



Presentado ante la ilustre UNIVERSIDAD DE LOS ANDES como requisito parcial para obtener
el Título de INGENIERO DE SISTEMAS

**MODELO DE ESCALAMIENTO MULTIDIMENSIONAL PARA ANALIZAR LA
OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN, MENCIÓN MATEMÁTICA,
ACERCA DE SUS PROFESORES Y SUS ASIGNATURAS.**

Por

Br. Nelson Díaz

Tutor: Prof. Christian Rivera

Mayo 2018

C.C. Reconocimiento

Modelo de escalamiento multidimensional para analizar la opinión de los estudiantes de educación, mención matemática, acerca de sus profesores y sus asignaturas.

Br. Nelson Díaz

Resumen:

La educación tiene un desempeño fundamental en términos del desarrollo de la sociedad. Sin embargo, los estudiantes no siempre comprenden la importancia que tienen sus materias en el momento que las están cursando, y su rendimiento se ve afectado por la percepción que tienen sobre sus materias y sus profesores. Este rendimiento puede analizarse en términos de cómo perciben los estudiantes la importancia de sus asignaturas en el proceso de su desarrollo como profesionales. En este proyecto se trabajaron las percepciones para lograr descubrir las razones subyacentes en las cuales se basan los estudiantes para emitir sus opiniones. Estas percepciones se graficaron haciendo uso de la técnica de Escalamiento Multidimensional, la cual permite visualizar los datos en un espacio de baja dimensión, para hacer más fácil su análisis.

Palabras clave: Escalamiento multidimensional. Educación. Percepción. Rendimiento.

Índice

Contenido

Resumen:	ii
Índice	iii
Contenido.....	iii
Capítulo 1.....	1
Introducción	1
1.1 Antecedentes.....	2
1.2 Planteamiento del problema	3
1.3 Justificación.....	4
1.4 Objetivos	5
1.4.1 Objetivo general.....	5
1.4.2 Objetivos específicos.....	5
Capítulo 2.....	6
Marco Teórico.....	6
Introducción	6
2.1 Escalamiento Multidimensional	6
2.2 Proximidades	10
2.3 Clasificación de los datos en MDS	12
2.3.1 Escala nominal.....	13
2.3.2 Escala ordinal.....	13
2.3.3 Escala de intervalo.....	13
2.3.4 Escala de razón.....	14
2.4 Modelos de MDS.....	17
2.4.1 Modelo de escalamiento métrico	18
2.4.2 Modelo de escalamiento no métrico.....	19
2.5 Función de pérdida	20
2.6 Función de estrés	21
2.7 Algoritmo SMACOF	23
2.8 Algoritmo de mayorización para resolver el MDS	25

2.8.1 Mínimo de la función de estrés	25
2.9 Escalamiento clásico	28
2.10 Modelo general del MDS	29
2.11 Relación entre MDS y otras técnicas multivariantes.	30
Capítulo 3.....	32
Marco Metodológico	32
3 Introducción	32
3.1 Herramienta de estudio	32
3.2 Datos en los que se basó el estudio	33
3.3 Variables del estudio.....	34
3.3.1 Materias de la carrera	34
3.4 Prueba de independencia entre las variables de estudio.....	37
3.4.1 Calificación Otorgada a las Materias vs Calificación Obtenida en las Materias	39
3.4.2 Calificación Otorgada a los Profesores vs Calificación Obtenida en las Materias	43
3.5 Matriz de disimilaridades.	46
Capítulo 4.....	47
Resultados.....	47
4.1 Alumnos del 4to al 6to semestre	47
4.1.1 Índice de dificultad.....	49
4.1.2. Índice de Importancia de las Asignaturas.....	51
4.2 Alumnos del 7mo al 9no semestre	54
4.3 Grupo completo: 4to al 9no semestre.....	56
Capítulo 5.....	58
Conclusiones y Recomendaciones	58
5.1 Conclusiones	58
5.2 Recomendaciones	60
Referencias Bibliográficas	61
Internet:.....	61
Tesis.....	61
Libros.....	61

Índice de tablas

<i>i 3.3.1a Materias del pensum de Educación, mención Matemática</i>	36
<i>ii 3.3.1b Materias bajo estudio</i>	36
<i>iii 4.1.2a Frecuencia</i>	49
<i>iv Índice de dificultad alumnos 4to al 6to semestre</i>	49
<i>v 4.1.2c Importancia según el experto</i>	51
<i>vi Índice de dificultad alumnos 7mo al 9no semestre</i>	54
<i>vii Índice de dificultad alumnos 4to al 9no semestre</i>	56

Índice de imágenes

1 3.4.1.1 Independencia entre COM y UCOM alumnos del 4to al 6to semestre	39
2 3.4.1.2 Independencia entre COM y UCOM alumnos del 7mo al 9no semestre.....	40
3 3.4.1.3 Independencia entre COM y UCOM alumnos del 4to al 9no semestre	41
4 3.4.1.4 Comparación entre las pruebas COM vs UCOM	42
5 3.4.2.1 Independencia entre COP y UCOM alumnos del 4to al 6to semestre	43
6 3.4.2.2 Independencia entre COP y UCOM alumnos del 7mo al 9no semestre.....	44
7 3.4.2.3 Independencia entre COP y UCOM alumnos del 4to al 9no semestre	45
8 3.4.2.4 Comparación entre las pruebas COP vs UCOM	46
9 4.1a Nube de puntos de la percepción de los estudiantes del 4to al 6to semestre	47
10 4.1b Nube de puntos agrupados de las percepciones de los estudiantes del 4to al 6to semestre	48
11 4.1c Eje de dificultad proyectado. Estudiantes del 4to al 6to semestre	50
12 4.1d Eje de importancia proyectado. Estudiantes del 4to al 6to semestre	52
13 4.1e Proyecciones sobre los ejes. Estudiantes del 4to al 6to semestre	53
14 4.2a Nube de puntos de la percepción de los estudiantes del 7mo al 9no semestre	54
15 4.2b Proyecciones sobre los ejes. Estudiantes del 7mo al 9no semestre	55
16 4.3a Nube de puntos de la percepción de los estudiantes del 4to al 9no semestre.....	56
17 4.3b Proyecciones sobre los ejes. Estudiantes del 4to al 9no semestre.....	57
18 5.1 Proyecciones sobre los ejes. Estudiantes del 4to al 9no semestre (Grupo general).....	58

Capítulo 1

Introducción

La educación, es considerada por antonomasia como la herramienta fundamental que instruye al hombre académicamente partiendo de las instancias primarias que le forman, desde su crecimiento y para el desarrollo futuro en el conglomerado social. Sin embargo, cada etapa cursada es intrínseca y busca ser eficiente y eficaz para cada individuo.

Sin embargo, como muchos estudios demuestran, una educación bien establecida es adquirida por el individuo hasta la etapa que el mismo considera necesaria para su vida sin evaluar las consecuencias de sus decisiones a futuro. Ahora bien, partiendo de la idea del estudiante como centro de la educación, su opinión acerca de la formación y la importancia de la información que reciben, no siempre queda clara en términos de la percepción con la que enfrentan sus estudios. Esta percepción es una pieza clave en el rendimiento estudiantil, ya que es intuitivo pensar que estudiantes con una percepción positiva de su carrera, tendrán un alto rendimiento, pudiendo ocurrir lo contrario en estudiantes con una percepción negativa. Pero, ¿En que basan esta percepción los estudiantes? ¿Qué factores podrían influir en esta percepción?

Para ayudar responder estas interrogantes, se utilizará una técnica llamada escalamiento multidimensional (MDS, Mutidimensional Scaling por sus siglas en inglés), la cual es ampliamente utilizada en el ámbito de la psicología (Kruskal, 1978), la cual devela la estructura interna de la base de datos, haciendo visible su distribución en un espacio de baja dimensión. En nuestro caso, permitirá analizar bajo que razones emiten juicios los estudiantes sobre sus profesores y sus asignaturas, tomando los datos de una encuesta realizada a los estudiantes de la

Universidad de los Andes que cursan la carrera de Educación, mención Matemática, en la cual se les pidió colocar una nota apreciativa de sus profesores y sus asignaturas en términos de la contribución a su formación profesional.

1.1 Antecedentes

Pérez, E. y Díaz, C. (2014), en su artículo “Percepción de estudiantes sobre el proceso educativo” realizó un estudio observacional descriptivo, donde los estudiantes de medicina de la facultad de ciencias médicas comúnmente valoran de forma positiva el papel de los profesores en el proceso docente educativo, reconociendo la utilidad de las asignaturas para su formación. Los aspectos negativos señalados en general se asociaron al proceso educativo.

www.bdigital.ula.ve

Álvarez, M., Tabera, M., Hernando, A. y Rubio, M., en su artículo “Percepción de los estudiantes universitarios sobre las actitudes de los docentes y su influencia en el clima de aprendizaje”, trataron la relación profesor/estudiante como un aspecto fundamental en los métodos docentes. Trabajaron en que esta relación repercute en el clima del aula, considerándola un elemento básico para el aprendizaje. Utilizaron métodos cualitativos como descripciones escritas y sesiones con grupos focales, e identificaron la motivación/desmotivación como repercusión principal.

Cossu, C., Pachano, F., y Dávila, C., en su artículo “Diagnóstico de la carrera Educación Matemática (ULA-Mérida), utilizando una metodología denominada Vectores de Desempeño

Académico”, se enfocaron en medir la percepción de los estudiantes acerca de la calidad de sus profesores y sus asignaturas, utilizando la regresión lineal como herramienta de caracterización de las asignaturas, identificando las asignaturas críticas y determinando por que dichas asignaturas tuvieron tal condición, diagnosticando lo que está ocurriendo con cada asignatura y conduciendo a la determinación de políticas curriculares.

Los datos utilizados en la presente investigación fueron recolectados en el trabajo mencionado anteriormente.

1.2 Planteamiento del problema

Este proyecto inicia por el interés de analizar la percepción de los estudiantes acerca de la valoración de las asignaturas y de sus profesores. El conocimiento acerca de esta percepción, es de interés para establecer el efecto de la motivación sobre el rendimiento estudiantil universitario.

El problema, es la falta de conocimiento sobre las razones subyacentes por las cuales los estudiantes emiten sus juicios de percepción, dificultando el análisis sobre su rendimiento general, por lo tanto, las dimensiones en que se basan sus opiniones son de carácter fundamental para el análisis de dicha percepción. Estas dimensiones podrían estar referidas a la dificultad con que perciben las materias, a la actualidad de los temas tratados en las materias, la manera en que son explicados los conocimientos en el aula, la experiencia de los docentes para desenvolverse en el aula, por nombrar algunas.

Con ayuda de la técnica de MDS se buscará dar respuesta a este problema, ya que su principal uso es develar la estructura interna de una base de datos, y graficarla en un espacio de baja dimensión, haciendo fácil su análisis. La salida, una nube de puntos en un espacio de baja dimensión, permitirá el análisis sobre la agrupación de puntos, que son los juicios emitidos por los estudiantes, y de esta manera, facilita hallar la razón subyacente sobre esos juicios de percepción.

1.3 Justificación

El logro de una educación integral pasa por la motivación y el interés que los estudiantes construyan acerca de las asignaturas. Tal motivación estaría vinculada con su desempeño y por lo tanto en la calidad de sus aprendizajes. Por esta razón, es válido pensar que estudiantes con una percepción positiva de la importancia de sus asignaturas, tendrían una mayor motivación y por lo tanto, un mayor rendimiento, pudiendo ocurrir lo contrario para estudiantes con una percepción negativa, siempre que en otras variables haya suficiente homogeneidad. Con homogeneidad nos referimos que las otras variables que pueden tener un efecto sobre el rendimiento, son más o menos similares entre los grupos, y las variables a las que se hace referencia son coeficiente intelectual, recursos para el aprendizaje, conocimientos previos, entre otras.

El estudio de estas percepciones haría un avance en cómo podrían enfocarse algunas materias en términos de importancia, en un nuevo desarrollo de la formación de profesionales, ya que con estos resultados, se podría enfocar el esfuerzo en las materias de interés, en las materias que resulten poco relevantes, o tal vez actualizar sus contenidos y

hacerlas interesantes para los estudiantes, o enfocarla de manera que su contenido sea importante para la educación del profesional.

Por las razones expuestas, el análisis de las percepciones de los estudiantes acerca de sus profesores y las asignaturas, constituye un aporte novedoso al estudio del impacto de la motivación sobre el aprendizaje, así como a la aplicación de otras técnicas de análisis de datos utilizadas en otras áreas de la ciencia.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Determinar las dimensiones en las que se basan los estudiantes para asignar calificaciones a las asignaturas, utilizando las técnicas de MDS.

www.bdigital.ula.ve

1.4.2 Objetivos específicos

- Comprender el basamento teórico del MDS para transformar un conjunto de datos n-dimensional y graficarlo en un espacio de baja dimensión.
- Analizar los datos disponibles en términos de las posibilidades del uso del MDS.
- Analizar los mapas graficados por el MDS.

Capítulo 2

Marco Teórico

Introducción

En este capítulo se ahondara en las bases teóricas del escalamiento multidimensional, así como los fundamentos matemáticos en que se basa la técnica y los datos que utiliza.

2.1 Escalamiento Multidimensional

El MDS es una denominación bajo la cual se agrupa un conjunto de técnicas que han sido diseñadas para develar la estructura interna de un conjunto de datos, haciéndola mucho más fácil de comprender a partir de su representación en un espacio geométrico de baja dimensión, por lo general Euclidiano, conocido como espacio MDS. Los datos deben ser medidas de proximidad sobre pares de objetos. Las proximidades pueden ser similaridades o disimilaridades. La metodología tiene sus orígenes a principio del siglo XX en el campo de la psicología. Surgió con la necesidad de estudiar la relación que existía entre la intensidad física de ciertos estímulos con su intensidad subjetiva. Cabe mencionar que es un procedimiento que permite encontrar preferencias y percepciones de los encuestados y representarlos en un diagrama visual.

Es importante decir que el término proximidad se asocia al concepto de cercanía espacial, perceptual, temporal, cultural, económica o en cualquier otro contexto. Las proximidades pueden ser correlaciones entre respuestas a ítems, datos de comercio entre países, valoraciones de similaridad entre candidatos políticos, entre muchas más posibilidades en ámbitos como educación, sociología, economía, comercio, entre muchas otras. La representación de las proximidades en el espacio MDS busca dar respuesta a preguntas del tipo: ¿Qué tan similares o

diferentes son o nos parecen los objetos que analizamos? ¿Qué factores determinan la estructura de similaridad observada? ¿Qué características pueden deducirse de la representación de tales objetos en un espacio geométrico, que ayude a entender cómo lo sujetos construyen sus juicios de similaridad?

La solución al problema de representar proximidades en un espacio euclidiano fue resuelto para una dimensión arbitraria por Schoenberg (1935) y Young & Housholder (1938), en lo que se conoce como la solución clásica del MDS y que se recoge en el siguiente teorema:

Formalmente, si la configuración de puntos dada por P_1, P_2, \dots, P_n , donde cada P_i tiene coordenadas dadas por $X_i^t = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$, con $i = 1, 2, \dots, n$, es una solución MDS en P dimensiones y si A es una matriz ortogonal y b un vector cualquiera, entonces

$$y_i = Ax_i + bi = 1, 2, \dots, n$$

es también una solución.

Es decir, la solución es la misma ante cualquier isometría. De hecho, no hay una posición rotacional incorrecta para la configuración. Sin embargo, las coordenadas de los puntos sobre los ejes principales impresos por el programa usado para el escalamiento, cambian drásticamente con cada rotación. Por esta razón, los ejes principales no son susceptibles de interpretación directa y no tienen mayor significación que otra línea trazada en dirección arbitraria.

Para determinar la solución, el MDS opera bajo el supuesto de que dado un conjunto de objetos, individuos o estímulos sobre los cuales se tiene una medida de proximidad, existe una configuración de puntos en un espacio geométrico de baja dimensión donde cada punto

representa a un objeto, de tal forma que las distancias entre pares de ellos pueden representar a las proximidades adecuadamente. La expresión *adecuadamente* significa que la configuración obtenida minimiza una función de la diferencia entre las proximidades y las distancias.

Teorema. Sea D una matriz de distancias entre pares de puntos de una configuración que existe en un espacio de dimensión k . Sea $B = HAH$ con $H = I - n^{-1}11^t$ y $A = (a_{rs})$ con $a_{rs} = \frac{-1}{2}d_{rs}^2$. Entonces, D es Euclidiana si y solo si B es una matriz semidefinida positiva. En particular, se tiene que:

1. Si D es la matriz de distancias Euclidianas entre pares de puntos de una configuración $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)'$, entonces $B = (HZ)(HZ)^t$. Es decir,

$$b_{rs} = (z_r - \hat{Z}), \forall r,s = 1,2, \dots, n.$$

Así, $B > 0$ y puede ser interpretado como la matriz de un producto interno centrada de la configuración Z .

2. Recíprocamente, si B es semidefinida positiva de rango K ($r(B) = K$), entonces puede construirse una configuración correspondiente a B de la manera siguiente:

sean $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_k$, los autovalores positivos de B y sean $X_{(n \times k)} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ los correspondientes autovectores normalizados por

$$X'_i X_i = \lambda_i, \forall r,s = 1,2, \dots, k.$$

Así, los puntos P_r en R^k con coordenadas $x = x_{r1}, x_{r2}, x_{rk}$, tienen distancias entre pares de ellos dadas por D . además, esta configuración tiene como centro de

gravedad = 0 y B representa la matriz del producto interno para esta configuración.

El teorema, cuya demostración puede verse, por ejemplo, en Mardia, et. Al. (1979), establece la existencia de una solución única para distancias Euclidianas en un espacio de dimensión $K = r(B)$, excepto por transformaciones de los datos que preserven las distancias. No obstante, el problema cuya solución es de mayor importancia práctica y que es resuelto por el MDS, es el de la recuperación de la configuración en un espacio de dimensión menor que K (por ejemplo $K \leq 3$), o la construcción de la configuración a partir de los datos que no son distancias Euclidianas si no pseudo distancias o más generalmente, proximidades. Para ello, el MDS colapsa la solución en un espacio de baja dimensión a partir de modelos que especifican cómo los datos, dados como coeficientes de similaridad o disimilaridad, son mapeados como distancias entre los puntos de una configuración X con una mínima pérdida de la información.

El MDS ayuda a determinar:

- Qué dimensiones utilizan los encuestados a la hora de evaluar a los objetos.
- Cuántas dimensiones utilizan.
- La importancia relativa de cada dimensión.
- Cómo se relacionan perceptualmente los objetos.
- Representar similitudes o disimilitudes como distancias en un espacio de baja dimensión, para que la data pueda ser inspeccionada visualmente.
- Probar si, y cuanto, cierto criterio de un objeto se puede distinguir entre una cantidad de objetos de interés.

- Permitir un enfoque analítico de la data que ayuda a descubrir juicios de similaridad o disimilaridad que subyacen en la data.
- Explicar juicios de similaridad o disimilaridad en términos de una regla que imita una función particular de distancia.

2.2 Proximidades

Se ha dicho que el término proximidad, que puede referirse a similaridad o disimilaridad, significa cercanía entre objetos (estímulos, etc.) y que la cercanía puede ser espacial, así como cultural, económica, perceptual, entre muchos contextos.

Formalmente, sea O el conjunto que contiene a los objetos, estímulos, etc., entonces, una proximidad es una función de $O \times O$ en R que vendrá dada en términos de disimilaridad δ_{ij} , o de similaridad φ_{ij} entre los objetos i y j . Aunque dada una de ellas es posible obtener la relación en términos de la contraria, entre ambos conceptos, son las disimilaridades las proximidades que de forma natural están relacionadas con las distancias. Por lo general, $\delta_{ij} > 0$ y $\varphi_{ij} > 0$. Además, $\delta_{ii} = 0$ con lo cual, la disimilaridad de un objeto consigo mismo es 0, lo que conduce a $\delta_{ii} < \delta_{ij}$. Por otro lado, en φ_{ii} la función alcanza un máximo, así que $\varphi_{ii} > \varphi_{ij}$. Es común escalar las similaridades de manera que $\varphi_{ij} = 1$. Este escalamiento permite una transformación monótona de las similaridades en disimilaridades preservando la estructura interna de los datos. Tal transformación es útil debido a que algunos modelos de MDS requieren que los datos sean disimilaridades.

Algunos métodos para transformar similaridades en disimilaridades son:

$$\delta_{ij} = 1 - \varphi_{ij}$$

$$\delta_{ij} = c - \varphi_{ij} \text{ para alguna constante } c$$

$$\delta_{ij} = \{2(1 - \varphi_{ij})\}^{\frac{1}{2}}$$

Las proximidades pueden obtenerse directamente, solicitando a los sujetos que emitan juicios de disimilaridad/disimilaridad sobre pares de objetos, estímulos, etc., o indirectamente, a partir de las puntuaciones sobre atributos asociados con cada uno de los objetos. Entre los métodos para obtener proximidades directamente este el de *comparación por pares* (pairwise comparison) donde cada sujeto tasa a cada par de estímulos de acuerdo con una escala de disimilaridad. En otros contextos tal como en estudios de mercado, la comparación se hace con base en el ordenamiento de los estímulos según su disimilaridad global, para lo cual, cada par de objetos es presentado sobre una tarjeta que los individuos deben ordenar colocándolas una sobre la otra de tal manera que el par más similar queda en la cima y el menos similar se ubica en la base. Hay versiones de este método que reduce el tiempo y el esfuerzo para lograr un ordenamiento confiable de las tarjetas, tales como el *Q-sort* y el *free sorting*. Una descripción más detallada de estos y otros métodos para obtener proximidades directas, puede verse en Borg & Groenen (2005, pág. 112).

Cuando las proximidades son construidas indirectamente, se denominan *coeficientes de proximidad* y se obtienen a partir de matrices de datos asociados con los objetos. Existen distintas medidas para construir proximidades a partir de matrices de datos. Cox & Cox (2001, pág. 21) resume los resultados obtenidos por varios autores acerca de distintas medidas de similaridad/disimilaridad y sus problemas asociados. Algunas de estas medidas se presentan a continuación.

Sea $X = X_r^t$ una matriz de datos referida a n objetos sobre p variables, donde x_r es el vector de observaciones del r –ésimo objeto. Las expresiones siguientes corresponden a métodos para obtener disimilaridades para datos medidos en escala de razón o intervalo.

- Distancia Euclidiana

$$\delta_{ij} = \left\{ \sum_r (x_{ir} - x_{jr})^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

- Distancia Euclidiana Ponderada

$$\delta_{ij} = \left\{ \sum_r w_r (x_{ir} - x_{jr})^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

- Distancia de Mahalanobis

$$\delta_{ij} = \left\{ (x_i - x_j)^t \Sigma^{-1} (x_i - x_j) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

- Distancia de Bhattacharyya

$$\delta_{ij} = \left\{ \sum_r \left(x_{ir}^{\frac{1}{2}} - x_{jr}^{\frac{1}{2}} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

2.3 Clasificación de los datos en MDS

Como es sabido, las variables pueden ser clasificadas de acuerdo con la escala en la que han sido medidas y en MDS, tal clasificación conduce a distintos modelos para analizar los datos. Las distintas escalas de medida son:

2.3.1 Escala nominal.

Los datos medidos en esta escala son categóricos, con lo cual, los valores asignados a los estímulos (sujetos, etc.) solo establecen pertenencia a una, de un conjunto de clases o categorías mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivas. Por ejemplo, la variable Género es categórica con dos categorías: hombre - mujer. Es común asignarle valores a los individuos según la pertenencia a una de ellas, por ejemplo, 1 si es hombre, 2 si es mujer. Sin embargo, no tiene sentido realizar operaciones aritméticas con estos valores ni están sujetos a relaciones de orden (mujer no es mayor que hombre). Así, los datos que surgen de una medición en la escala nominal no son cuantitativos.

2.3.2 Escala ordinal.

Los datos ordinales tienen características análogas a los datos nominales, con la diferencia de que, en este caso, las categorías son ordenables. Así, el valor asignado a un estímulo (sujeto, etc.) perteneciente a una categoría puede ser mayor o menor que el valor asignado a otro perteneciente a una categoría diferente, aunque no pueda determinarse cuanto mayor o menor sea uno del otro. Por ejemplo, la medición de la variable Calidad sobre un lote de productos podría asignarles las etiquetas A, B y C como pertenecientes, respectivamente, a las categorías: Calidad baja, Calidad media y Calidad alta. En tal caso, podría decirse que $A < B$ pero no podría determinarse cuanta más calidad posee B respecto de A. Así, los datos medidos en escala ordinal tampoco son cuantitativos.

2.3.3 Escala de intervalo.

La escala de intervalo es numérica y la distancia entre las unidades de medida es uniforme, con lo cual, las diferencias entre pares de mediciones pueden compararse significativamente. Así, en esta escala, además de tener cabida las relaciones de orden,

también se pueden realizar operaciones de suma y resta. Sin embargo, la escala no posee un cero absoluto, más bien, el cero es un punto arbitrario de la escala y por tanto las operaciones de multiplicación y división no tienen sentido. Un ejemplo de una variable medida en esta escala, es la temperatura medida en grados centígrados o Fahrenheit. Aquí, 0 no indica ausencia de calor o de energía sino que es un punto arbitrario de la escala lo que hace que las proporciones entre sus valores no son equivalentes si la temperatura se mide en grados centígrados a si se miden en grados Fahrenheit. No obstante, la escala de intervalo se considera una escala cuantitativa.

2.3.4 Escala de razón.

Esta escala tiene propiedades similares a la escala de intervalo, con el añadido de que posee un cero absoluto, con lo cual, sus valores además de sumarse y restarse, pueden también multiplicarse y dividirse. Ejemplos de datos medidos en esta escala son las variables Peso y Altura.

Los objetos analizados pueden ser colores, ciudades, candidatos políticos, o estímulos de cualquier tipo. Se debe indexar la proximidad con las letras “*i*” y “*j*”, que van desde $i=1$ hasta $j=J$, si hay J objetos. El valor de proximidad que conecta un objeto i , con un objeto j , se representa como δ_{ij} . El arreglo de datos de valores δ_{ij} en una matriz llamada Δ . La matriz debe ser simétrica, ya que el valor de distancia δ_{ij} es igual a la distancia δ_{ji} .

$$\Delta = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \cdots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \cdots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \cdots & \delta_{nn} \end{pmatrix}$$

La distancia entre puntos de X , juega un rol central en el MDS. Se indicará la distancia entre dos puntos x_i y x_j como:

$$d(x_i, x_j) = d_{ij}$$

A menos que se especifique de otra manera, la distancia siempre será calculada como una distancia euclidiana, la cual podemos medir mediante la fórmula:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_{i1} - x_{j1})^2 + \dots + (x_{ir} - x_{jr})^2}$$

Se obtiene entonces una matriz simétrica:

$$d_{ij} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} \end{pmatrix}$$

Donde se puede verificar fácilmente que:

$$d_{ij} = d_{ji} \text{ Para todo } i \text{ y } j \text{ (simetría)}$$

Por lo tanto, la diagonal principal de la matriz consiste en ceros, ya que la distancia de un objeto con respecto a él mismo es cero, y la matriz es simétrica. Las distancias también tienen propiedades importantes, las cuales profundizaremos más adelante.

Existen dos modelos básicos de MDS: métrico y no métrico. En el primero, se considera que los datos están medidos en escala de razón o en escala de intervalos. En el segundo se considera que los datos están medidos en escala ordinal.

Para profundizar un poco más, en el escalamiento métrico se parte de la idea de que las distancias son una función de las proximidades, es decir, $d_{ij} = f(\delta_{ij})$. También partimos del supuesto de que la relación entre las proximidades y las distancias es de tipo lineal, es decir $d_{ij} = a + b\delta_{ij}$. En este tipo de modelo, se busca obtener una matriz de productos escalares entre vectores a partir de una matriz de distancias, de tal forma que se puedan cumplir los tres axiomas de la distancia euclidiana:

- No negatividad $d_{ij} \geq 0 = d_{ii}$
- Simetría $d_{ij} = d_{ji}$
- Desigualdad triangular $d_{ij} \leq d_{ik} + d_{kj}$

En el escalamiento no métrico, no se presupone una relación lineal entre las proximidades y las distancias, sino que establece una relación monótona creciente entre ambas, es decir: si $\delta_{ij} < \delta_{kl} \rightarrow d_{ij} \leq d_{kl}$. De esta manera, es posible obtener soluciones métricas asumiendo únicamente una relación ordinal entre proximidades y distancias. El procedimiento se basa en los siguientes apartados:

- Transformación de la matriz de proximidades en una matriz de rangos.
- Obtención de una matriz de coordenadas aleatorias, que nos da la distancia entre estímulos.
- Comparación de las proximidades con las distancias.
- Definición del Stress.
- Minimización del Stress.

El objetivo del MDS es encontrar una matriz X tal que la distancia entre sus filas, $d_{ij}(\mathbf{X})$, sea aproximadamente igual a las correspondientes disimilaridades δ_{ij} . El problema para determinar dicha matriz se formula en un contexto de mínimos cuadrados, mediante la función de Stress, denotada como $\sigma^2(X)$, cuya expresión es:

$$\sigma^2 = \sum_{i < j} (\hat{d}_{ij} - d_{ij}(X))^2$$

Esta función se utiliza para medir formalmente el ajuste de un modelo de MDS. Como se verá más adelante, hay otras formas de medir el ajuste del modelo, pero se puede decir brevemente que todas tienen en común que constituyen una medida de diferencia entre las disimilaridades/similaridades y las distancias que las representan. Los valores obtenidos al emplear el Stress, dependen de la escala en la que están dados los datos.

2.4 Modelos de MDS

Hasta ahora, hemos asumido que las proximidades están en valores escalares, sin embargo, en las ciencias sociales, los valores de rango son consideradas de importancia. En esos casos, las disimilaridades δ_{ij} son remplazadas en la función de estrés por disparidades \hat{d}_{ij} (d-hats). Las disparidades son una transformación admisible de las proximidades, escogidas en una forma óptima. Por ejemplo, si el orden de rango de las proximidades es informativo, las disparidades deben tener el mismo orden de rango que las proximidades. En este caso hablamos de MDS no métrico. Si por otro lado, las disparidades se están relacionadas con las proximidades por una función continua específica, hablamos de MDS métrico. En ambos casos, las proximidades son transformadas en disparidades.

2.4.1 Modelo de escalamiento métrico

En este caso, se considera que los datos están medidos en escala de razón o en escala de intervalo. Esto es, que la relación entre las proximidades y las distancias es de tipo lineal.

Se ha formulado una extensa gama de modelos de MDS. En el caso simple, las proximidades y las disparidades se relacionan por $p_{ij} = \hat{d}_{ij}$, y cada valor de proximidad p_{ij} debe corresponder exactamente a la distancia entre los puntos i y j en el espacio m -dimensional.

Pero, es fácil generar otros modelos de MDS a partir de $\hat{d}_{ij} = f(p_{ij})$, definiendo f de maneras diferentes, por ejemplo,

$$\hat{d}_{ij} = a + b \cdot p_{ij}$$

Donde se ha adicionado una constante a . Los intervalos son modelos de MDS lineales, porque las funciones $f(p_{ij})$ son transformaciones lineales de p_{ij} . Esto conlleva ciertas propiedades lineales de la data a las correspondientes distancias. Si los puntos p_{ij} son disimilaridades, se requiere que $b > 0$, por qué mayores disimilaridades deberían corresponder a mayores distancias. Pero si los valores p_{ij} representan similaridades, entonces $b < 0$, porque una mayor similaridad debe corresponder a una distancia menor. Por lo tanto, el radio de diferencias (“intervalos”) de distancias, debería ser igual a los correspondientes radios de diferencias de la data.

Naturalmente, f no tiene que ser lineal. En principio, podemos escoger cualquier función. Sin embargo, se han encontrado algunas funciones particularmente sobresalientes en varios contextos de la psicología, como las funciones logarítmicas

$$\hat{d}_{ij} = a + b \cdot \log(p_{ij})$$

Y la función exponencial

$$\hat{d}_{ij} = a + b \cdot \exp(p_{ij})$$

Sin embargo, podría ocurrir que las disparidades \hat{d}_{ij} puedan dar negativas, por ejemplo en la función logarítmica $\log(x) < 0$ para $0 < x < 1$. Como las distancias no pueden ser negativas debido a que la convergencia del estrés es inalcanzable para disparidades negativas, hay dos soluciones para este problema: restringir el modelo a que las disparidades sean positivas, o utilizar el algoritmo SMACOF, que se explicara más adelante.

2.4.2 Modelo de escalamiento no métrico

Los datos están medidos en escala ordinal. Es decir, no presupone una relación lineal entre las proximidades y las distancias.

Los modelos no métricos, solo representan las propiedades ordinales de la data. Por ejemplo, si $P_{12} = 5$ y $P_{34} = 2$, un modelo ordinal solo sabe que $P_{12} > P_{34}$, y construye las distancias d_{12} y d_{34} tal que $d_{12} > d_{34}$

Los modelos ordinales requieren que

$$\text{Si } p_{ij} < p_{kl} \text{ entonces } \hat{d}_{ij} \leq \hat{d}_{kl}$$

Con el escalamiento no métrico, todas las distancias representadas tienen una distinción cualitativa, y las disparidades son restringidas como

$$p_{ij} = p_{ij}, \text{ entonces } \hat{d}_{ij} = \hat{d}_{kl}$$

Manteniendo de esta manera la relación de distancia entre los puntos en un espacio n-dimensional.

Esta solución puede ser un óptimo local de una nube de soluciones, pero gracias a la función de estrés, este óptimo local puede evitarse para poder hallar la mejor solución.

2.5 Función de pérdida

Los modelos MDS requieren que cada valor de proximidad sea mapeado exactamente en sus distancias correspondientes, lo cual no deja ninguna opción de error. Pero las proximidades empíricas siempre contienen imprecisiones de medida gracias a las transformaciones. Por lo tanto, no se debería insistir, al menos en la práctica, que $f(p_{ij}) = d_{ij}(X)$, si no

$f(p_{ij}) \approx d_{ij}(X)$, donde “ \approx ” puede ser leído como “tan parecido como”. Si el error de representación es muy grande, sería necesario saber que tan bien se adapta la teoría a los datos, pero en realidad cualquier representación es suficientemente precisa para verificar la validez de dicha teoría, y por lo tanto, una representación perfecta no es necesaria.

Se pueden formular argumentos para rechazar la idea de abandonar la igualdad de $f(p_{ij}) = d_{ij}(X)$, pero existen procedimientos para hallar una representación MDS que parten de una configuración inicial y la mejoran iterativamente hasta tener una aproximación al modelo original, cuyo error sea aceptable, representada como $f(p_{ij}) \approx d_{ij}(X)$. Para esto, se explicará más a fondo la función de Stress.

2.6 Función de estrés

Para hacer que las nociones “casi”, o “cerca”, o cualquier otra, se empleará el concepto estadístico de error. El *error cuadrático de representación* está definido como:

$$e^2_{ij} = [f(p_{ij}) - d_{ij}(X)]^2$$

Si hacemos la suma de los e^2_{ij} sobre todos los pares (i, j) , para todo $i < j$ resulta en una medida de ajuste bastante pobre, la cual llamaremos *Stress bruto*.

$$\sigma_r = \sigma_r(X) = \sum_{i,j} [f(p_{ij}) - d_{ij}(X)]^2.$$

Este valor por sí solo no ofrece mucha información. Pero, supongamos que las disimilaridades son distancias entre ciudades en kilómetros. Supongamos que un análisis MDS nos arroja un valor $\sigma_r(X_1) = 0,43$. Ahora, realizamos nuevamente el análisis con disimilaridades expresadas en metros y obtenemos el mismo resultado pero en una escala 1000 veces más grande, y obtenemos $\sigma_r(X_2) = 43,00$. Esto no quiere decir que X_2 es mejor que X_1 , esto solamente refleja la diferencia entre la calibración de las disimilaridades. Para evitar la dependencia de la escala, σ_r puede ser formulado como:

$$\sigma_1^2 = \sigma_1^2(X) = \frac{\sigma_r(X)}{\sum d_{ij}^2(X)} = \frac{\sum [f(p_{ij}) - d_{ij}(X)]^2}{\sum d_{ij}^2(X)}$$

Tomando la raíz cuadrada de σ_1^2 obtenemos entonces la ecuación de *Stress-1* (Kruskal, 1964^a). La razón para utilizar el valor de σ_1 en vez de σ^2 es que esta última usualmente es muy pequeña en la práctica, y entonces los valores de σ_1 son más fáciles de discriminar. Por lo tanto, la ecuación a utilizar es:

$$Stress - 1 = \sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum [f(p_{ij}) - d_{ij}(X)]^2}{\sum d_{ij}^2(X)}}$$

En el caso típico de proximidades simétricas, donde $p_{ij} = p_{ji}$ (para todo i, j), es suficiente con sumar la mitad de los datos de pares de distancia, ya que obviamente, $\sigma_1 = 0$ solo si $d_{ij}(X) = f(p_{ij})$. De cualquier manera, minimizar el *Stress-1* siempre requiere encontrar un X óptimo en una dimensionalidad específica “ m ”, y esto se logra aplicando una regresión lineal sobre los datos, aunque generalmente se requiere que sean espacios de baja dimensión.

La función de estrés entonces se puede escribir como:

$$\sigma_r(X) = \sum_{i < j} w_{ij} (\delta_{ij} - d_{ij}(X))^2$$

$$\frac{\sum_{i < j} w_{ij} \delta_{ij}^2 + \sum_{i < j} w_{ij} d_{ij}^2(X) - 2 \sum_{i < j} w_{ij} \delta_{ij} d_{ij}(X)}{\eta^2_{\delta} + \eta^2 - 2\rho(X)}$$

Donde $d_{ij}(X)$ es la distancia Euclidiana entre los puntos i y j . Entonces, el estrés se puede descomponer en 3 partes: la primera, η^2_{δ} , depende de los pesos y de las disimilaridades, mas no de X , por lo tanto, esta parte es una constante. La segunda parte, $\eta^2(X)$, es la suma de los pesos de las distancias cuadradas $d_{ij}^2(X)$. Y la parte final $-2\rho(X)$ es la suma de los pesos de las distancias planas $d_{ij}(X)$. También hemos asumido que la matriz de pesos W es irreducible, de lo contrario, el problema puede ser descompuesto en partes pequeñas separadas de problemas MDS. Entonces $\eta^2(X)$ puede escribirse como $tr X' A_{ij} X$, y $-2\rho(X)$ puede escribirse como $-tr X' B(Z) Z$.

2.7 Algoritmo SMACOF

Este algoritmo es la base del MDS. Es un algoritmo iterativo que transforma la matriz de disimilaridades para que sea lo más parecida posible a la matriz de distancias. Recordemos que la función de pérdida σ_r puede ser una función complicada, que no siempre puede ser resuelta analíticamente, por lo cual se han programado algoritmos iterativos para hallar \hat{d} y X simultáneamente. Está basado en principio de mayorización iterativa que se explicará en el siguiente punto. La idea central del método de optimización por mayorización es reemplazar iterativamente la función original, que debe ser minimizada, por una función auxiliar más sencilla. Dicha función mayorante debe satisfacer las siguientes condiciones:

- $\phi(x, y)$ debe ser más simple de minimizar que $\varphi(x)$
- $\varphi(x) \leq \phi(x, y) \forall x, y$
- $\phi(x, y)$ debe tocar a $\varphi(x)$ en el punto y , llamado punto de apoyo, es decir $\varphi(y) = \phi(y, y)$

Este algoritmo compara iterativamente el estrés permitido, hasta que sea un valor muy pequeño. Este algoritmo produce una sucesión no creciente, lo cual garantiza la convergencia del proceso.

En cada iteración se realiza $\sigma_{r+1} - \sigma_r$ y se detiene cuando ese valor sea menor que ϵ .

Entonces:

$$\begin{aligned}\sigma_r(X) &= \eta^2_{\delta} + trX'A_{ij}X - 2trX'B(Z)Z \\ &\leq \eta^2_{\delta} + trX'A_{ij}X - 2trX'B(Z)Z = \tau(X, Z)\end{aligned}$$

Donde $\tau(X,Z)$ es una función mayorante más simple, de la cual se puede obtener un mínimo analíticamente a través de sus derivadas parciales e igualando a cero:

$$\nabla\tau(X,Z) = 2VX - 2B(Z)Z = 0$$

Donde V es la matriz centrada A_{ij} . Entonces haciendo $2V = 2B(Z)Z$ se obtiene un sistema de ecuaciones lineales para X . Se debe multiplicar ambos lados por V^{-1} , sin embargo, tal inversa no existe ya que V , no es de rango completo. Por lo tanto recurrimos a la inversa de Moore-Penrose. Esta inversa es $V^+ = (V + 11')^{-1} - n^{-2}11'$. El término $n^{-2}11'$ es irrelevante en SMACOF, ya que V^+ será multiplicada por la matriz ortogonal 1 , por que $B(Z)$ tiene un *eigenvector* 1 con *eigenvalues* igual a 0 . Ahora actualizamos la fórmula del algoritmo SMACOF:

$$X^u = V^+B(Z)Z.$$

Esta es la transformada de Guttman.

El acrónimo SMACOF inicialmente significaba “Scaling by Maximizing a Convex Function” (escalamiento por maximización de una función convexa), pero a mediados de los 80s, fue cambiado a “Scaling by majorizing a complicated function” (escalamiento por mayorización de una función complicada).

El algoritmo SMACOF con transformaciones de las proximidades puede ser resumido de la siguiente manera:

1. Se hace $Z = X^{(0)}$, donde $X^{(0)}$ es alguna configuración inicial escogida. Se inicia ϵ como una constante pequeña positiva.
2. Se consiguen disparidades óptimas \hat{d}_{ij} para arreglar las distancias $d_{ij}(X^{(0)})$.
3. Se estandariza \hat{d}_{ij} con $\eta_{\hat{d}}^2 = n(n - 1)/2$

4. Se calcula $\sigma_r^{[0]} = \sigma_r(\hat{d}, X^{(0)})$. Con $\sigma_r^{[-1]} = \sigma_r^{[0]}$.
5. Mientras $k = 0$, ó ($\sigma_r^{(k-1)} - \sigma_r^{(k)} > \epsilon$ y $k \leq$ número máximo de iteraciones) *do*:
 - a. Incrementar el contador de iteración k en uno.
 - b. Se calcula la transformación de Guttman $X^{(k)}$ como $X^u = n^{-1}B(Z)Z$ si todos $w_{ij}=1$ ó como $X^u = V + B(Z)Z$, donde δ_{ij} es reemplazado por \hat{d}_{ij} .
 - c. Encontrar las disparidades óptimas \hat{d}_{ij} para las distancias actualizadas $d_{ij}(X^{(k)})$.
 - d. Estandarizar \hat{d}_{ij} como \hat{d}_{ij} con $\eta_{\hat{d}}^2 = n(n-1)/2$.
 - e. Se calcula $\sigma_r(\hat{d}, X^{[k]})$.
 - f. Se coloca $Z = X^{[k]}$.
 - g. *While}*

www.bdigital.ula.ve

2.8 Algoritmo de mayorización para resolver el MDS

2.8.1 Mínimo de la función de estrés

Ahora introduciremos algunos conceptos para darle paso a la justificación matemática más que a los métodos intuitivos para resolver la construcción del espacio del MDS. Se necesita seguir estas seis definiciones básicas.

1. n denota el número de objetos empíricos (estímulos, variables).
2. si una observación fue hecha para un par de objetos, i y j , se define un valor de proximidad p_{ij} . Si el valor p_{ij} no se define, se dice que es un

valor perdido. El termino proximidad es usado de forma genérica para denotar tanto similaridad como disimilaridad.

3. Una disimilaridad es una proximidad que indica que tan similares son dos objetos. Un valor bajo indica que los objetos son similares, y un valor alto, que no son similares. La disimilaridad se denota con δ_{ij} .
4. X denota un punto de configuración. Y la matriz de coordenadas $n \times m$ de n puntos con m coordenadas cartesianas.
5. La distancia Euclidiana entre dos puntos cualesquiera i y j en X es la distancia en línea recta que conecta dichos puntos.
6. El termino $f(p_{ij})$ denota el lugar en el mapa de p_{ij} , es decir el numero asignado para p_{ij} según la regla f . En vez de $f(p_{ij})$ se utilizara \hat{d}_{ij} .

Hasta ahora, la tarea del MDS era definir una configuración de baja dimensión de puntos de manera que las distancias entre dos puntos cualquiera fuera una disimilaridad tan cercana como fuera posible. Sin embargo, colocar cada disimilaridad en el punto exacto en el mapa, requiere mucho esfuerzo, ya que la data empírica siempre contiene errores. Definimos el error como

$$e_{ij}^2 = (d_{ij} - \delta_{ij})^2$$

Para la representación del error total del MDS

$$\sigma_r(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n (d_{ij} - \delta_{ij})^2 \text{ Para todo } \delta_{ij}.$$

La relación $i < j$ simplemente dice que es suficiente para resumir la data, ya que las disimilaridades y las distancias son simétricas.

De esta manera definimos la función de estrés como:

$$\sigma_r(X) = \sum_{i < j} w_{ij} (d_{ij}(X) - \delta_{ij})^2.$$

Se utilizara la notación σ_r y $\sigma_r(X)$ para denotar el estrés bruto. Para cada coordenada X , se puede calcular un valor de estrés, pero no se quiere cualquier X , se quiere encontrar un valor X tal que el error sea pequeño, incluso cero. Matemáticamente hablando, se quiere minimizar $\sigma_r(X)$, es decir, hallando el mínimo de la función con cálculo diferencial, es decir, derivando en cada punto de la matriz X para hallar el mínimo.

Para el MDS, se comienza con un punto arbitrario, y a partir de este se comienzan a comparar las distancias con los puntos restantes. La idea del algoritmo de mayorización es que el error entre las distancias que se dibujaran en el plano cartesiano sea el mínimo, sea cual sea el punto del que se parta, y muy importante, que las distancias se mantengan iguales sea cual sea el punto de partida. Básicamente este algoritmo calcula el mínimo de la función más sencilla con la que se reemplaza la función original, y en cada iteración, ese nuevo mínimo es el punto de corte actualizado con el que se calculara el mínimo de la siguiente iteración, es decir, la coordenada x del punto mínimo de coordenadas (x, y) , será el nuevo punto de corte por el que debe pasar la nueva función o función mayorante, para hallar un nuevo punto mínimo de coordenadas (x, y) , hasta que la diferencia entre el stress actualizado y el stress anterior sea menor que el error máximo permitido ϵ .

2.9 Escalamiento clásico

La idea básica del escalamiento es asumir que las disimilaridades son distancias y luego conseguir coordenadas que expliquen dichas distancias. En un principio se da una expresión matricial simple de distancias cuadradas $D^2(X)$ y la matriz de coordenadas X , la cual muestra las distancias euclidianas para una matriz de coordenadas y los productos escalares de estas distancias. El escalamiento clásico utiliza el mismo procedimiento pero opera con disimilaridades cuadradas Δ^2 en vez de D^2 , porque esta última es desconocida, porque da una solución analítica y no requiere iteraciones.

Para conseguir las coordenadas, asumimos que las distancias no cambian luego de las transformaciones. Entonces, las distancias cuadradas son calculadas de la matriz X como:

$$D^2 = c1' + 1c' - 2XX' = c1' + 1c' - 2B$$

Donde c es el vector con los elementos de la diagonal de XX' . Multiplicando los lados derecho e izquierdo con la matriz $J = I - n^{-1}11'$ y por el factor $-\frac{1}{2}$, entonces

$$-\frac{1}{2}JD^2J = -\frac{1}{2}Jc0' - \frac{1}{2}0c'J + JBJ = B$$

Los primeros dos términos son cero por que el vector $1'J = 0$ y los vectores alrededor de B se remueven porque X es una columna centrada. Para encontrar las coordenadas de B , hacemos XX' . El procedimiento del escalamiento clásico se resume en los siguientes pasos:

1. Se calcula la matriz de disimilaridades cuadradas Δ^2 .
2. Se aplica

$$B_{\Delta} = -\frac{1}{2}J\Delta^2J$$

3. Se calculan los valores *eigendescomposition* como

$$B_{\Delta} = Q\Lambda Q'$$

4. Se arma la matriz con los primeros *eigenvalues* mayores que 0 para la matriz Λ_+ y Q_+ con la primera columna m de Q , luego la matriz de coordenadas del escalamiento clásico está dada como

$$X = Q_+ \Lambda_+^{1/2}$$

Si la matriz de distancias euclidianas es Δ , entonces el escalamiento clásico encontrara las coordenadas como una rotación. Nótese que los *eigenvalues* pueden ser negativos, pero en el escalamiento clásico, son ignorados simplemente como errores.

2.10 Modelo general del MDS

De modo general, podemos decir que el MDS toma como entrada una matriz de proximidades, $\Delta \in M_{n \times n}$ donde n es el número de estímulos. Cada elemento δ_{ij} de Δ representa la proximidad entre el estímulo i y el estímulo j .

$$\Delta = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \cdots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \cdots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1} & \delta_{m2} & \cdots & \delta_{mn} \end{pmatrix}$$

A partir de esta matriz de proximidades el MDS nos proporciona como salida una matriz $X \in M_{m \times n}$ donde n , al igual que antes, es el número de estímulos, y m es el número de dimensiones. Cada valor x_{ij} representa la coordenada del estímulo i en la dimensión j .

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix}$$

A partir de esta matriz X se puede calcular la distancia existente entre dos estímulos cualesquiera i y j , simplemente aplicando la formula general de distancias:

$$d_{ij} = \left(\sum_{t=1}^m (x_{it} - x_{jt})^2 \right)$$

A partir de estas distancias podemos obtener una matriz de distancias que denominamos $D \in M_{n \times n}$

$$d_{ij} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} \end{pmatrix}$$

La solución proporcionada por el MDS debe ser de tal modo que haya máxima correspondencia entre la matriz de proximidades inicial Δ y la matriz de distancias obtenidas d .

2.11 Relación entre MDS y otras técnicas multivariantes.

El MDS puede ser utilizado en muchas investigaciones junto a otras técnicas multivariantes, bien como una alternativa a dichas técnicas o bien como un complemento a las mismas. La utilización de cada una de ellas va a depender de los objetivos que se persigan en la investigación. Por tanto, no hay una técnica mejor que otra, sino que en algunos casos será más apropiado utilizar una técnica que en otros. Entre las ventajas de utilizar el MDS en comparación con otras técnicas multivariantes están:

- Los datos en MDS pueden estar medidos en cualquier escala, mientras que en el análisis factorial deben estar medidos en escala de razón o intervalo.
- El MDS proporciona soluciones para cada individuo.

- En el MDS el investigador no necesita especificar cuáles son las variables a emplear en la comparación de objetos, con lo que se evita la influencia del investigador en el análisis.
- Las soluciones proporcionadas por MDS suelen ser de menor dimensionalidad que las proporcionadas por el análisis factorial (Schiffman, Reynolds y Young, 1981).

www.bdigital.ula.ve

Capítulo 3

Marco Metodológico

3 Introducción

En el presente trabajo, tomamos la opinión de los estudiantes como base de la investigación para explicar la razón de su calificación, así como la existencia de una correlación específica en su evaluación.

3.1 Herramienta de estudio

Se utilizó el método PROXSCAL ya que ofrece un algoritmo acelerado para ciertos modelos y permite colocar restricciones en el espacio común. Además esta opción minimiza el estrés bruto normalizado, en vez del S-stress (también denominado tensión). El estrés bruto normalizado se prefiere en general ya que es una medida basada en distancias, mientras que el S-stress se basa en los cuadrados de las distancias.

Se utilizó un modelo de razón, ya que las proximidades transformadas son proporcionales a las proximidades originales.

En este estudio se cuenta con los datos iniciales en forma de encuesta, y para la transformación a la matriz inicial que requiere el MDS, se utilizara el escalamiento clásico para dar forma a la configuración de la matriz inicial, y es por esto que se utiliza como configuración inicial el modelo Torgerson. Así mismo se especificó una convergencia de estrés bruto de 0,000001.

3.2 Datos en los que se basó el estudio

Los profesores Carmen Alina Cossu, Felipe Pachano Azuaje y Carlos Dávila diseñaron una encuesta con la cual se obtuvieron datos que fueron suministrados por estudiantes de la carrera, quienes cursan materias del primer al noveno semestre. Los datos que se solicitan son: edad, sexo, semestre en que ingresó a la carrera, modalidad por la que entró a la carrera, número de veces que cursó cada Asignatura desde el primer semestre hasta el semestre que está cursando actualmente y última calificación obtenida en cada Asignatura. Además, se les solicitó: Calificación del 1 al 20 que el Estudiante le otorga a cada Asignatura que ha cursado, y Calificación del 1 al 20 que el Estudiante adjudica a los profesores de cada Asignatura.

Se agruparon los estudiantes en 3 grupos: un grupo con los alumnos del 1erdo y 3er semestre, otro con los estudiantes del 4to al 6to semestre y el ultimo con los estudiantes del 7mo al 9no.

No todos los estudiantes han cursado todas las materias, por lo cual se trabajara con la opinión de los estudiantes del 4to al 9no semestre sobre las materias del 1er al 3er semestre. Esto es porque algunos estudiantes fueron encuestados mientras cursaban, por ejemplo, el 2do semestre de la carrera, y no podían emitir alguna opinión valedera sobre las materias del 3er semestre, y el porcentaje de datos faltantes es muy elevado (en algunos casos, hasta el 80% de datos faltantes), haciendo imposible alguna imputación de esos datos. Lo mismo ocurrió con los estudiantes entre el 4to y el 6to semestre, donde, por ejemplo, los estudiantes del 4to no podían emitir alguna opinión de las materias del 5to o el 6to. No se hizo énfasis en los estudiantes del primer semestre, porque harían la data un poco más difícil de trabajar al no aportar datos sobre casi la totalidad de las materias.

3.3 Variables del estudio

En total, se contó con la opinión de 52 estudiantes acerca de las 39 materias de la carrera. Luego, al delimitar la data al caso de estudio, se trabajó con la opinión de 41 estudiantes: 20 estudiantes que integran el grupo del 4to al 6to semestre y 21 que integran el grupo del 7mo al 9no, y su opinión sobre las 15 materias que conforman los primeros 3 semestres de la carrera. Se trabajó con las materias como variables.

3.3.1 Materias de la carrera

Estas son las materias del PENSUM:

LC	Lenguaje y comunicación
PSG	Psicología general
MATB	Matemática básica
FILO	Filosofía de la Educación
PED	Pedagogía general
LA	Lógica y argumentación
PSE	Psicología Evolutiva
IINF	Introducción la Informática
MATI	Matemática I
GEOI	Geometría I
SOCI	Sociología de la Educación
PSA	Psicología del aprendizaje y procesos cognoscitivos
MATII	Matemática II

GEOII	Geometría II
OPCI	Opcional
IINV	Introducción a la investigación
EPIS	Epistemología y procesos de enseñanza de la Matemática
MATIII	Matemática III
FALG	Fundamentos del Álgebra
TGEO	Taller de Geometría
DID	Didáctica de la Matemática
EST	Estadística
MATIV	Matemática IV
ALGI	Álgebra I
ICC	Investigación cualitativa y cuantitativa
PPDI	Práctica profesional docente I
SHM	Seminario de historia de la Matemática
ANAI	Análisis I
ALGII	Álgebra II
EVA	Evaluación del aprendizaje de la Matemática
PPDII	Práctica profesional docente II
SMG	Seminario memoria de grado
ANAI	Análisis II
FISI	Física I
VAL	Valores y Educación
PPDIII	Práctica profesional docente III

PROB	Probabilidades
FISII	Física II
TACM	Taller de análisis curricular del área de Matemática

i 3.3.1a Materias del pensum de Educación, mención Matemática

Estas fueron las materias que se estudiaron:

LC	Lenguaje y comunicación
PSG	Psicología general
MATB	Matemática básica
FILO	Filosofía de la Educación
PED	Pedagogía general
LA	Lógica y argumentación
PSE	Psicología Evolutiva
IINF	Introducción la Informática
MATI	Matemática I
GEOI	Geometría I
SOCI	Sociología de la Educación
PSA	Psicología del aprendizaje y procesos cognoscitivos
MATII	Matemática II
GEOII	Geometría II
OPCI	Opcional

ii 3.3.1b Materias bajo estudio

3.4 Prueba de independencia entre las variables de estudio

Se quiere saber si las opiniones están sesgadas de alguna manera, es decir, si alumnos con bajo promedio o que obtuvieron notas bajas en esas materias, otorgaban juicios negativos o bajas calificaciones a esas materias, o sus contrapartes, si obtenían notas altas, otorgaban altas calificaciones. Para esto se harán unas pruebas de independencia para tablas de contingencia.

La prueba χ^2 de Pearson se considera una prueba no paramétrica que mide la discrepancia entre una distribución observada y otra teórica (bondad de ajuste), indicando en qué medida las diferencias existen entre ambas, y de haberlas, se deben al azar en el contraste de hipótesis. También se utiliza para probar la independencia de dos variables entre sí, mediante la presentación de tablas de contingencia.

La fórmula de este estadístico es la siguiente:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\text{observada}_i - \text{teórica}_i)^2}{\text{teórica}_i}$$

Cuanto mayor sea el valor de χ^2 , menos verosímil es que la hipótesis nula (que asume igualdad entre ambas distribuciones) sea correcta. De la misma forma, cuanto más se aproxima a cero el valor de χ^2 , más ajustada están ambas distribuciones.

Los grados de libertad (gl) vienen dados por:

$$gl = (r - 1)(k - 1)$$

Donde r es el número de filas y k el de columnas.

Criterio de decisión:

No se rechaza H_0 cuando $\chi^2 < \chi_t^2(r - 1)(k - 1)$. En caso contrario, se rechaza. El valor de t representa el valor proporcionado por las tablas, según el nivel de significación estadística elegido.

Para estas pruebas, se tomaron los datos de las variables “Calificación Otorgada a la Materia” (COM) y “Ultima Calificación Obtenida en la Materia” (UCOM). Se obtuvo el promedio de las COM y se categorizaron ambas variables:

El promedio de las COM se categorizó como bajo (10-15) y alto (16-20) al igual que el de las UCOM.

Se realizó una prueba para los estudiantes del primer grupo, una para los del segundo grupo y otra para el grupo total.

3.4.1 Calificación Otorgada a las Materias vs Calificación Obtenida en las Materias

3.4.1.1 Grupo 1: 4to al 6to semestre

			UCOMCAT		Total
			1	2	
COMCAT	1	Recuento	2	2	4
		Recuento esperado	2,1	1,9	4,0
	2	Recuento	6	5	11
		Recuento esperado	5,9	5,1	11,0
Total	Recuento		8	7	15
	Recuento esperado		8,0	7,0	15,0

H₀: La calificación Otorgada a las materias es independiente de la calificación obtenida en las materias

H₁: La calificación Otorgada a las materias no es independiente de la calificación obtenida en las materias

El valor crítico para una prueba chi-cuadrado con 1 grado de libertad y 95% de confianza es 3,84

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	,024	1	,876		
Corrección de continuidad	,000	1	1,000		
Razón de verosimilitud	,024	1	,876		
Prueba exacta de Fisher				1,000	,662
Asociación lineal por lineal	,023	1	,880		
N de casos válidos	15				

Como $0,024 < 3,84$ no se rechaza H₀.

1 3.4.1.1 Independencia entre COM y UCOM alumnos del 4to al 6to semestre

3.4.1.2 Grupo 2: del 7mo al 9no semestre

			UCOMCAT		Total
			1	2	
COMCAT 1	Recuento	1	3	4	
	Recuento esperado	2,1	1,9	4,0	
2	Recuento	7	4	11	
	Recuento esperado	5,9	5,1	11,0	
Total	Recuento	8	7	15	
	Recuento esperado	8,0	7,0	15,0	

Ho: La calificación Otorgada a las materias es independiente de la calificación obtenida en la materias

H1: La calificación Otorgada a las materias no es independiente de la calificación obtenida en la materias

El valor crítico para una prueba chi-cuadrado con 1 grado de libertad y 95% de confianza es 3,84

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	1,759	1	,185		
Corrección de continuidad	,549	1	,459		
Razón de verosimilitud	1,808	1	,179		
Prueba exacta de Fisher				,282	,231
Asociación lineal por lineal	1,642	1	,200		
N de casos válidos	15				

Como $1,759 < 3,84$ no se rechaza Ho.

www.bdigital.ula.ve

2.3.4.1.2 Independencia entre COM y UCOM alumnos del 7mo al 9no semestre

3.4.1.3 Grupo completo: 4to al 9no semestre

			UCOMCAT		Total
			1	2	
COMCAT 1	Recuento		2	2	4
	Recuento esperado		2,1	1,9	4,0
2	Recuento		6	5	11
	Recuento esperado		5,9	5,1	11,0
Total	Recuento		8	7	15
	Recuento esperado		8,0	7,0	15,0

Ho: La calificación Otorgada a las materias es independiente de la calificación obtenida en la materias

H1: La calificación Otorgada a las materias no es independiente de la calificación obtenida en la materias

El valor crítico para una prueba chi-cuadrado con 1 grado de libertad y 95% de confianza es 3,84

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	,024	1	,876		
Corrección de continuidad	,000	1	1,000		
Razón de verosimilitud	,024	1	,876		
Prueba exacta de Fisher				1,000	,662
Asociación lineal por lineal	,023	1	,880		
N de casos válidos	15				

Como $0,024 < 3,84$ no se rechaza Ho.

3.3.4.1.3 Independencia entre COM y UCOM alumnos del 4to al 9no semestre

www.bdigital.ula.ve

3.4.1.4 Comparación de las pruebas

	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	.024	1	.876		
Corrección de continuidad	.000	1	1.000		
Razón de verosimilitud	.024	1	.076		
Prueba exacta de Fisher				1.000	.662
Asociación lineal por lineal	.023	1	.880		
N de casos válidos	15				
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	1,759	1	.105		
Corrección de continuidad	.549	1	.459		
Razón de verosimilitud	1,808	1	.179		
Prueba exacta de Fisher				.282	.231
Asociación lineal por lineal	1,642	1	.200		
N de casos válidos	15				
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	.024	1	.876		
Corrección de continuidad	.000	1	1.000		
Razón de verosimilitud	.024	1	.876		
Prueba exacta de Fisher				1.000	.662
Asociación lineal por lineal	.023	1	.880		
N de casos válidos	15				

El valor crítico para una prueba chi-cuadrado con 1 grado de libertad y 95% de confianza es 3,8415

(4to al 6to semestre)

(7mo al 9no semestre)

(4to al 9no semestre)

4 3.4.1.4 Comparación entre las pruebas COM vs UCOM

También se tomó en cuenta si habría alguna relación entre el juicio de los estudiantes y los profesores que impartían las materias, y se realizó un estudio similar, tomando ahora como variable las “Calificaciones Otorgadas a los Profesores” (COP). Este estudio se realiza con el fin de encontrar independencia entre las calificaciones otorgadas a las materias y las calificaciones otorgadas a los docentes, es decir, que no haya correlación entre lo que opinan del docente con lo que opinan de la materia.

De igual forma, se tomó el promedio de las COP y se categorizó como bajo (10-16) y alto (16-20).

3.4.2 Calificación Otorgada a los Profesores vs Calificación Obtenida en las

Materias

3.4.2.1 Grupo 1: 4to al 6to semestre

			UCOMCAT		Total
			1	2	
COPCAT	1	Recuento	2	2	4
		Recuento esperado	2,1	1,9	4,0
	2	Recuento	6	5	11
		Recuento esperado	5,9	5,1	11,0
Total		Recuento	8	7	15
		Recuento esperado	8,0	7,0	15,0

Ho: La calificación otorgada a los profesores es independiente de la la calificación obtenida en las materias.

H1: La calificación otorgada a los profesores no es independiente de la la calificación obtenida en las materias.

El valor crítico para una prueba chi-cuadrado con 1 grado de libertad y 95% de confianza es 3,84.

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	,024	1	,876		
Corrección de continuidad	,000	1	1,000		
Razón de verosimilitud	,024	1	,876		
Prueba exacta de Fisher				1,000	,662
Asociación lineal por lineal	,023	1	,880		
N de casos válidos	15				

Como $0,024 < 3,84$ no se rechaza Ho.

5 3.4.2.1 Independencia entre COP y UCOM alumnos del 4to al 6to semestre

3.4.2.2 Grupo 2: del 7mo al 9no semestre

			UCOMCAT		Total
			1	2	
COPCAT	1	Recuento	3	0	3
		Recuento esperado	1,6	1,4	3,0
	2	Recuento	5	7	12
		Recuento esperado	6,4	5,6	12,0
Total		Recuento	8	7	15
		Recuento esperado	8,0	7,0	15,0

Ho: La calificación otorgada a los profesores es independiente de la la calificación obtenida en las materias.

H1: La calificación otorgada a los profesores no es independiente de la la calificación obtenida en las materias.

El valor crítico para una prueba chi-cuadrado con 1 grado de libertad y 95% de confianza es 3,84.

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	3,281	1	,070		
Corrección de continuidad	1,356	1	,244		
Razón de verosimilitud	4,427	1	,035		
Prueba exacta de Fisher				,200	,123
Asociación lineal por lineal	3,063	1	,080		
N de casos válidos	15				

Como $3,281 < 3,84$ no se rechaza Ho.

www.bdigital.ula.ve

6 3.4.2.2 Independencia entre COP y UCOM alumnos del 7mo al 9no semestre

3.4.2.3 Grupo completo: 4to al 9no semestre

			UCOMCAT		Total
			1	2	
COPCAT	1	Recuento	2	0	2
		Recuento esperado	1,1	,9	2,0
	2	Recuento	6	7	13
		Recuento esperado	6,9	6,1	13,0
Total		Recuento	8	7	15
		Recuento esperado	8,0	7,0	15,0

Ho: La calificación otorgada a los profesores es independiente de la la calificación obtenida en las materias.

H1: La calificación otorgada a los profesores no es independiente de la la calificación obtenida en las materias.

El valor crítico para una prueba chi-cuadrado con 1 grado de libertad y 95% de confianza es 3,84.

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	2,019	1	,155		
Corrección de continuidad	,435	1	,509		
Razón de verosimilitud	2,783	1	,095		
Prueba exacta de Fisher				,467	,267
Asociación lineal por lineal	1,885	1	,170		
N de casos válidos	15				

Como $2,019 < 3,84$ no se rechaza Ho.

www.bdigital.ula.ve

7 3.4.2.3 Independencia entre COP y UCOM alumnos del 4to al 9no semestre

3.4.2.4 Comparación de las pruebas

	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi cuadrado de Pearson	.024	1	.076		
Corrección de continuidad	.000	1	1.000		
Razón de verosimilitud	.024	1	.076		
Prueba exacta de Fisher				1.000	.662
Asociación lineal por lineal	.023	1	.080		
N de casos válidos	15				

	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	3.281	1	.070		
Corrección de continuidad	1.356	1	.244		
Razón de verosimilitud	4.427	1	.035		
Prueba exacta de Fisher				.200	.123
Asociación lineal por lineal	3.063	1	.000		
N de casos válidos	15				

	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	2.019	1	.155		
Corrección de continuidad	.435	1	.509		
Razón de verosimilitud	2.783	1	.095		
Prueba exacta de Fisher				.467	.267
Asociación lineal por lineal	1.885	1	.170		
N de casos válidos	15				

El valor crítico para una prueba chi-cuadrado con 1 grado de libertad y 95% de confianza es 3,8415

(4to al 6to semestre)

(7mo al 9no semestre)

(4to al 9no semestre)

8 3.4.2.4 Comparación entre las pruebas COP vs UCOM

3.5 Matriz de disimilaridades.

Finalmente, esta es la matriz de entrada para el MDS. El método no trabaja con similitudes, que son las correlaciones entre los puntos, si no con disimilaridades. Sin embargo, para construir esta matriz se construye una matriz de correlaciones y luego se hace el complemento, recordando que la disimilaridad es inversamente proporcional a la similitud. El cálculo de este complemento, que sería la “anticorrelación”, resultará en el insumo, que es la matriz de disimilaridades. El SPSS calcula directamente las correlaciones, y después se calcula cada punto de la matriz como:

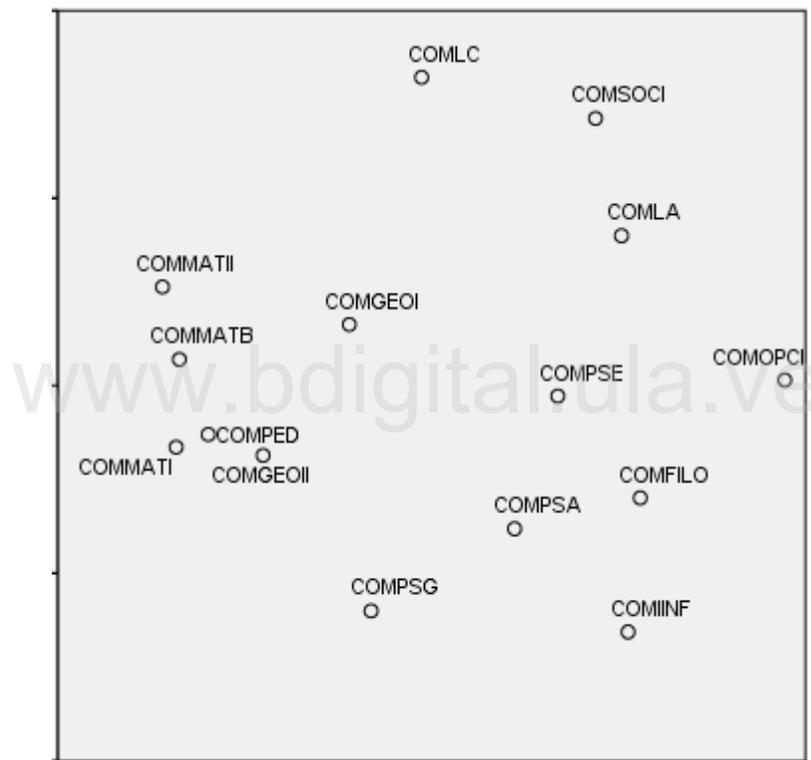
$$\text{disimilaridad} = 1 - \text{correlacion}.$$

Capítulo 4

Resultados

Comenzaremos con los resultados arrojados por el MDS

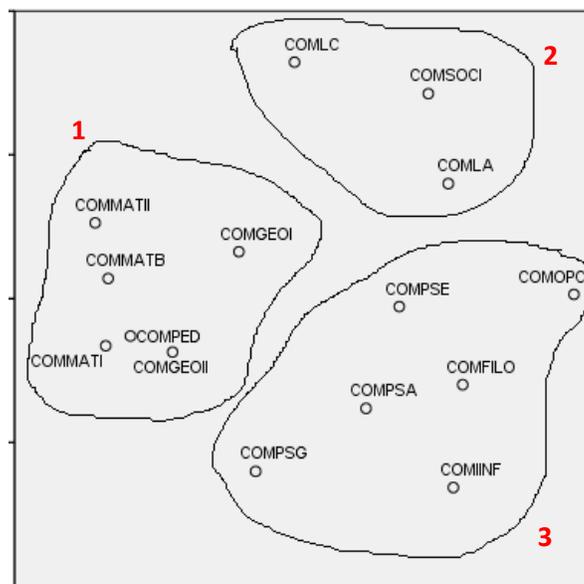
4.1 Alumnos del 4to al 6to semestre



9 4.1a Nube de puntos de la percepción de los estudiantes del 4to al 6to semestre

Visto de esta forma, parece una nube puntos sin sentido, pero analicemos un poco la gráfica.

Comencemos por agrupar algunos puntos, ya que uno de los fuertes del MDS es explicar por qué algunos puntos están más cerca o más lejos entre ellos.



10 4.1b Nube de puntos agrupados de las percepciones de los estudiantes del 4to al 6to semestre

Puede observarse la conformación de tres grupos que incorporan materias que tienen características muy específicas. Por ejemplo, en el grupo **1**, con la excepción de Pedagogía, todas las asignaturas pertenecen al área de matemática. En el grupo **3**, las asignaturas corresponden a lo que se conoce como asignaturas de la formación docente: Psicología del Aprendizaje, Psicología Evolutiva, Introducción a la Informática, entre otras, mientras que en el grupo **2** se observan materias de lo que pudiera llamarse componente de formación general. Aun así, es difícil, sin emplear información adicional, establecer razones para explicar la conformación de los grupos observados.

La información adicional que proponemos para explicar la configuración observada es, por un lado, el **Índice de Dificultad** y por otro lado, **Índice de Importancia de la Asignatura**, las cuales se usaron como variables exógenas, y fueron construidas como se explica a continuación.

4.1.1 Índice de dificultad

Se construyó un Índice de Dificultad sobre cada materia, en donde se tomó en cuenta el número de veces que los estudiantes vieron cada materia. Este índice es una combinación lineal convexa que cumple la siguiente expresión:

$$\text{Índice de dificultad}(id) = \sum (\text{frecuencia} * \text{estudiantes})$$

Donde la frecuencia se tomó de la siguiente manera:

Bajo (0,2)	1 vez
Medio (0,3)	2 veces
Alto (0,5)	3 o más veces

iii 4.1.2a Frecuencia

Por ejemplo, para la materia “Geometría 1” sería:

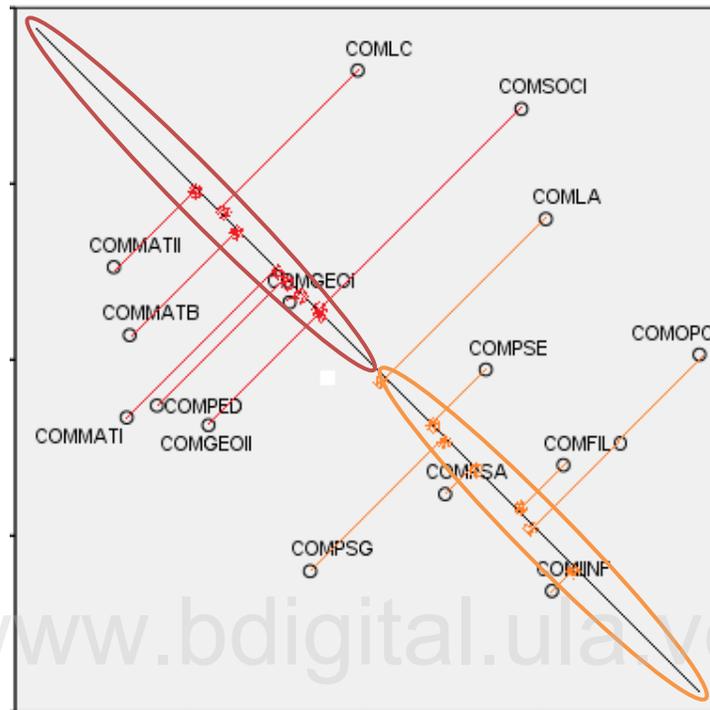
$$id = 0,2 * 9 + 0,3 * 3 + 0,5 * 7 = 6,5$$

Índice de dificultad para los alumnos del 4to al 6to semestre

FILO	4	PSE	4,3
PED	4	IINF	4,5
PSA	4,1	MATB	4,5
LC	4,1	GEOII	4,7
PSG	4,1	MATII	4,9
LA	4,2	MATI	5,5
OPCI	4,2	GEOI	6,5
SOCI	4,2	iv 4.1.2b Índice de dificultad alumnos 4to al 6to semestre	

Este eje representa el Índice de dificultad con que los estudiantes perciben sus materias.

Hagamos las proyecciones para entender mejor.



11 4.1c Eje de dificultad proyectado. Estudiantes del 4to al 6to semestre

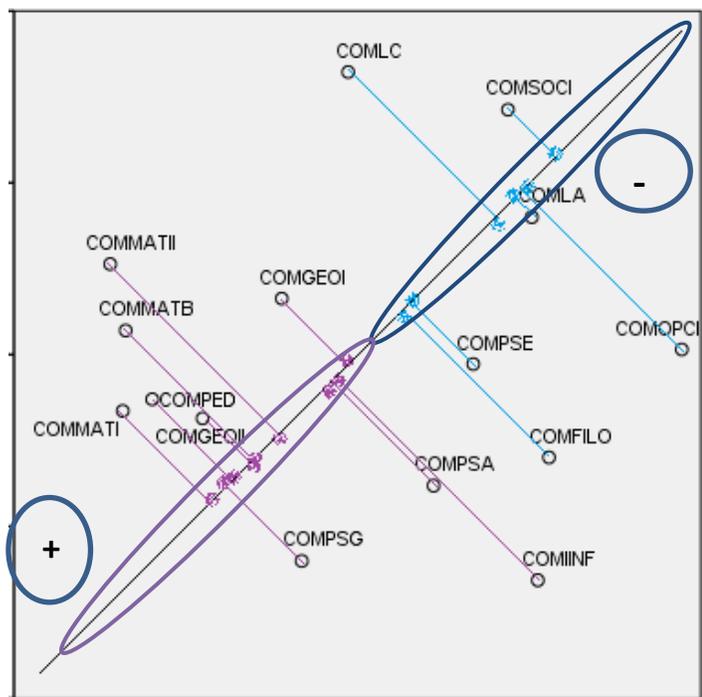
Las proyecciones en rojo corresponden en su mayoría con las materias más “difíciles” de acuerdo al índice, y las anaranjadas corresponderían con las materias más “fáciles”. No corresponden al 100%, pero esto puede deberse a falta de iteraciones, que pueden conseguirse con una convergencia de estrés más bajo. También puede deberse a que los estudiantes agreguen otra percepción que no está ligada a este estudio.

4.1.2. Índice de Importancia de las Asignaturas.

Ahora agreguemos la información del segundo eje, que está referida a la importancia según un experto. Este experto es docente de la facultad de matemática, con años de experiencia.

Opcional I	1
Pedagogía General	2
Filosofía de la Educación	2
Lógica y Argumentación	2
Psicología Evolutiva	2
Introducción a la Informática	2
Sociología de la Educación	2
Psicología del Aprendizaje y Procesos Cognoscitivos	2
Lenguaje y Comunicación	3
Matemática Básica	3
Psicología General	3
Geometría I	3
Matemática I	3
Geometría II	3
Matemática II	3

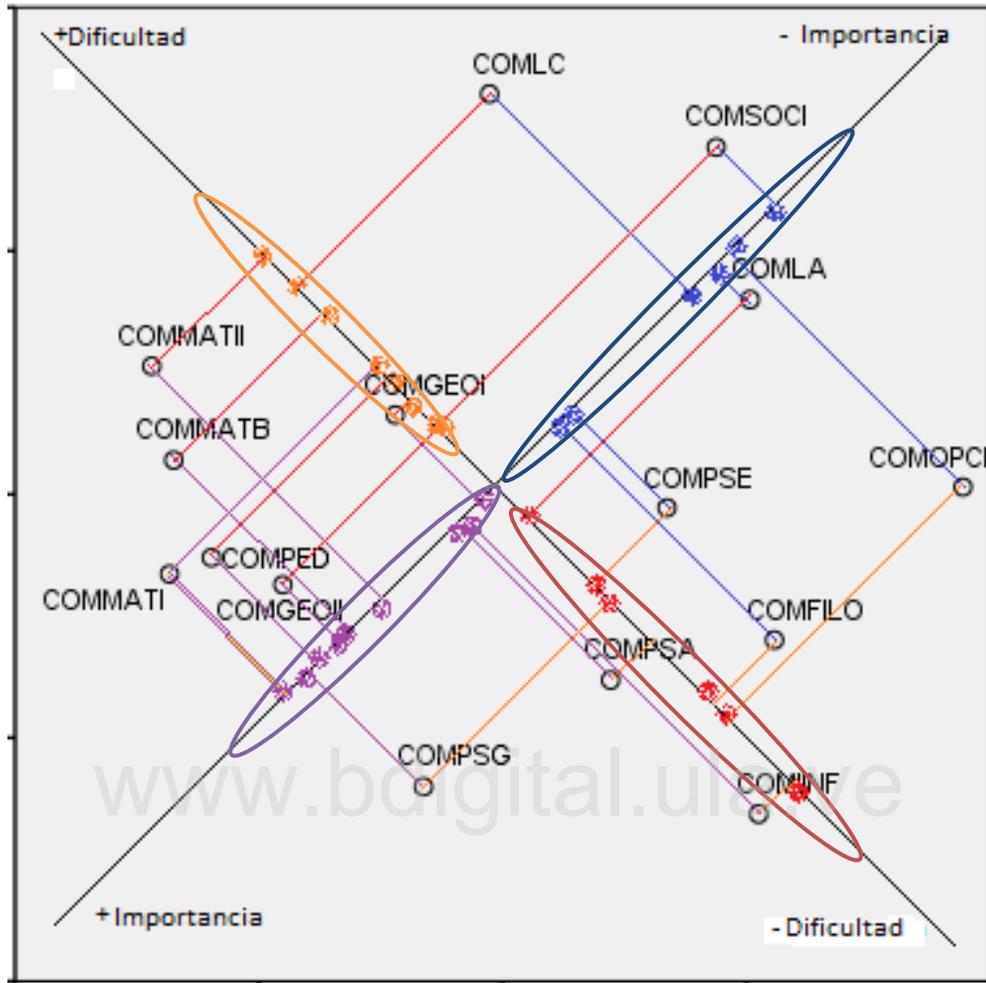
▼ 4.1.2c Importancia según el experto



12 4.1d Eje de importancia proyectado. Estudiantes del 4to al 6to semestre

En este caso, las líneas azules representan las materias menos importantes según la percepción de los estudiantes, y las moradas las más importantes. Los signos “+” y “-“ en los extremos del eje indican la dirección de la variabilidad de “más importante” a “menos importante”

De igual forma, no todas las materias coinciden con la importancia expresada por el experto. Esto se debe a las fluctuaciones del muestreo y a que la confiabilidad de la respuesta no es absoluta. Sea cual sea el caso, de nuevo las proyecciones coinciden casi en su totalidad con la tabla de importancia.

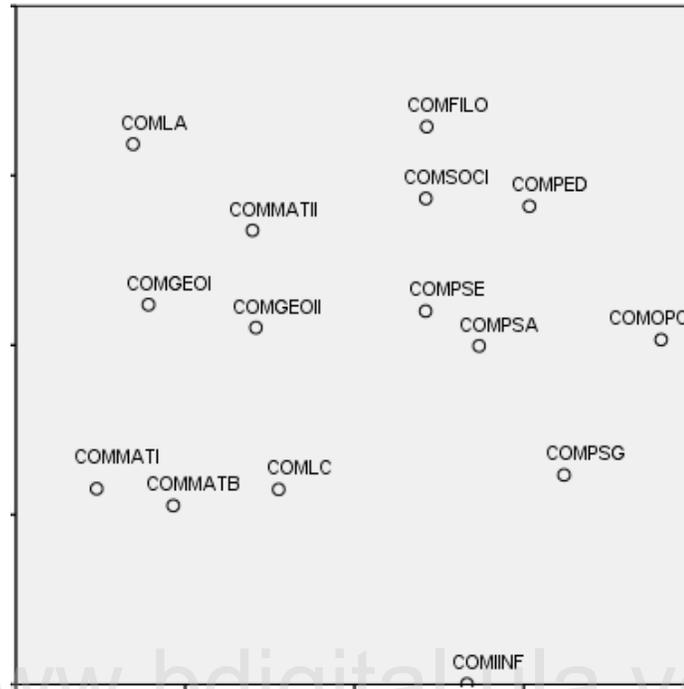


13 4.1e Proyecciones sobre los ejes. Estudiantes del 4to al 6to semestre

Ahora tenemos las proyecciones completas, y podemos ver cómo las perciben los alumnos del 4to al 6to semestre. Podemos ver, por ejemplo, que materias como “lenguaje y Comunicación (LC) y “Sociología de la Educación” (SOCI) son percibidas como difíciles y poco importantes. Ahora analizaremos el resultado para los alumnos del 7mo al 9no para comenzar a comparar.

4.2 Alumnos del 7mo al 9no semestre

Nube de puntos:



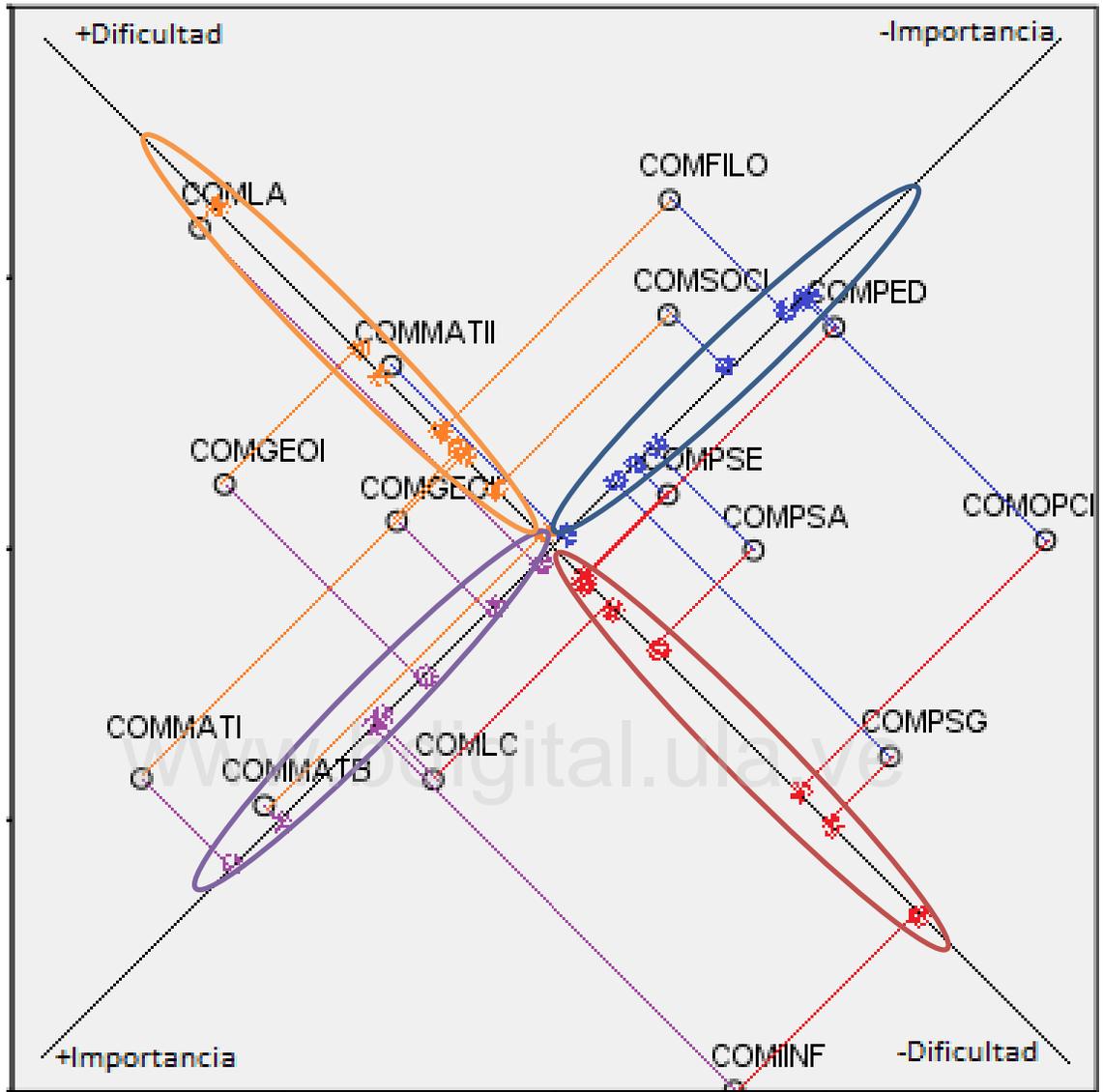
14 4.2a Nube de puntos de la percepción de los estudiantes del 7mo al 9no semestre

Índice de dificultad para los alumnos del 7mo al 9no semestre:

FILO	4,2	IINF	4,5
PSA	4,2	OPCI	4,6
LC	4,2	MATB	4,8
PSG	4,2	GEOII	4,8
LA	4,2	MATII	5,6
PED	4,3	MATI	5,8
SOCI	4,3	GEOI	6,8
PSE	4,3		

vi Índice de dificultad alumnos 7mo al 9no semestre

Proyecciones:

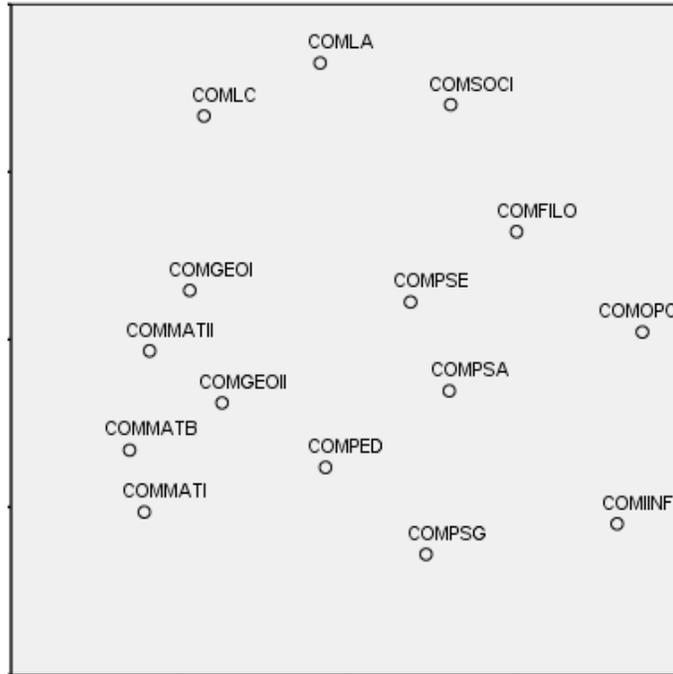


15 4.2b Proyecciones sobre los ejes. Estudiantes del 7mo al 9no semestre

En el gráfico de los alumnos del 4to al 6to se observaba que las materias “lenguaje y Comunicación” y “Sociología de la Educación” estaban en el cuadrante de materias difíciles y poco importantes. Ahora vemos en que en los alumnos del 7mo al 9no la materia “Lenguaje y comunicación cambio. Ahora está en el cuadrante de materias importantes y sin dificultad. Sin embargo, es una de las pocas materias que cambia de percepción.

4.3 Grupo completo: 4to al 9no semestre

Nube de puntos:



16 4.3a Nube de puntos de la percepción de los estudiantes del 4to al 9no semestre

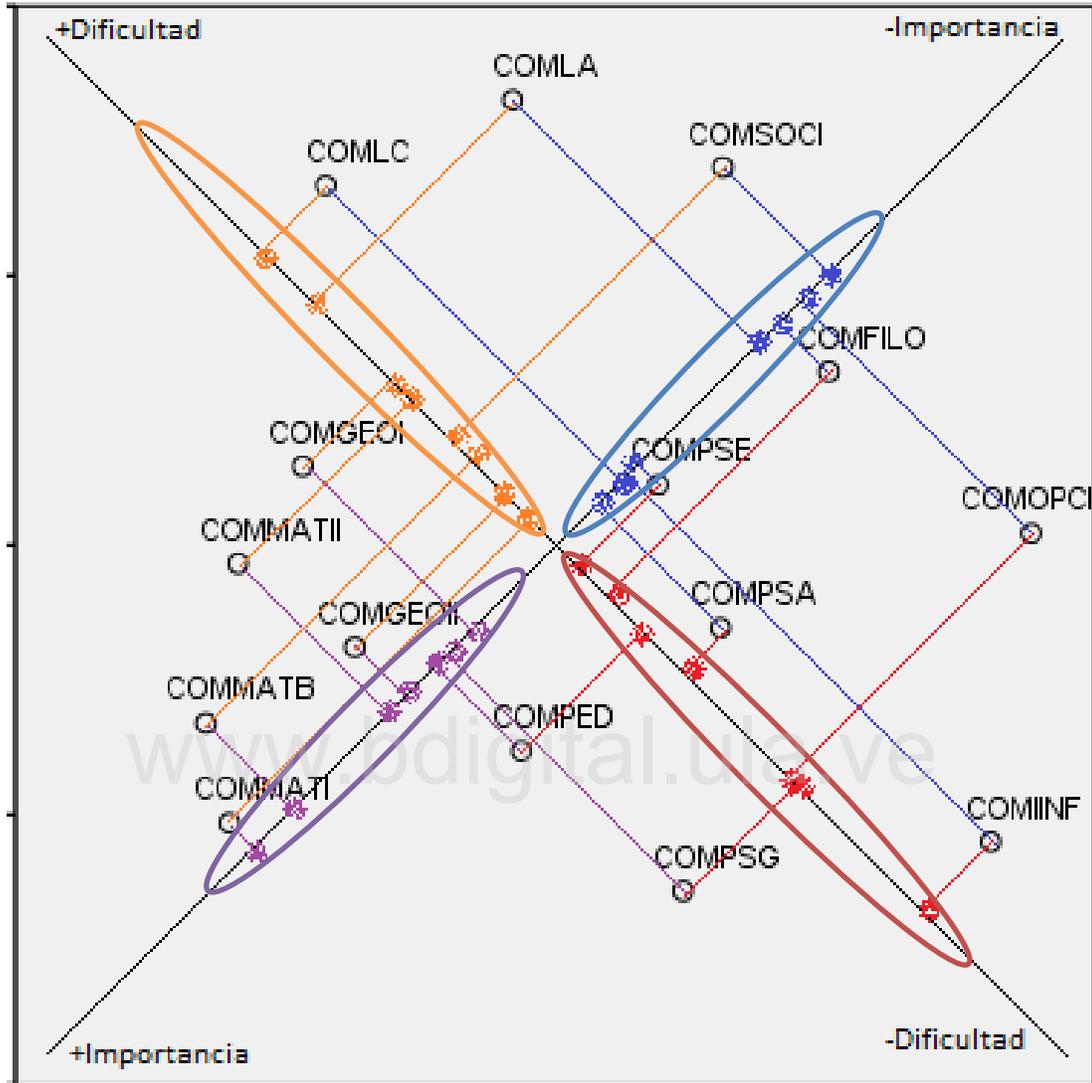
www.bdigital.ula.ve

Índice de dificultad general (4to al 9no semestre):

FILO	8,2	PSE	8,6
PSA	8,2	IINF	9
LC	8,3	MATB	9,3
PSG	8,3	GEOII	9,5
PED	8,3	MATII	10,5
LA	8,4	MATI	11,3
SOCI	8,5	GEOI	13,3
OPCI	8,5		

vii Índice de dificultad alumnos 4to al 9no semestre

Proyecciones:



17 4.3b Proyecciones sobre los ejes. Estudiantes del 4to al 9no semestre

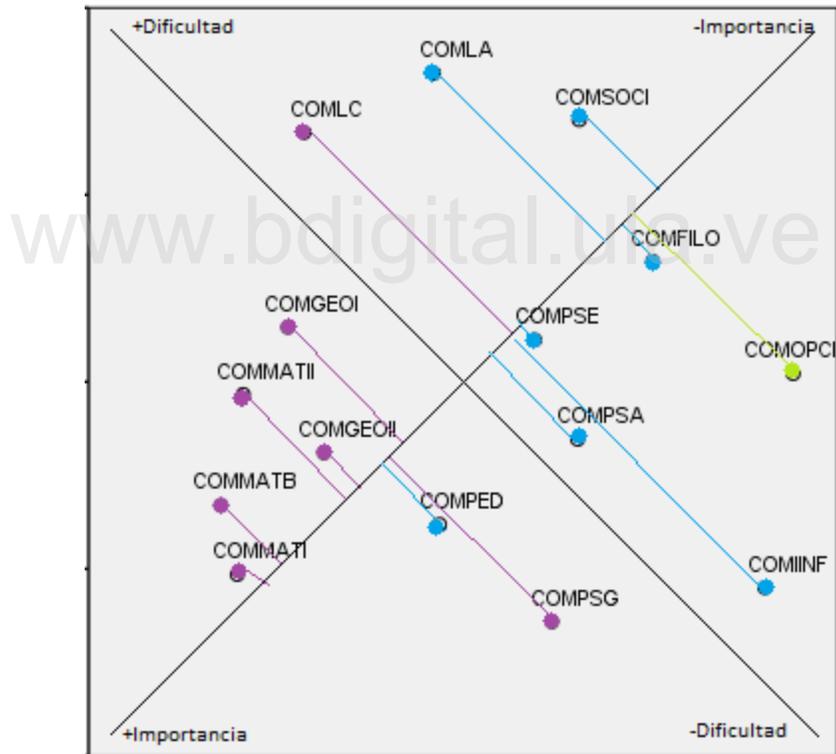
Viendo el grafico general, y siguiendo el ejemplo de las dos materias que llevamos, Lenguaje y Comunicación es considerada como difícil y sin tanta importancia, al igual que Sociología de la Educación, y ahora le sumamos la materia Lógica y Argumentación que no se apreciaba como difícil para los alumnos que están cursando materias entre el 4to y el 6to semestre.

Capítulo 5

Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

Uno de los temas interesantes de revisar, es la coincidencia entre la importancia que los estudiantes le asignan a las asignaturas y la importancia que le asigno el experto. Este se puede apreciar en el siguiente gráfico:



18 5.1 Proyecciones sobre los ejes. Estudiantes del 4to al 9no semestre (Grupo general)

En el gráfico los puntos de color morado representan las asignaturas que tienen 3 en el Índice de Importancia asignado por el experto, las de color azul las representan las asignaturas que tienen 2 y la de color verde representa la que tiene 1. Como puede verse, hay una gran

coincidencia entre la importancia asignada por los estudiantes y la asignada por el experto, que son las materias que están del lado positivo del eje. Así, casi todas las asignaturas de índice 3 de importancia se ubican en la parte positiva del eje y las que tienen 1 o 2, casi todas se ubican en la parte negativa del eje. Por otro lado, se intentó construir un índice de correlación entre la importancia asignada por los estudiantes y la asignada por el experto, como una forma de cuantificar la relación observada en el gráfico. Sin embargo, se debe tomar en cuenta que las asignaciones de importancia que hacen los estudiantes tienen una representación colectiva y no individual, por la manera en que se construye el espacio MDS, lo cual significa, que una asignatura que este más hacia la parte positiva es más importante para el estudiante que una asignatura que este más hacia el centro del eje, pero la diferencia en importancia no es cuantificable, porque los ejes no están escalados. Además, el experto le asigno el mismo valor a esas asignaturas (3), lo que hace imposible la cuantificación de la correlación, lo cual tampoco es necesario para la aplicación del MDS ni para las conclusiones del presente trabajo.

Luego de analizar los gráficos de ambos grupos se descubrió que los estudiantes basan sus percepciones en la dificultad de las asignaturas y en la importancia que estas tienen. Los resultados también revelaron que no hay una diferencia marcada en la madurez, salvo en algunas materias en las que cambia la percepción. Se esperaba que el nivel de avance del estudiante en la carrera, variara entre ambos grupos, al ir entendiendo la importancia de las bases que ofrece el contenido de las materias de los primeros semestres sobre las materias de semestres posteriores, pero no fue así. Las materias que se consideran importantes según el experto, siguen siendo la base matemática de la carrera y son percibidas de esa misma manera por los estudiantes de ambos grupos. El cambio principal ocurre solo en cinco materias: Lógica y Argumentación, Lenguaje y comunicación, Psicología General, Filosofía de la Educación y Pedagogía General, y

no todas tienen el mismo cambio. Las materias Lógica y Argumentación y Filosofía de la Educación cambian en su percepción de dificultad del grupo uno al grupo dos a más difíciles, mientras que Psicología General y Pedagogía General cambian en su importancia a ser menos importante. Y por último, Lenguaje y Comunicación, pasa a ser percibida como más importante. En el siguiente punto, las recomendaciones, se ahondara un poco más con respecto a este análisis.

5.2 Recomendaciones

Debe ser revisado el contenido programático de algunas materias que los estudiantes estén percibiendo como difíciles y sin importancia, como por ejemplo “Lógica y Argumentación”, “Lenguaje y Comunicación” y “Sociología de la Educación”, ya que podrían estar siendo enfocadas de la manera errónea, y se pierde el interés. Se recomienda revisar también materias que se perciben fáciles y de poca importancia, ya que pueden desactualizadas para los intereses que se consideran necesarios en estos momentos, como “Filosofía de la Educación”, “Psicología Evolutiva”, “Opcional 1” e “Introducción a la informática”, que podrían verse como materias de relleno.

Referencias Bibliográficas

Internet:

Juan Ivars, Ángel Pérez. Estadística no paramétrica. www.UOC.edu.
https://www.uoc.edu/in3/emath/docs/Chi_cuadrado.pdf

Tesis

Rivera, C. Un modelo de ecuaciones estructurales para el escalamiento multidimensional de datos de disimilaridad asimétricos (tesis doctoral). Universidad de Granada. Granada, España.

Cossu, C., Pachano, F., y Dávila, C. “Diagnóstico de la carrera Educación Matemática”.
Artículo. Universidad de Los Andes- Mérida.

www.bdigital.ula.ve

Libros

Kruskal, J., (1978) *Multidimensional Scalin*. Iowa, USA, Sage Publications Inc.

Trevor & Michael Cox., (2001) *Multidimensional Scaling*. USA, Chapman & Hall / CRC.

Borg, I., Groenen, P., (2005). *Modern Multidimensional Scaling*. New York, USA. Springer Science + Business media Inc.