

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES
INSTITUTO DE ESTADÍSTICA APLICADA Y COMPUTACIÓN
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DEL TIPO DE CAMBIO PARALELO PARA
VENEZUELA 2005-2013. UN ANÁLISIS DE VOLATILIDAD

www.bdigital.ula.ve

Autor: Laura Daniela Castillo Paredes

Tutor: Doctora Josefa Ramoni Perazzi

TRABAJO DE GRADO

Presentado ante la Ilustre Universidad de Los Andes
como requisito final para optar al Grado Académico de
Magíster Scientiae en Estadística

MÉRIDA, VENEZUELA
Junio, 2015

RESUMEN

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DEL TIPO DE CAMBIO PARALELO PARA VENEZUELA 2005-2013. UN ANÁLISIS DE VOLATILIDAD

Por

Laura Daniela Castillo Paredes

Dada la importancia de la variable tipo de cambio paralelo en la economía venezolana, durante los últimos diez años, este trabajo constituye una aproximación al estudio de su volatilidad, desde el enfoque estadístico de las series de tiempo. Con el fin de aprovechar las características inherentes a ésta, exceso de curtosis, persistencia y asimetría; se hace una síntesis teórica de los principales modelos estocásticos de volatilidad, diseñados para tal fin y, se estima un conjunto de modelos para 2346 observaciones comprendidas entre el 04 de enero de 2005 y el 31 de diciembre de 2013. Los resultados muestran que el modelo que mejor ajusta el comportamiento de la variable de interés es un EGARCH (1,1), pues, captura el efecto asimétrico de las perturbaciones estocásticas sobre la serie. Así, ante choques negativos, depreciación del tipo de cambio paralelo, la volatilidad asociada se incrementa, pero para choques positivos, apreciación del tipo de cambio paralelo, se mantiene constante.

Palabras clave: tipo de cambio paralelo, volatilidad, persistencia, modelos estocásticos de volatilidad, EGARCH.

ÍNDICE

Lista de Gráficos	viii
Lista de Tablas	ix
Introducción	1
Capítulo I: El problema	3
I.1 Planteamiento del problema	3
I.2 Preguntas de investigación	7
I.3. Objetivos de la investigación: general y específicos	8
I.3.1 Objetivo general	8
I.3.2 Objetivos específicos.....	8
I.4 Importancia de la investigación.....	9
Capítulo II: Marco teórico	11
II.1 Evolución del tipo de cambio paralelo en Venezuela 2005-2013.....	11
II.2 Bases teóricas	17
II.2.1 Modelos estocásticos de volatilidad.....	17
II.2.1 Modelos de volatilidad histórica	19
II.2.2 Modelos Autorregresivos Integrados de Promedio Móvil (ARIMA)	20
II.2.3 Familia de Modelos Autorregresivos Condicionales Heterocedásticos.....	23
II.2.3.1 Modelo Autorregresivo Condicional Heterocedástico (ARCH)	23
II.2.3.2 Modelo Autorregresivo Condicional Heterocedástico en Media (ARCH-M)	28
II.2.3.3 Modelo Generalizado Autorregresivo Condicional Heterocedástico (GARCH).....	29
II.2.3.4 Modelo Generalizado Autorregresivo Condicional Heterocedástico Integrado (IGARCH)	34

II.2.3.5 Modelo Generalizado Autorregresivo Condicional Heterocedástico Exponencial (EGARCH)	35
II.2.3.6 Modelo Generalizado Autorregresivo Condicional Heterocedástico con Umbral (TGARCH)	38
II.2.3.7 Modelos GJR-ARCH	39
II.2.3.8 Modelo AP-ARCH.....	41
II.2.4 Modelos de volatilidad estocástica (SV).....	43
Capítulo III: Metodología	47
III.1 Datos	47
III.2 Modelos	50
Capítulo IV: Resultados	54
Capítulo V: Conclusiones y Recomendaciones	65
Apéndices.....	68
Apéndice A. Características del control de cambio.	69
Apéndice B. Modelos estocásticos empleados.	71
Apéndice C: Serie estudiada.	76
Apéndice D: Resumen de los modelos estimados.	79
Bibliografía.....	83

Lista de Gráficos

Gráfico 1. Tipo de cambio oficial y paralelo de Venezuela 2005-2013.	16
Gráfico 2. Transformaciones del tipo de cambio paralelo.....	49
Gráfico 3. Gráficos de ajuste del modelo ARMA(0,1) - EGARCH(1,1)	60
Gráfico 4. Predicciones del modelo EGARCH estimado.	63
Gráfico 5.C: AFC, PACF y Periodograma acumulado de RTCP.....	77
Gráfico 6.D: Transformaciones de los rendimientos del tipo de cambio paralelo de Venezuela.....	79

www.bdigital.ula.ve

Lista de Tablas

Tabla 1. Evolución del control de cambio en Venezuela, 2003-2013.	13
Tabla 2. Principales agregados macroeconómicos de Venezuela 2005-2013.	14
Tabla 3. Momentos de un proceso ARCH(1).	25
Tabla 4. Momentos de un proceso GARCH(1,1)	31
Tabla 5. Pruebas de linealidad de los rendimientos del tipo de cambio paralelo.	56
Tabla 6. Estimación de efectos ARCH	56
Tabla 7. Síntesis de los modelos de la familia ARCH estimados.....	57
Tabla 8. Test de estabilidad y sesgo de signo del modelo EGARCH estimado.	62
Tabla 9.C: Estadísticas descriptivas del tipo de cambio paralelo de Venezuela, 2005-2013.	76
Tabla 10.C: Pruebas de normalidad del tipo de cambio paralelo.	76
Tabla 11.C Pruebas de normalidad de las transformaciones del tipo de cambio paralelo....	76
Tabla 12.C: Pruebas de raíz unitaria de RTCP.	77
Tabla 13.C: Test BDS para los rendimientos del tipo de cambio paralelo de Venezuela. ...	78
Tabla 14.D: Autocorrelaciones de los rendimientos del tipo de cambio paralelo.	79
Tabla 15.D: Modelos ARIMA estimados para los rendimientos del tipo de cambio paralelo de Venezuela.	80
Tabla 16.D: Diagnóstico de los residuos de los modelos estimados.	81
Continuación Tabla 16.D:.....	82

Introducción

Por más de diez años, la economía venezolana ha estado sometida a las rigurosidades de un excesivo control cambiario, que maneja el mercado de divisas, tanto en términos de cantidad como de precio. Instaurado, con la finalidad de evitar la fuga de capitales y la disminución de las reservas internacionales del país; las consecuencias que, sobre el sistema económico, ha tenido la medida, han sido múltiples. La más conocida, el surgimiento de un mercado paralelo, al mercado oficial, que deforma toda la actividad económica.

Esto ha hecho, que una de las variables económicas de referencia, para fijar precios de algunos bienes y servicios, sea el tipo de cambio paralelo, porque el mercado no oficial cubre parte de la demanda de divisas. Durante el periodo señalado, la variación que ha sufrido el precio de la moneda extranjera en términos de la moneda nacional, supera el 2000%. Esta gran variabilidad despierta el interés de propios y extraños. Y es, precisamente, la característica en donde se enfoca este estudio: la volatilidad del tipo de cambio paralelo.

Ahora bien, el estudio de la volatilidad de las series de tiempo, es un tema que durante años ha atraído el interés de muchos investigadores en esa área. Los últimos 35 años han marcado, un antes y un después, en la forma de abordar todo lo referente a este campo. Los desarrollos de Engle (1992), Bollerslev (1986) y Taylor (1986), fueron el punto

de partida para estructurar un, gigantesco y creciente, marco teórico de referencia: la familia de los modelos Autorregresivos de Heterocedasticidad Condicional (ARCH). Estos modelos, se enfocan en analizar el comportamiento de la varianza condicional de la variable de interés, empleando métodos de estimación, ampliamente conocidos. Es allí donde radica su riqueza.

Es justamente, la combinación de estos dos elementos: i) la volatilidad del tipo de cambio paralelo y ii) los modelos estocásticos disponibles para su análisis, lo que marca la hoja de ruta de la presente investigación. Con el objetivo de evaluar la conjunción de estos dos aspectos, se realiza la estimación de modelos estocásticos de volatilidad, para 2346 observaciones de la variable de interés y resalta, particularmente, la asimetría de las perturbaciones sobre la volatilidad del tipo de cambio paralelo y su persistencia sobre los valores futuros.

Este trabajo está dirigido a utilizar los modelos teóricos, previamente formulados y desarrollados, sobre la variable de interés. Así, el documento se organiza en cinco capítulos. El capítulo I, expone el problema a estudiar, las preguntas de interés que lo sustentan y los objetivos que persigue la investigación, además de justificar su desarrollo. El capítulo II, muestra una descripción del tipo de cambio paralelo de Venezuela, los fundamentos teóricos y estadísticos de los modelos estocásticos de volatilidad. En el capítulo III, se muestra la descripción de los datos y los modelos estimados. El capítulo IV, presenta los resultados más destacados hallados durante la investigación. Por último, el capítulo V, concreta las conclusiones y recomendaciones, derivadas.

Capítulo I: El problema

I.1 Planteamiento del problema

En todas las economías abiertas del mundo, aquellas que tienen relaciones comerciales unas con otras, una de las variables más importantes es el tipo de cambio; en realidad, es una de las series de tiempo más interesantes. El tipo de cambio es el precio al cual la moneda nacional se cambia por una moneda extranjera (denominada también divisa), permitiendo el desarrollo de intercambios comerciales. En el periodo comprendido entre 1946 y 1973 la mayoría de los países de América Latina y Europa tenían tipos de cambio que eran fijos con relación al dólar estadounidense (US\$). Este sistema era conocido como el Sistema de *Bretton Woods*, que al final de la II Guerra Mundial sustituyó a los tipos de cambio inestables y a las políticas comerciales restrictivas de los años treinta. Bajo la dirección de John Maynard Keynes y H. D. White el Sistema de *Bretton Woods* se estableció teniendo al oro y al US\$ como monedas internacionales y cada país fijaba su paridad cambiaria o tipo de cambio en relación a éstos¹.

Después de la II Guerra Mundial, el mundo se rigió por este sistema, fijando al US\$ como moneda de reserva, debido a la participación en el comercio mundial de los Estados Unidos y porque la mayoría de los pagos se realizaban en esta moneda. Con el crecimiento económico de postguerra (Europa y el Este de Asia), la economía mundial conoció una era

¹ Como moneda clave o de reserva se fijó la paridad del dólar en oro, inicialmente en 35 US\$ la onza.

de prosperidad, los países industrializados comenzaron a reducir sus barreras arancelarias y a hacer que sus monedas fueran libremente convertidas².

Una vez cesada la convertibilidad del US\$ en oro, el mundo entró en un sistema de fluctuación dirigida de varias formas. Algunos países, permiten que sus monedas floten libremente; así, el mercado de divisas determina el valor de su moneda frente a otras monedas. La mayoría de las naciones industrializadas poseen un sistema de cambio flexible pero dirigido (flotación sucia), Japón y Gran Bretaña son dos conocidos ejemplos. Otros países permiten que el tipo de cambio sea flexible, al mismo tiempo que fijan individual o colectivamente bandas de fluctuación interviniendo para establecer el tipo de cambio dentro de dichas bandas. Los países más pequeños fijan su tipo de cambio con una moneda importante o un conjunto de monedas, a veces implantan un sistema *crawling peg* o cajas de conversión³. Muchos países se agrupan en un bloque monetario para estabilizar los tipos de cambio entre ellos y permitir al mismo tiempo que sus monedas fluctúen libremente respecto al resto del mundo⁴.

La era de la libre convertibilidad de las monedas permitió dejar atrás una serie de problemas asociados al control de la paridad cambiaria; el más conocido, la creación de un mercado paralelo de divisas. En este mercado se realizan operaciones de compra y venta de monedas extranjeras, la cotización en moneda nacional es fijada por el libre juego de la oferta y la demanda, pero, al margen de la Ley.

² En mayo de 1973, después de un infructuoso intento por mantener los tipos de cambio, el sistema de tipos de cambio fijos se vino abajo y la economía de EEUU pasó a tener tipos de cambio flexibles entre el dólar y las otras monedas importantes como el marco alemán o el yen japonés (Dornbusch, R., Fischer, S. y Startz, R. 2009).

³ El *crawling peg* es un esquema cambiario intermedio entre tasas fijas y tasas flotantes. La caja de conversión es un “Banco Central” que aumenta (disminuye) la cantidad de moneda cuando las reservas internacionales experimentan un incremento (descenso) sobre la base de un tipo de cambio fijo.

⁴ El bloque más representativo es lo que se conocía como Sistema Monetario Europeo.

La economía venezolana no ha escapado a las consecuencias de las fluctuaciones del tipo de cambio. A lo largo de su historia, el país ha pasado por una serie de crisis cambiarias que han repercutido sobre los principales agregados macroeconómicos. Uno de los principales problemas de los países sub-desarrollados y monoexportadores, como Venezuela, es su alta dependencia de su tipo de cambio respecto a las fluctuaciones del precio de su principal producto de exportación.

Cuando Venezuela era un país exportador de café y cacao, el dólar en términos del bolívar era más caro. Luego del inicio de la exportación petrolera, se produjeron importantes variaciones en la moneda norteamericana que llevaron al Gobierno Nacional a firmar el Convenio Tinoco en 1934. Hasta la crisis de los 60, el precio del dólar en Venezuela tuvo una cotización fija; debido a la baja de los precios del petróleo y a una fuga de capitales, el país se vio obligado a establecer su primer control cambiario.

En 1964 se pudo devaluar sin grandes consecuencias políticas y sociales de 0,00335 Bs/US\$ a 0,0045Bs Bs/US\$⁵. Este tipo de cambio permaneció vigente hasta 1983 cuando el gobierno de aquella época, agobiado por una enorme deuda externa y una gran fuga de capitales, se vio obligado a devaluar la moneda nacional mediante el establecimiento de un fuerte control cambiario, que hizo que el valor monetario del dólar en el mercado no controlado se elevara considerablemente. En febrero de 1989, se llevó a cabo una unificación del mercado cambiario que desencadenó una gran devaluación del bolívar frente al dólar norteamericano. Sin embargo, esta última decisión a pesar de sus costos sociales puso en funcionamiento un tipo de cambio competitivo en términos de comercio internacional. Lastimosamente, la flotación sucia que se estableció no duró mucho tiempo

⁵ Todas las cifras, referentes a unidades monetarias, presentadas en este documento están ajustadas a la reconversión monetaria de 2008.

y en 1994 estalló una crisis financiera que obligó al Banco Central de Venezuela a instaurar un nuevo control de cambio.

En 1996 se unificaron los tipos de cambio oficial y no oficial resultando en una devaluación del bolívar. Hasta 1999, la moneda flotó limpiamente con el propósito de que el mercado apuntara hacia un tipo de cambio que indicara una posición de equilibrio. Desde el año 2003 el gobierno decidió establecer un control cambiario para evitar la fuga de capitales, fijó el tipo de cambio en 1,6 Bs/US\$, el cual ha sufrido una serie de devaluaciones hasta ubicarse en 6,30 Bs/US\$ a finales del año 2013.

La principal consecuencia de mantener un control cambiario por más de diez (10) años en Venezuela ha sido el surgimiento de un mercado paralelo de divisas⁶, que ha distorsionado todo el aparato productivo de la economía, repercutiendo en la calidad de vida de los venezolanos. Según Ecoanalítica (2013), se estima que en este mercado se transan cerca del 23% de las divisas demandadas por la economía venezolana, 4472 millones de US\$, aproximadamente. Evidentemente, el de tipo de cambio paralelo es un tema de sumo interés para los estudiosos de la economía, por las implicaciones que tiene sobre la actividad económica. Se centra sobre éste la atención de muchos investigadores, desde la concepción de las series de tiempo, por la versatilidad de dicha variable.

En otro orden de ideas, en los últimos 30 años, la teoría econométrica ha desarrollado un arsenal de herramientas que permiten el estudio de variables con las características del tipo de cambio paralelo, la más importante de todas es su alta volatilidad. La volatilidad es tomada como una medida de vulnerabilidad de la economía, mientras más volátil sea una variable mayor será la vulnerabilidad de la economía a quien pertenece y

⁶ Durante los controles de cambio anteriores también surgieron mercados paralelos de divisas.

viceversa. Reducir la volatilidad de una variable, es una ventaja comparativa que permite desarrollar modelos para predecir.

Dentro de este campo se encuentran los modelos de volatilidad histórica, que se basan en el estudio del valor de la variable de interés en periodos anteriores. Adicional, las series temporales de alta frecuencia que se observan en los mercados financieros y cambiarios vienen caracterizadas por ser asimétricas, leptocúrticas y con una elevada persistencia en volatilidad (Sánchez y Reyes, 2006). Para recoger todas estas características de las series temporales se han planteado una serie de modelos no lineales, entre los que destacan dos grandes: i) los modelos de la familia ARCH (Autorregresivos de Heterocedasticidad Condicional) y, ii) los modelos de volatilidad estocástica (SV).

Así, teniendo en mente la gama de modelos estadísticos existentes para estudiar las series de tiempo, desde el contexto uniecuacional, y la disponibilidad de herramientas computacionales, este estudio busca revelar el comportamiento de la variable tipo de cambio paralelo de Venezuela (TCP), mediante el uso de modelos estocásticos que tienen como principal componente la volatilidad de la serie. La idea central es estimar, previa revisión de las características del TCP, el modelo que mejor ajuste su comportamiento.

I.2 Preguntas de investigación

Así, resulta de interés, académico y práctico responder las siguientes interrogantes:

- ¿Cuál ha sido el comportamiento del tipo de cambio paralelo en Venezuela en los últimos diez (10) años?

- ¿Cómo se puede modelar la volatilidad del tipo de cambio paralelo en Venezuela desde el control cambiario de 2003?
- ¿Cuáles son los principales modelos de volatilidad usados para estudiar una variable como el tipo de cambio paralelo?
- ¿Qué modelo predice mejor el comportamiento del tipo de cambio paralelo en Venezuela, de mantenerse el actual control cambiario?

I.3. Objetivos de la investigación: general y específicos

Haciendo uso de la taxonomía de Bloom (1956) y en función de las interrogantes planteadas, los objetivos del estudio son:

www.bdigital.ula.ve

I.3.1 Objetivo general

- Seleccionar el modelo de volatilidad que mejor ajuste el comportamiento del tipo de cambio paralelo en Venezuela entre enero de 2005 y diciembre de 2013.

I.3.2 Objetivos específicos

- Describir el tipo de cambio paralelo en Venezuela entre enero de 2005 y diciembre de 2013.

- Contrastar el tipo de cambio paralelo en Venezuela con el tipo de cambio oficial fijado por las autoridades venezolanas entre enero de 2005 y diciembre de 2013.
- Describir los modelos estocásticos de volatilidad en función de su componente teórico.
- Estimar los modelos de volatilidad aplicables al tipo de cambio paralelo en Venezuela entre enero de 2005 y diciembre de 2013.
- Comparar el ajuste de los modelos estimados en función de las características del tipo de cambio paralelo en Venezuela entre enero de 2005 y diciembre de 2013.

I.4 Importancia de la investigación

El prolongado control cambiario al que ha sido sometida la economía venezolana por más de diez (10) años, ha generado un alto grado de distorsión en los principales indicadores económicos; así, como un constante grado de incertidumbre en la población. Esto sin duda, como todo control de precios, ha permitido el surgimiento de un mercado paralelo de divisas a través del cual se canaliza una gran cantidad de actividades dependientes del flujo de moneda extranjera. La errada decisión, para muchos, del Ejecutivo Nacional de mantener un control cambiario por tanto tiempo, aunado a un

elevado gasto corriente, ha conducido a la merma de las reservas internacionales, haciendo insostenible el tipo de cambio oficial, elevando sustancialmente el precio del dólar en el mercado paralelo, situación que ha hecho factible todo tipo de maniobras fraudulentas con la asignación de divisas preferenciales.

A pesar del celo con el que se maneja la información referente al TCP por parte de las autoridades oficiales, es un secreto a voces que una buena parte de los intercambios comerciales en Venezuela se efectúan al precio del dólar no oficial, lo que lo ha convertido, en los últimos años, en un referente primordial de la economía venezolana. De allí el interés por estudiar una variable tan importante como el tipo de cambio no oficial.

Dadas las herramientas econométricas disponibles actualmente para modelar variables con elevados grados de volatilidad, como el TCP y la importancia no oficial, pero reconocida, de éste en las actividades económicas, se tomó la decisión de llevar a cabo un estudio en el cual se aplicarán las técnicas estadísticas al mercado paralelo de divisas en Venezuela, con la finalidad de contar con un herramienta teórico-práctica que explique su comportamiento y poder derivar de él conclusiones en términos de política cambiara, con el fin último de sincerar la economía venezolana.

Capítulo II: Marco teórico

II.1 Evolución del tipo de cambio paralelo en Venezuela 2005-2013

El tipo de cambio es la paridad que se fija entre el valor de dos monedas. En su definición más elemental es el precio de una moneda en términos de otra, establecido por la relación entre la oferta y la demanda de divisas. El sistema mediante el cual se determina el tipo de cambio que rige en la economía de un país puede ser de dos tipos: i) sistema de tipo de cambio flexible y ii) sistema de tipo de cambio fijo⁷.

El sistema de tipo de cambio flexible fija la paridad mediante las fuerzas de la oferta y la demanda de divisas en el mercado, donde participan todos los agentes económicos. Sin embargo, este sistema se divide a su vez en sistema de flotación libre y sistema de flotación dirigida (flotación sucia). En el sistema de flotación libre el precio de la divisa de referencia es fijado estrictamente por el juego libre de las fuerzas de mercado y participan todos los agentes económicos sin ninguna restricción. En el sistema de flotación dirigida el precio de la divisa es determinado por las fuerzas del mercado, pero el Estado interviene para influir en su cotización de tal manera que es el agente económico que ejerce el mayor poder de fijación.

⁷ Para una descripción detallada revisar Dornbusch, R., Fischer, S. y Startz, R. (2009)

En el sistema de tipo de cambio fijo, el Estado toma total control del mercado de divisas, dejando de lado las fuerzas de la oferta y la demanda; crea un mecanismo que permite vigilar el mercado, instaurando lo que se conoce como un control de cambio. Éste no es más que la intervención oficial del mercado de divisas a través del diseño de un régimen administrativo, que siempre está acompañado por un conjunto de restricciones cuantitativas y cualitativas sobre la compra y venta de moneda extranjera. También es un instrumento de política cambiaria, con el fin único de controlar las entradas o salidas de capital, y cuya efectividad depende de las causas que lo han hecho necesario, de los objetivos que persiguen los hacedores de política económica y, la forma en que se implemente y opere en la práctica⁸.

La economía venezolana tiene una larga historia en cuanto a establecimientos de control de cambio se refiere; los años de 1960⁹, 1983¹⁰ y 1994¹¹ tienen en común la implementación de regímenes cambiarios fijo.

En los años 2001 y 2002 se registró una caída en las reservas internacionales producto de la inseguridad política que vivía el país. En febrero del 2002, Venezuela mantuvo sus bandas cambiarias y dólar se cotizó en 0,793 Bs/US\$ para la venta, hasta la

⁸ Para revisar las características del control de cambio revisar apéndice A.

⁹ El gobierno de Rómulo Betancourt se vio obligado a implantar la medida producto de la gran fuga de capitales consecuencia de los cambios políticos y sociales de finales de la década de los 50; la medida duró alrededor de cuatro años.

¹⁰ Se creó para ese momento el Régimen de Cambios Diferenciales (RECADI), institución que fijó la entrega de divisas a sectores considerados prioritarios, especialmente los insumos importados, a una tasa de 0,0043 Bs/US\$. Los principales indicadores macroeconómicos presentaron cifras alarmantes, los desequilibrios en la economía se exacerbaban y en 1989 se levantó el control de cambio. Para ese momento, la diferencia entre el precio del dólar oficial y el dólar del mercado paralelo, llegó a ser del 171%; la cotización en ese mercado fue en promedio 0,0393 Bs/US\$. Después del programa de ajuste que diseñó para Venezuela el Fondo Monetario Internacional (FMI) en 1989, el cual incluía un esquema de flotación del tipo de cambio, el BCV intervino en el mercado cambiario mediante un sistema de mini devaluaciones periódicas.

¹¹ Se creó la Oficina Técnica de Administración Cambiaria (OTAC) que duró dos años, tiempo durante el cual el precio del dólar promedió los 0,142 Bs/US\$, mientras que en el mercado paralelo se cotizaba en 0,290 Bs./US\$, una diferencia de 104%. En 1996 se dismanteló la OTAC y se implementó el sistema de bandas cambiarias; el bolívar flotó libremente y el dólar pasó de 0,290 Bs/US\$ a 0,475 Bs/US\$.

entrada en vigencia de un esquema de flotación, que llevó el tipo de cambio a 0,981 Bs/US\$ para la venta, según cifras del Banco Central de Venezuela (BCV)¹². El 5 de febrero de 2003, se instaura de nuevo un control cambiario en el país y se crea la Comisión de Administración de Divisas (CADIVI).

En la tabla 1 se puede apreciar la evolución de la moneda nacional después del establecimiento del control cambiario de 2003 y los sectores a quienes estaba dirigido; mecanismo de control que sigue vigente. Durante este largo periodo se crearon dos entes con la finalidad de paliar los efectos del mercado paralelo, el Sistema de Transacciones con Títulos en Moneda Extranjera (SITME) y el Sistema Complementario de Administración de Divisas (SICAD), cuyos resultados no fueron los esperados.

Tabla 1. Evolución del control de cambio en Venezuela, 2003-2013.

Año	Precio oficial del dólar (Bs/US\$)	Sector
2003	1,6	Todos los sectores
2004	1,92	Todos los sectores
2005	2,15	Todos los sectores
2010	2,60	Sectores prioritarios
	4,30	Resto de sectores
	5,30	SITME
2011	4,30	Todos los sectores
	5,30	SITME
2013	6,30	Todos los sectores
	11,50	SICAD

Fuente: elaboración propia. Datos BCV.

¹² Para ver la evolución del tipo de cambio paralelo en Venezuela desde 1983, revisar apéndice 1.A.

El control de cambio vigente en Venezuela desde el año 2003, ha distorsionado toda la economía del país, por el aumento constante del tamaño del mercado paralelo, debido a las limitaciones en la asignación de divisas; reflejo claro es el comportamiento de los principales agregados macroeconómicos como la disminución de la tasa de crecimiento del PIB, el aumento de la tasa de inflación y la disminución de las reservas internacionales, por mencionar algunos, como se constata en la tabla 2; confirman la ineficiencia de la medida de política cambiaria. Desde entonces, el restringido mercado oficial coexiste con un mercado paralelo ilegal creciente.

Tabla 2. Principales agregados macroeconómicos de Venezuela 2005-2013.

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Crecimiento del PIB (%)	10.3	9.9	8.8	5.3	-3.2	-1.5	4.2	5.6	1.3
Inflación (%)	14.36	16.97	22.5	30.9	25.1	27.2	27.6	20.1	56.2
Reservas Internacionales (Millones de US\$)	30,368	37,440	34,286	43,127	35,830	30,332	29,892	29,890	21,481
Desempleo (%)	11.4	9.3	7.5	6.9	8.1	8.5	7.8	7.4	7.5
Tipo de cambio oficial (Bs/US\$)	2.15	2.15	2.15	2.15	2.15	4.30	4.30	4.30	6.30

Fuente: elaboración propia. Datos BCV.

Durante los primeros años, existió una cotización paralela del dólar, denominada informalmente como el “dólar CANTV”¹³, vigente hasta mayo del año 2008, cuando el

¹³ El nombre se originó de una de las principales acciones transadas en la Bolsa de Valores de Caracas, la de CANTV, la empresa cotizaba certificados de depósitos americanos (ADRs) en Estados Unidos, el agente

gobierno, nacionalizó la Compañía Anónima Nacional Teléfonos de Venezuela (CANTV), eliminando toda posible operación cambiaria. Le siguió el “mercado permuta”¹⁴, al que se accedía a través de bonos en moneda extranjera emitidos por el BCV, cuyo precio llegó casi a duplicar la tasa oficial vigente para ese momento. En mayo de 2010 el gobierno suspendió el mercado permuta debido a “irregularidades” en su funcionamiento, a pesar de que éste suministraba entre el 15% y 20% de las divisas requeridas por el sector privado, pero el diferencial entre el tipo de cambio oficial y el no oficial era cercano al 300%, administrativamente inviable para las autoridades por las repercusiones sobre los precios.

Después del cierre del mercado permuta la determinación de la tasa del tipo de cambio paralelo se estableció con el llamado “dólar Cúcuta” que toma en cuenta el tipo de cambio fronterizo en Bolívar/Peso (TCF) con la ciudad de Cúcuta (Colombia) a través de la oferta y demanda de bolívares en esa ciudad, y la información del BCV referente a la liquidez monetaria (M2) dividida entre las reservas internacionales (RI) de Venezuela, para finalmente fijar como precio de referencia del dólar paralelo el promedio de los dos anteriores
$$TCP = \frac{TCF + (M2/RI)}{2}.$$

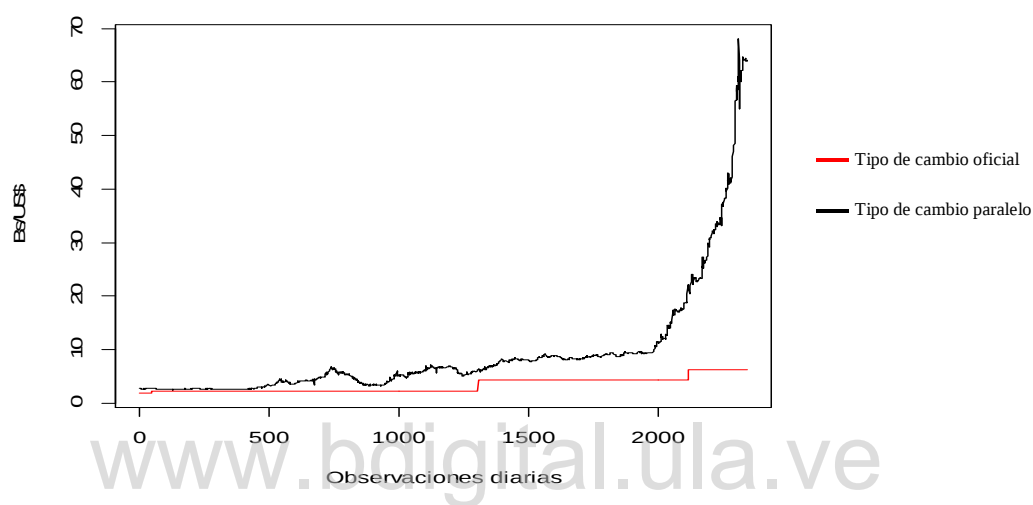
Las presiones en el mercado paralelo son crecientes. La caída del precio del petróleo, ha disminuido los ingresos del gobierno en dólares, recortando los cupos de divisas, lo que obliga a que muchas personas e instituciones deban acudir al mercado paralelo para conseguir los dólares que necesita. Esto presiona la subida del tipo de cambio

económico (individuos o empresa) podía comprar acciones en Venezuela en bolívares, definirlos como ADRs, y venderlos en New York en dólares.

¹⁴ En este mercado, las personas que tenían bonos en bolívares y deseaban dólares, se lo cambiaban a quienes tenían un bono denominado en dólares y querían bolívares, mediante la intermediación de las casas de bolsa, sumando las comisiones y las compensaciones de rigor.

paralelo ampliando la brecha con el tipo de cambio oficial, que a su vez, presiona al gobierno para que, tarde o temprano, incurra en una devaluación del bolívar. Esta situación se convierte en un espiral negativo para la economía del país.

Gráfico 1. Tipo de cambio oficial y paralelo de Venezuela 2005-2013.



Fuente: Datos BCV y dólar Cúcuta. Cálculos propios.

En el gráfico 1 se puede apreciar la evolución del dólar paralelo frente al dólar oficial, la brecha creciente entre ambas cotizaciones estimuló la actividad especulativa y llevó a ajustar varias veces la tasa oficial hacia arriba, con la esperanza de disuadir el diferencial. Pero en la medida que sea hacía más difícil adquirir divisas legalmente, mayor era la demanda en el mercado paralelo, y por lo tanto, mayor la diferencia entre el tipo de cambio de este mercado y el tipo de cambio oficial, como puede apreciarse.

II.2 Bases teóricas

II.2.1 Modelos estocásticos de volatilidad

Las variables financieras tienen la particularidad que responden a los acontecimientos ocurridos con anterioridad para determinar, en líneas generales, su comportamiento futuro. La estabilidad o inestabilidad de los mercados financieros y cambiarios se relaciona con su comportamiento inmediatamente anterior por lo que la volatilidad, entendida como esta conducta, es tomada como una medida de riesgo de los activos financieros.

Márquez, M. (2002) definió la volatilidad como:

La volatilidad es una medida de la intensidad de los cambios aleatorios o impredecibles en la rentabilidad o en el precio de un título; en la representación gráfica de una serie histórica de rendimientos se asocia la volatilidad con la amplitud de las fluctuaciones del rendimiento tanto es que se consideren en valor absoluto como en desviaciones alrededor de un valor medio.

Para Baillie (2006) no existe una definición concreta y generalizada de volatilidad, lo que sí es aceptado universalmente es que la volatilidad se refiere a un periodo en el cual la serie de tiempo presenta alta variabilidad o una varianza creciente.

Las características propias de una serie de tiempo con volatilidad son:

1. Exceso de curtosis (Mandelbrot, 1963 y Fama, 1963).
2. Persistencia o conglomerado de volatilidad (Mandelbrot, 1963 y Engle 1982). Los periodos de alta volatilidad son seguidos de periodos de

volatilidad elevada y los de baja volatilidad operan de forma análoga, en el corto plazo.

3. Existencia de discontinuidades en la serie (Figlewski, 1997), es decir, valores elevados de la serie en momentos específicos.
4. Comportamiento asimétrico de las series temporales, según la noticia que afecte la serie (Campbell, 1991 y Hentschel, 1992).
5. Los períodos de alta o baja volatilidad son seguidos de períodos en los que la volatilidad es moderada a largo plazo (Hsieh, 1995 y Figlewski, 1997).

En el estudio de las series de tiempo la volatilidad se relaciona con la varianza condicional¹⁵ de la serie. En general ésta no es constante y, en consecuencia, los modelos de series de tiempo tradicionales que suponen varianza homocedástica, no son adecuados para modelar este tipo de series. Según Poon y Granger (2003) es necesario asociar la varianza a una distribución de probabilidad concreta para poder utilizarla como medida del riesgo de activos financieros.

La volatilidad permite estimar y medir el efecto de los cambios que no se pueden predecir; García e Ibar (s/f) sostienen que la volatilidad puede ser de dos fuentes: i) determinista, que no cambia a lo largo del tiempo y si cambia es de forma conocida; y ii) estocástica, que cambia a lo largo del tiempo de forma desconocida. De aquí el interés en estudiar la volatilidad estocástica de las series de tiempo.

Los modelos estocásticos de volatilidad permiten modelar el comportamiento de la serie en estudio y predecir su comportamiento futuro con mayor precisión.

¹⁵ Se debe recordar que las medias y varianzas condicionales se asocian a los pronósticos de corto plazo y las medias y varianzas incondicionales se asocian a los pronósticos de largo plazo.

Guzmán (2006) argumenta, a favor, que:

- Miden los cambios de volatilidad de la serie en el tiempo.
- Proporcionan mejores estimaciones locales de la volatilidad.
- Capturan el agrupamiento de la volatilidad en el tiempo.
- Permiten estudiar la persistencia de la volatilidad.
- Facilitan la realización de previsiones de la volatilidad en el corto plazo.

Existen diferentes modelos estocásticos de volatilidad, con sus ventajas y desventajas forman una gama impresionante de herramientas disponibles para el modelado de series de tiempo. Este trabajo se enfoca en mostrar de forma compacta los miembros más importantes de la familia de estos modelos clasificados de la siguiente manera:

- Modelos de volatilidad histórica (MVH)
- Modelos Autorregresivos Integrados de Promedio Móvil (ARIMA).
- Familia de Modelos Autorregresivos Condicionales Heterocedásticos.
- Modelos de volatilidad estocástica (SV).

II.2.1 Modelos de volatilidad histórica

Es el grupo de modelos más antiguos diseñados para predecir el comportamiento de una serie de tiempo¹⁶, en la literatura econométrica algunos de ellos son llamados “métodos”. Se basan exclusivamente en el valor de la variable estudiada en periodos

¹⁶ Algunos investigadores los llaman “métodos tradicionales”.

anteriores; se conocen también como modelos de datos históricos. Dentro de los modelos más conocidos están:

- Modelo de camino aleatorio (MCA).
- Métodos de media histórica.
- Métodos de alisado exponencial.

II.2.2 Modelos Autorregresivos Integrados de Promedio Móvil (ARIMA)

Los modelos tradicionales de series de tiempo se refieren a la estructura de la media condicional de la serie. Los modelos ARIMA fueron desarrollados hace más de 35 años por George Box y Gwilyn Jenkins, quienes crearon una metodología para pronosticar modelos univariantes de series de tiempo, conocida ampliamente como la metodología Box-Jenkins o metodología ARIMA.

El modelo está centrado en obtener predicciones óptimas¹⁷, considera que el valor observado de una serie en determinado momento t es una realización de una variable aleatoria y_t definida en ese momento. Las principales ventajas de estos modelos son las excelentes predicciones y la ausencia de una teoría explícita porque se basa en el comportamiento pasado. Esta metodología se divide en dos ramas:

1) Los modelos autorregresivos [AR(p)]: son formulados mediante la realización de una regresión de la variable y_t sobre los valores de ésta en el pasado.

Un modelo $AR(p)$ se define como: $y_t = c + \phi_1 y_1 + \phi_2 y_2 + \dots + \phi_p y_p + \varepsilon_t$ **(2.1)**

¹⁷ Para Salazar, (2011) una predicción óptima: “significa que ningún modelo uniecuacional ofrece mejores predicciones que un modelo de tipo estructural multivariante” (p.27)

donde c es un término constante; ϕ_p son los parámetros autorregresivos y ε_t es un término de error. Los parámetros autorregresivos deben cumplir las siguientes condiciones: $-1 < \phi_1 < 1$; $-1 < \phi_2 < 1$; $\phi_1 + \phi_2 < 1$ y $\phi_1 - \phi_2 < 1$, esto con la finalidad de que el modelo sea débilmente estacionario. En la estimación de estos modelos se puede encontrar con series que tengan un componente estacional que coincide con la periodicidad de los datos por lo que en esos casos se habla de un modelo SAR.

2) Los modelos de medias móviles [MA(q)]: explican el comportamiento de una variable y_t no en función de los valores que tomó en el pasado, tal como lo hacen los modelos AR, sino en función de los errores a la hora de estimar el valor de la variable en los periodos anteriores. Un modelo $MA(q)$ se define como:

$$y_t = c + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.2)$$

donde c es un término constante; θ_q son los parámetros de media móvil y ε_t es un término de error. Los parámetros de media móvil deben cumplir las siguientes condiciones: $-1 < \theta_1 < 1$; $-1 < \theta_2 < 1$; $\theta_1 + \theta_2 < 1$ y $\theta_1 - \theta_2 < 1$, para que el modelo sea débilmente estacionario¹⁸.

Cuando un modelo $AR(p)$ se une a un modelo $MA(q)$, forma un modelo conocido como $ARMA(p,q)$ - autorregresivo de media móvil- la variable y_t queda como función de sus valores pasados y sus errores estimados. Este modelo asume que la serie temporal es débilmente estacionaria. Un modelo $ARMA(p,q)$ se define como:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.3)$$

¹⁸ Los modelos de media móvil pueden considerarse como modelos autorregresivos de orden infinito bajo ciertas restricciones pero este supuesto no es realista porque se estaría hablando de infinitos parámetros.

donde c es un término constante, ϕ_p son los parámetros autorregresivos, θ_q son los parámetros de medias móviles y ε_t es un término de error estocástico. Los parámetros cumplen las condiciones antes descritas¹⁹. Si se expresa el $ARMA(p,q)$ mediante el uso del operador de rezago L , el modelo $ARMA(p,q)$ es:

$$A(L)y_t = B(L)u_t \quad \text{donde } u_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$A(L)$ y $B(L)$ son polinomios del operador de rezago L :

$$A(z) = 1 - a_1z - a_1z^2 - a_pz^p \quad B(z) = 1 - b_1z - b_1z^2 - b_qz^q$$

En un modelo $ARMA(p,q)$ es importante destacar que y_t es causal y estacionario si y solo si $A(z) \neq 0 \quad \forall z \in C, \text{ siendo } |z| < 1$ ²⁰. Adicionalmente, y_t es invertible cuando $B(z) \neq 0 \quad \forall z \in C, \text{ siendo } |z| < 1$ ²¹.

La mayoría de las series de tiempo no son estacionarias, por ende es necesario convertir el proceso estocástico no estacionario en un proceso estocástico integrado, según el orden que corresponda. Cuando esto ocurre entonces se habla del modelo $ARIMA$ (Modelo Autorregresivo Integrado de Promedio Móvil). Un modelo $ARIMA(p,d,q)$ se define como:

$$y_t^{(d)} = c + \phi_1 y_1^{(d)} + \phi_2 y_2^{(d)} + \dots + \phi_p y_p^{(d)} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.4)$$

donde: c es el término constante, ϕ_p son los parámetros autorregresivos, θ_q son los parámetros de medias móviles, ε_t es un término de error estocástico y (d) es el grado de diferenciación de la variable de estudio tal que $(d) \in \mathbb{N}$.

¹⁹ Es evidente que un modelo $ARMA(p,0)$ es un $AR(p)$ y un $ARMA(0,q)$ es un $MA(q)$.

²⁰ Esto significa que y_t es causal y estacionario cuando el polinomio $A(z)$ tiene sus raíces fuera del círculo unitario. Si esto no ocurre, entonces el proceso sería no causal pero si estacionario pero si dichas raíces estuvieran sobre el círculo unitario el proceso no sería estacionario.

²¹ Implica que las raíces del polinomio $B(z)$ están fuera del círculo unitario.

II.2.3 Familia de Modelos Autorregresivos Condicionales Heterocedásticos

Si bien, es cierto, no es para nada despreciable el esfuerzo realizado por los investigadores que desarrollaron los modelos de volatilidad histórica y la metodología Box-Jenkins, son ampliamente conocidas las desventajas de dichos métodos. Estos modelos hablan es de la estructura de la media condicional de los datos, el supuesto de varianza constante, adicional a la linealidad de los modelos antes descritos, hace que se limite el estudio de algunas series temporales o se obtengan conclusiones erradas viéndose afectada la eficiencia de los parámetros estimados. Es por esta razón que surgen en la década de los 80's una serie de modelos que se enfocan en estudiar los momentos condicionales de segundo orden de las series de tiempo. El número de modelos derivados de estos estudios es considerable, en este trabajo solo se hará referencia a los más populares.

II.2.3.1 Modelo Autorregresivo Condicional Heterocedástico (ARCH)

Es un modelo desarrollado por Robert Engle en 1982, reconocido como el primer modelo formal que estudió el comportamiento de la varianza de la variable con respecto al tiempo. Sin embargo, autores como Mandelbrot (1963) y Klein (1977) fueron quienes realizaron los primeros acercamientos al estudio de la varianza de las series de tiempo de manera informal, trabajos que sirvieron a Engle de base para su gran hallazgo²².

²² Mandelbrot realizó estimaciones recursivas de la varianza en el tiempo y Klein utilizó estimaciones de varianzas móviles.

El proceso $ARCH(q)$ es definido como:

$$y_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t} \quad (1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-i}^2 \quad (2)$$

Donde, ε_t : es un proceso ruido blanco, $\varepsilon_t \sim iid(0,1)$. Los parámetros deben cumplir con la siguientes condiciones para alcanzar estacionariedad en media: $\alpha_0 > 0$, corresponde a la mínima varianza condicional observada; $\alpha_i \geq 0 \quad \forall i: 1, 2, \dots, q$, garantiza la existencia de varianza condicional e incondicional positivas y $\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$. Si ε_t es un ruido blanco gaussiano [$\varepsilon_t \sim Niid(0,1)$], entonces y_t es condicionalmente normal y su varianza está dada por la ecuación 2.

Para el caso específico de un modelo $ARCH(1)$, como se muestra en la tabla 3, se tiene:

- La esperanza incondicional y condicional son nulas.
- La varianza incondicional es constante.
- La varianza condicional no es constante, depende de los valores pasados de la variable de estudio al cuadrado.
- La distribución incondicional de un proceso $ARCH(1)$ tiene forma desconocida.

Tabla 3. Momentos de un proceso ARCH(1).

Media Incondicional (marginal)	Media Condicional
$E(y_t) = E[\varepsilon_t^2(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2)]^{1/2}$ $E(y_t) = E(\varepsilon_t)E(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2)^{1/2}$ $E(y_t) = 0 * E(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2)^{1/2}$ $E(y_t) = 0$	$E_{t-1}(y_t) = E_{t-1}(\varepsilon_t)E_{t-1}[(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2)^{1/2}]$ $E_{t-1}(y_t) = 0 * E_{t-1}(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2)^{1/2}$ $E_{t-1}(y_t) = 0$
(3)	(4)
Varianza Incondicional (marginal)	Varianza Condicional
$E(y_t^2) = E[(\varepsilon_t^2)(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2)^2]$ $E(y_t^2) = \sigma_\varepsilon^2(\alpha_0 + \alpha_1 E(y_{t-1}^2))$ $E(y_t^2) = \sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} \sigma_\varepsilon^2$ $* \sigma_\varepsilon^2 = 1$	$E_{t-1}(y_t^2) = E_{t-1}(\varepsilon_t^2)E_{t-1}[(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2)^2]$ $E_{t-1}(y_t^2) = \sigma_t^2 = \sigma_\varepsilon^2(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2)$ $* \sigma_\varepsilon^2 = 1$
(5)	(6)

Fuente: elaboración propia.

www.bdigital.ula.ve

Para que la varianza de un proceso ARCH(1) sea finita, entonces se supone que como el proceso $y_t^2 \sim N(0, h_t)$, el momento de orden “m” puede escribirse como²³:

$$E(y_t^{2m} | \psi_{t-1}) = h_t^{2m} \prod_{j=1}^m (2j-1) = (\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2)^m \prod_{j=1}^m (2j-1) \quad (7)$$

donde ψ_{t-1} es un conjunto de información disponible en $t-1$. Expresando (7) matricialmente para $m=3,2,1$, resulta:

$$\begin{bmatrix} (h_t^2)^3 \\ (h_t^2)^2 \\ (h_t^2)^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 2\alpha_0\alpha_1^2 & \alpha_0^2\alpha_1 \\ 0 & \alpha_1^2 & 2\alpha_0 \\ 0 & 0 & \alpha_1^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (y_{t-1}^2)^3 \\ (y_{t-1}^2)^2 \\ (y_{t-1}^2)^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_0^3 \\ \alpha_0^2 \\ \alpha_0^1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

²³ Esto es posible si se hace uso de la expansión polinómica de Taylor.

La expresión 8 puede escribirse en términos de un vector fila llamado z_t , siendo éste $z_t' = (y_t^{2m}, y_t^{2(m-1)}, y_t^{2(m-2)}, \dots, y_t^2)$; para simplificarla, así, su esperanza condicional estaría dada por:

$$E_{t-1}(z_t) = E(z_t|\psi_{t-1}) = b + Az_{t-1} \quad (9)$$

donde b , es un vector columna de m filas ($m \times 1$) y A es una matriz triangular superior $m \times m$.²⁴

En lo que respecta a la estimación de los parámetros de un modelo ARCH, tal como lo planteó Engle (1982), se realiza mediante el método de máxima verosimilitud (MV). Como las observaciones del proceso ARCH(1) se distribuyen normal, porque son una combinación lineal de los errores, la distribución conjunta del proceso no es otra que el producto de las densidades marginales del proceso de cada elemento pero, como se maximiza es el logaritmo del proceso, la distribución conjunta es la suma de todas las funciones de densidad.

Adicional a esto, si se considera y_t como función de algunas variables explicativas, se tiene lo que se conoce como un modelo ARCH de regresión, en donde se aplica el modelo heterocedasticidad condicional a la especificación de la varianza condicional, que no es otra cosa que un modelo ARCH de media no nula. Su especificación resulta:

$$y_t|\psi_{t-1} \sim N(x_t\beta; h_t) \quad (10)$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t\beta \quad (11)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (12)$$

²⁴ Revisar el apéndice 2.B para una explicación más detallada.

La matriz x_t además de variables exógenas, puede incluir valores rezagados de la variable endógena y_t . Este modelo ARCH de regresión fue también propuesto por Engle (1982), él indica que los parámetros deben ser estimado mediante el método MV²⁵.

Para contrastar la existencia de una estructura ARCH el mencionado autor propuso un test previo al desarrollo del modelo, conocido como el contraste del multiplicador de Lagrange. Partiendo del sistema de hipótesis que se presenta a continuación, toma en consideración los residuos derivados de la estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), aproximándose al Multiplicador de Lagrange de Breusch y Pagan (1978) y Godfrey (1978) resultando como estadístico de prueba $T * R^2 \sim \chi_q^2$.²⁶

$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots \alpha_q = 0$ (No hay modelo ARCH)

$H_1: \text{al menos un } \alpha_i \neq 0$ (Hay modelo ARCH)

La predicción en un modelo ARCH(q) está dada por:

$$h_{t+s} = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=0}^{s-1} \phi^{2i} + \alpha_1^{s-1} (h_{t+1} - \sigma_\varepsilon^2) \sum_{i=0}^{s-1} \phi^{2i-1} \alpha_1^{-i}$$

²⁵ Se pueden estimar los parámetros del modelo mediante el uso de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) los cuales resultaran insesgados y consistentes suponiendo que no hay correlación entre x_t y ε_t . Pero si x_t incluye rezagos de y_t , entonces los estimadores MCO serán inconsistentes, x_t^2 y ε_t^2 serán correlacionados y por ende no serán eficientes. Si la matriz x_t no incluye valores rezagados de y_t , y el proceso en cuestión es débilmente estacionario, se satisface el Teorema de Gauss-Markov. Lo que Engle (1982) argumentaba para usar MV es que éste es diferente y asintóticamente superior a MCO porque el último no alcanza la Cota de Cramer-Rao, así los estimadores MV son no lineales y más eficientes que los MCO.

²⁶ La regla de decisión asociada es la universalmente aceptada. Si el valor calculado del estadístico es mayor que su valor en tabla, se rechaza la hipótesis nula. Usando el p-value implicaría que si éste es menor que el nivel de significancia elegido, también se rechaza la hipótesis nula.

II.2.3.2 Modelo Autorregresivo Condicional Heterocedástico en Media (ARCH-M)

Basados en los estudios previos de Engle, él junto a un par de investigadores desarrollaron un nuevo modelo, que en líneas generales es un modelo de regresión ARCH al cual se le agrega la desviación típica condicional de los errores como variable explicativa de la media de un modelo uniecuacional general. Engle, Lilien y Robins (1986), propusieron el siguiente modelo:

$$y_t | X_t \Pi_t \sim N(X_t \beta + \delta h_t, h_t^2) \quad (13)$$

$$h_t^2 = \alpha' W \eta_t + \gamma' Z_t \quad (14)$$

dónde, Z_t es el vector de $(j \times 1)$ variables endógenas desplazadas; X_t es un vector $(k \times 1)$ de variables exógenas del modelo; $\varepsilon_t = y_t - X_t \beta - \delta h_t$ es el término de error estocástico; $\eta_t = (\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \varepsilon_{t-3}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2)$ es un vector $(q \times 1)$ de variables; W es la matriz $(p \times q)$ de constantes; α es un vector $(q \times 1)$ de parámetros en la ecuación de la varianza que modifican los valores cuadrados del error; γ es un vector $(j \times 1)$ de parámetros de la varianza; β el vector $(k \times 1)$ de parámetros de la media, modificadores de las variables exógenas del modelo; δ es un vector (1×1) de parámetros de la media, que modifican a la desviación típica del error como explicativa del modelo general.

El modelo fue escrito de forma matricial, tal que es explicado por k variables exógenas puras y la desviación típica de la perturbación aleatoria, que, a su vez, está explicada por q valores del error rezagado al cuadrado y por j desplazamientos de la endógena y_t .

$$y_t = \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \delta h_t + \mu_t \quad (15)$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 (w_1 \varepsilon_{t-1}^2, w_2 \varepsilon_{t-2}^2, \dots, w_q \varepsilon_{t-q}^2) + \gamma_1 y_{t-1} + \gamma_2 y_{t-2} + \dots + \gamma_p y_{t-j} \quad (16)$$

Los vectores de parámetros se agrupan en un vector de orden $m \times 1$, donde $m=q+j+k+1$, $\phi' = (\alpha', \beta', \gamma', \delta)$. La estimación de los parámetros del ARCH-M se hace mediante máxima verosimilitud. Así, el logaritmo de la verosimilitud del modelo es:

$$L(\phi) = \sum_t L_t(\phi) \quad (17)$$

$$L_t(\phi) = -\log(h_t) - \frac{\varepsilon_t^2}{2h_t} \quad (18)$$

Para la estimación de este modelo, habrá que tener en cuenta que la varianza condicional de la ecuación (14) se ha definido en función de innovaciones anteriores y que la ecuación básica también depende de la desviación típica de ésta. Los autores propusieron el sistema iterativo de Berndt, Hall, Hall y Hausman (1974) para la estimación de los parámetros. El contraste para la existencia de estructura ARCH es perfectamente aplicable al modelo ARCH-M.

II.2.3.3 Modelo Generalizado Autorregresivo Condicional Heterocedástico (GARCH)

En 1986, Tim Bollerslev realizó una ampliación del modelo ARCH de Engle debido a las dificultades de estimación que éste presenta cuando se aplica a estructuras dinámicas de los cuadrados de las series²⁷, porque se impone una estructura fija de rezagos. Esto implica que para estimar un ARCH se necesita una estructura de rezagos muy larga de

²⁷ Por estas razones en 1983 Robert Engle propuso ciertas restricciones a los parámetros del modelo ARCH(1) para simplificar su estimación pero éstas no constituyeron una generalización del proceso.

la varianza condicional para modelar la memoria de los datos, hecho que genera una gran pérdida de grados de libertad. El aporte de Bollerslev es fundamental en el desarrollo de los métodos de modelado de series de tiempo univariantes porque fortalece la utilidad del modelo ARCH²⁸.

El modelo GARCH(p,q) permite capturar la memoria larga de la serie y posee una estructura de rezagos más flexible, es escrito como:

$$\varepsilon_t = \eta_t h_t^{1/2} \quad (19)$$

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} \quad (20)$$

En términos del polinomio de retardos:

$$h_t = \alpha_0 + A(L)\varepsilon_t^2 + B(L)h_t \quad (21)$$

donde, $\alpha_0 > 0$; $\alpha_i \geq 0$ para $i: 1, 2, \dots, q$; $\beta_j \geq 0$ para $j: 1, 2, \dots, p$; estas condiciones garantizan que la varianza condicional sea positiva y la $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$ se requiere para que la varianza condicional sea convergente o estacionaria. Respecto a la positividad de la varianza condicional, Nelson y Cao (1992) demostraron que si el modelo GARCH de la ecuación (20) admite una representación ARCH(∞), es más que suficiente requerir que los coeficientes del polinomio de retardos de dicho ARCH sean todos

²⁸ Taylor, S. en 1986 realizó un hallazgo similar al de Bollerslev.

positivos²⁹. En la tabla 4, se muestran los dos primeros momentos de un modelo GARCH(1,1).

Tabla 4. Momentos de un proceso GARCH(1,1)

Media Incondicional (marginal)	Media Condicional
$E(\varepsilon_t) = \eta_t[(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1})]^{1/2}$ $E(\varepsilon_t) = E(\eta_t)E[(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1})]^{1/2}$ $E(\varepsilon_t) = 0 * E[(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1})]^{1/2}$ $E(\varepsilon_t) = 0$ (22)	$E_{t-1}(\varepsilon_t) = E_{t-1}(\eta_t)E_{t-1}[(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1})]^{1/2}$ $E_{t-1}(\varepsilon_t) = 0 * E_{t-1}(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1})^{1/2}$ $E_{t-1}(\varepsilon_t) = 0$ (23)
Varianza Incondicional (marginal)	Varianza Condicional
$E(\varepsilon_t^2) = E(h_t)$ $E(\varepsilon_t^2) = E[\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}]$ $E(\varepsilon_t^2) = \sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1-\beta_1}$ (24)	$E_{t-1}(\varepsilon_t^2) = E_{t-1}[\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}]$ $E_{t-1}(\varepsilon_t^2) = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$ (25)

Fuente: elaboración propia.

Para un modelo GARCH(1,1)³⁰ se tiene:

- η_t es un proceso estocástico estacionario idénticamente distribuido con media cero y varianza unitaria, es decir, es un ruido blanco.
- La función de distribución marginal no es conocida pero se pueden calcular los primero dos momentos del proceso.

²⁹ Un modelo GARCH(p,q) se reduce a un ARCH(q) cuando p=0, el modelo GARCH es al modelo ARCH lo que el ARMA al modelo AR siempre que las condiciones de estacionariedad lo permitan, ambos son susceptibles de escribirse como procesos de medias móviles infinito.

³⁰ Hansen y Lunde (2005) sostienen que el modelo GARCH(1,1) es el que mejor se ajusta a las series con valores de cambio, es muy difícil encontrar en datos de tipo financiero un modelo más elaborado como un GARCH(2,2).

- El proceso ε_t es estacionario.
- En los momentos condicionales, en t , el valor de $t-1$ es una realización concreta conocida (no aleatoria).

Bollerslev en su artículo definió el término de la varianza condicional introducido en la ecuación (20) como un “mecanismo de aprendizaje adaptativo” de un ARCH(∞), que usando el polinomio de retardos de (21), asumiendo estacionariedad débil del proceso estocástico estudiado y despejando de éste la varianza, resulta:

$$h_t = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^p \beta_i} \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad {}^{31} \quad (26)$$

Respecto a la estimación de los parámetros de un modelo GARCH(p,q) se realiza por el método de MV³². Si se asume un modelo GARCH(p,q) de regresión puede definirse como:

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta$$

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = z_t' w$$

$$z_t' = (1, \varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2, h_{t-1}, h_{t-2}, \dots, h_{t-p})$$

$$w' = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$$

Para encontrar los estimadores MV Bollerslev (1986) sugirió el uso de un algoritmo iterativo como el algoritmo de Berndt, Hall, Hall y Hausman (1974) y no el propuesto por Engle (1982), por la complejidad y la no seguridad de convergencia.

³¹ El gran aporte de Bollerslev radica en que el modelo GARCH se pueden calcular momentos de orden superior a lo que permite una estructura ARCH.

³² Revisar apéndice 3.B para una descripción más detallada.

En 1992 Bollerslev y Wooldrige propusieron una estimación Cuasi Máximo Verosímil (CMV) y demostraron que en una clase de modelos dinámicos cuando se parametrizan los primeros y segundos momentos el estimador es asintóticamente normal, a pesar de que la verdadera función de distribución no lo sea. Este tipo de estimación se emplea cuando se sospecha que los residuos del modelo planteado no se distribuyen normales y se han estimado bajo ese supuesto. Si esto ocurre, los estimadores son consistentes pero la matriz de covarianza de éstos es inconsistente, por lo que los estadísticos asociados no serán confiables. El método CMV garantiza que los parámetros estimados serán consistentes al igual que la matriz de varianzas y covarianzas asociada³³.

Para probar la existencia de una estructura GARCH se utiliza el contraste del Multiplicador de Lagrange bajo la hipótesis nula de no existencia de un proceso GARCH, lo que es equivalente a probar que todos los parámetros de h_t son nulos menos la constante, tal como se explicó para los modelos ARCH.

Al igual que en un modelo ARCH, el fin último de un modelo GARCH(p,q) es pronosticar los valores de la serie en estudio, así el pronóstico de la varianza condicional estará dado por:

$$h_{t+s} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \varepsilon_{t-i+s}^2 + \beta_j h_{t-i+s} + \sum_{i=s}^m \alpha_i \varepsilon_{t-i+s}^2 + \beta_j h_{t-i+s} \quad (27)$$

$$\text{donde } n = \min\{m, s-1\} \quad y \quad m = \max\{p, q\} \quad \text{donde } s > m$$

³³ Para un análisis detallado del método ver, Bollerslev, T. y Wooldrige, J. (1992). Quasi-maximum likelihood estimation and inference in Dynamic models with time-varying covariances. *Econometric Reviews*, Vol. 11,2. 143-172.

II.2.3.4 Modelo Generalizado Autorregresivo Condicional Heterocedástico Integrado (IGARCH)

Este modelo fue desarrollado por Engle y Bollerslev en 1986, puede considerarse una variante entre un ARCH(q) y un GARCH(p,q) cuya característica principal es estimar la varianza partiendo del hecho de que ésta es integrada en varianza. Asumiendo un proceso GARCH(p,q) descrito en la ecuación 19 y sus primeros momentos condicionales, se tiene:

$$E_{t-1}(\varepsilon_t) = 0$$

$$E_{t-1}(\varepsilon_t^2) = h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}$$

Donde $\alpha_0 > 0$; $\alpha_i \geq 0$; $\beta_j \geq 0$ y $1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j = 0$. El proceso tiene $d > 0$ raíces unitarias y el $\max(p, q) - d$ raíces fuera del círculo unitario, por lo que el proceso es:

- Si $\alpha_0 > 0$ integrado en varianza de orden “d”.
- Si $\alpha_0 = 0$ integrado en varianza con tendencia.

En los modelo IGARCH la información existente en el momento t es sumamente importante para realizar predicciones óptimas en cualquier momento $t+s$ de interés. En el caso particular de un modelo IGARCH(1,1) su media condicional en el momento $t+1$ está dada por:

$$E_t(h_{t+1}) = E_t(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_t^2 + (1 - \alpha_1)h_t) = \alpha_0 + (1 - \alpha_1)h_t \quad (28)$$

Y en el caso particular del momento $t+s$ la ecuación 28 se transforma en:

$$E_t(h_{t+s}) = s\alpha_0 + h_{t+1} \quad (29)$$

El efecto sobre h_{t+s} de h_{t+1} a medida que $s \rightarrow \infty$ es cada vez menor pero nunca nulo, por lo que el efecto de la varianza persiste sobre el modelo.

Engle y Bollerslev encontraron que la distribución de la varianza del error estocástico presentaba una cola superior a la de una distribución normal, asumida para explicar los modelos descritos en apartados anteriores. Ellos descubrieron que la verdadera distribución que sigue la varianza es una t-student estandarizada cuyos grados de libertad son desconocidos pero estimables, siempre que la muestra sea menor a 25 observaciones; de lo contrario, por el teorema central del límite la distribución utilizada será la normal. La estimación por MV de los modelos ARCH y la cuasi máximo verosímil de los GARCH son perfectamente aplicables a los modelos IGARCH, por lo que al respecto no se entrará en mayores detalles.

www.bdigital.ula.ve

II.2.3.5 Modelo Generalizado Autorregresivo Condicional Heterocedástico Exponencial (EGARCH)

En 1987 Milhoj propuso un modelo ARCH logarítmico, debido a las dificultades encontradas al estimar el modelo ARCH porque los coeficientes α_i resultaban negativos, el modelo sugerido fue:

$$\log(h_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(y_{t-1}^2) + \alpha_2 \log(y_{t-2}^2) + \dots + \alpha_q \log(y_{t-q}^2) \quad (30)$$

El modelo de la ecuación 30 no requiere condiciones para asegurar que la varianza condicional sea positiva pero, una limitación es que la varianza condicional h_t es simétrica

en los valores pasados, por ende no pondera de forma correcta la volatilidad asociada. Ante este hecho, Nelson (1991) estudió los modelos ARCH y GARCH, y concluyó:

- Las condiciones impuestas sobre los parámetros del modelo para asegurar la positividad de la varianza condicional frecuentemente son incumplidas en modelos empíricos. Además, parámetros siempre positivos generan estimaciones incorrectas por el efecto creciente que permanece en la estimación, lo que evita la posibilidad de predecir un comportamiento oscilatorio.
- El modelo GARCH tiene incapacidad para modelar la asimetría de la volatilidad asociada a las altas y bajas asociadas a la serie, porque la función de varianza condicional simétrica es inapropiada puesto que no sería capaz de representar la correlación negativa entre la volatilidad y los datos pasados.
- Refiriéndose a los modelos ARCH, Nelson declara que tienen la debilidad de no poder medir la persistencia de un “*shock*” pasado sobre los valores de la varianza condicional, por lo que si este impacto es persistente pasaría a formar parte de la estructura temporal de la serie. No medir adecuadamente su impacto altera las decisiones asociadas³⁴.

Con estos argumentos Nelson propuso el siguiente modelo:

$$\log(h_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(\eta_{t-i}) + \sum_{j=1}^p \beta_j \log(h_{t-j}) \quad (31)$$

$$g(\eta_t) = \theta \eta_t + \gamma[|\eta_t| - E(|\eta_t|)] \quad (32)$$

³⁴ Una argumentación completa con evidencia de este hecho la realizan Poterba y Summers (1986)

Donde, η_t es un ruido blanco, $\eta_t \sim iid(0,1)$. Las propiedades del modelo son:

- La varianza condicional, h_t , es lineal en η_t , cuya pendiente es $\alpha_i(\theta + \gamma)$ cuando $\eta_t > 0$ y es $\alpha_i(\theta - \gamma)$ cuando $\eta_t < 0$. Es este hecho el que genera el efecto asimétrico en la varianza condicional.
- El primer término de 31 permite una correlación entre el error y futuras varianzas.
- El segundo término de 31 es el que produce el efecto ARCH en el modelo.

En el caso específico de un modelo EGARCH(1,1):

$$y_t = \varepsilon_t h_t^{1/2}$$

$$\log(h_t) = \alpha_0 + \beta_1 \log(h_{t-1}) + \alpha_1 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \quad (33)$$

Donde, $\beta_1 \log(h_{t-1})$ es la varianza heterocedástica; $\gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}$ es el valor

autorregresivo del término de error, y $\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| i$ es el efecto asimétrico tal que

$i = \begin{cases} 1 & \text{si } \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 0 & \text{si } \varepsilon_{t-1} > 0 \end{cases}$. La función de distribución del modelo estará dada por aquella

distribución expuesta por Harvey en 1981 denominada Distribución Generalizada del Error (DGE)³⁵ definida como:

$$f(\varepsilon_t) = \frac{v \exp\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{v}{\lambda}} \varepsilon_t / \lambda\right]}{\lambda 2^{(1+\frac{1}{v})} \Gamma(1/v)} \quad (34)$$

³⁵ La DGE debe cumplir: $E(\varepsilon_t) = 0$; $E(\varepsilon_t^2) = 1$; $E[g(\varepsilon_t)] = 0$; $E(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}) = 0$.

donde , $\lambda = \left[2^{\left(-\frac{2}{v}\right)} \left(\frac{\Gamma(1/v)}{\Gamma(3/v)} \right) \right]^{1/2}$ y $\Gamma(\cdot)$ es una función Gamma. Si $v = 2$, ε_t se distribuye normal; si $v < 2$ la distribución de ε_t presenta colas más anchas que las de la normal, y para $v > 2$ la distribución de ε_t presentará colas menos anchas que las de una distribución normal³⁶.

II.2.3.6 Modelo Generalizado Autorregresivo Condicional Heterocedástico con Umbral (TGARCH)

Zakoian, en 1990 llegó a derivar una clase de modelos en donde la desviación estándar condicional tiene la siguiente forma:

$$\sqrt{h_t} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i^+ \varepsilon_{t-i}^+ - \sum_{i=1}^q \alpha_i^- \varepsilon_{t-i}^- \quad (35)$$

donde, $\varepsilon_t^+ = \max(\varepsilon_t, 0)$, $\varepsilon_t^- = \min(\varepsilon_t, 0)$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i^+ \geq 0$, $\alpha_i^- \geq 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, q$. Son las condiciones que garantizan la positividad de la desviación estándar condicional. Al modelo descrito en (35) Zakoian lo denominó el “*threshold ARCH*”

(TARCH) debido a que el coeficiente ε_{t-1} cambia cuando cruza el umbral del cero. Cuando $\varepsilon_{t-i} > 0$, $\sqrt{h_t}$ es lineal cuya pendiente es α_i^+ ; por el contrario si $\varepsilon_{t-i} < 0$, $\sqrt{h_t}$ sigue siendo lineal pero la pendiente es α_i^- . Es precisamente esta característica la que permite la asimetría en la varianza condicional, comportamiento similar al del modelo EGARCH.

³⁶ Si $v = 1$ la distribución sería una exponencial doble. Si $v = \infty$, el error se distribuye mediante una uniforme.

Zakoian realizó una extensión de su modelo añadiendo las desviaciones estándar condicionales pasadas como variables explicativas para obtener el siguiente modelo, al que denominó TGARCH:

$$\sqrt{h_t} = \alpha_0 + \gamma\sqrt{h_{t-i}} + \sum_{i=1}^q \alpha_i^+ \varepsilon_{t-i}^+ - \sum_{i=1}^q \alpha_i^- \varepsilon_{t-i}^- \quad (36)$$

donde:

$$\varepsilon_{t-i}^+ = \varepsilon_{t-i} \text{ si } \varepsilon_{t-i} > 0 \text{ y } \varepsilon_{t-i}^+ = 0 \text{ si } \varepsilon_{t-i} \leq 0 ;$$

$$\varepsilon_{t-i}^- = \varepsilon_{t-i} \text{ si } \varepsilon_{t-i} \leq 0 \text{ y } \varepsilon_{t-i}^- = 0 \text{ si } \varepsilon_{t-i} > 0$$

II.2.3.7 Modelos GJR-ARCH

En 1993 los investigadores Glosten, Jagannathan y Runkle, basados en los modelos descubiertos hasta ese momento, desarrollaron un modelo ARCH para comprobar ciertas características de los mercados bursátiles, específicamente. Suponiendo que el modelo sigue una estructura ARCH, en donde el presente se alimenta de información pasada, genera dos tipos de errores: uno propio del modelo y otro propio del método de estimación. El primer modelo GJR-ARCH propuesto tenía tres características fundamentales:

1. Asimetría en la respuesta de la variable ante las buenas y malas noticias. Las malas noticias generan con frecuencia mayor volatilidad en la serie.
2. La volatilidad en los mercados bursátiles es inversamente proporcional a la prima de riesgo de éstos.

3. Patrones estacionales en el comportamiento de la serie hace que se pueda modelar la misma incluyendo variables ficticias, específicamente en las series financieras.

Dadas dichas características, los autores propusieron incluir variables instrumentales para estimar el valor de la varianza condicional. Sin embargo, lo que popularmente se conoce como modelo GJR-GARCH es propiamente una modificación al modelo GARCH(1,1) de Bollerslev expresado por:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 h_{t-1} + \varepsilon_t \quad (37)$$

$$h_{t-1} = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1} + \beta h_{t-2} \quad (38)$$

donde, I_{t-1} es una variable instrumental que $I_{t-1} = \begin{cases} 0 & \text{si } \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 1 & \text{si } \varepsilon_{t-1} > 0 \end{cases}$. Es esta la innovación en este modelo, diferencia el parámetro en subida y en bajada y es más robusto para datos extremos. Los efectos estacionales que repercuten sobre la varianza del modelo se recogen dentro de la varianza condicional como una variable explicativa que es la innovación desestacionalizada (η_t):

$$\varepsilon_t = (1 + \lambda_1 X_{t1} + \lambda_2 X_{t2}) \eta_t \quad (39)$$

Donde X_{t1} y X_{t2} son las variables ficticias y λ_1, λ_2 los parámetros de estacionalidad que se estimen. En función de esto el modelo de la ecuación 38 puede expresarse como:

$$h_{t-1} = \alpha_0 + \alpha_1 \eta_{t-1}^2 + \alpha_2 \eta_{t-1}^2 I_{t-1} + \beta h_{t-2} \quad (40)$$

Como existe la posibilidad de que $\lambda_1 + \lambda_2 < 0$, los autores propusieron una especificación logarítmica del modelo (40):

$$\log(h_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{\eta_{t-1}^2}{\sqrt{h_{t-2}}} + \alpha_2 \frac{\eta_{t-1}^2 I_{t-1}}{\sqrt{h_{t-2}}} + \beta \log(h_{t-2}) \quad (41)$$

El término $\frac{\eta_{t-1}^2}{\sqrt{h_{t-2}}}$ minimiza el efecto de las subidas o bajadas de la serie sobre los periodos posteriores.

Respecto a la estimación de este modelo, se emplean los métodos descritos en páginas previas. Si los errores cumplen con el supuesto de normalidad, los parámetros se obtienen mediante el método MV a partir del logaritmo de dicha función; en caso contrario se empleará el método CMV.

II.2.3.8 Modelo AP-ARCH

En 1993, Ding, Granger y Engle basados en características, que ellos encontraron, comunes en las series de tiempo financieras propusieron:

- No solo existe autocorrelación entre los valores de la perturbación estocásticas en términos absolutos, sino que esa perturbación elevada a una potencia “d”, muestra mayores autocorrelaciones.
- No existen razones suficientes para admitir, desde un principio, la relación lineal en la especificación de la varianza de los modelos de la familia ARCH, respecto a los errores rezagados al cuadrado o a la desviación estándar rezagada.
- Como la autocorrelación observada en las series financieras, evidencia ser mayor en los valores cercanos a la unidad, no resulta correcto usar la

varianza o la desviación estándar, sino que un valor de esta última elevado a una potencia “ δ ”, que será determinada.

El modelo propuesto es denotado por:

$$\varepsilon_t = \eta_t \sqrt{h_t} \quad (42)$$

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (43)$$

$$h_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}^\delta \quad (44)$$

donde, $\alpha_0 > 0$; $\delta \geq 0$; $\alpha_i \geq 0$, para $i = 1, 2, \dots, q$ y $\beta_j \geq 0$, para $j = 1, 2, \dots, p$.

Respecto a la estimación de los parámetros, los autores plantearon en MV, haciendo uso del algoritmo BHHH. La elección de un modelo AP-ARCH, se hace mediante un test del ratio de la verosimilitud, cuyo estadístico de prueba es:

$$2(l_t - l_0) \sim \chi^2_2$$

l_0 : logaritmo de la verosimilitud bajo H_0 : *el modelo GARCH(p, q) es correcto.*

l_t : logaritmo de la verosimilitud bajo H_1 : *el modelo AP – ARCH(p, q) es correcto.*

Existen otros modelos estocásticos de volatilidad como el LGARCH que es una linealización del GARCH-M, MGARCH consiste en especificar la varianza de forma multiplicativa, FACTOR ARCH que emplea la covarianza entre varias series temporales, modelos ARCH de régimen cambiante, el Q-GARCH que es un modelo GARCH cuadrático, y las diferentes variantes de los modelos ARCH y GARCH multivariante, pero no serán tratados en este estudio.

II.2.4 Modelos de volatilidad estocástica (SV)

En 1986 Taylor mostró que una de las grandes desventajas del modelo GARCH(p,q) de Bollerslev era que la varianza condicional es una función determinística de un conjunto de información conocida en el periodo $t-1$ pero, en algunos casos la varianza no depende de información pasada conocida. El aporte de estos modelos es que la varianza condicional depende de una variable no observable, que generalmente es un proceso estocástico autorregresivo. La varianza condicional es un componente no observable siendo su logaritmo el que se modeliza directamente a partir de un proceso estocástico lineal, al igual que en los modelo EGACRH para garantizar la positividad de la varianza.

Los modelos SV se ajustan perfectamente al estudio de series de tiempo financieras porque capturan con bastante fuerza las volatilidades dinámicas de la serie, son más utilizados para el estudio multivariante³⁷. Un modelo SV originado por un AR(1) está dado por:

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad (4.1)$$

$$\ln(\sigma_{t+1}^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_t^2) + \gamma \eta_t \quad (4.2)$$

donde $\varepsilon_t \sim NID(0,1)$ y $\eta_t \sim NID(0,1)$ que son mutuamente no correlacionadas. Así, η_t representa los shocks de la intensidad de nueva información y ε_t representa la información ya conocida. Si $\beta < 0$, entonces $\ln(\sigma_{t+1}^2)$ que es el logaritmo de la volatilidad sigue un proceso $AR(1)$, lo que implica que:

$$\ln(\sigma_{t+1}^2) \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (4.3)$$

³⁷ Un buen estudio de este tipo de modelos se encuentra en (Harvey, A., Ruiz, E. y Shepard, N., 1994)

$$\mu = E[\ln(\sigma_{t+1}^2)] = \frac{\omega}{1-\beta} \quad (4.4)$$

$$\sigma^2 = E[\ln(\sigma_{t+1}^2)]^2 = \frac{\gamma^2}{1-\beta^2} \quad (4.5)$$

El proceso $\ln(\sigma_{t+1}^2)$ sigue una distribución lognormal que para los momentos de orden d impares ocurre que $E(y_t^d) = 0$ y para los momentos de orden d pares será:

$$E(y_t^2) = E(\sigma_t^2 \varepsilon_t^2) = E(\sigma_t^2)E(\varepsilon_t^2) = e^{(\mu+\sigma^2)} \quad (4.6)$$

$$E(y_t^4) = E(\sigma_t^4 \varepsilon_t^4) = E(\sigma_t^4)E(\varepsilon_t^4) = 3e^{(2\mu+2\sigma^2)} \quad (4.7)$$

La función de autocovarianza de la serie y_t estará dada por:

$$E(y_t^2, y_{t-k}^2) = E(\varepsilon_t^2, \sigma_t^2, \varepsilon_{t-k}^2, \sigma_{t-k}^2) = E(\sigma_t^2, \sigma_{t-k}^2) = \frac{e^{(\sigma^2 \gamma^k)} - 1}{3e^{(\sigma^2)} - 1} \approx \left[\frac{e^{(\sigma^2)} - 1}{3e^{(\sigma^2)} - 1} \right] \gamma^k$$

Los modelos SV tienen mayor flexibilidad para modelar la curtosis que la familia de modelos ARCH pero el costo de oportunidad asociado a esto es que se pierden grados de libertad al introducir un término estocásticos adicional. La gran desventaja de estos modelos es que la estimación de sus parámetros no se puede realizar de forma sencilla a través del método de máxima verosimilitud, como los modelos antes revisados, porque la función de verosimilitud no se puede construir de forma exacta.

Por ello se utilizan diversos métodos como el método de cuasi-máxima CMV que se basa en el filtro de Kalman y fue propuesto por Nelson en 1988 y Harvey, Ruiz y Shepard en 1994 asumiendo que ε_t posee una distribución normal. En el caso de que ε_t no se distribuya normal, que es lo más frecuente en las series financieras debido al exceso de curtosis, en estos casos se asume que ε_t se distribuye *t-Student*. Dentro de las bondades del método de CMV, que muestra Ruiz (1994), es que independientemente de la distribución

que tenga ε_t , los estimadores obtenidos son consistentes y asintóticamente normales pero, no son eficientes y, adicionalmente en muestras pequeñas, los estimadores CMV no tienen buenas propiedades³⁸. A pesar de esto, el método CMV puede aplicarse a casos en donde la varianza condicional sea un proceso más complejo que el ya descrito, especialmente al caso de análisis multivariante.

Otro método de estimación disponible es el de los momentos generalizado (MMG), éste se basa en la convergencia de los momentos muestrales a los momentos poblacionales; en un modelo SV que parta de un AR(1) se garantiza la convergencia por la ergodicidad y estacionariedad de la serie original y_t . La desventaja de este método es que requiere de tamaños de muestra grandes. Comparado con CMV, en muestras pequeñas, los estimadores MMG tienen la misma eficiencia, pero CMV es mejor en la mayoría de los casos de muestras grandes.

En 1994, Jaquier, Polson y Rossi propusieron un enfoque bayesiano utilizando Cadenas de Markov mediante simulación Monte Carlo (CMMC), demostraron que cuando la varianza del proceso subyacente h_t es pequeña en relación a la varianza original de y_t , este método arroja estimadores menos sesgados que los obtenidos por CMV y el MMG. Kim, Shepard y Chip en 1998 recomendaron aproximar la distribución de ε_t usando $\ln(\varepsilon_t)$ mediante una mezcla de distribuciones normales y a partir de éstas construir la función de verosimilitud. Los estimadores MV se obtienen mediante un algoritmo de simulación usando técnica de CMMC, que arroja estimadores más eficientes que los métodos antes descritos.

³⁸ Breidt y Carriquiry (1996) sugirieron una transformación logarítmica para y_t [$\ln(y_t)$] que parece mejorar la situación en muestras pequeñas pero los estimadores siguen siendo ineficientes.

A pesar de los métodos de estimación existentes para los modelos SV, la dificultad de encontrar paquetes estadísticos con estas rutinas es difícil, por lo que los investigadores requieren de técnicas de programación avanzada para obtener los resultados.

www.bdigital.ula.ve

Capítulo III: Metodología

Este estudio es de carácter descriptivo-explicativo. Descriptivo porque busca detallar un fenómeno económico en una circunstancia temporal y geográfica determinada. Explicativo, ya que, su finalidad es explicar el comportamiento de una variable, en este caso el tipo de cambio paralelo mediante el uso de modelos estadísticos; requiere de control tanto metodológico como estadístico. El diseño de la investigación adoptado es documental que “es aquella que se basa en la obtención y análisis de datos provenientes de materiales impresos u otro tipo de documentos” (Arias, 2006).

III.1 Datos

En lo que respecta a los datos, se toma como fuente de datos la serie correspondiente al dólar paralelo con referencia al “dólar Cúcuta”, entre el 03 de enero de 2005 y el 31 de diciembre de 2013 con operaciones durante cinco días a la semana por lo que sábados y domingos no están incluidos, conformada por 2347 observaciones³⁹.

Haciendo referencia al gráfico 1, del apartado II.1, el comportamiento al alza de la serie puede explicarse, en parte, por el exceso de trabas burocráticas para el acceso a

³⁹ En el anexo digital se encuentran los datos.

dólares oficiales, que por ley natural del mercado, ante escasez de oferta y exceso de demanda, impulsa el aumento del precio. Tal como era de esperarse, por ser una serie financiera, el tipo de cambio paralelo es leptocúrtica. En el apéndice C se detalla las estadísticas descriptivas del tipo de cambio paralelo.

Se concluye (para siete de siete pruebas, 7/7, como se muestra en la tabla 10.C) que el tipo de cambio paralelo de Venezuela no se ajusta a una distribución normal. Este problema se trata de corregir a través de transformaciones en logaritmo, diferencia y razón, sin mayores resultados, aun cuando este último permite evidenciar la volatilidad de la serie (ver gráfico 2). En consecuencia, se decide trabajar con los rendimientos del tipo de cambio paralelo (RTCP) porque tienen propiedades deseables para su modelado. Dicha serie, construida a partir de la expresión (3.1), obedece a la literatura consultada:

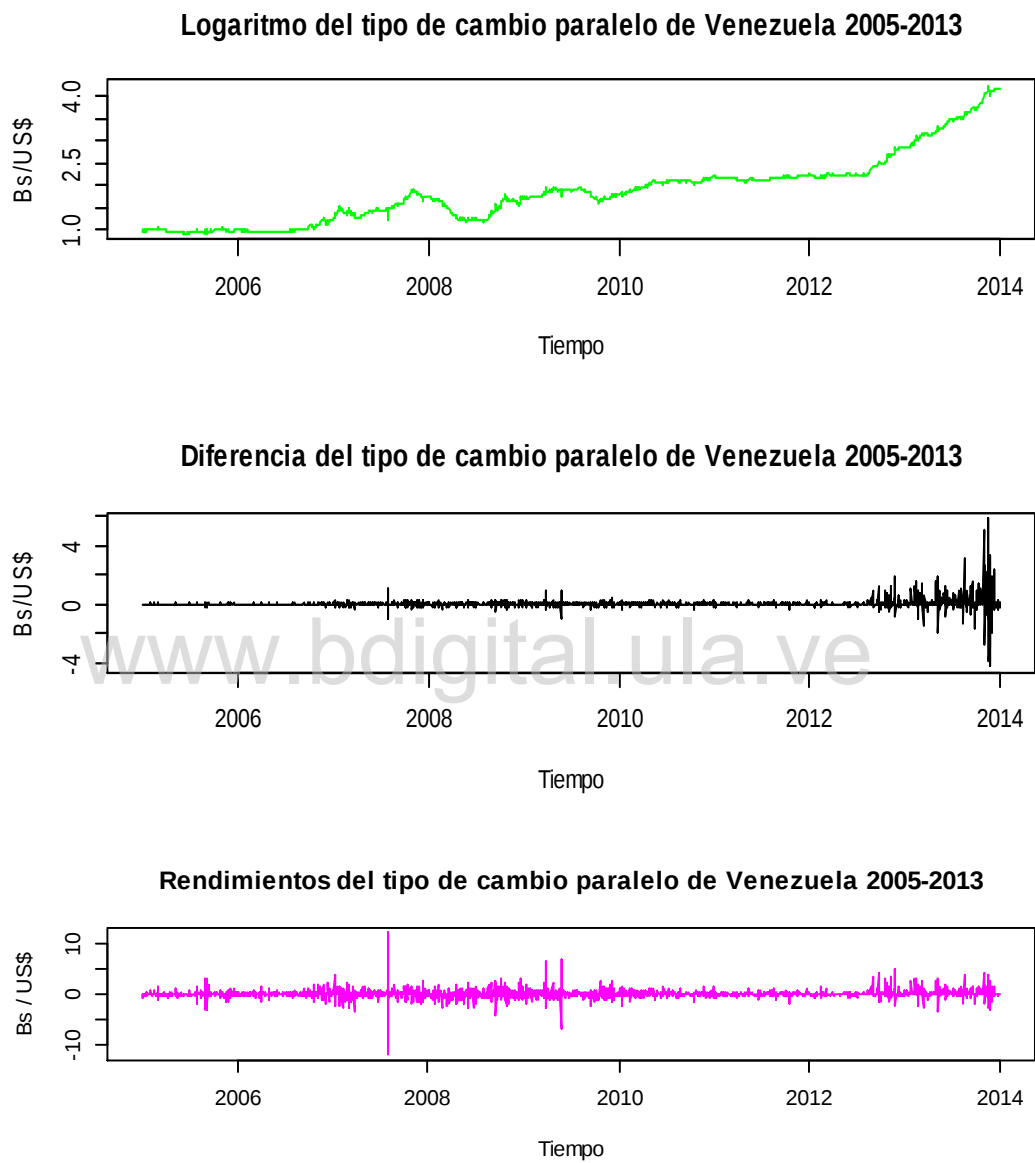
$$rtcp = [\log(tcp_t) - \log(tcp_{t-1})] * 100 \quad (3.1)$$

La serie RTCP, no se distribuye normal, presenta un fuerte apuntamiento y resulta estacionaria en media. Adicionalmente, no es independiente y está correlacionada, es decir, no es ruido blanco. (Ver apéndice C).

Así, los rendimientos del tipo de cambio paralelo concuerdan con las características planteadas por Mandelbrot (1963) y Fama (1963) para las series financieras:

- Concentración de los datos en torno a la media.
- Distribución leptocúrtica (apuntamiento de las observaciones).
- Colas gruesas de la distribución, aunque no muy evidente.

Gráfico 2. Transformaciones del tipo de cambio paralelo.



Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta.

III.2 Modelos

En concreto se estiman modelos ARIMA, ARCH, GARCH, EGARCH, GJR-GARCH y AP-ARCH para el tipo de cambio paralelo, siguiendo la metodología de sus autores, descrita en el apartado II.2.

El método de estimación, de los parámetros de interés, que se usa es el de máximo verosimilitud (MV) para los modelos ARCH y AP-ARCH, haciendo caso a la afirmación de diversos autores (Engle, Bollerslev, Nelson, entre otros) que es un método asintóticamente superior al método de mínimos cuadrados (MCO), por lo que logra estimadores eficientes, dada la ausencia de linealidad⁴⁰.

Los modelos GARCH, EGARCH y GJR-GARCH se estiman haciendo uso del método de cuasi máximo verosimilitud (CMV), usado con menos frecuencia que el MV pero, empleado cuando no se cumple el supuesto de normalidad de las variables en estudio. Brevemente, el método de CMV garantiza que los parámetros estimados sean consistentes para la parametrización conjunta de la media y la varianza condicionales. Así, suponiendo que sea $\{(y_t, z_t): t = 1, 2, \dots\}$ una secuencia de vectores aleatorios, tal que, y_t de orden $k_x \times 1$ contiene las variables endógenas y z_t de orden $L_x \times 1$, contiene las variables exógenas. Sea $x_t = (z_t, y_{t-1}, z_{t-1}, \dots, y_1, z_1)$, un vector de variables predeterminadas, entonces, el propósito es estimar los dos primeros momentos condicionales de y_t dado los valores de x_t ⁴¹.

⁴⁰ El método de máxima verosimilitud es un método ampliamente conocido, por lo que no se entra en detalles sobre él.

⁴¹ Si el análisis se quiere hacer solo para los valores rezagados de y_t , z_t puede ser excluido sin alterar ninguna afirmación posterior.

La media y la varianza condicionales son conjuntamente parametrizadas por un vector θ de dimensión finita, y se definen:

$$\{\mu_t(x_t, \theta): \theta \in \Theta\}$$

$$\{\sigma_t^2(x_t, \theta): \theta \in \Theta\}$$

donde, Θ es un subconjunto de $\mathbb{R}$, μ_t y σ_t^2 son funciones conocidas de x_t y θ .⁴²

Entonces, el logaritmo condicional de la cuasi verosimilitud está dado por:

$$\ell(\theta, y_t, x_t) = -\frac{1}{2} \log|\sigma_t^2(x_t, \theta)| - \frac{1}{2} (y_t - \mu_t(x_t, \theta))' \sigma_t^2(x_t, \theta)^{-1} (y_t - \mu_t(x_t, \theta))$$

donde, $\varepsilon_t(y_t, x_t, \theta) \equiv (y_t - \mu_t(x_t, \theta))$, denota los residuos de la función y si se suprime la dependencia entre ε_t y σ_t^2 , y_t y x_t la expresión del logaritmo de la cuasi verosimilitud puede redefinirse como:

$$\ell(\theta) = -\frac{1}{2} \log|\sigma_t^2(\theta)| - \frac{1}{2} (\varepsilon_t)' \sigma_t^2(\theta)^{-1} (\varepsilon_t(\theta))$$

Y por definición el estimador CMV es:

$$\mathcal{L}_T(\theta) = \sum_{t=1}^T \ell_t(\theta)$$

Respecto al algoritmo empleado para estimar los modelos, se hace uso del Berndt, Hall, Hall y Hausman (BHHH). Éste, a diferencia de los métodos de estimación tradicional que asumen linealidad en variables y parámetros, supone la existencia de relación no lineal en ambos, parámetros y variables.

⁴² Así, $E(y_t|x_t) = \mu_t(x_t, \theta)$ y $Var(y_t|x_t) = \sigma_t^2(x_t, \theta)$ para $t:1,2,\dots$;

Básicamente, si la estructura del modelo se supone:

$$F_t(y_t, \beta) = \varepsilon_t$$

donde, y_t es un vector fila de orden $1 \times m$ que contiene las variables dependientes, F_t es un función dos veces diferenciable cuyo valor es un vector $1 \times m$, β es un vector de parámetros desconocidos de orden $k \times 1$ y ε_t es un vector de perturbaciones aleatorias, que se distribuyen de acuerdo a una normal multivariante, con media cero y matriz de varianzas y covarianzas Σ .

La estimación de β se puede hacer por dos vías: i) máxima verosimilitud y ii) distancia mínima (DM)⁴³. Lo que respecta a la MV, es suficientemente conocido en el trabajo econométrico. La distancia mínima es frecuentemente utilizado en el trabajo práctico para la estimación simultánea de modelos de estructuras lineales⁴⁴. La ventaja de MV sobre DM es que los estimadores que arroja el último no son eficientes, generalmente.

Berndt, Hall, Hall y Hausman, proponen maximizar la función escalar $V(x)$, de un vector x de longitud k ; asumen que V es dos veces diferenciable y continua, además tiene conjuntos compactos de nivel superior. Parte su análisis de un teorema:

Teorema del Gradiente: Considere el gradiente de V en x , $g = \frac{\partial V(x)}{\partial x}$. Entonces cualquier vector d , en el mismo espacio medio de g (es decir, $d'g > 0$) está en dirección de incremento de $V(x)$, en el sentido de que $V(x + \lambda d)$, es un incremento de la función del escalar λ , al menos lo suficientemente pequeño de tamaño λ .

⁴³ A diferencia del algoritmo de Newton que requiere mayor rigurosidad matemática, el BHHH garantiza convergencia con menor rigor de cálculo

⁴⁴ Los estimadores mínimos cuadrados en tres etapas son un ejemplo.

El éxito del algoritmo es que elige una dirección en cada iteración, que se encuentra en el espacio medio definido por el gradiente. En otras palabras, el método busca calcular el gradiente g , derivado de una dirección d , y después encontrar el valor de λ que maximice $V(x + \lambda d)$, garantizando convergencia.

El conjunto de direcciones de d , puede ser derivado de multiplicar el gradiente por un número definido positivo, llamado Q . En estadística, generalmente, Q es la matriz de varianzas y covarianzas de las estimaciones; es necesario, que Q no se aproxime a una matriz singular, para ello se define una restricción:

Sea α una constante positiva menor que uno, en cada iteración se requiere: $r = \frac{d'g}{d'd} > \alpha$. Si $r < \alpha$, en una iteración particular, se puede reemplazar Q por una matriz con grandes elementos en la diagonal principal. La restricción siempre puede ser satisfecha si Q es igual a la matriz identidad, ($Q=I$) que es perfectamente aceptable.

El reto del método está en seleccionar el λ . Sea δ una constante preestablecida en el intervalo $(0, \frac{1}{2})$, se define:

$$\gamma(x, d) = \frac{V(x + \lambda d) - V(x)}{\lambda d'g}$$

Si $\gamma(x, d) \geq \delta$, $\lambda = 1$. De lo contrario, $\delta \leq \gamma(x, d) \leq 1 - \delta$.

Una vez definido el valor de λ , la convergencia del algoritmo está garantizada.

En cuanto al Software, el procesamiento de los datos y la estimación de los modelos se realiza con *The R Project for Statistical Computing*, versión 3.2.0, los programas, modificados, se basan en los suministrados por el sitio web <http://cran.r-project.org/manuals.html> y las librerías electrónicas asociadas.

Capítulo IV: Resultados

En concreto, dadas las consideraciones del apartado III, se procedió a estimar los modelos, se concentró el trabajo en dos ramas: los modelos lineales (ARIMA) y modelos no lineales (modelos de la familia ARCH). Después de esto, se apreciaron los siguientes resultados⁴⁵:

1. Examinados los cuadrados de los rendimientos del tipo de cambio paralelo⁴⁶, (Ver gráfico 6D), estos concordaron con los hallazgos hechos por Ding (1993) sobre el índice S&P 500:
 - i. Tendencia creciente de la serie sin transformar, acentuada al final del periodo, producto de la alta volatilidad.
 - ii. Los rendimientos del tipo de cambio paralelo elimina la tendencia, porque se distribuye de manera estable en torno a la media que es 0.05837.
 - iii. El valor absoluto de los rendimientos refleja el carácter volátil de la serie, confirmando la persistencia de ésta o los conglomerados de volatilidad que exponían Mandelbrot (1963) y Engle (1982).

⁴⁵ Para una síntesis amplia de las especificaciones de los modelos estimados ver el Apéndice D y revisar el anexo digital.

⁴⁶ Porque se tomó en consideración las sugerencias de Engle y Bollerslev (1986), ya que, son éstos los que corresponden con el valor de la varianza.

2. La estructura de autocorrelación de la serie, ajustó a través de un proceso de autocorrelación de orden uno, como lo estimara Ding en 1993. La tabla 14.D, los valores negativos de los coeficientes de autocorrelación reflejaron, la recuperación de los rendimientos; que se conoce en la literatura como “recuperación de beneficios o reversión media”. En el caso de los rendimientos al cuadrado y sus valores absolutos se cumplió que son todos estadísticamente significativos, este hecho puso de manifiesto dos cosas:
 - i. La existencia de una “memoria larga” en la serie
 - ii. La persistencia temporal de la volatilidad asociada, es decir, presencia de conglomerados de volatilidad.
3. Los modelos ARIMA, mostrados en la tabla 15.D, del apéndice D, no ajustaron correctamente, con predicciones muy pobres y no presentaron residuos ruido blanco.
4. La presencia de estructuras no lineales en la serie, se confirmó con las pruebas de la tabla 5 y con la estimación de un modelo de regresión lineal, que incluyó una estructura promedio móvil de orden uno $[MA(1)]$ de la forma $rtcp_t = \widehat{\beta}_1 + \widehat{\beta}_2 \varepsilon_{t-1} + \widehat{\varepsilon}_t$ mediante MCO, se estudiaron los residuos estimados y como se aprecia en la tabla 6, existían efectos ARCH en los residuos de dicho modelo.

Tabla 5. Pruebas de linealidad de los rendimientos del tipo de cambio paralelo.

Test ⁴⁷	Probabilidad	Conclusión
McLeod-Li	0.000	No lineal
BSD	0.000	No lineal
Tsay	9.024e-25	No lineal

Fuente: elaboración propia.

Tabla 6. Estimación de efectos ARCH

Método: MCO				
Variable dependiente: rtcp				
Muestra: 04/01/2005 – 31/12/2013				
Variable	Coeficiente	ee	t- estadístico	Prob.
C	0.058385	0.014320	4.07771	0.0000
MA(1)	-0.167133	0.020369	-8.204858	0.0000
R ² : 0.0278	JarqueBera(Residuos): 13983.4		Prob(JB): 0.0000	
	Rezago	Estadístico Q		Prob. (Q)
Autocorrelación de residuos	10	14.315		0.074
Autocorrelación de residuos²	10	420.14		0.000
	Rezago	Estadístico X ²		Prob. (X ²)
Efectos ARCH	1	417.4241		0.0000
Efectos ARCH	10	513.3302		0.0000

Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta. $\alpha = 5\%$. Prob: probabilidad. Q: estadístico Ljung-Box.

- Los modelos de la familia ARCH, mostrados en la tabla 7, fueron los modelos estimados. Todos ajustaron mediante una distribución t-Student. Los parámetros, de cada uno de ellos, son estadísticamente significativos y los residuos resultaron

⁴⁷ Para un análisis detallado de las pruebas, revisar Tsay, R. (1986); McLeod, A. I. y Li, W. K., (1983).

ser ruido blanco no gaussiano (ver apéndice D, tabla 16.D), por lo que, concretamente, todos ellos modelan correctamente el comportamiento del tipo de cambio paralelo de Venezuela.

Tabla 7. Síntesis de los modelos de la familia ARCH estimados.

Modelo: ARCH(2) con modelo de la media ARMA (0,1)					
Parámetro	MA(1)	α_0	α_1	α_2	
Coeficiente	-0.052419	0.287596	0.684403	0.314597	
Probabilidad	0.012634	0.000000	0.000000	0.000006	
Criterios de información	AIC= 1.6657	BIC= 1.6781	S=1.6657	HQ=1.6702	

Modelo: GARCH(2,1) con modelo de la media ARMA (0,1)					
Parámetro	MA(1)	α_0	α_1	β_1	β_2
Coeficiente	-0.054064	0.040892	0.357655	0.313666	0.327680
Probabilidad	0.007662	0.000377	0.000000	0.002508	0.000825
Criterios de información	AIC= 1.6326	BIC= 1.6475	S= 1.6326	HQ=1.6380	

Modelo: EGARCH(1,1) con modelo de la media ARMA (0,1)					
Parámetro	MA(1)	α_0	α_1	β_1	γ_1
Coeficiente	-0.050220	0.011773	0.098389	0.956418	0.538788
Probabilidad	0.007021	0.002755	0.046024	0.000000	0.033628
Criterios de información	AIC= 1.6084	BIC= 1.6233	S= 1.6084	HQ=1.6138	

Modelo: GJR-GARCH(2,1) con modelo de la media ARMA (2,1)					
Parámetro	AR(1)	AR(2)	MA(1)	α_0	α_1
Coeficiente	-0.907165	0.070171	-0.968597	0.041831	0.424655
Probabilidad	0.000000	0.012457	0.000000	0.000920	0.000000
Parámetro	β_1	β_2	γ_1		
Coeficiente	0.321989	0.315743	-0.12674		
Probabilidad	0.002958	0.002997	0.008921		
Criterios de información	AIC= 1.6281	BIC= 1.6504	S= 1.6281	HQ=1.6362	

Modelo: APARCH (0,2) con modelo de la media ARMA (0,1)					
Parámetro	MA(1)	α_0	α_1	α_2	γ_1
Coeficiente	-0.062846	0.735075	1.000000	0.577582	-0.150519
Probabilidad	0.000113	0.000000	0.000003	0.000037	0.046911
Parámetro	γ_2	δ			
Coeficiente	-0.010222	0.984383			
Probabilidad	0.929382	0.000000			
Criterios de información	AIC= 1.6508	BIC= 1.6707	S= 1.6508	HQ=1.6580	

Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta. $\alpha = 5\%$. AIC: Criterio de Akaike. BIC: Criterio de Schwarz. S: Criterio de Shibata. HQ: Criterio de Hannan-Quinn.

De los modelos de la tabla 7, el mejor modelo fue el ARMA(0,1)-EGARCH(1,1), afirmación hecha con base en los criterios de información de Akaike, Schwarz, Shibata y Hannan-Quinn, pues, reportaron los menores valores de todos los modelos. La ecuación de la varianza estimada del modelo seleccionado, representada por la ecuación V.1, presentó los signos esperados:

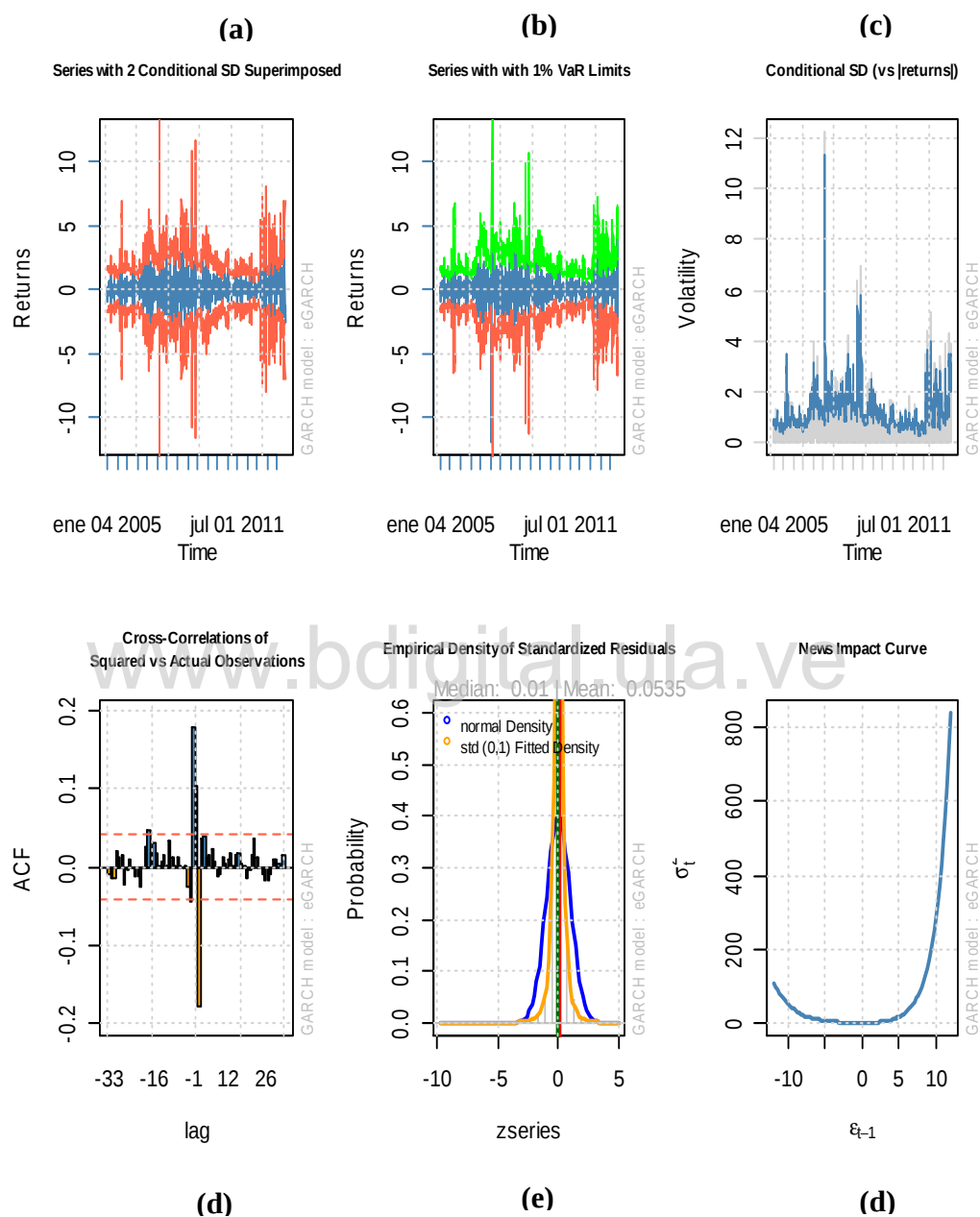
$$\log(\hat{h}_t) = 0.0117 + 0.9564 \log(h_{t-1}) + 0.0983 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + 0.5388 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \quad (\text{V.1})$$

En la ecuación (V.1), 0.9564 reflejó la persistencia, la volatilidad de la varianza que, según Nelson (1991), forma parte de la varianza heterocedástica. Coeficiente muy cercano a la unidad, en este modelo se expresó por $0.9564 \log(h_{t-1})$, lo que significa, que, el valor estimado de la varianza en el tiempo t , arrastra casi por completo la variabilidad del periodo anterior, $t-1$. El efecto asimétrico propio del método, el apalancamiento, fue 0.0983; así, ante una innovación negativa, rezagada un periodo, el resultado sobre el logaritmo de la varianza estimada es positivo, mientras que resulta nulo si la innovación referida es positiva (recuerde la ecuación 33 del apartado II.2.3.5). Un choque negativo aumenta la volatilidad, mientras que un choque positivo disminuye la volatilidad. En el caso específico del tipo de cambio paralelo, un choque negativo se asocia a una depreciación del bolívar frente al dólar, por el contrario un choque positivo refiere a una apreciación del mismo.

Se consideró un buen ajuste de la varianza condicional del modelo, como lo reflejó el gráfico 3 (c); la varianza estimada replicó, correctamente, el comportamiento de la volatilidad del tipo de cambio paralelo, como era de esperar. El correlograma cruzado [gráfico 3 (d)], entre las observaciones reales y sus cuadrados, ajustó dentro de las bandas, confirmando su aleatoriedad.

La curva de impacto de innovaciones ratificó el efecto asimétrico del modelo, [Ver gráfico 3 (f)]. Sin embargo, es inconsistente con lo expresado en la ecuación V.1, según la afirmación de Nelson (1991), porque el efecto asimétrico que muestra la curva de impacto de innovaciones es positivo para innovaciones positivas y es levemente negativo para innovaciones negativas. Este hecho, se podría justificar en la existencia de un cambio de signo en el modelo estimado, que provoca efectos contrarios según el signo de la innovación, pero empíricamente no tiene sentido, porque de ser cierto, una depreciación del tipo de cambio paralelo traería una menor volatilidad, y una apreciación del tipo de cambio estaría relacionada con una mayor volatilidad, y es ampliamente conocido que de esa forma no opera el mercado paralelo de divisas.

Gráfico 3. Gráficos de ajuste del modelo ARMA(0,1) - EGARCH(1,1)



Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta. $\alpha = 5\%$.

Los parámetros estimados del modelo ARMA(0,1)-EGARCH(1,1) resultaron ser estables en conjunto, según el test de Nyblom⁴⁸. Este test prueba la estabilidad simultánea de todos los parámetros, garantiza un buen ajuste para modelos no lineales, deriva un estadístico basado en el Multiplicador de Lagrange. La hipótesis nula que maneja es similar a la planteada por el test de estabilidad paramétrica de Chow (H_0 : *todos los parámetros son estables en conjunto*). Para el caso del modelo estimado, como se observa en la tabla 8, el valor calculado del estadístico es mayor que su valor tabulado, garantizando la estabilidad paramétrica conjunta, es decir, los parámetros estimados no cambian a través del tiempo.

Lo que respecta a la estabilidad individual de los parámetros, según el test de Hansen⁴⁹, no todos los parámetros estimados son estables individualmente. La hipótesis nula que maneja el test es que β_i ⁵⁰ es constante (H_0 : β_i es contante; para $i=1,2,\dots,k$). En la tabla 8 se puede apreciar que el parámetro asociado al término promedio móvil de la media [MA(1)], α_0 que representa la mínima varianza y α_1 que representa el efecto apalancamiento, son estables. Pero, β_1 que representa la persistencia del modelo y γ_1 , asociado al término autorregresivo del error (Nelson, 1991), no son estables. Este último hecho infiere que, además de ser elevada la persistencia del modelo, ésta no es constante y cambia en función del signo de la innovación, arrastrando fuertemente la variabilidad del periodo $t-1$ al periodo t . Confirmándose la existencia de conglomerados en la serie, como expone la teoría.

⁴⁸ Ver, Nyblom, J. (1989). Testing for the Constancy of Parameters Over Time. *Journal of the American Statistical Association*, 84 (405), 223-230.

⁴⁹ Ver, Hansen, B. (1992) Tests for Parameter Instability in Regressions with I(1) Processes. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10. 321-336.

⁵⁰ No se confunda con los parámetros del componente GARCH del modelo, porque en este caso la notación es usada como referencia para indicar cualquier parámetro.

Es importante destacar que estos dos test, Nyblom y Hansen, tienen características similares: i) son fáciles de calcular y son robustos para heterocedasticidad; ii) al igual que el test de Chow, ninguno suministra información sobre el punto de quiebre del parámetro; iii) la distribución del estadístico no es estándar y obedece al valor de k (número de parámetros estimados), generalmente bajo la hipótesis nula la distribución utilizada es la de Cramer-Von Mises, pero su elección depende la variable de interés, si es estacionaria, o no, o si tiene tendencia determinística y iv) los valores tabulados, para el contraste de hipótesis, fueron calculados por simulación y están codificados en los artículos seminales de los autores.

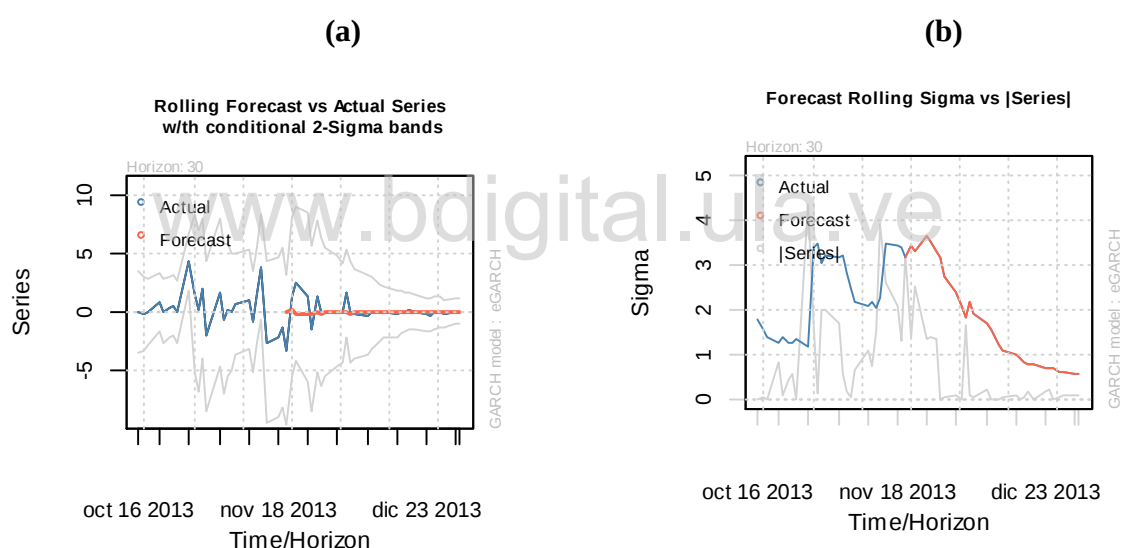
Tabla 8. Test de estabilidad y sesgo de signo del modelo EGARCH estimado.

Test de Nyblom			
Valor calculado		Valor tabulado	Conclusión
Estadístico conjunto	7.2556	1.68	Estables
Test de Hansen			
	Valor calculado	Valor tabulado	Conclusión
MA(1)	2.21004	0.47	Estable
α_0	2.01361	0.47	Estable
α_1	0.79573	0.47	Estable
β_1	0.25819	0.47	No estable
γ_1	0.09508	0.47	No estable
Test de sesgo de signo y tamaño			
		Probabilidad	Conclusión
Sesgo en el signo		0.5256	No significativo
Sesgo positivo		0.5558	No significativo
Sesgo negativo		0.7734	No significativo

Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta. $\alpha = 5\%$.

En la tabla 8, también se puede apreciar los resultados correspondientes al test de sesgo de signo y tamaño. Implica que la varianza condicional depende de forma simultánea del signo y del tamaño de la innovación. En el modelo EGARCH(1,1) estimado, no se encontró evidencia significativa sobre este tipo de relación en la varianza condicional, la probabilidad asociada es mayor al nivel de significancia seleccionado. Por ende, el efecto asimétrico sobre la varianza depende del signo de la innovación pero no de su tamaño.

Gráfico 4. Predicciones del modelo EGARCH estimado.



Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta.

Finalmente, lo que refiere a la bondad en la predicción del modelo, se estimó el modelo dejando 30 observaciones por fuera para hacer los pronósticos. En el gráfico 4, se observa que si bien el modelo cumplió con todos los supuestos de validación, sus predicciones no resultaron ser las mejores. En el grafico 4 (a) existe marcada diferencia entre los primeros valores predichos del tipo de cambio paralelo, a pesar de que, a medida que avanzaba el horizonte temporal, el pronóstico se asemejaba al valor observado de la serie. En el gráfico 4 (b), la varianza pronosticada, no se acercó al valor absoluto de la serie, contradiciendo el pronóstico, el carácter volátil de la serie.

www.bdigital.ula.ve

Capítulo V: Conclusiones y Recomendaciones

Con el fin de modelar el tipo de cambio paralelo de Venezuela entre 2005 y 2013, desde el enfoque de los modelos estocásticos de volatilidad, se realiza una descripción de la variable de interés, considerada una variable próxima al valor real del tipo de cambio paralelo. Se concreta que ésta no puede ser utilizada directamente en el proceso de estimación porque no cumple con las características teóricas establecidas. Se construye la variable rendimientos del tipo de cambio paralelo que representa, con mayor precisión, el carácter volátil de la serie original.

En concreto, se identifica que la volatilidad de los rendimientos del tipo de cambio paralelo de Venezuela tiene comportamiento asimétrico, indica que las devaluaciones de la moneda venezolana, producto de las decisiones de política cambiaria, genera un fuerte choque negativo sobre el mercado paralelo de divisas, incrementando la volatilidad del precio del dólar en dicho mercado, como era lo esperado.

En lo que respecta a los modelos estimados, y a la serie de tiempo estudiada, puntualmente se puede decir.

1. Los modelos ARIMA no sirven para estimar el comportamiento de los rendimientos del tipo de cambio paralelo debido a la alta volatilidad de la serie, ya que, la estructura presente en la serie es no lineal.

2. Si bien, es cierto, los modelos de la familia ARCH son los adecuados para estimar la variable rendimientos del tipo de cambio paralelo, los modelos utilizados en este estudio no predicen correctamente más de dos observaciones, por lo que no pueden ser empleados como referencia para decisiones relativas a política cambiaria.
3. Es importante destacar, del párrafo anterior, que a pesar de que los modelos de la familia ARCH, no logran predecir los valores de la serie, si logran modelar correctamente la variable estudiada.
4. Como era de esperar, por lo sugerido en la teoría, el modelo que mejor ajustó fue un modelo EGARCH(1,1). Se confirma que las series financieras y cambiarias, de alta volatilidad, se modelan mejor cuando se considera la presencia de efectos de apalancamiento.
5. El tipo de cambio paralelo de Venezuela entre los años 2005 y 2013, desde el enfoque de las series de tiempo, resulta ser una variable compleja para su modelado. Hecho causado por los factores involucrados en su cálculo; el principal de ellos la incertidumbre, que no es medible directamente, pero que está asociada al incremento del precio del dólar estadounidense en términos del bolívar.

En función de lo antes expuesto se recomienda:

1. Cambiar la forma de cálculo de la variable estudiada, porque la estimación del precio del bolívar venezolano en términos del peso colombiano en la frontera, no se hace con ninguna rigurosidad estadística, a diferencia de sus otros dos componentes, la oferta monetaria (M2) y las reservas

internacionales de Venezuela, que es información tomada de un ente oficial.

Esto con el fin de capturar el verdadero comportamiento de la variable.

2. Realizar estimaciones con los modelos de la familiar ARCH no empleados en este estudio, para contrastar su ajuste y determinar si existe superioridad de alguno de ellos.
3. Realizar estimaciones de modelos de volatilidad estocástica (SV) mediante métodos bayesianos, que precisen el efecto sobre el precio del dólar de variables no observadas.
4. Utilizar técnicas multivariantes de análisis de volatilidad para tener mejores opciones al momento del modelado.

www.bdigital.ula.ve

Apéndices

www.bdigital.ula.ve

Apéndice A. Características del control de cambio.

1. Un control de cambio implica:

- Fijación de un tipo de cambio por la autoridad del Estado.
- La reglamentación administrativa para su control es aplicada por el Estado mediante un ente designado para tal fin.
- Restricción de la entrada y salida de divisas.

2. Razones por las que se establece un control de cambio:

- Evitar la fuga de capitales que lleva a una disminución de las reservas internacionales.
- Mantener el valor de cambio de la moneda nacional.
- Controlar los precios de bienes prioritarios que son importados.
- Evitar una demanda excesiva de divisas que sobrepase las necesidades reales de la economía nacional.

3. Ventajas del control de cambio:

- Se puede aplicar a los tipos de cambios extranjeros para la compra de bienes y servicios o a las transferencias de capital.
- Protegen las reservas internacionales, la balanza de pago y el tipo de cambio.
- Conlleva a un control de precios, que manejado de forma adecuada previene la formación de un proceso inflacionario.

4. Desventajas del control de cambio:

- Restringe la libre elección de países en los que los individuos pueden comprar o invertir.
- Como todo control se genera un mercado negro, porque las divisas se transforman en un bien escaso cuyo precio se fijará de acuerdo al libre juego de la oferta y demanda de divisas, por encima del tipo de cambio controlado y crecerá constantemente, si el control se perpetúa.
- Conduce a corrupción en el proceso de asignación de divisas.

5. Debilidades del control de cambio:

- No ataca los factores que provocan la fuga de capitales: incertidumbre política, económica y jurídica, debido a las políticas equivocadas puestas en práctica.
- Es vulnerable e intrínsecamente corrupto.
- El diferencial creciente entre los dos tipos de cambio, el oficial y el paralelo obliga al gobierno a aplicar restricciones más severas.
- La paridad paralela se convierte en la referencia para los costos externos de reposición, pues éstos serán los únicos dólares asequibles a los demandantes.
- Debido a la rigidez, el control de cambios provoca más distorsiones en la economía y en la sociedad que el bienestar que obligatoriamente debe buscar el gobierno.

Apéndice 1.A: Tipo de cambio paralelo de Venezuela 1983-2013, promedio mensual.

Año	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
1983	0,004	0,008	0,008	0,009	0,010	0,011	0,015	0,014	0,013	0,013	0,013	0,012
1984	0,014	0,013	0,014	0,015	0,015	0,014	0,013	0,012	0,012	0,012	0,012	0,013
1985	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,014	0,014	0,014	0,015	0,015	0,015	0,015
1986	0,017	0,019	0,019	0,019	0,020	0,018	0,020	0,020	0,020	0,023	0,024	0,021
1987	0,023	0,023	0,023	0,025	0,028	0,028	0,029	0,032	0,033	0,032	0,030	0,031
1988	0,030	0,029	0,030	0,029	0,032	0,033	0,036	0,037	0,037	0,036	0,037	0,039
1989	0,037	0,039	0,035	0,037	0,038	0,036	0,036	0,038	0,038	0,041	0,043	0,042
1990	0,043	0,042	0,043	0,044	0,046	0,048	0,049	0,049	0,048	0,049	0,050	0,050
1991	0,053	0,053	0,053	0,054	0,054	0,055	0,059	0,058	0,058	0,059	0,059	0,061
1992	0,061	0,064	0,064	0,065	0,066	0,066	0,067	0,067	0,069	0,077	0,078	0,079
1993	0,081	0,083	0,085	0,086	0,088	0,090	0,092	0,095	0,098	0,100	0,103	0,106
1994	0,109	0,111	0,115	0,118	0,163	0,199	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170
1995	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,289
1996	0,289	0,289	0,289	0,465	0,469	0,468	0,471	0,474	0,471	0,470	0,471	0,476
1997	0,474	0,477	0,477	0,480	0,484	0,484	0,497	0,497	0,496	0,499	0,500	0,503
1998	0,509	0,517	0,523	0,537	0,538	0,552	0,554	0,583	0,574	0,568	0,572	0,565
1999	0,574	0,574	0,584	0,591	0,600	0,606	0,612	0,620	0,628	0,632	0,638	0,649
2000	0,655	0,660	0,670	0,675	0,682	0,682	0,688	0,690	0,691	0,694	0,697	0,700
2001	0,701	0,704	0,707	0,712	0,715	0,719	0,727	0,738	0,743	0,744	0,747	0,773
2002	0,765	1,064	0,885	0,843	1,145	1,300	1,336	1,417	1,476	1,418	1,322	1,384
2003	1,924	1,600	1,600	1,600	1,600	1,600	1,600	1,600	1,600	1,600	1,600	1,600
2004	1,600	1,920	1,920	1,920	1,920	1,920	1,920	1,920	1,920	1,920	1,920	1,920
2005	2,720	2,740	2,720	2,600	2,580	2,540	2,580	2,580	2,660	2,770	2,650	2,700
2006	2,660	2,615	2,565	2,590	2,610	2,620	2,660	2,725	2,900	2,980	3,375	3,400
2007	4,350	4,100	3,650	3,800	4,100	4,100	4,425	4,900	5,010	6,750	6,100	5,700
2008	5,35	4,60	3,95	3,50	3,40	3,45	3,40	4,18	4,50	5,20	5,15	5,70
2009	5,85	5,72	6,35	6,90	6,63	6,60	6,93	6,49	5,55	5,35	5,61	5,97
2010	6,30	6,70	7,00	7,65	7,89	8,10	8,28	8,25	8,11	7,89	8,60	9,14
2011	8,69	8,89	8,42	8,05	8,42	8,22	8,36	8,59	8,92	8,60	9,24	9,45
2012	8,69	8,92	9,48	9,29	9,56	9,38	9,42	11,54	12,00	14,08	16,51	17,32
2013	18,70	22,66	22,80	25,35	27,29	30,20	32,51	36,45	42,01	56,490	62,190	64,100

Fuente: elaboración propia. Datos redacción del diario El Nacional. Las cifras están expresadas en bolívares fuertes, según reconversión monetaria de 2008.

Apéndice B. Modelos estocásticos empleados.

Apéndice 2.B: Descripción del proceso ARCH(q)

Tomando en consideración la descripción del apartado II.2.3.1, los momentos de primer y segundo orden de y_t^2 , descrito en la ecuación 1, que en definitiva son los que interesan porque sobre ellos versa toda la teoría de los modelos ARCH, se puede describir:

$$w_t = (y_t^4, y_t^2)$$

$$E(w_t | \psi_{t-1}) = b + Aw_{t-1} = \begin{bmatrix} 3\alpha_0 \\ \alpha_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3\alpha_1^2 & 6\alpha_0\alpha_1 \\ 0 & \alpha_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{t-1}^2 \\ w_{t-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.B.1})$$

Mediante sustitución sucesiva (A.B.1) para z_{t-k} puede escribirse como:
 $E_{t-1}(z_t) = E(z_t | \psi_{t-1}) = b + Az_{t-1} = b + A(b + Az_{t-2})$

$$E_{t-1}(z_t) = (I_m + A + A^2 + \dots + A^{k-1})b + A^k z_{t-k} \quad (\text{A.B.2})$$

Así, (A.B.2) tenderá a un número finito cuando los autovalores de la matriz A se encuentren dentro del círculo unitario. Para un $ARCH(1)$, la matriz A de (9) es:

$$E(w_t) = \begin{bmatrix} \frac{3\alpha_0^2}{(1-\alpha_1)^2} \frac{1-\alpha_1^2}{1-3\alpha_1^2} \\ \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.B.3})$$

Los momentos condicionales de una normal se definieron en (7), así los elementos de la diagonal principal de la matriz A, son:

$$\alpha_1^m \prod_{j=1}^m (2j-1) = \prod_{j=1}^m \alpha_1 (2j-1) = \theta_m \quad (\text{A.B.4})$$

El valor de θ_m convergerá hacia un número a medida que $|\alpha_1| < 1$, para el proceso $ARCH(1)$, lo que hace el proceso débilmente estacionario⁵¹.

Para efectos de estimación, el logaritmo de verosimilitud de una normal para un proceso $ARCH(q)$ está dada por:

$$l_t = -\frac{1}{2} \log(h_t) - \frac{1}{2} \frac{y_t^2}{h_t} \quad (\text{A.B.5})$$

La media del logaritmo de la verosimilitud puede ser expresada como:

$$l = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T l_t \quad (\text{A.B.6})$$

Agrupando los parámetros α_i en un vector de parámetros θ , bajo las condiciones de primer y segundo orden para maximizar (A.B.5) se tiene:

⁵¹ El procedimiento descrito se puede generalizar para un $ARCH(q)$ y será estacionario en covarianza sí y solo si, todas las raíces asociadas a su función característica están fuera del círculo unitario. Lo que es equivalente a decir que los autovalores de la matriz A estén dentro del círculo unitario.

Condición de primer orden:

$$\frac{\partial l_t}{\partial \theta} = \frac{1}{2h_t} \frac{\sigma_t^2}{\partial \theta} \left(\frac{y_t^2}{h_t} - 1 \right) \quad (\text{A.B.7})$$

Condición de segundo orden:

$$\frac{\partial^2 l_t}{\partial \theta \partial \theta'} = \frac{1}{2(h_t)^2} \frac{\partial h_t}{\partial \theta} \frac{\partial h_t}{\partial \theta'} \left(\frac{y_t^2}{h_t} \right) + \left[\frac{y_t^2}{h_t} - 1 \right] + \frac{\partial}{\partial \theta'} \left[\frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial \theta} \right] \quad (\text{A.B.8})$$

La ecuación (A.B.8) se puede simplificar tomando en consideración la esperanza condicional de $\left(\frac{y_t^2}{h_t} \right)$, entonces:

$$E_{t-1} \left(\frac{y_t^2}{h_t} \right) = \frac{1}{h_t} E_{t-1}(y_t^2) = \frac{h_t}{h_t} = 1 \quad (\text{A.B.9})$$

Por ende, (A.B.8) se reduce a:

$$\frac{1}{2(h_t)^2} \frac{\partial h_t}{\partial \theta} \frac{\partial h_t}{\partial \theta'} \quad (\text{A.B.10})$$

La matriz de información de (A.B.9):

$$\varsigma_{\theta\theta} = \sum_t \frac{1}{2T} E \left[\frac{1}{(h_t)^2} \frac{\partial h_t}{\partial \theta} \frac{\partial h_t}{\partial \theta'} \right] \quad (\text{A.B.11})^{52}$$

cuyo estimador consistente es: $\hat{\varsigma}_{\theta\theta} = \frac{1}{2T} \sum_t \left[\frac{1}{(h_t)^2} \frac{\partial h_t}{\partial \theta} \frac{\partial h_t}{\partial \theta'} \right]$ (A.B.12)

Tomando la simplificación hecha por Engle (1982), puede expresarse las ecuaciones descritas de una forma más sencilla. Sea la función h_t de orden q ,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \alpha_2 y_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q y_{t-q}^2 \quad (\text{A.B.13})$$

Desagregando (A.B.13) en dos vectores, resulta:

$$z_t = [1, y_{t-1}^2, y_{t-2}^2, \dots, y_{t-q}^2] \quad \text{y} \quad \alpha' = [\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q] \\ h_t = z_t \alpha' \quad (\text{A.B.14})$$

La matriz de información estimada y el gradiente resultante son:

$$\hat{\varsigma}_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2T} \sum_t (z_t' z_t / h_t^2) \quad (\text{A.B.15})$$

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha} = \frac{1}{2h_t} z_t \left(\frac{y_t^2}{h_t} - 1 \right) \quad (\text{A.B.16})$$

Para obtener el valor estimado de los parámetros de la matriz de información, Engle (1982) propuso usar el algoritmo Scoring, que para (A.B.15) sería:

$$\hat{\theta}_{t+1} = \hat{\theta}_t (\tilde{Z}' \tilde{Z})^{-1} \tilde{Z}' W$$

⁵² Esta ecuación es la media del hessiano resultante de la condición de segundo orden.

$$z_t = [1, y_{t-1}^2, y_{t-2}^2, \dots, y_{t-q}^2] / h_t$$

$$\tilde{Z}' = (\tilde{z}'_1, \tilde{z}'_2, \tilde{z}'_3, \dots, \tilde{z}'_q) \quad \text{matri de } (q+1) \times T$$

$$w_t = \left(\frac{y_t^2}{h_t} - 1 \right)$$

$$W' = (w_1, w_2, w_3, \dots, w_q) \quad \text{vector fila } 1 \times T$$

Apéndice 3.B: Descripción del proceso GARCH (p,q)

La función del logaritmo de la verosimilitud resulta de este proceso resulta:

$$L_t(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T l_t(\theta) \quad (\text{A.B.17}) \quad \text{y} \quad l_t(\theta) = -\frac{1}{2} \log(h_t) - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \quad (\text{A.B.18})$$

Las condiciones de primer y segundo orden derivando respecto al vector de parámetros w son:

$$\frac{\partial l_t}{\partial w} = \frac{1}{2} h_t^{-1} \frac{\partial h_t}{\partial w} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \quad (\text{A.B.19})$$

$$\frac{\partial^2 l_t}{\partial w \partial w'} = \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial w'} \left[\frac{1}{2} h_t^{-1} \frac{\partial h_t}{\partial w} \right] - \frac{1}{2} h_t^{-2} \frac{\partial h_t}{\partial w} \frac{\partial h_t}{\partial w'} \frac{\partial \varepsilon_t^2}{h_t} \quad (\text{A.B.20})$$

De forma recursiva y teniendo una estimación previa para h_t y ε_t^2 , $t \leq 0$ que es la varianza muestral, se obtiene la siguiente expresión de la derivada parcial respecto a los parámetros del modelo GARCH:

$$\frac{\partial h_t}{\partial w} = z_t \sum_{j=1}^p \beta_j \frac{\partial h_{t-1}}{\partial w} \quad (\text{A.B.21})$$

Para estimar los parámetros del modelo, que están incluidos en el vector b , se deriva el logaritmo de la verosimilitud respecto a éste:

$$\frac{\partial l_t}{\partial b} = \varepsilon_t x_t h_t^{-1} + \frac{1}{2} h_t^{-2} \frac{\partial h_t}{\partial b} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \quad (\text{A.B.22})$$

$$\frac{\partial^2 l_t}{\partial b \partial b'} = -h_t^{-1} x_t x_t' - \frac{1}{2} h_t^{-2} \frac{\partial h_t}{\partial b} \frac{\partial h_t}{\partial b'} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right) - 2 h_t^{-2} \varepsilon_t x_t \frac{\partial h_t}{\partial b} + \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial h_t}{\partial b'} \left[\frac{1}{2} h_t^{-1} \frac{\partial h_t}{\partial b} \right] \quad (\text{A.B.23})$$

Por procedimiento de resolución recursiva, se puede obtener la derivada parcial de la varianza respecto a los parámetros de regresión como:

$$\frac{\partial h_t}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^q \alpha_i x_{t-i} \varepsilon_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} \quad (\text{A.B.24})$$

Apéndice 4.B: Resumen de los modelos empleados

Modelo	Autor	Varianza	Características
ARCH (q)	Engle (1982)	$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-i}^2$	Primera aproximación al estudio de la varianza condicional. Su ventaja es que es el modelo más sencillo de estimar. Su desventaja es que requiere de un número muy grande de rezagos de la varianza condicional. Efecto simétrico de los choques sobre la varianza.
ARCH-M	Engle, Lilien y Robins (1986)	$h_t = \alpha' W \eta_t + \gamma' Z_t$	Incorpora la desviación estándar heterocedástica (la desviación del error estocástico) como variable explicativa del modelo. Efecto simétrico de los choques sobre la varianza.
GARCH (p,q)	Bollerslev (1986)	$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}$	Generaliza sin ninguna restricción la estimación de los parámetros del modelo ARCH con infinitos rezagos. La ventaja que presenta es que utiliza información pasada de la varianza condicional, además que permite calcular momentos de orden superior a diferencia de un ARCH. Efecto simétrico de los choques sobre la varianza. Sin embargo, Taylor afirma que su gran desventaja es que la varianza condicional es una función determinística de un conjunto de información conocida en el periodo $t-1$.
IGARCH	Engle y Bollerslev (1986)	$h_t = \alpha_0 + (1 - \alpha_1) h_t$	Intermedio entre el ARCH(q) y el GARCH(p,q). Su principal característica es que estima la varianza condicional asumiendo que ésta es integrada.
EGARCH (p,q)	Nelson (1991)	$\log(h_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(\eta_{t-i}) + \sum_{j=1}^p \beta_j \log(h_{t-j})$	Son modelos ARCH recomendados para procesos estocásticos no normales. Su ventaja está en el carácter asimétrico de las respuestas a los choques positivos o negativos de la varianza.

Continuación apéndice 4.B

Modelo	Autor	Varianza	Características
TGARCH (p,q)	Zakoian (1990)	$\sqrt{h_t} = \alpha_0 + \gamma \sqrt{h_{t-1}}$ $+ \sum_{i=1}^q \alpha_i^+ \varepsilon_{t-i}^+$ $- \sum_{i=1}^q \alpha_i^- \varepsilon_{t-i}^-$	Diferencia el parámetro asociado al término de error en subida y en bajada, es decir, si el error es negativo el efecto será α_i^- , caso contrario cuando el error cruza el umbral del cero, ya que su efecto será α_i^+ .
GJR- GARCH	Glosten, Jagannathan ,y Runkle (1993)	h_{t-1} $= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1}$ $+ \beta h_{t-2}$ $I_{t-1} = \begin{cases} 0 & \text{si } \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 1 & \text{si } \varepsilon_{t-1} > 0 \end{cases}$	Respuesta asimétrica de la variable ante las buenas y malas noticias del mercado. Es igual al modelo TGARCH en la diferenciación del parámetro.
AP-ARCH (p,q)	Ding, Granger y Engle (1993)	h_t^δ $= \alpha_0$ $+ \sum_{i=1}^q \alpha_i (\varepsilon_{t-i} - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta$ $+ \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}^\delta$	Modela el valor potencial de la desviación estándar condicional, cuya potencia es el máximo de la función de autocorrelación del valor absoluto del proceso estocástico en estudio.
SV	Taylor (1986)	$\ln(\sigma_{t+1}^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_t^2)$ $+ \gamma \eta_t$	La varianza condicional depende de una variable no observable, que generalmente es un proceso estocástico autorregresivo. Se modela el logaritmo de ésta para poder garantizar su positividad.

Fuente: elaboración propia.

Apéndice C: Serie estudiada.

Tabla 9.C: Estadísticas descriptivas del tipo de cambio paralelo de Venezuela, 2005-2013.

Min.	1stQu.	Median	Mean	3rdQu.	Max.	Var	SD	Asimetría	Curtosis	Obs.
2.51	3.45	6.2	9.256	8.825	68.03	117	10.8	3.18	10.886	2347

Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta.

Tabla 10.C: Pruebas de normalidad del tipo de cambio paralelo.

Estadístico	Valor	P-value
Shapiro-Wilk	W = 0.5765	< 2.2e-16
Jarque Bera	X-squared = 15581.05	< 2.2e-16
Anderson-Darling	A = 328.0141	< 2.2e-16
Cramer-von Mises	W = 63.4127	7.37E-10
Pearson	P = 7434.259	< 2.2e-16
Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov)	D = 0.3295	< 2.2e-16
Shapiro-Francia	W = 0.5764	< 2.2e-16

Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta. $\alpha = 5\%$.

Tabla 11.C Pruebas de normalidad de las transformaciones del tipo de cambio paralelo.

Estadístico	Logaritmo TCP		Diferencia TCP		Razón TCP	
	Valor	P-value	Valor	P-value	Valor	P-value
Shapiro-Wilk	W = 0.907	< 2.2e-16	W = 0.3722	< 2.2e-16	W = 0.7545	< 2.2e-16
Jarque Bera	X = 426.6842	< 2.2e-16	X = 975581.8	< 2.2e-16	X = 186279.6	< 2.2e-16
Anderson-Darling	A = 53.6145	< 2.2e-16	A = Inf	NA	A = Inf	NA
Cramer-von Mises	W = 6.9297	7.37E-10	W = 87.6416,	7.37E-10	W = 24.4414	7.37E-10
Pearson	P = 3249.355	< 2.2e-16	P = 8255.76	< 2.2e-16	P = 3034.152	< 2.2e-16
Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov)	D = 0.1433,	< 2.2e-16	D = 0.3067	< 2.2e-16	D = 0.1537	< 2.2e-16
Shapiro-Francia	W = 0.9074	2.20E-16	W = 0.3688	< 2.2e-16	W = 0.7505	< 2.2e-16

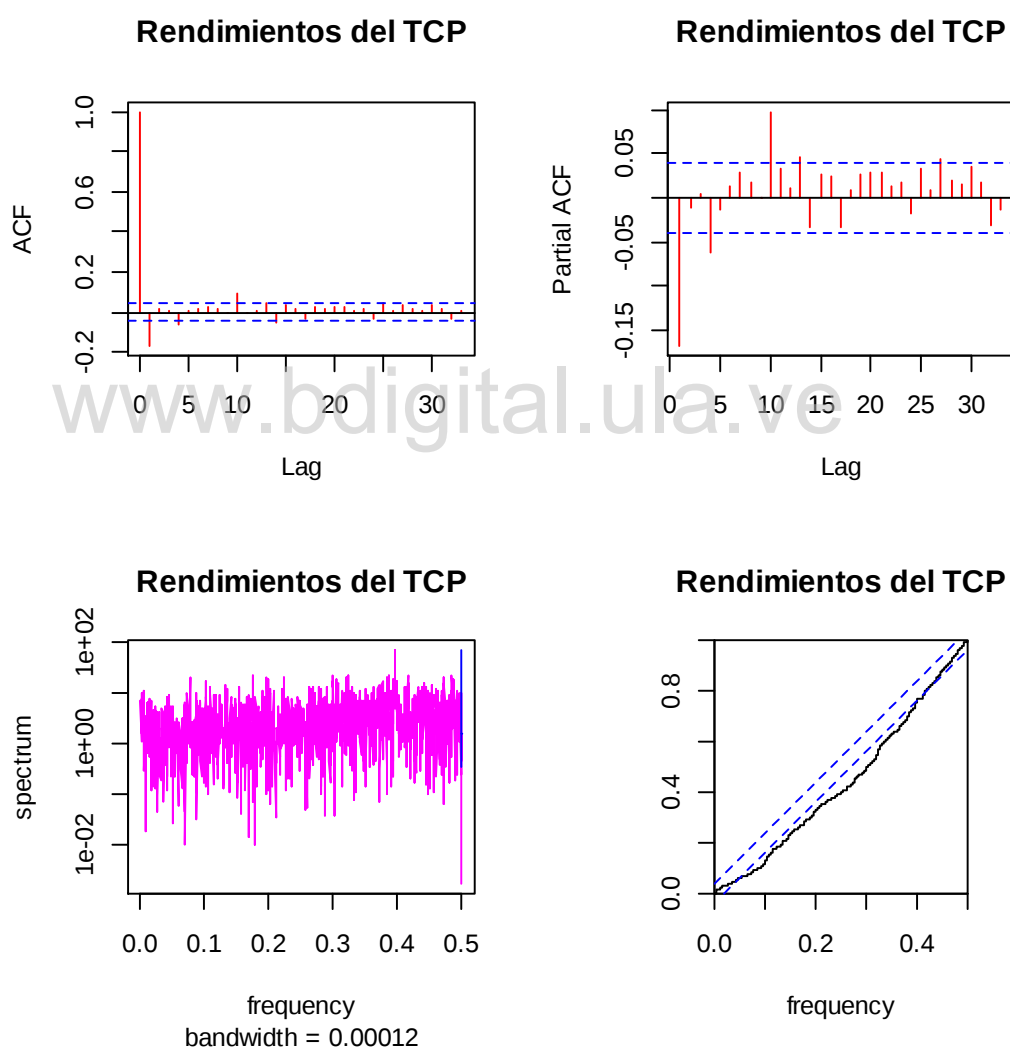
Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta. $\alpha = 5\%$.

Tabla 12.C: Pruebas de raíz unitaria de RTCP.

	Dickey-Fuller (ADF)	P-value (ADF)	Phillips-Perron (PP)	P-value (PP)
RTCP	-11.7691	0.01	-2635.497	0.01

Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta. $\alpha = 5\%$.

Gráfico 5.C: AFC, PACF y Periodograma acumulado de RTCP.



Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta.

Tabla 13.C: Test BDS para los rendimientos del tipo de cambio paralelo de Venezuela.

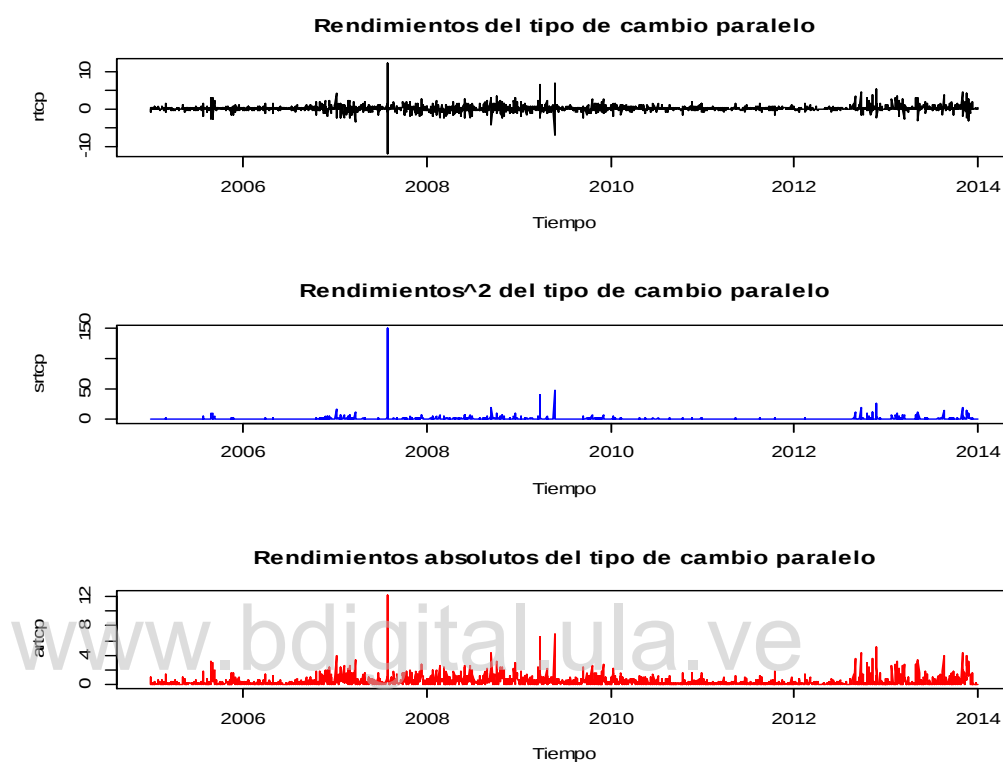
Dimensión	Estadístico BDS	Std. Error	z-Estadístico	Prob.	
2	0.037699	0.002508	15.02963	0.0000	
3	0.069207	0.003998	17.30827	0.0000	
4	0.09349	0.004779	19.56363	0.0000	
5	0.107833	0.005	21.56468	0.0000	
6	0.114564	0.004842	23.65905	0.0000	
Raw epsilon		1.929757			
Pairs within epsilon		3875530	V- Estadístico	0.704166	
Triples within epsilon		7.19E+09	V- Estadístico	0.556583	
Dimensión	C(m,n)	c(m,n)	C(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))^k
2	1465429	0.533205	1934616	0.703922	0.495506
3	1147354	0.417828	1932641	0.703803	0.348621
4	929263	0.338696	1930686	0.703692	0.245205
5	768210	0.280235	1928708	0.703571	0.172401
6	645690	0.235742	1926746	0.703456	0.121178

www.bdigital.ula.ve

Fuente: elaboración propia. $\alpha = 5\%$

Apéndice D: Resumen de los modelos estimados.

Gráfico 6.D: Transformaciones de los rendimientos del tipo de cambio paralelo de Venezuela.



Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta.

Tabla 14.D: Autocorrelaciones de los rendimientos del tipo de cambio paralelo.

Rezago	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	60	80	100
rtcp	-0.167	0.017	0.003	-0.063	0.008	0.014	0.022	0.012	-0.003	0.092	0.028	0.031	0.044	0.014	0.027	-0.014
Prob.	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
srtcp	0.457	0.012	0.009	0.003	-0.001	0.002	-0.001	-0.002	0.000	0.007	0.004	-0.003	-0.002	-0.002	-0.004	-0.002
Prob.	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
artcp	0.361	0.140	0.140	0.100	0.077	0.075	0.077	0.081	0.077	0.098	0.075	0.054	0.055	0.056	0.046	0.023
Prob.	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta.

Tabla 15.D: Modelos ARIMA estimados para los rendimientos del tipo de cambio paralelo de Venezuela.⁵³

Modelo	R ²	Residuos			
		Prob(B-L)	Prob(S-W)	Prob(ADF)	AIC
(0,0,2)	0.02957	3.111e-05	< 2.2e-16	0.01	5716.4
(1,1,1)	0.03338	0.001149	< 2.2e-16	0.01	5709.41
(2,1,1)	0.03385	0.001574	< 2.2e-16	0.01	5710.15
(2,1,2)	0.03421	0.002632	< 2.2e-16	0.01	5711.33
(0,1,2)	0.03394	0.001698	< 2.2e-16	0.01	5707.83
(1,1,2)	0.03395	0.001692	< 2.2e-16	0.01	5709.82
(1,0,3)	0.03020	2.39e-05	< 2.2e-16	0.01	5718.90
(2,0,0)	0.029612	3.195e-05	< 2.2e-16	0.01	5716.32

Fuente: elaboración propia. B-L: Box-Ljung. S-W: Shapiro-Wilk. ADF: Dickey-Fuller Aumentado. AIC: Criterio de Información de Akaike. $\alpha = 5\%$.

www.bdigital.ula.ve

⁵³ Específicamente se estimaron alrededor de 25 modelos sin embargo, ninguno de ellos arrojó residuos ruido blanco, para evitar incluir información irrelevante solo se presentaron algunos de ellos.

Tabla 16.D: Diagnóstico de los residuos de los modelos estimados.

Modelo ARMA(0,1) - ARCH(2)						
	Mediana	Media	Varianza	Error estándar	Asimetría	Kurtosis
Residuos (R)	0.00955	0.0866	1.0113	1.00565	0.262571	25.24555
Shapiro-Wilk (R)	0.7925		Prob[S-W(R)]		< 2.2e-16	
Shapiro-Wilk (R ²)	0.1486		Prob[S-W(R ²)]		< 2.2e-16	
Ljung-Box(R)	0.0012		Prob[L-B(R)]		0.9729	
Ljung-Box(R ²)	0.1685		Prob[L-B(R ²)]		0.6814	
Efectos ARCH (LM)	7.4878		Prob[L-M]		0.8238	

Modelo ARMA(0,1) – GARCH(2,1)						
	Mediana	Media	Varianza	Error estándar	Asimetría	Kurtosis
Residuos (R)	0.0107	0.0940	1.17380	1.083422	-0.38439	30.262
Shapiro-Wilk (R)	0.7983		Prob[S-W(R)]		2.2e-16	
Shapiro-Wilk (R ²)	0.1251		Prob[S-W(R ²)]		2.2e-16	
Ljung-Box(R)	0.0595		Prob[L-B(R)]		0.8073	
Ljung-Box(R ²)	0.2566		Prob[L-B(R ²)]		0.6125	
Efectos ARCH (LM)	2.5957		Prob[L-M]		0.9978	

Modelo ARMA(0,1) – EGARCH(1,1)						
	Mediana	Media	Varianza	Error estándar	Asimetría	Kurtosis
Residuos (R)	0.00522	0.05345	0.4198426	0.647952	-0.78143	35.5663
Shapiro-Wilk (R)	0.7928		Prob[S-W(R)]		< 2.2e-16	
Shapiro-Wilk (R ²)	0.1101		Prob[S-W(R ²)]		< 2.2e-16	
Ljung-Box(R)	1.2411		Prob[L-B(R)]		0.2653	
Ljung-Box(R ²)	0.2653		Prob[L-B(R ²)]		0.2409	
Efectos ARCH (LM)	3.5168		Prob[L-M]		0.9907	

Modelo ARMA(2,1) – GJR-GARCH(2,1)						
	Mediana	Media	Varianza	Error estándar	Asimetría	Kurtosis
Residuos (R)	0.00017	0.07091	1.145265	1.07017	-0.32965	28.4254
Shapiro-Wilk (R)	0.8051		Prob[S-W(R)]		< 2.2e-16	
Shapiro-Wilk (R ²)	0.1296		Prob[S-W(R ²)]		< 2.2e-16	
Ljung-Box(R)	0.0817		Prob[L-B(R)]		0.775	
Ljung-Box(R ²)	0.2709		Prob[L-B(R ²)]		0.6027	
Efectos ARCH (LM)	2.882		Prob[L-M]		0.9963	

Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta. $\alpha = 5\%$.

Continuación Tabla 16.D:

Modelo ARMA(2,1) – APARCH(0,2)						
	Mediana	Media	Varianza	Error estándar	Asimetría	Kurtosis
Residuos (R)	0.0061	0.04754	0.31979	0.5655	0.3123	22.348
Shapiro-Wilk (R)	0.7862		Prob[S-W(R)]		< 2.2e-16	
Shapiro-Wilk (R ²)	0.167		Prob[S-W(R ²)]		< 2.2e-16	
Ljung-Box(R)	0.047		Prob[L-B(R)]		0.8283	
Ljung-Box(R ²)	0.1236		Prob[L-B(R ²)]		0.7223	
Efectos ARCH (LM)	14.3014		Prob[L-M]		0.2819	

Fuente: elaboración propia. Datos dólar Cúcuta. $\alpha = 5\%$.

www.bdigital.ula.ve

Bibliografía

www.bdigital.ula.ve

Bibliografía

Álvarez- Díaz, M. y Álvarez, A. (2003). Predicción no lineal de tipos de cambio: algoritmos genéticos, redes neuronales y fusión de datos. *Departamento de Economía Aplicada. Universidad de Vigo*, 1-38.

Andersen, T. y Sorensen, B. (1996). GMM Estimation of stochastic volatility model: a Monte Carlo study. *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.14, 328-352.

Aragonés, J.y Viñas, B. (1996). Estimación de la volatilidad condicional en el mercado de divisas con modelos de la familia ARCH. *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa*, Vol. 2. N° 3, 43-59.

Aranda, R. (2012). Pronósticos de Volatilidad y Cambio de Régimen en el Mercado Financiero Chileno GARCH vs. MRS-GARCH. *Departamento de Economía. Universidad Santiago de Chile*, N° 7, 1-47.

Arias, F. (2006). *El proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica* (Quinta ed.). Caracas: Episteme.

Arranza, M. e Iglesias, E. (2005). Análisis de los tipos de cambio en la economía mexicana y comparación con otros países: un enfoque de volatilidad estocástica. *Investigación Económica*, Vol. LXIV. N° 253, 159-169.

Baillie, R. (2006). *Modelling Volatility, Handbook of Econometrics* (Vol. 1). (T. a. Patterson, Ed.) New York: Palgrave Macmillan.

Berndt, E., Hall, B., Hall, R. y Hausman, J. (1974). Estimation Inference in nonlinear Structural Models. *Annals of the Economic and Social Measurement*, Vol. 4, 653-665.

Blanconá, M. y Andreozzi, L. (2013). Modelos para series de tiempo con estacionalidad compleja. *Decimoctavas Jornadas "Investigaciones en la Facultad" de Ciencias Económicas y Estadística*. (págs. 1-12). Santa Fe de Bogotá: Universidad del Rosario.

Bloom, B. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives, Handbook I: The Cognitive Domain*. New York : David McKay, Co Inc.

Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic. *Journal of Econometrics*, N° 31, 307-327.

Bollerslev, T. (1987). A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 69. N° 3, 542-547.

Bollerslev, T. y Wooldrige, J. (1992). Quasi-maximum likelihood estimation and inference in Dynamic models with time-varying covariances. *Econometric Reviews*, Vol. 11(2), 143-172.

Box, G.P.E. y Jenkins, G.M. (1978). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco: Holden Day.

Breidt, F. y Carriquiry, A. (1996). Improved quasi- maximum likelihood estimation for stochastic volatility model . En J. J. Lee, *Modelling and Prediction: Honouring Seymour Geisser* (págs. 228-247). New York : Springer Verlag .

Breusch, T.y Pagan, A. (1978). A Simple Test for Heterocedasticity and Random Coefficient Variance. *Econometrica*, Vol. 46, 1287-1294.

Brock, W., Dechert, W. , Scheinkman J, y LeBaron, B. (1996). A test for independence based on the correlation dimension. *Econometric Reviews*, Vol.3(Nº15), 197-235.

Catalán, H. (2011). Especificación y Estimación de los modelos ARCH. (págs. 1-34). CEPAL.

Chique, V. (2007). Dinámica del tipo de cambio en Perú: una aproximación a través de modelos de volatilidad. *XXV ENCUENTRO DE ECONOMISTAS DEL BANCO CENTRAL DE RESERVA DEL PERÚ*. Lima.

Computing, R. F. (s.f.). *Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0*. Obtenido de <http://www.R-project.org/>

Convenio Cambiario, N. 1. (s.f.). *Banco Central de Venezuela*. Obtenido de <http://www.bcv.org.ve/ley/convenio1.asp>

Cortez, K., Rodríguez, M. y Wong, A. (2011). Dinámica no lineal estocástica del mercado cambiario mexicano. *Innovaciones de Negocios*, 197-223.

Cryer, J. y Chan, K-S. (2008). *Times Series Analysis With Applications in R*. New York: Springer.

De Arce Borda, R. (2004). 20 años de los modelos ARCH: una visión de conjunto de las distintas variantes de la familia. *Estudios de Economía Aplicada*, Vol. 22-1, 1-27.

Ding, Z., Granger, C. y Engle, R. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, 83-106.

Dornbusch, R., Fischer, S. y Startz, R. (2009). *Macroeconomía* (Décima ed.). México, D.F.: McGraw-Hill.

Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, Vol. 50. N° 4, 987-1007.

Engle, R. y Bollerslev, T. (1986). Modelling the Persistence of Conditional Variance. *Econometric Reviews*, Vol.5, 1-50.

Engle, R., Lilien, D. y Robins, R. (1986). Estimating the Time Varying Risk Premia in the Term Structure. *Econometrica*, Vol. 55, 391-407.

EViews 7 User's Guide I and II. (2009). USA: Quantitative Micro Software, LLC.

Fama, M. (1963). Risk Return and Equilibrium: Empirical Test. *Journal of Financial Economics*, Vol. 71, 607-636.

Fernández, L. (2008). *Sistema univariante y multivariante de predicción de la volatilidad para mercados financieros (Tesis de pregrado)*. Madrid, España: Universidad Pontificia Comillas.

García, M. e Ibar, R. (s/f). Estimación de modelos de volatilidad estocástica. *Departamento Métodos Cuantitativos para la Economía. Universidad San Pablo*, 1-10.

Glosten, L.; Jagannathan, R. y Runkle, D. (1991). *Relationships between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks*. (Mimeo, Ed.) Northwestern University.

Godfrey, L. (1978). Testing Against General Autoregressive and Moving Average Models when the Regressors include Lagged Dependent Variables. *Econometrica*, Vol. 46, 1294-1302.

Guerra, J. (2010). Regímenes Monetarios e Inflación en Venezuela. *Documento de Trabajo. Escuela de Economía de la Universidad Central de Venezuela*, 1-36.

Guerra, J. y Pineda, J. (2000). *Trayectoria de la Política Cambiaria en Venezuela*. Caracas: Banco Central de Venezuela. Vicepresidencia de Estudios.

Hansen, B. (1992). , Hansen, J. Tests for Parameter Instability in Regressions with I(1) Processes. *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.10, 321-336.

Hansen, P. y Lunde, A. (2005). A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH (1,1)? *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 20, 873-889.

Harvey, A. (1981). *The Econometric Analysis of Time Series*. Oxford: Phillip Alan.

Harvey, A., Ruiz, E. y Shepard, N. (1994). Multivariate stochastic variance models. *Review of Economics Studies*, Vol.61, 247-264.

Jaquier, E., Polson, N. y Rossi, P. (1994). Bayesian analysis of stochastic volatility models. *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 12, 371-417.

Kim, S., Shepard, N. y Chib, S. (1998). Stochastic volatility: likelihood inference and comparison with ARCH models. *Review of Economic Studies*, Vol. 65, 361-393.

Klien, B. (1977). The demand for quality-adjusted cash balances: price uncertainty in the U.S. demand for money function. *Journal of Political Economy*, Vol. 85, 692-715.

Kulikova, MV. y Taylor, DR. (2010). A conditionally heteroskedastic time series model for certain South African stock price returns. *Investment Analysis Journal*, N° 72, 43-52.

López, F. (2011). Volatilidad estocástica del tipo de cambio peso-dólar: el régimen flotante en México. *Investigación Económica*, Vol. LXX. N° 276, 19-50.

Mandelbrot, B. (1963). The variation of certain speculative prices. *Journal of Business*, Vol. 36, 394-419.

Márquez, M. (2002). *Modelo setar aplicado a la volatilidad de la rentabilidad de las acciones: algoritmos para su identificación*. Barcelona, España: Universitat Politècnica de Catalunya. Departament d'Estadística i Investigació Operativa.

Matilla, M., Rodríguez, J. y Sanz, B. (s/f). El Test BDS: posibles limitaciones. *Departamento de Economía Aplicada Cuantitativa. UNED*.

McLeod, A. y Li, W. (1983). Diagnostic checking ARMA time series models using squared residual autocorrelations. *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 4, 269-273.

Melino, A. y Turnbull, M. (1990). Pricing foreign currency options with stochastic volatility. *Journal of Econometrics*, Vol. 45, 239-265.

Milhoj, A. (1987). A multiplicative parametrization of ARCH models. *Research Report*(101).

Montenegro, R. (2010). Medición de la volatilidad en series de tiempo financieras. Una evaluación a la tasa de cambio representativa (TRM) en Colombia. *Finanzas y Política Económica*, Vol. 2. N° 1, 125-132.

Nelson, D. (1988). *The time series behaviour of stock market volatility and returns (Tesis doctoral)*. Cambridge, MA.: Massachusetts Institute of Technology.

Nelson, D. B y Cao, C. Q. (1992). Inequality constraints in the univariate GARCH model. *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 10, 229-235.

Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroscedasticity in asset returns: a New Approach. *Econometrica*, Vol. 59, 347-370.

Nyblom, J. (1989). Testing for the Constancy of Parameters Over Time. *Journal of The American Statistical Association*, Vol. 84(Nº 405), 223-230.

Olivo, V. (2012). *La Economía Venezolana 2003-2011. Una visión alternativa*. Caracas: CEDICE.

Ospina, F. y Giraldo, D. (2009). Aplicación de los modelos GARCH a la estimación del VaR de acciones colombianas. *Soluciones de Postgrado EIA*, Nº 3, 11-24.

Pedagua, L. y Noguera, C. (2007). Presión en el mercado cambiario para el caso venezolano (1984-2003). *Colección Economía y Finanzas. Banco Central de Venezuela*, Nº 79, 1-37.

Poon, S. y Granger, C. (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets: A review. *Journal of Economic Literature*, Vol. XLI, 478-539.

Poterba, J. y Summers, L. (1986). The Persistence of Volatility and Stock Market Fluctuations. *American Economic Review*, Vol. 76, 1142-1151.

Quesada, M. (s/f). *Análisis de series. Modelos heterocedásticos (Tesis de Maestría)*. Granada, España: Universidad de Granada.

Rodríguez, H. (2009). Profundización teórica de modelos de volatilidad ARCH - GARCH y una aplicación al caso colombiano. *Comunicaciones en Estadística*, Vol. 2. Nº 1, 1- 21.

Rodriguez, A. (2014). Modelizar la volatilidad. *Anuario Jurídico y Económico Escurialense*, Vol. XLVII, 1-22.

Romero, C. (2005). *El tipo de cambio en Colombia 1932 - 1974 (Tesis Doctoral)*. Barcelona, España: Universidad Autónoma de Barcelona.

Ruiz, E. (1994). Modelos para series de tiempo heterocedásticas. *Cuadernos Económicos I.C.E.*, Vol. 56, 73-108.

Ruiz, E. (1994). Quasi-maximum likelihood estimation of stochastic volatility models. *Journal of Econometrics*, Vol.63, 289-306.

Salazar, H. (2011). *Estimación y evaluación de modelos de series de tiempo del comportamiento tipo del cambio peso-dólar en el periodo 2000-2010 (Tesis de Maestría)*. México, DF.: Instituto Politécnico Nacional.

Sánchez, A. y Reyes, M. (2006). Regularidades probabilísticas de las series financieras y la familia de modelos GARCH. *Ciencia Ergo Sum*, Vol. 13(Nº 2), 149-156.

Taylor, S. (1986). *Modelling Financial Time Series*. New York: John Wiley.

Tsay, R. (1986). Nonlinearity test for time series. *Biometrika*, Vol.76, 461-466.

Velásquez, J., Morales, Y. y Franco, C. (2011). Análisis y Predicción de Series de Tiempo en Mercados de Energía Usando Lenguaje R. *DYNA*, Vol. 78, 278-296.

Zakoian, J. (1990). *Threshold heteroskedastic model*. (Mimeo, Ed.) Paris: INSEE.

www.bdigital.ula.ve