método explícito
3. Diferencias finitas por el método implícito
 - a. Método implícito de los seis puntos
 - b. Método implícito de los cuatro puntos

Hace un análisis de los métodos que investiga y habla de las ventajas y desventajas de cada una de las alternativas.

Desarrolla un programa para el tránsito de avenidas a través de un canal, utilizando las ecuaciones de Saint-Venant en su forma más general, mediante el esquema de diferencias finitas por el método implícito de los cuatro puntos.

Fletcher y Hamilton (1967), estudian el tránsito de avenidas a través de un canal irregular, siendo la primera vez que se completó un estudio mediante el método de las características para un canal irregular. Ellos consideran el río dividido en tramos que más o menos corresponden a la sección trapecial, como se muestra en la Figura 2.3.

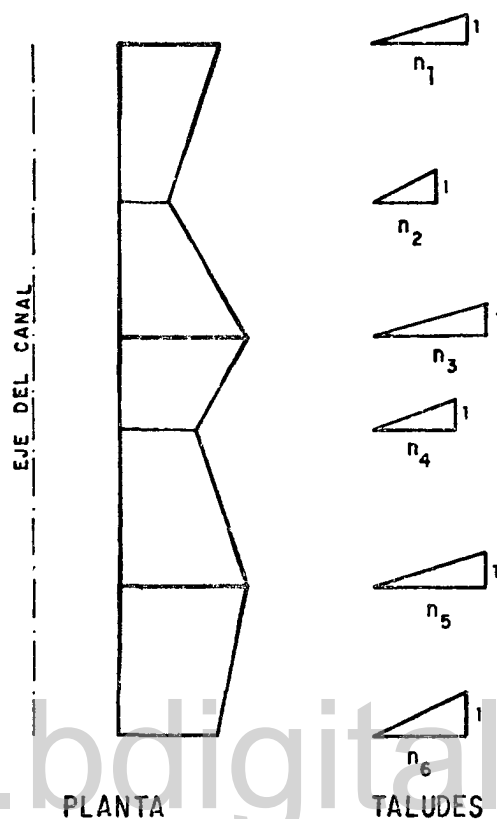


Figura 2.3. Geometría del canal

Para la resolución del tránsito por el método de las características, los autores necesitaron conocer las siguientes condiciones:

1. Geometría y coeficientes de resistencia para las secciones en estudio.
2. Las condiciones hidráulicas a lo largo de todo el canal para el tiempo inicial.
3. Limnigrama de entrada en el extremo aguas arriba del tramo.
4. Relación nivel-descarga en el extremo aguas abajo del tramo

Bonilla (1978), hace un análisis detallado de varios métodos numéricos de solución de las ecuaciones de flujo no permanente de Saint Venant, entre los cuales están:

1. Método de las características
2. Método de los elementos finitos
3. Métodos explícitos de las diferencias finitas
4. Métodos implícitos de las diferencias finitas

Siguiendo los lineamientos dados por Fread, desarrolla un modelo de tránsito dinámico que toma en cuenta las ecuaciones de flujo no permanente en su forma más general. Hace un análisis numérico donde demuestra que las variables inherentes al efecto de viento y remolino tienen muy poca influencia en los resultados finales del programa.

Adapta el método de tránsito dinámico al modelo de simulación hidrológico Stanford IV y encuentra que se tienen problemas de estabilidad, cuando la pendiente del canal es de cierta magnitud.

Entre sus conclusiones más importantes están:

1. El método implícito empleado, que utiliza el método de Newton-Raphson, no es incondicionalmente estable.
2. El programa de tránsito dinámico denominado POPOYUA se puede utilizar para determinar las características hidráulicas del flujo en ríos de pendientes suaves.

Recomienda entre otras cuestiones las siguientes:

1. Modificar el programa POPOYUA para determinar áreas de inundación.
2. Estudiar el método cinemático para transitar flujo en cauces y según su comportamiento aplicarlo en el modelo hidrológico Stanford IV.
3. Aplicar el modelo Stanford IV con el programa POPOYUA, como subrutina de tránsito, en ríos no montañosos.

Tránsito de avenidas en planicies inundables

Fread (1976), dice que el flujo no permanente en un río, a través de una planicie de inundación, se complica entre otras cosas por las siguientes razones.

1. Grandes diferencias en la resistencia hidráulica y geometría de la sección transversal del lecho del río y la planicie inundable.
2. La tendencia del río de cortar camino por cursos más directos a través de la planicie en vez de seguir a lo largo del cauce meándrico.
3. Existen porciones de la planicie inundable que actúan como áreas muertas de almacenamiento, en donde la velocidad del flujo es despreciable.
4. Interacción del flujo entre el canal principal y la planicie inundable, la dirección del intercambio lateral del flujo entre los dos cursos depende en sí la onda de flujo está creciendo o en receso, lo cual afecta la magnitud de las pérdidas de energía asociadas.

Es evidente que los modelos matemáticos unidimensionales propuestos para simular flujo en ríos con planicies de inundación, ignoran, la mayoría de las veces, las complejidades del flujo ya descritas.

Fread desarrolla un modelo matemático de tránsito en planicies inundables, basándose en las ecuaciones de Saint - Venant con algunas modificaciones. El esquema utilizado por Fread se muestra en la Figura 2.4.

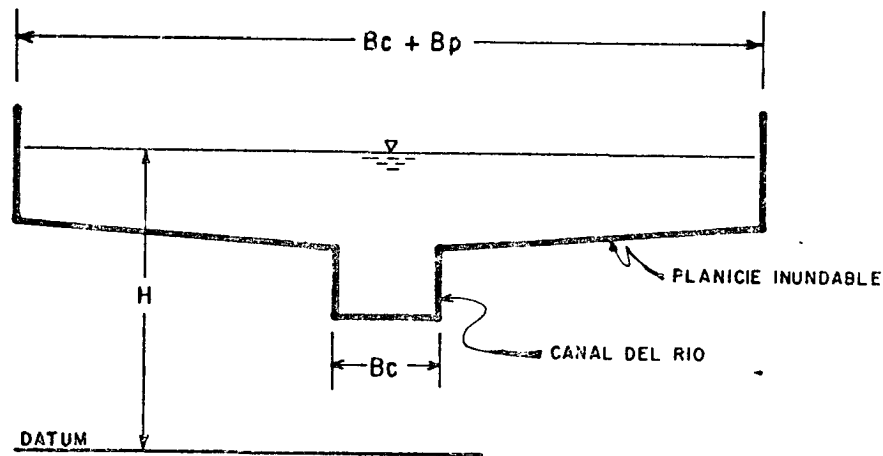


Figura 2.4. Sección transversal típica utilizada por Fread

Entre las restricciones del modelo desarrollado por Fread están:

1. No considera directamente la influencia de la variación de velocidades y los diferentes grados de rugosidad en el canal principal del río y la planicie inundable.
2. Influencia de áreas muertas de almacenamiento.
3. Pérdida de energía debida a la interacción del flujo del canal y la planicie inundable.
4. No se puede simular el flujo en las curvas del río, debido a la consideración del flujo unidimensional.
5. El modelo no se presta para el mapeo de planicies inundables puesto que no representa la verdadera topografía de la planicie.

Fread (1976), señala una dificultad potencial cuando el río meandrea a través de una planicie inundable, puesto que el tiempo de viaje varía en cada región debido a diferencias de las longitudes recorridas por el agua en el canal y en la planicie.

Por lo anteriormente dicho, debe utilizarse un intervalo de tiempo óptimo, el cual puede obtenerse mediante la selección del tamaño apropiado del intervalo de distancia para la planicie así:

$$\Delta t = \frac{\Delta X_c}{C_c} \quad (2.14)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta X_p}{C_p} \quad (2.15)$$

entonces

$$\Delta X_p = \left(\frac{C_p}{C_c} \right) \Delta X_c \quad (2.16)$$

donde

Δt = Intervalo de tiempo seleccionado

ΔX_c = Intervalo de distancia en el canal

ΔX_p = Intervalo de distancia en la planicie

C_c = Velocidad de la onda en el canal

C_p = Velocidad de la onda en la planicie

Si ΔX_c se selecciona de acuerdo a variaciones propias de la geometría del canal, entonces la ecuación 2.16 provee una guía para la selección de ΔX_p .

Vicens, Harley y Schaake (1975), dicen que la simulación del flujo en planicies de inundación muy irregulares, frecuentemente requiere una representación bidimensional del flujo, ya que en tales casos puede que un modelo unidimensional subestime los valores del flujo y niveles en ciertas porciones del área modelada y en otras porciones los sobreestime. Los autores presentan para estos casos un modelo de flujo bidimensional, FLOW2D, el cual resuelve numéricamente las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento en forma de elementos finitos, para predecir niveles y descargas en el área de interés.

Una simplificación muy importante de este modelo es que sólo considera importante las fuerzas gravitacionales y de fricción.

El modelo FLOW2D usa intervalos de tiempo variables, es decir, el modelo reduce internamente el intervalo de tiempo cuando hay cambios agudos en la elevación de la superficie de agua, obteniéndose así una variación más detallada de los cambios; además, cuando no hay tales variaciones, el modelo incrementa el intervalo para minimizar el costo de simulación.

Una conclusión muy importante de este modelo, es que los valores estimados son en general relativamente insensibles a la variación del coeficiente de rugosidad de Manning n .

Métodos numéricos de solución de las ecuaciones de Saint Venant

A continuación se hará una breve revisión bibliográfica de la opinión de varios autores sobre métodos numéricos de solución de las ecuaciones de Saint Venant.

Como se sabe, las ecuaciones de Saint Venant se caracterizan por tener dos direcciones características reales y distintas.

Se construye un plano en el cual se grafica en las abscisas los intervalos de distancia y en las ordenadas los intervalos de tiempo. Este plano representado por la Figura 2.5 es la base para la solución numérica de las ecuaciones fundamentales de flujo no permanente.

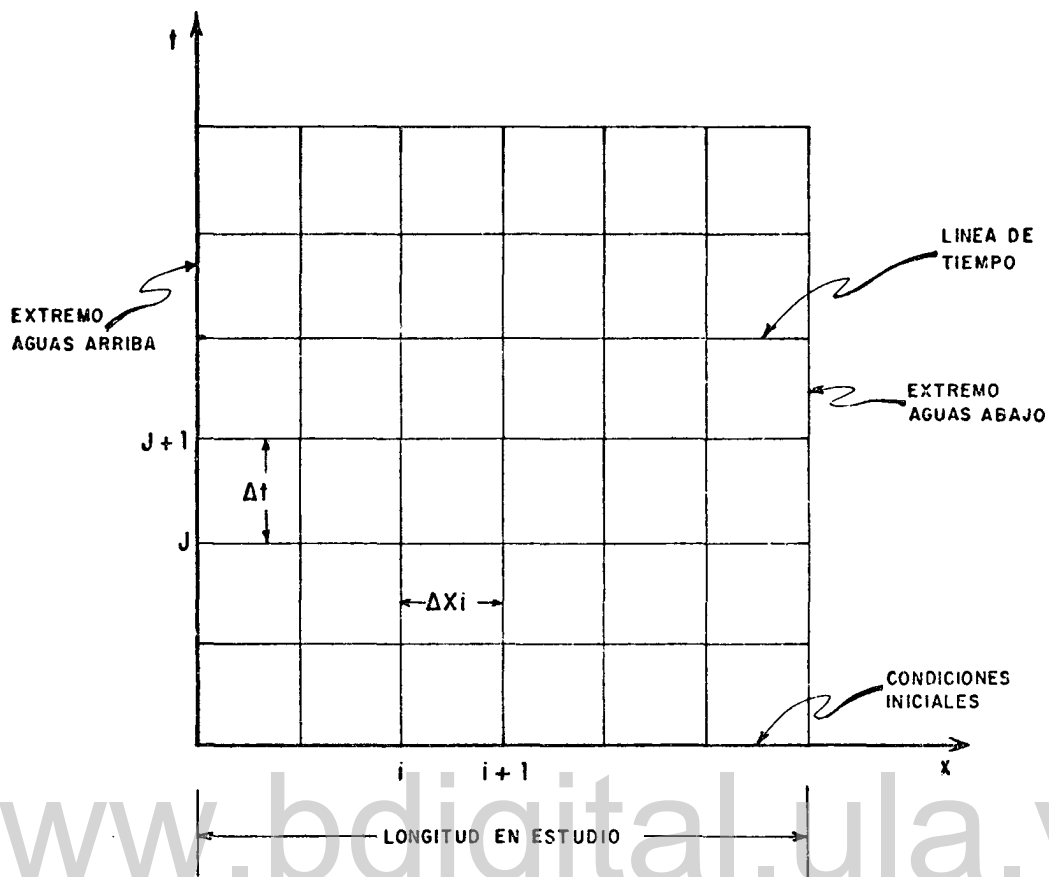


Figura 2.5. Esquema utilizado por los métodos de las diferencias finitas

Método de las características.

Entre los investigadores que han usado este método para resolver las ecuaciones de Saint Venant están: Amein (1966), Streeter y Wylie (1967), Fletcher y Hamilton (1967), Liggett y Woolhiser, Ellis (1970) y Overton y Meadows (1976).

Fread (1976), dice que el método de las características tiene desventajas cuando se aplica a canales naturales, en los cuales es necesario utilizar intervalos de distancia desiguales.

Fletcher y Hamilton (1967), establecen que cuando el valor del caudal es pequeño y la profundidad del agua es grande, es problemático usar el método de las características puesto que el efecto de perturbaciones que se propagan hacia aguas arriba y aguas abajo puede ser muy significativo, implicando esto que las pendientes de las curvas características en el plano $X-t$ sean casi planas, dando como resultado que los puntos de intercepción no estén bien definidos.

Overton y Meadows (1976), señalan que la naturaleza de las curvas características es tal que su trayectoria en el plano $X-t$ es generalmente no ortogonal, por lo tanto ΔX y Δt deben ser muy pequeños para asegurar un aceptable nivel de estabilidad.

Price (1974), dice que para tiempos reales de avenidas en canales naturales el método de las características se torna ineficiente al aumentar el tiempo debido a que el tamaño del intervalo de tiempo debe ser pequeño para obtener soluciones estables.

Abbott (1966), para efectos de estabilidad numérica, presenta la siguiente condición limitante sobre el intervalo de tiempo.

$$\Delta t < \frac{\Delta X}{\sqrt{gh}} \quad (2.17)$$

donde

Δt = intervalo de tiempo

ΔX = intervalo de distancia

g = aceleración de la gravedad

h = profundidad promedio del flujo

Cuando la condición dada por la ecuación 2.17 no se cumple, la solución obtenida difiere rápidamente de la verdadera solución.

Liggett y Cunge (1975), recomiendan el uso del método de las características para problemas de laboratorio o para chequear la exactitud de otros métodos.

Métodos explícitos de diferencias finitas.

Fread (1976), señala que la estabilidad de los métodos explícitos está restringida según la condición de Courant a valores de intervalos de tiempo, tales que:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta X_i}{\left(\frac{Q}{A}\right)_i + \sqrt{g\left(\frac{A}{B}\right)_i}} \quad (2.18)$$

donde

ΔX_i = intervalo de distancia

Q = caudal en la sección

A = área de la sección

B = ancho superior en la sección

Señala además que los métodos explícitos aunque son más sencillos en su aplicación que los métodos implícitos, no son aptos para simular fenómenos de flujo no permanente de larga duración por estar restringidos a intervalos de tiempo muy pequeños.

Price (1974), dice que los métodos explícitos están limitados, debido a razones de estabilidad, a intervalos de tiempo muy cortos; estudió dos versiones del método explícito: el método explícito LEAP-FROG y el método LAX WEN - DROFF y observa que los modelos explícitos son muy propensos a la inestabilidad.

Modelo de simulación hidrológica Stanford IV

Duque (1976), estudia el modelo Stanford IV, desarrollado por Crawford y Linsley en 1966, el cual ha sido aplicado en un gran número de cuencas, con resultados satisfactorios, lo que demuestra la aceptable representación que el modelo hace del ciclo hidrológico.

Hace un análisis crítico de los diferentes componentes del modelo y establece para cada uno de ellos lo siguiente:

Intercepción: es función de la cobertura vegetal, pero en su estimación no se toma en cuenta la densidad ni el tipo de vegetación.

Area impermeable: este parámetro da versatilidad al modelo, puesto que puede usarse tanto para cuencas rurales como urbanas.

Infiltración: depende de las características del suelo, las cuales se consideran uniformes a lo largo de todo el perfil, es decir, no se hace diferenciación entre los diferentes horizontes del suelo.

Interflujo: el volumen que sale como interflujo es función del coeficiente de recesión del interflujo, presenta la restricción de que el ambiente hidrológico en que ocurre no está bien definido.

Almacenamiento de humedad del suelo: existen en el modelo dos grandes zonas de almacenamiento, la zona superior y la inferior, las cuales no están claramente definidas.

Agua subterránea: el modelo tiene poca flexibilidad en lo que se refiere al agua subterránea, puesto que sólo depende de un parámetro variable.

Evapotranspiración: concluye que el modelo no se presta para el estudio de la extracción de agua por las plantas.

Escurrimiento: este proceso se simula mediante una función empírica dada por Crawford y Linsley y presenta el inconveniente de que con dicha relación no se puede seguir el movimiento del agua en la superficie de la cuenca.

Sistema de canales: como modelo de tránsito se usa un método empírico desarrollado por Clark (1945), que requiere la elaboración de un histograma tiempo-área, el cual necesita del trazado de isocronas. Este método tiene la importante restricción de que no se puede seguir la onda de avenida, ni determinar el tirante en puntos arbitrarios del cauce.

Overton y Meadows (1976), establecen que el modelo Stanford IV consiste en un grupo de expresiones matemáticas, las cuales establecen relaciones entre los elementos del ciclo hidrológico. Los parámetros del modelo se optimizan hasta conseguir resultados aceptables entre los valores de descarga estimados y reales.

Las entradas requeridas por el programa pueden clasificarse en:

1. Opciones de control del programa
2. Condiciones iniciales
3. Datos climatológicos
4. Histograma tiempo-área
5. Parámetros específicos de la cuenca
6. Registros históricos de escorrentía

Los parámetros que cuantifican las características del modelo se pueden dividir en cuatro categorías:

1. Condiciones de humedad iniciales
2. Parámetros obtenidos de las características de la cuenca
3. Parámetros obtenidos de registros históricos
4. Parámetros obtenidos por ensayo y ajuste

CAPITULO III

METODO CINEMATICO DE TRANSITO EN CAUCES

En este capítulo se estudia el método cinemático de tránsito en cauces, y se escoge y desarrolla para su solución un método numérico:

Hay varios autores, entre ellos Lightill y Whitham (1955), Kibler y Woolhiser (1970), que coinciden en afirmar que el método cinemático da buenos resultados cuando se aplica a corrientes de flujo supercrítico, siendo poco preciso para casos de flujo subcrítico. Sin embargo, algunos autores, como Crawford y Linsley (1969) y Schaake (1976), utilizan versiones del método cinemático de tránsito sin hacer restricciones sobre el tipo de régimen de flujo existente.

Por lo tanto, se estudian los métodos cinemático y dinámico de tránsito, para conocer su rango de aplicabilidad y de esta manera escoger el método que mejor se adapte a las condiciones propias de ríos con planicie inundable, para así obtener, un modelo de tránsito representativo de las planicies inundables.

El principal problema asociado con el tránsito de flujo en un canal natural es la dificultad para resolver las ecuaciones fundamentales de flujo. Sin embargo, en los últimos tiempos se han efectuado significativos avances que resultan en una simplificación de las ecuaciones fundamentales. Una de estas simplificaciones es el método cinemático de tránsito en cauces.

Desarrollo del método cinemático

Las ecuaciones de Saint Venant generalizadas, son las siguientes:

$$C = \frac{\partial Q}{\partial X} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (3.1)$$

$$M = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial X} + g \frac{\partial Y}{\partial X} + g(S_f + S_r - S_o) - \frac{q}{A} (V - V_x) + \frac{W_v B}{A} = 0 \quad (3.2)$$

donde

C = Ecuación de continuidad

M = Ecuación de cantidad de movimiento

g = Aceleración de la gravedad

S_o = Pendiente de fondo del canal

S_f = Pendiente de fricción

B = Ancho de la superficie de flujo

W_v = Componente de la velocidad del viento en la dirección del flujo

S_r = Pendiente de remolino

V_x = Velocidad del flujo aportado lateralmente en la dirección X

q = Aportes laterales de flujo

Despreciando en la ecuación de cantidad de movimiento los términos correspondientes a los efectos de remolino, S_r , viento, W_v y aportes laterales, q, entonces la ecuación (3.2) queda así:

$$M = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial X} + g \frac{\partial Y}{\partial X} + g(S_f - S_o) = 0 \quad (3.3)$$

Considerando que la pendiente de la superficie libre, $\frac{\partial Y}{\partial X}$ y los términos de inercia $\frac{\partial V}{\partial t}$ y $\frac{\partial V}{\partial X}$, son despreciables en comparación con la pendiente de fondo y la fricción, la ecuación de cantidad de movimiento se transforma en:

$$g(S_f - S_o) = 0 \quad (3.4)$$

es decir

$$S_f = S_o \quad (3.5)$$

La ecuación 3.5 es la versión de flujo uniforme de la ecuación de cantidad de movimiento, la cual puede ser representada por la fórmula de Manning, es

decir:

$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} S_o^{1/2} A \quad (3.6)$$

en donde

Q = Caudal

n = Coeficiente de rugosidad de Manning

R = Radio hidráulico

S_o = Pendiente de fondo del caudal.

A = Area transversal de flujo

En conclusión, el método cinemático para resolver las ecuaciones fundamentales de flujo tiene su base en las dos ecuaciones fundamentales siguientes:

$$\frac{\partial Q}{\partial X} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (3.7)$$

$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} S_o^{1/2} A \quad (3.8)$$

Analizando las ecuaciones 3.7 y 3.8, se observa que si se deriva la ecuación 3.8 respecto a X y se introduce en la ecuación 3.7, resultaría una sola ecuación general en la cual se basaría el método cinemático; dicha ecuación es:

$$\frac{\partial \left(\frac{1}{n} R^{2/3} S_o^{1/2} A \right)}{\partial X} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (3.9)$$

Una solución analítica a esta ecuación no es posible debido a que no es lineal, por lo tanto, se debe utilizar alguno de los métodos numéricos de solución existentes.

En la ecuación 3.9, se puede observar que las variables X y t son independientes, además en canales regulares siempre el área y el radio hidráulico se pueden tener como función única de la profundidad del agua, Y . Considerando

constantes para cada tramo en estudio S_0 , n y q , entonces se concluye que la única variable dependiente es la altura de agua Y en el canal.

Selección de un método numérico de solución.

Analizando lo expuesto por varios autores en el Capítulo II, correspondiente a la revisión bibliográfica sobre los métodos numéricos de solución de las ecuaciones de Saint Venant, se escoge el método implícito de los cuatro puntos por las siguientes razones:

1. En el estudio de planicies de inundación se trabaja frecuentemente con ríos que meandean a través de las planicies, por lo que es necesario para su estudio tomar intervalos de distancia desiguales, de acuerdo a las condiciones propias del río. El método implícito de los cuatro puntos tiene una gran flexibilidad en ríos irregulares.
2. Todos los autores que han estudiado y comparado diferentes métodos numéricos de solución de las ecuaciones de Saint Venant, coinciden en afirmar que es el método que presenta menos problemas de inestabilidad.
3. Por ser el tránsito de avenidas a través de una planicie inundable un fenómeno de flujo no permanente de larga duración, se requiere el uso de un método numérico que no tenga restricciones en cuanto al tamaño del intervalo de tiempo, cumpliendo el método implícito de los cuatro puntos con esta condición.
4. La ventaja de utilizar intervalos de distancias y tiempo grandes, sin afectar la condición de estabilidad numérica, que se traduce en ahorro de tiempo de computación.



En consecuencia, a continuación se estudia en forma detallada el método implícito de los cuatro puntos por diferencias finitas.

Método implícito de los cuatro puntos por diferencias finitas

Los métodos numéricos de diferencias finitas basan su resolución en una red rectangular formada por los intervalos de distancia y los intervalos de tiempo asumidos para la solución de un problema específico; las diferentes secciones en que se divide el tramo en estudio están representadas por las líneas verticales de la red rectangular y las diferentes líneas de tiempo están representadas por las líneas horizontales; en adelante, las líneas de tiempo se denominarán por la letra J y las secciones por la letra i.

El método implícito de los cuatro puntos utiliza las aproximaciones de diferencias finitas siguientes:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{K_i^{J+1} + K_{i+1}^{J+1} - K_i^J - K_{i+1}^J}{2\Delta t} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial K}{\partial x} = \frac{\theta (K_{i+1}^{J+1} - K_i^{J+1}) + (1-\theta) (K_{i+1}^J - K_i^J)}{\Delta x} \quad (3.11)$$

$$K = \frac{\theta (K_i^{J+1} + K_{i+1}^{J+1}) + (1-\theta) (K_i^J + K_{i+1}^J)}{2} \quad (3.12)$$

en donde

K = Variable cualquiera de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento

θ = Factor de ponderación

Δx = Intervalo de distancia

Δt = Intervalo de tiempo

En cuanto a la influencia del factor de ponderación, θ , Fread, establece las siguientes conclusiones:

1. El método es incondicionalmente estable para $0.5 \leq \theta \leq 1.0$
2. El método es más exacto cuando $\theta = 0.5$ y menos exacto cuando $\theta = 1.0$
3. Recomienda para el factor de ponderación, θ , un valor de 0.55.

El método implícito de los cuatro puntos por las diferencias finitas se ilustra en la Figura 3.1.

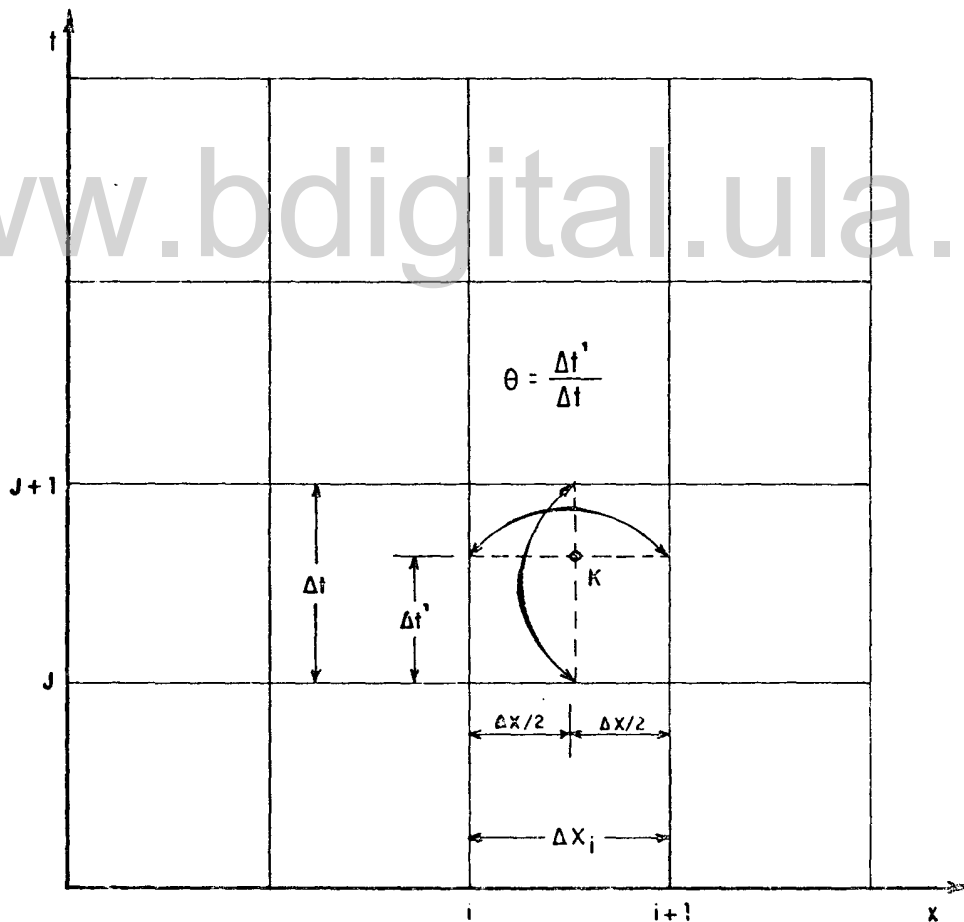


Figura 3.1. Esquema del método implícito de los cuatro puntos

Expuestos como han sido los principios en que se basa el método implícito de los cuatro puntos, se continuará con el desarrollo del método cinemático de tránsito.

Consideraciones para el desarrollo del método cinemático.

En vista de que uno de los objetivos principales de este trabajo es la comparación del método cinemático con el método dinámico de tránsito desarrollado por Bonilla (1978), se desarrollará el método cinemático bajo las mismas consideraciones del dinámico, las cuales son:

1. La profundidad del flujo Y como variable fundamental
2. Sección rectangular como un caso particular de la sección cualquiera.
3. Para cada tramo en estudio, la pendiente de fondo, S_o , la rugosidad de Manning, n , y el ancho, B , se consideran constantes, pero pueden variar de tramo en tramo.

Partiendo de las ecuaciones 3.7 y 3.8, las cuales son las ecuaciones fundamentales del método cinemático, se procede a derivar la ecuación 3.8 respecto a X , se tendrá:

$$\frac{\partial Q}{\partial X} = \frac{S_o^{1/2}}{n} \left(\frac{2}{3} \frac{\partial R}{\partial X} \frac{A}{R^{1/3}} + R^{2/3} \frac{\partial A}{\partial X} \right) \quad (3.13)$$

Introduciendo la ecuación 3.13 en la ecuación 3.7 resulta:

$$C = \frac{S_o^{1/2}}{n} \left(\frac{2}{3} \frac{\partial R}{\partial X} \frac{A}{R^{1/3}} + R^{2/3} \frac{\partial A}{\partial X} \right) + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (3.14)$$

Operando resulta:

$$C = \frac{S_0^{1/2}}{n R^{1/3}} \left(\frac{2}{3} \frac{\partial R}{\partial X} A + R \frac{\partial A}{\partial X} \right) + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (3.15)$$

La ecuación 3.15 es la ecuación básica del método cinemático; contiene las variables A y R que a su vez dependen de la variable fundamental Y.

Aplicando el esquema del método implícito de los cuatro puntos, dado por las ecuaciones 3.10, 3.11 y 3.12, a las variables A y R se tiene:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{A_i^{J+1} + A_{i+1}^{J+1} - A_i^J - A_{i+1}^J}{2\Delta t} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{R_i^{J+1} + R_{i+1}^{J+1} - R_i^J - R_{i+1}^J}{2\Delta t} \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial A}{\partial X} = \frac{\theta(A_{i+1}^{J+1} - A_i^{J+1}) + (1-\theta)(A_{i+1}^J - A_i^J)}{\Delta X} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial R}{\partial X} = \frac{\theta(R_{i+1}^{J+1} - R_i^{J+1}) + (1-\theta)(R_{i+1}^J - R_i^J)}{\Delta X} \quad (3.19)$$

$$A = \frac{\theta(A_i^{J+1} + A_{i+1}^{J+1}) + (1-\theta)(A_i^J + A_{i+1}^J)}{2} \quad (3.20)$$

$$R = \frac{\theta(R_i^{J+1} + R_{i+1}^{J+1}) + (1-\theta)(R_i^J + R_{i+1}^J)}{2} \quad (3.21)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.16 a 3.21 en la ecuación 3.15, resulta:

$$c = \frac{S_0^{1/2}}{n} \cdot \frac{1}{(\bar{R}_i^{J+1} + (1-\theta) \bar{R}_i^J)^{1/3}} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\theta(R_{i+1}^{J+1} - R_i^{J+1}) + (1-\theta)(R_{i+1}^J - R_i^J)}{\Delta X} \right) x \right. \\ \left. + (\theta \bar{A}_i^{J+1} + (1-\theta) \bar{A}_i^J) + (\theta \bar{R}_i^{J+1} + (1-\theta) \bar{R}_i^J) \left(\frac{\theta(A_{i+1}^{J+1} - A_i^{J+1}) + (1-\theta)(A_{i+1}^J - A_i^J)}{\Delta X} \right) \right] + \\ \frac{A_i^{J+1} + A_{i+1}^{J+1} - A_i^J - A_{i+1}^J}{2\Delta t} - (\theta \bar{q}_i^{J+1} + (1-\theta) \bar{q}_i^J) = 0 \quad (3.22)$$

Multiplicando la ecuación anterior por ΔX se obtiene:

$$c = \frac{S_0^{1/2}}{n} \cdot \frac{1}{(\bar{R}_i^{J+1} + (1-\theta) \bar{R}_i^J)^{1/3}} \left[\frac{2}{3} (\theta(R_{i+1}^{J+1} - R_i^{J+1}) + (1-\theta)(R_{i+1}^J - R_i^J)) x \right. \\ \left. + (\theta \bar{A}_i^{J+1} + (1-\theta) \bar{A}_i^J) + (\theta \bar{R}_i^{J+1} + (1-\theta) \bar{R}_i^J) (\theta(A_{i+1}^{J+1} - A_i^{J+1}) + (1-\theta)(A_{i+1}^J - A_i^J)) \right] +$$

$$\frac{\Delta X}{2\Delta t} (A_i^{J+1} + A_{i+1}^{J+1} - A_i^J - A_{i+1}^J) - \Delta X (\theta \bar{q}_i^{J+1} + (1-\theta) \bar{q}_i^J) = 0 \quad (3.23)$$

en donde

$$\bar{R}_i^{J+1} = \frac{R_i^{J+1} + R_{i+1}^{J+1}}{2} \quad (3.24)$$

$$\bar{R}_i^J = \frac{R_i^J + R_{i+1}^J}{2} \quad (3.25)$$

$$\bar{A}_i^{J+1} = \frac{A_i^{J+1} + A_{i+1}^{J+1}}{2} \quad (3.26)$$

$$\bar{A}_i^J = \frac{A_i^J + A_{i+1}^J}{2} \quad (3.27)$$

$$\bar{q}_i^{J+1} = \frac{q_i^{J+1} + q_{i+1}^{J+1}}{2} \quad (3.28)$$

$$\bar{q}_i^J = \frac{q_i^J + q_{i+1}^J}{2} \quad (3.29)$$

La ecuación 3.23 es la ecuación que aporta el método implícito de los cuatro puntos para la ecuación fundamental en que se basa el método cinemático.

Analizando la ecuación 3.23, se tiene que todos los términos con superíndice J son conocidos ya sea por condiciones iniciales, es decir, características hidráulicas conocidas en cada una de las secciones, para la línea de tiempo $t = 0$, cuando se aplica por primera vez la ecuación fundamental, o bien, por una solución previa de la ecuación fundamental.

Los términos S_0 , n , q_i^{J+1} y q_{i+1}^{J+1} son valores conocidos. Los términos A_i^{J+1} , A_{i+1}^{J+1} , R_i^{J+1} y R_{i+1}^{J+1} no se conocen pero son función de las incógnitas básicas Y_i^{J+1} y Y_{i+1}^{J+1} . Esto implica que hay dos incógnitas y por estar elevadas a potencias distintas de la unidad, hacen que la ecuación 3.23 sea una ecuación no lineal.

Como se puede notar hay una ecuación con dos incógnitas, que al aplicarla a los $N-1$ tramos entre el borde aguas arriba y el borde aguas abajo de la extensión en estudio, ver Figura 3.2, se obtiene un sistema de $N-1$ ecuaciones con N incógnitas; por lo tanto se necesita una ecuación adicional para completar el sistema de N ecuaciones con N incógnitas. Esta ecuación adicional está representada por la condición de borde dada por el limnigrama de entrada al extremo aguas arriba.

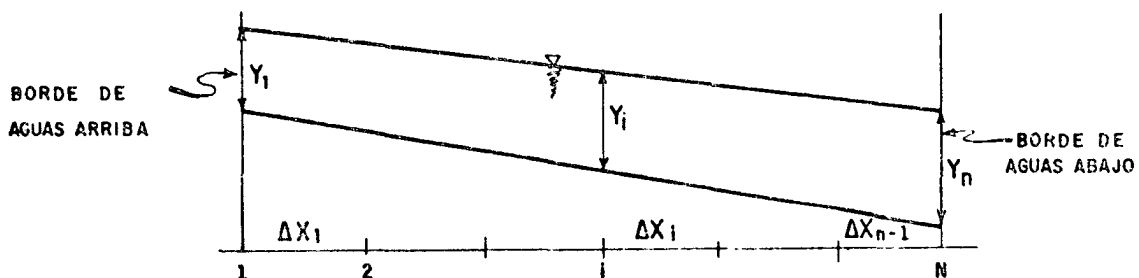


Figura 3.2. Esquema característico de un tramo de canal

De esta manera se obtiene el siguiente sistema de N ecuaciones con N incógnitas.

$$\begin{aligned}
 B_1(Y_1) &= 0 \\
 C_1(Y_1, Y_2) &= 0 \\
 C_2(Y_2, Y_3) &= 0 \\
 &\text{-----} \\
 C_i(Y_i, Y_{i+1}) &= 0 \\
 &\text{-----} \\
 C_{N-1}(Y_{N-1}, Y_N) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.30}$$

En este sistema de ecuaciones el término $B_1(Y_1) = 0$ representa la condición de borde aguas arriba y los términos entre paréntesis son las variables desconocidas Y en el tiempo $J+1$.

El sistema de ecuaciones 3.30, se resuelve aplicando el método de Newton-Raphson, el cual linealiza el sistema. Para ello se asignan valores de ensayo a las N incógnitas; sustituyendo estos valores de ensayo se obtienen N residuales. La solución del sistema de ecuaciones se obtiene cuando los valores de ensayo convergen a los valores reales. Esto se consigue ajustando los valores de ensayo hasta que cada residual desaparezca o quede reducido a una cantidad tolerable.

Para ilustrar el método de Newton-Raphson, sea que los cálculos han llegado hasta la K^0 iteración, es decir, las incógnitas han sido aproximadas hasta el K^0 ciclo. El próximo paso es aproximar los valores de las N incógnitas hasta el $(K+1)^0$ ciclo.

Los valores de los residuales a la K^0 iteración son:

$$\begin{aligned}
 B_1 (Y_1^K) &= RB_1^K \\
 C_1 (Y_1^K, Y_2^K) &= RC_1^K \\
 C_2 (Y_2^K, Y_3^K) &= RC_2^K
 \end{aligned}
 \tag{3.31}$$

$$C_i (Y_i^K, Y_{i+1}^K) = RC_i^K$$

$$C_{N-1} (Y_{N-1}^K, Y_N^K) = RC_{N-1}^K$$

Los residuales y las derivadas parciales del sistema de ecuaciones 3.30, pueden relacionarse según el método de Newton-Raphson, así:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial B_1}{\partial Y_1} dY_1 &= -RB_1^K \\
 \frac{\partial C_1}{\partial Y_1} dY_1 + \frac{\partial C_1}{\partial Y_2} dY_2 &= -RC_1^K \\
 \frac{\partial C_2}{\partial Y_2} dY_2 + \frac{\partial C_2}{\partial Y_3} dY_3 &= -RC_2^K
 \end{aligned}
 \tag{3.32}$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial Y_i} dY_i + \frac{\partial C_i}{\partial Y_{i+1}} dY_{i+1} = -RC_i^K$$

$$\frac{\partial C_{N-1}}{\partial Y_{N-1}} dY_{N-1} + \frac{\partial C_{N-1}}{\partial Y_N} dY_N = -RC_{N-1}^K$$

Transformando el sistema de ecuaciones 3.22 a un sistema matricial, queda:

$$\begin{bmatrix}
 \frac{\partial B_1}{\partial Y_1} \\
 \frac{\partial C_1}{\partial Y_1} \quad \frac{\partial C_1}{\partial Y_2} \\
 \frac{\partial C_2}{\partial Y_2} \quad \frac{\partial C_2}{\partial Y_3} \\
 \vdots \\
 \frac{\partial C_i}{\partial Y_i} \quad \frac{\partial C_i}{\partial Y_{i+1}} \\
 \vdots \\
 \frac{\partial C_{N-2}}{\partial Y_{N-2}} \quad \frac{\partial C_{N-2}}{\partial Y_{N-1}} \\
 \frac{\partial C_{N-1}}{\partial Y_{N-1}} \quad \frac{\partial C_{N-1}}{\partial Y_N}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 dY_1 \\
 dY_2 \\
 dY_3 \\
 \vdots \\
 dY_{i+1} \\
 \vdots \\
 dY_{N-1} \\
 dY_N
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -RB_1^K \\
 -RB_2^K \\
 -RB_3^K \\
 \vdots \\
 -RB_{i+1}^K \\
 \vdots \\
 -RB_{N-1}^K \\
 -RB_N^K
 \end{bmatrix}
 \quad (3.33)$$

El sistema matricial 3.33 está compuesto por tres clases de términos, que son:

1. Los términos de derivadas parciales respecto a Y de la ecuación de borde y de la ecuación fundamental
2. Los residuales, RB_i^K y RC_i^K , términos discutidos anteriormente
3. Las incógnitas dY_i

Derivada parcial de la condición de borde.

Como se dijo anteriormente, la condición de borde aguas arriba es un limnigrama el cual da niveles en función del tiempo. En caso de disponer solamente del hidrograma de entrada, se transforma éste a limnigrama mediante la

ecuación de Manning.

La condición de borde dada por el limnigrama, está representada analíticamente por la siguiente relación:

$$B_1 = Y_1 - Y'(t^{J+1}) = 0 \quad (3.34)$$

En donde, la expresión $Y'(t^{J+1})$ es la profundidad conocida en el extremo de aguas arriba en el tiempo $J+1$. De esta manera se tiene:

$$\frac{\partial B_1}{\partial Y_1} = 1 \quad (3.35)$$

El resto de derivadas parciales se obtienen derivando la ecuación 3.14 respecto a la variable Y . Todas las derivadas se evaluarán en la línea de tiempo $J+1$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_i}{\partial Y_i} = \frac{S_0^{1/2}}{n_i} & \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\partial A}{\partial Y_i} \frac{\partial R}{\partial X} \frac{1}{R^{1/3}} + \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial R}{\partial X} \right) \frac{A}{R^{1/3}} + \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{1}{R^{1/3}} \right) \frac{\partial R}{\partial X} A \right) + \right. \\ & \left. \frac{2}{3} \frac{\partial R}{\partial Y_i} \frac{1}{R^{1/3}} \frac{\partial A}{\partial X} + R^{2/3} \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial A}{\partial X} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (3.36)$$

en donde

$$\frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{1}{R^{1/3}} \right) = - \frac{1}{3R^{4/3}} \frac{\partial R}{\partial Y_i} \quad (3.37)$$

Al introducir la ecuación 3.37 en la ecuación 3.36 queda

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_i}{\partial Y_i} = \frac{S_0^{1/2}}{n_i} & \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\partial A}{\partial Y_i} \frac{\partial R}{\partial X} \frac{1}{R^{1/3}} + \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial R}{\partial X} \right) \frac{A}{R^{1/3}} - \frac{1}{3R^{4/3}} \frac{\partial R}{\partial Y_i} \frac{\partial R}{\partial X} A \right) + \right. \\ & \left. \frac{2}{3} \frac{\partial R}{\partial Y_i} \frac{1}{R^{1/3}} \frac{\partial A}{\partial X} + R^{2/3} \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial A}{\partial X} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (3.38)$$

Sacando el término $1/R^{1/3}$ como factor común se tiene:

$$\frac{\partial C_i}{\partial Y_i} = \frac{S_0^{1/2}}{n_i R^{1/3}} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\partial A}{\partial Y_i} \frac{\partial R}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial R}{\partial X} \right) A - \frac{1}{3R} \frac{\partial R}{\partial Y_i} \frac{\partial R}{\partial X} A \right) + \right. \\ \left. \frac{2}{3} \frac{\partial R}{\partial Y_i} \frac{\partial A}{\partial X} + R \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial A}{\partial X} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right) \quad (3.39)$$

El término de derivada $\frac{\partial C_i}{\partial Y_{i+1}}$ es análogo a $\frac{\partial C_i}{\partial Y_i}$ y queda así:

$$\frac{\partial C_i}{\partial Y_{i+1}} = \frac{S_0^{1/2}}{n_i R^{2/3}} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\partial A}{\partial Y_{i+1}} \frac{\partial R}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial Y_{i+1}} \left(\frac{\partial R}{\partial X} \right) A - \frac{1}{3R} \frac{\partial R}{\partial Y_{i+1}} \frac{\partial R}{\partial X} A \right) + \right. \\ \left. \frac{2}{3} \frac{\partial R}{\partial Y_{i+1}} \frac{\partial A}{\partial X} + R \frac{\partial}{\partial Y_{i+1}} \left(\frac{\partial A}{\partial X} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial Y_{i+1}} \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right) \quad (3.40)$$

en donde

$$\frac{\partial A}{\partial Y_i} = \frac{\Theta}{2} \frac{\partial A_i^{J+1}}{\partial Y_i} \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial A}{\partial Y_{i+1}} = \frac{\Theta}{2} \frac{\partial A_{i+1}^{J+1}}{\partial Y_{i+1}} \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial A}{\partial X} \right) = - \frac{\Theta}{\Delta X} \frac{\partial A_i^{J+1}}{\partial Y_i} \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial}{\partial Y_{i+1}} \left(\frac{\partial A}{\partial X} \right) = \frac{\Theta}{\Delta X} \frac{\partial A_{i+1}^{J+1}}{\partial Y_{i+1}} \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial R}{\partial Y_i} = \frac{\Theta}{2} \frac{\partial R_i^{J+1}}{\partial Y_i} \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial R}{\partial Y_{i+1}} = \frac{\Theta}{2} \frac{\partial R_{i+1}^{J+1}}{\partial Y_{i+1}} \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial R}{\partial X} \right) = - \frac{\Theta}{\Delta X} \frac{\partial R_i^{J+1}}{\partial Y_i} \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial}{\partial Y_{i+1}} \left(\frac{\partial R}{\partial X} \right) = \frac{\Theta}{\Delta X} \frac{\partial R_{i+1}^{J+1}}{\partial Y_{i+1}} \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right) = \frac{1}{2\Delta t} \frac{\partial A_i^{J+1}}{\partial Y_i} \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial}{\partial Y_{i+1}} \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right) = \frac{1}{2\Delta t} \frac{\partial A_{i+1}^{J+1}}{\partial Y_{i+1}} \quad (3.50)$$

Todas las relaciones dadas por las ecuaciones 3.41 a 3.50 dependen de los términos de derivadas siguientes.

$$\frac{\partial A_i^{J+1}}{\partial Y_i}, \quad \frac{\partial A_{i+1}^{J+1}}{\partial Y_{i+1}}, \quad \frac{\partial R_i^{J+1}}{\partial Y_i} \quad \text{y} \quad \frac{\partial R_{i+1}^{J+1}}{\partial Y_{i+1}}$$

Los términos de derivadas anteriores se obtienen de diferentes maneras, dependiendo de las relaciones geométricas existentes en el canal. El desarrollo de estas derivadas para sección rectangular, trapecial e irregular se presenta en los

El sistema matricial 3.33 es de la forma:

$$\begin{bmatrix}
 D(1,1) & & & & & \\
 D(2,1) & D(2,2) & & & & \\
 & D(3,2) & D(3,3) & & & \\
 & \text{-----} & & & & \\
 & & D(i,i-1) & D(i,i) & & \\
 & & \text{-----} & & & \\
 & & & D(N-1,N-2) & D(N-1,N-1) & \\
 & & & & D(N,N-1) & D(N,N)
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 dY_1 \\
 dY_2 \\
 dY_3 \\
 \text{---} \\
 dY_i \\
 \text{---} \\
 dY_{N-1} \\
 dY_N
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 BB_1 \\
 BB_2 \\
 BB_3 \\
 \text{---} \\
 BB_i \\
 \text{---} \\
 BB_{N-1} \\
 BB_N
 \end{bmatrix}
 \quad (3.51)$$

En el sistema 3.51, los términos $D(i,i)$ representan las derivadas de la ecuación 3.14 respecto a la incógnita fundamental, Y y los términos BB_i representan los residuales cambiados de signo.

Observando la ecuación matricial, se nota que la matriz de los términos $D(i,i)$, tiene un máximo de dos elementos en cada fila, ubicados a lo largo de la diagonal principal.

Conocidos todos los términos BB_i y $D(i,i)$, la solución del sistema de ecuaciones 3.51 es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 dY_1 &= \frac{BB_1}{D(1,1)} \\
 dY_2 &= \frac{BB_2 - D(2,1)dY_1}{D(2,2)} \\
 &\text{-----} \\
 dY_i &= \frac{BB_i - D(i,i-1)dY_{i-1}}{D(i,i)} \\
 &\text{-----} \\
 dY_n &= \frac{BB_N - D(N,N-1)dY_{N-1}}{D(N,N)}
 \end{aligned}
 \quad (3.52)$$

La solución del sistema 3.52, es sencilla en términos de computación, ya que simplemente es la solución de una ecuación con una incógnita, dentro de un lazo iterativo, que abarca la totalidad de las N ecuaciones.

Luego de halladas todas las incógnitas, dY_i , dentro de la K^0 iteración, entonces los valores de la variable fundamental en la $(K+1)^0$ iteración, se obtienen de la siguiente relación.

$$Y_i^{K+1} = Y_i^K + dY_i \quad (3.53)$$

El procedimiento se aplica las veces necesarias, hasta que los valores de la variable Y en dos iteraciones sucesivas difieran en valores menores que un cierto error de tolerancia escogido, ϵ_y . Finalmente al cumplirse esto, se repiten los cálculos para la siguiente línea de tiempo.

Predicciones para las incógnitas fundamentales Y_i^{J+1} y Y_{i+1}^{J+1}

Para la primera línea de tiempo, se hace la predicción, mediante la siguiente ecuación:

$$Y_i^2 = Y_i^1 \quad (3.54)$$

Es decir, para resolver la primera línea de tiempo, se adopta el valor de la variable Y_i igual al valor dado por las condiciones iniciales a lo largo del tramo en estudio.

Para la segunda o tercera línea de tiempo a resolver, se hace la predicción considerando un cambio lineal en el valor de la incógnita con respecto al obtenido en la línea de tiempo anterior, o sea:

$$Y_i^{J+1} = Y_i^J + 0.5 (Y_i^J - Y_i^{J-1}) \quad (3.55)$$

Para la cuarta o siguientes líneas de tiempo a resolver, se puede hacer la predicción utilizando la aproximación de tipo parabólico siguiente:

$$Y_i^{J+1} = Y_i^{J-2} + a_1 (Y_i^J - Y_i^{J-1}) \quad (3.56)$$

En la ecuación 3.56, se tomó para la constante a_1 un valor igual a 1. Esta constante puede tener otro valor, dependiendo del problema de flujo planteado.

www.bdigital.ula.ve

CAPITULO IV

METODO DINAMICO DE TRANSITO EN PLANICIES INUNDABLES

Bases del método

Como ya se tiene programado el método cinemático de tránsito y se dispone además de una versión del método dinámico, programado por Bonilla (1978), se procedió a hacer un análisis de ambos métodos para encontrar su rango de aplicabilidad; los resultados de este análisis se presentan en el Capítulo VI.

Como información inicial se puede decir que el rango de aplicabilidad del método cinemático corresponde a cauces de ciertas pendientes, mientras que el rango de aplicabilidad del método dinámico corresponde a cauces de pendiente suave, característica que es propia de los ríos con planicies inundables. Por lo tanto en éste Capítulo se desarrolla un método dinámico para el tránsito de avenidas en ríos con planicies inundables.

Siguiendo los lineamientos dados por Fread (1976a), quien desarrolló un modelo de tránsito de avenidas en planicies inundables, tomando como sección transversal el esquema dado por la Figura 2.4, se desarrollará un modelo de tránsito de planicies inundables, con un enfoque diferente, es decir, se tomará como sección transversal la verdadera topografía de las secciones en estudio, para de esta manera poder mapear la mancha de inundación producida por una avenida dada.

El principio básico del modelo es tratar en forma separada el flujo en el canal y en la planicie inundable. El modelo se basa en una forma modificada de las ecuaciones unidimensionales de flujo no permanente, evitando así el uso de ecuaciones bidimensionales más complejas que consumen tiempo excesivo

de computación.

Para tratar el flujo en el canal y la planicie inundable separadamente, es importante que la geometría, rugosidad de Manning y demás características, tanto del canal como de la planicie, se conserven en las ecuaciones unidimensionales gobernantes. Usando un subíndice c, para señalar las variables pertenecientes al canal del río, las ecuaciones de flujo no permanente en un canal de sección transversal arbitraria, según Liggett (1975), son:

$$\frac{\partial A_c}{\partial t} + \frac{\partial Q_c}{\partial X_c} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial Q_c}{\partial t} + \frac{\partial (Q_c^2/A_c)}{\partial X_c} + gA_c \left(\frac{\partial h_c}{\partial X_c} + Sf_c \right) = 0 \quad (4.2)$$

Además, usando un subíndice p para señalar las variables pertenecientes a la planicie inundable, las ecuaciones unidimensionales de flujo no permanente pueden escribirse para la planicie, así:

$$\frac{\partial A_p}{\partial t} + \frac{\partial A_s}{\partial t} + \frac{\partial Q_p}{\partial X_p} - q = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial t} + \frac{\partial (Q_p^2/A_p)}{\partial X_p} + gA_p \left(\frac{\partial h_p}{\partial X_p} + Sf_p \right) - q V_{1x} = 0 \quad (4.4)$$

en donde

A = Área de la sección transversal

Q = Caudal

A_s = Área muerta de almacenamiento

h = Elevación de la superficie de agua, referida a un datum

S_f = Pendiente de fricción

q = Aportes laterales de flujo

V_{1x} = Velocidad del flujo lateral en la dirección del eje X de la planicie inundable

X = Distancia a lo largo del eje longitudinal del canal o de la planicie inundable

t = Tiempo

g = Aceleración de la gravedad

Sumando los caudales del canal y de la planicie inundable, las ecuaciones de flujo no permanente del flujo combinado se convierten en:

$$\frac{\partial(A_c + A_p + A_s)}{\partial t} + \frac{\partial Q_c}{\partial X_c} + \frac{\partial Q_p}{\partial X_p} - q = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial(Q_c + Q_p)}{\partial t} + \frac{\partial(Q_c^2/A_c)}{\partial X_c} + \frac{\partial(Q_p^2/A_p)}{\partial X_p} + gA_c \left(\frac{\partial h_c}{\partial X_c} + Sf_c \right) +$$

$$gA_p \left(\frac{\partial h_p}{\partial X_p} + Sf_p \right) - qV_{1x} = 0 \quad (4.6)$$

Analizando las ecuaciones 4.5 y 4.6, éstas solamente contienen cuatro incógnitas Q_c , Q_p , h_c y h_p , ya que A puede expresarse como función de h ; Sf puede expresarse como función de Q y h , y q , V_{1x} , g , x , t son cantidades conocidas. Puesto que hay únicamente dos ecuaciones, se tiene que reducir el número de incógnitas a dos.

Como primera aproximación se supondrá que la superficie del agua es horizontal en todas las secciones transversales del río y planicie de inundación, como se ilustra en la Figura 4.1.

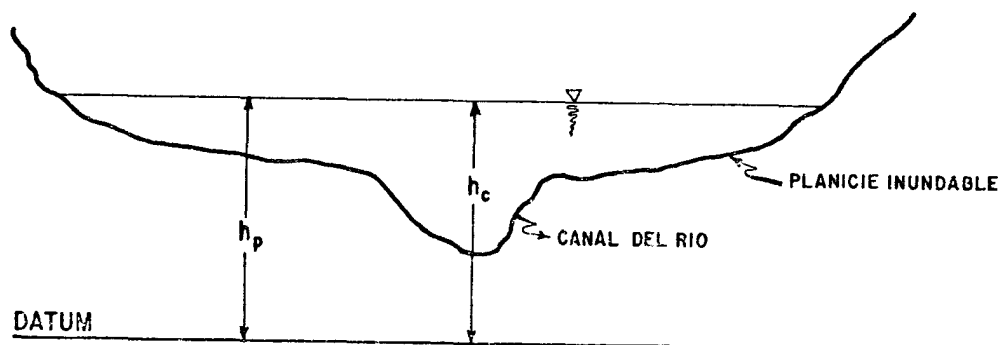


Figura 4.1. Condición de superficie de agua horizontal en la sección transversal típica.

Por lo tanto:

$$h_c = h_p = h \quad (4.7)$$

De esta manera, h_c y h_p pueden reemplazarse por h en las ecuaciones 4.5 y 4.6, eliminando así una de las cuatro incógnitas.

Otra suposición es que la pendiente de fricción, S_f , en el canal y en la planicie inundable se puede expresar por la ecuación de Manning, en la cual la pendiente, S , se aproxima a:

$$S = \frac{\Delta h}{\Delta X} \quad (4.8)$$

La aproximación dada por la ecuación 4.8, desprecia la contribución de los efectos de inercia al evaluar las pérdidas por fricción, esta aproximación es razonable en el caso de transiciones graduales tales como ondas de avenidas moviéndose a través de ríos sinuosos.

Se puede encontrar una relación aproximada entre el flujo del canal y de la planicie inundable, usando la ecuación de Manning y tomando la pendiente, S , según la ecuación 4.8, así:

$$\frac{Q_p}{Q_c} = \frac{\frac{1}{n_p} A_p R_p^{2/3} \left(\frac{\Delta h}{\Delta X_p} \right)^{1/2}}{\frac{1}{n_c} A_c R_c^{2/3} \left(\frac{\Delta h}{\Delta X_c} \right)^{1/2}} \quad (4.9)$$

en donde:

n = Coeficiente de rugosidad de Manning

R = Radio hidráulico

$\frac{\Delta h}{\Delta X}$ = Cambio en la elevación de la superficie de agua por incremento de distancia a lo largo del eje del canal o de la planicie inundable.

La relación anterior se define como:

$$\psi = \frac{Q_p}{Q_c} = \frac{n_c A_p \left(\frac{R_p}{R_c} \right)^{2/3} \left(\frac{\Delta X_c}{\Delta X_p} \right)^{1/2}}{n_p A_c \left(\frac{R_c}{R_p} \right)^{2/3} \left(\frac{\Delta X_p}{\Delta X_c} \right)^{1/2}} \quad (4.10)$$

El flujo total en el canal y la planicie es la suma de los dos flujos

separados, es decir:

$$Q = Q_c + Q_p \quad (4.11)$$

De la ecuación 4.10 se observa que:

$$Q_p = \psi Q_c \quad (4.12)$$

Sustituyendo la ecuación 4.12 en la ecuación 4.11, tenemos:

$$Q_c = \Phi Q \quad (4.13)$$

en donde:

$$\Phi = \frac{1}{1 + \psi} \quad (4.14)$$

Además, usando las ecuaciones 4.11 y 4.12, se obtiene:

$$Q_p = TQ \quad (4.15)$$

en donde:

$$T = \frac{\psi}{1 + \psi} \quad (4.16)$$

Puesto que Φ y T son ambas función de ψ , el cual es a su vez función de una sola incógnita, h , entonces, las ecuaciones 4.13 y 4.15 pueden usarse para expresar Q_c y Q_p en términos de Q y h . Además, sustituyendo las ecuaciones 4.7, 4.11, 4.13 y 4.15 en las ecuaciones 4.5 y 4.6, quedarán solamente dos incógnitas que son el caudal total Q y la elevación de la superficie de agua, es decir:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial(\Phi Q)}{\partial X_c} + \frac{\partial(TQ)}{\partial X_p} - q = 0 \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(\Phi^2 Q^2 / A_c)}{\partial X_c} + \frac{\partial(T^2 Q^2 / A_p)}{\partial X_p} + gA_c \left(\frac{\partial h}{\partial X_c} + Sf_c \right) + gA_p \left(\frac{\partial h}{\partial X_p} + Sf_p \right) - qV_1x = 0 \quad (4.18)$$

en donde

$$A = A_c + A_p + A_s \quad (4.19)$$

Las ecuaciones 4.17 y 4.18 constituyen las ecuaciones diferenciales que rigen el flujo unidimensional en un río a través de una planicie inundable. La ecuación 4.17 es la ecuación de continuidad y la ecuación 4.18 es la ecuación de cantidad de movimiento, la cual desprecia las consideraciones de cantidad de movimiento para el intercambio lateral de flujo entre el canal y la planicie.

Las ecuaciones 4.17 y 4.18 son un sistema de ecuaciones diferenciales parciales del tipo hiperbólico. Ellas contienen dos variables independientes X y t ; y dos variables dependientes, Q y h ; los términos restantes son función

de X , t , h y Q , o son constantes. Estas ecuaciones no pueden resolverse analíticamente, por lo que se debe escoger un método numérico de solución.

Estas ecuaciones modificadas del flujo no permanente tienen como base las ecuaciones unidimensionales convencionales de flujo no permanente. Ellas contienen las mismas incógnitas, elevación de la superficie de agua, h , y caudal Q , que las ecuaciones normales; por lo tanto, se pueden usar idénticas técnicas de solución numérica.

Por los mismos puntos tratados en los Capítulos II y III acerca de los métodos numéricos de solución de las ecuaciones de Saint Venant, se escoge como método numérico de solución del modelo dinámico para el tránsito de avenidas en planicies inundables, el método implícito de los cuatro puntos por diferencias finitas.

La geometría y características hidráulicas tanto en el canal como en la planicie inundable obedecerán a los esquemas dados por las Figuras 4.2 y 4.3.

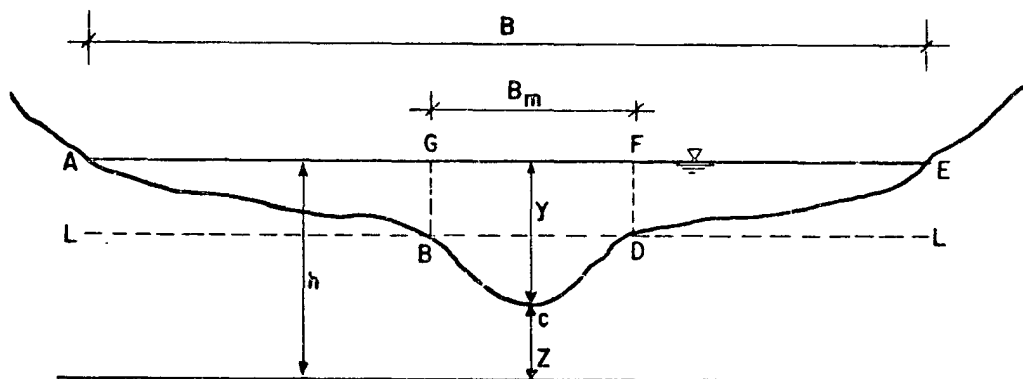


Figura 4.2. Sección típica del río y su planicie inundable utilizada en el modelo

en donde:

B = Ancho máximo alcanzado por la mancha de inundación en la sección transversal en estudio.

B_m = Ancho máximo del canal del río

Y = Tirante del agua en el canal

Z = Elevación del fondo del canal respecto a un datum

h = Elevación de la superficie del agua respecto a un datum

$L-L$ = Divisoria donde cambian las características propias del canal y de la planicie.

A_c = Area en el canal constituida por la región BCDFG

A_p = Area en la planicie, constituida por la suma de las regiones ABG y DEF

P_c = Perímetro mojado en el canal, constituido por el segmento BCD

P_p = Perímetro mojado en la planicie, constituido por la suma de los segmentos AB y DE

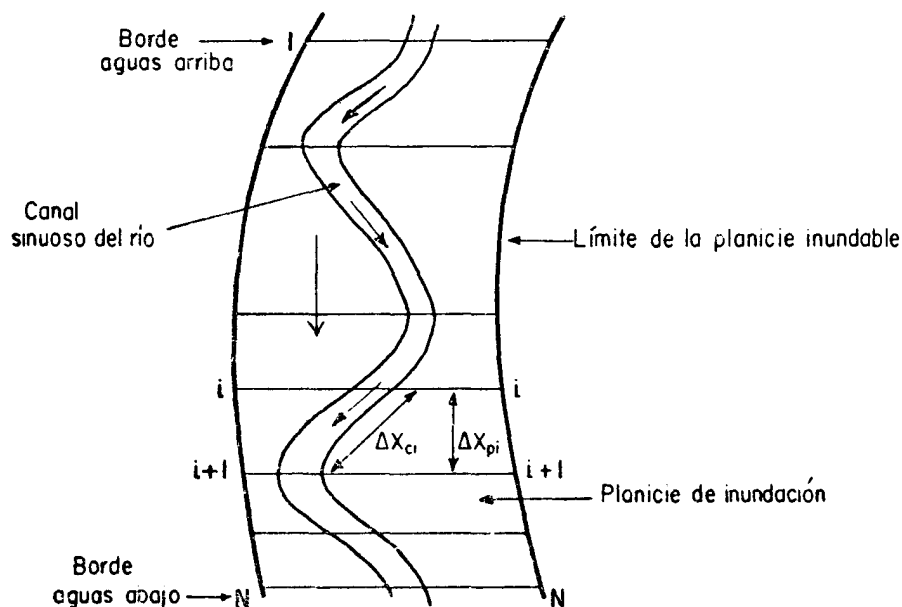


Figura 4.3. Planta del río con su correspondiente planicie de inundación.

en donde

ΔX_{ci} = Intervalo de distancia para el canal en el tramo i

ΔX_{pi} = Intervalo de distancia para la planicie en el tramo i

Aplicación del método implícito de los cuatro puntos a las ecuaciones modificadas para el tránsito en planicies inundables.

Aplicando el esquema del método implícito de los cuatro puntos, dado por las ecuaciones 3.10, 3.11 y 3.12 a las ecuaciones 4.17 y 4.18, se tiene:

$$\frac{A_i^{J+1} + A_{i+1}^{J+1} - A_i^J - A_{i+1}^J}{2\Delta t_j} + \theta \left[\frac{(\Phi Q)_{i+1}^{J+1} - (\Phi Q)_i^{J+1}}{\Delta X_{ci}} + \frac{(TQ)_{i+1}^{J+1} - (TQ)_i^{J+1}}{\Delta X_{pi}} - \bar{q}_i^{J+1} \right] + (1-\theta) \left[\frac{(\Phi Q)_{i+1}^J - (\Phi Q)_i^J}{\Delta X_{ci}} + \frac{(TQ)_{i+1}^J - (TQ)_i^J}{\Delta X_{pi}} - \bar{q}_i^J \right] = 0 \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} & \frac{Q_i^{J+1} + Q_{i+1}^{J+1} - Q_i^J - Q_{i+1}^J}{2\Delta t_j} + \theta \left[\frac{(\Phi^2 Q^2 / A_c)_{i+1}^{J+1} - (\Phi^2 Q^2 / A_c)_i^{J+1}}{\Delta X_{ci}} + \right. \\ & \frac{(T^2 Q^2 / A_p)_{i+1}^{J+1} - (T^2 Q^2 / A_p)_i^{J+1}}{\Delta X_{pi}} + g\bar{A}_c^{J+1} \left(\frac{h_{i+1}^{J+1} - h_i^{J+1}}{\Delta X_{ci}} + \bar{Sf}_c^{J+1} \right) + \\ & \left. g\bar{A}_p^{J+1} \left(\frac{h_{i+1}^{J+1} - h_i^{J+1}}{\Delta X_{pi}} + \bar{Sf}_p^{J+1} \right) - (q_{vix})_i^{J+1} \right] + (1-\theta) \left[\frac{(\Phi^2 Q^2 / A_c)_{i+1}^J - (\Phi^2 Q^2 / A_c)_i^J}{\Delta X_{ci}} + \right. \\ & \left. \frac{(T^2 Q^2 / A_p)_{i+1}^J - (T^2 Q^2 / A_p)_i^J}{\Delta X_{pi}} + g\bar{A}_c^J \left(\frac{h_{i+1}^J - h_i^J}{\Delta X_{ci}} + \bar{Sf}_c^J \right) + \right. \end{aligned}$$

$$g\bar{A}_p^J \left(\frac{h_{i+1}^J - h_i^J}{\Delta x_{pi}} + \bar{Sf}_p^J \right) - (\overline{qV_1x})_i^J \Big] = 0 \quad (4.21)$$

en donde

$$\bar{q}_i^{J+1} = \frac{q_i^{J+1} + q_{i+1}^{J+1}}{2} \quad (4.22)$$

$$\bar{q}_i^J = \frac{q_i^J + q_{i+1}^J}{2} \quad (4.23)$$

$$\bar{A}^{J+1} = \frac{A_i^{J+1} + A_{i+1}^{J+1}}{2} \quad (4.24)$$

$$\bar{A}^J = \frac{A_i^J + A_{i+1}^J}{2} \quad (4.25)$$

$$(\overline{qV_1x})_i^{J+1} = \frac{(qV_1x)_i^{J+1} + (qV_1x)_{i+1}^{J+1}}{2} \quad (4.26)$$

$$(\overline{qV_1x})_i^J = \frac{(qV_1x)_i^J + (qV_1x)_{i+1}^J}{2} \quad (4.27)$$

$$\bar{Sf}_c^{J+1} = \left(\frac{n_{ci} (\bar{\Phi Q})^{J+1}}{\bar{A}_c^{J+1} (\bar{R}_c^{J+1})^{2/3}} \right)^2 \quad (4.28)$$

$$\bar{Sf}_c^J = \left(\frac{n_{ci} (\bar{\Phi Q})^J}{\bar{A}_c^J (\bar{R}_c^J)^{2/3}} \right)^2 \quad (4.29)$$

$$\bar{Sf}_p^{J+1} = \left(\frac{n_{pi} (\bar{TQ})^{J+1}}{\bar{A}_p^{J+1} (\bar{R}_p^{J+1})^{2/3}} \right)^2 \quad (4.30)$$

$$\overline{Sf}_p^J = \left(\frac{\sum_{i=1}^n p_i (\overline{TQ})^J}{\overline{A}_p^J (\overline{R}_p^J)^{2/3}} \right)^2 \quad (4.31)$$

Las ecuaciones 4.20 y 4.21, constituyen un sistema no lineal respecto a las incógnitas fundamentales Q y h en el tiempo $J+1$. Las variables dadas por las características hidráulicas, tales como el área, la profundidad y el radio hidráulico se establecen en función de h y Q . Todos los términos asociados con la línea de tiempo J se conocen de las condiciones iniciales o de cálculos previos.

Las condiciones iniciales en el canal, para la línea de tiempo $J=1$, pueden obtenerse de una solución previa de flujo no permanente, o pueden estimarse ya que un pequeño error en las condiciones iniciales se amortigua en las líneas de tiempo sucesivas.

Al aplicar las ecuaciones 4.20 y 4.21 a los $N-1$ tramos en que se divide la extensión en estudio, ver Figura 4.4, se obtienen un total de $2(N-1)$ ecuaciones con $2N$ incógnitas. Las condiciones de borde aportarán las dos ecuaciones adicionales necesarias.

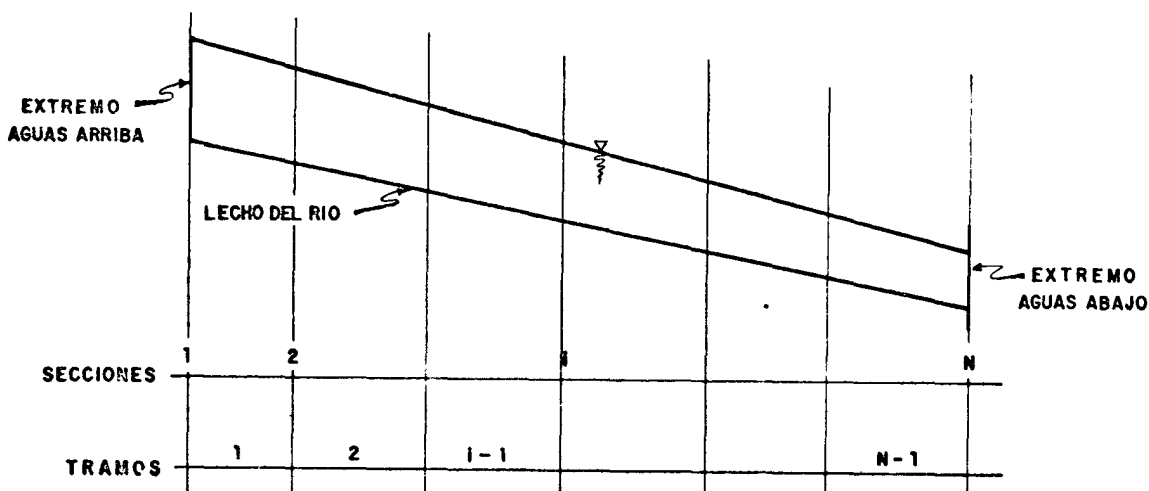


Figura 4.4. Distribución de secciones y tramos en que se divide la extensión del río en estudio.

Condiciones de borde.

Las condiciones de borde consisten en la descripción del flujo en los extremos de la extensión en estudio, ellas deben conocerse para todo el período de tránsito. Estas condiciones pueden estar dadas por:

Un limnigrama en cualquiera de los extremos del canal

$$h_i^{J+1} - h(t^{J+1}) = 0 \quad i = 1 \text{ ó } N \quad J = 1, \dots, NT \quad (4.32)$$

siendo

N = Extremo del canal aguas abajo

NT = Número de líneas de tiempo

$h(t^{J+1})$ = Niveles en función del tiempo

Un hidrograma en cualquiera de los extremos del canal

$$Q_i^{J+1} - Q(t^{J+1}) = 0 \quad i = 1 \text{ ó } N \quad J = 1, \dots, NT \quad (4.33)$$

Otra condición de borde en el extremo aguas abajo, estará dada por la siguiente relación nivel - descarga.

$$\left(\frac{AR^{2/3} S^{1/2}}{n} \right)_N^{J+1} - Q_N^{J+1} = 0 \quad (4.34)$$

donde S está dada aproximadamente por la ecuación 4.8

Solución del sistema de ecuaciones diferenciales

Las ecuaciones modificadas para el estudio de canales con planicies de inundación, aproximadas mediante diferencias finitas, más las dos ecuaciones de borde, aplicadas a cada uno de los $N-1$ tramos en estudio, constituyen un sistema de $2N$ ecuaciones con $2N$ incógnitas de forma no lineal así:

$$\begin{aligned}
B_1 (h_1, Q_1) &= 0 \\
C_1 (h_1, Q_1, h_2, Q_2) &= 0 \\
M_1 (h_1, Q_1, h_2, Q_2) &= 0 \\
----- &= 0 \\
C_i (h_i, Q_i, h_{i+1}, Q_{i+1}) &= 0 \\
M_i (h_i, Q_i, h_{i+1}, Q_{i+1}) &= 0 \\
----- &= 0 \\
C_{N-1} (h_{N-1}, Q_{N-1}, h_N, Q_N) &= 0 \\
M_{N-1} (h_{N-1}, Q_{N-1}, h_N, Q_N) &= 0 \\
B_N (h_N, Q_N) &= 0
\end{aligned} \tag{4.35}$$

en donde

B = Función que representa los bordes del canal

C = Función que representa la ecuación de continuidad

M = Función que representa la ecuación de cantidad de movimiento

Se utiliza el método de Newton-Raphson, el cual permite resolver el sistema de ecuaciones no lineales 4.35.

El método de Newton Raphson ya se explicó, en el Capítulo III, al aplicarlo al sistema de ecuaciones correspondientes al método cinemático, pero para efectos de una mejor comprensión de su aplicación al método dinámico se detallará el nuevo el procedimiento.

En el método de Newton-Raphson, los cálculos comienzan asignando valores de ensayo a las 2N incógnitas. Al sustituir estos valores de ensayo en el sistema de ecuaciones no lineal se obtienen 2N residuales. Los residuales son los valores del lado derecho del sistema de ecuaciones 4.35 después de sustituir los valores de ensayo para las incógnitas.

La solución del sistema de ecuaciones 4.35 se obtiene cuando los valores de ensayo convergen a los valores reales, estos valores de ensayo se siguen ajustando hasta que los residuales desaparezcan o se reduzcan a un valor tolerable criterio de convergencia ϵ .

Para ilustrar el método de Newton-Raphson, supongamos que se está en la K^0 iteración, por lo tanto los valores de los residuales serán:

$$\begin{aligned}
 B_1(h_1^K, Q_1^K) &= RB_1^K \\
 C_1(h_1^K, Q_1^K, h_2^K, Q_2^K) &= RC_1^K \\
 M_1(h_1^K, Q_1^K, h_2^K, Q_2^K) &= RM_1^K \\
 &----- \\
 C_i(h_i^K, Q_i^K, h_{i+1}^K, Q_{i+1}^K) &= RC_i^K \\
 M_i(h_i^K, Q_i^K, h_{i+1}^K, Q_{i+1}^K) &= RM_i^K \\
 &----- \\
 C_{N-1}(h_{N-1}^K, Q_{N-1}^K, h_N^K, Q_N^K) &= RC_{N-1}^K \\
 M_{N-1}(h_{N-1}^K, Q_{N-1}^K, h_N^K, Q_N^K) &= RM_{N-1}^K \\
 B_N(h_N^K, Q_N^K) &= RB_N^K
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

donde;

RB_i^K = Residual de las condiciones de borde en la K^0 iteración
 RC_i^K = Residual de la ecuación de continuidad en la K^0 iteración
 RM_i^K = Residual de la ecuación de cantidad de movimiento en la K^0 iteración.

Los residuales y las derivadas parciales del sistema de ecuaciones 4.35 se relacionan según el método de Newton-Raphson de la siguiente manera:

$$\frac{\partial B_1}{\partial h_1} dh_1 + \frac{\partial B_1}{\partial Q_1} dQ_1 = -RB_1^K$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial h_1} dh_1 + \frac{\partial C_1}{\partial Q_1} dQ_1 + \frac{\partial C_1}{\partial h_2} dh_2 + \frac{\partial C_1}{\partial Q_2} dQ_2 = -RC_1^K$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial h_1} dh_1 + \frac{\partial M_1}{\partial Q_1} dQ_1 + \frac{\partial M_1}{\partial h_2} dh_2 + \frac{\partial M_1}{\partial Q_2} dQ_2 = -RM_1^K$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial h_i} dh_i + \frac{\partial C_i}{\partial Q_i} dQ_i + \frac{\partial C_i}{\partial h_{i+1}} dh_{i+1} + \frac{\partial C_i}{\partial Q_{i+1}} dQ_{i+1} = -RC_i^K$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial h_i} dh_i + \frac{\partial M_i}{\partial Q_i} dQ_i + \frac{\partial M_i}{\partial h_{i+1}} dh_{i+1} + \frac{\partial M_i}{\partial Q_{i+1}} dQ_{i+1} = -RM_i^K$$

(4.37)

$$\frac{\partial C_{N-1}}{\partial h_{N-1}} dh_{N-1} + \frac{\partial C_{N-1}}{\partial Q_{N-1}} dQ_{N-1} + \frac{\partial C_{N-1}}{\partial h_N} dh_N + \frac{\partial C_{N-1}}{\partial Q_N} dQ_N = -RC_{N-1}^K$$

$$\frac{\partial M_{N-1}}{\partial h_{N-1}} dh_{N-1} + \frac{\partial M_{N-1}}{\partial Q_{N-1}} dQ_{N-1} + \frac{\partial M_{N-1}}{\partial h_N} dh_N + \frac{\partial M_{N-1}}{\partial Q_N} dQ_N = -RM_{N-1}^K$$

$$\frac{\partial B_N}{\partial h_N} dh_N + \frac{\partial B_N}{\partial Q_N} dQ_N = -RB_N^K$$

El sistema de ecuaciones 4.37 es lineal y está constituido por $2N$ ecuaciones con $2N$ incógnitas dh_i y dQ_i . Este conjunto se puede resolver por cualquier método de resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

El sistema de ecuaciones 4.37 da los valores de dh_i y dQ_i , entonces los valores de las incógnitas fundamentales en la $(K+1)^0$ iteración están dados por

las siguientes relaciones:

$$h_i^{K+1} = h_i^K + dh_i \quad (4.38)$$

$$Q_i^{K+1} = Q_i^K + dQ_i \quad (4.39)$$

El procedimiento se aplica las veces que sean necesarias, hasta que la diferencia entre los valores de cualquier incógnita en dos iteraciones sucesivas sea menor que el correspondiente criterio de convergencia, ϵ , es decir:

$$h_i^{K+1} - h_i^K < \epsilon_h \quad (4.40)$$

$$Q_i^{K+1} - Q_i^K < \epsilon_Q \quad (4.41)$$

en donde;

h_i^{K+1} = Valor de la incógnita h en la $(K+1)^{\circ}$ iteración

h_i^K = valor de la incógnita h en la K° iteración

Q_i^{K+1} = Valor de la incógnita Q en la $(K+1)^{\circ}$ iteración

Q_i^K = Valor de la incógnita Q en la K° iteración

ϵ_h = Criterio de convergencia para la incógnita h

ϵ_Q = Criterio de convergencia para la incógnita Q

Los términos en el sistema de ecuaciones 4.37 son de tres categorías.

Los primeros son las incógnitas dh_i y dQ_i . Los segundos son los residuales ya descritos y los terceros son las derivadas parciales, las cuales se evalúan para las funciones C_i y M_i a partir de las ecuaciones 4.20 y 4.21, de acuerdo a las siguientes expresiones.

Derivadas parciales de las ecuaciones fundamentales.

$$\frac{\partial C_i}{\partial h_i} = \frac{1}{2\Delta t_j} \frac{\partial A_i^{J+1}}{\partial h_i} - \frac{\theta}{\Delta X_{ci}} \frac{\partial (\Phi Q)_i^{J+1}}{\partial h_i} - \frac{\theta}{\Delta X_{pi}} \frac{\partial (TQ)_i^{J+1}}{\partial h_i} \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial Q_i} = -\frac{\theta}{\Delta X_{ci}} \frac{\partial (\Phi Q)_i^{J+1}}{\partial Q_i} - \frac{\theta}{\Delta X_{pi}} \frac{\partial (TQ)_i^{J+1}}{\partial Q_i} \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial h_{i+1}} = \frac{1}{2\Delta t_J} \frac{\partial A_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} + \frac{\theta}{\Delta X_{ci}} \frac{\partial (\Phi Q)_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} + \frac{\theta}{\Delta X_{pi}} \frac{\partial (TQ)_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial Q_{i+1}} = \frac{\theta}{\Delta X_{ci}} \frac{\partial (\Phi Q)_{i+1}^{J+1}}{\partial Q_{i+1}} + \frac{\theta}{\Delta X_{pi}} \frac{\partial (TQ)_{i+1}^{J+1}}{\partial Q_{i+1}} \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial h_i} = \theta \left[-\frac{1}{\Delta X_{ci}} \frac{\partial \left(\frac{\Phi^2 Q^2}{A_c} \right)_i^{J+1}}{\partial h_i} - \frac{1}{\Delta X_{pi}} \frac{\partial \left(\frac{T^2 Q^2}{A_p} \right)_i^{J+1}}{\partial h_i} + g \bar{A}_c^{J+1} \right]$$

$$\left[\left(-\frac{1}{\Delta X_{ci}} + \frac{\partial \bar{S}_c^{J+1}}{\partial h_i} \right) + g \frac{\partial \bar{A}_c^{J+1}}{\partial h_i} \left(\frac{h_{i+1}^{J+1} - h_i^{J+1}}{\Delta X_{ci}} + \bar{S}_c^{J+1} \right) + g \bar{A}_p^{-J+1} \right. \\ \left. \left(-\frac{1}{\Delta X_{pi}} + \frac{\partial \bar{S}_p^{J+1}}{\partial h_i} \right) + g \frac{\partial \bar{A}_p^{J+1}}{\partial h_i} \left(\frac{h_{i+1}^{J+1} - h_i^{J+1}}{\Delta X_{pi}} + \bar{S}_p^{J+1} \right) \right] \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial Q_i} = \frac{1}{2\Delta t_J} + \theta \left[-\frac{1}{\Delta X_{ci}} \frac{\partial \left(\frac{\Phi^2 Q^2}{A_c} \right)_i^{J+1}}{\partial Q_i} - \frac{1}{\Delta X_{pi}} \frac{\partial \left(\frac{T^2 Q^2}{A_p} \right)_i^{J+1}}{\partial Q_i} + \right. \\ \left. g \bar{A}_c^{J+1} \frac{\partial \bar{S}_c^{J+1}}{\partial Q_i} + g \bar{A}_p^{J+1} \frac{\partial \bar{S}_p^{J+1}}{\partial Q_i} \right] \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial h_{i+1}} = \theta \left[\frac{1}{\Delta X_{ci}} \frac{\partial \left(\frac{\Phi^2 Q^2}{A_c} \right)_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} + \frac{1}{\Delta X_{pi}} \frac{\partial \left(\frac{T^2 Q^2}{A_p} \right)_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} + g \bar{A}_c^{J+1} \right]$$

$$\left(\frac{1}{\Delta X_{ci}} + \frac{\partial \bar{Sf}_c^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \right) + g \frac{\partial \bar{A}_c^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \left(\frac{h_{i+1}^{J+1} - h_i^{J+1}}{\Delta X_{ci}} + \bar{Sf}_c^{J+1} \right) + g \bar{A}_p^{J+1} \left(\frac{1}{\Delta X_{pi}} + \frac{\partial \bar{Sf}_p^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \right) + g \frac{\partial \bar{A}_p^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \left(\frac{h_{i+1}^{J+1} - h_i^{J+1}}{\Delta X_{pi}} + \bar{Sf}_p^{J+1} \right) \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial Q_{i+1}} = \frac{1}{2\Delta t_J} + \theta \left[\frac{1}{\Delta X_{ci}} \frac{\partial \left(\frac{\Phi^2 Q^2}{A_c} \right)_{i+1}^{J+1}}{\partial Q_{i+1}} + \frac{1}{\Delta X_{pi}} \frac{\partial \left(\frac{T^2 Q^2}{A_p} \right)_{i+1}^{J+1}}{\partial Q_{i+1}} + g \bar{A}_c^{J+1} \frac{\partial \bar{Sf}_c^{J+1}}{\partial Q_{i+1}} + g \bar{A}_p^{J+1} \frac{\partial \bar{Sf}_p^{J+1}}{\partial Q_{i+1}} \right] \quad (4.49)$$

en donde:

$$\frac{\partial (\Phi Q)_i^{J+1}}{\partial h_i} = Q_i^{J+1} \frac{\partial \Phi_i^{J+1}}{\partial h_i} \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial (TQ)_i^{J+1}}{\partial h_i} = Q_i^{J+1} \frac{\partial T_i^{J+1}}{\partial h_i} \quad (4.51)$$

$$\frac{\partial (\Phi Q)_i^{J+1}}{\partial Q_i} = Q_i^{J+1} \frac{\partial \Phi_i^{J+1}}{\partial Q_i} + \Phi_i^{J+1} \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial (TQ)_i^{J+1}}{\partial Q_i} = Q_i^{J+1} \frac{\partial T_i^{J+1}}{\partial Q_i} + T_i^{J+1} \quad (4.53)$$

Para el caso de las ecuaciones 4.52 y 4.53, Φ y T son función de Ψ , el cual es a su vez solamente función de h , según las ecuaciones 4.10, 4.14 y 4.16, esto implica que:

$$\frac{\partial \Psi_i^{J+1}}{\partial Q_i} = 0 \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial \Phi_i^{J+1}}{\partial Q_i} = 0 \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial T_i^{J+1}}{\partial Q_i} = 0 \quad (4.56)$$

Por lo tanto, las ecuaciones 4.52 y 4.53 quedarán así:

$$\frac{\partial (\Phi Q)_i^{J+1}}{\partial Q_i} = \Phi_i^{J+1} \quad (4.57)$$

$$\frac{\partial (TQ)_i^{J+1}}{\partial Q_i} = T_i^{J+1} \quad (4.58)$$

Análogamente:

$$\frac{\partial (\Phi Q)_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} = Q_{i+1}^{J+1} \frac{\partial \Phi_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial (TQ)_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} = Q_{i+1}^{J+1} \frac{\partial T_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \quad (4.60)$$

$$\frac{\partial (\phi Q)_{i+1}^{J+1}}{\partial Q_{i+1}} = \phi_{i+1}^{J+1} \quad (4.61)$$

$$\frac{\partial (TQ)_{i+1}^{J+1}}{\partial Q_{i+1}} = T_{i+1}^{J+1} \quad (4.62)$$

Además

$$\frac{\partial \left(\frac{\phi^2 Q^2}{A_c} \right)_i^{J+1}}{\partial h_i} = (Q_i^{J+1})^2 \left[\frac{2\phi_i^{J+1} \frac{\partial \phi_i^{J+1}}{\partial h_i} A_{ci}^{J+1} - \frac{\partial A_{ci}^{J+1}}{\partial h_i} (\phi_i^{J+1})^2}{(A_{ci}^{J+1})^2} \right] \quad (4.63)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{T^2 Q^2}{A_p} \right)_i^{J+1}}{\partial h_i} = (Q_i^{J+1})^2 \left[\frac{2T_i^{J+1} \frac{\partial T_i^{J+1}}{\partial h_i} A_{pi}^{J+1} - \frac{\partial A_{pi}^{J+1}}{\partial h_i} (T_i^{J+1})^2}{(A_{pi}^{J+1})^2} \right] \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\phi^2 Q^2}{A_c} \right)_i^{J+1}}{\partial Q_i} = 2 \left(\frac{\phi^2}{A_c} \right)_i^{J+1} Q_i^{J+1} \quad (4.65)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{T^2 Q^2}{A_p} \right)_i^{J+1}}{\partial Q_i} = 2 \left(\frac{T^2}{A_p} \right)_i^{J+1} Q_i^{J+1} \quad (4.66)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\phi^2 Q^2}{A_c} \right)_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} = (Q_{i+1}^{J+1})^2 \left[\frac{2\phi_{i+1}^{J+1} \frac{\partial \phi_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} A_{ci+1}^{J+1} - \frac{\partial A_{ci+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} (\phi_{i+1}^{J+1})^2}{(A_{ci+1}^{J+1})^2} \right] \quad (4.67)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{T^2 Q^2}{A_p} \right)_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} = (Q_{i+1}^{J+1})^2 \left[\frac{2T_{i+1}^{J+1} \frac{\partial T_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} A_{pi+1}^{J+1} - \frac{\partial A_{pi+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} (T_{i+1}^{J+1})^2}{(A_{pi+1}^{J+1})^2} \right] \quad (4.68)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\phi^2 Q^2}{A_c} \right)_{i+1}^{J+1}}{\partial Q_{i+1}} = 2 \left(\frac{\phi^2}{A_c} \right)_{i+1}^{J+1} Q_{i+1}^{J+1} \quad (4.69)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{T^2 Q^2}{A_p} \right)_{i+1}^{J+1}}{\partial Q_{i+1}} = 2 \left(\frac{T^2}{A_p} \right)_{i+1}^{J+1} Q_{i+1}^{J+1} \quad (4.70)$$

Cálculo de las derivadas parciales de los parámetros Ψ , ϕ y T .

Ψ es un parámetro, función de h , dado por la ecuación 4.10, la cual se repetirá aquí por conveniencia:

$$\Psi = \frac{n_c A_p}{n_p A_c} \left(\frac{R_p}{R_c} \right)^{2/3} \left(\frac{\Delta X_c}{\Delta X_p} \right)^{1/2}$$

Esta ecuación aplicada en el nodo i y la línea de tiempo $J+1$ se convierte en:

$$\Psi_i^{J+1} = \frac{n_{ci} A_{pi}^{J+1}}{n_{pi} A_{ci}^{J+1}} \left(\frac{R_{pi}^{J+1}}{R_{ci}^{J+1}} \right)^{2/3} \left(\frac{\Delta X_{ci}}{\Delta X_{pi}} \right)^{1/2} \quad (4.71)$$

Los términos n_{ci} , n_{pi} , ΔX_{ci} y ΔX_{pi} son variables independientes, por lo tanto, no dependen ni de h ni de Q , de aquí que:

$$\frac{\partial \Psi_i^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{n_{ci}}{n_{pi}} \left(\frac{\Delta X_{ci}}{\Delta X_{pi}} \right)^{1/2} \left[\frac{\frac{\partial A_{pi}^{J+1}}{\partial h_i}}{A_{ci}^{J+1}} \left(\frac{R_{pi}^{J+1}}{R_{ci}^{J+1}} \right)^{2/3} - \frac{\frac{\partial A_{ci}^{J+1}}{\partial h_i}}{(A_{ci}^{J+1})^2} A_{pi}^{J+1} \left(\frac{R_{pi}^{J+1}}{R_{ci}^{J+1}} \right)^{2/3} + \frac{2}{3} \right. \\ \left. \frac{\frac{\partial R_{pi}^{J+1}}{\partial h_i}}{(R_{pi}^{J+1})^{4/3}} \frac{A_{pi}^{J+1}}{A_{ci}^{J+1} (R_{ci}^{J+1})^{2/3}} - \frac{2}{3} \frac{\frac{\partial R_{ci}^{J+1}}{\partial h_i}}{(R_{ci}^{J+1})^{5/3}} \frac{A_{pi}^{J+1} (R_{pi}^{J+1})^{2/3}}{A_{ci}^{J+1}} \right] \quad (4.72)$$

en donde:

$$R_{ci}^{J+1} = \frac{A_{ci}^{J+1}}{P_{ci}^{J+1}} \quad (4.73)$$

$$\frac{\partial R_{ci}^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{\frac{\partial A_{ci}^{J+1}}{\partial h_i} P_{ci}^{J+1} - \frac{\partial P_{ci}^{J+1}}{\partial h_i} A_{ci}^{J+1}}{(P_{ci}^{J+1})^2} \quad (4.74)$$

$$R_{pi}^{J+1} = \frac{A_{pi}^{J+1}}{P_{pi}^{J+1}} \quad (4.75)$$

$$\frac{\partial R_{pi}^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{\frac{\partial A_{pi}^{J+1}}{\partial h_i} P_{pi}^{J+1} - \frac{\partial P_{pi}^{J+1}}{\partial h_i} A_{pi}^{J+1}}{(P_{pi}^{J+1})^2} \quad (4.76)$$

Siendo Φ función de Ψ , según la ecuación 4.14 y derivando respecto a h_i , se tiene:

$$\frac{\partial \Phi_i^{J+1}}{\partial h_i} = - \frac{\frac{\partial \Psi_i^{J+1}}{\partial h_i}}{(1 + \Psi_i^{J+1})^2} \quad (4.77)$$

Siendo T función de Ψ , según la ecuación 4.16 y derivando respecto a h_i , se tiene:

$$\frac{\partial T_i^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{\frac{\partial \Psi_i^{J+1}}{\partial h_i}}{(1+\Psi_i^{J+1})^2} \quad (4.78)$$

Observando las ecuaciones 4.77 y 4.78, resulta:

$$\frac{\partial T_i^{J+1}}{\partial h_i} = - \frac{\partial \Phi_i^{J+1}}{\partial h_i} \quad (4.79)$$

Las derivadas parciales de la pendiente por fricción, tanto para el canal como para la planicie, son:

$$\frac{\partial \bar{S}f_c^{J+1}}{\partial h_i} = 2\bar{S}f_c^{J+1} \left[\frac{\frac{\partial \bar{\Phi}^{J+1}}{\partial h_i}}{\bar{\Phi}^{J+1}} - \frac{\frac{\partial \bar{A}_c^{J+1}}{\partial h_i}}{\bar{A}_c^{J+1}} - \frac{2}{3} \frac{\frac{\partial \bar{R}_c^{J+1}}{\partial h_i}}{\bar{R}_c^{J+1}} \right] \quad (4.80)$$

$$\frac{\partial \bar{S}f_c^{J+1}}{\partial Q_i} = \frac{\bar{S}f_c^{J+1}}{\bar{Q}^{J+1}} \quad (4.81)$$

$$\frac{\partial \bar{S}f_c^{J+1}}{\partial h_{i+1}} = 2\bar{S}f_c^{J+1} \left[\frac{\frac{\partial \bar{\Phi}^{J+1}}{\partial h_{i+1}}}{\bar{\Phi}^{J+1}} - \frac{\frac{\partial \bar{A}_c^{J+1}}{\partial h_{i+1}}}{\bar{A}_c^{J+1}} - \frac{2}{3} \frac{\frac{\partial \bar{R}_c^{J+1}}{\partial h_{i+1}}}{\bar{R}_c^{J+1}} \right] \quad (4.82)$$

$$\frac{\partial \bar{S}f_c^{J+1}}{\partial Q_{i+1}} = \frac{\bar{S}f_c^{J+1}}{\bar{Q}^{J+1}} \quad (4.83)$$

$$\frac{\partial \bar{S}_{fp}^{J+1}}{\partial h_i} = 2 \bar{S}_p^{J+1} \left[\frac{\frac{-J+1}{\partial T}}{\bar{T}^{J+1}} - \frac{\frac{\partial \bar{A}_p^{J+1}}{\partial h_i}}{\bar{A}_p^{J+1}} - \frac{2}{3} \frac{\frac{\partial \bar{R}_p^{J+1}}{\partial h_i}}{\bar{R}_p^{J+1}} \right] \quad (4.84)$$

$$\frac{\partial \bar{S}_p^{J+1}}{\partial Q_i} = \frac{\bar{S}_p^{J+1}}{\bar{Q}^{J+1}} \quad (4.85)$$

$$\frac{\partial \bar{S}_p^{J+1}}{\partial h_{i+1}} = 2 \bar{S}_p^{J+1} \left[\frac{\frac{\partial \bar{T}^{J+1}}{\partial h_{i+1}}}{\bar{T}^{J+1}} - \frac{\frac{\partial \bar{A}_p^{J+1}}{\partial h_{i+1}}}{\bar{A}_p^{J+1}} - \frac{2}{3} \frac{\frac{\partial \bar{R}_p^{J+1}}{\partial h_{i+1}}}{\bar{R}_p^{J+1}} \right] \quad (4.86)$$

$$\frac{\partial \bar{S}_{fp}^{J+1}}{\partial Q_{i+1}} = \frac{\bar{S}_{fp}^{J+1}}{\bar{Q}^{J+1}} \quad (4.87)$$

El procedimiento para obtener las derivadas de los parámetros $\bar{\Psi}$, $\bar{\Phi}$, y $\bar{T}$ para cada tramo, se presenta a continuación.

Derivadas parciales de los términos $\bar{\Psi}$, $\bar{\Phi}$ y $\bar{T}$.

El término $\bar{\Psi}^{J+1}$ está dado por la siguiente relación:

$$\bar{\Psi}^{J+1} = \frac{n_{ci}}{n_{pi}} \frac{\bar{A}_p^{J+1}}{\bar{A}_c^{J+1}} \left(\frac{\bar{R}_p^{J+1}}{\bar{R}_c^{J+1}} \right)^{2/3} \left(\frac{\Delta X_{ci}}{\Delta X_{pi}} \right)^{1/2} \quad (4.88)$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial \bar{\Psi}^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{n_{ci}}{n_{pi}} \left(\frac{\Delta X_{ci}}{\Delta X_{pi}} \right)^{1/2} \left[\frac{\frac{\partial \bar{A}_p^{J+1}}{\partial h_i}}{\bar{A}_c^{J+1}} \frac{1}{\bar{A}_c^{J+1}} \left(\frac{\bar{R}_p^{J+1}}{\bar{R}_c^{J+1}} \right)^{2/3} - \frac{\frac{\partial \bar{A}_c^{J+1}}{\partial h_i}}{(\bar{A}_c^{J+1})^2} \frac{\bar{A}_p^{J+1}}{\bar{A}_c^{J+1}} \left(\frac{\bar{R}_p^{J+1}}{\bar{R}_c^{J+1}} \right)^{2/3} + \frac{2}{3} \frac{\frac{\partial \bar{R}_p^{J+1}}{\partial h_i}}{(\bar{R}_p^{J+1})^{1/3} \bar{A}_c^{J+1}} \frac{\bar{A}_p^{J+1}}{(\bar{R}_c^{J+1})^{2/3}} - \frac{2}{3} \frac{\frac{\partial \bar{R}_c^{J+1}}{\partial h_i}}{\bar{A}_c^{J+1}} \frac{(\bar{R}_p^{J+1})^{2/3}}{(\bar{R}_c^{J+1})^{5/3}} \right] \quad (4.89)$$

$$\frac{\partial \bar{\psi}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} = \frac{n_{ci}}{n_{pi}} \left(\frac{\Delta x_{ci}}{\Delta x_{pi}} \right)^{1/2} \left[\frac{\partial \bar{A}_p^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \frac{1}{\bar{A}_c^{J+1}} \left(\frac{\bar{R}_p^{J+1}}{\bar{R}_c^{J+1}} \right)^{2/3} - \frac{\partial \bar{A}_c^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \frac{\bar{A}_p^{J+1}}{(\bar{A}_c^{J+1})^2} \left(\frac{\bar{R}_p^{J+1}}{\bar{R}_c^{J+1}} \right)^{2/3} + \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{R}_p^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \frac{\bar{A}_p^{J+1}}{(\bar{R}_p^{J+1})^{1/3} \bar{A}_c^{J+1} (\bar{R}_c^{J+1})^{2/3}} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{R}_c^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \frac{\bar{A}_p^{J+1}}{\bar{A}_c^{J+1}} \frac{(\bar{R}_p^{J+1})^{2/3}}{(\bar{R}_c^{J+1})^{5/3}} \right] \quad (4.90)$$

en donde:

$$\frac{\partial \bar{A}_c^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial A_{ci}^{J+1}}{\partial h_i} \quad (4.91)$$

$$\frac{\partial \bar{A}_c^{J+1}}{\partial h_{i+1}} = \frac{1}{2} \frac{\partial A_{ci+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \quad (4.92)$$

$$\frac{\partial \bar{A}_p^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial A_{pi}^{J+1}}{\partial h_i} \quad (4.93)$$

$$\frac{\partial \bar{A}_p^{J+1}}{\partial h_{i+1}} = \frac{1}{2} \frac{\partial A_{pi+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \quad (4.94)$$

De lo visto anteriormente sobre las derivadas de las ecuaciones fundamentales, se observa que las siguientes están sin determinar:

$$\frac{\partial A_i^{J+1}}{\partial h_i}, \frac{\partial A_{ci}^{J+1}}{\partial h_i}, \frac{\partial A_{pi}^{J+1}}{\partial h_i}, \frac{\partial P_{ci}^{J+1}}{\partial h_i}, \frac{\partial P_{pi}^{J+1}}{\partial h_i}, \frac{\partial A_{i+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}}, \frac{\partial A_{ci+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}},$$

$$\frac{\partial A_{ci+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}}, \frac{\partial A_{pi+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}}, \frac{\partial P_{ci+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}} \text{ y } \frac{\partial P_{pi+1}^{J+1}}{\partial h_{i+1}}$$

Analizando las derivadas no determinadas, se nota que corresponden a características geométricas propias de la sección transversal del canal y planicie. Por ser el área irregular, las derivadas se resolverán así:

Se darán como datos tabulares los valores de altura, área y perímetro mojado, a diferentes niveles de las secciones estudiadas. Como se ha visto con anterioridad los valores de ensayo para las incógnitas se establecen inicialmente mediante predicciones, lo que implica que se conoce el valor de la variable h_i^{J+1} para una iteración dada.

A partir de la elevación h_i^{J+1} , se puede conocer la profundidad del flujo, Y_i^{J+1} , como se ilustra en la Figura 4.5, mediante la siguiente relación:

$$Y_i^{J+1} = h_i^{J+1} - Z_i \quad (4.95)$$

El valor de las derivadas se determinará gráficamente de la siguiente manera:

Sea que se va a determinar, por ejemplo, la derivada de A_i^{J+1} respecto a h_i , entonces a partir de Y_i^{J+1} y de los datos tabulares se puede obtener por interpolación el área A_i^{J+1} , por lo que la derivada según la Figura 4.5, será:

$$\frac{\partial A_i^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{A_i^K - A_i^{K-1}}{h_i^K - h_i^{K-1}} \quad (4.96)$$

Transformando la ecuación 4.96, mediante la ecuación 4.95 se tiene:

$$\frac{\partial A_i^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{A_i^K - A_i^{K-1}}{(Y_i^K + Z_i) - (Y_i^{K-1} + Z_i)} \quad (4.97)$$

es decir:

$$\frac{\partial A_i^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{A_i^K - A_i^{K-1}}{Y_i^K - Y_i^{K-1}} \quad (4.98)$$

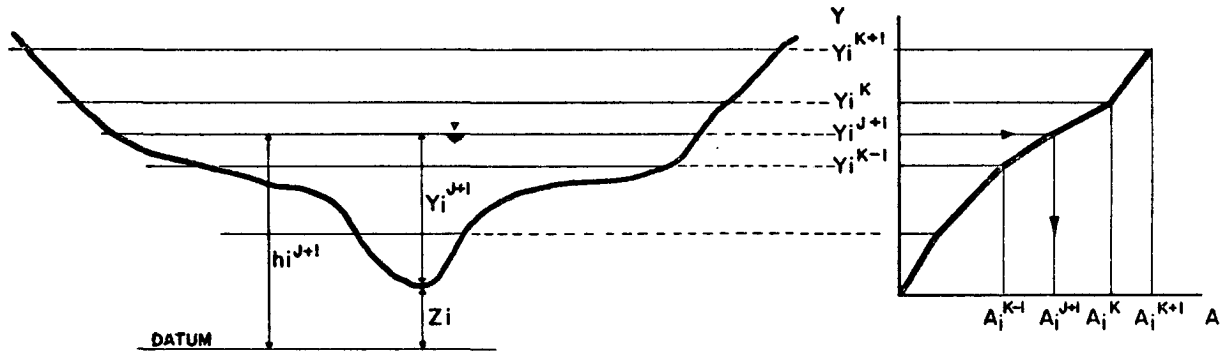


Figura 4.5 Esquema ilustrativo de la obtención de A_i^{J+1} y su derivada respecto a h_i , mediante valores tabulares del área y la profundidad en la sección.

en donde:

Y_i^K = Valores tabulares para la profundidad en el cauce

A_i^K = Valores tabulares del área

Y_i^{J+1} = Profundidad del agua en la línea de tiempo J+1

A_i^{J+1} = Area transversal de flujo en la línea de tiempo J+1

Analizando la relación 4.98, se observa que la derivada se obtiene mediante los datos tabulares de las propiedades geométricas de la sección.

En cuanto a los términos $\frac{\partial A_{ci}^{J+1}}{\partial h_i}$ y $\frac{\partial A_{pi}^{J+1}}{\partial h_i}$, se puede señalar los siguientes:

Mientras el río corre por el cauce sin descordarse se cumplen las siguientes relaciones:

$$\frac{\partial A_{ci}^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{\partial A_i^{J+1}}{\partial h_i} \quad (4.99)$$

$$\frac{\partial A_{pi}^{J+1}}{\partial h_i} = 0 \quad (4.100)$$

Cuando el río se desborda y el agua está corriendo por la planicie, entonces:

$$A_{ci}^{J+1} = A_m + B_m (Y_i^{J+1} - Y_m) \quad (4.101)$$

en donde:

Y_m = Profundidad máxima de agua en el cauce sin causar desborde

A_m = Área máxima de agua en el cauce sin causar desborde

B_m = Ancho máximo del agua en el cauce sin causar desborde

Y_i^{J+1} = Profundidad del agua en el tiempo $J+1$

Los términos A_m , B_m , Y_m , Y_i^{J+1} se ilustran en la Figura 4.6

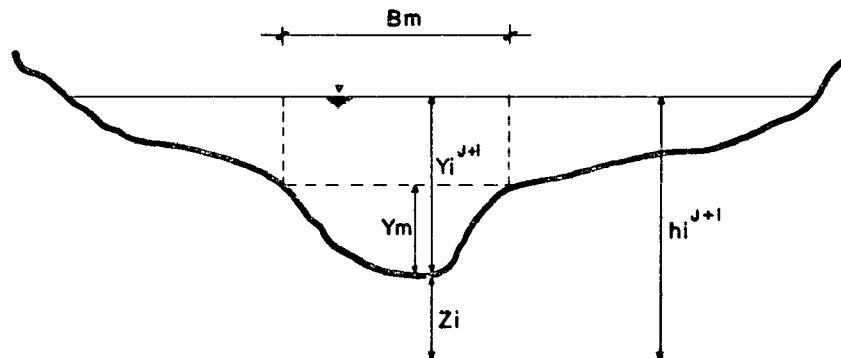


Figura 4.6 Esquema explicativo para las derivadas del área en el canal y la planicie respecto a h_i .

A partir de la ecuación 4.101, cuando el agua está fluyendo sobre la planicie y sabiendo que Y_m , B_m y A_m son valores geométricos constantes para cada sección, se obtiene:

$$\frac{\partial A_{ci}^{J+1}}{\partial h_i} = B_m \quad (4.102)$$

$$\frac{\partial A_{pi}^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{\partial A_i^{J+1}}{\partial h_i} - B_m \quad (4.103)$$

Aplicando los mismos principios se tiene para las derivadas del perfil entro lo siguiente:

$$\frac{\partial P_i^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{P_i^K - P_i^{K-1}}{Y_i^K - Y_i^{K-1}} \quad (4.104)$$

Cuando el río corre por el cauce sin desbordarse, entonces:

$$\frac{\partial P_{ci}^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{\partial P_i^{J+1}}{\partial h_i} \quad (4.105)$$

$$\frac{\partial P_{pi}^{J+1}}{\partial h_i} = 0 \quad (4.106)$$

Cuando el río se desborda y el agua está corriendo por la planicie, en tonces:

$$\frac{\partial P_{ci}^{J+1}}{\partial h_i} = 0 \quad (4.107)$$

$$\frac{\partial P_{pi}^{J+1}}{\partial h_i} = \frac{\partial P_i^{J+1}}{\partial h_i} \quad (4.108)$$

Derivadas parciales de las ecuaciones de borde.

Las derivadas parciales de las ecuaciones de borde dadas por las ecuaciones 4.32, 4.33 y 4.34, son las siguientes:

Para limnigramas en cualquiera de los extremos del canal.

$$\frac{\partial B_i}{\partial h_i} = 1 \quad i = 1 \text{ ó } N \quad (4.109)$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_i} = 0 \quad i = 1 \text{ ó } N \quad (4.110)$$

Para hidrogramas en cualquiera de los extremos del canal

$$\frac{\partial B_i}{\partial h_i} = 0 \quad i = 1 \text{ ó } N \quad (4.111)$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial Q_i} = 1 \quad i = 1 \text{ ó } N \quad (4.112)$$

Para una relación nivel-descarga en el extremo aguas abajo, dada por la ecuación de Manning, se tiene:

$$\frac{\partial B_N}{\partial h_N} = \frac{\partial \left(\frac{AR^{2/3} S^{1/2}}{n} \right)^{J+1}}{\partial h_N} \quad (4.113)$$

$$\frac{\partial B_N}{\partial Q_N} = -1 \quad (4.114)$$

Según las condiciones imperantes en los extremos de la longitud en estudio, se eligen las condiciones de borde, obteniéndose sus respectivas derivadas, quedando en condiciones de resolver el sistema de ecuaciones 4.37, el cual, en forma matricial, se puede escribir así:

$$|D| \cdot |X| = |R| \quad (4.115)$$

en donde:

$|D|$ = Matriz de coeficientes dada por las derivadas parciales del sistema de ecuaciones 4.37

$|X|$ = Vector formado por las incógnitas dh_i y dQ_i del sistema de ecuaciones 4.37

$|R|$ = Vector dado por los valores residuales obtenidos al sustituir los valores de ensayo para las incógnitas fundamentales h_i^{J+1} , h_{i+1}^{J+1} , Q_i^{J+1} , Q_{i+1}^{J+1} , en el sistema de ecuaciones 4.35.

Según Fread (1971c), el planteamiento matricial y el despeje del vector incógnita para su posterior resolución está dado por:

$$\begin{bmatrix}
 \frac{\partial B_1}{\partial h_1} & \frac{\partial B_1}{\partial Q_1} \\
 \frac{\partial C_1}{\partial h_1} & \frac{\partial C_1}{\partial Q_1} & \frac{\partial C_1}{\partial h_2} & \frac{\partial C_1}{\partial Q_2} \\
 \frac{\partial M_1}{\partial h_1} & \frac{\partial M_1}{\partial Q_1} & \frac{\partial M_1}{\partial h_2} & \frac{\partial M_1}{\partial Q_2} \\
 & \frac{\partial C_2}{\partial h_2} & \frac{\partial C_2}{\partial Q_2} & \frac{\partial C_2}{\partial h_3} & \frac{\partial C_2}{\partial Q_3} \\
 & \frac{\partial M_2}{\partial h_2} & \frac{\partial M_2}{\partial Q_2} & \frac{\partial M_2}{\partial h_3} & \frac{\partial M_2}{\partial Q_3} \\
 \hline
 & \frac{\partial C_{N-2}}{\partial h_{N-2}} & \frac{\partial C_{N-2}}{\partial Q_{N-2}} & \frac{\partial C_{N-2}}{\partial h_{N-1}} & \frac{\partial C_{N-2}}{\partial Q_{N-1}} \\
 & \frac{\partial M_{N-2}}{\partial h_{N-2}} & \frac{\partial M_{N-2}}{\partial Q_{N-2}} & \frac{\partial M_{N-2}}{\partial h_{N-1}} & \frac{\partial M_{N-2}}{\partial Q_{N-1}} \\
 & \frac{\partial C_{N-1}}{\partial h_{N-1}} & \frac{\partial C_{N-1}}{\partial Q_{N-1}} & \frac{\partial C_{N-1}}{\partial h_N} & \frac{\partial C_{N-1}}{\partial Q_N} \\
 & \frac{\partial M_{N-1}}{\partial h_{N-1}} & \frac{\partial M_{N-1}}{\partial Q_{N-1}} & \frac{\partial M_{N-1}}{\partial h_N} & \frac{\partial M_{N-1}}{\partial Q_N} \\
 & & \frac{\partial B_N}{\partial h_N} & \frac{\partial B_N}{\partial Q_N}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 -B_1^k \\
 -C_1^k \\
 -M_1^k \\
 -C_2^k \\
 -M_2^k \\
 \vdots \\
 -C_{N-2}^k \\
 -M_{N-2}^k \\
 -C_{N-1}^k \\
 -M_{N-1}^k \\
 -B_N^k
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 dh_1 \\
 dQ_1 \\
 dh_2 \\
 dQ_2 \\
 dh_3 \\
 \vdots \\
 dQ_{N-2} \\
 dh_{N-1} \\
 dQ_{N-1} \\
 dh_N \\
 dQ_N
 \end{bmatrix}
 = \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 \vdots \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix} \quad (4.116)$$

Este sistema matricial de ecuaciones se debe resolver para cada iteración necesaria para satisfacer las ecuaciones 4.38, 4.39, 4.40 y 4.41. Existen varios métodos de solución como son: el método de matriz inversa, Gauss original y Gauss modificado.

Luego de cumplidas las condiciones de resolución en una línea de tiempo, de manera que, los valores obtenidos para las incógnitas fundamentales dh_i y dQ_i sean menores que el error de tolerancia tomado; se repite todo el proceso para la siguiente línea de tiempo.

Predicciones para las incógnitas fundamentales h_i^{J+1} , Q_i^{J+1} , h_{i+1}^{J+1} , Q_{i+1}^{J+1} .

Para la primera línea de tiempo, se hace la predicción mediante las siguientes igualdades.

$$h_i^2 = h_i^1 \quad (4.117)$$

$$Q_i^2 = Q_i^1$$

Para la segunda o tercera línea de tiempo a resolver, se hace la predicción considerando un cambio regular en el valor de las incógnitas, con respecto al obtenido para ellas en la línea de tiempo anterior, o sea:

$$h_i^{J+1} = h_i^J + 0.5 (h_i^J - h_i^{J-1}) \quad (4.118)$$

$$Q_i^{J+1} = Q_i^J + 0.5 (Q_i^J - Q_i^{J-1}) \quad (4.119)$$

Para la cuarta o siguientes líneas de tiempo a resolver se puede hacer la predicción utilizando las aproximaciones siguientes:

$$h_i^{J+1} = h_i^{J-2} + A_1 (h_i^J - h_i^{J-1}) \quad (4.120)$$

$$Q_i^{J+1} = Q_i^{J-2} + A_2 (Q_i^J - Q_i^{J-1}) \quad (4.121)$$

En las ecuaciones 4.120 y 4.121, las constantes A_1 y A_2 se tomaron con un valor igual a 1. Estas constantes pueden tener otros valores dependiendo del problema del flujo planteado.

CAPITULO V

ALGORITMOS PARA EL METODO CINEMATICO Y METODO DINAMICO DE MAPEO
DE PLANICIES INUNDABLES Y SU ADAPTACION AL MODELO STANFORD IV

En este Capítulo se hará una descripción detallada desde el punto de vista de programación de los dos métodos de tránsito estudiados. Se presentan los respectivos flujogramas y las equivalencias de las variables utilizadas en lenguaje Fortran IV.

Se explica el procedimiento utilizado para la adaptación del método cinemático y el método dinámico de mapeo de planicies inundables al modelo de simulación hidrológica Stanford IV.

Algoritmo general del método cinemático para tránsito de avenidas en ríos.

El flujograma general del método cinemático se presenta en la Figura 5.1. El procedimiento de cálculo seguido en la programación en Fortran IV se puede detallar de la forma siguiente:

1. Lectura de los datos de entrada N , NT , So , θ , Δt_J , n_i , Q_i^1 , Q_1^J , ΔX_i e INDEX. Si se considera sección rectangular o trapezoidal se deben leer $TALUD_i$, B_i y el valor de INDEX será igual a cero. Si se considera sección irregular se deben leer los valores tabulados de área, altura, perímetro y ancho superior de las secciones en estudio y el valor de INDEX será igual a uno.
2. Cálculo de las predicciones para las incógnitas y_i^{J+1} y y_{i+1}^{J+1} , mediante las ecuaciones 3.56 a 3.58.
3. Cálculo de las características hidráulicas del flujo A , R y V para cada una de las secciones estudiadas, ya sea por cálculos geométricos

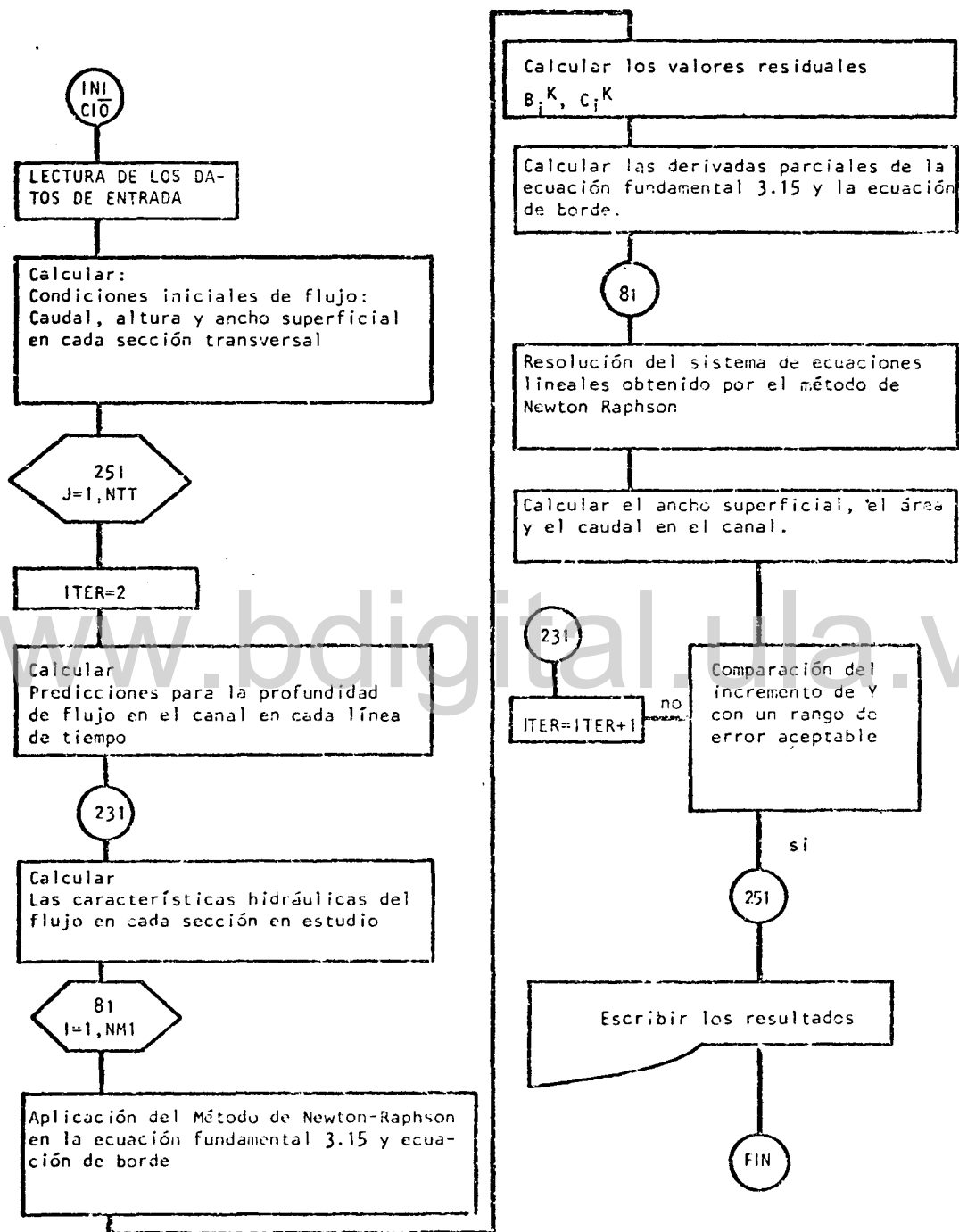


Figura 5.1. Flujograma general del método cinemático de tránsito en canales.

cos en secciones rectangulares o trapeciales, o por interpolación respecto a los datos tabulares dados en caso de secciones irregulares.

4. Cálculo de los valores residuales RB_i^K y RC_i^K mediante el sistema de ecuaciones 3.31
5. Cálculo de las derivadas parciales de la ecuación fundamental 3.15 respecto a las incógnitas Y_i^{J+1} y Y_{i+1}^{J+1} ; el desarrollo de estas derivadas será analítico o gráfico dependiendo de si la sección considerada es regular o irregular. Estas derivadas se efectúan según las ecuaciones 3.41 a 3.52 y el Anexo I.
6. Cálculo de las derivadas parciales de la condición de borde con respecto a la incógnita Y_i^{J+1} , utilizando la ecuación 3.37.
7. Resolución del sistema de ecuaciones 3.32, obteniéndose como resultados los valores de los incrementos dY_i .
8. Cálculo de Y según la ecuación 3.55.
9. Comparación de los incrementos dY_i con un rango de error aceptable ϵ_y .
10. Iteración del proceso de cálculo desarrollado desde el aparte 3 si $dY_i > \epsilon_y$.
- 11) Iteración del proceso de cálculo desarrollado desde el aparte 2 si $dY_i \leq \epsilon_y$, esto significa que se empieza a calcular para una nueva línea de tiempo.

Para facilitar una mejor interpretación del programa de computación del método cinemático se da una equivalencia de las variables utilizadas en la Tabla 5.1.

El programa que contiene al método cinemático de tránsito en lenguaje Fortran IV se denominó CINEMAT. En el Anexo II se muestra el flujograma detallado, en el Anexo III se presenta el listado correspondiente de dicho programa y sus resultados y en el Anexo IV se muestra su instructivo de uso.

Tabla 5.1 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método cinemático de tránsito para secciones generales.

Equivalencia de variables	Definición
$A = A$	Area de la sección transversal del flujo en la sección en estudio.
$AM = AM$	Datos tabulares del área para diferentes niveles en cada sección, en caso de usar áreas irregulares.
$APR02 = \bar{A}_i^J$	Area promedio entre las secciones i e $i+1$ en el tiempo J .
$APR01 = \bar{A}_i^{J+1}$	Area promedio entre las secciones i e $i+1$ en el tiempo $J+1$
$B = B$	Ancho del lecho del canal
$BS = BS$	Ancho superficial del agua en el canal
$BB = BBM = R^K$	Matriz columna constituida por los valores residuales que resultan de usar predicciones en la ecuación fundamental
$BM = BM$	Datos tabulares del ancho superficial para diferentes niveles, en caso de usar secciones irregu

Tabla 5.1. Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método cinemático de tránsito para secciones generales.
(Continuación)

Equivalencia de variables	Definición
	lares.
CAUX = RH	Radio hidráulico del flujo en el tramo en estudio
D = D	Matriz constituida por los valores de las derivadas parciales de la ecuación fundamental y la ecuación de borde, con respecto a las incógnitas en el tiempo J+1.
$DAH1 = \frac{\partial A}{\partial Y_i}$	Variación del área respecto a la profundidad en la sección i, para áreas regulares.
$DAH2 = \frac{\partial A}{\partial Y_{i+1}}$	Variación del área respecto a la profundidad en la sección i+1, para áreas regulares.
$DATH = \frac{\partial A}{\partial Y_i}$	Variación del área respecto a la profundidad en la sección i, para áreas irregulares.
$DATH1 = \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right)$	Variación de la derivada del área respecto al tiempo y respecto a Y_i , para áreas irregulares.
$DATH2 = \frac{\partial}{\partial Y_{i+1}} \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right)$	Variación de la derivada del área respecto al tiempo y respecto a Y_{i+1} , para áreas irregulares.
$DAX = \frac{\partial A}{\partial x}$	variación del área respecto a la distancia
$DAXH1 = \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)$	Variación de la derivada del área respecto a la distancia y respecto a Y_i , para áreas irregulares.

Tabla 5.1. Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método cinemático de tránsito para secciones generales.
(Continuación)

Equivalencia de variables

Definición

$$DAXH2 = \frac{\partial}{\partial Y_{i+1}} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)$$

Variación de la derivada del área respecto a la distancia y respecto a Y_{i+1} , para áreas irregulares.

$$DEX = \Delta X_i$$

Intervalo de distancia entre las secciones i e $i+1$

$$DET = \Delta t_J$$

Intervalo entre líneas de tiempo J y $J+1$

$$DIFYY = dY_i$$

Diferencia entre los valores de Y obtenidos en la iteración actual y la iteración anterior para una línea de tiempo.

$$DRHX = \frac{\partial R_h}{\partial x}$$

Variación del radio hidráulico respecto a la distancia.

$$DRHH1 = \frac{\partial R_h}{\partial Y_i}$$

Variación del radio hidráulico respecto a la profundidad en la sección i .

$$DRHH2 = \frac{\partial R_h}{\partial Y_{i+1}}$$

Variación del radio hidráulico respecto a la profundidad en la sección $i+1$

$$DPERA = \frac{\partial P}{\partial Y_i}$$

Variación del perímetro mojado respecto a la profundidad en la sección i , para áreas irregulares.

$$DRXH1 = \frac{\partial}{\partial Y_i} \left(\frac{\partial R_h}{\partial x} \right)$$

Variación de la derivada del radio hidráulico respecto a la distancia y respecto a la profundidad en la sección i para áreas irregulares.

Tabla 5.1 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método cinemático de tránsito para secciones generales.
(Continuación)

Equivalencia de variables	Definición
$DRXH2 = \frac{\partial}{\partial Y_{i+1}} \frac{\partial R_h}{\partial x}$	Variación de la derivada del radio hidráulico respecto a la distancia y respecto a la profundidad en la sección i+1 para áreas irregulares.
GENER	Subrutina utilizada para calcular, mediante la ecuación de Manning, las condiciones iniciales del flujo en secciones regulares.
INDEX	Parámetro que determina con que tipo de sección transversal del canal se trabajará; para canales de sección triangular, rectangular o trapecial INDEX = 0. Para canales irregulares INDEX = 1
I = i	Indice que se utiliza para hacer variar de nodo a nodo el proceso de cálculo
INTI	Subrutina utilizada para calcular, mediante interpolación, las condiciones iniciales de flujo en secciones irregulares.
INTERP	Subrutina utilizada para calcular las derivadas parciales de la ecuación fundamental respecto a la profundidad, mediante interpolación.
ITER = K	Indice que itera soluciones para una misma línea de tiempo, hasta que se obtienen valores de profundidad Y dentro de un error de tolerancia aceptable.

Tabla 5.1 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método cinemático de tránsito para secciones generales.
(Continuación)

Equivalencia de variables	Definición
$J = j$	Índice que se usa para hacer variar procesos de cálculo de una línea de tiempo a otra.
N	Número de subsecciones en que se subdivide el tramo del río.
NT	Número de líneas de tiempo
$NM1$	Número de intervalos de distancia
NTT	Número de intervalos de tiempo
P	Perímetro mojado del flujo en las diferentes secciones para áreas irregulares.
$PM11 = P_{i+1}^{J+1}$	Perímetro mojado en la sección $i+1$ para la línea de tiempo $J+1$, para áreas regulares
$PM12 = P_i^{J+1}$	Perímetro mojado en la sección i para la línea de tiempo $J+1$, para áreas regulares.
$PM = PM$	Datos tabulares del perímetro para diferentes niveles para el caso de áreas irregulares.
Q	Flujo en la sección
$QM = q$	Flujo que llega al canal como aporte lateral

Tabla 5.1. Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método cinemático de tránsito para secciones generales. (Continuación)

Equivalencia de variables	Definición
QN	Caudales calculados según la Ecuación de Manning como condiciones iniciales de flujo
$QMP1 = \bar{q}_i^{J+1}$	Aporte lateral promedio para el tiempo J+1
$QMP2 = \bar{q}_i^J$	Aporte lateral promedio para el tiempo J
RH	Radio hidráulico del flujo en el canal
$RH1 = \bar{R}_i^{J+1}$	Radio hidráulico promedio del flujo entre las secciones i e i+1, para el tiempo J+1
$RH2 = \bar{R}_i^J$	Radio hidráulico promedio del flujo entre las secciones i e i+1, para el tiempo J
$RM = n_i$	Rugosidad de Manning del cauce
$S0 = S_o$	Pendiente del fondo del cauce
TALUD = m	Parámetro que determina la inclinación de los taludes laterales del canal, en el caso de secciones regulares.
TETA = θ	Factor de ponderación que varía entre 0.5 y 1.0
V	Velocidad del flujo en el canal
YYY = Y	Profundidad del flujo en el canal

Tabla 5.1 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método cinemático de tránsito para secciones generales. (Continuación)

Equivalencia de variables	Definición
YM	Datos tabulares de profundidad a diferentes niveles, para el caso de secciones irregulares.

Algoritmo general del método dinámico para el tránsito en ríos con planicies inundables.

El flujograma general del método dinámico para el tránsito en ríos con planicies inundables se presenta en la Figura 5.2. El procedimiento de cálculo seguido en la programación en Fortran IV se puede detallar en la forma siguiente:

1. Lectura de los datos de entrada N , NT , SOC , SOP , θ , Δt_j , CRC , CRP , Q_i^{J-1} , Q_i^J , Q_N^J , ΔX_{ci} , ΔX_{pi} , V_w , B_{max} , P_{mmax} , A_{max} , Y_{max} y los datos tabulares de área, perímetro mojado, ancho superior y altura en todas las secciones del canal en estudio.
2. Cálculo de las predicciones para las incógnitas h_i^{J+1} , Q_i^{J+1} , h_{i+1}^{J+1} y Q_{i+1}^{J+1} mediante las ecuaciones 4.117 a 4.121.
3. Cálculo de las características hidráulicas del flujo Y , A , R y V para cada una de las secciones estudiadas, mediante la interpolación respecto a los datos tabulares dados para dichas secciones.
4. Cálculo de los valores residuales RB_i^K , RC_i^K y RM_i^K mediante el sistema de ecuaciones 4.37.
5. Cálculo de las derivadas parciales de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento con respecto a las incógnitas h_i^{J+1} , Q_i^{J+1} , h_{i+1}^{J+1} y Q_{i+1}^{J+1} según ecuaciones 4.42 a 4.49.

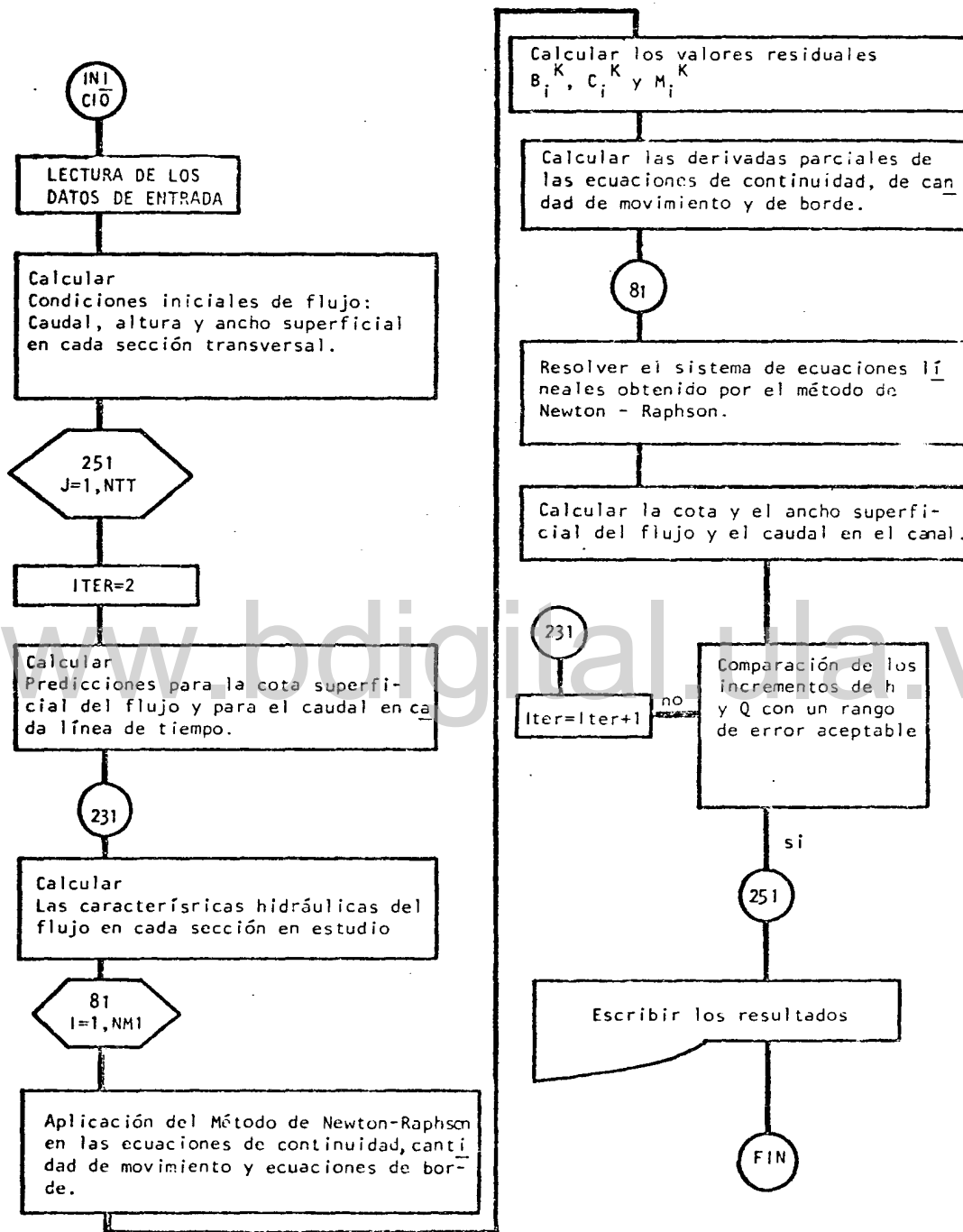


Figura 5.2. Flujograma general del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación.

6. Cálculo de las derivadas parciales de las condiciones de borde con respecto a las incógnitas h_i^{J+1} y Q_i^{J+1} , utilizando dos de las ecuaciones 4.32 a 4.34 de acuerdo a las condiciones particulares del problema en estudio.
7. Resolución del sistema de ecuaciones 4.37, el cual puede ser descrito por el sistema matricial 4.116, mediante el método de Gauss modificado.
8. Cálculo de h y Q mediante las ecuaciones 4.38 y 4.39
9. Comparación de los incrementos dh_i y dQ_i con rangos de error aceptables ϵ_h y ϵ_Q .
10. Iteración del proceso de cálculo desarrollado desde el aparte 3 si $dh_i > \epsilon_h$ y $dQ_i > \epsilon_Q$.
11. Iteración del proceso de cálculo desarrollado desde el aparte 2 si $dh_i \leq \epsilon_h$ y $dQ_i \leq \epsilon_Q$, esto significa que se empieza a calcular para una nueva línea de tiempo.

Para facilitar una mejor interpretación del programa de computación del método dinámico de tránsito en planicies inundables, se da una equivalencia de las variables utilizadas en la Tabla 5.2.

El programa que contiene al modelo dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación en lenguaje Fortran IV se denominó PLANICIE. En el Anexo V se muestra el flujograma detallado, en el Anexo VI se presenta el listado de dicho programa y sus resultados y en el Anexo VII se muestra su instructivo de uso

Tabla 5.2 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación.

Equivalencia de variables	Definición
$A = A$	Area total de la sección transversal del flujo en la sección en estudio
$AC = A_c$	Area de flujo correspondiente al cauce definido del río
$AP = A_p$	Area del flujo correspondiente a la planicie
$AM = AM$	Datos tabulares del área para diferentes niveles en cada sección en estudio
$AMAX = A_{max}$	Area máxima de flujo en el cauce del río, antes del desborde.
$ACPR01 = \overline{A_{ci}^{J+1}}$	Area promedio entre las secciones i e $i+1$, para el cauce, en el tiempo $J+1$
$ACPR02 = \overline{A_{ci}^J}$	Area promedio entre las secciones i e $i+1$, para el cauce, en el tiempo J
$APPR01 = \overline{A_{pi}^{J+1}}$	Area promedio entre las secciones i e $i+1$, para la planicie, en el tiempo $J+1$
$APPR02 = \overline{A_{pi}^J}$	Area promedio entre las secciones i e $i+1$, para la planicie, en el tiempo J .
$B = B$	Ancho superficial del flujo en la sección.

Tabla 5.2 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación. (Continuación).

Equivalencia de variables	Definición
$BB = BBM = R^K$	Matriz columna constituida por los valores residuales que resultan de usar predicciones en las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento.
$BM = BM$	Datos tabulares del ancho superficial para diferentes niveles, en cada sección en estudio.
$BMAX = B_{max}$	Ancho máximo del flujo en el cauce del río, antes de desbordarse.
$C = C$	Matriz constituida por los incrementos dh y dQ
$CALA1 = \frac{\partial A}{\partial t}$	Variación del área total respecto al tiempo.
$D = D$	Matriz cuadrada de coeficientes constituida por los valores de las derivadas parciales de las ecuaciones de borde, de continuidad y de cantidad de movimiento con respecto a las incógnitas en el tiempo $J+1$.
$DET = \Delta t_J$	Intervalo entre líneas de tiempo J y $J+1$
$DEXC = \Delta X_{ci}$	Intervalo de distancia entre las secciones i e $i+1$, a lo largo del cauce meándrico del río.
$DEXP = \Delta X_{pi}$	Intervalo de distancia entre las secciones i e $i+1$, a lo largo de la planicie inundable.

Tabla 5.2 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación. (Continuación)

Equivalencia de variables

Definición

$$DIFHM = dh_i$$

Diferencia entre los valores de h obtenidos de la iteración actual y la iteración anterior para una línea de tiempo.

$$DIFQQ = dQ_i$$

Diferencia entre los valores de Q obtenidos en la iteración actual y la iteración anterior para una línea de tiempo.

$$DFIH1 = \frac{\partial \Phi}{\partial h_i}$$

Variación del parámetro Φ respecto a la cota de agua, en la sección i

$$DFIH2 = \frac{\partial \Phi}{\partial h_{i+1}}$$

Variación del parámetro Φ respecto a la cota de agua, en la sección $i+1$

$$DFIQ1 = \frac{\partial \Phi}{\partial Q_i}$$

Variación del parámetro Φ respecto al flujo, en la sección i .

$$DFIQ2 = \frac{\partial \Phi}{\partial Q_{i+1}}$$

Variación del parámetro Φ respecto al flujo, en la sección $i+1$

$$DFIPH1 = \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial h_i}$$

Variación del promedio del parámetro Φ entre las secciones i e $i+1$, respecto a la cota de agua en la sección i .

$$DFIPH2 = \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial h_{i+1}}$$

Variación del promedio del parámetro Φ entre las secciones i e $i+1$, respecto a la cota de agua en la sección $i+1$.

Tabla 5.2 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación (Continuación).

Equivalencia de variables

Definición

$$DFQH1 = \frac{\partial \left(\frac{\phi^2 Q^2}{A_c} \right)}{\partial h_i}$$

Variación del término $\left(\frac{\phi^2 Q^2}{A_c} \right)$, respecto a la cota de agua en la sección i .

$$DFQH2 = \frac{\partial \left(\frac{\phi^2 Q^2}{A_c} \right)}{\partial h_{i+1}}$$

Variación del término $\left(\frac{\phi^2 Q^2}{A_c} \right)$, respecto a la cota de agua en la sección $i+1$.

$$DFQQ1 = \frac{\partial \left(\frac{\phi^2 Q^2}{A_c} \right)}{\partial Q_i}$$

Variación del término $\left(\frac{\phi^2 Q^2}{A_c} \right)$, respecto a flujo en la sección i .

$$DFQQ2 = \frac{\partial \left(\frac{\phi^2 Q^2}{A_c} \right)}{\partial Q_{i+1}}$$

Variación del término $\left(\frac{\phi^2 Q^2}{A_c} \right)$, respecto al flujo en la sección $i+1$.

$$DRCH1 = \frac{\partial RH_c}{\partial h_i}$$

Variación del radio hidráulico en el cauce, respecto a la cota de agua en la sección i .

$$DRCH2 = \frac{\partial RH_c}{\partial h_{i+1}}$$

Variación del radio hidráulico en el cauce, respecto a la cota de agua en la sección $i+1$.

$$DRCPH1 = \frac{\partial \overline{RH_c}}{\partial h_i}$$

Variación del radio hidráulico promedio entre las secciones i e $i+1$ del cauce, respecto a la cota de agua en la sección i .

$$DRCPH2 = \frac{\partial \overline{RH_c}}{\partial h_{i+1}}$$

Variación del radio hidráulico promedio entre las secciones i e $i+1$ del cauce, respecto a la cota de agua en la sección $i+1$.

Tabla 5.2 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación. (Continuación)

Equivalencia de variables

Definición

$$DRPH1 = \frac{\partial RH_p}{\partial h_i}$$

Variación del radio hidráulico en la planicie, respecto a la cota de agua en la sección i .

$$DRPH2 = \frac{\partial RH_p}{\partial h_{i+1}}$$

Variación del radio hidráulico en la planicie, respecto a la cota de agua en la sección $i+1$.

$$DRPPH1 = \frac{\partial \overline{RH_p}}{\partial h_i}$$

Variación de radio hidráulico promedio entre las secciones i e $i+1$ de la planicie, respecto a la cota de agua en la sección i .

$$DRPPH2 = \frac{\partial \overline{RH_p}}{\partial h_{i+1}}$$

Variación del radio hidráulico promedio entre las secciones i e $i+1$ de la planicie, respecto a la cota de agua en la sección $i+1$.

$$DSCPH1 = \frac{\partial \overline{Sf_c}}{\partial h_i}$$

Variación de la pendiente de fricción en el cauce respecto a la cota de agua en la sección i .

$$DSCPH2 = \frac{\partial \overline{Sf_c}}{\partial h_{i+1}}$$

Variación de la pendiente de fricción en el cauce respecto a la cota de agua en la sección $i+1$.

$$DSCPQ1 = \frac{\partial \overline{Sf_c}}{\partial Q_i}$$

Variación de la pendiente de fricción en el cauce respecto al flujo en la sección i .

$$DSCPQ2 = \frac{\partial \overline{Sf_c}}{\partial Q_{i+1}}$$

Variación de la pendiente de fricción en el cauce respecto al flujo en la sección $i+1$.

$$DSPPH1 = \frac{\partial \overline{Sf_p}}{\partial h_i}$$

Variación de la pendiente de fricción en la planicie respecto a la cota de agua en la sección i .

Tabla 5.2. Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación. (Continuación)

Equivalencia de variables

Definición

$$DSPPH2 = \frac{\partial \overline{Sf_p}}{\partial h_{i+1}}$$

Variación de la pendiente de fricción en la planicie respecto a la cota de agua en la sección i+1.

$$DSPPQ1 = \frac{\partial \overline{Sf_p}}{\partial Q_i}$$

Variación de la pendiente de fricción en la planicie respecto al flujo en la sección i.

$$DSPPQ2 = \frac{\partial \overline{Sf_p}}{\partial Q_{i+1}}$$

Variación de la pendiente de fricción en la planicie respecto al flujo en la sección i+1.

$$DTAH1 = \frac{\partial \overline{T}}{\partial h_i}$$

Variación del parámetro T respecto a la cota de agua, en la sección i.

$$DTAH2 = \frac{\partial \overline{T}}{\partial h_{i+1}}$$

Variación del parámetro T respecto a la cota de agua, en la sección i+1

$$DTAPH1 = \frac{\partial \bar{T}}{\partial h_i}$$

Variación del promedio del parámetro T entre las secciones i e i+1, respecto a la cota de agua en la sección i.

$$DTAPH2 = \frac{\partial \bar{T}}{\partial h_{i+1}}$$

Variación del promedio del parámetro T entre las secciones i e i+1, respecto a la cota de agua en la sección i+1.

$$DZIH1 = \frac{\partial \Psi}{\partial h_i}$$

Variación del parámetro Ψ respecto a la cota de agua, en la sección i.

$$DZIH2 = \frac{\partial \Psi}{\partial h_{i+1}}$$

Variación del parámetro Ψ respecto a la cota de agua, en la sección i+1.

Tabla 5.2 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación. (Continuación).

Equivalencia de variables	Definición
$DZ1PH1 = \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial h_i}$	Variación del promedio de parámetro Ψ entre las secciones i e $i+1$, respecto a la cota de agua en la sección i .
$DZ1PH2 = \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial h_{i+1}}$	Variación del promedio del parámetro Ψ entre las secciones i e $i+1$ respecto a la cota de agua en la sección $i+1$.
$FI = \Phi$	Parámetro que determina el porcentaje de flujo en el cauce, respecto al flujo total.
$FIPR1 = \bar{\Phi}_i^{J+1}$	Promedio del parámetro Φ entre las secciones i e $i+1$, en el tiempo $J+1$.
$FIPR2 = \bar{\Phi}_i^J$	Promedio del parámetro Φ entre las secciones i e $i+1$, en el tiempo J .
$GM = g$	Constante de gravedad
GAUSS	Subprograma que resuelve al sistema de ecuaciones 4.37 por el método de Gauss.
$HM = h$	Cota de superficie de agua en la sección.
$I = i$	Índice que se utiliza para hacer variar de nodo a nodo el proceso de cálculo.
$ITER = K$	Índice que itera soluciones para una misma línea de tiempo hasta que se obtienen valores de cota h y caudal Q dentro de un error de tolerancia aceptable.
$J = j$	Índice que se usa para hacer variar procesos de cálculo de una línea de tiempo a otra.

Tabla 5.2 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación. (Continuación).

Equivalencia de variables	Definición
$KNO = 2N$	Número de filas y columnas que tiene la matriz de coeficientes D.
N	Número de secciones en que se subdivide el tramo de río.
NM1	Número de intervalos de distancia
NT	Número de líneas de tiempo
NTT	Número de intervalos de tiempo
P	Perímetro mojado total del flujo en la sección en estudio.
$PC = P_c$	Perímetro mojado en el cauce definido del río.
$PM = P_M$	Datos tabulares del perímetro para diferentes niveles en cada sección en estudio.
$PMAX = P_{max}$	Perímetro mojado máximo en el cauce del río, antes del desborde.
$PP = P_p$	Perímetro mojado correspondiente a la planicie
$PCPR01 = \overline{P_{ci}}^{J+1}$	Perímetro mojado promedio entre las secciones i e i+1, para el cauce, en el tiempo J+1.
$PCPR02 = \overline{P_{ci}}^J$	Perímetro mojado promedio entre las secciones i e i+1, para el cauce, en el tiempo J.
$PPPR01 = \overline{P_{pi}}^{J+1}$	Perímetro mojado promedio entre las secciones i e i+1, para la planicie, en el tiempo J+1.

Tabla 5.2 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación (Continuación).

Equivalencia de variables	Definición
$PPPR02 = \overline{P_{pi}}^J$	Perímetro mojado promedio entre las secciones i e $i+1$, para la planicie, en el tiempo J .
Q	Flujo o caudal total en la sección.
$QMAX = Q_{max}$	Caudal máximo en el cauce del río, antes de desbordarse.
$QM = q$	Flujo que llega al cauce como aporte lateral.
$QMP1 = \overline{q_i}^{J+1}$	Aporte lateral promedio para el tiempo $J+1$
$QMP2 = \overline{q_i}^J$	Aporte lateral promedio para el tiempo J
$QP1 = \overline{Q_i}^{J+1}$	Flujo promedio para el tiempo $J+1$
$QP2 = \overline{Q_i}^J$	Flujo promedio para el tiempo J
$RHC = RH_c$	Radio hidráulico correspondiente al flujo en el cauce.
$RHP = RH_p$	Radio hidráulico correspondiente al flujo en la planicie.
$RHC1 = \overline{R_{ci}}^{J+1}$	Radio hidráulico promedio correspondiente al flujo en el cauce entre las secciones i e $i+1$, para el tiempo $J+1$

Tabla 5.2 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación. (Continuación).

Equivalencia de variables	Definición
$RHC2 = \overline{R}_{ci}^J$	Radio hidráulico promedio correspondiente al flujo en el cauce entre las secciones i e $i+1$, para el tiempo J .
$RHP1 = \overline{R}_{pi}^{J+1}$	Radio hidráulico promedio correspondiente al flujo en la planicie entre las secciones i e $i+1$, para el tiempo $J+1$.
$RHP2 = \overline{R}_{pi}^J$	Radio hidráulico promedio correspondiente al flujo en la planicie entre las secciones i e $i+1$, para el tiempo J .
$RMC = n_c$	Rugosidad de Manning en el cauce
$RMP = n_p$	Rugosidad de Manning en la planicie
$SFCP1 = \overline{Sf}_{ci}^{J+1}$	Pendiente de fricción promedio en el cauce para el tiempo $J+1$.
$SFCP2 = \overline{Sf}_{ci}^J$	Pendiente de fricción promedio en el cauce para el tiempo J .
$SFPP1 = \overline{Sf}_{pi}^{J+1}$	Pendiente de fricción promedio en la planicie para el tiempo $J+1$.
$SFPP2 = \overline{Sf}_{pi}^J$	Pendiente de fricción promedio en la planicie para el tiempo J .

Tabla 5.2 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación. (Continuación).

Equivalencia de variables	Definición
$SOC = Soc$	Pendiente de fondo del cauce
$SOP = Sop$	Pendiente del terreno en la planicie
$TAU = T$	Parámetro que determina el porcentaje de flujo en la planicie, respecto al flujo total.
$TAUPR1 = \bar{T}_i^{J+1}$	Promedio del parámetro T entre las secciones i e i+1, en el tiempo J+1.
$TAUPR2 = \bar{T}_i^J$	Promedio del parámetro T entre las secciones i e i+1, en el tiempo J.
$TETA = \theta$	Factor de ponderación que varía entre 0.5 y 1.0
$VX = Vx$	Velocidad del flujo que entra al canal como aporte lateral.
$VXP2 = \overline{Vxi}^J$	Velocidad promedio del flujo que entra como aporte lateral, en el tiempo J.
$VXP1 = \overline{Vxi}^{J+1}$	Velocidad promedio del flujo que entra como aporte lateral, en el tiempo J+1.
$YM = YM$	Datos tabulares de profundidad a diferentes niveles, en cada sección en estudio.

Tabla 5.2 Equivalencia utilizada para las variables en la programación en Fortran del método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación. (Continuación).

Equivalencia de variables	Definición
$Y_{MAX} = Y_{max}$	Profundidad máxima de flujo en el cauce, antes de desbordarse.
$YYY = Y$	Altura del flujo en el canal
$ZI = \Psi$	Parámetro resultante del cociente entre el flujo en la planicie y el flujo en el cauce.
$ZIPR01 = \bar{\Psi}_i^{J+1}$	Promedio del parámetro Ψ entre las secciones i e $i+1$ en el tiempo $J+1$.
$ZIPR02 = \bar{\Psi}_i^J$	Promedio del parámetro Ψ entre las secciones i e $i+1$ en el tiempo J
$ZZ = Z$	Cota de fondo del canal.

Adaptación de los dos métodos de tránsito estudiados al modelo de Simulación hidrológica Stanford IV.

Uno de los objetivos del presente trabajo es la adaptación del método cinemático de tránsito en ríos y el método dinámico de tránsito en ríos con planicies de inundación al modelo de simulación Stanford IV, dependiendo de las condiciones para las cuales cada uno de los métodos estudiados es aplicable.

Para simular el movimiento del agua en una cuenca, mediante el modelo

Stanford IV, ésta se divide en segmentos de tal manera que en ellos las características climáticas como evapotranspiración y precipitación y las características fisiográficas, entre ellas, infiltración e intercepción sean uniformes.

Si la cuenca es muy grande puede ser conveniente, aparte de la división en segmentos ya citada, dividirla en subcuencas, realizando de esta manera el tránsito por separado en cada una de dichas subcuencas. Los extremos aguas abajo de estas subcuencas se denominan puntos de flujo. Para mayor información acerca de la división en segmentos y en subcuencas ver la Figura 5.3.

En el modelo Stanford IV el tránsito de la escorrentía que llega a los cauces se realiza mediante la subrutina CHANNEL la cual se basa en el método de Clark (1945), quien transita el histograma tiempo área a través de un embalse, para así representar la atenuación debida al almacenamiento en los canales.

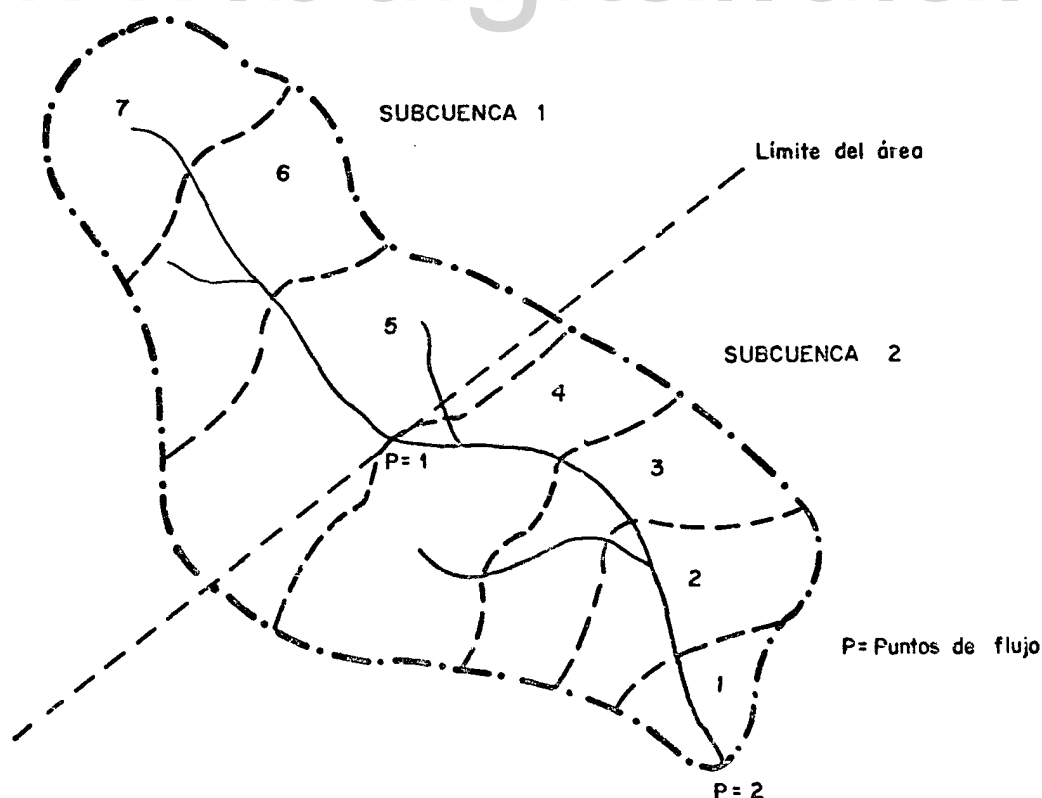


Figura 5.3. Esquema típico de la subdivisión de una cuenca para el tránsito del flujo en el Modelo Stanford IV.

El agua que llega al cauce del río para ser transitada se obtiene sumando el escurrimiento superficial, el interflujo, el agua de las áreas impermeables y el caudal base aportado por el agua subterránea. El flujo proveniente de una subcuenca que alimenta a otra, se adiciona al volumen de escorrentía a transitar en el cauce principal de esta última.

Adaptación de los programas CINEMAT y PLANICIE al modelo Stanford IV

Como los programas CINEMAT y PLANICIE transitarán avenidas en situaciones completamente diferentes, entonces, dependiendo del caso, la nueva subrutina CHANEL contendrá a su vez a la subrutina CINEMAT o a la subrutina PLANICIE y sustituirá a la original que contenía al método de Clark.

Ambos métodos de tránsito estudiados, subdividen el río, dependiendo de su longitud, en secciones. Según se muestra en la Figura 5.3, el tránsito se realiza desde la cabecera de la cuenca y en caso de estar dividida ésta en subcuencas, se hace un primer tránsito para la subcuenca 1 hasta el punto de flujo, $P = 1$; y un segundo tránsito, tomando el hidrograma aportado por el primer tránsito, para la subcuenca 2 hasta el punto de flujo, $P = 2$. En el Anexo IX se presenta un listado del modelo Stanford IV original que utiliza el método de Clark para el tránsito.

Además en el Anexo VIII se presenta el Instructivo de Uso del Modelo Stanford IV Original.

CAPITULO VI

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

En el presente Capítulo se hace un análisis de estabilidad del programa CINEMAT y del programa POPOYUA estudiado por Bonilla (1978). Se determina el rango de aplicabilidad de cada uno de estos programas, dependiendo de las condiciones imperantes en la cuenca.

Se hace un análisis de consistencia para los programas CINEMAT y POPOYUA, es decir, para el rango en que cada uno de ellos es aplicable, determinar si se mantienen los resultados en secciones estratégicas del río cuando se consideran diferentes intervalos de distancia.

Se efectúa un análisis de precisión del programa CINEMAT respecto al programa POPOYUA, teniendo como base un problema de tránsito en un canal, resuelto por Streeter y Willie (1967) por el método de las características.

Se realiza un análisis comparativo de tiempo de computación entre las alternativas de sección rectangular, trapecial e irregular del método cinemático respectivamente. Además se comparan tiempos de computación respecto al programa de tránsito dinámico POPOYUA.

Se hace un análisis de convergencia del método numérico utilizado, variando el error de tolerancia utilizado para encontrar los valores de las incógnitas fundamentales.

Se analizan los resultados dados por el programa PLANICIE el cual transita avenidas a través de ríos en planicies inundables y se exponen sus ventajas y limitaciones.

Finalmente se explican los resultados del modelo de Simulación Stanford IV al modificar la subrutina CHANEL ya sea con el subprograma CINEMAT o con el

tran en las Tablas 6.1, 6.2, 6.3 y 6.4.

Analizando los resultados dados por las tablas mencionadas, se observa en la Tabla 6.2, para el caso de $S = 0,2$ y $n = 0,018$, que el método dinámico se presenta muy errático y para la mayoría de las condiciones presenta inestabilidad. En la Tabla 6.1, para este mismo caso, el método cinemático es estable para intervalos de distancia menores de 4000 metros y cualquier intervalo de tiempo, presentando inestabilidad para intervalos de distancia mayores de 5000 metros.

En la Tabla 6.3, para el caso de $S = 0,001$ y $n = 0,040$, el método cinemático es estable para intervalos de distancia menores de 400 metros, presentando inestabilidad para distancias mayores de 500 metros. En la Tabla 6.4, para este mismo caso, el método dinámico se comporta igual al método cinemático en cuanto a estabilidad.

Analizando las tablas ya citadas, en la Tabla 6.1 se observa que el método cinemático es estable para un intervalo de distancia de 10.000 metros y un intervalo de tiempo de 10.000 segundos, siendo inestable para el mismo intervalo de distancia e intervalos de tiempo menores de 10.000 segundos. De igual manera en la Tabla 6.4 se observa que el método dinámico es estable para un intervalo de distancia de 1.000 metros y un intervalo de tiempo de 10.000 segundos, siendo inestable para el mismo intervalo de distancia e intervalos de tiempo menores de 10.000 segundos.

Por lo dicho en el párrafo anterior, se intuye que ambos programas podrían hacerse estables para intervalos de distancia mayores, cuando se aumenta el intervalo de tiempo. Para comprobar lo anterior se hace un análisis de estabilidad para los intervalos de distancia 1.000 y 10.000 metros en que se presentaban problemas de inestabilidad, permaneciendo el resto de condiciones i -

subprograma PLANICIE.

Análisis de los métodos cinemático y dinámico estudiados

Streeter y Wylie (1967) aplican el método de las características para el tránsito en un canal de condiciones geométricas y coeficiente de resistencia conocidos. Teniéndose como datos, además, el hidrograma de entrada, la condición de nivel-descarga a la salida y las condiciones iniciales del flujo a lo largo de toda la extensión en estudio.

Para el análisis de estabilidad de los métodos de tránsito cinemático y dinámico estudiados, se conservarán las mismas condiciones del problema tratado por Streeter y Wylie (1967), procediendo a variar la pendiente de fondo del cauce y la rugosidad de Manning.

Se tomaron dos condiciones opuestas las cuales son:

1. Pendiente de fondo, $S = 0,2$ y rugosidad de Manning, $n = 0,018$
2. Pendiente de fondo, $S = 0,001$ y rugosidad de Manning, $n = 0,040$

Estas dos condiciones son totalmente opuestas, puesto que una pendiente de 0.2, relativamente alta, y un coeficiente de rugosidad de 0,018 el cual es relativamente pequeño para un cauce, dan lugar a flujo de grandes velocidades que se pueden producir en la parte alta de las cuencas. Por otra parte, una pendiente de 0,001 relativamente baja y un coeficiente de rugosidad de 0,040, el cual es relativamente alto, dan lugar a flujo de velocidades bajas propio de la parte baja de cuencas.

Para el análisis de estabilidad, usando las dos condiciones opuestas citadas, se hizo variar el intervalo de distancia, ΔX , entre 1 y 10.000 metros y el intervalo de tiempo, Δt , entre 10 y 10.000 segundos. Los resultados se mues

Tabla 6.1 Análisis de estabilidad del método cinemático

Pendiente de fondo = 0.2
Rugosidad de Manning = 0.018

ΔX (mts) Δt (seg)	1	10	100	1.000	4.000	10.000
10	Estable	Estable	Estable	Estable	Estable	Inestable
100	Estable	Estable	Estable	Estable	Estable	Inestable
1.000	Estable	Estable	Estable	Estable	Estable	Inestable
10.000	Estable	Estable	Estable	Estable	Estable	Estable

Tabla 6.2 Análisis de estabilidad del método dinámico estudiado por Bonilla (1978).

Pendiente de fondo = 0.2

Rugosidad de Manning = 0.018

ΔX (mts) Δt (seg)	1	10	100	1000	4.000	10.000
10	Estable	Inestable	Inestable	Inestable	Inestable	Inestable
100	Estable	Estable	Inestable	Estable	Inestable	Inestable
1.000	Estable	Inestable	Inestable	Estable	Inestable	Inestable
10.000	Estable	Estable	Inestable	Estable	Estable	Inestable

Tabla 6.3 Análisis de estabilidad del método cinemático

Pendiente de fondo = 0.001
Rugosidad de Manning = 0.040

ΔX (m) Δt (seg)	1	10	100	500	1.000	10.000
10	Estable	Estable	Estable	Inestable	Inestable	Inestable
100	Estable	Estable	Estable	Inestable	Inestable	Inestable
1.000	Estable	Estable	Estable	Estable	Inestable	Inestable
10.000	Estable	Estable	Estable	Estable	Inestable	Inestable

Tabla 6.4 Análisis de estabilidad del método dinámico estudiado por Bonilla (1978)

Pendiente de fondo = 0.001
Rugosidad de Manning = 0.040

$\frac{\Delta X}{\Delta t}$ (mts) (seg)	1	10	100	500	1000	10.000
10	Estable	Estable	Inestable	Inestable	Inestable	Inestable
100	Estable	Estable	Estable	Estable	Inestable	Inestable
1.000	Estable	Estable	Estable	Estable	Inestable	Inestable
10.000	Estable	Estable	Estable	Estable	Estable	Estable

guales a las dadas para la obtención de las Tablas 6.1 a 6.4. Los resultados se presentan en las Tablas 6.5 y 6.6

Analizando las Tablas 6.5 y 6.6 se observa que el método cinemático, para el caso de $S = 0.001$ y $n = 0.040$, sigue siendo inestable para intervalos de distancia mayores de 1.000 metros a pesar de seguir aumentando los intervalos de tiempo hasta 20.000 segundos. Para el caso de $S = 0.2$ y $n = 0.018$, el método cinemático sigue siendo estable al continuar aumentando el intervalo de tiempo hasta 20.000 segundos.

En cuanto al método dinámico, para ambos casos, se hace estable al aumentar el intervalo de tiempo, es decir, tiende a ser aplicable para intervalos de distancia mayores de 5.000 metros. Para estos dos casos particulares se comprobó que el método dinámico se hace estable para intervalos de distancia mayores de 5.000 metros al disminuir la relación $\Delta X/\Delta t$.

Por otra parte, manteniendo constantes todos los parámetros del problema estudiado por Streeter y Wylie, se hizo un análisis de estabilidad haciendo variar sólo la pendiente del canal y se notó que el método cinemático tiende a hacerse estable para intervalos de distancia mayores a medida que la pendiente del canal aumenta. Además, el método dinámico tiende a hacerse estable para intervalos de distancia más grandes, a medida que las pendientes del terreno se hacen menores.

Esta tendencia queda corroborada en las Tablas 6.1 a 6.4 donde se observa el efecto de la pendiente, es decir, el método cinemático tiene un rango de estabilidad mayor en cuanto a ΔX se refiere, para el caso de $S_0 = 0.2$; mientras que el método dinámico tiene un rango de estabilidad mayor para el caso de $S_0 = 0.001$.

Tabla 6.5 Efectos del parámetro $\Delta X/\Delta t$ en la estabilidad de los métodos cinemático y dinámico

Pendiente de fondo = 0.2
Rugosidad de Manning = 0.018

Método	ΔX	Δt (seg)		5.000	10.000	12.000	15.000	20.000
		$\Delta X/\Delta t$		0.2	0.1	0.083	0.067	0.05
Cinemático	$\Delta X=1.000m$			Estable	Estable	Estable	Estable	Estable
	$\Delta X=10.000m$	$\Delta X/\Delta t$		2	1	0.83	0.67	0.5
				Estable	Estable	Estable	Estable	Estable
		$\Delta X/\Delta t$		0.2	0.1	0.083	0.067	0.05
Método dinámico	$\Delta X=1.000m$			Estable	Estable	Estable	Estable	Estable
	$\Delta X=10.000m$	$\Delta X/\Delta t$		2	1	0.83	0.67	0.5
				Inestable	Inestable	Inestable	Estable	Estable
		$\Delta X/\Delta t$						

Tabla 6.6 Efectos del parámetro $\Delta X/\Delta t$ en la estabilidad de los métodos cinemático y dinámico

Pendiente de fondo = 0.001
Rugosidad de Manning = 0.040

	Δt (seg)	5.000	10.000	12.000	15.000	20.000
Método Cinemático	$\Delta X=1.000m$	$\Delta X/\Delta t$	0.2	0.1	0.067	0.05
		Inestable	Inestable	Inestable	Inestable	Inestable
	$\Delta X=10.000m$	$\Delta X/\Delta t$	2	1	0.67	0.5
		Inestable	Inestable	Inestable	Inestable	Inestable
	$\Delta X=1.000m$	$\Delta X/\Delta t$	0.2	0.1	0.067	0.05
		Estable	Estable	Estable	Estable	Estable
Método dinámico	$\Delta X=10.000m$	$\Delta X/\Delta t$	2	1	0.67	0.5
		Estable	Estable	Estable	Estable	Estable

Es conveniente aclarar que en este análisis de estabilidad de los métodos cinemático y dinámico no se ha tomado en cuenta la precisión de los resultados, sino sólo la capacidad de obtención de la onda del tránsito de cada método para diferentes características.

Análisis de consistencia de los métodos cinemático y dinámico.

Pensando en ahorro de tiempo de computación, se analiza la posibilidad de utilizar intervalos de distancia lo más grande posibles dentro del rango de aplicabilidad de cada uno de los métodos.

Se programaron ambos métodos para 20 secciones de estudio con intervalos de distancia de 1, 10, 100 y 1.000 metros, de manera que la décima y vigésima secciones del caso de $\Delta X = 1$ metro coincidan con la segunda y tercera secciones del caso de $\Delta X = 10$ metros y así sucesivamente. Se compararon resultados y se observó que son semejantes; por lo tanto, los dos métodos son consistentes en sus resultados para diferentes intervalos de distancia.

Análisis de precisión del método cinemático respecto al método dinámico.

Tomando como referencia y aceptando como resultados confiables los dados por el problema de tránsito estudiado por Streeter y Wylie (1967), Bonilla (1978) comparó los resultados obtenidos en su modelo dinámico con los correspondientes a dichos autores y encontró que ambas soluciones eran muy semejantes.

Se procedió a comparar los resultados obtenidos por el método cinemático con los encontrados por Streeter y Wylie (1967), dichos resultados se observan en las Tablas 6.7 y 6.8 y en la Figura 6.1.

Tabla 6.7. Resultados obtenidos por Streeten y Nylic para el tránsito en un canal particular por el efecto de las características

Simulación del tránsito en un canal usando el método de las características
 Intervalo de distancia entre secciones = 304,80 mts.
 Tiempo en minutos
 Velocidades de flujo en metros entre segundos
 Altura de agua en metros
 Rugosidad de Manning = 0,0185
 Pendiente del fondo del canal = 0,0016

Tiempo	I=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.0	V=	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37
	Y=	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83
0.346	V=	2.31	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37
	Y=	1.84	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83
2.076	V=	2.51	2.44	2.40	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37
	Y=	1.91	1.87	1.84	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83
3.806	V=	2.59	2.53	2.48	2.43	2.39	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37
	Y=	2.00	1.94	1.90	1.86	1.84	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83
5.536	V=	2.65	2.60	2.55	2.50	2.46	2.42	2.39	2.37	2.37	2.37
	Y=	2.03	2.02	1.97	1.92	1.88	1.86	1.84	1.83	1.83	1.83
7.266	V=	2.71	2.67	2.62	2.57	2.52	2.48	2.44	2.41	2.39	2.38
	Y=	2.18	2.11	2.05	1.99	1.94	1.90	1.87	1.85	1.84	1.83
8.927	V=	2.76	2.72	2.68	2.63	2.58	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40
	Y=	2.27	2.20	2.14	2.07	2.01	1.96	1.92	1.89	1.86	1.85
10.484	V=	2.80	2.76	2.72	2.68	2.64	2.59	2.55	2.51	2.47	2.44
	Y=	2.36	2.29	2.22	2.15	2.09	2.03	1.98	1.94	1.90	1.87
12.061	V=	2.84	2.81	2.77	2.73	2.69	2.65	2.60	2.56	2.52	2.48
	Y=	2.45	2.38	2.31	2.24	2.17	2.11	2.05	1.99	1.95	1.91
13.598	V=	2.87	2.84	2.81	2.78	2.74	2.70	2.66	2.61	2.57	2.53
	Y=	2.53	2.46	2.39	2.32	2.25	2.18	2.12	2.06	2.01	1.96
15.155	V=	2.91	2.88	2.85	2.82	2.78	2.75	2.71	2.67	2.62	2.59
	Y=	2.61	2.55	2.48	2.41	2.34	2.27	2.20	2.14	2.08	2.02
16.712	V=	2.94	2.92	2.89	2.86	2.82	2.79	2.75	2.71	2.68	2.65
	Y=	2.71	2.64	2.56	2.49	2.42	2.35	2.28	2.22	2.15	2.08
18.269	V=	2.97	2.95	2.92	2.89	2.86	2.83	2.80	2.76	2.73	2.71
	Y=	2.79	2.72	2.65	2.58	2.51	2.44	2.37	2.30	2.23	2.15
19.670	V=	3.00	2.98	2.95	2.92	2.90	2.87	2.83	2.80	2.77	2.76
	Y=	2.87	2.80	2.73	2.66	2.59	2.51	2.44	2.37	2.30	2.22
21.072	V=	2.93	2.93	2.93	2.95	2.93	2.90	2.87	2.84	2.81	2.81
	Y=	2.82	2.83	2.81	2.73	2.66	2.59	2.52	2.45	2.37	2.28
22.473	V=	2.69	2.75	2.84	2.91	2.95	2.93	2.90	2.87	2.85	2.86
	Y=	2.69	2.75	2.77	2.77	2.74	2.67	2.60	2.53	2.45	2.35
23.874	V=	2.44	2.58	2.69	2.78	2.85	2.89	2.92	2.91	2.89	2.91
	Y=	2.52	2.62	2.69	2.72	2.73	2.71	2.67	2.60	2.52	2.42
25.276	V=	2.25	2.41	2.54	2.64	2.73	2.80	2.85	2.88	2.91	2.96
	Y=	2.33	2.46	2.56	2.63	2.67	2.68	2.68	2.64	2.58	2.43
26.677	V=	2.07	2.25	2.39	2.51	2.61	2.69	2.76	2.82	2.87	2.96
	Y=	2.11	2.28	2.41	2.51	2.58	2.62	2.64	2.54	2.60	2.52
28.079	V=	1.83	2.06	2.23	2.37	2.48	2.58	2.66	2.74	2.81	2.93
	Y=	1.87	2.08	2.24	2.37	2.47	2.54	2.58	2.60	2.58	2.52

Tabla 6.8 Resultados obtenidos mediante el método cinemático para las mismas condiciones dadas por Streeter y Wylie

Simulación del tránsito en un cauce utilizando el método cinemático

Intervalo de distancia entre secciones = 304.80 m/s.

Tiempo en minutos

Velocidad de flujo en metros entre segundos

Alturas de agua en metros

Rugosidad de Manning = 0.0185

Pendiente del fondo del canal = 0.00160

Tiempo	$t =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.0	$V =$	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37
	$Y =$	1.85	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83
0.346	$V =$	2.83	2.36	2.37	2.36	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37
	$Y =$	1.86	1.82	1.84	1.83	1.84	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83
2.076	$V =$	2.44	2.39	2.36	2.37	2.36	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37
	$Y =$	1.97	1.87	1.82	1.84	1.83	1.84	1.83	1.83	1.83	1.83
3.806	$V =$	2.49	2.44	2.39	2.37	2.37	2.36	2.37	2.37	2.37	2.37
	$Y =$	2.07	1.98	1.88	1.83	1.84	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83
5.536	$V =$	2.54	2.50	2.45	2.40	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37
	$Y =$	2.18	2.09	2.00	1.90	1.84	1.84	1.83	1.83	1.83	1.83
7.266	$V =$	2.58	2.55	2.50	2.46	2.41	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37
	$Y =$	2.29	2.20	2.11	2.01	1.91	1.85	1.84	1.83	1.83	1.83
8.927	$V =$	2.63	2.59	2.55	2.51	2.47	2.41	2.38	2.37	2.37	2.37
	$Y =$	2.39	2.30	2.21	2.12	2.03	1.92	1.85	1.84	1.83	1.83
10.484	$V =$	2.66	2.63	2.59	2.56	2.51	2.47	2.42	2.38	2.37	2.37
	$Y =$	2.48	2.40	2.31	2.22	2.13	2.03	1.93	1.86	1.84	1.83
12.061	$V =$	2.70	2.67	2.63	2.60	2.56	2.52	2.47	2.42	2.38	2.37
	$Y =$	2.57	2.49	2.41	2.32	2.23	2.14	2.04	1.94	1.86	1.84
13.598	$V =$	2.73	2.70	2.67	2.64	2.60	2.56	2.52	2.47	2.42	2.38
	$Y =$	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.24	2.14	2.04	1.94	1.87
15.155	$V =$	2.77	2.74	2.71	2.68	2.64	2.61	2.57	2.52	2.48	2.43
	$Y =$	2.76	2.67	2.59	2.51	2.42	2.34	2.24	2.15	2.05	1.95
16.712	$V =$	2.80	2.77	2.74	2.71	2.68	2.65	2.61	2.57	2.53	2.48
	$Y =$	2.85	2.77	2.68	2.60	2.52	2.43	2.35	2.25	2.16	2.06
18.269	$V =$	2.83	2.80	2.77	2.74	2.71	2.68	2.65	2.61	2.57	2.53
	$Y =$	2.93	2.86	2.78	2.69	2.61	2.53	2.44	2.35	2.26	2.16
19.670	$V =$	2.85	2.83	2.80	2.78	2.75	2.72	2.68	2.65	2.61	2.57
	$Y =$	3.02	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.53	2.44	2.35	2.26
21.072	$V =$	2.80	2.85	2.83	2.80	2.78	2.75	2.72	2.68	2.65	2.61
	$Y =$	2.85	3.00	2.94	2.86	2.78	2.70	2.62	2.53	2.44	2.35
22.473	$V =$	2.71	2.80	2.84	2.83	2.80	2.78	2.75	2.72	2.68	2.65
	$Y =$	2.61	2.84	2.09	2.94	2.87	2.79	2.70	2.62	2.53	2.44
23.874	$V =$	2.61	2.71	2.79	2.84	2.83	2.81	2.78	2.75	2.72	2.68
	$Y =$	2.35	2.60	2.83	2.98	2.94	2.87	2.79	2.70	2.62	2.53
25.276	$V =$	2.50	2.61	2.71	2.79	2.84	2.83	2.81	2.78	2.75	2.72
	$Y =$	2.11	2.36	2.60	2.82	2.96	2.94	2.87	2.79	2.70	2.62
26.677	$V =$	2.37	2.51	2.61	2.71	2.78	2.83	2.83	2.81	2.78	2.75
	$Y =$	1.83	2.11	2.36	2.59	2.81	2.95	2.94	2.87	2.79	2.71
28.079	$V =$	2.20	2.38	2.51	2.62	2.71	2.78	2.83	2.83	2.81	2.78
	$Y =$	1.55	1.85	2.12	2.36	2.59	2.80	2.94	2.94	2.88	2.80

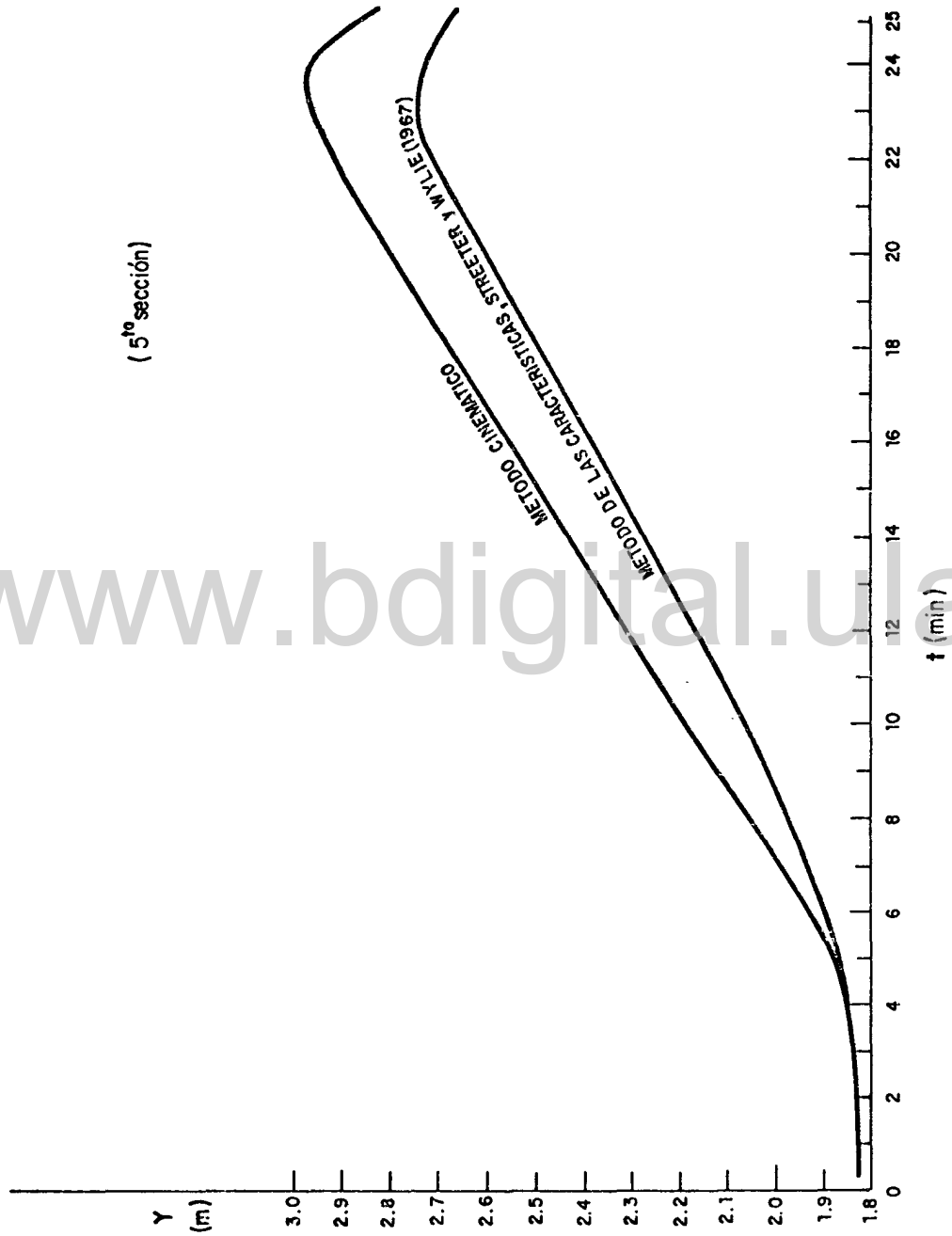


Figura 6.1 Resultados obtenidos para la profundidad en función del tiempo, en la 5^{ta}. sección en estudio para el método cinemático y el de las características.

Analizando los resultados de las Tablas 6.7 y 6.8 y la Figura 6.1 en la cual se presentan los resultados obtenidos en la quinta sección en estudio, se observa que, para todas las secciones en que se divide el tramo en estudio, el método cinemático da valores de profundidad de agua mayores que los dados por el método de las características aplicado por Streeter y Wylie (1967), resultando discrepancias de un máximo de 15%. Estas discrepancias se toman como el cocoiente entre la diferencia de las profundidades dadas por los dos métodos y la profundidad dada por el método de las características. Se observa para éste caso particular que el método cinemático aporta resultados muy conservadores.

Puesto que se tiene a la disposición el programa de tránsito dinámico estudiado por Bonilla (1978), el cual dió resultados semejantes al problema de flujo subcrítico examinado por Streeter y Wylie (1967), se tomaron entonces, para esta condición particular, los resultados dados por dicho método dinámico como referencia para el análisis de precisión del método cinemático. Es conveniente aclarar que como el rango de aplicabilidad de ambos métodos difiere, se buscó el entorno en que estos métodos son estables simultáneamente para hacer este análisis de precisión.

Como la pendiente de fondo del canal es un factor muy importante en el método cinemático y aprovechando el análisis de estabilidad hecho para la variación de la pendiente del canal, se estudió como se comporta el método cinemático respecto al dinámico al variar dicha pendiente. Los resultados se muestran en la Tabla 6.9 y Figura 6.2.

Los valores dados por la Figura 6.2 resultan de examinar para cada sección en estudio y para cualquier instante de tiempo, las máximas diferencias encontradas. Se observa que el método cinemático da valores mayores para la profundidad en comparación con el método dinámico; es decir, se tiene un error má-

mo por exceso, lo que conlleva a resultados conservadores para pendientes suaves en relación al método dinámico.

Tabla 6.9 Comportamiento del método cinemático respecto al dinámico, al hacer variar la pendiente de fondo.

	S	0.0001	0.0005	0.001	0.0016	0.005	0.008
Método Cinemático	F	Inestable	Inestable	0.40	0.53	0.98	1.10
	D	Inestable	Inestable	17%	14.4%	2.7%	
Método dinámico	F	0.08	0.20	0.30	0.43	0.96	Inestable

donde:

F = Número de Froude mínimo para el caso estudiado

$$D = \frac{\Delta Y}{Y_{d\max}} \cdot 100$$

ΔY = Máxima diferencia encontrada para las profundidades del método cinemático y dinámico en cualquier sección y cualquier línea de tiempo.

$Y_{d\max}$ = Altura de agua dada por el método dinámico correspondiente a la máxima diferencia ΔY .

Analizando los resultados dados por la Figura 6.2, se observa para este caso particular, que para $S = 0.005$ en que el flujo subcrítico llega a condición de flujo crítico se tiene una diferencia relativa de sólo 2.7% y revisando los resultados, a medida que la pendiente de fondo aumenta, disminuye la diferencia relativa para el método cinemático en comparación con el método dinámico.

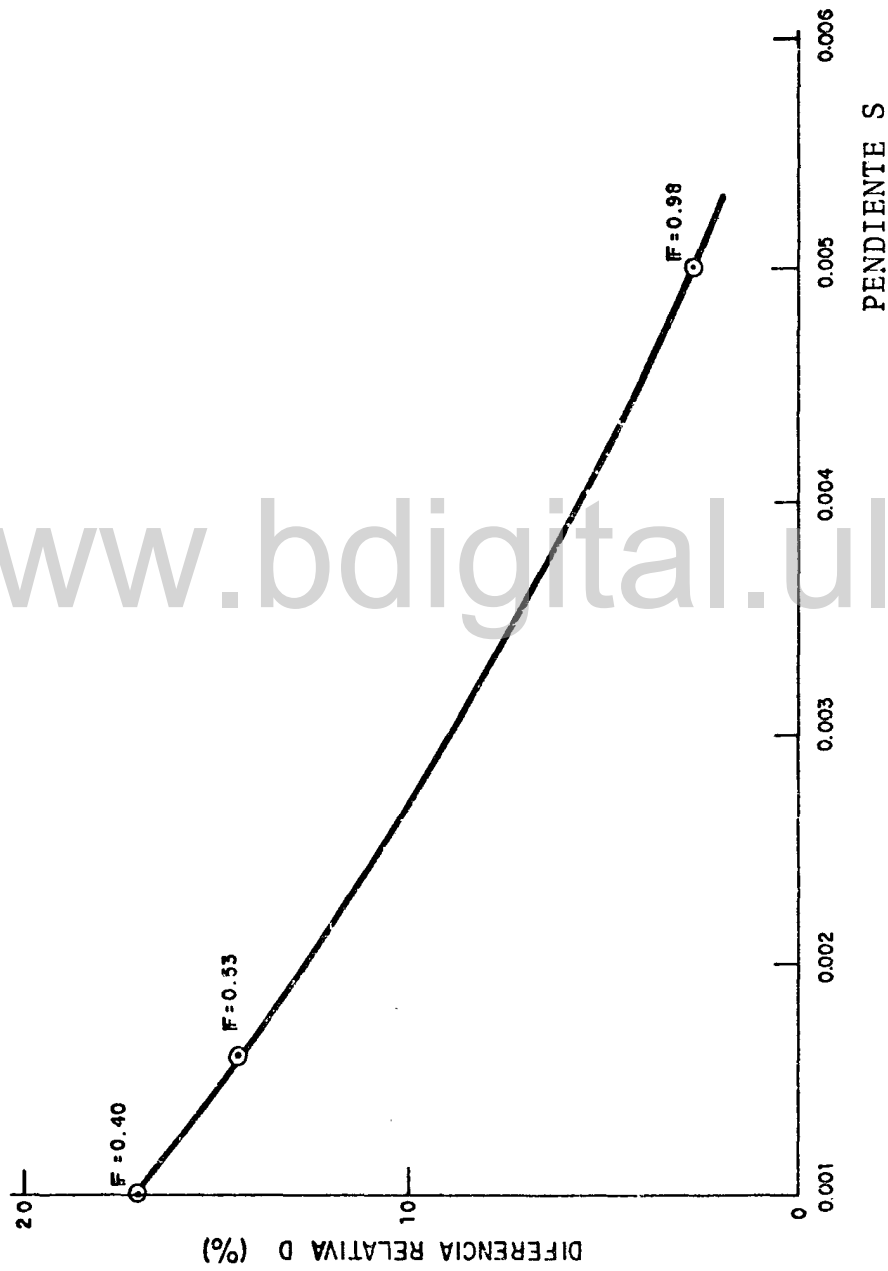


Figura 6.2 Comportamiento del método cinemático respecto al dinámico, al hacer variar la pendiente de fondo.

Esta comparación entre los métodos cinemático y dinámico sólo se hizo para condiciones de flujo subcrítico, puesto que al pasar a régimen supercrítico el método dinámico presentó inestabilidad, ver Tabla 6.9, una posible causa de la inestabilidad es que al cambiar de régimen las condiciones de borde, así como están aplicadas, dejan de ser compatibles con el fenómeno de flujo estudiado.

Análisis comparativo de tiempo de computación entre las alternativas estudiadas del método cinemático y el método dinámico.

Para comparar tiempo de computación con el método dinámico, se programó el método cinemático para las mismas condiciones, es decir, considerando sección rectangular y la altura en el canal como variable fundamental, haciendo variar parámetros característicos de la cuenca como son n y S y para diferentes hidrogramas de entrada, se obtuvieron los siguientes resultados:

El programa, correspondiente al método cinemático utilizó un tiempo de ejecución que se mantuvo entre 6.97 seg y 7.49 seg y un tiempo total que oscilaba entre 45.36 y 46.44 segundos. Para el método dinámico, y en las mismas condiciones, se tuvo un tiempo de ejecución entre 17.76 seg y 25.82 seg; el tiempo total osciló entre 101.53 y 110.40 seg.

Se observa que el tiempo de computación del método cinemático tiene un valor de orden tres veces menor que el dinámico. Hecho lo anterior, se proce-

dió a programar el método cinemático para sección trapezoidal con el fin de obtener mayor precisión al poder aproximar mejor la geometría del canal. Se comparó con el programa para sección rectangular, puesto que la sección rectangular es un caso particular de la sección trapezoidal, dando los mismos resultados y en cuanto a tiempo de computación se obtuvo un tiempo de ejecución entre 7.30 y 8.40 seg; el tiempo total osciló entre 52.05 y 53.70 segundos.

Se nota que la diferencia de tiempo de computación entre el programa cinemático para sección trapezoidal y el cinemático para sección rectangular es muy poca por lo que se procedió a seguir mejorando el programa de tránsito cinemático, esta vez, tomando la verdadera topografía de las secciones estudiadas, la cual se da como dato mediante valores tabulares de altura, perímetro mojado y área, se le dieron los datos de sección rectangular en forma de valores tabulares para efectos de comprobación y resultaron valores muy semejantes. En cuanto a tiempo de computación se tuvo un tiempo de ejecución igual a 17.48 seg y tiempo total de 91.55 seg. Se observa que el tiempo de computación aumentó considerablemente respecto al cinemático de sección trapezoidal, pero sigue siendo menor que el utilizado por el método dinámico.

Pensando en conseguir un programa cinemático general el cual dependiendo de las irregularidades de la topografía se pueda adaptar a sección rectangular, trapezoidal o irregular, se hicieron los acoples necesarios para obtener dicho programa y abarcar las opciones anteriores, resultando para la opción de sección trapezoidal un tiempo de ejecución de 8.45 seg y un tiempo total de 88.2 segundos; para la opción de sección irregular un tiempo de ejecución de 14.9 seg y un tiempo total de 97.2 segundos.

Análisis de convergencia.

Analizando los tiempos de computación utilizados por los métodos cinemático y dinámico, se investigó la influencia que podría tener el error de tolerancia escogido para las incógnitas fundamentales. Se hizo variar el error de tolerancia desde 0.2 hasta 0.01 y el tiempo de computación no aumentó en forma apreciable, queriendo esto decir, que el método numérico de resolución que se escogió es rápidamente convergente.

Planicies inundables

Como se puede observar en los ríos con planicies de inundación las pendientes son generalmente muy suaves y por lo analizado hasta ahora el método dinámico cumple perfectamente con estos requerimientos.

Se procedió a programar el método dinámico para el tránsito en planicies inundables, siguiendo los lineamientos dados por Fread (1976), como se ilustra en la Figura 2.4; la única comprobación se hizo con el programa POPYUA y para el caso en que la avenida transitada no rebasa el cauce, los resultados obtenidos fueron similares. Este modelo presenta un grave problema y es que cuando la planicie tiene un ancho de cierta magnitud presenta problemas de estabilidad al desbordarse el agua desde el canal a la planicie; además, no se presta para el mapeo de los diferentes niveles obtenidos en la planicie durante una avenida, puesto que, la planicie está representada por una sección rectangular, lo cual es poco representativo de la topografía de ésta.

Puesto que el objetivo primordial de la tesis es el mapeo de planicies inundables, se programó el método dinámico para ríos con planicies de inundación, pero tomando la verdadera topografía del canal y la planicie, obteniendo

así un método de mapeo de planicies que proporcione resultados confiables.

Para efectos de comprobación, se dieron los datos de sección rectangular en forma de valores tabulares para comparar con el método dinámico programado por Bonilla (1978), obteniendo valores para la profundidad y para el caudal que coinciden exactamente. Los resultados se muestran en la Figura 6.3 para el caso particular de una de las secciones en estudio.

Para comprobar las ecuaciones en la planicie propiamente dicha se dieron los datos de la sección compuesta usada por Fread (1976) y se obtuvieron resultados muy parecidos. Los resultados para una de las secciones del tramo en estudio se muestran en la Figura 6.4

En cuanto a tiempo de computación, el método dinámico para estudio de planicies inundables tomó un tiempo de ejecución igual a 70.33 seg y un tiempo total de 276 seg, tiempos que son relativamente largos pero que se justifican dada la importancia del método.

No se hizo estudio de sensibilidad para el programa de tránsito en ríos con planicies inundables, puesto que habiéndolo hecho para el modelo dinámico de Bonilla (1978) y siendo los principios de ambos modelos, análogos, se consideró que se comportaría igual que el programa POPOYUA, es decir, es aplicable para ríos de pendientes suaves.

Aplicación del modelo Stanford, utilizando como subrutinas de tránsito el programa CINEMAT o el programa PLANICIE, según sea el caso a una cuenca particular

Por cuestión de disponibilidad de datos, se escogió la cuenca del río Boconó, en el Estado Trujillo, para la aplicación del Stanford modificado. Esta cuenca es de pendientes relativamente altas por lo que se adapta perfectamente a los requerimientos del método cinemático de tránsito.

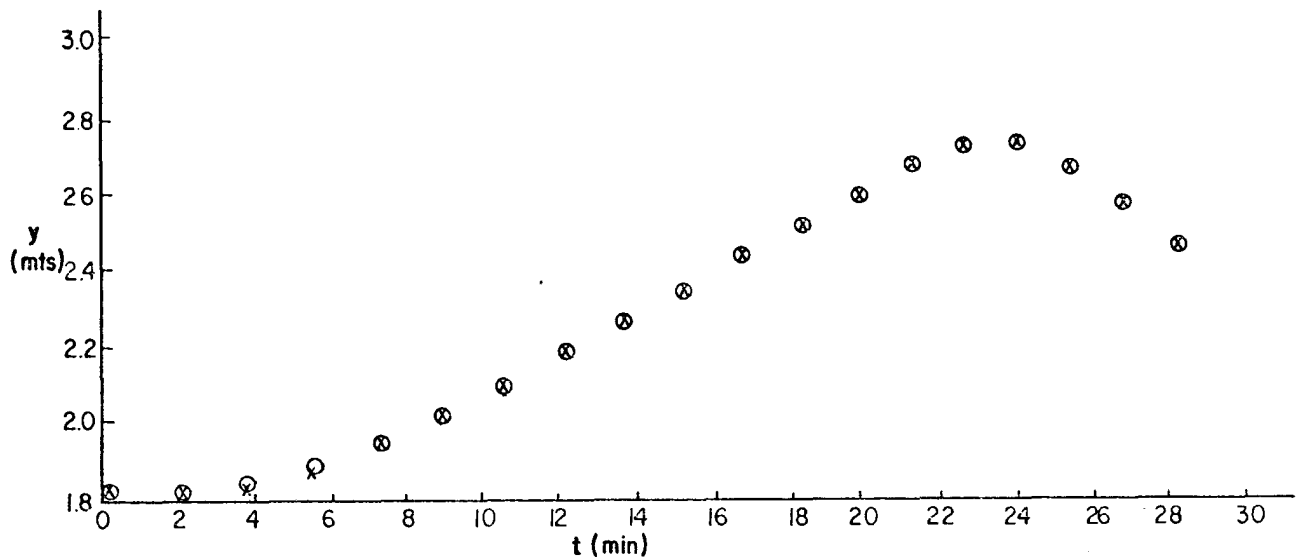


Figura 6.3 o - Resultados obtenidos por Bonilla (1978) para las condiciones del problema particular estudiado por Streeter y Wylie (1967)

X - Resultados obtenidos con el programa PLANICIE, dándole la sección rectangular usada por Streeter y Wylie (1967) como datos en forma tabular.

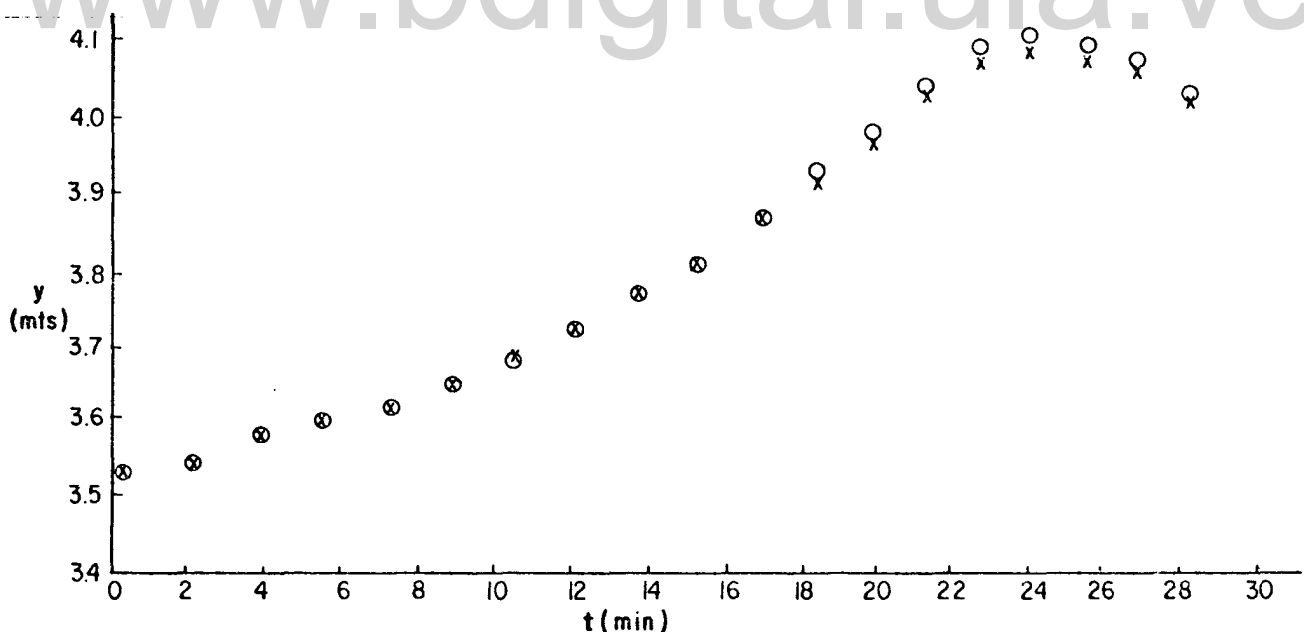


Figura 6.4 o - Resultados obtenidos según modelo de Fread (1976), para ríos con planicie inundable, que considera sección doble rectangular como área transversal.

X - Resultados obtenidos por el programa PLANICIE para las mismas condiciones del caso anterior, dando la sección doble rectangular en forma tabular.

Para efectos de aplicación se siguieron los siguientes lineamientos:

1. El enlace de los programas CINEMAT y PLANICIE con el Stanford IV se hizo para un máximo de once secciones, es decir, diez intervalos de distancia. La longitud total del cauce del río Boconó es de 50 Kms, por lo tanto se pensó en dos alternativas, las cuales son:
 - a. Considerar un sólo punto de flujo, es decir, la cuenca en su totalidad, adoptando un intervalo de distancia de 5.000 metros para efectos de tránsito.
 - b. Considerar dos puntos de flujo, es decir, la cuenca dividida en dos subcuencas, en las cuales el tránsito se efectúa por separado, adoptando un intervalo de distancia de 2.500 metros en cada subcuenca para efectos del tránsito.
2. En cuanto a las dos alternativas anteriores, existen dos condiciones opuestas: por un lado se considera que para dos puntos de flujo se tienen menos riesgos de inestabilidad por tener intervalos de distancia menores, pero se espera que el tiempo de computación aumente considerablemente puesto que el tránsito se hace por separado en las dos subcuencas.
3. Por ser la cuenca del río Boconó de pendientes relativamente altas, apropiadas para la aplicación de un tránsito cinemático no se esperaran problemas de inestabilidad para el intervalo de 5.000 metros, por lo tanto, para mayor seguridad se hizo una corrida de prueba del Stanford con el programa CINEMAT incorporado y los resultados del tránsito fueron estables.

4. En cuanto al modelo Stanford con el programa PLANICIE incorporado, éste no es aplicable en la cuenca del Río Boconó por sus altas pendientes, por lo tanto, para efectos de comprobación del funciona - miento del programa se considera una cuenca ficticia a la que se le asigna una pendiente relativamente baja.
5. En definitiva se optó por la alternativa de un sólo punto de flujo, o sea, considerar la cuenca en su totalidad. Procesar el Stanford con el programa CINEMAT incorporado para un punto de flujo y luego para efectos de comparación de resultados y de tiempo, procesarlo para dos puntos de flujo. En cuanto al Stanford con el programa PLANICIE, por falta de una cuenca con datos, apropiada a sus requeri - mientos, se procesó para un punto de flujo considerando una cuenca ficticia.

El período total de tiempo a ser simulado es un año, dicha simulación se hará mes a mes con intervalo de tiempo de una hora, teniéndose por lo tanto, para cada mes, alrededor de 740 intervalos de tiempo. Por consiguiente, para la simulación de un año en el Stanford modificado, se espera, que el tiempo de computación sea relativamente largo.

Por lo dicho en el párrafo anterior, la calibración se hizo con el modelo Stanford original, el cual usa el método de Clark para el tránsito. Luego de calibrado este modelo para la cuenca del Río Boconó se tomaron estos paráme - tros de calibración para procesar el Stanford modificado con cualquiera de los dos programas elaborados. Esto se hace porque se supone que el cambio del método de tránsito no afecta la calibración.

En la Figura 6.5 se muestra para el Stanford original la delimitación de la cuenca, así como la división en isocronas de una hora, habiendo quedado la

cuenca dividida en diez isocronas. Las características físicas del cauce y de la cuenca del Río Boconó se muestran en la Tabla 6.10.

Las características físicas del cauce para el Stanford modificado están dadas en la Tabla 6.11. En la Figura 6.6 se muestra para el Stanford modificado la delimitación de la cuenca del Río Boconó, así como la división de diez intervalos de distancia con las áreas que aportan flujo lateral a cada uno de estos intervalos.

Análisis de los resultados obtenidos para el Stanford modificado con el programa CINEMAT y con el programa PLANICIE.

Los resultados de la calibración para el Stanford original se presentan en el Anexo IX, obteniéndose un volumen de escorrentía simulado de 508.798.197 metros cúbicos, contra un volumen observado de 508.944.437 metros cúbicos.

En cuanto al Stanford modificado con el subprograma CINEMAT y tomando los mismos parámetros de calibración del Stanford original se obtuvo lo siguiente:

1. Al querer tomar en cuenta las pendientes correspondientes a cada tramo en estudio se tuvo problemas de conservación del volumen de escorrentía simulado, puesto que, habiendo utilizado los mismos parámetros de calibración del Stanford original, el volumen de escorrentía disminuyó en un 30%. Esto no tiene razón de ser, ya que, el único cambio hecho al Stanford original fue precisamente la subrutina de tránsito, la cual se limita a transitar las aguas que llegan al cauce para así obtener el hidrograma de salida.

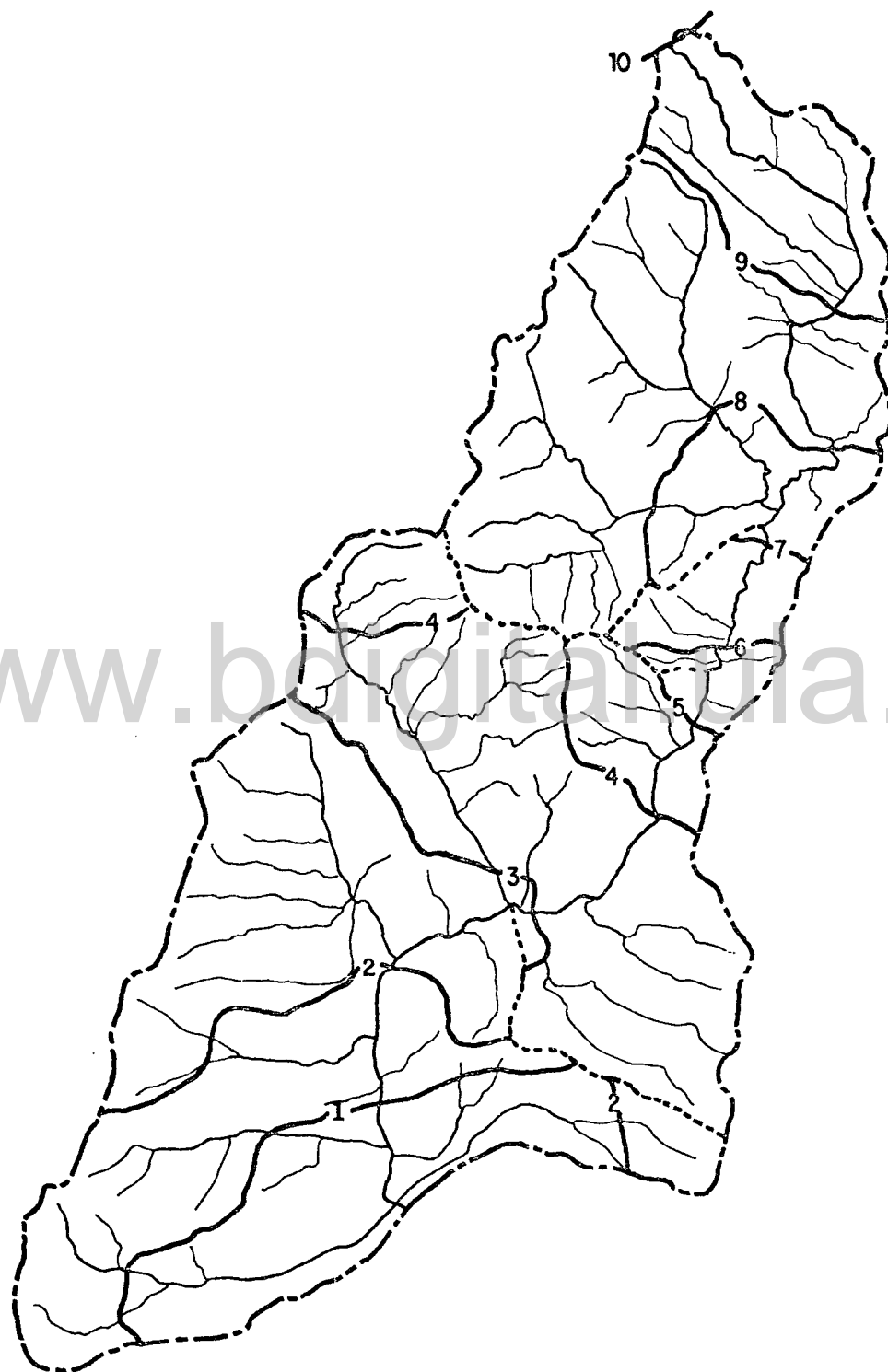


Figura 6.5 Delimitación de la cuenca del Río Boconó, con sus respectivas isocronas, para su uso en el Stanford Original.

Tabla 6.10 Características físicas de la cuenca y cauce del Río Boconó hasta Boconó con el Modelo STANFORD IV corriente.

D A T O S D E L A C U E N C A				
Nombre	Area	Puntos de flujo	Longitud recorrida por el flujo en la vertiente.	Pendiente media
Río Boconó	513.0 Km ²	1	100 metros	0.16
				0.35

D A T O S D E L A C U E N C A													
Nombre	Longitud	Número de Segmentos	% de área por segmento								Intervalo de tránsito		
Río Boconó	50 kms		0.11	0.15	0.16	0.19	0.05	0.01	0.03	0.04	0.19	0.07	1 hora

Tabla 6.11 Características físicas del cauce para el STANFORD modificado con el subprograma CINEMAT o el subprograma PLANICIE.

D A T O S D E L C A U C E						
Nombre	Longitud	Número de secciones	Número de Intervalos	Intervalo de distancia	Intervalo de tránsito	Rugosidad de Manning
Río Boconó	50 kms	11	10	5000mts.	1 hora	0.035

CONTINUACION DATOS DEL CAUCE																						
Nombre		% de Area afluente a cada intervalo de distancia								Pendiente de fondo en cada sección												
Hasta		0.03	0.03	0.06	0.03	0.19	0.05	0.04	0.21	0.16	0.20	0.27	0.15	0.08	0.034	0.02	0.01	0.03	0.037	0.022	0.016	0.012
Boconó	en Boconó																					

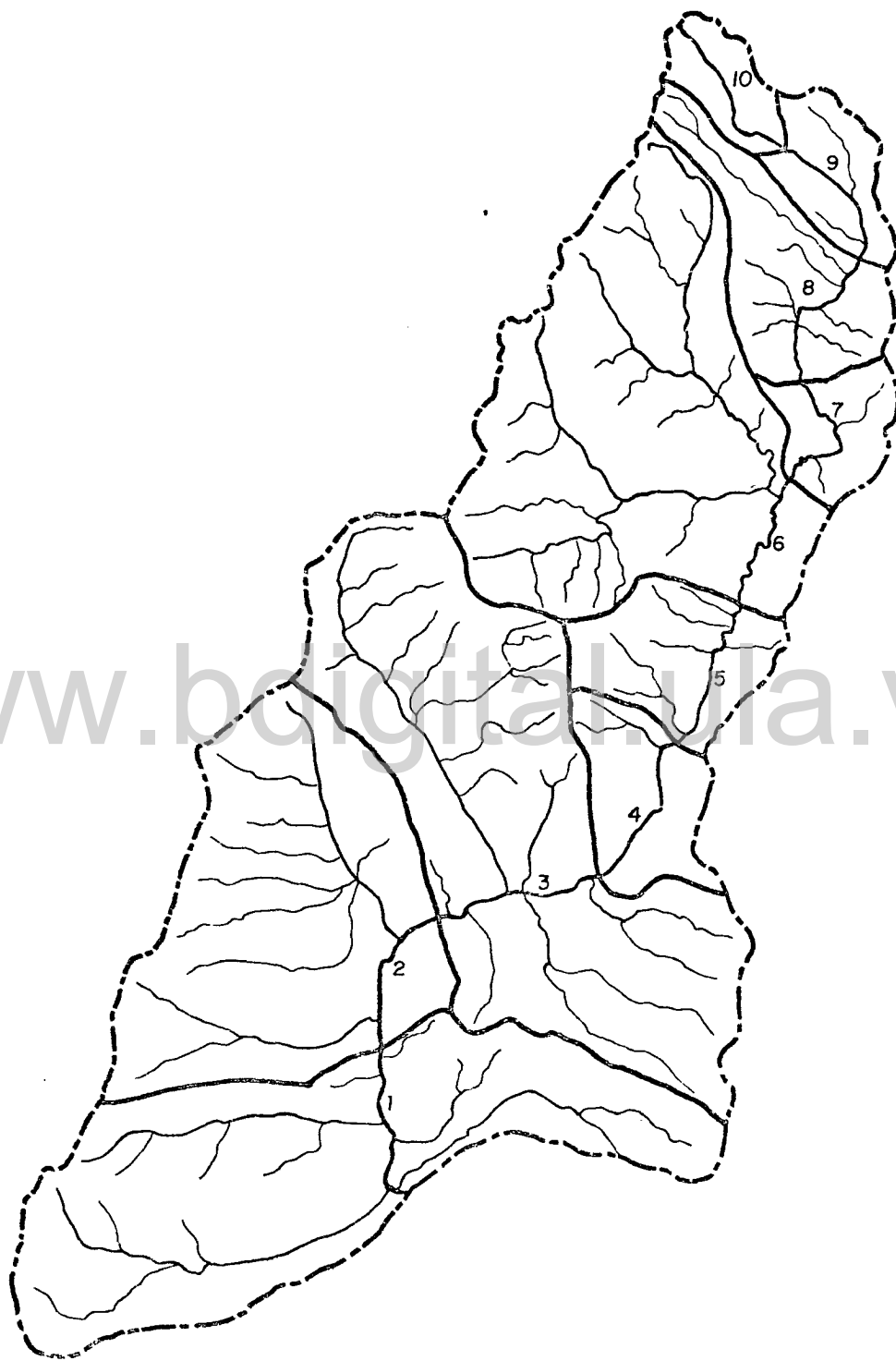


Figura 6.6 Delimitación de la Cuenca del Río Boconó con sus respectivas divisiones en intervalos de distancia, para su uso en el Stanford modificado

2. Analizando lo dicho en el párrafo anterior, una posible causa del problema, al considerar pendientes distintas para cada tramo, es que al haber cambios de pendiente de un tramo a otro, se pueden producir cambios de regímenes, pudiéndose presentar fenómenos que no pueden ser absorbidos por el método numérico en cuestión.
3. Se procedió entonces a tomar una pendiente promedio única representativa del cauce del Río Boconó. Para este caso no se tuvo problemas de conservación del volumen de escorrentía simulado, el cual dio un total de 540.206.312 metros cúbicos. Los resultados de la calibración del Stanford modificado con el subprograma CINEMAT para un punto de flujo se muestran en el Anexo X.
4. Para dos puntos de flujo la calibración se mantuvo y el volumen de escorrentía simulado prácticamente permaneció igual que para un punto de flujo.
5. Referente al tiempo de computación para el Stanford modificado con el subprograma CINEMAT, para un punto de flujo se consumieron 24 minutos y 19.8 segundos de tiempo total. Para dos puntos de flujo se consumieron 44 minutos y 59.4 segundos, es decir, prácticamente el doble del tiempo que para un punto de flujo.

En cuanto al Stanford modificado con el subprograma PLANICIE no se espera calibración puesto que se procesó para una cuenca ficticia, debido a la carencia de datos para una cuenca de pendientes relativamente bajas. Los resultados obtenidos se muestran en el Anexo XI. En cuanto a tiempo de computación y para un sólo punto de flujo tomó un tiempo total de 94 minutos y 32.55 segundos.

CAPITULO VII

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este Capítulo se presentan las conclusiones correspondientes al método cinemático de tránsito, representado por el programa CINEMAT y el método dinámico de tránsito en ríos con planicies inundables, representado por el programa PLANICIE. También se incluyen las conclusiones sobre el modelo Stanford al adaptarle el programa CINEMAT o PLANICIE como subprograma y se da una serie de recomendaciones que servirán de guía para la aplicación de estos programas y para estudios futuros concernientes a la problemática estudiada.

Conclusiones

Conclusiones sobre el método cinemático.

La aplicación del método cinemático a la simulación del flujo en cauces debe ser sujeta a las siguientes limitaciones:

1. Debe aplicarse a ríos de pendientes altas cuyo régimen de flujo sea supercrítico.
2. Para evitar problemas de inestabilidad los intervalos de distancia deben ser menores de cinco mil metros.
3. El intervalo de tiempo para la simulación debe ser mayor de mil segundos.
4. Para el rango en que tanto el método cinemático como el método dinámico son aplicables y arrojan resultados parecidos, como es el caso de flujo supercrítico, es preferible usar el método cinemático por utilizar menor tiempo de computación.

Conclusiones sobre el método dinámico de tránsito en planicies inundables.

1. Como su nombre lo indica y por tomar en cuenta los efectos dinámicos y las diferentes condiciones entre el canal y la planicie del río, debe ser aplicado estrictamente a casos de planicies de inundación, puesto que usa un tiempo de computación sumamente largo.
2. Para el caso de ríos con velocidades de flujo bajas, donde el caudal no sobrepasa la capacidad del cauce del río es preferible aplicar el método dinámico de tránsito para un canal.
3. Con la finalidad de evitar problemas de inestabilidad, debe utilizarse en lo posible intervalos de distancia menores de cinco mil metros e intervalos de tiempo mayores de mil segundos.
4. Para el caso estudiado en particular, la relación $\Delta X/\Delta t$ debe mantenerse con valores por debajo de uno, pudiendo de esta manera utilizar intervalos de distancia mayores de cinco mil metros.

Conclusiones sobre el modelo Stanford IV modificado por el subprograma CINEMAT o con el subprograma PLANICIE.

1. Debido al tiempo de computación relativamente largo del Stanford modificado con cualquiera de estos dos subprogramas, este modelo se debe utilizar sólo si es estrictamente necesario conocer las características hidráulicas a lo largo del río o si se necesita estudiar los niveles de agua en avenidas que sobrepasen la capacidad del cauce del río. En caso contrario se debe aplicar el Stanford original.
2. Con el fin de utilizar el menor tiempo posible de computación, se debe utilizar los intervalos de distancia máximos permitidos por

cuestiones de estabilidad, puesto que los resultados en secciones estratégicas del río son consistentes para diferentes intervalos de distancia.

Recomendaciones

1. En caso de cauces en planicies inundables se recomienda estudiar la utilización del Stanford original en la parte alta de la cuenca hasta el punto donde comienza la planicie inundable y de ahí en adelante utilizar el Stanford modificado con el subprograma PLANICIE.
2. Se recomienda utilizar el Stanford modificado con el subprograma CINEMAT en la parte alta y media de cuencas para obtener las características hidráulicas necesarias en el diseño de Obras Hidráulicas de cierta magnitud.
3. Se sugiere complementar el análisis de estabilidad realizado al programa CINEMAT puesto que los análisis aquí hechos están dados para condiciones particulares.
4. Por estar en contradicción con la literatura, se recomienda estudiar las condiciones de borde aplicables a los regímenes de flujo existentes, ya que el método dinámico de tránsito, por tomar en cuenta las ecuaciones de Saint - Venant en su forma más completa, debe ser aplicable tanto para régimen subcrítico como para régimen supercrítico puesto que los problemas de inestabilidad que presenta el programa dinámico de tránsito POPOYUA se deben a las condiciones de borde utilizadas.

5. Se recomienda considerar la alternativa de usar pendientes variables en los métodos cinemático y dinámico para casos de topografía accidentada en que la pendiente varía significativamente en trechos cortos, puesto que las versiones de los métodos cinemático y dinámico aquí utilizadas toman en cuenta una pendiente promedio para la longitud total estudiada.
6. Se sugiere aplicar el Stanford modificado con el subprograma PLANICIE a una cuenca con datos y que tenga zonas de inundación para comprobar su precisión, puesto que aquí sólo se comprobó su funcionamiento para una cuenca ficticia.
7. Se recomienda establecer una metodología de medición de los niveles alcanzados por el agua en aquellas zonas periódicamente sometidas a inundaciones con el fin de comparar los resultados al aplicar el Stanford modificado con el subprograma PLANICIE.
8. Hacer un estudio considerando como bidimensional el flujo en planicies de inundación y un análisis comparativo entre el programa PLANICIE y el estudio de flujo bidimensional, tomando como base los datos observados, para ver la precisión que se pierde y las complejidades que se tienen para éste tipo de flujo.

CAPITULO VIII

LITERATURA CITADA

- Abbott M.B. 1975. Method of Characteristics. Editado por K. Mahmood y V. Yevjevich. Unsteady Flow in Open Channels. Water Resources Publications. Vol 1. Fort Collins. Colorado. USA. 921 pp.
- Aguirre P.J. 1974. Hidráulica de Canales. CIDIAT, Mérida, Venezuela
- Amein M. y C.S. Fang. 1970. Implicit Flood Routing in Natural Channels. Journal of Hydraulics Division. ASCE. HY12. 2481 - 2500 pp.
- Amein M. y H.L. Chu. 1975. Implicit Numerical Modeling of Unsteady Flows. Journal of Hydraulics Division. ASCE. Hy6. 717 - 731. pp.
- Baltzer, R.A. y C. Lai. 1968. Computer Simulation of Unsteady Flow in Water ways. Journal of Hydraulics Division. ASCE. HY4. 1083 - 1117. pp.
- Bonilla J.J. 1978. Simulación del Tránsito de Escorrentía por Métodos Dinámicos y su Aplicación en Modelos Hidrológicos. CIDIAT. Universidad de Los Andes. Mérida, Venezuela. 148 p.
- Crawford, N.H. y R.K. Linsley. 1966. Digital Simulation in Hydrology. Stanford Watershed Model IV. Stanford University. Department of Civil Engineering, Technical Report N° 39. Stanford California. 210 pp.
- Canada. Environmental Management Service. Environment Canada. 1976. Hydrologic and Hydraulics Procedures for Flood Plain Delineation 36 pp.
- Curtis, D.C., R.L. Mitchell y J.C. Schaake. 1978. A Deterministic Runoff Model for Use in Flash Flood Planning. National Weather Service, NOAA - Silver Spring. 143 - 151 pp.
- Chow, V.T. 1959. Open Channel Hydraulics. Mc Graw-Hill Book Company Inc. Tokyo, 680 pp.
- Duque, R.A. 1977. Análisis de un Modelo Hidrológico para la Simulación de la Escorrentía. Tesis presentada para optar el título de Magister Scientiae CIDIAT, Mérida, Venezuela.
- Eagleson, P.S. 1970. Dynamic Hydrology. Mc Graw - Hill Book Company. New York. 462 pp.
- Ellis, John. 1970. Unsteady Flow in Channel of Variable Cross Section. Journal of the Hydraulics Division. ASCE. HY 10. 1927 - 1945 pp.

- Fread, D.L. 1973. Technique for Implicit Dynamic Routing in Rivers with Major Tributaries. Water Resources Research. Vol. 9 N° 4. 918 - 926 pp.
- _____. 1974. Numerical Properties of Implicit Four - point Finite Difference Equations of Unsteady Flow. NOAA Technical Memorandum NWS HYDRO-18, National Weather Service, National Oceanic and Atmospheric Administration, U.S. Department of Commerce, Silver Spring. Md. 38 pp.
- _____. 1974. Implicit Dynamic Routing of Floods and Surges in the Lower Mississippi. Presentado en American Geophysical Union Spring National Meeting in Washington, D.C. 26 pp.
- _____. 1976. Theoretical Development of Implicit Dynamic Routing Model. Dynamic Routing Seminar, Lower Mississippi River Forecast Center, Slidell, Louisiana.
- _____. 1976. Flood Routing in Meandering Rivers With Flood Plains. Symposium on Inland Waterways for Navigation, Flood Control, and Water Diversions, Colorado State University; Fort Collins, Colorado, Vol. 1 16 - 35 pp.
- Fread, D.L. y G.F. Smith. 1978. Calibration Technique for 1-D Unsteady Flow Models. Journal of the Hydraulics Division. ASCE. HY7. 1027 - 1044 pp.
- Fletcher, A.G. y W.S. Hamilton. 1976. Flood Routing in an Irregular Channel. Journal of the Engineering Mechanics Division. ASCE. EM. 3 45 - 62 pp.
- Hydrocomp. 1969. Hydrocomp Simulation Programming Operations Manual. Ministerio de Obras Públicas de Venezuela.
- Hudson R.G. 1975. Manual del Ingeniero. Editorial Limusa. México 358 p.
- Kibler, D.F. y D.A. Woolhiser. 1970. The Kinematic Cascade as a Hydrologic Model. Hydrology Papers, N° 39. Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- King, H. W. y E.F. Brater. 1962. Manual de Hidráulica. Editorial Hispano Americana de México. 536 p.
- Lane, L.J. y D.A. Woolhiser. 1975. Influence of Simplifications in Watershed Geometry. Hydrology Papers. N° 81. Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- Lighthill, M.H. y G.B. Whitham. 1965. On Kinematic Waves. Flood Movement in Long Rivers. Proceedings of the Royal Society. Serie A. 281 - 316 pp.
- Liggett, J.A. 1975. Basic Equations of Unsteady Flow. Editado por K. Mahmood y V. Jevjevich. Unsteady Flow in Open Channels. Vol 1. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, USA. 921 pp.

- Liggett, J.A. y J.A. Cunge. 1975. Numerical Methods of Solutions of the Unsteady Flow Equations. Editado por K. Mahmood y V. Yevjevich. Unsteady Flow in Open Channels. Vol. 1. Cap. 4. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, USA. 89 - 182 pp.
- Linsley, R.K., M.A. Kohler y L.H. Paulus. 1967. Hidrología para Ingenieros. Mc Graw - Hill. New York. 350 p.
- Overton, D.E. y M.E. Meadows 1976. Stormwater Modeling. Academic Press, Inc. New York. 358 pp.
- Price, R.K. 1974. Comparison of Numerical Methods for Flood Routing. Journal of the Hydraulics Division. ASCE. HY7. 879 - 900 pp.
- Sherman, B. y V.P. Singh. 1978. A. Kinematic Model for Surface Irrigation. Water Resources Research. Vol. 14. Nº 2. 357 - 364 pp.
- Strelkoff, T. 1970. Numerical Solution of Saint - Venant Equations. Journal of the hydraulics Division. ASCE. HY1. 223 - 252 pp.
- Streeter, V.L. y E.B. Wylie. 1967. Hydraulic Transients Mc Graw Hill Book - Company. New York. 329 pp.
- Uzcátegui, B.G. 1976. Hidrología General. CIDIAT. Mérida, Venezuela.
- Venezuela. Ministerio de Obras Públicas. Dirección General de Recursos Hídricos. 1974. Guía para la Ordenación de Planicies Inundables.
- Vicens, G.J. y J.C. Schaake. 1975. FLOW2D. A two Dimensional Flow Model for Flood Plains and Estuaries. ASCE. Symposium on Modeling Techniques. San Francisco, California. 1487 - 1503 pp.
- Weiss, H.W. y D.C. Midgley. 1978. Suite of Mathematical Flood Plain Models. Journal of the Hydraulics Division. ASCE. HY3. 361 - 376 pp.
- Wooding, R.A. 1975. A Hydraulic Model for the Catchment Stream Problem. Kinematic Wave Theory, Journal of Hydrology. Division of Plan Industry, Canberra, ACT, Australia. 254 - 267 pp.
- Woolhiser, D.A. y J.A. Liggett. 1967. Unsteady One Dimensional Flow Over Plane the Resing Hydrograph. Water Resources Research. Nº 3. USA. 753 - 771 pp.
- Yen, C.L., G.H. Comer y H.N. Holtan. 1974. USDAHL-74. Flood Routing Method. Plant Physiology Institute Report Nº 7. Agricultural Research Service. USDA. 97 pp.