



Presentado ante la ilustre UNIVERSIDAD DE LOS ANDES como requisito parcial para
obtener el Título de MAGÍSTER EN MATEMÁTICAS APLICADAS A LA INGENIERÍA.

**Estimación y Corrección de Modelos Digitales de
Elevación para la Cuenca alta del Chama utilizando
una aproximación general y una por
geolocalizaciones.**

Por

Lic. Ramsis Guerrero

Tutor: Jesús Andrades

Abril 2011

©2011 Universidad de Los Andes Mérida, Venezuela

DIGITALIZADO
<http://tesis.ula.ve>

C.C.Reconocimiento

RESUMEN

Los modelos digitales de elevación son estructuras numéricas de datos, que representan la distribución espacial de la altitud de la superficie del terreno. Dichos modelos son útiles para la planificación, ordenación y cuantificación del territorio, y para la prevención y estimación de riesgos. Para la creación de los modelos digitales de elevación, es necesario escoger un método de interpolación lo suficiente preciso. Debido a que el área de estudio es la cuenca del Chama, una de las más notables de los Andes Venezolanos desde el punto de vista fisiográfico y geográfico, caracterizar y cuantificar dicha zona, es altamente complejo, por lo que se desarrolla un método en el que se subdivide el área de estudio, en 3 geolocalizaciones, ya que cada zona responderá con un patrón matemático distinto de variación altitudinal, y a su vez se estudio la zona global, se seleccionó uno de cinco métodos de interpolación, del cual se obtuvo menor error medio cuadrático, y a partir de este seleccionar el tipo relación existente entre los puntos interpolados, y los puntos de control terrestre de la zona, encontrándose una ecuación característica para cada geolocalización que nos sirvió para su posterior corrección. Observándose que es mejor partir un modelo digital de elevación en distintos segmentos fisiográficos, evaluar los errores, corregir cada una de estas piezas y luego ensamblar.

Palabras claves: Modelo digital de elevación, geolocalización, método de interpolación, cuenca del chama, Corrección.

Índice

INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1.2 HIPÓTESIS	2
1.3 OBJETIVOS	2
1.3.1 OBJETIVO PRINCIPAL	2
1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	2
1.4 JUSTIFICACIÓN	3
1.5 LIMITACIONES.....	4
1.6 ANTECEDENTES.....	5
2.1 SISTEMA DE INFORMACIÓN GEOGRÁFICA (SIG).....	8
2.1.1 Creación de datos.....	9
2.1.2 Representación de los datos.....	11
2.1.2.1 Formato Raster:	11
2.1.2.2 Formato Vectorial (usado para esta investigación):	13
2.1.2.3 Ventajas y Desventajas de los formatos Raster y Vectoriales:.....	16
2.1.3 Puntos de Control Terrestre.....	17
2.2 Modelo Digital de Elevación:	18
2.2.1 Modelo.....	18
2.2.2 MDT.....	18
2.2.3 MDE.....	19
2.3 Evaluación y Corrección de los MDE	26
2.3.1 Validación de un Modelo Digital de Elevaciones.	26
2.3.2 Error medio cuadrático	28
METODOLOGÍA APLICADA.	30

3.1 ETAPA PRELIMINAR AL PROCESAMIENTO DE LOS DATOS:	31
3.1.1 Recopilación de información	31
3.2 PROCESAMIENTO DE DATOS:	32
3.2.1 Construcción de los Modelos Digitales del Terreno	32
3.2.1 ANÁLISIS DE RESIDUALES PARA LA CUENCA EN TOTALIDAD	34
3.2.2 ANÁLISIS POR GEOLOCALIZACIONES:	36
3.3 Correcciones:	37
RESULTADOS Y ANÁLISIS	41
4.1 RESULTADOS DE RESIDUALES PARA LA CUENCA EN TOTALIDAD	41
4.1.1 Creación de los Modelos Digitales de Elevación MDE	41
4.1.2 REGRESIONES:	46
4.1.3 Corrección Global	50
4.2 Análisis por Geolocalizaciones	52
4.2.1 Valle	52
4.2.2 Picos	58
4.2.3 PIE DE MONTE	62
4.3 Comparación de la precisión alcanzada:	67
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	70
APENDICE I	73
REFERENCIAS	78

Índice de figuras

FIGURA 2.1 SIG	9
FIGURA 2.2 LA CONSTELACIÓN SATELITAL RAPIDEYE EN ACCIÓN ALREDEDOR DE LA TIERRA.....	10
FIGURA 2.3 REPRESENTACIÓN DE DATOS RASTER Y VECTORIAL.....	11
FIGURA 2.4 FORMATO RASTER. MODELO DE DATOS.....	12
FIGURA 2.5 FORMATO VECTORIAL	13
FIGURA 2.6 FORMACIÓN DE POLÍGONOS EN LA TOPOLOGÍA ARCO-NODO	14
FIGURA 2.7 REPRESENTACIÓN DE CURVAS DE NIVEL SOBRE UNA SUPERFICIE TRIDIMENSIONAL GENERADA POR UNA MALLA TIN.....	15
FIGURA 2.8 IDW (INTERPOLACIÓN PONDERADA POR EL INVERSO DE LA DISTANCIA)	21
FIGURA 2.9 INTERPOLACIÓN DE SHEPARD.....	22
FIGURA 2.10 INTERPOLACIÓN VECINO NATURAL.....	23
FIGURA 2.11 INTERPOLACIÓN DEL VECINO MAS CERCANO (LÍNEAS AZULES) EN UNA DIMENSIÓN EN UN SET DE DATOS UNIFORME (PUNTOS ROJOS).....	24
FIGURA 2.12 EJEMPLO DE INTERPOLACIÓN VECINO MÁS CERCANO EN UN CONJUNTO ALEATORIO DE PUNTOS (PUNTOS NEGROS) EN 2D. CADA CELDA DE COLOR INDICA EL ÁREA EN CUÁL DE TODOS LOS PUNTOS TIENEN AL PUNTO NEGRO EN LA CELDA COMO SU PUNTO NEGRO MÁS CERCANO	25
FIGURA 2.13 RED DE TRIÁNGULOS (TIN)	26

FIGURA 3.1 ESQUEMA GENERAL DE LA METODOLOGÍA APLICADA	30
FIGURA 3.2 PUNTOS DE CONTROL TERRESTRE RECOLECTADOS.....	31
FIGURA 3.3 CURVAS DE NIVEL	34
FIGURA 3.4 MODELO 3D DE LA CUENCA ANALIZADA	35
FIGURA 3.5 MDE INTERPOLADO CON IDW EN LOS QUE SE DETALLAS LOS PUNTOS DE CONTROL TERRESTRES PARA LUEGO SER COMPARADOS	36
FIGURA 3.6 EJEMPLO DE UNA DATA DE PUNTOS EN LOS QUE SE LES HA APLICADO UNA REGRESIÓN LINEAL.....	38
FIGURA 3.7 APLICACIÓN DE LAS CORRECCIONES A TRAVÉS DEL PROGRAMA SAGA. .	40
FIGURA 4.1 INVERSO DE LA DISTANCIA CON DECRECIMIENTO LINEAL.....	43
FIGURA 4.2 INVERSO DE LA DISTANCIA (EXPONENCIAL).....	44
FIGURA 4.3 INVERSO DE LA DISTANCIA (GAUSSIANO).....	44
FIGURA 4.4 INVERSO DE LA DISTANCIA (IVERSE DISTANCE TO A POWER).....	44
FIGURA 4.5 MODIFED QUADRATIC SHEPARD	45
FIGURA 4.6 MÉTODOS CON MENOR EMC.....	45
FIGURA 4.7 GRAFICO DE REGRESIONES.....	47
FIGURA 4.8 SEMIVARIOGRAMA. IDW10	48
FIGURA 4.9 FUNCIONES SEMIVARIANZA (FUENTE R).....	49
FIGURA 4.10 SEMIVARIOGRAMA LUEGO DE APLICADA LA CORRELACIÓN	50
FIGURA 4.11 MDE ELABORADO POR IDW10 PARA LA CUENCA COMPLETA CORREGIDO POR LA ECUACIÓN OBTENIDA POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALES	51

FIGURA 4.12 EMC PARA LA GEOLOCALIZACIÓN (VALLE)	52
FIGURA 4.13 GRAFICO DE REGRESIONES VALLE. (SPSS).....	53
FIGURA 4.14 SEMIVARIOGRAMA. IDW10(VALLE)	55
FIGURA 4.15 FUNCIONES SEMIVARIANZA.....	55
FIGURA 4.16 SEMIVARIOGRAMA LUEGO DE APLICADA LA CORRELACIÓN	56
FIGURA 4.17 MDE ELABORADO POR IDW10 PARA LA CUENCA COMPLETA CORREGIDO POR LA ECUACIÓN OBTENIDA POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALES	57
FIGURA 4.18 MÉTODOS PARA LA GEOLOCALIZACIÓN (PICOS).....	58
FIGURA 4.19 GRAFICO DE REGRESIONES PICO. (SPSS).....	59
FIGURA 4.20 SEMIVARIOGRAMA. IDP50 (PICOS)	61
FIGURA 4.21 SEMIVARIOGRAMA LUEGO DE APLICADA LA CORRELACIÓN	62
FIGURA 4.22 MÉTODOS PARA LA GEOLOCALIZACIÓN (PIE DE MONTE)	63
FIGURA 4.23 GRAFICO DE REGRESIONES PIE DE MONTE. (SPSS)	64
FIGURA 4.24 SEMIVARIOGRAMA. IDW10(PIE DE MONTE)	65
FIGURA 4.25 MDE ELABORADO POR IDW10 PARA LA CUENCA COMPLETA CORREGIDO POR LA ECUACIÓN OBTENIDA POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALES	66
FIGURA 4.26 DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DEL ERROR.....	67
FIGURA 4.27 HISTOGRAMA PIE DE MONTE	68
FIGURA 4.28 HISTOGRAMA VALLE	68
FIGURA 4.29 HISTOGRAMA GLOBAL	69

CAPITULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los Modelos Digitales de Elevación (MDE) son estructuras numéricas de datos, los cuales representan la distribución espacial de la altitud de la superficie del terreno, es posible analizar la forma del paisaje y la influencia topográfica en los procesos ambientales así como el flujo de agua y radiación solar en la zonas y el estudio de otras variables, por lo que son fundamentales en los estudios Hidrológicos, de riesgos, entre otros. Es por esto que se hace necesaria la elaboración de un Modelos Digitales de Elevación (MDE), que sea altamente preciso, de tal forma que se pueda caracterizar y cuantificar en él zonas altamente complejas, tal es el caso de la cuenca del Chama, la cual conforma la cuenca más notable de los Andes venezolanos desde el punto de vista fisiográfico y geográfico.

Para aproximar un MDE se necesita escoger un método de interpolación, el cual represente de forma apropiada las variaciones espaciales de la zona de estudio, sin embargo no todas las zonas responden al mismo patrón matemático de variación altitudinal. Por esto se desarrollará una Metodología capaz de seleccionar un método de interpolación idóneo tanto generalizado como por geolocalizaciones y a su vez corregir los MDE resultantes, a partir de puntos de control terrestre con posiciones conocidas, con el fin de poder geocaracterizar una vasta zona como lo es la cuenca alta del río Chama.

Como propósito de trabajo se deberá desarrollar una metodología para seleccionar y corregir los mejores métodos de interpolación, bajo una aproximación general y una aproximación por geolocalizaciones aplicándola a una región de gran superficie como lo es la cuenca alta del río Chama.

1.2 HIPÓTESIS

Es posible encontrar los mejores métodos de interpolación y corregir los mismos para distintas escalas de trabajo y regionalizando por elementos locales, aplicando correcciones de puntos de control terrestre y ecuaciones de regresión regionalizadas.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 OBJETIVO PRINCIPAL

Encontrar y corregir el mejor método de interpolación en Modelos Digitales de Elevación en la cuenca alta del río Chama aplicando métodos generales así como métodos regionalizados (geolocalizaciones)

1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Evaluar y comparar la eficacia de distintos métodos de interpolación para la elaboración de modelos digitales de elevación (MDE) aplicados a la cuenca alta del río chama.
- Corregir los MDE en la cuenca alta del río Chama
- Evaluar y comparar la eficacia de distintos métodos de interpolación para la elaboración de modelos digitales de elevación (MDE) aplicados a elementos geolocalizados dentro de la cuenca alta del río chama.
- Corregir los MDE para elementos localizados dentro de la cuenca alta del río Chama

1.4 JUSTIFICACIÓN

Los Modelos Digitales de Elevación son representaciones de variables cuantitativas continuas, su uso está generalizado en la planificación, ordenación y cuantificación del territorio, así como en la gestión, prevención y estimación de riesgos pues en gran cantidad de casos representa una variable fundamental en la toma de decisiones, sin embargo la elaboración de un MDE conlleva inherentemente la elección de algún método de interpolación, es decir, una estimación de la variación espacial de la variable a través de una ecuación matemática.

Es por ello que existe el riesgo elegir un método de interpolación que no represente de forma adecuada la variación espacial de la variable de estudio, a menos de que se dispongan de puntos de control terrestre que ayuden a estimar el error y a generar un proceso de corrección del mismo.

El objetivo fundamental de este trabajo es desarrollar una metodología para seleccionar y corregir los mejores métodos de interpolación, bajo una aproximación general y por geolocalizaciones aplicándola a una región de gran superficie como lo es la cuenca alta del río Chama.

1.5 LIMITACIONES

- Digitalización de curvas, el cual implicaría un elevado costo de trabajo.
- La distribución espacial de los puntos, ya que es probable de que los puntos no estén distribuidos de forma homogénea y que existan áreas que no se encuentren representadas.
- La disponibilidad de puntos de control terrestre
- Las escalas trabajo: Un punto importante para la construcción de los MDE, es la elección de la escala y equidistancia entre curvas de nivel del mapa y la resolución del píxel del modelo raster. Esta elección es un compromiso por la fidelidad de una verdadera superficie requerida para el proceso de simulación en los MDE.

Bdigital.ula.ve

1.6 ANTECEDENTES

- ④ **PACHECO C., (2003):** En su estudio denominado “Evaluación de factores de escala en los Métodos de digitalización e interpolación para la elaboración de un modelo digital de elevaciones (MDE) en cuencas montañosas” evaluó los métodos de interpolación en la construcción de Modelos Digitales de Elevación (MDE) con fines hidrológicos en una cuenca de montaña tropical, obteniendo que los métodos de interpolación Red de triángulos Irregulares (TIN), Interpolación Lineal (INTERCON), Kriging, spline con tensión y Regularizado pueden ser utilizados para generar MDE en montañas con fines hidrológicos a excepción del método de Interpolación ponderada por el Inverso de la Distancia (IDW) quien resultó deficiente en las evaluaciones realizadas.
- ④ **VILCHEZ J.,** En su trabajo denominado “Evaluación de la exactitud de los modelos de elevación digital (MED) de malla regular generados a partir de curvas de nivel”, encontró que para la generación de MED a partir de planos de curvas de nivel, puede realizarse de manera rápida y con exactitudes que satisfacen los requerimientos de la ortorectificación digital, resultando el Kriging el mejor de los métodos de interpolación.
- ④ **BARRIOS A., PACHECO C., LÓPEZ J.,** en su estudio denominado “Modelo digital de elevación con fines hidrológicos a partir de curvas de nivel en una cuenca de montaña: evaluación de factores de escala” evaluaron el efecto de la escala del mapa topográfico, la equidistancia entre curvas de nivel y el tamaño del píxel del modelo raster, en el modelo digital de elevaciones (MDE) generado, incluyendo los parámetros hidrográficos y topográficos. Encontrando una REMC menor a 10m sólo en los MDE contruidos a partir del plano a escala 1:25.000 con equidistancias de 40m o menos entre curvas de nivel y con 30m o menos de resolución de píxel.

- ☛ **PACHECO C., BARRIOS A.,** en su trabajo denominado “Evaluación de métodos de interpolación en la construcción de un modelo digital de elevación con fines hidrológicos: aplicación en una cuenca andina de montaña” demostró que la magnitud del error entre métodos de interpolación no es alta, excepto para el método IDW, donde obtuvo una diferencia significativa; corroborado visualmente al confrontarse las curvas de nivel digitalizadas del mapa original con aquellas derivadas de cada MDE construido. Los resultados morfométricos indicaron, que todos los métodos arrojaron valores similares a los determinados del mapa digitalizado, excepto el IDW donde hubo marcada diferencia, tanto en la red de drenaje como en la divisoria. Tales resultados permiten concluir que cualquiera de los métodos de interpolación evaluado puede ser utilizado para generar un MDE en cuencas de montaña con propósitos hidrológicos, excepto el método IDW debido a la magnitud del error obtenido.

- ☛ **Rodríguez M. (2008),** en su trabajo titulado “Determinación de la capacidad de carga para regadío de la cuenca alta del río Chama a través de modelamientos hidrológicos”, aplicó el modelo hidrológico SWAT en la cuenca alta del río Chama, La cuenca posee una superficie de 490km²: En donde cuantificó la oferta hídrica potencial y al mismo tiempo evaluó la capacidad de carga para regadío que puede soportar dicha cuenca y se estableció diferentes tamaños de superficie de riego posibles en función de los grados de productividad aceptables.

- ☛ **Silva G. (1999),** analizó la cuenca del río Chama mediante un mapa base 1:100.000 elaborado con curvas de nivel cada 400m en su trabajo denominado “Análisis hidrográfico e hipsométrico de la cuenca alta y media del río Chama, estado Mérida, Venezuela” en donde obtuvo que el Chama es un río torrencial hasta la cota 740 por tener pendientes a cauce lleno superiores al 2%. La cuenca tiene un perímetro de 391 km que está ocupado en 36% por sierras del Norte, Santo Domingo y Nevada de Mérida, que en la divisoria tienen una altitud promedio de 4140 msnm. La hipsometría de las subcuencas principales muestra una distribución unimodal pero con simetría variada y divide la cuenca del

Chama en alta, media y baja, determinando que la primera debe llegar hasta la cota 740 y la segunda a la cota 320, basado en características del perfil longitudinal del río y de la hipsometría de la cuenca

- ☛ Ferrer C. y Laffaille J. (2005), analizó un pequeño sector de aproximadamente 4 km², a márgenes del río Chama, en su trabajo “Un estudio de amenazas múltiples en la cuenca media del río Chama (Andes centrales Venezolanos): caso zanjón El Paraíso”. En dicho trabajo analizaron dos escenarios a partir de la actividad desarrollada por un pequeño torrente encontrando una posible reactivación de un agresivo flujo de detritos, amenaza real que el deslizamiento El Paraíso pueda convertirse en un alud sísmico.
- ☛ Weidner V. y Forsther W. (1995), construyeron un MDE con alta resolución, 0.5mX0.5m en zonas urbanas, utilizando técnicas digitales de “láser scanning” las cuales trabajan con sensores de rayos láser, en su trabajo denominado “Towards automatic building extraction from high – resolution digital model”
- ☛ Longley P. (1999), explica en su trabajo, “Geographical information systems” que lo fundamental en la construcción de los MDE, mediante digitalización, es la elección de la escala y equidistancia entre las curvas de nivel del mapa y la resolución del pixel del modelo raster
- ☛ Rossiter D. y Rodríguez F. (2001) Construyeron Modelos Digitales del Terreno (MDT) para la evaluación de tierras considerando los parámetros de la equidistancia entre las curvas de nivel. La resolución de la malla y la generalización cartográfica como de suma importancia en la construcción de los MDT, trabajo “Construcción de modelos digitales de terreno para la evaluación de tierras”

CAPITULO 2

Uno de los procedimientos más utilizados para la construcción de los modelos digitales de elevación (MDE) es la de emplear alguna técnica de interpolación de curvas digitalizadas. Aunque en la literatura se señala distintas categorías de métodos de interpolación (Sarkozy (1998), por ejemplo, los divide en geométricos, estadísticos, funciones matemáticas de base y redes neurales artificiales) los de mayor aplicación son aquellos disponibles en los programas manejadores de sistemas de información geográfica (SIG) del mercado (TIN, INTERCON, IDW, kriging y spline):

2.1 Sistema de información Geográfica (SIG)

Los sistemas de información Geográfica, son sistemas computacionales, los cuales utilizan información locacional, como lo son: domicilios, números de lotes, distritos electorales, o coordenadas de longitud y latitud, para mapear información para mejor análisis, tal como se muestra en la *figura 2.1*. Con un SIG, se puede mapear clientes para estudiar demografía, buscar patrones en la forma en que se dispersa una enfermedad, modelar el paso de la contaminación atmosférica, y mucho más. (Bosque, 1992)

En el sentido más estricto, es cualquier sistema de información capaz de integrar, almacenar, editar, analizar, compartir y mostrar la información geográficamente referenciada. En un sentido más genérico, los SIG son herramientas que permiten a los usuarios crear consultas interactivas, analizar la información espacial, editar datos, mapas y presentar los resultados de todas estas operaciones.

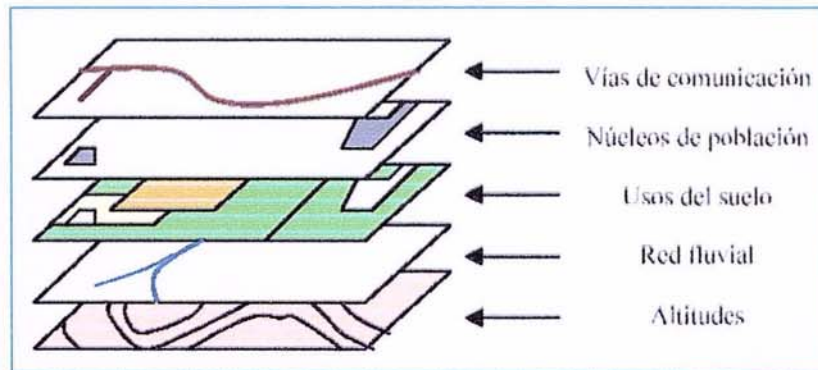


Figura 2.1 SIG

La mayor utilidad de un sistema de información geográfico esta íntimamente relacionada con la capacidad que posee éste de construir modelos representaciones del mundo real a partir de las bases de datos digitales, esto se logra aplicando una serie de procedimientos específicos que generan aún más información para el análisis. (Calvo,1992)

La construcción de modelos o modelos de simulación como se llaman, se convierte en una valiosa herramienta para analizar fenómenos que tengan relación con tendencias y así poder lograr establecer los diferentes factores influyentes. (Calvo, 1992)

La distribución espacial es inherente tanto a los fenómenos propios de la corteza terrestre, como a los fenómenos artificiales y naturales que sobre ella ocurren. Todas las sociedades que han gozado de un grado de civilización han organizado de alguna manera la información espacial.

2.1.1 Creación de datos

Las modernas tecnologías SIG trabajan con información digital, para la cual existen varios métodos utilizados en la creación de datos digitales. El método más utilizado es la digitalización, donde a partir de un mapa impreso o con información tomada en campo se transfiere a un medio digital por el empleo de un programa de Diseño Asistido por Ordenador (DAO o CAD) con capacidades de georreferenciación.

Dada la amplia disponibilidad de imágenes orto-rectificadas (tanto de satélite y como aéreas), la digitalización por esta vía se está convirtiendo en la principal fuente de extracción de datos

geográficos. Esta forma de digitalización implica la búsqueda de datos geográficos directamente en las imágenes aéreas en lugar del método tradicional de la localización de formas geográficas sobre un tablero de digitalización (*Figura 2.2*). Tomlinson (2005)



Figura 2.2 La constelación satelital RapidEye en acción alrededor de la tierra.

El valor de las imágenes de satélite y la información extraída de ellas es evidente. Ofrecen una visión global de objetos y detalles de la superficie terrestre y facilitan la comprensión de las relaciones entre ellos que pueden no verse claramente cuando se observan a ras de tierra. Por supuesto, el carácter "remote" de la teledetección aumenta también este valor, ya que proporciona una visión parcial del globo sin tener que moverse de la oficina.

Además de estas ventajas evidentes, las imágenes de satélite muestran, literalmente, mucho más de lo que el ojo humano puede observar, al desvelar detalles ocultos que de otra forma estarían fuera de su alcance. Algunas imágenes, por ejemplo, muestran las enfermedades de la vegetación, la existencia de minerales en afloramientos rocosos o la contaminación de los ríos. Algunos satélites "ven" a través de las nubes y la niebla que oculta parte de la superficie terrestre. (Wise, 2002)

2.1.2 Representación de los datos

Los formatos estándar para un archivo de diseño son el formato celular o RASTER y el formato tipo VECTOR (figura 2.3)

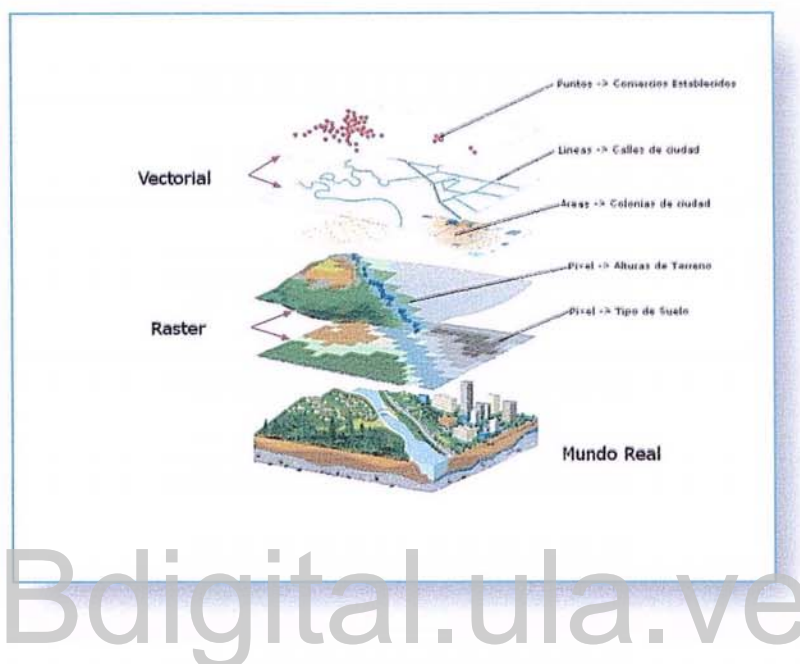


Figura 2.3 Representación de datos Raster y Vectorial

2.1.2.1 Formato Raster:

El modelo raster es un método para el almacenamiento, el procesado y la visualización de datos geográficos. Cada superficie a representar se divide en filas y columnas, formando una malla o rejilla regular. Cada celda ha de ser rectangular, aunque no necesariamente cuadrada. Cada celda de la rejilla guarda tanto las coordenadas de la localización como el valor temático. La localización de cada celda es implícita, dependiendo directamente del orden que ocupa en la rejilla, a diferencia de la estructura vectorial en la que se almacena de forma explícita la topología. Las áreas que contienen idéntico atributo temático son reconocidas como tal, aunque las estructuras raster no identifican los límites de esas áreas como polígonos en sí. (Tomlinson, 2005)

Los datos raster son una abstracción de la realidad, representan ésta como una rejilla de celdas o píxeles (*figura 2.4*), en la que la posición de cada elemento es implícita según el orden que ocupa en dicha rejilla. En el modelo raster el espacio no es continuo sino que se divide en unidades discretas. Esto le hace especialmente indicado para ciertas operaciones espaciales como por ejemplo las superposiciones de mapas o el cálculo de superficies.

Las estructuras raster pueden implicar en ocasiones un incremento del espacio de almacenamiento, ya que almacenan cada celda de la matriz sin tener en cuenta si se trata de una entidad o simplemente de un espacio “vacío”. (Tomlin, 1991)

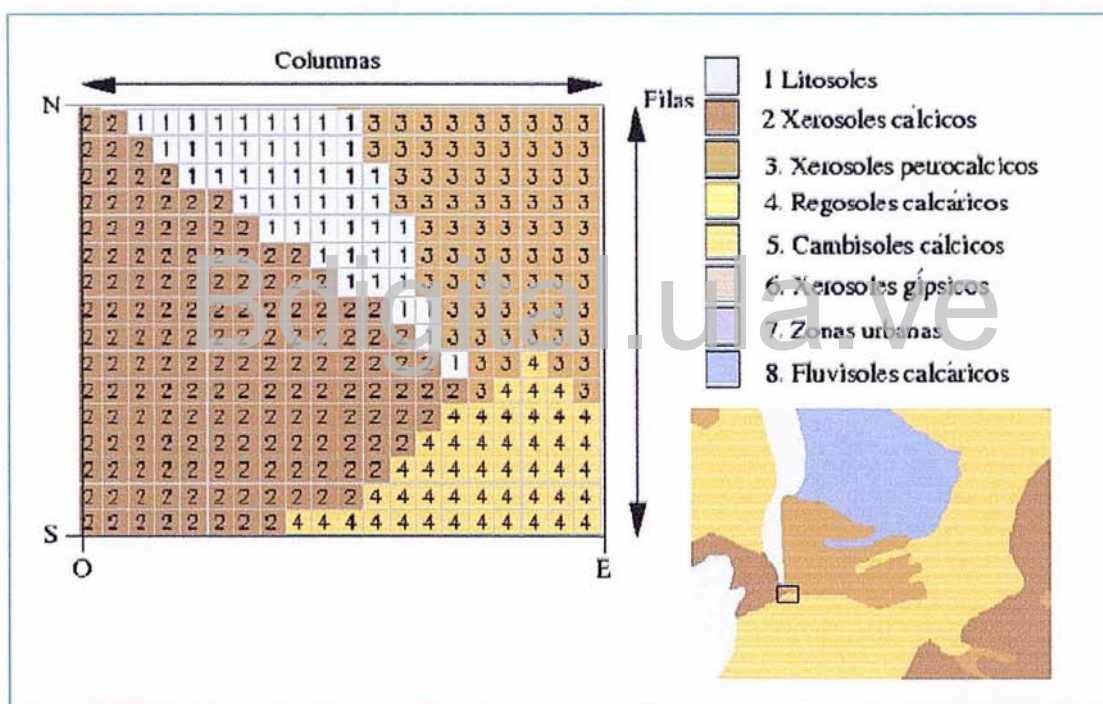


Figura 2.4 Formato raster. Modelo de datos

Lógicamente, para tener una descripción precisa de los objetos geográficos contenidos en la base de datos el tamaño del pixel ha de ser reducido (en función de la escala), lo que dotará a la malla de una resolución alta. Sin embargo, a mayor número de filas y columnas en la malla

(más resolución), mayor esfuerzo en el proceso de captura de la información y mayor costo computacional a la hora de procesar la misma.

No obstante, el modelo de datos raster es especialmente útil cuando tenemos que describir objetos geográficos con límites difusos, como por ejemplo puede ser la dispersión de una nube de contaminantes, o los niveles de contaminación de un acuífero subterráneo, donde los contornos no son absolutamente nítidos; en esos casos, el modelo raster es más apropiado que el vectorial. (Tomlinson, 2005)

2.1.2.2 Formato Vectorial (usado para esta investigación):

Son aquellos Sistemas de Información Geográfica que para la descripción de los objetos geográficos utilizan vectores definidos por pares de coordenadas relativas a algún sistema cartográfico. Con un par de coordenadas y su altitud gestionan un punto (e.g. un vértice geodésico), con dos puntos generan una línea, y con una agrupación de líneas forman polígonos. De entre todos los métodos para formar topología vectorial la forma más robusta es la topología arco-nodo, cuya lógica de funcionamiento trataré de detallar en los siguientes esquemas (Figura 2.5): (Tomlin, 1991)

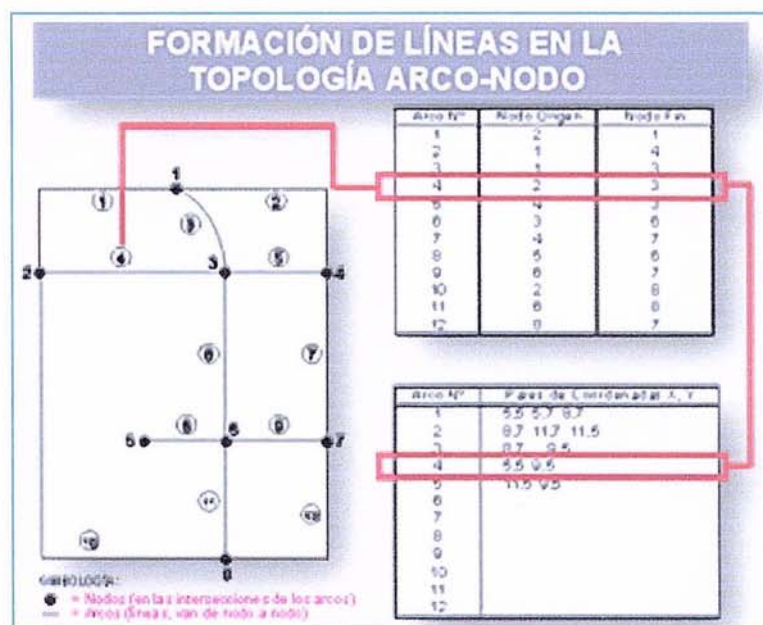


Figura 2.5 Formato Vectorial

La topología arco-nodo basa la estructuración de toda la información geográfica en pares de **coordenadas**, que son la **entidad básica** de información para este modelo de datos. Con pares de coordenadas (puntos) forma vértices y nodos, y con agrupaciones de éstos puntos forma líneas, con las que a su vez puede formar polígonos. Básicamente esta es la idea, muy sencilla en el fondo.

Para poder implementarla en un ordenador, se requiere la **interconexión de varias bases de datos a través de identificadores comunes**. Estas bases de datos, que podemos imaginarlas como tablas con datos ordenados de forma tabular, contienen columnas comunes a partir de las cuales se pueden relacionar datos no comunes entre una y otra tabla.

Hemos visto en el esquema anterior cómo se forman las líneas a partir de puntos (pares de coordenadas). Veamos (figura 2.6) ahora cómo se forman los polígonos a partir de la agrupación de líneas. (Tomlin, 1990)

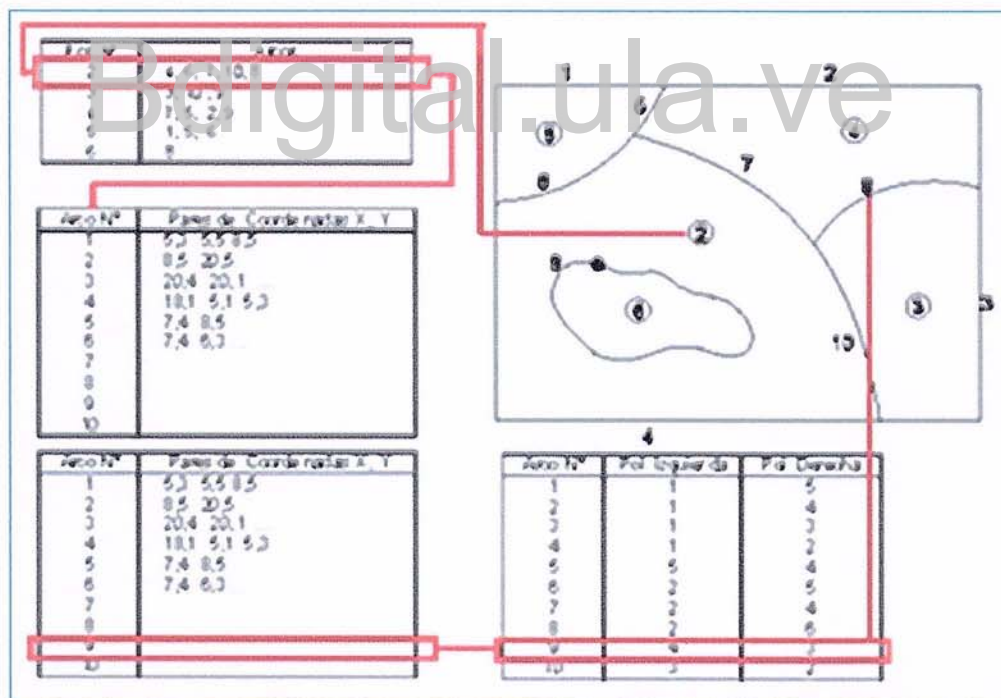


Figura 2.6 Formación de Polígonos en la topología Arco-Nodo

Los elementos vectoriales pueden crearse respetando una integridad territorial a través de la aplicación de unas normas topológicas tales como que "los polígonos no deben superponerse". Los datos vectoriales se pueden utilizar para representar variaciones continuas de fenómenos. Las líneas de contorno y las redes irregulares de triángulos (TIN) se utilizan para representar la altitud u otros valores en continua evolución. Los TIN son registros de valores en un punto localizado, que están conectados por líneas para formar una malla irregular de triángulos. La cara de los triángulos representan, por ejemplo, la superficie del terreno. (figura 2.7) (Chang,2007)



Figura 2.7 Representación de curvas de nivel sobre una superficie tridimensional generada por una malla TIN.

Para modelar digitalmente las entidades del mundo real se utilizan tres elementos geométricos: el punto, la línea y el polígono. (Chang,2007)

- Puntos

Los puntos se utilizan para las entidades geográficas que mejor pueden ser expresadas por un único punto de referencia. En otras palabras: la simple ubicación. Por ejemplo, las ubicaciones de los pozos, picos de elevaciones o puntos de interés. Los puntos transmiten la menor cantidad de información de estos tipos de archivo y no son posibles las mediciones. También se pueden utilizar para representar zonas a una escala pequeña. Por ejemplo, las ciudades en un mapa del mundo estarán representadas por puntos en lugar de polígonos. (Maguire, 1997).

- Líneas o polilíneas

Las líneas unidimensionales o polilíneas son usadas para rasgos lineales como ríos, caminos, ferrocarriles, rastros, líneas topográficas o curvas de nivel. De igual forma que en las entidades puntuales, en pequeñas escalas pueden ser utilizados para representar polígonos. En los elementos lineales puede medirse la distancia. (Maguire, 1997)

- Polígonos

Los polígonos bidimensionales se utilizan para representar elementos geográficos que cubren un área particular de la superficie de la tierra. Estas entidades pueden representar lagos, límites de parques naturales, edificios, provincias, o los usos del suelo, por ejemplo. Los polígonos transmiten la mayor cantidad de información en archivos con datos vectoriales y en ellos se pueden medir el perímetro y el área. (Maguire, 1997)

2.1.2.3 Ventajas y Desventajas de los formatos Raster y Vectoriales:

Tabla 2.1 Ventajas e Inconvenientes Formato Raster/Vectorial

VENTAJAS	
RASTER	VECTORIAL
Estructura de datos muy simple	Elevada precisión
Facilidad para la representación de entidades especiales continuas	Facilidad de integración con software CAD vectoriales
Elevada capacidad para la superposición y combinación de capas	Mapas de elevada calidad
Capacidad para realizar análisis geostadísticos	Capacidad para realizar análisis de redes
Capacidad de integrar datos de satélite	Estructuras de datos con topología
Capacidad de incorporación de imágenes	Ficheros de bajo tamaño

INCONVENIENTES	
RASTER	VECTORIAL
Baja precisión (dependiendo del tamaño de píxel)	Estructuras de datos complejas
Dificultad de integración con CAD. Entorno de trabajo diferente al software CAD	Dificultad para representar entidades espaciales continuas
Mapas de menor calidad	Menor capacidad para combinación de capas (especialmente aritmética)
Incapacidad para realizar análisis de redes	Incapacidad para realizar análisis estadísticos espaciales
Estructuras de datos sin topología	Dificultad para integrar datos de satélite

2.1.3 Puntos de Control Terrestre

También denominado por sus siglas en inglés **GCP (Ground Control Point)** se definen como un punto en la superficie de la tierra del lugar conocido (es decir, fijado dentro de un sistema de coordenadas establecido), dicho punto se utiliza para geo-referenciar los datos de imágenes, tales como imágenes de teledetección o escaneadas mapas. (Vogt, 2002)

Los puntos registrados para esta investigación, fueron tomados con GPS:

El GPS (Global Positioning System: sistema de posicionamiento global) o NAVSTAR-GPS es un sistema global de navegación por satélite (GNSS) que permite determinar en todo el mundo la posición de un objeto, una persona, un vehículo o una nave, con una precisión hasta de centímetros (si se utiliza GPS diferencial), aunque lo habitual son unos pocos metros de precisión. Aunque su invención se atribuye a los gobiernos francés y belga, el sistema fue desarrollado, instalado y actualmente operado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos. (Vogt, 2002).

2.2 Modelo Digital de Elevación:

2.2.1 Modelo

“Un modelo es un objeto, concepto o conjunto de relaciones que se utiliza para representar y estudiar de forma simple y comprensible una porción de la realidad empírica” (Aracil, 1986)

Es decir, la versión de la realidad que se realiza a través de un modelo pretende reproducir solamente algunas propiedades del objeto o sistema original que queda representado por otro objeto o sistema de menor complejidad.

2.2.2 MDT

Un modelo digital del terreno es una estructura numérica de datos que representa la distribución espacial de una variable cuantitativa y continua. (felicísimo, 1994)

De la definición anterior se deduce:

- Los MDT son digitales, es decir, están codificados en cifras lo que, entre otras cosas, permite su tratamiento informático.
- Los MDT toman la forma de estructuras de datos, lo que significa que no son sólo una acumulación o listado de cifras sino que su construcción debe realizarse de acuerdo con una estructura interna. Esta estructura se refleja en la forma lógica en el sentido informático de almacenar y vincular las unidades de información datos entre sí, que debe representar de alguna forma las relaciones espaciales entre los datos.
- Los MDT representan la distribución espacial de una variable; lo que acota claramente su ámbito de actuación a la modelización de fenómenos geográficos.
- La variable representada en el MDT es cuantitativa y de distribución continua, es decir, se representan campos; esta definición permite separar conceptualmente los mapas temáticos de los MDT: se excluyen las variables nominales y, de forma general, las variables representadas por entidades lineales o puntuales.

2.2.3 MDE

Un MDE se define como una estructura numérica de datos que representa la distribución espacial de la altura de la superficie del terreno. Consiste de dos componentes fundamentales (Leberl, 1973):

- a) Un grupo de puntos representativos de la superficie de la Tierra, cuyas coordenadas planialtimétricas X, Y, Z son almacenadas en el computador según una estructura de datos seleccionada.
- b) Algoritmos para interpolar la coordenada Z de puntos de coordenadas X,Y conocidas.

Los puntos representativos del MED, dependiendo de la estructura de datos utilizada, pueden ser obtenidos mediante la selección (estructura TIN) o interpolación (estructura de malla regular) a partir de una muestra de puntos tomada de modelos fotogramétricos o de planos de curvas de nivel existentes. Si se toman de modelos fotogramétricos, la muestra de puntos puede registrarse de diferentes maneras (Stanley, 1975):

- a) En forma irregular: el espaciamiento entre los puntos es irregular debido a que son seleccionados en aquellos sitios donde existan cambios de pendiente. Este proceso requiere tomar un gran número de decisiones.
- b) En forma de curvas de nivel: Los valores de Z son espaciados igualmente y los puntos de una misma altura seleccionada se registran en forma de curvas de nivel. Los puntos registrados se escogen por inspección, siendo la separación entre ellos pequeña a lo largo de la curva de nivel en áreas donde el terreno es rugoso y de mayor magnitud en áreas planas.
- c) En forma de perfiles: Se seleccionan perfiles paralelos espaciados igualmente y sus puntos se registran en aquellos sitios donde existan cambios de pendiente.
- d) En forma de malla regular: Es un caso especial del registro por perfiles, en el cual el espaciamiento de los valores de coordenadas horizontales a lo largo del perfil es constante. Por conformar una matriz de alturas, es decir, la posición horizontal está definida por un arreglo de filas y columnas, este proceso requiere sólo el almacenamiento de los valores de Z, y la topología está implícitamente definida.

Actualmente los MED constituyen la solución de muchos problemas científicos y de ingeniería. Por ejemplo, en ingeniería civil, los MED pueden ser aplicados en el diseño de vías, aeropuertos, sistemas de drenaje, entre otros (Jauregui, 1984). Otra aplicación importante es en la actualización de bases de datos georeferenciadas mediante el monoploteo digital riguroso de imágenes fotográficas así como en la producción de ortofotos digitales (Jauregui *et al.*, 1998b; Doytsher y Hall, 1995).

2.2.3.1 Métodos de interpolación usados en la generación de los MED

2.2.3.1.1 Inverso de la Distancia:

Este método directo de interpolación selecciona, de la muestra de puntos situados en torno a cada nodo de la malla, aquellos que se encuentren dentro de un radio especificado y determina la media aritmética ponderada de sus alturas (Bosque, 1992) (Figura 2.8).

El método se basa en la siguiente formula:

$$Z_j = \sum_{i=1}^n K_{ij} Z_i$$

Donde Z_j es el valor estimado para el punto j . El número de puntos usados en la interpolación viene dado por n ; Z_i es el valor en el punto i -ésimo y K_{ij} es el peso asociado al dato i en el cálculo del nodo j . Los pesos varían entre 0 y 1 para cada dato y la suma total de estos es la unidad.

Las diferencias entre los diversos métodos estriban en la forma de calcular los pesos de cada dato. Los métodos de la distancia inversa calculan la distancia euclidiana entre cada dato y el punto problema, d_{ij} , y se establece una función de proporcionalidad entre el peso y la distancia, quedando la fórmula general como: (Lam, 1983)

$$Z_j = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i d_i^{-k}}{\sum_{i=1}^n d_i^{-k}} = \frac{\sum_i w_i * Z_i}{\sum_i w_i}$$

Donde:

Z_j : es la altura del nodo interpolado de la malla

Z_i : es la altura de cada punto i seleccionado de la muestra

d_i : es la distancia entre el punto i seleccionado y el nodo

k : es el valor de ponderación (generalmente se usa el valor 2). Este parámetro controla la forma en la que el peso disminuye con la distancia. En el caso de valer 0, el valor estimado será la media aritmética de los datos; en el caso de valer 1, el peso disminuye linealmente con la distancia; para valores superiores, la influencia de los puntos cercanos se hace mucho mayor que la de los lejanos. Por ejemplo, cuando $k=2$, la interpolación se realiza en función inversa del cuadrado de la distancia.

n : es el número de puntos seleccionados en torno al nodo

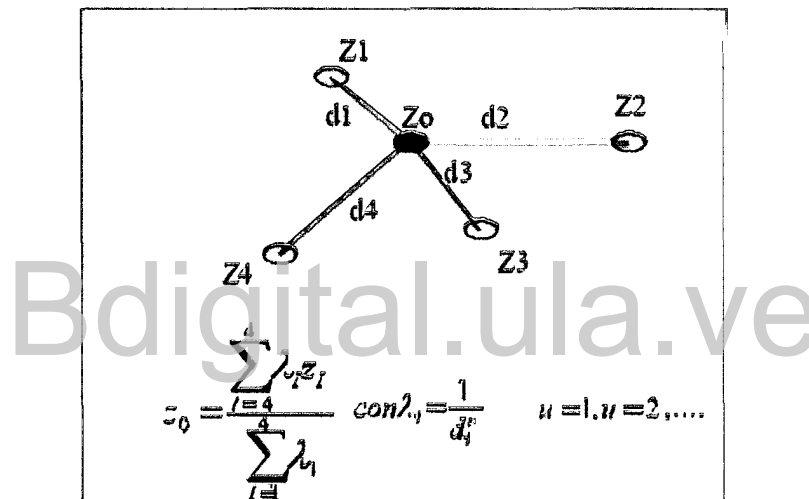


Figura 2.8 IDW (Interpolación ponderada por el Inverso de la Distancia)

2.2.3.1.2 Cuadrado Modificado de Shepard:

Existen muchas variaciones del método de interpolación original, el cual esencialmente proviene del inverso de la distancia (IDW). Una de las variantes que introduce este modelo de Shepard envuelve el uso de dos potencias separadas: un valor pequeño (generalmente dos), para los puntos en la data que se encuentren relativamente cerca, y un valor grande (generalmente 4), para puntos que se encuentren lejanos (Aguilar, 2001). Otra variante, que se implementa en algunos paquetes, es la de ajustar el peso, basado en la distancia al punto mas lejano (esto para

un set entero o para un radio dado), en el que pueda ser encontrado. Si esta distancia es R y revisando la formula de IDW, se tiene:

$$Z_j = \sum_{i=1}^n K_j Z_i$$

El valor de k_j en esta expresión es:

$$K_j = \left(\frac{R - d_{ij}}{R d_{ij}} \right)^p$$

En la figura 2.9 se puede observar la interpolación de Shepard para diferentes parámetros para un conjunto de puntos aislados con valores de 0 o 1

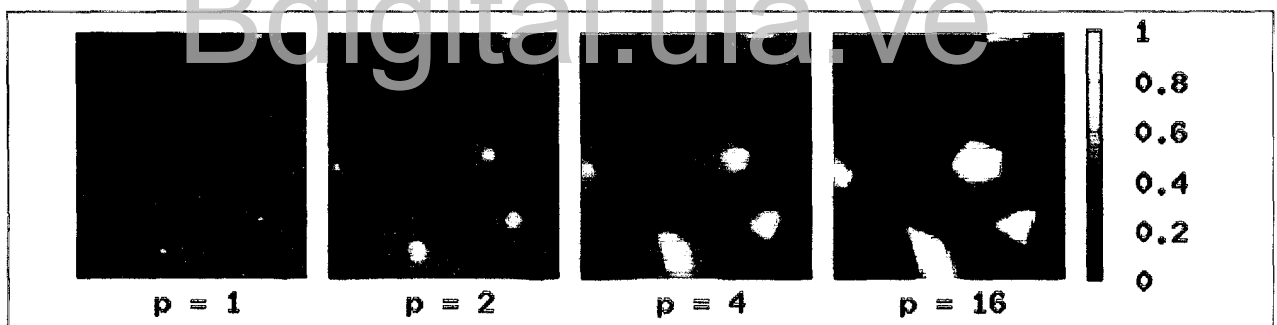


Figura 2.9 Interpolación de Shepard

2.2.3.1.3 Interpolación Vecino Natural (Natural neighbor interpolation):

Este es un método de interpolación especial, desarrollado por Robin Sibson. Este método es basado en el diagrama de Voronoi (el cual es la llave de la descomposición de un espacio métrico determinado por la distancia a un set discreto específico de un objeto en el espacio) de un set discreto de puntos espaciales. Este método tiene la ventaja de ser

un simple método de interpolación, tal como el vecino mas cercano, por el hecho de que proporciona una aproximación mas suave por debajo de la función “verdadera”

La ecuación básica en 2D, es la siguiente:

$$G(x, y) = \sum_{i=1}^n \omega_i f(x_i, y_i)$$

Donde $G(x,y)$ es el estimado a (x,y) , w_i es el peso y $f(x_i,y_i)$ es la data conocida en un punto (x_i,y_i) . El método del vecino natural, propone una medida para el computo del peso, y la selección de el vecino de interpolación. (Sibson, 1981).

Este método utiliza el cambio del diagrama de Voronoi para computar los pesos. Los peso, w_i , van ocupando el área robándosela a los puntos de entorno, cuando se introduce un nuevo al diagrama. Cada peso puede ser computado dividiendo la sección de la nueva región de diagrama, lo que difiere de la región de diagrama para cada vecino del polígono

En la figura 2.10 los círculos de color verde representan la interpolación de los pesos, w_i , los cuales son generados usando el radio de la área sombreada para cada de la celda de los puntos circundantes. El área sombreada se debe al introducir puntos para luego ser interpolado en el diagrama de Voronoi. (Aurenhammer, 1991)

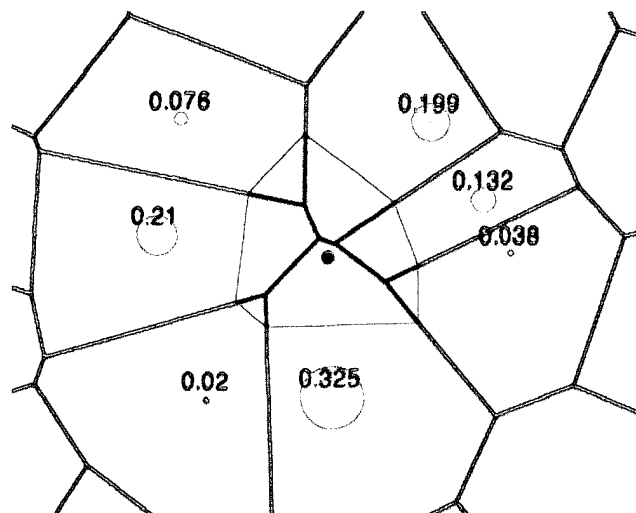


Figura 2.10 Interpolación Vecino Natural.

2.2.3.1.4 Interpolación del Vecino mas cercano.

También es conocido como interpolación proximal, es un método simple de interpolación multivariante en 1 o mas dimensiones. El problema en la interpolación es la de aproximar el valor a un punto no dado en algún lugar del espacio, cuando se dan algunos valores de puntos alrededor del punto en estudio. Este algoritmo simplemente selecciona los valores de los puntos mas cercanos, y así no considera los valores de otros puntos cercanos a todo, arrojando una constante piecewise (función que cambia dependiendo del valor de la variable independiente). El algoritmo es muy simple de implementar, y es muy comúnmente usado en tiempo real 3D para interpretaciones en valores de colores para una superficie texturizada. (Samet, 2006)

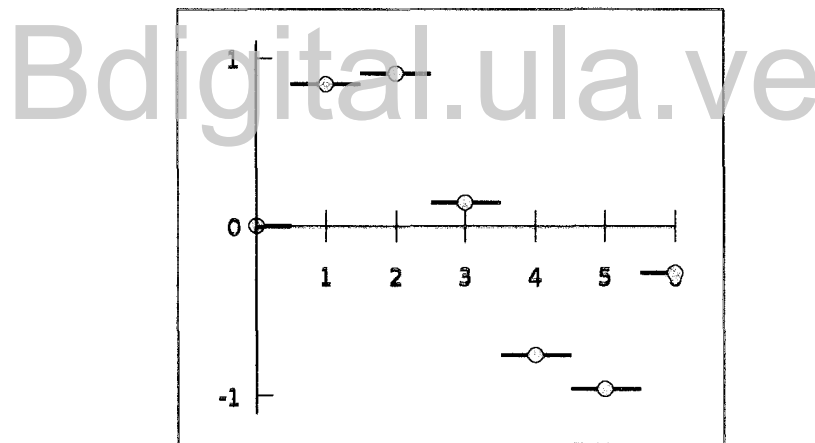


Figura 2.11 Interpolación del vecino mas cercano (líneas azules) en una dimensión en un set de datos uniforme (puntos rojos)

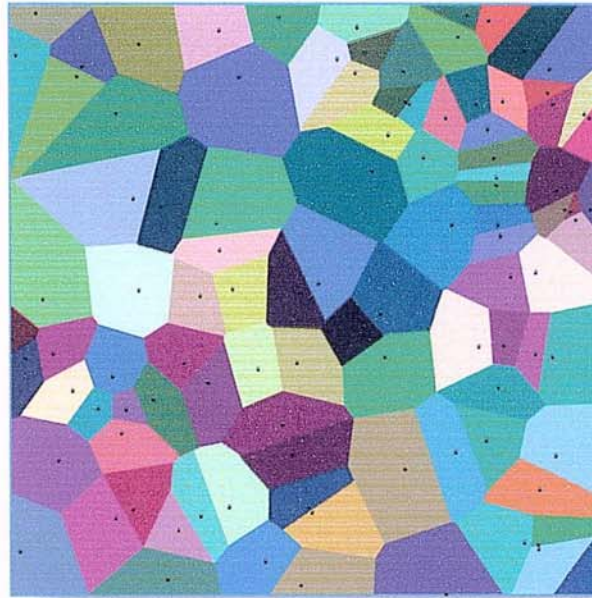


Figura 2.12 Ejemplo de interpolación vecino más cercano en un conjunto aleatorio de puntos (puntos negros) en 2D. Cada celda de color indica el área en cuál de todos los puntos tienen al punto negro en la celda como su punto negro más cercano

2.2.3.1.5 Triangulación

Las Redes Irregulares de Triángulos (TIN son las iniciales en inglés) se generan a partir de valores puntuales tratando de conseguir triángulos que maximicen la relación área/perímetro, el conjunto de todos los triángulos forma un objeto geométrico denominado conjunto convexo. Suelen utilizarse como método para representar modelos de elevaciones (y producen resultados visualmente muy buenos) sin embargo a la hora de integrarlos con el resto de la información raster es necesario interpolar una capa raster a partir de los triángulos. (Aguilar, 2001)

Esta interpolación se basa en que cada uno de los tres vértices de los triángulos tienen unos valores X, Y y Z a partir de los cuales puede obtenerse un modelo de regresión $Z = AX + BY + C$ que permite interpolar la variable Z en cualquier punto del rectángulo. En definitiva puede asimilarse a un método de media ponderada por inverso de la distancia ya que el resultado siempre va estar acotado por los valores máximo y

mínimo de Z en los vértices del triángulo y será más parecido al del vértice más cercano. En el resultado final de una interpolación TIN no aparecen artefactos circulares, como en los de inverso de la distancia puros, pero si aparecen artefactos triangulares. Figura 2.13

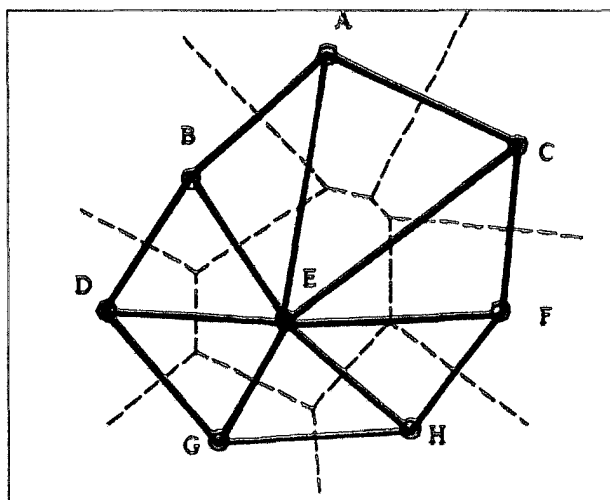


Figura 2.13 Red de triángulos (TIN)

2.3 Evaluación y Corrección de los MDE

Antes de realizar las correcciones se debe hacer un estudio de la validación de los MDE, calculando los errores por medio de la raíz media cuadrática, para posteriormente escoger el mejor MDE que se adapte a la cuenca y así realizar las correcciones necesarias.

2.3.1 Validación de un Modelo Digital de Elevaciones.

Al igual que con cualquier otra variable espacial interpolada, es necesario validar un MDE tras su obtención, su calidad estriba en el tipo y magnitud de los errores cometidos cuya aparición es inevitable ya que se trata de un modelo, por tanto inherentemente impreciso. En el caso de las elevaciones una buena validación requiere algo más de atención ya que: (Eulliades, 2003)

1. Constituye la información de partida para diversos análisis medioambientales y de ordenación posteriores. La pendiente, por ejemplo, es un parámetro clave en muchas aplicaciones.

2. Resulta relativamente sencillo obtener información de gran riqueza para la validación a partir de las diversas capas que forman el MDT. La elevación es además una variable permanente y más fácil de medir sobre el terreno que otras.

3. Los procedimientos de interpolación a partir de curvas de nivel pueden generar *artefactos*, se trata de geo formas artificiales que afectan dramáticamente la calidad del MDE.

La calidad de un MDE en formato raster va a depender tanto de los errores presentes en los datos con los que se ha construido como del procedimiento de interpolación que se ha llevado a cabo. Los errores debidos a los diversos métodos de interpolación ya se expusieron en el tema anterior. Los errores de los datos de partida pueden ser de dos tipos:

Errores posicionales implican una mala localización geográfica de la cota o la curva de nivel y afectan, por tanto, a la situación en el plano XY. Si se trata de puntos tomados en el campo pueden deberse a los errores propios del procedimiento (GPS por ejemplo). Si se trata de curvas de nivel puede deberse a errores en el mapa de partida (o incluso a la generalización de las curvas en mapas de escala 1:200000 o inferior. Pero generalmente se deben al propio proceso de digitalización, a la incorrecta situación del cursor sobre el tablero en el momento de introducir el punto. Puede ser un error aleatorio, generalmente por cansancio, o el denominado *error de generalización* por el que se tienden a simplificar las formas que se digitalizan. Estos errores introducen una cierta incertidumbre en cuanto a la localización de las líneas. (Felicísimo, 1994)

Son difíciles de evitar y detectar a posteriori, como normas generales es preferible digitalizar sobre mapas escaneados y evitar sesiones de trabajo largas.

Errores atributivos

Suponen una asignación imprecisa de la altitud asociada a la cota o a la curva e implican a las coordenadas en el eje Z. Si se trata de puntos en el campo el origen es el mismo que en el caso anterior. En el caso de curvas de nivel digitalizadas, los errores van a ser de carácter aleatorio y fácilmente detectables en los mapas derivados del MDE.

2.3.2 Error medio cuadrático

Un **análisis visual** del modelo permitirá una evaluación global de la calidad del mismo, especialmente si se trata de un DEM con alta resolución. Puede compararse una visualización 3D del modelo con una fotografía (o directamente en el campo) y tratar de descubrir puntos erróneos. La visualización de mapas derivados (pendiente y orientación) resultan muy útiles para detectar errores atributivos en las curvas de nivel digitalizadas. Un mal etiquetado de una curva de nivel va a generar valores de pendiente anormalmente elevados que destacarán mucho en un simple análisis visual.

Posteriormente debe hacerse un **análisis estadístico del MDE**, un simple histograma de las elevaciones permitirá descubrir anomalías no detectables con la simple visualización, como el que los valores de las curvas de nivel aparezcan con excesiva frecuencia.

A continuación puede estimarse el error medio mediante un muestreo de errores. Se trata de calcular el error cometido en diversos puntos cuya altitud se ha medido en el campo y hacer un análisis estadístico de los mismos. En este sentido, el error de altitud en un punto x , y se define como la diferencia entre la altitud real y la estimada:

$$\epsilon_{x,y} = \hat{Z}_{x,y} - Z_{x,y}$$

Si se obtiene el valor de x,y para un número de puntos de validación suficientemente alto, se obtiene una muestra de errores cuyas propiedades deseables son: media y varianza próximas a cero independencia espacial, es decir que los errores no sean sistemáticamente mayores en unos

sectores que en otros no autocorrelación, es decir que la magnitud del error en un punto es independiente de los errores en puntos cercanos. (Felicísimo, 1994)

Un estadístico válido como aproximación global es el error cuadrático medio que se define como:

$$\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \epsilon_{x,y}^2}{N}}$$

donde N es el tamaño de la muestra de errores.

Bdigital.ula.ve

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA APLICADA.

En la Figura 3.1 se muestra el esquema general de la metodología aplicada

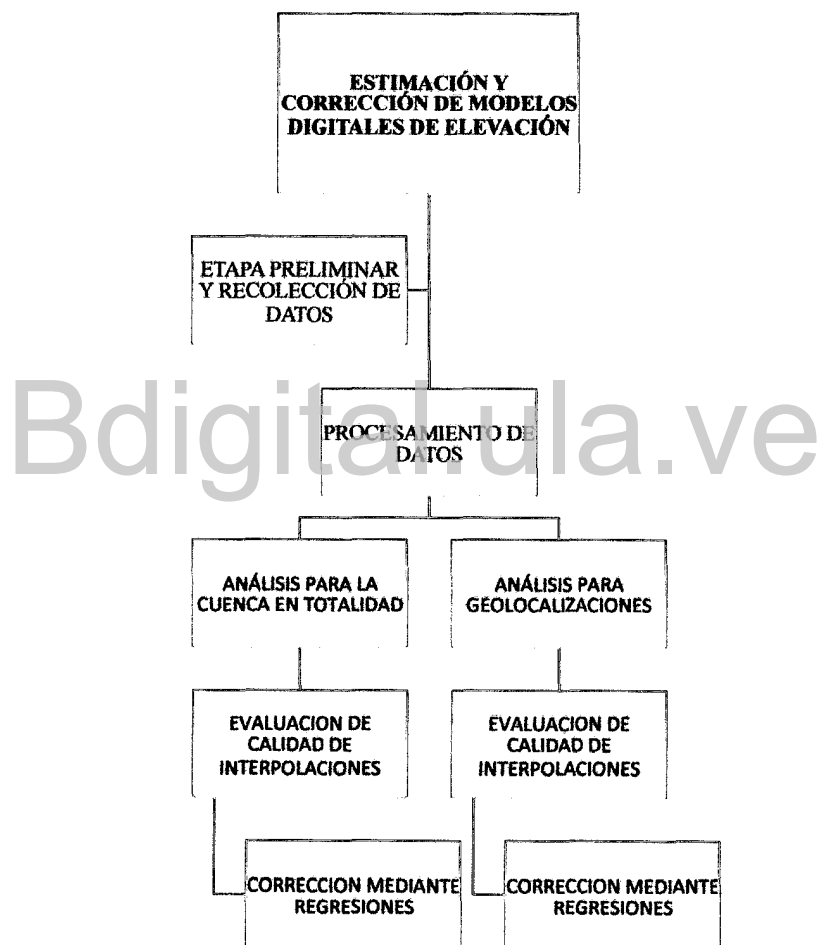


Figura 3.1 Esquema General de la metodología aplicada

3.1 ETAPA PRELIMINAR AL PROCESAMIENTO DE LOS DATOS:

3.1.1 Recopilación de información.

- ⊗ Se recopiló la información referente a modelos digitales de elevación y de los distintos métodos de interpolación a utilizar o modelos digitales de elevación pre elaborados.
- ⊗ Trabajos de investigación previos relacionados con estudios de la cuenca del Chama, y elaboraciones de modelos digitales de terrenos por medio de interpolaciones.
- ⊗ Recolección de puntos de control terrestres sobre la zona alta de la Cuenca del Chama, un total de 75 puntos (Ver Figura 3.2)

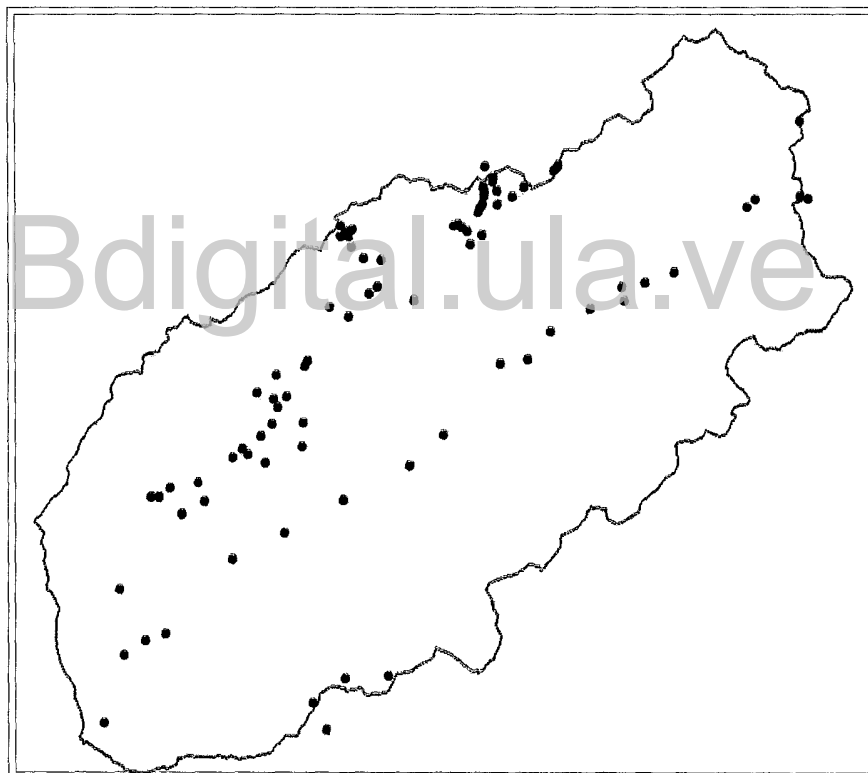


Figura 3.2 Puntos de control terrestre recolectados

- ⊗ Recolección de Curvas de nivel a escala 1:100.000, equidistancia a 200 m de la Cuenca del Chama (Ver Figura 3.2)

3.2 PROCESAMIENTO DE DATOS:

3.2.1 Construcción de los Modelos Digitales del Terreno

Para construir los Modelos Digitales del Terreno se utilizó el programa SAGA-GIS, en el cual se emplearon los siguientes métodos de interpolación

1. Inverso de la Distancia (IDW):
 - a. Inverso de la distancia de la potencia
 - b. Linealmente decreciente con la búsqueda del radio
 - c. Exponencial
 - d. Gaussian
2. El cuadrado modificado de Shepard
3. Triangulación

Tabla 3.1 Métodos de interpolación aplicados

<i>Inverso de la distancia</i>	Este Interpolador asume que cada punto en el conjunto de datos tiene una influencia local que disminuye con la distancia y que por tanto los valores de los puntos cercanos al nodo que se procesa tiene mayor importancia o peso en la estimación del valor que será asignado, que el de los puntos más lejanos. (Flannigan, 1989)
<i>El cuadrado modificado de Shepard</i>	Este método de interpolación es similar al método de inverso de la distancia, sin embargo la superficie generada no muestra el efecto de ojos de buey. El interpolador se comporta como exacto cuando no se especifica un factor de generalización (Golden Software, 1999).
<i>Triangulación</i>	Este método consiste en una red de nodos con los valores de altitud que se encuentran conectados por ejes, originando una red de triángulos con sus correspondientes caras. Tiene la ventaja de que esta red alcanza una densidad variable en función del nivel de detalle que exija el terreno (Tooley, 1999)

En la tabla 3.1 se presenta una pequeña explicación de cada uno de los métodos de interpolación empleados. En donde para cada uno se utilizaron diversas variantes, las cuales se muestran en la tabla 3.2.

Es importante resaltar que el tamaño del pixel elegido para los raster de salidas fue de 30 m, debido a que el error máximo tolerable aceptado según la escala de trabajo oscila entre 20 y 30m

Tabla 3.2 Variantes de las Métodos de interpolación utilizados

Método	Pesos (Exponential and Gaussian Weighting Bandwidth)	Radio de búsqueda (m)	número máximo de puntos
Inverse distance Linearly decreasing within search radius	1	1300	10
	1	1300	20
	1	1300	30
	1	1300	40
	1	1300	50
	2	1300	10
	2	1300	20
	2	1300	30
	2	1300	40
	2	1300	50
Inverse distance Exponential weighting scheme	1	1300	10
	1	1300	20
	1	1300	30
	1	1300	40
	1	1300	50
	2	1300	10
	2	1300	20
	2	1300	30
	2	1300	40
	2	1300	50
Inverse distance Gaussian weighting scheme	1	1300	10
	1	1300	20
	1	1300	30
	1	1300	40
	1	1300	50
	2	1300	10
	2	1300	20
	2	1300	30
	2	1300	40
	2	1300	50
Inverse distance to a power	1	1300	10
	1	1300	20
	1	1300	30
	1	1300	40
	1	1300	50
	2	1300	10
	2	1300	20
	2	1300	30
	2	1300	40
	2	1300	50

Nótese que el radio de búsqueda es constante en el método de inverso de distancia, se eligió un valor de 1300 m para así abarcar la totalidad de los elementos espaciales a interpolar

3.2.1 ANÁLISIS DE RESIDUALES PARA LA CUENCA EN TOTALIDAD

- 1- Se utilizaron capas de curvas de nivel a equidistancia de 200 m y escala 1:100.000 de la zona de la cuenca del Chama (ver Figura 3.3)

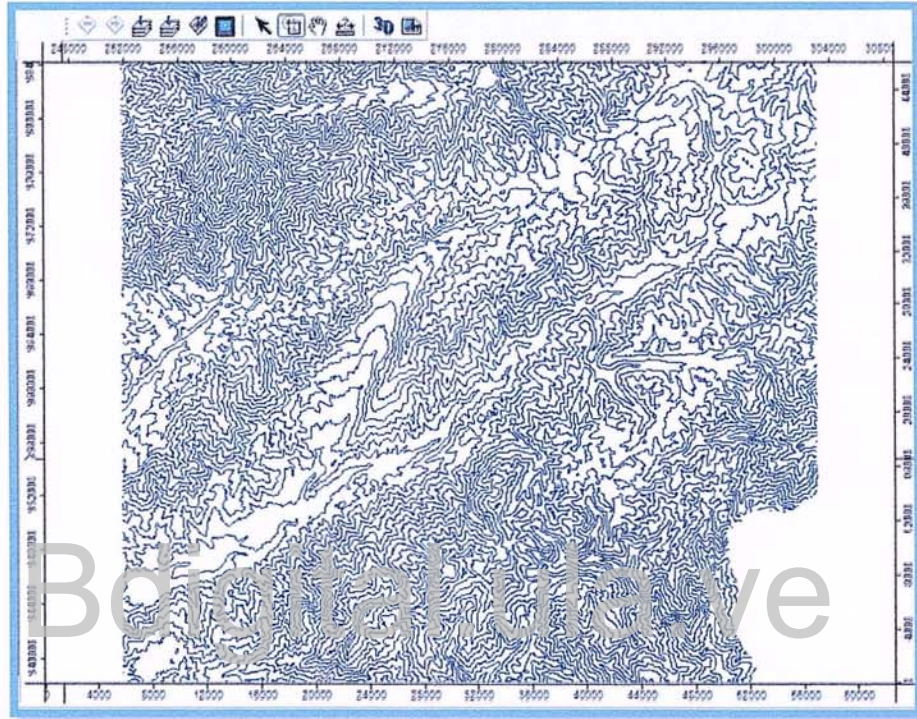


Figura 3.3 Curvas de nivel

- 2- Se aplicaron diversas variaciones del método de interpolación, en la figura 3.4 se presenta un modelo ejemplo en tres dimensiones para la cuenca del chama
 - a. Exponencial and Gaussiano
 - b. Número máximo de puntos

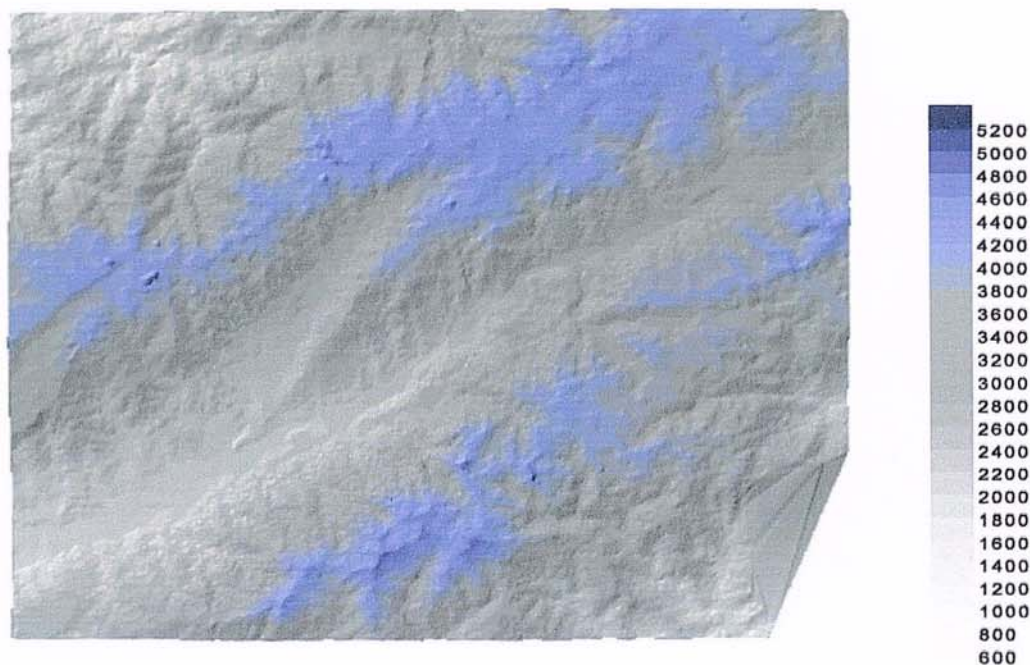


Figura 3.4 Modelo 3d de la cuenca analizada

- 3- Posteriormente se procedió a exportar cada uno de los Modelos, por medio del modulo import/export Grids: export esri arc/info grid de SAGA. En el cual se pasó del formato .spr al formato Grid ASCII Raster (.asc)
- 4- Luego fueron importados en el programa ARCVIEW, del formato raster (.asc) al formato Grid de ArcView , esto con el fin de poder comparar los puntos de control terrestres (datos vectoriales) con los puntos interpolados por cada uno de los métodos con los que se construyeron los distintos MDE.
- 5- Esta comparación se realizó a partir de la extensión *Grid Analyst* y se extrajeron los valores X,Y,Z, de los puntos y de los Grid, para ser guardados en una tabla de datos (Ver figura 3.5)
- 6- Se realizó un análisis residual por MDE utilizando como referencia los puntos de control terrestre, de esta manera se logró categorizar la calidad de cada uno de los métodos aplicados

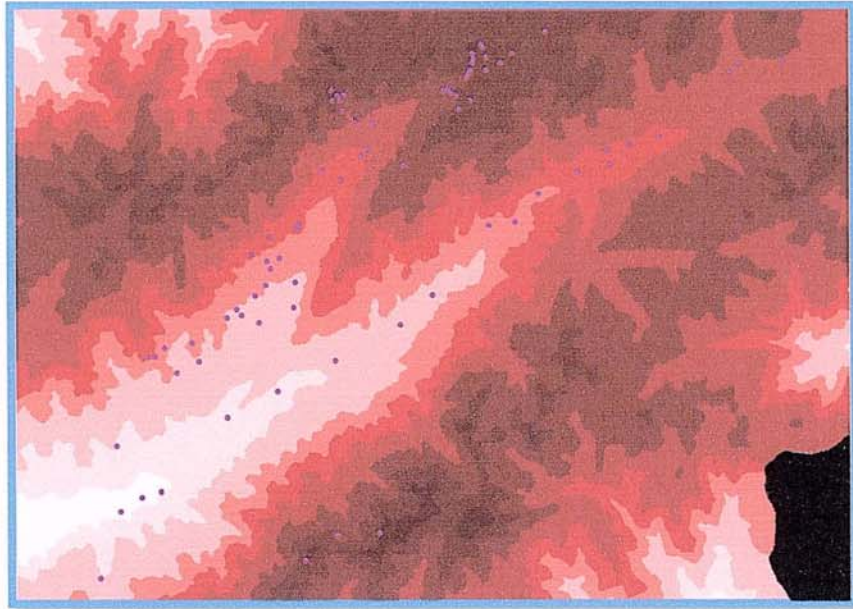


Figura 3.5 MDE interpolado con IDW en los que se detallan los puntos de control terrestres para luego ser comparados

3.2.2 ANÁLISIS POR GEOLOCALIZACIONES:

- 1- Utilizando la extensión de Arc View **TPI** (Topographic Position Index) que discretiza las zonas en Geolocalizaciones o grupos geográficos, a partir de las elevaciones de los grids, se identificaron tres grandes zonas, las cuales son (Jenness,2006):
 - a. Valle
 - b. Picos
 - c. Pie de monte
- 2- Se procedió a comparar los puntos interpolados por Geolocalización en cada uno de los MDE realizados, versus los puntos de control terrestre ubicados dentro de los grupos geográficos, por medio de la extensión *Grid Analyst* y se extrajeron los valores X,Y,Z, de los puntos y de los Grid, para ser guardados en una tabla de datos.
- 3- Se realizó un análisis residual por MDE utilizando como referencia los puntos de control terrestre, de esta manera se logró categorizar la calidad de cada uno de los métodos aplicados por geolocalización

3.3 Correcciones:

Suponiendo que todos los Modelos digitales de elevación construidos, poseen un error sistemático causado por la interpolación se siguieron los pasos, los cuales se enumeran a continuación:

1- Se seleccionó el MDE con menor error medio cuadrático $EMC = \sqrt{\frac{(Z_{real} - Z_{medido})^2}{N}}$. Donde N es el número de puntos de control

2- Teniendo en cuenta que la corrección debe seguir una relación entre el Z_{real} y el Z_{medido} , se procede a realizar una **regresión estadística o regresión a la media**, la cual es la tendencia de una medición extrema a presentarse más cercana a la media en una segunda medición. Esta técnica nos permite hacer una predicción sobre los valores de la Z_{real} (dependiente), a partir de los Z_{medido} (independientes), ya que se intuye que existe una relación entre ambos.

- **Regresión Lineal:** El modelo lineal relaciona la variable dependiente Y con K variables explicativas X_k ($k = 1, \dots, K$), o cualquier transformación de éstas, que generan un hiperplano de parámetros β_k desconocidos (Ross, 2007):

$$Y = \sum \beta_k X_k + \varepsilon$$

donde ε es la perturbación aleatoria que recoge todos aquellos factores de la realidad no controlables u observables y que por tanto se asocian con el azar, y es la que confiere al modelo su carácter estocástico. En el caso más sencillo, con una sola variable explicativa, el hiperplano es una recta:

$$Y = \sum \beta_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

El problema de la regresión consiste en elegir unos valores determinados para los parámetros desconocidos β_k , de modo que la ecuación quede completamente especificada. Para ello se necesita un conjunto de observaciones. En una observación cualquiera i -ésima ($i = 1, \dots, I$) se registra el comportamiento simultáneo de la variable dependiente y las variables explicativas (las perturbaciones aleatorias se suponen no observables).

$$Y_i = \sum \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i$$

Los valores escogidos como estimadores de los parámetros, $\hat{\beta}_k$, son los coeficientes de regresión, sin que se pueda garantizar que coinciden con parámetros reales del proceso generador. Por tanto, en

$$Y_i = \sum \hat{\beta}_k X_{ki} + \hat{\varepsilon}_i$$

Los valores $\hat{\varepsilon}_i$ son por su parte estimaciones de la perturbación aleatoria o errores. Un ejemplo de este tipo de regresión se muestra en la figura 3.6.

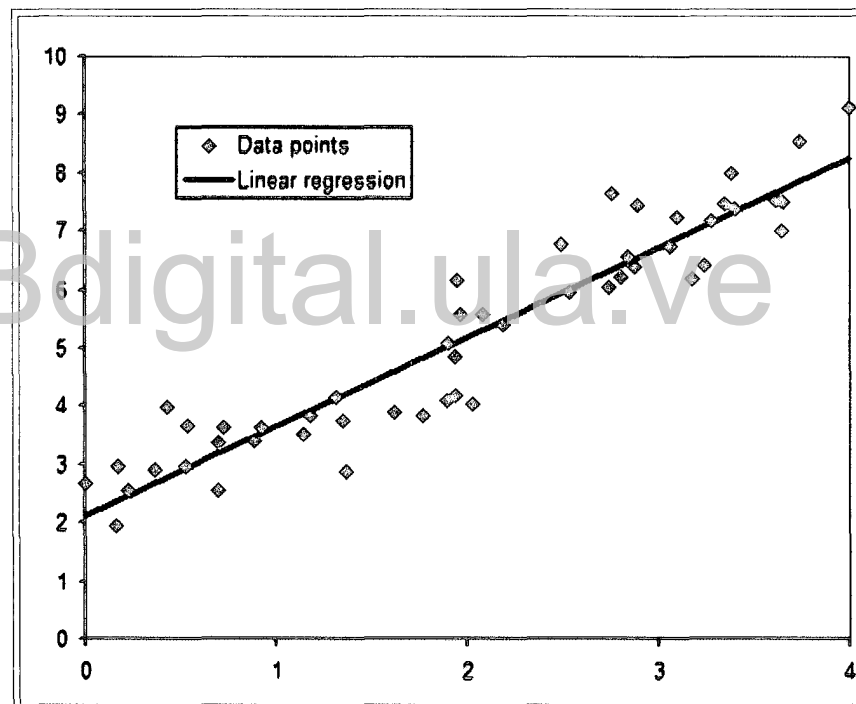


Figura 3.6 Ejemplo de una data de puntos en los que se les ha aplicado una regresión lineal

- 3- Debido que los métodos convencionales para calcular las regresiones utilizan mínimos cuadrados, para aumentar la validez de la regresión escogida se procede a realizar la regresión por medio del paquete NMLE (sistema lineal mixto), en donde se obtiene una regresión lineal general espacial (aplicación de mínimos cuadrados generales). Para esto se aplicarán los siguientes pasos:

- a. Creación del Modelo de regresión, por medio de mínimos cuadrados ordinarios y observar qué relación existe y la significancia de los valores obtenidos.
- b. Realizar un semi-variograma con el cual es posible medir la naturaleza de la dependencia espacial de la elevación en un terreno dado. Este se construye a partir del cálculo de las diferencias en elevación entre la totalidad de pares de datos observados separados por un vector $|h|$ (Gallardo, 2006)

Lo anterior es posible siempre y cuando en la unidad de manejo la elevación varíe homogéneamente a través de toda la superficie, o bien el mismo patrón de variación puede observarse en todos los sitios. Asumiendo lo anterior la *semivarianza* de una muestra de datos de elevación puede estimarse a partir de una única comprensión del proceso descrito en la siguiente ecuación.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2m(h)} \sum_{i=1}^{m(h)} \{z(x) - z(x+h)\}^2$$

Donde $m(h)$ es igual al número de pares observados separados por un vector $|h|$ y x es la posición de z en el espacio.

El valor γ se conoce como la semivarianza, y su representación gráfica ($\gamma(h)$ “vs” h) es conocida como el semivariograma, donde la función que ajusta la distribución de los puntos plotados de $\gamma(h)$ con h se conoce como el modelo del semivariograma.

Por otra parte, los semivariogramas pueden describir la variación de la misma forma en todas direcciones (*isotrópicamente*) o bien si la variación de la variable z separada por un vector $|h|$ difiere según la dirección del vector se dice entonces que existe *anisotropía* (α) en los datos o bien para cada dirección existe un semivariograma diferente. (Crujeiras 2007)

- c. Ajuste de la curva de semivarianza, para así obtener una regresión espacial.
- 4- Luego de obtener la regresión espacial general por mínimos cuadrados, se procede a aplicar la función de corrección al modelo escogido, por medio del programa SAGA utilizando la calculadora de mapas o Grid Calculator. Figura 3.7

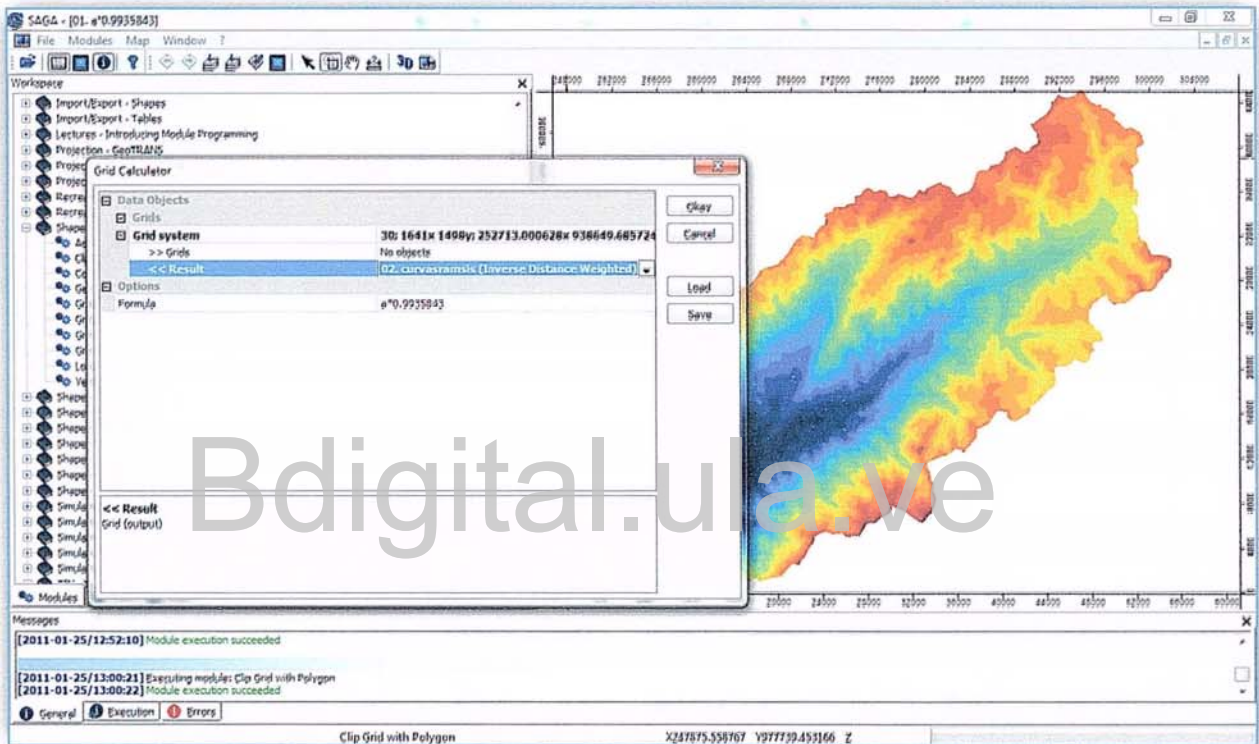


Figura 3.7 Aplicación de las correcciones a través del programa SAGA.

- 5- Esta metodología también fue aplicada a cada una de las zonas utilizadas para el estudio geolocal.

Capítulo IV

RESULTADOS Y ANÁLISIS

4.1 RESULTADOS DE RESIDUALES PARA LA CUENCA EN TOTALIDAD

4.1.1 Creación de los Modelos Digitales de Elevación MDE

En la siguiente tabla se muestra un resumen de los valores del Error Medio Cuadrático para cada uno de los métodos de interpolación utilizados para generar los distintos Modelos Digitales de Elevación. En ellos se muestra que el error oscila entre los 72 y 113 m, teniendo un rango de error de 41 m.

El error medio cuadrático fue obtenido, haciendo la diferencia entre puntos de control terrestres (75) y los puntos interpolados para cada uno de los métodos con los que se construyeron los distintos MDE. Si bien 75 puntos no son tan representativos, fue con lo que se dispuso.

Las posibles causas de un desplazamiento de tal magnitud pueden ser causadas por la sumatoria de los siguientes factores:

1. Un efecto en las diferencias de escalas entre las cartas (escala 1:100.000) y los puntos de control terrestre
2. El error natural de las cartas digitalizadas a escala 1:100.000
3. Geodinámica espacio-temporal del terreno

La tabla 4.1 muestra que el mejor método interpolación es el Linearly decreasing del inverso de la distancia con un máximo de 10 puntos de interpolación, el cual alcanzó 72m, esto significa que existe una distancia en promedio de 72m entre el valor real y el valor estimado.

Es importante destacar que cada uno de los errores estimados incluyen el valor de la distorsión de las cotas y de los mapas adicionalmente al del error de la interpolación, por lo que error de este ultimo debe ser mas pequeño.

Tabla 4.1 Resumen de los métodos aplicados con su EMC.

Método	Variante	Peso	Radio De busqueda	Maximo número de puntos	Error Medio Cuadrático Total (m)
Linearly decreasing within search radius	Inverse Distance Weighted 10	1	1300	10	72
	Inverse Distance Weighted 20	1	1300	20	106
	Inverse Distance Weighted 30	1	1300	30	101
	Inverse Distance Weighted 40	1	1300	40	100
	Inverse Distance Weighted 50	1	1300	50	101
	Inverse Distance Weighted 2-10	2	1300	10	107
	Inverse Distance Weighted 2-20	2	1300	20	106
	Inverse Distance Weighted 2-30	2	1300	30	101
	Inverse Distance Weighted 2-40	2	1300	40	100
	Inverse Distance Weighted 2-50	2	1300	50	88
Exponential weighting scheme	Inverse Distance Weighted (ews) 10	1	1300	10	111
	Inverse Distance Weighted (ews) 20	1	1300	20	111
	Inverse Distance Weighted (ews) 30	1	1300	30	111
	Inverse Distance Weighted (ews) 40	1	1300	40	111
	Inverse Distance Weighted (ews) 50	1	1300	50	111
	Inverse Distance Weighted (ews) 2-10	2	1300	10	111
	Inverse Distance Weighted (ews) 2-20	2	1300	20	111
	Inverse Distance Weighted (ews) 2-30	2	1300	30	111
	Inverse Distance Weighted (ews) 2-40	2	1300	40	111
	Inverse Distance Weighted (ews) 2-50	2	1300	50	111
Gaussian weighting cheme	Inverse Distance Weighted (gws) 10	1	1300	10	111
	Inverse Distance Weighted (gws) 20	1	1300	20	110
	Inverse Distance Weighted (gws) 30	1	1300	30	110
	Inverse Distance Weighted (gws) 40	1	1300	40	111
	Inverse Distance Weighted (gws) 50	1	1300	50	111
	Inverse Distance Weighted (gws) 2-10	2	1300	10	111
	Inverse Distance Weighted (gws) 2-20	2	1300	20	110
	Inverse Distance Weighted (gws) 2-30	2	1300	30	110
	Inverse Distance Weighted (gws) 2-40	2	1300	40	111
	Inverse Distance Weighted (gws) 2-50	2	1300	50	111
Inverse distance to a power	Inverse Distance to a power (idp) 10	1	1300	10	106
	Inverse Distance to a power (idp) 20	1	1300	20	103
	Inverse Distance to a power (idp) 30	1	1300	30	102
	Inverse Distance to a power (idp) 40	1	1300	40	101
	Inverse Distance to a power (idp) 50	1	1300	50	107
	Inverse Distance to a power (idp) 2-10	2	1300	10	106
	Inverse Distance to a power (idp) 2-20	2	1300	20	103
	Inverse Distance to a power (idp) 2-30	2	1300	30	102
	Inverse Distance to a power (idp) 2-40	2	1300	40	101
	Inverse Distance to a power (idp) 2-50	2	1300	50	107
Método	Variante	Quadratic Neighhours	Weigthing Neighhours	Error Medio Cuadrático total (m)	
	Modified Quadratic Shepard 15-20	15	20	105	
	Modified Quadratic Shepard 20-25	20	25	112	

Modified Quadratic Shepard	Modified Quadratic Shepard 25-30	25	30	112
	Modified Quadratic Shepard 30-35	30	35	111
	Modified Quadratic Shepard 35-40	35	40	110
	Modified Quadratic Shepard 35-40	40	45	113
	Modified Quadratic Shepard 45-50	45	50	111
Triangulacion				98

Las figuras 4.1 a 4.5 son histogramas que sirven para comparar la exactitud de cada método y cuyos ejes verticales representan el error medio cuadrático versus la variación de cada método utilizado.

En la figura 4.6 se presenta un histograma con los mejores 8 métodos, se observa la relación entre el método con menor EMC el cual es el más preciso (Inverse Distance Weighted 10) y se seleccionó como MDE a corregir, dado que aparentemente es el que mejor representa la realidad

Un dato destacable es que los errores estimados para cada interpolación superan el Error Máximo Tolerado para una carta a Escala 1:100.000, es decir (20 – 30) m, esta situación aumentó la necesidad de corregir los MDE para el método global.

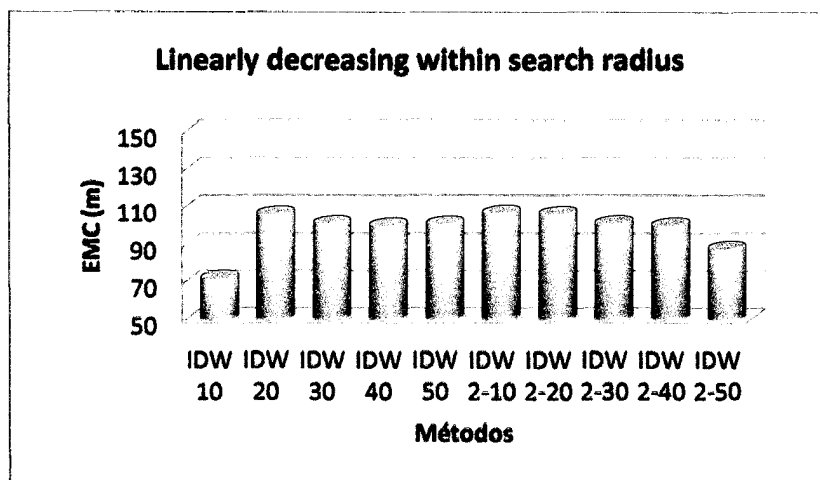


Figura 4.1 Inverso de la distancia con decrecimiento lineal

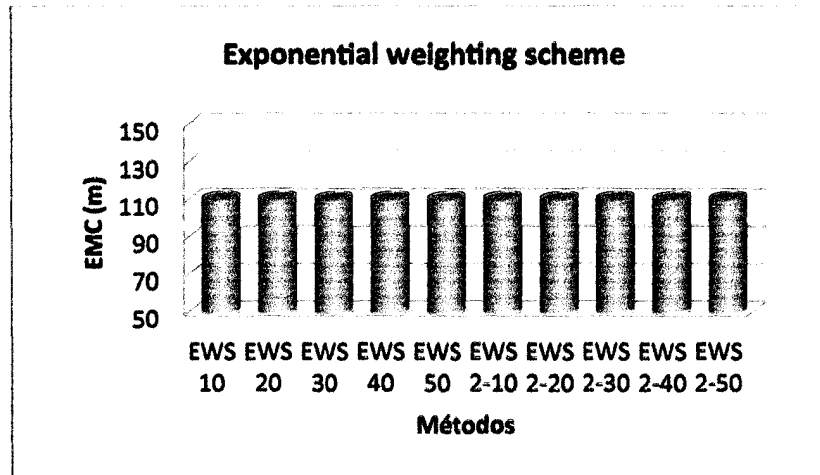


Figura 4.2 Inverso de la distancia (Exponencial)

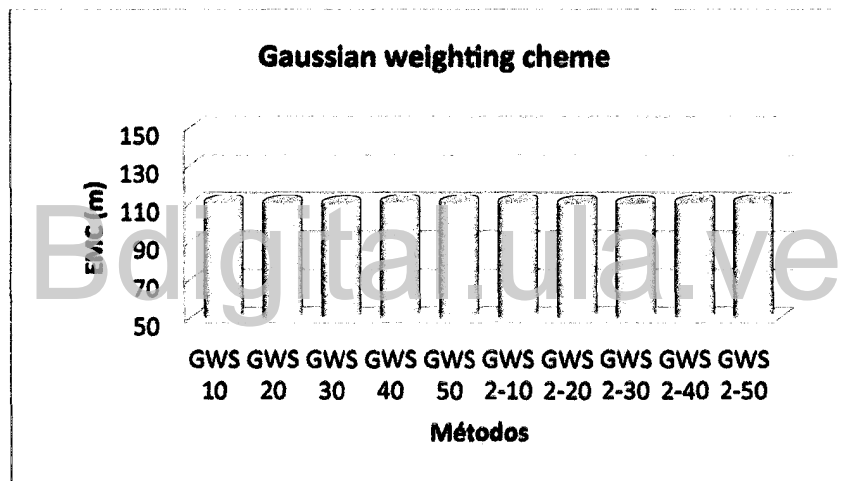


Figura 4.3 Inverso de la distancia (Gaussiano)

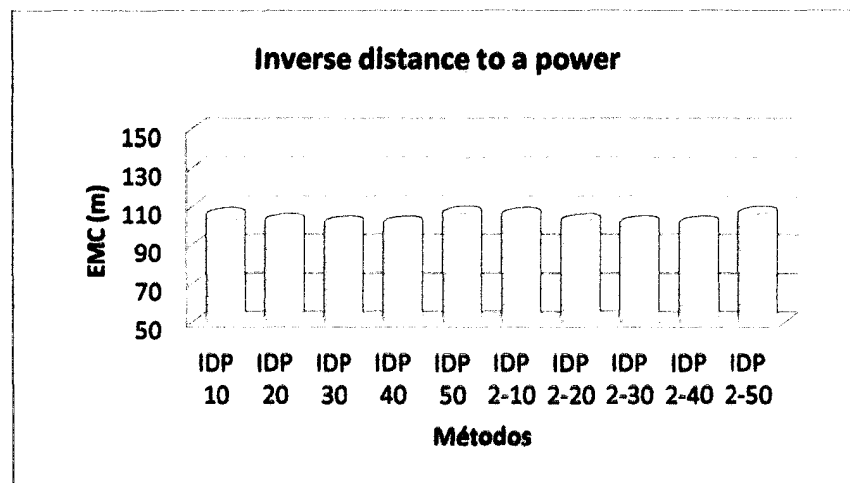


Figura 4.4 Inverso de la distancia (Iverse distance to a power)

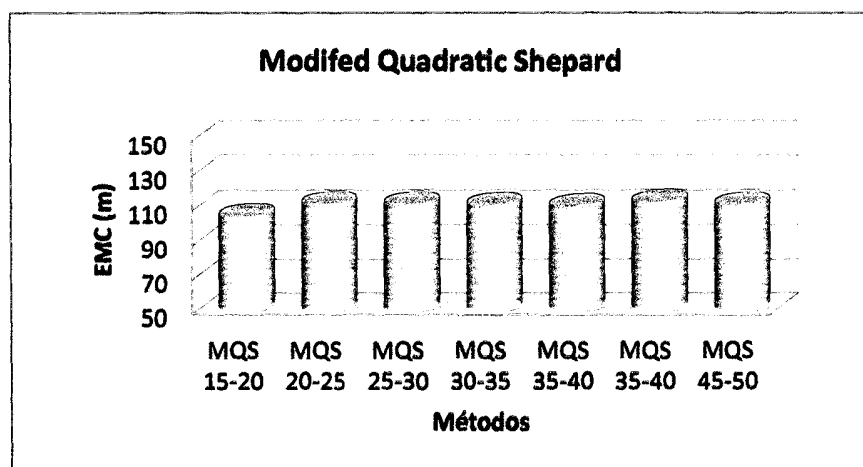


Figura 4.5 Modified Quadratic Shepard

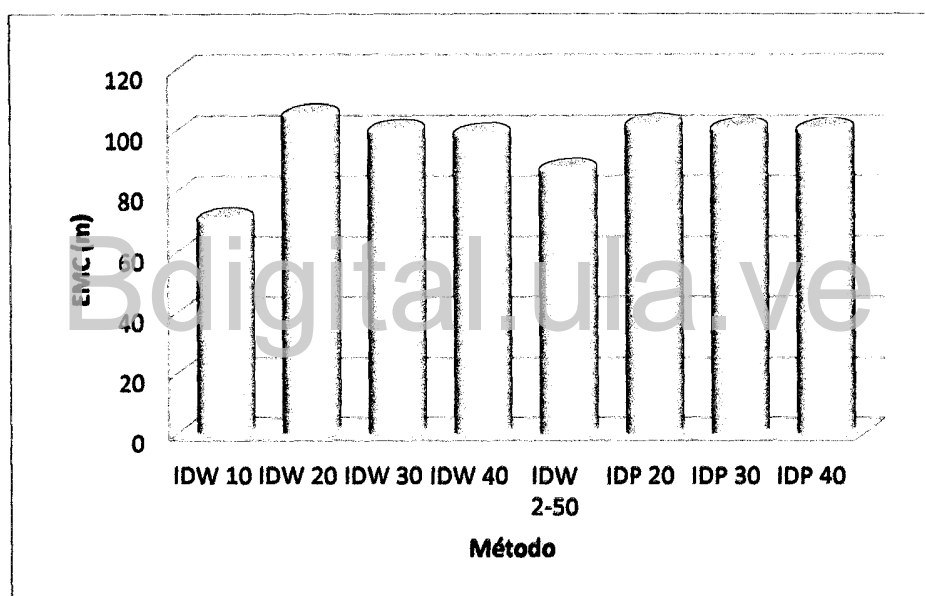


Figura 4.6 Métodos con menor EMC

Debido a que el método Inverso de la distancia con decrecimiento lineal IDW10 posee menor error medio cuadrático. Es el método de interpolación escogido para proceder a realizar las regresiones correspondientes y obtener así una relación entre el Zreal y el Zinterpolado.

4.1.2 REGRESIONES:

4.1.2.1 Regresiones por medio del programa SPSS

El siguiente ejemplo muestra un resumen de las regresiones generadas para el método IDW10 que corresponde al Inverso de la distancia con decrecimiento lineal. En dicho ejemplo se ha trabajado con regresiones de tipo lineal, cuadrático, cúbico y potencial. En la tabla 4.2 se muestra el resumen, en la cual se puede observar que la significancia de las ecuaciones son todas de 100%, a su vez el valor de R cuadrado es muy similar en cada uno. Es por esto que se escogió como ecuación de regresión el método lineal por simplicidad.

Tabla 4.2 Resumen del modelo y estimaciones de los parámetros. Método de interpolación inverso de la distancia IDW10

Ecuación	Resumen del modelo					Estimaciones de los parámetros			
	R cuadrado	F	gl1	gl2	Sig.	Constante	b1	b2	b3
Lineal	.954	1633.511	1	81	.000	11.399	.982		
Cuadrático	.954	823.303	2	80	.000	112.804	.909	1.19E-005	
Cúbico	.955	555.248	3	79	.000	-723.236	1.917	.000	4.28E-008
Potencia	.960	1923.283	1	81	.000	1.053	.992		

En la figura 4.7 se encuentran graficados cada uno de los cuatro (4) métodos de regresión aplicados, el eje vertical corresponde a los valores de Z reales y el eje horizontal a los valores de Z obtenidos luego de realizar la interpolación en este caso Inverso de la distancia con decrecimiento lineal. En este gráfico se puede observar que las rectas que pasan por la nube de puntos son muy similares, y como se estableció en el párrafo anterior, se tomó por simplicidad el método de regresión el lineal.

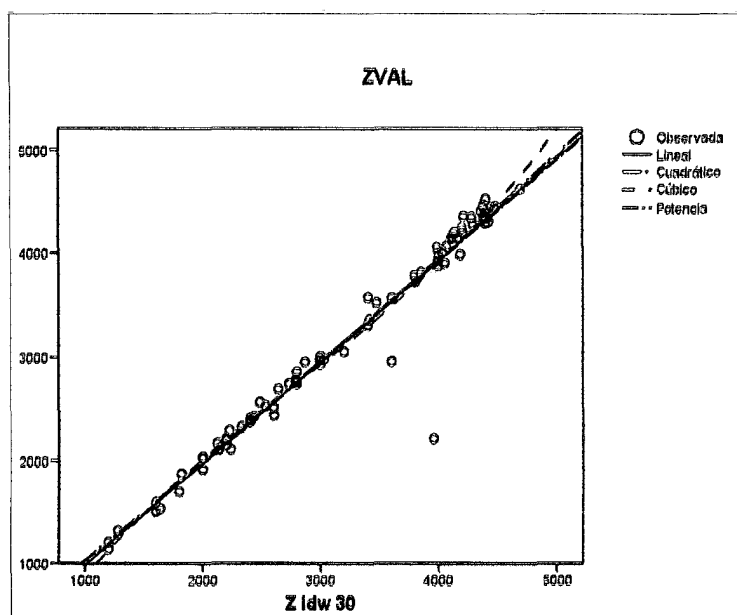


Figura 4.7 Grafico de Regresiones

4.1.2.2 Regresión Espacial (software R)

4.3 Tabla de coeficientes

	<i>Estimado</i>	<i>Error Estandar</i>	<i>Valor T</i>	R^2
Intercepto	-17.783127	26.919456	-0.661	0.995
Zi	0.998815	0.008282	120.596	

En la tabla 4.3 se puede observar que el Error Estandar del intercepto es muy grande, de lo que se deduce, que la relación entre Z_r y Z_i es uno a uno, por lo que el intercepto puede ser descartado. Con lo cual se obtiene (tabla 4.4):

4.4 Tabla de coeficientes sin intercepto

	<i>Estimado</i>	<i>Error Estandar</i>	<i>Valor T</i>	<i>R²</i>	<i>AIC</i>
<i>Zi</i>	0.993596	0.002477	401.2	0.9995	866

El valor de r cuadrado aumenta por lo que la ecuación obtenida es mucho más significativa, pero para obtener un menor error se aplicó una regresión lineal general especial, por mínimos cuadrados generales.

La figura (semivariograma IDW10) muestra que los puntos varían entorno a una línea regresión similar a la gaussiana, esto se puede verificar en la figura 4.9 donde se muestran los ejemplos de las posibles funciones en semi varianza versus distancia

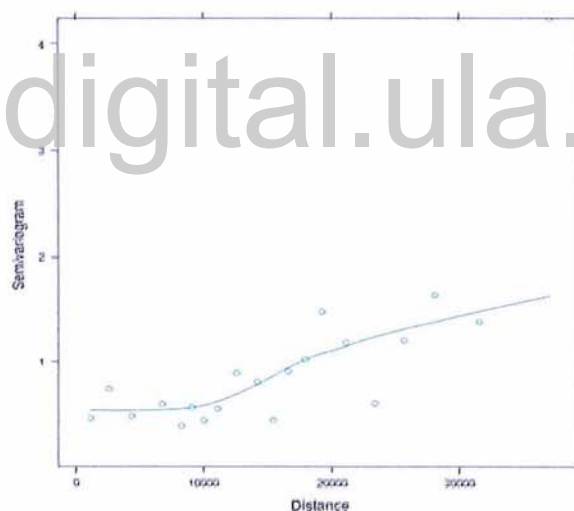


Figura 4.8 Semivariograma. IDW10

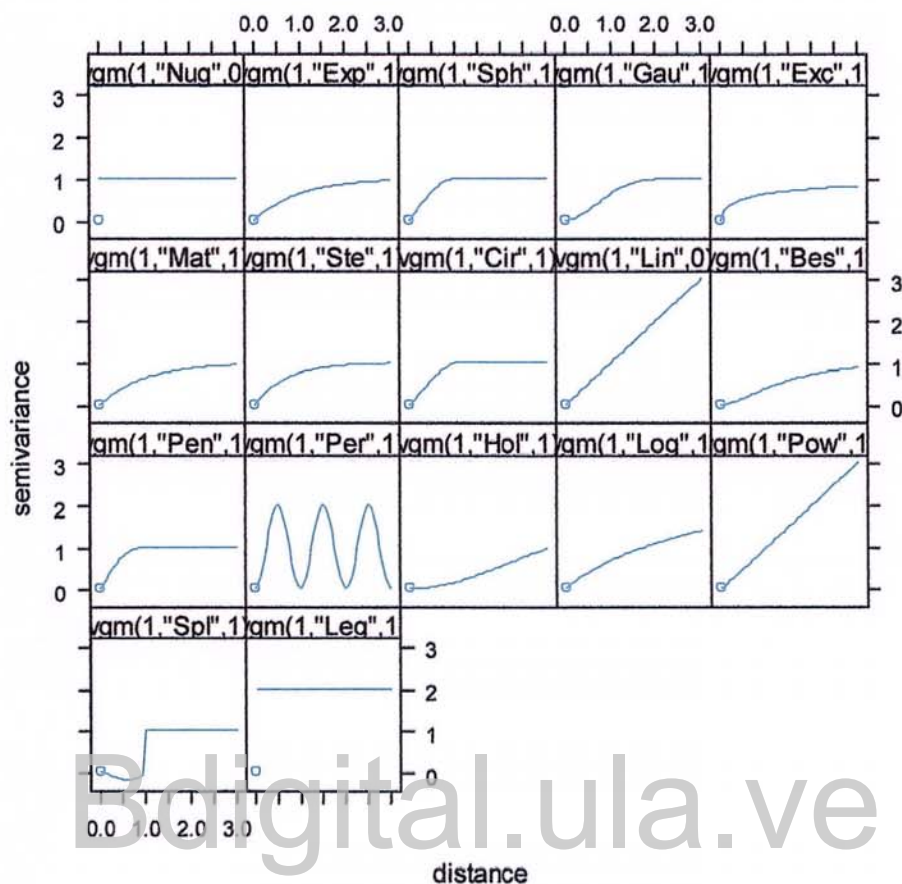


Figura 4.9 Funciones Semivarianza (Fuente R)

Luego de haber identificado la curva, se procedió a realizar correlación, se obtuvo lo siguiente (tabla 4.5), en donde se puede comparar los valores del criterio de Akaike con el obtenido en la tabla 4.4, dicho criterio mide la calidad del ajuste estimado (modelo estadístico), por lo que mientras menor sea el valor mejor es la calidad del ajuste. En este caso el menor valor de AIC es el que se muestra en la tabla 4.5.

4.5 Tabla de coeficientes por MCG. IDW10

	<i>Estimado</i>	<i>Error Estandar</i>	<i>Valor T</i>	<i>AIC</i>
<i>Zi</i>	0.9935843	0.002470890	402.8183	562

En la figura 4.10 se observa que ahora totalmente horizontal, por lo que ya con la ecuación actual, no se observa ningún patrón de organización.

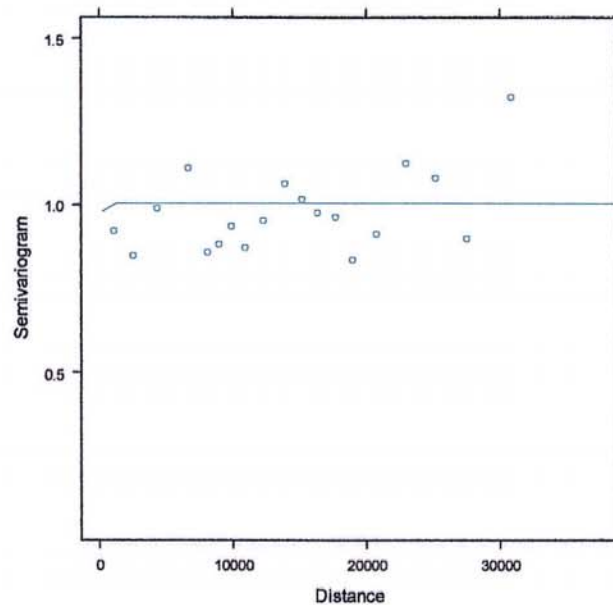


Figura 4.10 Semivariograma luego de aplicada la correlación

4.1.3 Corrección Global

En la figura 4.11 se muestra la corrección del modelo de interpolación IDW10 luego de haber aplicado la ecuación obtenida por el análisis de regresión por mínimos cuadrados generales

$$Z_r = 0.9935843Z_i$$

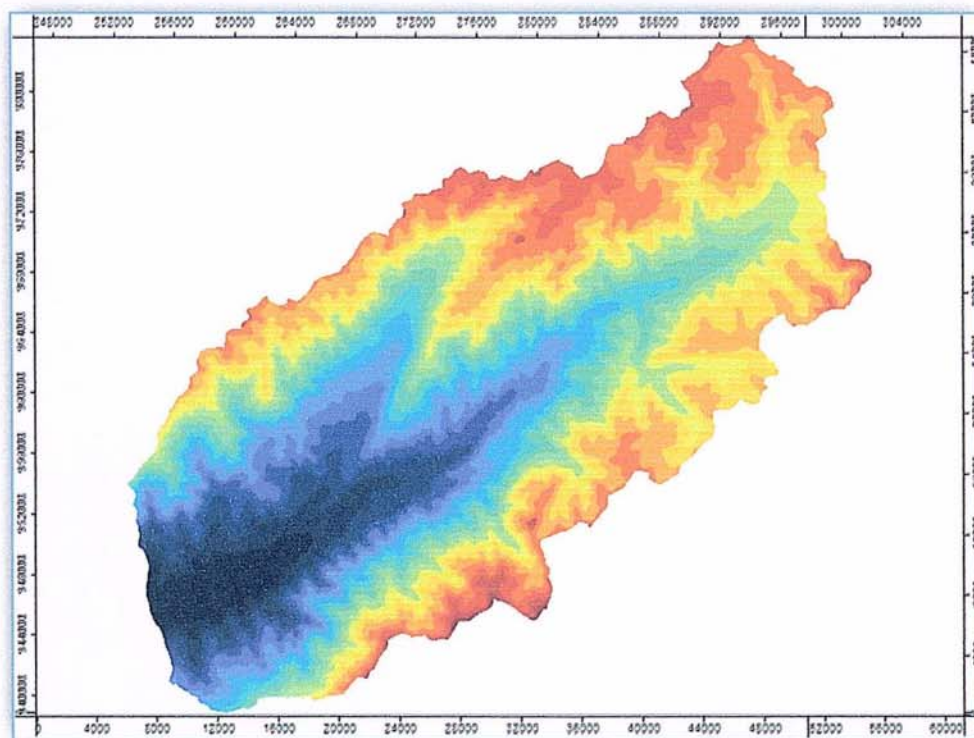


Figura 4.11 MDE elaborado por IDW10 para la cuenca completa corregido por la ecuación obtenida por mínimos cuadrados generales

La tabla 4.6 muestra un resumen de las estadísticas básicas entre el modelo original y el corregido. En se observa la diferencia de la media aritmética entre los dos valores es de aproximadamente de 20m. Y obsérvese que el mínimo tiene una diferencia de 8m y el máximo de 32m

Tabla 4.6 Resumen estadísticos (Modelo original y Modelo Corregido)

Model	Minimo (m)	Maximo (m)	Rango (m)	Arithmetic Mean	Standard Deviation
Inverse Distance Weighted10	1200	5000	3800	3167	873
Correccion (Inverse Distance Weighted)10	1192	4968	3775	3147	867

4.2 Análisis por Geolocalizaciones

4.2.1 Valle

4.2.1.1 Creación de los Modelos Digitales de Elevación MDE

A través de la extensión TPI (Topografic Indice) se subdividió la cuenca en tres zonas, entre ellas la zona denominada valle. La figura 4.12 posee un histograma en el cual se destacan los métodos utilizados para la interpolación, los cuales poseen menor error medio cuadrático.

Se puede notar que el método IDW 10, que corresponde al inverso de la distancia con un radio de búsqueda de 10 puntos, es el que posee menor EMC con un valor de 24.5m. Dicho valor se encuentra muy cercano al valor del error máximo tolerado para una carta 1:100.000 que es de 25m, por lo que se procedió a realizar una corrección de este método para aumentar su confiabilidad.

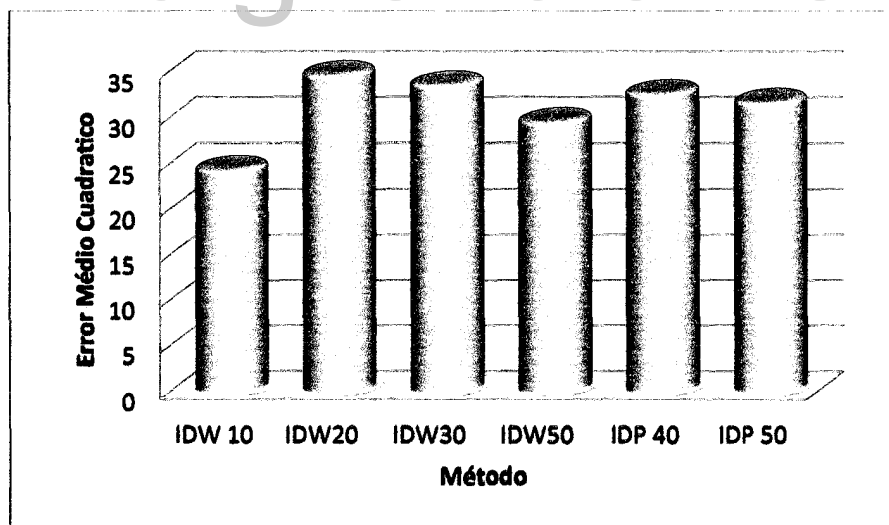


Figura 4.12 EMC para la geolocalización (Valle)

4.2.1.2 REGRESIONES:

4.2.1.2.1 Regresiones por medio del programa SPSS

4.7 Resumen del modelo y estimaciones de los parámetros

Ecuación	Resumen del modelo					Estimaciones de los parámetros			
	R cuadrado	F	gl1	gl2	Sig.	Constante	b1	b2	b3
Lineal	.966	484.682	1	17	.000	33.560	.971		
Cuadrático	.967	235.277	2	16	.000	345.663	.592	.000	
Cúbico	.967	235.277	2	16	.000	345.663	.592	.000	.000
Potencia	.966	485.169	1	17	.000	1.231	.971		

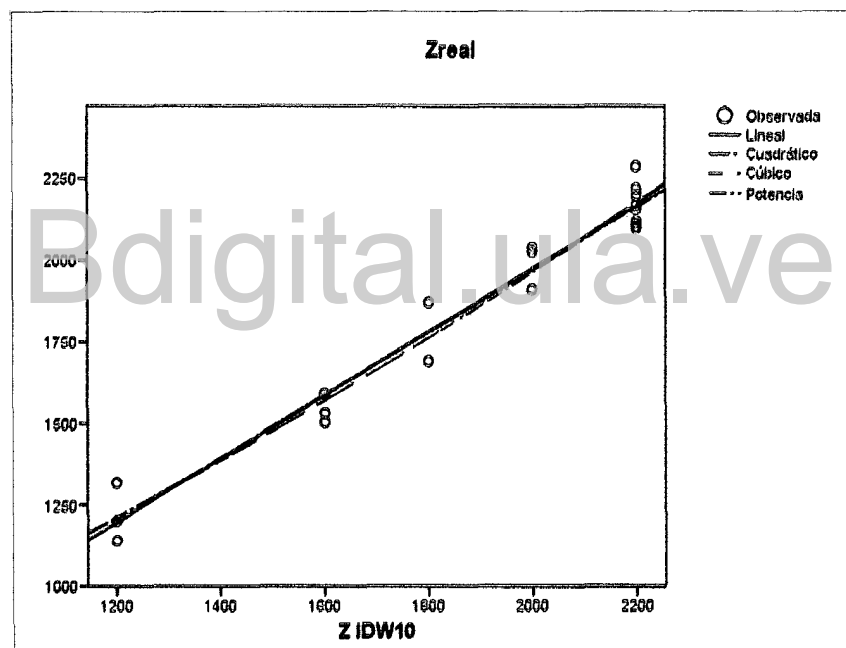


Figura 4.13 Grafico de Regresiones Valle. (SPSS)

Las regresiones obtenidas por medio del programa SPSS por mínimos cuadrados ordinarios (tabla 4.7y figura 4.13), nos muestran que la relación Zreal versus Zinterpolado, siguen una función lineal, por lo que se procedió a realizar una regresión lineal general espacial, por medio

de mínimos cuadrados generales, a través del software R, para mejorar la exactitud de la función de correlación.

4.2.1.2.2 Regresión Espacial (software R)

4.8 Tabla de coeficientes

	<i>Estimado</i>	<i>Error Estandar</i>	<i>R²</i>	<i>Valor T</i>
<i>Intercepto</i>	-4.62648	31.26696		-0.148
<i>Zi</i>	1.00432	0.01661	0.9954	60.475

La tabla 4.8 muestra los coeficientes con su respectivo Error Estandar. En el caso del intercepto el Error estándar que posee es muy grande, lo que indica que la relación entre Zr y Zi es uno a uno, por lo que se descarta el intercepto y se obtiene (tabla 4.9):

4.9 Tabla de coeficientes sin intercepto

	<i>Estimado</i>	<i>Error Estandar</i>	<i>Valor T</i>	<i>R²</i>	<i>AIC</i>
<i>Zi</i>	1.00191	0.00305	128.5	0.9998	862.674

Al obtener la regresión sin el intercepto, el valor de r cuadrado aumenta, por lo que esta ecuación obtenida es mucho más significativa. Para conseguir una mayor exactitud en dicha ecuación se procedió a aplicar una regresión lineal general especial, por mínimos cuadrados generales.

En la figura (4.14) se muestra como los puntos varían entorno a una línea regresión similar a la (1,"Mat"1, kappa=10), Matér class, o K-Bessel, el cual se distingue de los otros modelos por tener el parámetro de suavidad mayor que cero ($\kappa > 0$). En la figura 4.15 se muestran los distintos modelos de la clase Matér según su parámetro kappa.

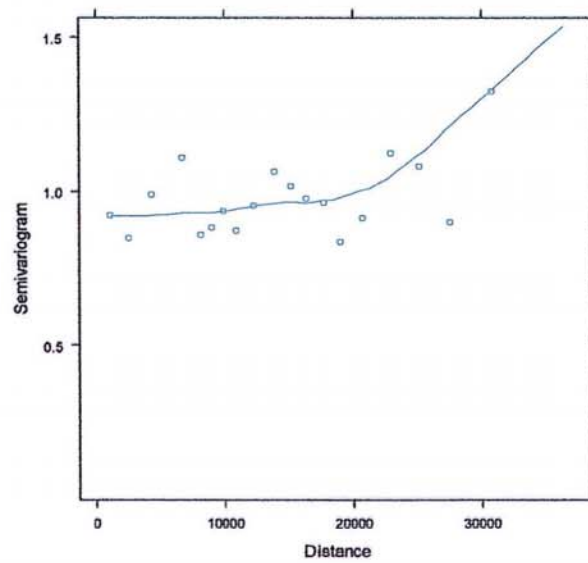


Figura 4.14 Semivariograma. IDW10(Valle)

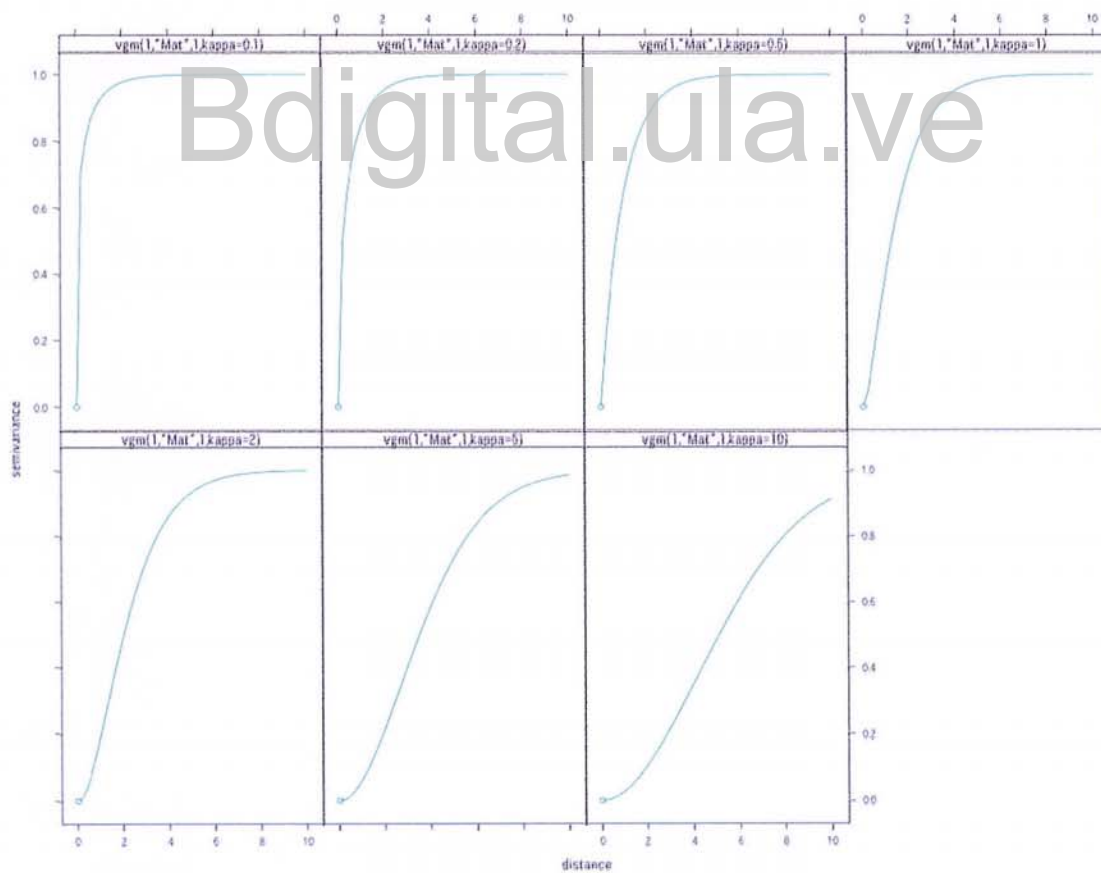


Figura 4.15 Funciones Semivarianza

La tabla 4.10 muestra los valores del coeficiente luego de haber realizado la correlación, en donde, comparando el valor de AIC de la tabla 4.9 se observa que el modelo con mayor calidad es el obtenido en la tabla 4.10

4.10 Tabla de coeficientes por MCG. IDW10

	<i>Estimado</i>	<i>Error Estandar</i>	<i>Valor T</i>	<i>AIC</i>
<i>Zi</i>	1.002713	0.004144591	241.933	192

En la fig 4.16 se observa que ahora totalmente horizontal, por lo que ya con la ecuación actual, no se observa ningún patrón de organización.

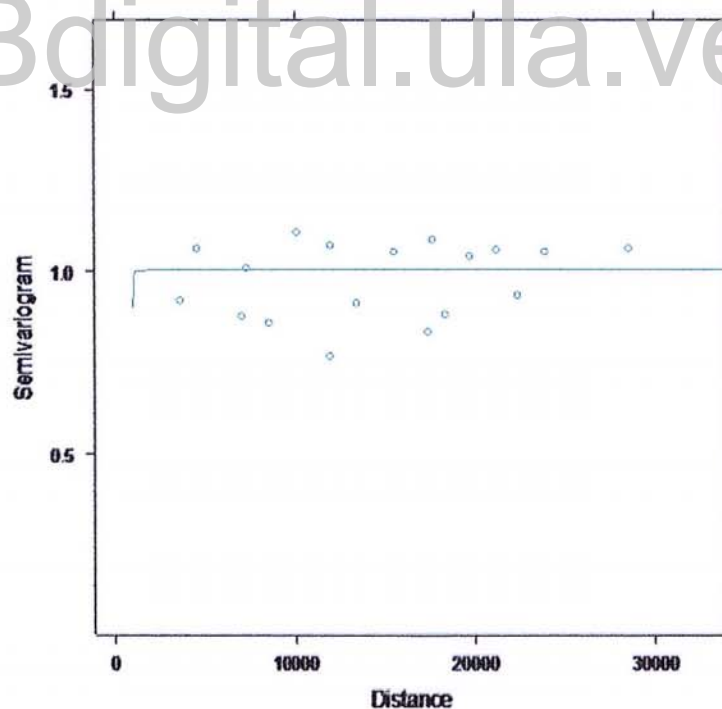


Figura 4.16 Semivariograma luego de aplicada la correlación

4.2.1.3 Correcciones (Valle)

La figura 4.17 se muestra el modelo de interpolación IDW10 luego de haber aplicado la ecuación obtenida por el análisis de regresión por mínimos cuadrados generales, dicha ecuación es:

$$Z_r = 1.002713Z_i$$

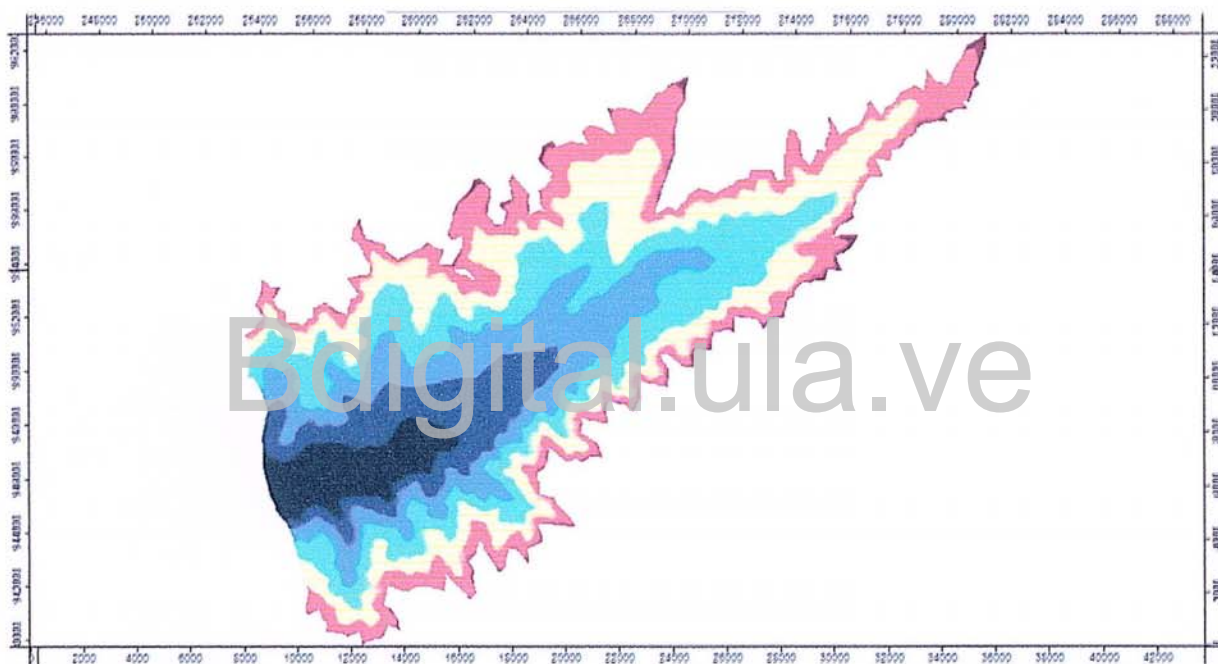


Figura 4.17 MDE elaborado por IDW10 para la cuenca completa corregido por la ecuación obtenida por mínimos cuadrados generales

La tabla 4.11 muestra un resumen de las estadísticas básicas entre el modelo original y el corregido. En se observa la diferencia de la media aritmética entre los dos valores es de aproximadamente de 5m. Y el mínimo tiene una diferencia de 2m y el máximo de 7m

Tabla 4.11 Resumen estadísticos (Modelo original y Modelo Corregido)

Modelo	Mínimo (m)	Máximo (m)	Rango (m)	Media aritmética	Desviación Estándar
Inverse Distance Weighted10	1200	2455	1255	1826	300
Correccion (Inverse Distance Weighted)10	1203	2462	1258	1831	301

4.2.2 Picos

4.2.2.1 Creación de los Modelos Digitales de Elevación MDE

En los histogramas presentes en la figura 4.18 se identifican los métodos de interpolación utilizados para crear los MDE para la zona de Picos, que poseen menor error medio cuadrático.

El método con menor EMC corresponde al IDP50 con un radio de búsqueda de 50 puntos. Este error medio cuadrático con un valor de 42 se encuentra por encima del error máximo tolerado para una carta 1:100.000 que es de 25m, por lo que el siguiente paso es desarrollar una función de regresión que me relacione los Zreal y Zinterpolado para corregir este método

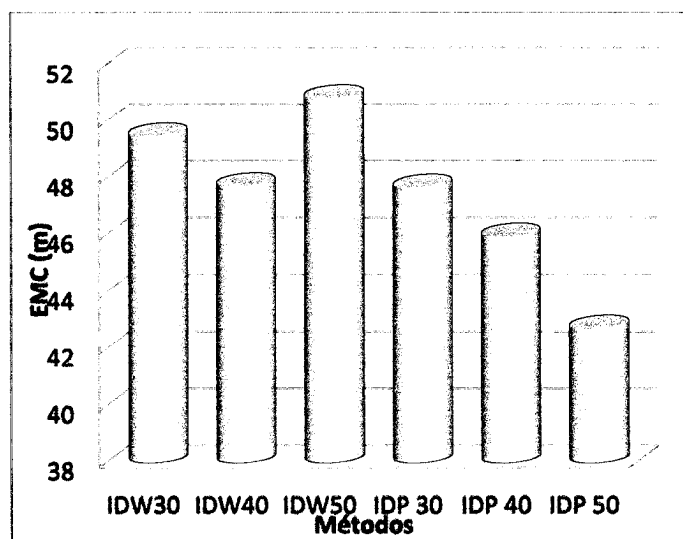


Figura 4.18 Métodos para la geolocalización (Picos)

4.2.2.2 REGRESIONES:

4.2.2.2.1 Regresiones por medio del programa SPSS

Tabla 4.12 Resumen del modelo y estimaciones de los parámetros

Resumen del modelo y estimaciones de los parámetros

Variable dependiente: Zreal

Ecuación	Resumen del modelo					Estimaciones de los parámetros			
	R cuadrado	F	gl1	gl2	Sig.	Constante	b1	b2	b3
Lineal	.737	103.878	1	37	.000	433.277	.835		
Cuadrático	.742	51.714	2	36	.000	-1051.667	1.783	.000	
Cúbico	.742	51.731	2	36	.000	-588.827	1.328	.000	-1.5E-008
Potencia	.721	95.677	1	37	.000	3.451	.842		

La variable independiente es Z idw20.

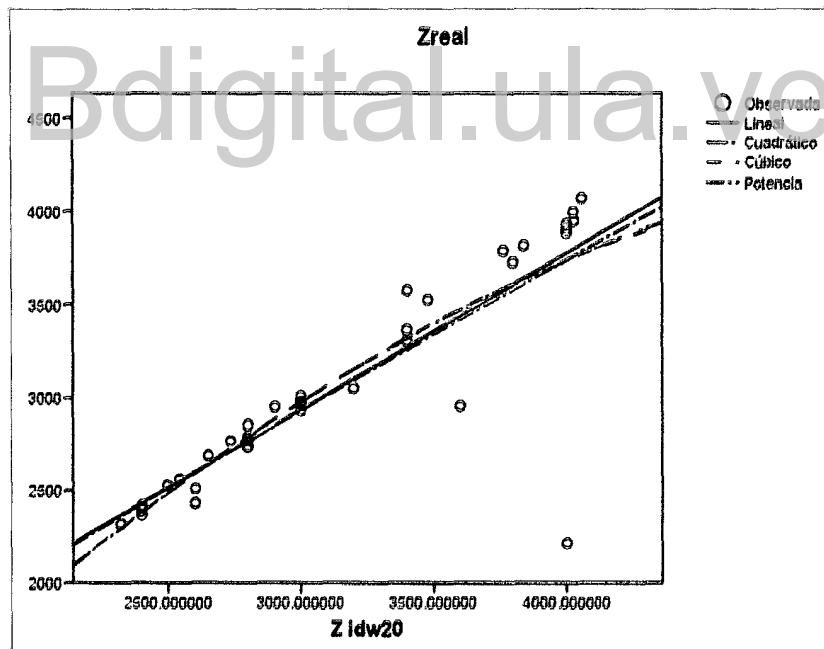


Figura 4.19 Grafico de Regresiones Pico. (SPSS)

A través del programa SPSS se obtuvo las distintas regresiones para el modelo IDP50, las cuales se observan numéricamente en la tabla 4.13 y gráficamente en la figura 4.19. En esta figura los puntos se presentan siguiendo una función aproximadamente lineal, pero la tabla de datos 4.13, nos dice que el error medio cuadrático es muy alto. Lo que indica que, esta alineación de puntos puede estar definida por dos o mas funciones, demostrando así que dicha zona no es totalmente homogénea, es decir, la zona Picos puede estar definida por dos o más geolocalizaciones estadísticamente distintas y por ello no se distingue un patrón de organización. A pesar de esto se procedió a realizar la regresión lineal general espacial, por medio de mínimos cuadrados generales, a través del software R.

4.2.2.2.2 Regresión Espacial (software R)

4.14 Tabla de coeficientes

	<i>Estimado</i>	<i>Error Estandar</i>	R^2	<i>Valor T</i>
Intercepto	65.23939	61.23918		-0.294
Zi	0.97085	0.01943	0.9862	49.965

En la tabla 4.14 se presentan los valores de los coeficientes con su respectivo Error Estandar. El error estándar del intercepto es muy alto, por lo que se supuso que la relación Zreal y Zinterpolado es uno a uno, y se descarta el intercepto, obteniéndose así la tabla 4.15.

4.15 Tabla de coeficientes sin intercepto

	<i>Estimado</i>	<i>Error Estandar</i>	<i>Valor T</i>	R^2	<i>AIC</i>
Zi	0.991218	0.003486	284.3	0.9996	428.4448

Para conseguir una mayor exactitud en dicha ecuación se procedió a aplicar una regresión lineal general especial, por mínimos cuadrados generales.

La figura (4.20) muestra que los puntos se distribuyen de una manera poco uniforme, tienen un comportamiento híbrido, posee variación más suave a distancias cortas y variación mas fuerte a distancias grandes, esto indica la presencia de estructuras actuando a diferentes a escalas. Esto ya se había observado en la figura 4.19, ya que la zona es no homogénea. Por lo que para realizar la correlación se estimo en función de una curva de Gauss, para así obtener la regresión que se muestra en la tabla 4.16.

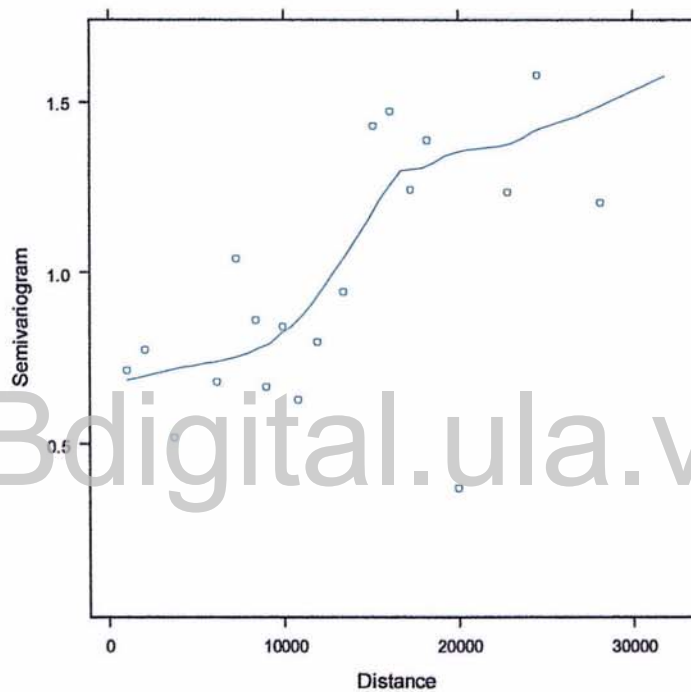


Figura 4.20 Semivariograma. IDP50 (PICOS)

La tabla 4.16 muestra los valores del coeficiente luego de haber realizado la correlación, en donde, comparando el valor de AIC de la tabla 4.15 se observa que el modelo con mayor calidad es el obtenido en la tabla 4.16

4.16 Tabla de coeficientes por MCG. IDP50

	<i>Estimado</i>	<i>Error Estandar</i>	<i>Valor T</i>	<i>AIC</i>
<i>Zi</i>	0.9917536	0.003865553	256.5619	430

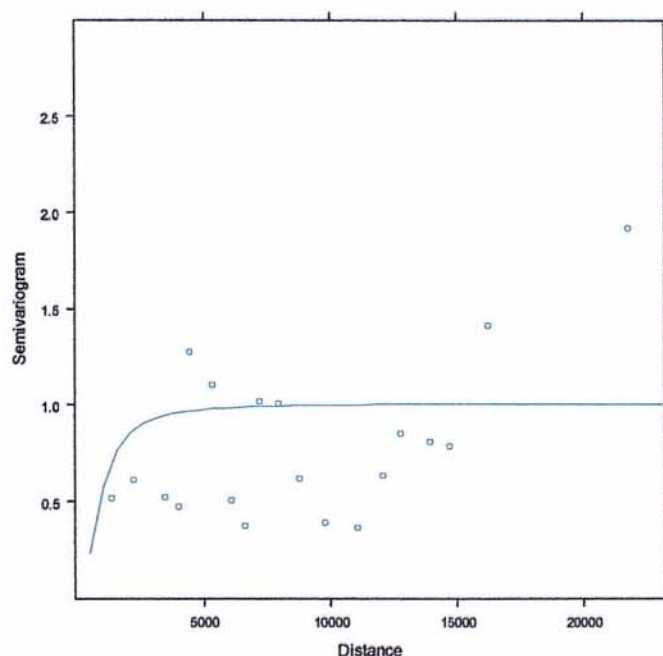


Figura 4.21 *Semivariograma luego de aplicada la correlación*

4.2.2.3 Correcciones (PICOS)

En vista que los datos obtenidos, siguen una organización no es uniforme para la geolocalización Picos, por lo que no es aconsejable realizar una corrección a esta zona, dado que se sospecha que esta en vez de ser una zona homogénea, existen dos o más geolocalizaciones definidas dentro de estas, por ello es recomendable ahondar en esta geolocalización, para establecer si existen más geolocalizaciones dentro de esta, y poder así realizar las correcciones respectivas.

4.2.3 PIE DE MONTE

4.2.3.1 Creación de los Modelos Digitales de Elevación MDE

Los métodos utilizados para crear los Modelos de Elevación de la zona pie de monte, se encuentran comparados en la figura 4.18, por sus error cuadrático medio.

Se puede notar que el método IDW 10, el cual pertenece al inverso de la distancia con un radio de búsqueda de 10 puntos, es el que posee menor EMC con un valor de aproximadamente 25m. Este valor se encuentra muy cercano al valor del error máximo tolerado que en el caso que se estudia es de 25m, por lo que se procedió a realizar una corrección de este método para aumentar su confiabilidad.

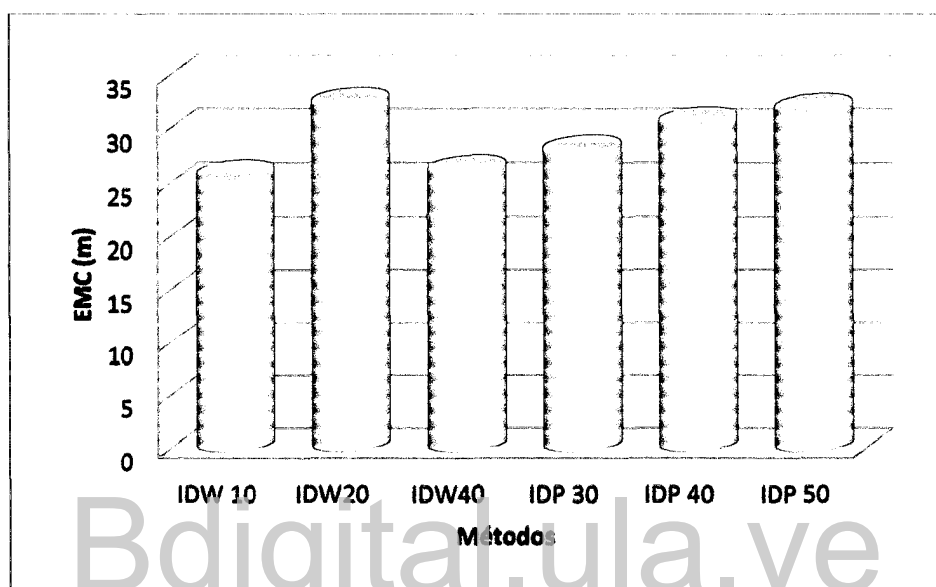


Figura 4.22 Métodos para la geolocalización (Pie de monte)

4.2.3.2 REGRESIONES:

4.2.3.2.1 Regresiones por medio del programa SPSS

4.18 Resumen del modelo y estimaciones de los parámetros

Resumen del modelo y estimaciones de los parámetros

Variable dependiente: Zr

Ecuación	Resumen del modelo					Estimaciones de los parámetros			
	R cuadrado	F	gl1	gl2	Sig.	Constante	b1	b2	b3
Lineal	.976	643.422	1	16	.000	165.652	.963		
Cuadrático	.979	349.189	2	15	.000	-4833.712	3.280	.000	
Cúbico	.979	349.189	2	15	.000	-4833.712	3.280	.000	.000
Potencia	.976	650.704	1	16	.000	1.337	.965		

La variable independiente es Zi.

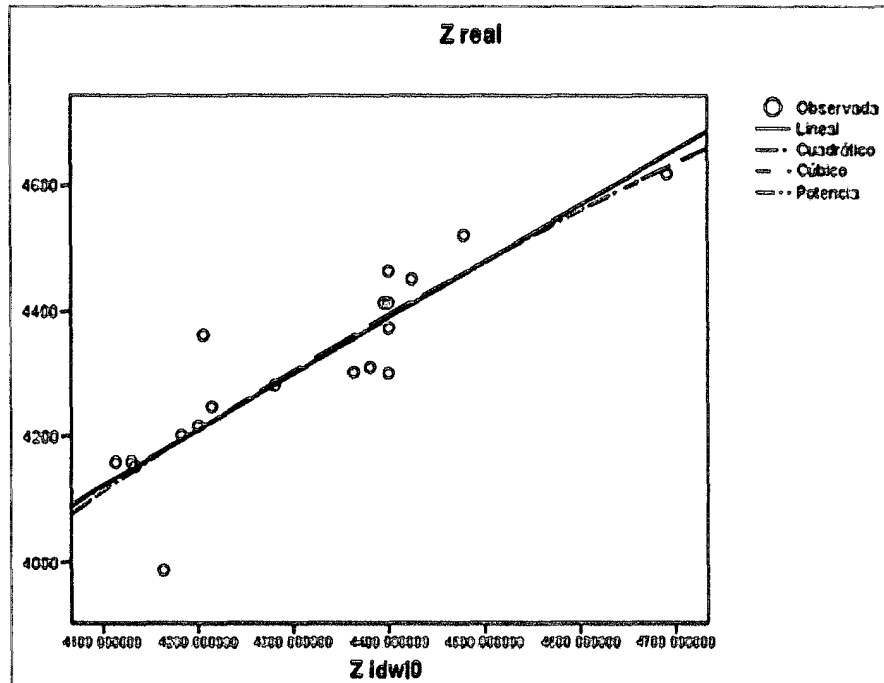


Figura 4.23 Gráfico de Regresiones Pie de monte. (SPSS)

En la tabla 4.18 y figura 4.23 se muestran las regresiones obtenidas por medio del programa SPSS por mínimos cuadrados ordinario, en la cual se obtuvo que la relación Z_{real} versus Z interpolado, siguen una función lineal, por lo que se procedió a realizar una regresión lineal general espacial, por medio de mínimos cuadrados generales, a través del software R, para mejorar la exactitud de la función de correlación.

4.2.1.2.2 Regresión Espacial (software R)

4.19 Tabla de coeficientes

	<i>Estimado</i>	<i>Error Estandar</i>	R^2	<i>Valor T</i>
Intercepto	165.65173	163.70740		1.012
Z_i	0.96272	0.03795	0.9757	25.366

La tabla 4.19 muestra los coeficientes con su respectivo Error Estandar. En el caso del intercepto el Error estándar que posee es muy grande, lo que indica que la relación entre Z_r y Z_i es uno a uno, por lo que se descarta el intercepto y se obtiene (tabla 4.20):

4.20 Tabla de coeficientes sin intercepto

	<i>Estimado</i>	<i>Error Estandar</i>	<i>Valor T</i>	<i>R²</i>	<i>AIC</i>
<i>Z_i</i>	1.001103	0.001359	736.4	1	181.1498

Al obtener la regresión sin el intercepto, el valor de r cuadrado es exactamente 100%, por lo que esta ecuación obtenida es totalmente significativa.

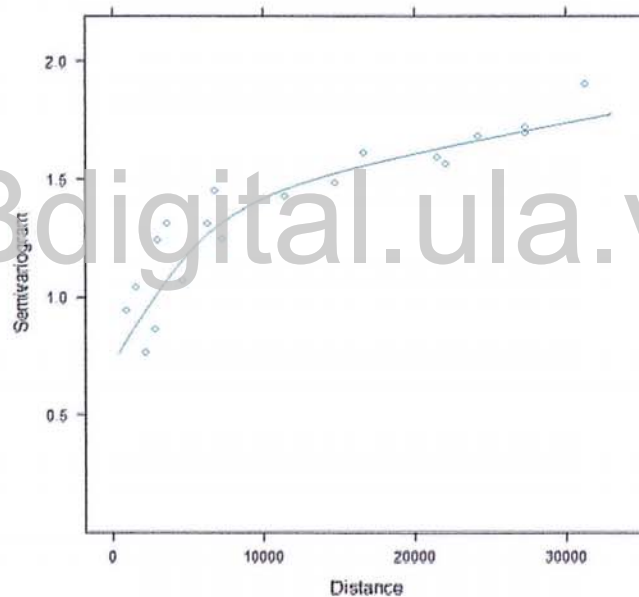


Figura 4.24 Semivariograma. IDW10(Pie de Monte)

La figura (4.24) se muestra un semivariograma donde los puntos varían entorno a una línea la cual sigue una función exponencial. Al realizar la respectiva correlación, se pudo obtener los resultados que se muestran en la tabla 4.21, los cuales, según el criterio de akaike se aproximan mejor que los obtenidos en la tabla anterior, y es con estos con los que se procede a realizar la corrección del Modelo Digital de Elevación para la zona de Pie de Monte.

4.21 Tabla de coeficientes por MCG. IDW10

	<i>Estimado</i>	<i>Error Estandar</i>	<i>Valor T</i>	<i>AIC</i>
<i>Z_i</i>	1.001103	0.001359498	736.377	180

4.2.1.3 Correcciones (Pie de Monte)

La figura 4.25 se muestra el modelo de interpolación IDW10 luego de haber aplicado la ecuación obtenida por el análisis de regresión por mínimos cuadrados generales, dicha ecuación es:

$$Z_r = 1.001103Z_i$$

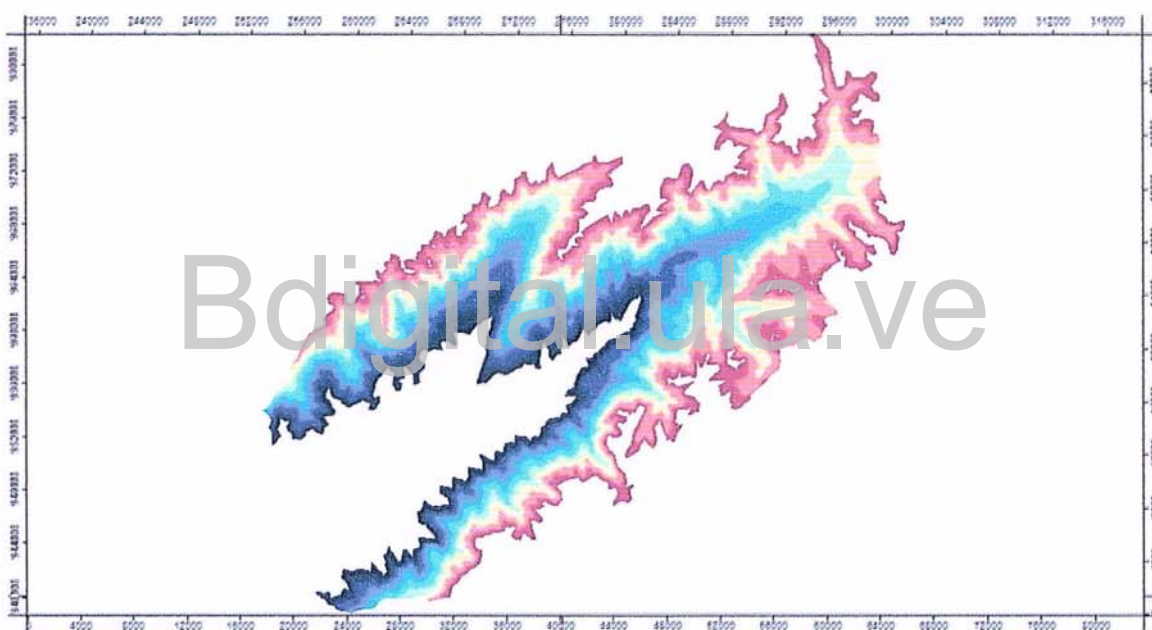


Figura 4.25 MDE elaborado por IDW10 para la cuenca completa corregido por la ecuación obtenida por mínimos cuadrados generales

La tabla 4.21 muestra un resumen de las estadísticas básicas entre el modelo original y el corregido. En se observa la diferencia de la media aritmética, el mínimo y el máximo entre los dos valores es de aproximadamente de 4m.

Tabla 4.21 Resumen estadísticos (Modelo original y Modelo Corregido)

Model	Minimo (m)	Maximo (m)	Rango (m)	Arithmetic Mean	Standard Deviation
Inverse Distance Weighted10	2172	4211	2038	3320	516
Correccion (Inverse Distance Weighted)10	2175	4215	2040	3324	516

4.3 Comparación de la precisión alcanzada:

Al fin de compara la precisión de los datos de los MDE corregidos, se realizo una comparación, y se estimo el error, utilizando el modelos digital de elevación de la nasa 90x90 y cada uno de los modelos corregidos, la figura 4.26 muestra a la distribución espacial del error para el modelo global, valle y pie de monte.

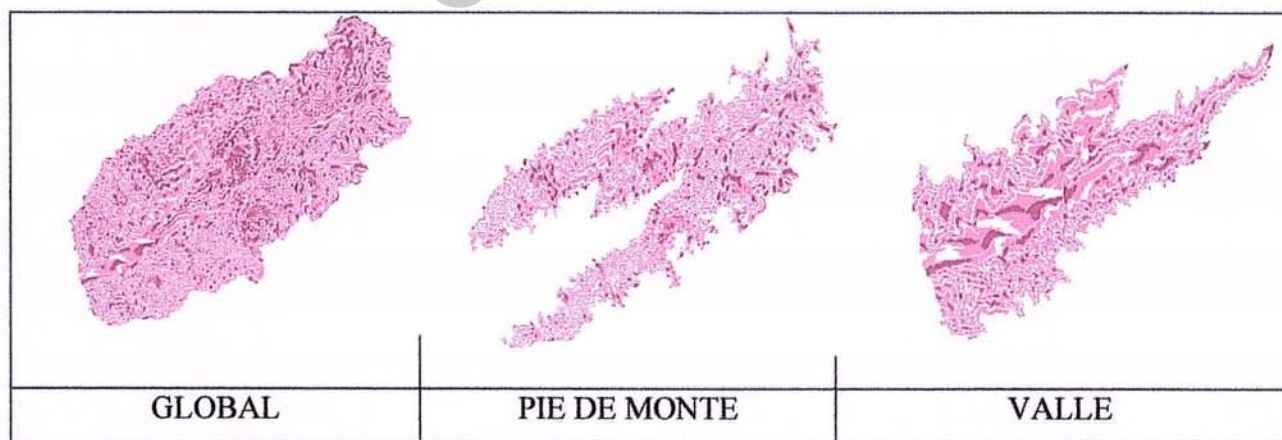


Figura 4.26 Distribución espacial del error

Los siguientes histogramas muestran como se organizan los errores, observándose que en todos los casos los errores predominantes fueron de 25-100 m, siendo un poco mayor para el modelo global, y llegándose a obtener para el caso de pie de monte menor distribución para

dichos valores, lo que me puede indicar que este modelo corregido es el mas optimo. (Figuras 2-27, 2-28, 2-29).

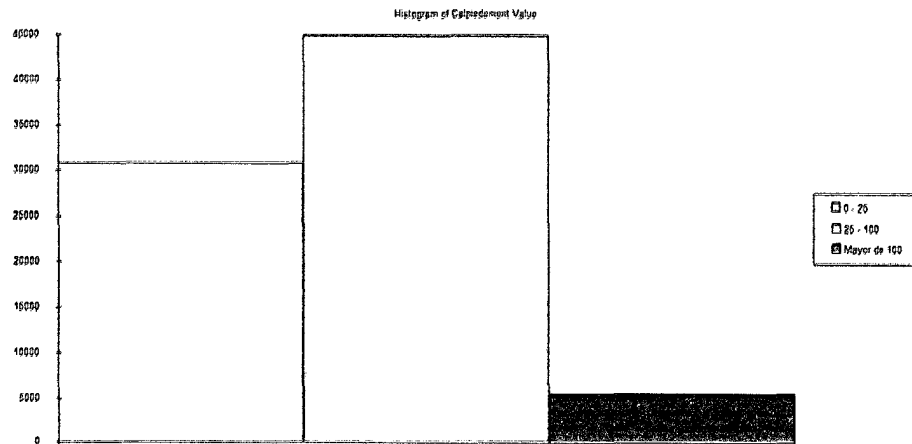


Figura 4.27 Histograma Modelo Pie de Monte.

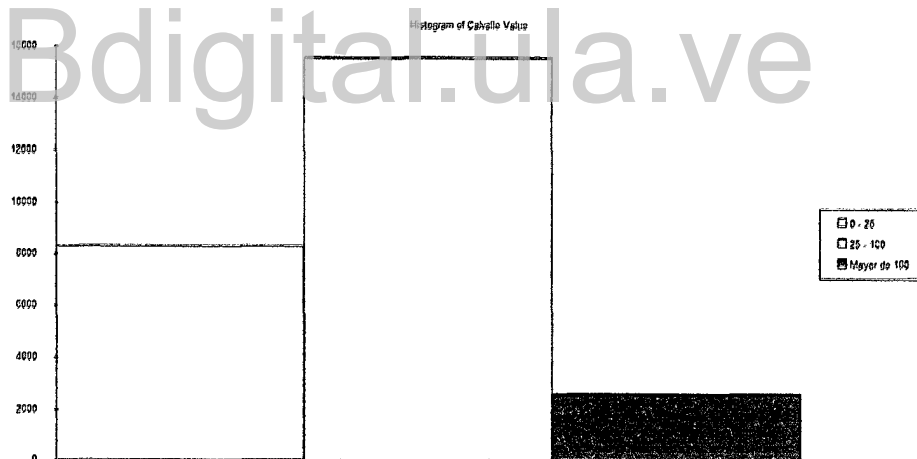


Figura 4.28 Histograma Modelo Valle

Capítulo 4 Estimación y corrección de Modelos Digitales de Elevación para la Cuenca alta del Chama y para distintas posiciones geomorfológicas ubicadas dentro de la Zona de estudio.

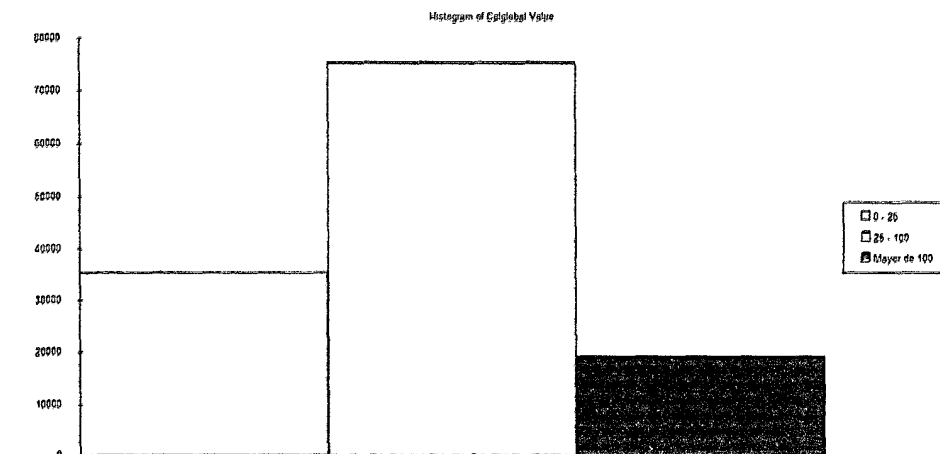


Figura 4.29 Histograma Modelo Global.

Tabla 4.22 Estadísticas en la distribución del error

	Global	Pie de Monte	Valle
Estadístico			
Valor mínimo	0	0.00048	0.015
Valor máximo	302	265	190
Valor medio	55	42	49
Desviación estándar	45	20	22
Varianza	2025	400	484

La tabla anterior 4.22 muestra las estadísticas para cada uno de los Modelos, luego de realizar las comparaciones entre el modelo de la nasa 90x90 y el modelo corregido, observándose que el valor mas destacado es la desviación estándar, ya que me indica el grado de dispersión de los datos con respecto al valor promedio. Dicho de otra manera, la desviación estándar es simplemente el "promedio" o variación esperada con respecto a la media aritmética, y puede ser interpretada como una medida de incertidumbre. En la tabla me muestra que para el caso del modelo Global el valor de incertidumbre es mucho mayor que para los modelos geolocalizados.

CAPITULO V

Conclusiones y Recomendaciones

Tabla 5.1 Resumen de correcciones por Método Global y Geolocalización

Zona	Método	Ecuación	EMC (m)	AIC	Observaciones
Global	IDW10	$Z_r = 0.993584Z_i$	72	562	Se logró ajustar la corrección por mínimos cuadrados generales
Valle	IDW10	$Z_r = 1.002713Z_i$	24	192	Se logró ajustar la corrección por mínimos cuadrados generales
Pico	IDP50	$Z_r = 0.991753Z_i$ (Ecuación obtenida por mínimos cuadrados generales)	42	430	No se ajustó la corrección por mínimos cuadrados generales, por lo que se sospecha q no es una geolocalización uniforme
Pie de monte	IDW10	$Z_r = 1.001103Z_i$	25	181	Se logró ajustar la corrección por mínimos cuadrados ordinarios, por mínimos cuadrados generales.

De la tabla 5.1 se obtiene que:

- De todos los métodos probados en la cuenca del Chama, el Inverso de la distancia es el mejor método para la generación de Modelos Digitales de Elevación. La única zona en donde no salió elegido el método distinto del inverso de la distancia con 10 puntos máximos de interpolación es el de Picos.
- Error medio cuadrático (EMC), para la interpolación de la cuenca en general, se dispara debido a la influencia de la zona de Picos.

- Dado que el mejor método es el Inverso de la distancia, siendo el más común el inverso de distancia de radio de búsqueda con 10 puntos, lo que hace sospechar, que hay un patrón de variación espacial muy elevado en corto espacio.
- Se distinguió que en la geolocalización Pico, el método que mejor se ajustó fue el Inverso de la Distancia elevado a la Potencia de 50 puntos. Sin embargo se sospecha que esta geolocalización, no es homogénea.
- Para la zona de el Valle y Pie de Monte se pudo seleccionar una ecuación ajustada por mínimos cuadrados generales, ya que se observó una organización espacial de los datos.
- Probablemente la corrección ajustada por mínimos cuadrados generales seleccionada para toda la cuenca alta del Chama está influenciado por:
 - o El patrón de organización natural del valle, ya que puede estar minimizando el error de las otras zonas.
 - o Pareciera que la zona de Picos si tiene un patrón de organización espacial (sin embargo este pareciera heterogéneo), el debe influenciar el patrón de organización general.
- Se recomienda evaluar, si la zona de Picos es en realidad es una localización heterogénea; debería utilizarse otro tipo de información y nuevos criterios para redefinir esta geolocalización.
- Recuérdese que este estudio está enfocado a la evaluación y corrección de los modelos digitales de elevación a escala 1:100.000 es muy probable que si se usan datos a distintas escalas, el patrón de organización de los datos sea distinto.
- Podría asumirse que la corrección de la cuenca del Chama General a pesar que el valor del criterio de Akaika el cual me indica la calidad de la corrección, es un valor alto, ya que este puede estar influenciado por la no autocorrelación de la zona de Pie de Monte y la heterogeneidad de Picos
- Es de notarse que en la zona global, el error medio cuadrático supera el error tolerado para una carta 1:100.000 (25m). Estar influenciado, la variación espacial de la zona Pico.

- Las curvas de nivel con que se trabajaron no poseen una equidistancia correcta que si fuera menor probablemente el error seria menor, sin embargo estas curvas cumplen con la normativa de cartografía nacional
- Se recomienda partir un MDE en varios pedazos fisiográficamente, evaluar errores, corregir y luego reensamblarlos.
- Luego de realizar la comparación entre el modelo de la NASA 90x90 y los modelos corregidos, se pudo observar que:
 - o El modelo Pie de Monte obtuvo una distribución de error para el rango de 25-100 menor que los otros dos modelos (Global y Valle), por lo cual se podría considerar el modelo Pie de Monte, como el modelo mejor corregido.
 - o La desviación estándar interpretándose como el nivel de incertidumbre en los datos, resulto ser mayor y casi el doble para el caso del Global, resultado que se esperaba y que afianza la metodología, de que es mejor separar un MDE en piezas, para así realizar una mejor corrección.
- Es importante destacar que si se tuviesen curvas de nivel con menor equidistancia y mayor numero de puntos de control, los resultados serán mucho mas precisos, y por lo tanto las correcciones mas óptimas.

Apéndice I

Regresión por mínimos cuadrados generales

- 1- Se abre el paquete rcmdr y que es el rcomander
- 2- Se abre el paquete spdep el cual permite abrir la data (abrir en data/import data)
- 3- En la ventana r comder ir a data importar y se selecciona el documento
- 4- Se le da un nombre a la data, por medio del siguiente comando
`RegModel.1 <- lm(Zr~Zi, data=globaa)`
`summary(RegModel.1)`

dicho comando calcula la regresión lineal por el método de mínimos cuadrados convencional

Call:

```
lm(formula = Zr ~ Zi, data = global)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-191.239	-46.568	1.102	38.621	196.813

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-17.783127	26.919456	-0.661	0.511
Zi	0.998815	0.008282	120.596	<2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 69.99 on 73 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.995, Adjusted R-squared: 0.9949

F-statistic: 1.454e+04 on 1 and 73 DF, p-value: < 2.2e-16

- 5- Se observa que el error estandar del intercepto es muy alto, por lo que se procede a aplicar este metodo suponiendo que la relacion es uno a uno y se elimina el intercepto, obteniendose lo siguiente al aplicar los comandos que se presentan:

```

> RegModel.2 <- lm(Zr~Zi-1, data=global)
> summary(RegModel.2)

Call:
lm(formula = Zr ~ Zi - 1, data = global)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-187.10  -49.23   -0.32   40.53  196.77

Coefficients:
    Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
Zi  0.993596   0.002477   401.2   <2e-16 ***---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 69.72 on 74 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9995, Adjusted R-squared:  0.9995
F-statistic: 1.609e+05 on 1 and 74 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

- 6- El valor de r cuadrado aumenta por lo que la ecuación obtenida es mucho más significativa, pero aplicando una regresión lineal general especial podemos obtener un menor error, por lo que se procede a aplicar un semivariograma, de la siguiente forma:

a. Se abren los siguientes paquetes

```

> library(zoo)
> library(lmtest)

```

b. Se escriben los siguientes comandos y se obtiene:

```

Breusch-Pagan test
data:  Zr ~ Zi
BP = 1.038, df = 1, p-value = 0.3083
> regre.mco=glS(Zr~Zi-1,data=global)

> summary(regre.mco)
Generalized least squares fit by REML
Model: Zr ~ Zi - 1

```

```
Data: global
      AIC      BIC    logLik
862.674 867.2822 -429.337
```

Coefficients:

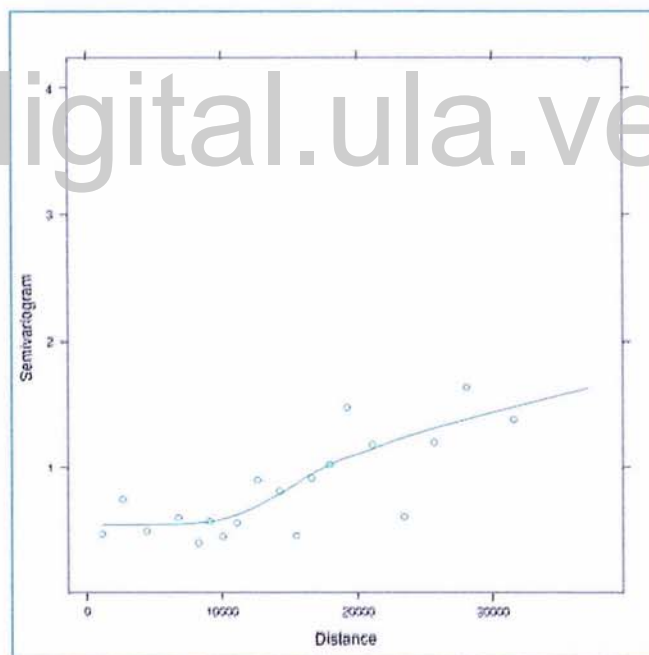
	Value	Std.Error	t-value	p-value
Zi	0.9935958	0.002476861	401.1513	0

Standardized residuals:

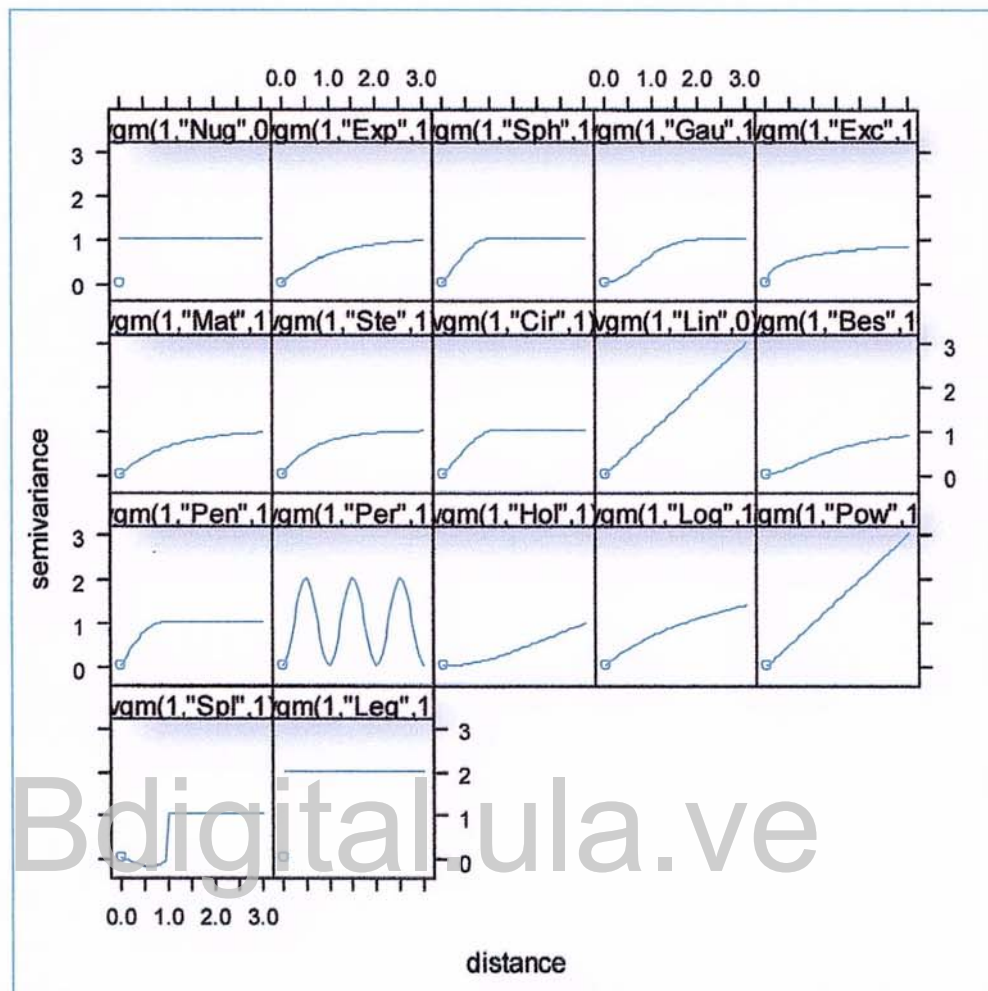
	Min	Q1	Med	Q3
Max	-2.683685460	-0.706063352	-0.004597046	0.581400260
	2.822417932			

Residual standard error: 69.71838

Degrees of freedom: 75 total; 74 residual



En esta figura se observa que los puntos varían entorno a una línea de regresión similar a la gaussiana, esto se verifica en la figura donde se muestran los ejemplos de las posibles funciones



7- Se aplica la regresión

```
> regre.corr=glms(Zr~Zi-
1,data=global,correlation=corGaus(form=~x+y, nugget=TRUE,
metric="euclidean"))
> summary(regre.corr)
Generalized least squares fit by REML
Model: Zr ~ Zi - 1
Data: global
      AIC      BIC    logLik
866.6732 875.8895 -429.3366
```

Correlation Structure: Gaussian spatial correlation

Formula: ~x + y

Parameter estimate(s):

range	nugget
104.1577773	0.1037810

Coefficients:

	Value	Std.Error	t-value	p-value
Zi	0.9935843	0.002470890	400.8183	0

Standardized residuals:

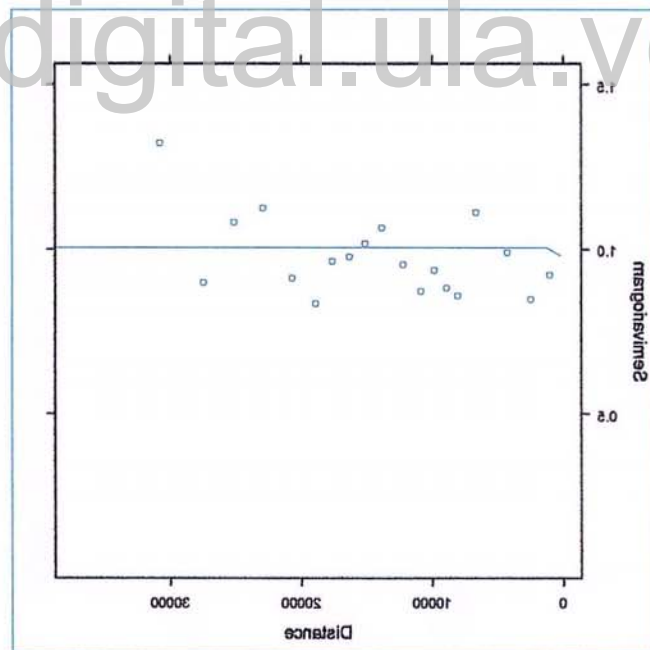
	Min	Q1	Med	Q3
Max	-2.682967490	-0.705496474	-0.003964739	0.582097725
	2.822950316			

Residual standard error: 69.71906

Degrees of freedom: 75 total; 74 residual

Ahora se grafica de nuevo el variograma y se observa q es lineal

```
plot(Variogram(regre.corr, form=~x+y))
```



REFERENCIAS

- Arya, S., D. M. Mount, N. S. Netanyahu, R. Silverman, and A. Y. Wu. An Optimal Algorithm for Approximate Nearest Neighbor Searching in Fixed Dimensions. *Journal of the ACM*, vol. 45, no. 6, pp. 891-923.
- Barrios A., Pacheco C., López (2003). Modelo digital de elevación con fines hidrológicos a partir de curvas de nivel en una cuenca de montaña: evaluación de factores de escala. Tesis, Universidad de los Andes. Mérida Venezuela.
- Berry, J.K. (1993) *Beyond Mapping: Concepts, Algorithms and Issues in GIS*. Fort Collins, CO: GIS World Books.
- Bolstad, P. (2005) *GIS Fundamentals: A first text on Geographic Information Systems*, Second Edition. White Bear Lake, MN: Eider Press, 543 pp.
- Bosque Sendra, J. (1992) *Sistemas de Información Geográfica*. Rialp. Madrid.
- Burrough, P.A. and McDonnell, R.A. (1998) *Principles of geographical information systems*. Oxford University Press, Oxford, 327 pp.
- Buzai, G.D.; Baxendale, C.A. (2006) *Análisis Socioespacial con Sistemas de Información Geográfica*. Buenos Aires, Lugar Editorial, 400 pp.
- Calvo, M. (1992) *Sistemas de Información Geográfica Digitales: Sistemas geomáticos*. IVAP-EUSKOIKER, Oñati, 616 pp.
- Chang, K. (2007) *Introduction to Geographic Information System*, 4th Edition. McGraw Hill.
- Ferrer C., Laffaille J. (2005), Un estudio de amenazas múltiples en la cuenca media del río Chama (Andes centrales Venezolanos): caso zanjón El Paraíso. *Revista Geográfica Venezolana*. Número Especial: 93-117.

- Flannigan, M. D., B. M. Wotton, (1989) A study of interpolation methods for forest fire danger rating in Canada. Canadian Journal of Forest Research. 19:1059-1066.
- Franz Aurenhammer (1991). Voronoi Diagrams - A Survey of a Fundamental Geometric Data Structure. ACM Computing Surveys, 23(3):345-405.
- Lam, N.S. (1983). "Spatial interpolation methods: A review". The American Cartographer, 10(2):129-149.
- Maguire, D.J., Goodchild M.F., Rhind D.W. (1997) "Geographic Information Systems: principles, and applications" Longman Scientific and Technical, Harlow.
- Ott, T. and Swiaczny, F. (2001) Time-integrative GIS. Management and analysis of spatio-temporal data, Berlin / Heidelberg / New York: Springer.
- Pacheco C., Barrios A. (2004) Evaluación de métodos de interpolación en la construcción de un modelo digital de elevación con fines hidrológicos: aplicación en una cuenca andina de montaña. Revista Forestal Venezolana N°48 Vol. 2.
- Pacheco C. (2003). Evaluación de factores de escala en los Métodos de digitalización e interpolación para la elaboración de un modelo digital de elevaciones (MDE) en cuencas montañosas. Tesis, Universidad de Los Andes, Merida, Venezuela.
- Rodriguez M (2008). Determinación de la capacidad de carga para regadío de la cuenca alta del río Chama a través de modelamientos hidrológicos. Tesis, Universidad de Los Andes, Merida, Venezuela.
- Samet, H. (2006). Foundations of Multidimensional and Metric Data Structures. Morgan Kaufmann.
- Sibson, R. (1981). "A brief description of natural neighbor interpolation (Chapter 2)". In V. Barnett. Interpreting Multivariate Data. Chichester: John Wiley. pp. 21-36.
- Silva G (1999) Análisis hidrográfico e hipsométrico de la cuenca alta y media del río Chama, estado Mérida, Venezuela. Revista geográfica venezolana, ISSN 1012-1617, Vol. 40, N° 1 (S), 1999, pags. 9-42

- **Thurston, J., Poiker, T.K. and J. Patrick Moore. (2003) Integrated Geospatial Technologies: A Guide to GPS, GIS, and Data Logging. Hoboken, New Jersey: Wiley.**
- **Tomlin, C.D. (1990) Geographic Information Systems and Cartographic Modeling Prentice Hall, 249 pp.**
- **Tomlin, C.D. (1991) Geographic Information Systems and Cartographic Modelling. Prentice Hall. New Jersey.**
- **Tomlinson, R.F., (2005) Thinking About GIS: Geographic Information System Planning for Managers. ESRI Press. 328 pp.**
- **Tooley, R.V. & Bricker, C. (1999) A History of Cartography: 2500 Years of Maps and Mapmakers**
- **Vilchez J. (2000). Evaluación de la exactitud de los modelos de elevación digital (MED) de mall**
- **a regular generados a partir de curvas de nivel. Revista geográfica venezolana, ISSN 1012-1617, Vol. 41, N° 2, 2000, pags 239-256**
- **Weidner V., Forstner W. (1995) Towards automatic building extraction from high-resolution digital model. International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 36 (3/W49B)**
- **Wheatley, David and Gillings, Mark (2002) Spatial Technology and Archaeology. The Archaeological Application of GIS. London, New York, Taylor & Francis.**
- **Wise, S. (2002) GIS Basics. London: Taylor & Francis.**
- **Worboys, Michael, and Matt Duckham. (2004) GIS: a computing perspective. Boca Raton: CRC Press.**