REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
VICERRECTORADO ACADÉMICO
CONSEJO DE ESTUDIOS DE POST GRADO
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
DOCTORADO EN EDUCACIÓN

CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA DEL ESTUDIANTE PARA PROFESOR DE MATEMÁTICA

Tesis Presentada como requisito parcial para optar al
Grado de Doctor en Educación

Autor: Oscar Guerrero Contreras
Tutor: Dr. Salvador Llinares Ciscar

Mérida, septiembre de 2014

Dedicatoria

A Dios y la Virgen, por su presencia y poder infinito

A mi amada María Elena, mi amor, fuente inagotable de amor, dulzura, perseverancia, bondad, paciencia y solidaridad... eres la luz de mi vida

A mis dos hijos, Osmar Daniel y José Gregorio, fuente de inspiración y orgullo, gracias por darme ese regalo tan hermoso de ser papá... los amo... son la continuación de mi amor hacia Ustedes y mi María Elena... este logro es para Ustedes.

A mis amados Padres: Luis Alberto y Emérita, por sus enseñanzas y ejemplos, siempre los tengo en mi corazón...y mis queridos hermanos y hermanas.

Agradecimiento

A la Ilustre Universidad de Los Andes, en su incansable lucha por dejar que sus miembros universitarios puedan brillar...

Al tutor de mi tesis: Dr. Salvador Llinares Ciscar, por su incansable esfuerzo y ejemplo, en darme a conocer lo interesante y maravilloso que es el proceso de aprendizaje y su influencia en la formación docente y la Educación Matemática. Por su dedicado y constante acompañamiento y apoyo académico sin el cual no habría sido posible culminar esta investigación. Gracias por su generosidad y humanidad. Es un honor conocerlo.

Al Dr. Aníbal León, Dra. Leonor Alonso y María Begoña, pilares fundamentales del Programa del Doctorado en Educación de la Ilustre Universidad de Los Andes.

A los Profesores del Programa del Doctorado en Educación de la Ilustre Universidad de Los Andes, gracias por sus enseñanzas.

Al Programa del Doctorado de Formación en Investigación Didáctica: Didáctica de la Matemática del Departamento de Innovación y Formación Didáctica de la Universidad de Alicante, Alicante, España, por haberme permitido aprender un cumulo de experiencias con un excelente grupo: Dr. Salvador Llinares, Dra. Carmen Penalva, Dra. Julia Valls, Dr. Germán Torregrosa, Dra. María Luz Callejo y la Dra. Ceneida Fernández.

Al Dr. Ángel Antúnez por sus observaciones y sugerencias en pro de nutrir y mejorar la tesis. Gracias por compartir sus experiencias.

Al Dr. Edixon Chacón, por sus indicaciones e ideas en la búsqueda de la verdad. Gracias por su apoyo.

Al Prof. Alfonso Sánchez, Vicerrector – Decano de nuestra Universidad de Los Andes, Núcleo Universitario *Dr. Pedro Rincón Gutiérrez*, Táchira – Venezuela, por su apoyo y orientaciones para seguir las pautas y normas de orden administrativas. Gracias por su amistad, apoyo y atención que me obsequió en su tiempo.

Al Dr. Omar Pérez, Coordinador Administrativo de nuestra Universidad de Los Andes, Núcleo Universitario Dr. Pedro Rincón Gutiérrez, Táchira – Venezuela, por su constante apoyo hacia el logro de tan importante meta de mi vida personal y académica.

Al Dr. Armando Santiago, por sus enseñanzas oportunas. Muchas gracias por sus sabias palabras.

Índice

Lista de Tablas

Lista de Figuras

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
VICERRECTORADO ACADÉMICO
CONSEJO DE ESTUDIOS DE POST GRADO
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
DOCTORADO EN EDUCACIÓN

CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA DEL ESTUDIANTE PARA PROFESOR DE MATEMÁTICA

Autor: Oscar Guerrero Contreras
Tutor: Dr. Salvador Llinares Ciscar

Resumen

Esta investigación se propone responder las siguientes interrogantes: ¿Qué aprenden y cómo aprenden los estudiantes para profesor de matemática a través de la interacción en el análisis de segmentos de enseñanza de la matemática proporcionada mediante los videos en un entorno virtual? Desde una perspectiva sociocultural, se hace énfasis en el papel de la participación y el discurso en la construcción del conocimiento de la enseñanza de la matemática del estudiante para profesor de matemática (Wenger, 2001). Participaron 23 estudiantes para profesor de matemáticas de educación secundaria (9 alumnas y 14 alumnos) en un entorno de aprendizaje b-learning el cual integra debates virtuales, herramientas conceptuales y video, y centrados en el análisis de la enseñanza de la matemática, en particular del desarrollo de la competencia matemática en alumnos de educación secundaria. El análisis de las participaciones en los debates virtuales y la resolución de las tareas han permitido caracterizar el aprendizaje del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática como un cambio en el discurso de los estudiantes para profesor de matemática. Este cambio se puso de manifiesto por la integración de manera gradual del conocimiento de didáctica de la matemática en la interpretación de la enseñanza de la matemática presentada en el video. Los resultados indican que las participaciones a los debates en forma de concuerda, concuerda y amplia, discrepa o discrepa o amplia favorecieron el proceso de instrumentalización de las herramientas conceptuales provenientes de la didáctica de la matemática.

Palabras clave: *construcción del conocimiento, aprender a enseñar matemática, formación inicial del profesor de matemática.*

Introducción

La formación de profesores, en general, y particularmente la formación de profesores de matemática se han convertido en campo emergente de estudio e investigación. Esta situación de alguna manera se refleja en los programas de formación que apuntan al desarrollo de diversas competencias docentes dirigidas al proceso de "aprender a enseñar" y, además, al aprendizaje desde la práctica (Llinares y Krainer 2006).

Sin embargo, algunos autores como Cid-Sabucedo, Pérez-Abellás y Zabalza (2009) y Marcelo (2001) señalan que dicha formación es insuficiente y obsoleta con marcada presencia de la clase magistral y patrones rígidos y convencionales que no contribuyen a la formación de competencias necesarias para aprender a enseñar matemática. Por ello, la formación del profesor de matemática, se ha convertido, en algunos casos, en una enseñanza focalizada en la repetición de rutinas de información que apuntan a la memorización y aprendizaje sin comprensión; a la vez que se considera al futuro profesor como un receptor pasivo de los aprendizajes presentados por el docente.

En este sentido, es fundamental proporcionar ambientes de aprendizaje favorables en los cuales los estudiantes para profesor de matemática sean desafiados para aprender a enseñar conceptos y procesos matemáticos, y ampliar su comprensión de los mismos en forma significativa con el propósito de aprender a enseñar matemática. Por tanto, la problemática de la presente investigación pertenece al aprendizaje del estudiante para profesor y su relación con el conocimiento necesario para aprender a enseñar matemática durante su formación inicial (Llinares, 1998a, 1998b). Al considerar al estudiante, futuro profesor de matemática, participante activo de su propio aprendizaje.

Por consiguiente, el presente trabajo se orienta al estudio de la construcción del conocimiento necesario para aprender a enseñar matemática mediante las formas de participación de los estudiantes para profesor de matemática, además del uso de los videos y los debates virtuales

Para ello, el mismo se ha dividido en tres capítulos. El primero, se relaciona con el planteamiento problema, objetivos y justificación. El segundo, con el marco teórico referencial el cual incluye los antecedentes y las bases teóricas. En el capítulo tres relacionado con el marco metodológico, se caracteriza la investigación, su naturaleza y método, así como el contexto de donde proceden los datos (entornos de aprendizaje, entorno de aprendizaje: video, interactividad, texto, *competencia matemática y su enseñanza*: visionar videos, leer documentos, debatir), los participantes en la investigación, fuente de datos, datos y el procedimiento de análisis de datos. El capítulo IV relacionado con los resultados de la investigación, se presentan tres apartados que son: La dimensión Forma de Participación (Forma de interacción) en los debates de discusión en línea D1 y D2, Cadenas conversacionales: negociando significados en los debates en línea D1 y D2, y La dimensión epistémica: niveles de construcción de conocimiento. Uso de la información teórica para interpretar eventos de enseñanza de la matemática (Germen del desarrollo del conocimiento profesional del profesor de matemática). Finalmente, el capítulo V vinculado a la discusión y conclusiones, se concluye que los hallazgos corroboran otras investigaciones dentro de la línea de investigación del aprendizaje del profesor de matemática, y el papel que tiene la las formas de interacción para refinar los niveles de construcción de conocimiento.

Capítulo I

Problema de Investigación

> "El conocimiento de la práctica de enseñar matemáticas, ..., supone no solo poseer los instrumentos considerados como elementos técnicos y conceptuales que permiten desarrollarla, sino también tener la capacidad de construir nuevo conocimiento desde la práctica"
> (Salvador Llinares, 2004, p. 95)

El presente capítulo se organizó considerando el planteamiento del problema y la revisión de la literatura. En el planteamiento del problema se consideró su definición, las preguntas y los propósitos que guían la investigación. En relación con la revisión de la literatura se consideraron la formación inicial del profesor de matemática y los antecedentes. Esta revisión hace referencia tanto a trabajos teóricos que situaron a la investigación desde una perspectiva teórica, como a un resumen del estado de la cuestión u objeto de estudio. Así mismo, busca establecer un diálogo entre las investigaciones citadas y la desarrollada por el investigador, contribuyendo a profundizar en aquellos aspectos que no se han abordado por la investigación en desarrollo y establecer sus respectivas relaciones. Finalmente, para la organización de los antecedentes se utilizó un patrón temático (Villalobos, 2003; Rodríguez, Gil y García, 1999) con sus respectivos "subtemas" que aclaren la relación entre éstos y el trabajo de investigación en desarrollo.

1.1. Planteamiento del Problema de Investigación.

1.1.1. Definición del Problema

La sociedad actual está en constantes transformaciones sociales, culturales, políticas, educativas, económicas, científicas, tecnológicas, entre otras. Tales trasformaciones permean, en algunos casos, muchas de las instituciones educativas que hacen vida en las comunidades humanas. Una de estas instituciones educativas es la universidad en la cual los cambios llegan a las aulas universitarias, en particular en la formación de profesores, no con la misma velocidad con que han sucedido estas transformaciones en la sociedad actual (Hargreaves, Earl y Ryan, 1998). Las relaciones entre la sociedad, los cambios que se dan en ella, las instituciones educativas y el conocimiento, nos llevan a reconocer el aprendizaje como un factor fundamental dentro de la formación de profesores y a la enseñanza como actividad que debe estar centrada en el aprendizaje. Es por ello, que el proceso de aprendizaje en la formación inicial no termina al culminar la misma, sino que se convierte en elemento fundamental en el desarrollo profesional del docente al considerar los cambios y avances que se dan en el conocimiento, en la educación y en la sociedad en general.

Por ello, la mejora de la práctica docente del profesor de matemática pasa por la mejora de su formación inicial. En tal sentido, compartimos lo planteado por Hargreaves, Earl y Ryan (1998):

> Los intentos por cambiar las escuelas tendrán poco o ningún impacto sobre los estudiantes a menos que afecten a la manera de enseñar de los profesores y a la forma de aprender de los jóvenes. Al igual que los estudiantes, los profesores se ven influidos en su aprendizaje por sus propios enfoques con respecto al pensamiento, su base de conocimientos, sus modelos de inteligencia, su proceso de aprendizaje,

su ambiente social y su voluntad y posibilidad de participar activamente en cualquier tipo de aprendizaje nuevo (pp. 238-239).

Por este motivo, la formación de profesores en general y de matemática en particular se ha convertido en campo emergente de estudio e investigación (Marcelo, 1994; Llinares, 1998a; Adler, Ball, Krainer y Novotna, 2005; García, 2005; Even, y Ball, 2009). En la formación inicial del profesor de matemática se han diseñado y aplicado programas de formación que apuntan al desarrollo de diversas competencias docentes dirigidas al proceso de "aprender a enseñar", y además ayudan a los estudiantes a desarrollar una variedad de competencias y conocimientos necesarios para aprender desde la práctica (Llinares y Krainer 2006; Skilling, 2001; Carr y Kemmis, 1988).

También, diversas investigaciones (Brown y Borko, 1992; Simon, 1994; Cooney, 1994; Goffree y Oonk, 1999) ponen en evidencia tres modelos de formación que dan cuenta del proceso de aprender a enseñar. El primero, se refiere al "profesor eficaz", es decir el docente aplicaba técnicas y métodos de enseñanza diseñados desde fuera por investigadores con el fin de obtener un más alto rendimiento en el alumnado. El docente sólo seguía fielmente las instrucciones que estaban impresas en los diseños curriculares a implementar por aquel. El segundo modelo, intentó validar la relación entre las características del profesor (personalidad) con el rendimiento del alumno y alumna. Allí se evidencia que la formación docente estaba más centrada en factores como número de talleres o cursos tomados por el docente, o títulos obtenidos, y su relación con el rendimiento de los alumnos. Y el tercer modelo, hace alusión al "pensamiento del profesor". Este modelo considera importante y determinante que la actuación del profesor en el aula depende de lo que piensa y sabe. Y este saber tiene que ver no solo con la disciplina a enseñar, en este caso la matemática, sino con la forma de enseñarla. Esta última implica un conocimiento didáctico del conocimiento matemático que se enseñará.

De igual manera, la construcción del conocimiento necesario para aprender a enseñar matemática esta mediado por las diversas concepciones que tienen los futuros profesores sobre la enseñanza, el aprendizaje, el conocimiento matemático, la sociedad y su vinculación con las realidades que viven con cada uno de los estudiantes que están en las aulas de clase y los centros escolares. Al respecto Thompson, (1992) muestra que las concepciones y creencias de los profesores influyen en su práctica profesional y en su actuación en el aula. Podríamos agregar que tal influencia se refleja en su construcción del conocimiento necesario para aprender a enseñar matemática. Aun cuando es tema de discusión en el capítulo II (bases teóricas), es necesario decir que considerando los aportes de la cognición situada (Brown, Collins y Duguid, 1996; Lave y Wenger, 1991) tales concepciones y por ende el conocimiento para enseñar matemática son producto del proceso constructivo y las interacciones que han vivido los docentes cuando eran estudiantes.

Por esta razón las concepciones que tienen los futuros profesores son consideradas como constructos cognitivos (Thompson, 1992; Flores, 1996, Llinares, 1998a). Al respecto, Thompson (1992) considera "Además de la noción de sistema de creencias, este capítulo se referirá a las "concepciones" de los profesores, vistas como una estructura más general, incluyendo creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias y similares" (p. 130). Igualmente, Flores (1996) considera las concepciones como "…los significados que atribuyen los estudiantes a las matemáticas y a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas" (p. 107). Por consiguiente, la construcción del conocimiento necesario para aprender a enseñar matemática esta, de alguna manera, condicionado tanto por los ambientes de aprendizaje ofrecidos por los programas de formación inicial docente como por los modelos epistemológicos predominantes en la matemática y por la forma cómo piensan los docentes y estudiantes para profesor de matemática.

Por este motivo, en el proceso de aprender a enseñar ejercen una influencia las concepciones y creencias epistemológicas que tienen los estudiantes para profesor sobre la matemática y su enseñanza (Llinares, y Sánchez, 1989; Thompson, 1992; Gil y Rico, 2003). Estos autores han observado en los estudiantes para profesor de matemática que las prácticas que realizan en sus aulas de clase están de alguna manera supeditadas a formas de ver e interpretar situaciones de enseñanza (concepciones filosóficas, epistemológicas, pedagógicas y didácticas) que de alguna manera sirven de filtros para el análisis, la interpretación y la realización de su práctica docente; y en consecuencia en el proceso de llegar a ser un profesor de matemática (proceso de aprender a enseñar).

En otro orden de ideas, algunos autores (Brown y Borko, 1992; Marcelo, 2001; Díaz-Barriga y Hernández, 2002) han señalado cómo algunas perspectivas de formación docente han convertido la tarea de enseñar en repeticiones de rutinas de información que apuntan a la memorización y aprendizaje sin comprensión (Stone, 1999). Asimismo, se ha corroborado en la formación inicial del profesorado la desvinculación de la teoría con la práctica. Por un lado, está la formación académica y por otro, la realidad presente en las aulas de clase a la que van los estudiantes para profesor, dejando de lado que la competencia profesional requiere tanto del conocimiento teórico como de la experiencia práctica (Hernández y Sancho, 1993; Bromme y Tillema, 1995). Al mismo tiempo, Cid-Sabucedo, Pérez-Abellás y Zabalza (2009) puntualizan el predominio de la clase magistral y la enseñanza tradicional en la educación superior focalizada en la relación profesor contenido.

Al respecto, Marcelo (2001) señala: "Una formación inicial que es insuficiente en muchos países en el caso del profesorado de educación infantil y primaria, y que es marcadamente obsoleta en lo que respecta al profesorado de educación secundaria, incluyendo bachillerato y ciclos formativos" (p. 533). También, León (2007) al referirse a la formación profesional docente señala: "Las modalidades y programas de formación profesional docente parecieran anclarse aún en patrones rígidos convencionales y clásicos" (p. 199). De igual manera, Moreno y Azcarate (2001) señalan, en relación con la enseñanza de la matemática en la universidad, la presencia de la clase magistral como principal medio de enseñanza, y la consideración del estudiante para profesor de matemática como un receptor pasivo del discurso del profesor.

Se corrobora entonces, en primer lugar, que la enseñanza en la formación inicial del profesorado está enmarcada en la clase magistral, reducida al manejo de algoritmos y procedimientos mecánicos; en segundo lugar, la consideración del futuro profesor como un receptor pasivo de los aprendizajes presentados por el docente. Así, el proceso de aprender a enseñar está matizado, en algunos casos, por prácticas docentes de parte de los formadores que no contribuyen al desarrollo de competencias docentes que ayuden a cambiar las concepciones que tienen los estudiantes para profesor de matemática sobre la enseñanza, el aprendizaje y la matemática. (Cos y Valls, 2006; Sánchez y Llinares, 2002).

De igual manera, a lo largo de las investigaciones relacionadas con la formación del profesorado en general (Rué, 1996; Contreras, 1996; Santos, 2000) y del profesorado en matemática, en particular (Bosch, y Gascón, 2001; Llinares, 1998b, 2000; Flores, 2003; Penalva, Rey y Llinares, 2013) se aprecia una creciente preocupación por el aprendizaje del estudiante para profesor y de la actuación profesional del profesor. Así, se hace necesario proporcionar ambientes de aprendizaje favorables en los cuales los estudiantes para profesor de matemática sean desafiados para aprender a enseñar conceptos y procesos matemáticos y ampliar su comprensión de los mismos en forma significativa con el propósito de aprender a enseñar matemática. Por ello, los programas de formación deben promover en los estudiantes para profesor el desarrollo de competencias necesarias para aprender a enseñar matemática (Llinares y Valls, 2009). Tales competencias, requeridas para aprender desde la práctica, permiten el análisis y la identificación de eventos y aspectos que suceden en la enseñanza.

En este sentido, el proceso de aprender a enseñar hace referencia a la activación de los procesos constructivos por parte del aprendiz que se dan en situaciones de aprendizaje y enseñanza. Se hace pues necesario que los estudiantes para profesor experimenten y validen en las instituciones universitarias nuevas formas de aprender a enseñar, permitiendo así la construcción de un modelo personal y profesional que implique no sólo que este aprenda sino que aprenda a enseñar matemática. Es decir, se hace necesario crear oportunidades de aprendizaje a los estudiantes para profesor de matemáticas que los prepare a aprender desde la práctica de enseñar matemática.

Otra perspectiva de formación inicial es aquella que utiliza las clases grabadas en video para ayudar a los estudiantes para profesor a desarrollar competencias docentes necesarias para aprender a enseñar matemática (Llinares y Valls, 2009). Tales competencias requeridas para aprender desde la práctica permiten analizar e identificar eventos y aspectos que suceden en la enseñanza. Por ello, estos ambientes de aprendizaje al ser combinados con videos, herramientas conceptuales y debates virtuales les permiten a los estudiantes para profesor de matemática aprender a "ver" y a reflexionar sobre situaciones de enseñanza que ocurren en los salones de clase, convirtiéndose así el aprender en un acto de enseñanza.

En consecuencia, es necesario investigar la manera como el estudiante para profesor de matemática conforma y construye conocimiento sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje a partir de contextos de interacción (debate virtual), video y el uso de los principios y herramientas conceptuales proporcionadas por la didáctica de la matemática (Castro, 2001; Chamorro, 2006; D'Amore, 2006; Llinares, 2012; Linares y Sánchez, 1988; Penalva y Llinares, 2011; Rico, 1997b). De igual manera, es pertinente desarrollar investigación que permita el entendimiento, interpretación y el análisis sobre qué y cómo aprenden los futuros profesores de matemática en ambientes de aprendizaje que combinan estos elementos (video, debates virtuales y herramientas conceptuales) en relación con el conocimiento necesario para aprender a enseñar matemática. Por consiguiente, el que los estudiantes para profesor de matemática comprendan lo que sucede en las aulas de clase se relaciona con la promoción de una perspectiva interpretativa de la enseñanza de la matemática en los programas de formación inicial (Llinares, 2006b, 2009).

En este sentido, la presente investigación tiene que ver con el aprendizaje del estudiante para profesor de matemática, la cual está enmarcada dentro de la línea de investigación de la Educación Matemática, considerada esta última como una disciplina científica (Gascón, 1998; Godino, 2010; Lesh y Sriraman, 2010; Mora, 2001; Zambrano, 2004). La problemática del aprendizaje del estudiante para profesor está relacionada con el conocimiento necesario para aprender a enseñar matemática dentro de su formación inicial (Llinares, 1998b). Aprender a enseñar matemática, en el contexto de la formación inicial, es un proceso en el que se toma la experiencia personal desarrollada a lo largo del paso del estudiante en las aulas de la escuela y la universidad. Además, dicho proceso considera al estudiante, futuro profesor de matemática, participante activo de su propio aprendizaje.

Por tanto, uno de los ámbitos curriculares en el que se ha centrado la educación matemática es en el desarrollo de la competencia matemática (Bishop, 1999; D´Amore, Godino y Fandiño, 2008; Llinares, 2005b, 2006a, 2013; Niss, 2002; Rico y Lupiañez, 2008) tanto en la educación primaria como educación media. Esto ha hecho que algunos de los movimientos de reforma en la enseñanza de la matemática se ha focalizado principalmente en cómo mejorar su enseñanza, que aspectos de la enseñanza influyen en el desarrollo de las diferentes dimensiones de la competencia matemática relativa a tópicos específicos de matemática escolar (De la Fuente, 2012; Penalva y Llinares, 2011; Valls y Llinares, 2011). Por otro lado, hay un creciente interés en las investigaciones educativas por la formación de profesores de matemática (Adler, Ball, Krainer, Lin y Novotna, 2005; Borba y Llinares, 2012; Peressini, Borko, Romagnano, Knuth y Willis, 2004) y por caracterizar los procesos de aprendizaje relacionados con la enseñanza de la matemática. Es decir, qué y cómo aprenden los estudiantes para profesor a identificar e interpretar aspectos relevantes de la enseñanza de la matemática relacionada con el desarrollo de la competencia matemática e interactuando en entornos de aprendizaje virtual que integran videos, información teórica y debates virtuales.

En virtud de lo anterior, el presente trabajo se orienta al estudio de la construcción del conocimiento necesario para aprender a enseñar matemática mediante las formas de participación de los estudiantes para profesor de matemática, además del uso de los videos y los debates virtuales. También, enfatiza en el uso de las herramientas conceptuales y teóricas proporcionadas por la investigación en la didáctica de la matemática sobre la competencia matemática en el análisis de eventos de enseñanza con el propósito de aprender a ver la enseñanza de la matemática desde una perspectiva interpretativa.

1.1.2. Preguntas de Investigación

Esta investigación se propone responder las siguientes interrogantes:

1. ¿Qué aprenden los estudiantes para profesor de matemática a través de la interacción en el análisis de segmentos de enseñanza de la matemática proporcionada mediante los videos?

1.1. ¿Cuáles son los niveles de construcción del conocimiento de los estudiantes para profesor de matemática?

1.2. ¿Cuál es la calidad del discurso de los estudiantes para profesor de matemática?

1.3. ¿Cómo relacionan los estudiantes para profesor de matemática las evidencias empíricas, que están en los segmentos de enseñanza del video, con las ideas teóricas o herramientas conceptuales proporcionadas por la Didáctica de la matemática?

2. ¿Cómo aprende el estudiante para profesor de matemática a analizar segmentos de enseñanza proporcionada con videos en un entorno virtual?

2.1. ¿Cómo es la forma de participación de los estudiantes para profesor de matemática en el debate virtual?

3. ¿Cómo es la relación entre la forma de participar en los debates virtuales y los niveles de construcción de conocimiento de los estudiantes para profesor de matemática?

Las preguntas de investigación planteadas orientarán la búsqueda de datos que permitirán la interpretación y profundización sobre la construcción del conocimiento relacionado con la enseñanza de la matemática del estudiante para profesor de matemática.

En general, la finalidad de la presente investigación es ayudar a la comprensión, tanto teórica como práctica, sobre qué y cómo aprenden los estudiantes para profesor de matemática, mediante el uso de las herramientas conceptuales, el vídeo y la interactividad proporcionada por los entornos de aprendizaje.

1.1.3. Propósitos de la Investigación

La finalidad de la presente investigación es coadyuvar a la comprensión, tanto teórica como práctica, sobre cómo aprenden y qué aprenden los estudiantes para profesor de matemática a través de la interacción en el análisis de segmentos de enseñanza de la matemática proporcionada con los videos desde una perspectiva sociocultural, considerando las herramientas conceptuales proporcionadas por la didáctica de la matemática, el video y la interactividad que proporciona los entornos de aprendizaje.

Considerando lo anteriormente planteado, los propósitos de la presente investigación, en función de las preguntas de investigación, son los siguientes:

1. Analizar la forma como participan los estudiantes para profesor de matemática en el debate virtual.

2. Caracterizar los niveles de construcción del conocimiento de los estudiantes para profesor de matemática cuando participan en el debate virtual

3. Analizar la relación entre la forma de participar en los debates virtuales y los niveles de construcción de conocimiento de los estudiantes para profesor de matemática.

1.1.4. Justificación

La presente investigación se justifica, entre otras razones, por las siguientes:

• Los rendimientos estudiantiles obtenidos por los alumnos y alumnas de las diversas instituciones educativas (Machado, Froemel, Mella, Cusato y Palafox, 2002; McKinsey, 2007; Mora, 2004, 2005b; Planchart, Garbin y Gómez-Chacón, 2005; González, 2008) de alguna manera están influenciados por la manera como aprende a enseñar el profesor de matemática en su formación inicial. En efecto, mejorar el aprendizaje de los estudiantes pasa por formar en el docente capacidades que le ayuden a interpretar lo que sucede en aula y actuar en consecuencia. Por ello, es importante la comprensión del proceso de construcción de "aprender a enseñar" generado en los programas de formación inicial de los profesores de matemática.

• Las participaciones del estudiante para profesor de matemática en los debates virtuales deben ser caracterizadas con el fin de comprender cómo actúa y cómo piensa en estos espacios sociales de interacción. Siendo oportuno comprender en estos espacios la relación de los aspectos individuales y sociales del aprendizaje y la vinculación de la teoría con la práctica en esta aproximación de formación inicial del profesor de matemática.

• La caracterización de las formas de participación de los estudiantes para profesor de matemática en los debates virtuales contribuiría a una intervención más adecuada en la formación inicial de los profesores de matemática y a considerar la información teórica aportada por la didáctica de la matemática como instrumentos conceptuales que ayuden al estudiante para profesor a la reflexión y a la toma de decisiones prácticas frente a la complejidad de los eventos o situaciones de enseñanza de la matemática.

• Los conocimientos aportados por esta investigación deben contribuir a mejorar e interpretar el proceso de aprendizaje y enseñanza en la formación inicial, y a aportar elementos teóricos y prácticos sobre los fundamentos de la construcción del conocimiento (niveles de construcción) necesario para aprender a enseñar matemática mediante la negociación de significados y la interacción en entornos de aprendizaje.

• Contribuye a ratificar resultados dentro del campo de la Educación Matemática y elementos fundamentales, tanto en la elaboración de políticas educativas de formación, como para futuras investigaciones relacionadas con la formación inicial del profesor de matemática.

• Aporta elementos, tanto teóricos como prácticos, fundamentales para la sustentación y elaboración de líneas de investigación relacionadas con la agenda de investigación "aprendizaje del profesor" dentro de la problemática "aprender a enseñar" en el contexto de la formación inicial de los profesores de matemática en el campo de la Educación Matemática.

1.2. Revisión de la Literatura

1.2.1. Formación inicial del profesor de matemática.

1.2.1.1. Agendas y tendencias de investigación en la formación del profesor.

La formación del profesorado ha sido objeto de investigación durante mucho tiempo. A lo largo de las investigaciones relacionadas con la formación del profesorado en general (Borko, 2004; Contreras, 1996; Grossman, Wilson, y Shulman, 2005; Rué, 1996; Santos, 2000; Shulman y Shulman, 2004) y del profesorado en matemática, en particular (Bosch y Gascón, 2001; Chapman, 2012; Fernández, Llinares y Valls, 2011; Flores, 2003; Krainer y Llinares, 2010; Llinares, 1998, 2000, 2009; Penalva, Rey y Llinares, 2011; Prieto y Valls, 2010; Roig, Llinares y Penalva, 2010) se aprecia una creciente preocupación por el profesor y lo que tiene que ver con su actuación como profesional. Así lo confirman las publicaciones relacionadas con la formación y desarrollo profesional del profesor de matemática tales como algunos de los "handbook" (Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick y Laborde, 1996; Czarnocha, 2008; Grouws, 1992; Gutiérrez y Boero 2006; Wood y Lafayette, 2008) y las publicaciones periódicas (Journal of Mathematics Teacher Education).

Aunado a lo anterior, los espacios de discusión que han sido cedidos por los diferentes eventos en congresos internacionales tales como el 15th Estudio ICMI (The International Commission on Mathematical Instruction) cuyo tema es la educación del profesor y el desarrollo de los profesores de matemática (The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics) (ZDM, 2004) y la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) que tiene entre sus grupos de trabajo el de Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor cuyos objetivos son los siguientes: desarrollo, comunicación y estudio de cuestiones y esquemas de índole conceptual en varias agendas de investigación sobre el profesor de matemáticas, explorar metodologías de investigación innovadoras en los estudios sobre el profesor de matemáticas y clarificar las bases teóricas de estas metodologías, y desarrollar estándares de calidad de la investigación. De igual forma, en Venezuela el Congreso Venezolano de Educación Matemática que se realiza cada 3 años tiene la temática relacionada con la formación docente.

En particular, Krainer y Llinares (2010), Llinares (1998a, 1998b, 2009) y García (2005) son algunos de los muchos investigadores que han señalado sobre la formación del profesor de matemática. Por tanto, la construcción del conocimiento en la formación inicial del estudiante para profesor de matemática se ha convertido en tema de interés para muchos investigadores en el área de conocimiento de la didáctica de la matemática. Llinares (1998a) identificó dos agendas de investigación sobre el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional del profesor de matemáticas. En relación con la primera agenda, su problemática es el aprendizaje del profesor (formación inicial y permanente) del conocimiento necesario para enseñar lo cual genera dos subproblemáticas: aprender a enseñar y desarrollo profesional.

Ambas subproblemáticas se aplican tanto a estudiantes para profesor como a docentes en servicio y los objetos de investigación son: 1) conocimiento de matemáticas y conocimiento de contenido pedagógico específico de las matemáticas; 2) proceso de socialización en las prácticas de enseñanza; 3) evolución y cambio de creencias y conocimiento. Sobre la segunda agenda, la práctica profesional del profesor de matemática, el propósito es comprender los procesos de aprendizaje y enseñanza, los procesos de reforma y desarrollo del curriculum. Así, el docente es considerado como un profesional reflexivo por lo que se busca conceptualizar la práctica. En esta agenda, los objetos de investigación son: 1) creencias y concepciones; 2) formas de conocer el contenido matemático como objeto de enseñanza y aprendizaje; 3) organización y gestión del proceso de enseñanza y aprendizaje. (Ver figura 1).

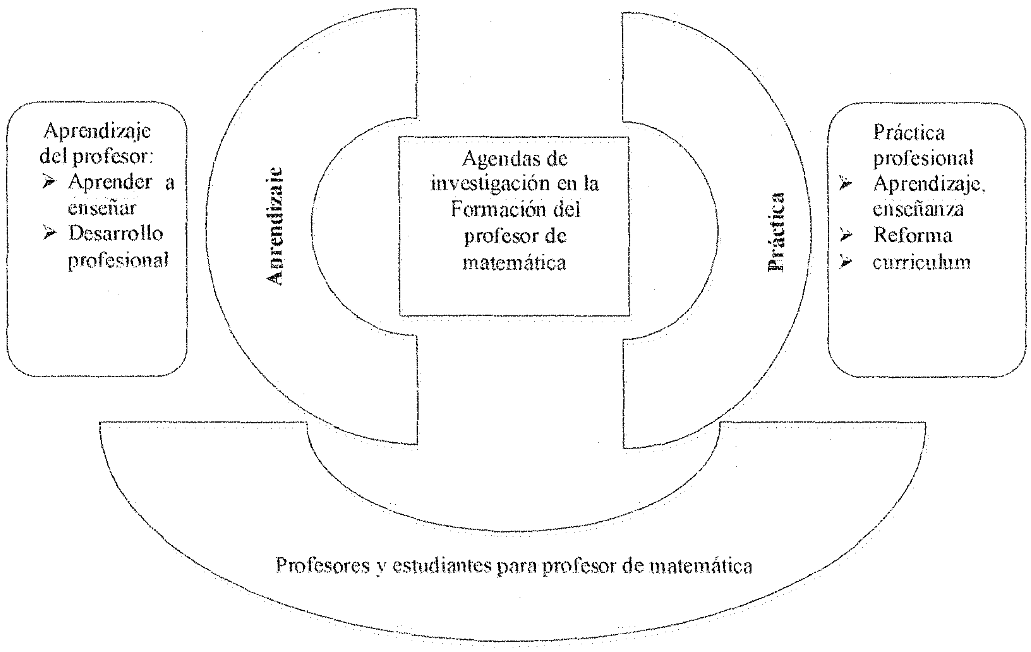


Figura 1. Agendas de investigación en la formación del profesor de matemática.
Nota: Elaborado con base en Llinares (1998a)

Aun cuando ambas agendas de investigación se enmarcaron desde una perspectiva cognitiva, Llinares (1998a) plantea la incorporación de perspectivas socioculturales y situadas sobre el conocer, el cual es visto como una cualidad del sujeto que conoce como de la comunidad a la que pertenece este, lo que hace surgir nuevos focos de atención sobre: formas de participar, colaboración, cognición distribuida, desarrollo de la identidad, entre otros. Así mismo, la práctica del profesor vista desde la perspectiva situada incorpora nuevos elementos como: relación investigador-profesor, comunidad de práctica, las tecnologías de la información y la comunicación, la interactividad. Finalmente, este autor argumenta la posibilidad de mirar ambas agendas desde la complementariedad de perspectivas cognitivas y socioculturales, a la vez de contribuir en la formación del profesorado y en los procesos de aprendizaje y enseñanza. En esta investigación, nos centraremos en la primera agenda de investigación, a saber: el aprendizaje de los estudiantes para profesor de matemática.

De Igual forma, Krainer y Llinares (2010) plantean que los estudiantes para profesor, los profesores y los educadores de profesores (formador de formadores) son a la vez profesores y aprendices de por vida. Los docentes son constructores activos de su propio aprendizaje y conocimiento profesional, a la vez que se espera que reflexionen sobre su propia práctica para promover el cambio si es necesario. Estos investigadores (Krainer y Llinares, 2010; Llinares, 2009; Llinares y Krainer, 2006) han identificado tres tendencias o líneas relacionadas con la investigación y la formación de profesores de matemática. La primera tendencia se ha focalizado sobre la dimensión social y la segunda en la reflexión de los profesores. Mientras que en la tercera tendencia, la atención se ha dirigido a las condiciones generales de la formación del profesor.

En relación con la tendencia sobre la dimensión social en la formación del docente de matemática, en vez de considerar al estudiante para profesor como receptor tanto de conocimiento matemático como de otro tipo de conocimiento (psicología, pedagogía, didáctica, curriculum, prácticas de enseñanza) (educación bancaria, Freire, 1972) para ser aplicado en las prácticas de enseñanza o después de obtener el grado, el énfasis se hace en el aprendizaje colaborativo, el aprendizaje organizacional y el aprendizaje compartido junto con la implementación de perspectivas socioculturales del aprendizaje todo ello enmarcado dentro de una visión del significado, el sentido, el pensamiento y el razonamiento producto de la actividad social (Goos y Geiger, 2012; Krainer y Llinares, 2010; Van Huizen, Van Oers y Wubbels, 2005).

La segunda tendencia reportada por estos autores (Krainer y Llinares, 2010) en la formación del profesor de matemática hace referencia a la reflexión (Alsina, 2010; Chacón, 2006; Llinares, 2008b; Schön, 1998). Los mismos plantean que el aprendizaje de los profesores (estudiantes para profesores y profesores en servicio) no solo es promovido por las actividades significativas propuestas, sino por la reflexión que hacen los profesores sobre las propias actividades. De allí que la reflexión juega un doble papel; primero, aumentar la comprensión de los profesores sobre la matemática, el pensamiento matemático de los estudiantes, la enseñanza, el curriculum, la gestión de la clase de matemática; segundo, la reflexión es utilizada por los investigadores como medio para describir e interpretar el aprendizaje de los profesores de matemática.

Finalmente, la tercera tendencia se basa en las condiciones generales de trabajo que tienen los profesores de matemática. Krainer y Llinares (2010) presumen la influencia que tiene el contexto social de los centros de trabajo de los profesores de matemática en relación con sus reflexiones y actuaciones en la práctica docente. Tales condiciones tienen que ver con la organización escolar, la administración y gestión de la institución escolar, las formas de planificación tanto a nivel de aula (proyectos de aprendizaje, planificación de la clase) como de la propia institución (proyecto educativo integral comunitario), así como el liderazgo en las comunidades de profesores que tiene los docentes y su relación con la investigación en educación matemática.

1.2.1.2. Perspectivas sobre el proceso de aprender a enseñar.

Por otra parte, y dentro de la agenda de investigación referente al aprendizaje del profesor, la literatura sobre la formación del profesorado (tanto inicial como permanente) ha mostrado desde diferentes perspectivas la complejidad del proceso de aprender a enseñar (Brown y Borko, 1992; Marcelo, 1994). Malara (2008) habla del rol multifacético y complejo del profesor, en la formación permanente (facilitador, modelo, organizador de discusiones) al afrontar situaciones del aula de clase impredecibles y a veces no manejables. Así, esta autora alude a tres aspectos relacionados con el papel del profesor: la planificación de secuencias de enseñanza capaces de promover la construcción conceptual de los estudiantes, la creación de un ambiente favorable para la exploración matemática de los estudiantes y la formulación de conjeturas, y finalmente la selección de estrategias comunicativas que apoyan el compartir las ideas e interacción de los estudiantes. Asimismo, Llinares (1998b) plantea la no trivialidad de la integración del conocimiento que es aprendido por parte del estudiante para profesor de matemática en la universidad o planes de formación con el conocimiento originado en la práctica.

Este autor muestra cómo, en la formación inicial, los estudiantes para profesor de matemáticas, ante la exigencia de dos contextos como son la universidad (plan de formación: contenido, metodología, condiciones administrativas, actividades de aprendizaje) y la institución escolar donde desarrollan la práctica docente o prácticas de enseñanza, tratan de unificar criterios y lograr una comunión entre las "exigencias que proceden de sus propias concepciones (creencias y conocimientos) sobre cómo debe ser la enseñanza de las matemáticas y los recursos que poseen para hacerlo." y "…desde perspectivas externas a ellos mismos se plantean cómo manejar las características del contexto en el que se encuentran (universidad y escuela), es decir, cómo entienden y manejan las exigencias procedentes de las propias condiciones del programa de formación (contenido, metodología, condiciones administrativas, tareas de aprendizaje que se les plantean...) y del lugar (escuela, instituto) donde realizan las prácticas de enseñanza" (Llinares, 1998b, p. 53). Lo anterior permite puntualizar que aprender a enseñar matemáticas es un proceso complejo en el cual intervienen múltiples factores, entre ellos la forma de abordar dicho proceso en los programas de formación docente.

Para algunos autores (Chapman, 2012; Fennema y Franke, 1992; Llinares, 2002) las creencias y actitudes que tienen los estudiantes para profesor de matemática y los docentes en servicio influyen en la implementación del currículo de matemática en el aula de clase. A través de nuestra experiencia como formadores de profesores de matemática hemos constatado que los estudiantes para profesores y profesores en ejercicio de matemática presentan creencias y concepciones sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje producto de su experiencia como estudiante de educación primaria, media o universitaria. Esta experiencia como estudiante se puede convertir en referente para el proceso de aprender a enseñar matemática. De allí que los programas de formación deben promover la reflexión, el conocimiento, la movilización y explicitación de ideas que se pueden convertir en obstáculos (Brousseau, 1986) con el propósito de cuestionar y modificar su "modelo de profesor" que ha venido experimentando como alumno y lograr un aprendizaje más crítico y reflexivo potenciador y generador de nuevos significados relacionados con el aprender a enseñar matemática.

Por ello, los programas de formación pueden o no contribuir al aprendizaje del estudiante para profesor, dependiendo de la perspectiva o alternativa metodológica de formación que empleen. En este sentido, Borko (2004) plantea cómo los programas de formación de desarrollo profesional son fragmentados, intelectualmente superficiales y no consideran las investigaciones relacionadas con el aprendizaje del profesor. Sin embargo otras perspectivas se están utilizando, entre otros, como el estudio de casos (Llinares, 1994), de videos como instrumento de formación (Borko, Jacobs, Eiteljorg y Pittman, 2008; Llinares y Sánchez, 1998; Star y Strickland, 2008) y de entornos de aprendizaje (Escudero Pérez, García Blanco y Sánchez García, 2006; Llinares, 2008; Llinares y Valls 2007; Rey, Penalva y Llinares, 2007; Valls, Callejo y Llinares, 2008).

En relación con la perspectiva "estudio de casos", debe proporcionar a los futuros profesores de matemática oportunidades adecuadas para que construyan un conocimiento conceptual y las destrezas cognitivas relacionadas con el aprendizaje y la enseñanza de la matemática. De esta manera los "casos" son escenas, situaciones de aprendizaje o enseñanza que se convierten en "problemas profesionales" relacionados con la docencia para que los estudiantes para profesor reflexionen y puedan cuestionar lo que podría considerarse como la verdad absoluta del aprendizaje o la enseñanza de la matemática. En este sentido, el propósito de los "casos" es que se conviertan para el formador de profesores en un instrumento de formación para los estudiantes para profesor de matemática y para estos últimos en un instrumento de aprendizaje para la reflexión, análisis, interpretación y toma de decisiones frente a situaciones de enseñanza de la matemática. Así mismo, el contenido de los casos (Llinares, 1994) se centra sobre: el proceso de aprendizaje de algún contenido matemático por parte de los niños o adolescentes, la planificación (fase preactiva de la enseñanza), aspectos de la interacción en el aula (fase interactiva) o proceso de reflexión y análisis del profesor sobre lo desarrollado y conseguido en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Igualmente, los casos pueden ser construidos por profesores en ejercicio, el propio formador de profesores, los estudiantes para profesores de matemática o sacados de la literatura especializada. Finalmente, los casos deben convertirse en un problema profesional a resolver mediante la discusión colectiva con el fin de activar aquellos conocimientos, creencias o concepciones epistemológicas o didácticas que tienen los estudiantes para profesor de matemática con el propósito de cuestionarlas y establecer una relación dialéctica entre la situación real (evidencia empírica) y los principios teóricos (herramientas conceptuales) que pueden sustentar la reflexión y análisis de la situación planteada en el caso presentado.

Respecto a los videos, se han utilizado como instrumento en la formación inicial y permanente de los profesores (Borko, Jacobs, Eiteljorg y Pittman, 2008; Llinares y Sánchez, 1998; Star y Strickland, 2008). El video es comúnmente utilizado, entre otros propósitos, para desarrollar en los futuros docentes habilidades para el análisis y la reflexión sobre la enseñanza de la matemática de manera que genere nuevo conocimiento para la mejora de la enseñanza (Santagata y Guarino, 2011). Así mismo, Borko, Koellner, Jacobs y Seago (2011) plantean el papel que puede desempeñar el video en el desarrollo profesional del profesor en el sentido de proporcionar experiencias colaborativas y de dialogo sobre aspectos de la enseñanza tales como: el desarrollo del pensamiento de los estudiantes, la gestión de la clase desarrollada por los docentes, entre otros. De lo anterior se desprende como el uso del video con intencionalidad didáctica, en el contexto de la formación inicial del profesor de matemática, puede favorecer el desarrollo de un pensamiento interpretativo, analítico y crítico sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática.

Y finalmente, el interés de los investigadores por el uso de los entornos de aprendizaje virtuales en la formación inicial de profesores de matemática se ha incrementado en los últimos tiempos (Borba y Llinares, 2012; Goos y Geiger, 2012). Estos autores sostienen que en dichos entornos de aprendizaje se promueve la interacción y la construcción de conocimiento. Sobre el proceso de interacción, tiene que ver con la forma como los estudiantes para profesor de matemática participan unos con otros estableciendo formas de participación en las que dialogan sobre estar de acuerdo o desacuerdo sobre sus puntos de vista y dotar de sentido la enseñanza de la matemática. De esta forma, Wenger (2001) plantea que el proceso de interacción debe tener tres condiciones: un foco sobre intereses compartidos, una implicación mutua en la resolución de las tareas y desarrollo de un repertorio de recursos compartidos. Para este autor, la participación se caracteriza por la posibilidad de un reconocimiento mutuo, "… es tanto personal como social. Es un proceso complejo que combina hacer, hablar, pensar, sentir y pertenecer" (Wenger, 2001, p. 80).

Tanto el discurso generado por los estudiantes para profesor de matemática como las formas de participación sirven de medio en el proceso de construcción de conocimiento para la enseñanza de la matemática (Llinares y Olivero, 2008). En ese proceso de construcción de conocimiento sobre la enseñanza de la matemática se negocian significados los cuales a su vez cambia de manera constante las situaciones donde se otorgan esos significados e influye en quienes participan de esa negociación de significados. En la negociación de significados convergen tanto el proceso de participación como el de cosificación (Wenger, 2001). Este último hace referencia "… al proceso de dar forma a nuestra experiencia produciendo objetos que plasman esta experiencia en una cosa" (Wenger, 2001, p. 84). En este sentido, los estudiantes para profesor de matemática al negociar significados de alguna forma participan en la discusión a la vez que solidifican en "cosas" u objetos aspectos de su experiencia y de la práctica social de enseñar matemática.

1.2.2. Estado de la cuestión (Antecedentes)

Comenzamos con investigaciones que han estudiado la construcción del conocimiento necesario sobre la enseñanza de la matemática del estudiante para profesor. Para ello, revisamos las investigaciones y las organizamos en tres subtemas. El primero, referido al uso del video como un medio para ayudar a los estudiantes para profesor de matemática a examinar lo que sucede en el aula de matemática, y aprender a enseñar matemática; el segundo, a algunos estudios que muestran la importancia de la competencia "aprender a mirar con sentido" o "aprender a notar", como parte de la configuración del conocimiento de la enseñanza de la matemática que debe desarrollar el futuro profesor y dotar de significado lo que ocurre en una situación de enseñanza; el tercero, al uso de las tecnologías de la información y la comunicación como el internet, las discusiones online y los debates virtuales para la construcción conjunta y comprensión recíproca del conocimiento necesario para aprender a enseñar matemática. Finalmente, se seleccionaron algunas de las investigaciones más representativas de los subtemas nombrados a objeto de profundizar sobre aspectos como el problema, propósito o cuestiones de investigación, los fundamentos teóricos, metodología y resultados.

A continuación vamos a considerar algunos antecedentes que han servido para tener una visión en relación con el objeto de estudio de la presente investigación.

1.2.2.1. Uso del video en la formación inicial del profesor de matemática.

Santagata y Guarino (2011) desarrollaron una investigación sobre el uso del video para enseñar al futuro profesor a aprender desde la enseñanza. Estos investigadores consideran que el video es de uso común en los programas de formación docente y se utiliza para diversos fines. Este estudio, el Proyecto Aprendiendo a Aprender desde la Enseñanza de las Matemáticas se ejecutó durante tres años consecutivos. La premisa del Proyecto es que se debe ir más allá de la reflexión de las prácticas de enseñanza generales y proporcionar a los futuros profesores la oportunidad de aprender a reflexionar sobre la enseñanza de una manera disciplinada y estructurada. Para ello consideran importante habilidades relacionadas con la reflexión y el aprendizaje desde la enseñanza: atender elementos importantes de la instrucción, razonar sobre esos elementos de forma integral y proponer estrategias de enseñanza alternativas. Para analizar la clase consideraron lo siguiente: identificación de los objetivos de la clase, análisis del pensamiento y el aprendizaje del alumno, utilización del análisis para la propuesta de mejoras en la enseñanza y la construcción de hipótesis acerca de los efectos de la enseñanza sobre el aprendizaje de los alumnos. Sus planteamientos teóricos se fundamentan en hipótesis relacionadas con las orientaciones, el conocimiento y las habilidades que son necesarias para el estudio de las clases de forma efectiva. En relación con las orientaciones, se refieren al reconocimiento y análisis de la enseñanza de manera disciplinada, la enseñanza de la matemática centrada en los estudiantes y en el pensamiento e ideas de los estudiantes. Sobre las habilidades de análisis, hicieron inferencias sobre la comprensión matemática de los estudiantes, el conocimiento de estrategias que desarrollan el pensamiento de los alumnos y el razonamiento basado en la evidencia acerca de la efectividad de la enseñanza. Finalmente, la planificación y activación de habilidades, se refiere a la generación de nuevas estrategias, lo cual hace que el pensamiento del estudiante sea evidente y se promueva el aprendizaje.

En este proyecto, el vídeo se utiliza para el desarrollo en los futuros profesores, de conocimientos y habilidades para el análisis y la reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas a la vez que generen conocimiento para su mejora. Se discuten las formas en que han utilizado el vídeo en un curso destinado al desarrollo de habilidades en los profesores de pre servicio de primaria para aprender desde la enseñanza. Los tipos de videos utilizados que promueven el desarrollo de habilidades para el análisis fueron los siguientes: videos de entrevistas realizadas con niños de forma individual, videos de clases, videos de profesores en pre servicio entrevistados y videos seleccionados de profesores en servicio. Los criterios utilizados para la selección de los videos fueron: las matemáticas captadas, la enseñanza que hace visible el pensamiento del estudiante y plasmadas las bases o teorías de los alumnos y profesores. Los temas matemáticos tratados en los videos fueron sentido numérico y operaciones, y fracciones.

El propósito de la investigación es investigar de forma empírica la adquisición de las habilidades para analizar la enseñanza: atender a los elementos importantes de la enseñanza, razonar acerca de la enseñanza de forma que genere conocimiento para mejorarla y proponer estrategias instruccionales. En la investigación participaron 27 de 30 estudiantes para profesor matriculados en el primer año del programa de formación de profesores de primaria. Para medir los cambios que ocurrieron en los participantes sobre la capacidad de analizar la enseñanza, se diseñó una tarea para que analizaran una clase grabada en un video con una duración de 16 minutos y trataba sobre una clase sobre el valor de posición de los números. A los participantes se les pidió que escribieran sobre el video, antes y al finalizar el curso sobre el siguiente mensaje: "Escribir (1) una descripción de la lección, y (2) un comentario. Escriba su descripción para una persona que no tuvo la oportunidad de ver el video y le gustaría saber lo que estaba pasando en la lección. En su comentario, discuta las cosas que piensa que eran interesantes en términos del aprendizaje de los estudiantes de los contenidos y las estrategias de enseñanza. Usted puede ver el vídeo varias veces".

La primera parte de la tarea, relacionada con la descripción, tiene como propósito medir la habilidad de los participantes prestar atención a los detalles de las estrategias y las decisiones tomadas, y del aprendizaje de los estudiantes durante la clase. El propósito de la segunda parte de la tarea, el comentario, es para medir la habilidad para razonar acerca de la enseñanza para reflexionar sobre ella de manera integrada. En otras palabras, la tarea fue diseñada para medir las habilidades de los estudiantes para profesor para reflexionar sobre la enseñanza de tal forma que genere conocimiento para la mejora de la enseñanza. La idea era que se reflexionaran sobre aquellas estrategias que lograron el objetivo de la enseñanza, las que no tuvieron éxito y aquellas que necesitan hacer mejoras para lograr el aprendizaje en los alumnos.

Para el pre-análisis y el post análisis se seleccionó una sub-muestra de nueve estudiantes para profesor para identificar las características de sus análisis de la enseñanza. Para validar las categorías encontradas se utilizó dos asistentes de la investigación para la codificación de los datos de forma separada. Los participantes en la investigación identificaron de la clase cuatro partes principales: calendario de actividades, la actividad matemática valor de posición, actividades centrales y conclusión de la clase. Los resultados obtenidos se dividieron en tres partes: calidad de la descripción, calidad del comentario y estrategias de enseñanza. En relación con el primero, la habilidad para describir las actividades de la clase no cambió en el tiempo, mientras que para describir las acciones del maestro y los estudiantes mejoró significativamente con el tiempo. En relación con la calidad del comentario, la habilidad para comentar y razonar acerca de la enseñanza mejoró significativamente en el tiempo; y finalmente las estrategias de enseñanza alternativas, se midió en función del número de alternativas propuestas de enseñanza, mejoró significativamente en el tiempo. Estos investigadores concluyen sobre la complejidad de usar el video como una representación de la enseñanza y los videos son herramientas que permiten el desarrollo de habilidades en el contexto de la enseñanza.

El estudio de Santagata y Guarino (2011), contribuye de manera importante a la presente investigación debido que en esta se usó el video para representar eventos de enseñanza de la matemática y a la vez hacer su análisis de la misma; así mismo, la forma como validaron las categorías encontradas en los datos mediante la validación inter codificadores (Krippendorff, 2002; Rodríguez, Gil y García, 1999). Se diferencia porque para hacer el análisis de la enseñanza de la matemática, por parte de los estudiantes para profesor de matemática se ha considerado las herramientas conceptuales que nos proporciona la didáctica de la matemática, además los sujetos participantes son estudiantes que van a trabajar en la educación secundaria. Otro elemento a considerar es la incorporación de la interactividad mediante los debates virtuales lo cual posibilita el dialogo entre los otros compañeros de clase para el análisis de la enseñanza de la matemática.

Por otra parte, Van Es y Sherin (2010) realizaron una investigación sobre la influencia del club de videos sobre el pensamiento y práctica de los docentes. En esta investigación examinaron un modelo de desarrollo profesional llamado Club de Videos. Este modelo de desarrollo profesional es utilizado por los profesores como medio para examinar las interacciones en el aula, visionar y analizar fragmentos de enseñanza de sus propias clases y discutir los procesos de cambio que se generan en su práctica docente. La pregunta de investigación para este estudio es: ¿cómo la participación en un club de video centrado en el pensamiento matemático de los estudiantes influye en el pensamiento y la práctica de los profesores? Para responder a esta pregunta, se examinaron los datos desde tres contextos relacionados con: (a) comentarios de los profesores durante las reuniones del club de video, (b) auto-informes de los docentes de los efectos del club de video, y (c) la instrucción de los profesores durante el año. El propósito de la investigación es ayudar a los profesores para que aprendan a notar e interpretar los rasgos significativos de las interacciones que se dan en el aula de clases.

El marco teórico en el que se fundamenta la investigación es "aprendiendo a notar" de Van Es y Sherin (2002). Con base en investigaciones anteriores, estos autores proponen que la habilidad de darse cuenta de la enseñanza se compone de tres aspectos principales: (a) determinar lo que es importante en una situación de enseñanza, (b) con lo que se sabe sobre el contexto razonar acerca de una situación, y (c) establecer las conexiones entre los eventos específicos y principios más amplios de la enseñanza y el aprendizaje.

La naturaleza de la investigación es cualitativa. Los datos para este estudio provienen de una o dos reuniones por mes de un total de diez reuniones del club de video durante un año a las que asistieron siete maestros de los grados cuarto y quinto de una escuela urbana. Dos de los maestros eran especialistas de educación especial, y se asignaron junto con dos maestros para que enseñaran en equipo, como parte del programa de inclusión. En las 10 reuniones se utilizó el mismo formato de dos segmentos grabados de una duración de cinco a siete minutos de dos de los profesores de matemática participantes. Antes de cada reunión, un miembro del equipo de investigación filmaba en video las clases de dos de los profesores participantes por un periodo de tiempo de 50 a 60 minutos de duración. Las fuentes de los datos son las grabaciones de cada sesión del club de video, las entrevistas y las observaciones en el aula de cada profesor. Se realizó una entrevista en la salida con cada profesor al final de las serie de reuniones realizadas que duró, aproximadamente, 30 minutos.

El club de video se diseñó para ayudar a los docentes a interpretar el pensamiento matemático de sus estudiantes, para lo cual debían responder las siguientes preguntas: ¿qué método utilizó determinado estudiante para resolver ese problema?, ¿en qué parte de la transcripción del video está la forma de resolver el problema los estudiantes? Y ¿Qué comentarios tienen relación con la comprensión de las fracciones?

Los datos de la observación del aula se utilizaron para estudiar los cambios en la enseñanza de los profesores desde el principio hasta el final de la serie de reuniones. Los profesores fueron observados entre tres y nueve veces durante el período de las sesiones del club de video. Todas las observaciones fueron grabadas en video y las notas de campo fueron recolectadas para cada observación. En este sentido, lo planteado por Van Es y Sherin (2010) guarda relación con la presente investigación al considerar los videos como elemento mediador en la comprensión de los eventos de enseñanza que se desarrollan en los mismos. Así como ayudar a los profesores a que aprendan a notar sobre el pensamiento matemático de sus estudiantes.

1.2.2.2. Importancia del aprendizaje de la competencia docente "mirar con sentido".

Llinares y Valls (2010) elaboraron una investigación sobre el aprendizaje de los estudiantes para profesor de matemática de primaria desde las discusiones online en un entorno virtual basado en video. Plantean que los programas de formación de profesores emplean actividades como es aprender a notar los aspectos relevantes en la enseñanza de las matemáticas, interpretarlos y relacionarlos con el desarrollo del pensamiento matemático de los alumnos y como una forma de ayudar a los maestros principiantes a enlazar la teoría y la práctica docente. Además, las características de las tareas instruccionales propuestas pueden influir en su aprendizaje y conocimiento. Para ello, es necesario describir los aspectos que utilizan los estudiantes para profesor de matemática cuando ven una clase de matemática y las habilidades necesarias para recolectar y utilizar acerca del aprendizaje de los estudiantes para analizar los efectos de la enseñanza. Al mismo tiempo, el análisis se basa en hechos o pruebas del video y su razonamiento en términos de su propia práctica, por lo que el contexto donde se desarrolló el análisis pudo haber influido en el conocimiento adquirido por los participantes. Por otra parte, las tecnologías de la información y la comunicación, están proporcionando nuevas condiciones y herramientas que pueden contribuir con los futuros profesores en el aprendizaje de notar aspectos pertinentes de la enseñanza de las matemáticas. Estas herramientas contribuyen también a la interacción y el diálogo.

El objetivo del estudio fue investigar cómo la participación y la reificación de las ideas sobre la enseñanza de las matemáticas se constituyen en los debates en línea cuando los estudiantes para profesores de matemáticas de primaria analizaron casos de vídeos sobre la enseñanza de las matemáticas. Además, pone de relieve la importancia de desarrollar una mayor comprensión del discurso interpersonal y social en el aprendizaje de ideas sobre la enseñanza de las matemáticas durante la discusión en línea generada por el análisis de video-clips de las clases de matemáticas. En particular, se centra tanto en las formas que adopta el discurso en un entorno de aprendizaje en red cuando se incorpora el video en el análisis de las clases de matemáticas y en qué condiciones permiten que se produzca. Se adoptó como perspectiva teórica, la sociocultural, la cual sostiene que la construcción del conocimiento en entornos de colaboración se basa en el supuesto de que los alumnos participan en actividades de discurso específico, y la naturaleza de la participación y el contenido de este discurso se relacionan con el conocimiento construido. Estos autores, por una parte se preguntan cómo las formas de participación operan para mediar significados en la conversación; por otra, consideran el conocimiento integrado en los contextos (cognición situada). Hablan de la cosificación que abarca procesos como hacer, diseñar, representar, nombrar, codificar y describir, percibir, interpretar, utilizar, reutilizar, descifrar y reestructurar. Para ello, el proceso de cosificación forma la experiencia de los futuros maestros sobre la creación de "objetos" sobre la enseñanza de las matemáticas que utilizan los futuros docentes al notar e interpretar la enseñanza. Desde este punto de vista, surge el proceso de negociación que combina tanto la participación y la cosificación. La investigación describe el diseño de dos entornos de aprendizaje reflexionando sobre aspectos desde la perspectiva sociocultural y se plantean las siguientes preguntas: ¿cómo la participación e interacción alrededor de videos clip se organizan para cosificar diferentes aspectos de enseñanza de la matemática? Y ¿qué condiciones en el entorno de aprendizaje apoyan el aprendizaje del futuro maestro?

En la investigación participaron sesenta y un estudiantes para profesor de educación primaria inscritos en un curso de métodos de enseñanza de la matemática cuya duración es de 90 horas, 3 horas por semana. Se dividieron en tres grupos. Para la recolección de los datos en uno de los grupos, que estaba conformado por quince (15) personas, se revisaron los procesos de notar u observar los tipos de aspectos de la enseñanza de la matemática y vincularlo al desarrollo de la competencia matemática de los alumnos que se llevó a cabo. Los dos ambientes donde usan el video y las discusiones on-line se activaron cuando los estudiantes para profesor habían completado la mitad del curso que consistía en la modalidad presencial. Los contenidos matemáticos fueron números, operaciones y solución de problemas, bajo la perspectiva constructivista focalizada sobre la enseñanza de la solución de problemas en el nivel de primaria. Participaron durante 4 semanas en dos ambientes virtuales de aprendizaje que incorpora el análisis de los video-clips, en línea debates y la escritura de ensayos sobre los aspectos clave de la enseñanza de las matemáticas. La tarea que realizaron los estudiantes para profesor consistió en (i) darse cuenta de aspectos de la enseñanza que pueden influir en el desarrollo de la competencia matemática los alumnos de primaria y (ii) el diseño de una tarea matemática para fomentar la comprensión matemática teniendo en cuenta el pensamiento de los alumnos.

Son dos videos que visionan los estudiantes para profesor en el entorno de aprendizaje. El primero, Vídeo-clip 1 (niños de 8-9 años de edad) comienza con un profesor de primaria que muestra dos cajas de chocolates y pregunta qué datos se necesitan para formular un problema. El segundo, video-clip 2 (niños de 9-10 años de edad), el maestro de primaria pidió a los alumnos de primaria que formularan problemas derivados de folletos de publicidad comercial. Estos autores asumen que las discusiones online y el trabajo escrito ofrece la posibilidad de focalizar el discurso de manera progresiva y simultáneamente incorporar los progresos realizados. Escribir permitir a los profesores que puedan conocer y comprender el tema que está escribiendo a la vez ser visto como un proceso dialógico de construcción del conocimiento. La participación en las discusiones en línea sobre un tema específico podría estimular a los futuros profesores a ir más allá de las descripciones de los eventos en el aula para comenzar a dotarlos de significado. Este proceso podría apoyar la pertinencia de la información teórica con la prueba empírica y la relación con sus creencias y aplicación práctica en el análisis de la enseñanza de las matemáticas.

Los datos proceden de las participaciones hechas por los estudiantes para profesor de matemática y sus escritos e informes relacionados con los debates. El procedimiento de análisis de los mismos se cubrió en tres fases. La primera, se consideraron el número y tipo de participaciones. En la segunda fase, se analizó la contribución a la comprensión de las tareas propuestas y los niveles de conocimiento. Y la tercera, análisis de las diferentes interacciones.

Se consideraron tres aspectos pertinentes para explicar la forma en que los futuros profesores de aprendizaje utilizaron la información teórica para definir e interpretar los acontecimientos de la enseñanza las matemáticas, las características de compromiso con los demás participantes en las discusiones en línea y el papel desempeñado por las creencias de los futuros profesores. Las posibles razones para la importancia de estas características incluyen las preguntas específicas planteadas en las discusiones en línea y el uso de video-clips de la enseñanza de las matemáticas. Estos resultados se consideran útiles en el diseño de entornos virtuales de aprendizaje y los tipos de tareas a través del cual se puede desarrollar la comprensión de la enseñanza de las matemáticas y las habilidades de aprender a notar en los futuros profesores de matemática. Este estudio sugiere que las características de las actividades de instrucción y el contexto en el que los futuros profesores se encuentran ejercen una influencia sobre lo que observan y cómo hacer que la enseñanza sea un proceso significativo.

El estudio de Llinares y Valls (2010), contribuye con nuestra investigación a entender el uso de los debates virtuales como elemento clave en la interpretación y desarrollo de competencias necesarias para la comprensión de los eventos de enseñanza. Hay diferencias importantes en relación con los sujetos participantes son estudiantes para profesor de educación secundaria y el tópico matemático considerado en el video es de funciones lineales y la discusión del desarrollo de la competencia matemática.

Alsawaie y Alghazo (2010) efectuaron una investigación sobre el efecto del video sobre la habilidad de los futuros profesores para analizar la enseñanza de la matemática. Realizaron un estudio de intervención en el que exploraron el efecto de la utilización de una metodología de análisis de una lección en video (Video Lesson Analysis Methodology, VLAM) sobre la capacidad de los estudiantes para profesor de matemáticas de secundaria para analizar la enseñanza de las matemáticas.

Estos autores plantean la necesidad de formar a los futuros profesores mediante el análisis de la enseñanza, para ello se requiere de experiencias ricas como los videos para lograr un vinculación más entre teoría, conocimiento y la realidad en la que va a trabajar los futuros profesores. Los programas de formación deben ayudar a desarrollar la capacidad de análisis de situaciones de enseñanza. Utilizando un diseño experimental se plantearon las siguientes interrogantes:

- ¿En qué medida puede la metodología de análisis de la lección de vídeo (VLAM) ayudar a los profesores en pre-servicio (PP) a prestar atención a las interacciones notables de la clase?
- ¿En qué medida puede ayudar VLAM a los profesores en pre-servicio a interpretar estas interacciones?
- ¿En qué medida puede ayudar VLAM a los profesores en pre-servicio a vincular las interacciones en el aula con la visión del Consejo Nacional de Profesores de Matemática (NCTM) para la enseñanza de las matemáticas y el aprendizaje?

La muestra del estudio estuvo constituida por 26 mujeres, estudiantes para profesores de matemáticas inscritos en un curso de métodos de la universidad de los Emiratos Árabes Unidos. Las participantes fueron divididas en dos grupos, experimental y control. El grupo experimental participó en el examen de la lección de vídeo donde analizaron diez lecciones de vídeo en todo el semestre. Los miembros del grupo interactúan a través de foros de discusión mediante la tecnología de Blackboard. Esta tecnología incluye secciones, anuncios, notas de clase, asignaciones y un foro de debate que facilita el intercambio de ideas y opiniones. Los datos proceden de los ensayos escritos por ambos grupos sobre las dos lecciones de vídeo, uno antes de iniciarse el programa de intervención y otro al final del mismo.

El procedimiento de análisis de los datos se realizó antes del programa, durante el programa y después del programa. Antes del programa, los participantes discutieron sobre los principios de los estándares propuestos por el consejo nacional de profesores de matemática y el análisis de una lección de matemática relacionada con el concepto de proporción y fracciones equivalentes, para ello escribieron un análisis de la lección. Durante el programa, el grupo experimental vio diez videos, además se comunicaron con sus otros compañeros de curso e interactuaron con el profesor mediante el debate; posteriormente escribieron un análisis de la lección y la enviaron al foro para que las otras participantes las analizaran. Al final, después del programa, se le pidió al grupo control y experimental visionar un video y escribir un ensayo del mismo.

Cada ensayo fue analizado de manera independiente por los dos investigadores, y otro independiente. Se utilizó una rúbrica que consistió en tres criterios (identificación de las interacciones, interpretación de las interacciones, interacción en relación con los principios teóricos) y cada criterio tiene tres niveles. En relación con el primero criterio, en el nivel 1, los estudiantes para profesor no identifican acontecimientos a ser mencionados en la clase. En el nivel 2, identifican ciertos acontecimientos que ocurrieron en la clase visionada. Y en el nivel 3, se centra en las acciones del profesor y alumnos observados en el video, y presta atención a las reacciones de los alumnos debido a las acciones de los profesores.

Con relación al segundo criterio, interpretación de las interacciones, resultó lo siguiente: en el nivel 1, los estudiantes para profesor no proporcionan ninguna interpretación de las interacciones en el aula de clases; en el nivel 2, juzgan las interacciones en función de bueno o malo (evaluación); y en el nivel 3, proporcionan interpretaciones de los eventos de enseñanza con la evidencia de la clase, y proporciona alternativas pedagógicas para la mejora de la situación. Y finalmente, respecto al tercer criterio, se obtuvo como resultado en el nivel 1 no vinculan los eventos de clase con los principios teóricos de la NCTM; en el nivel 2, los futuros profesores vinculan los eventos de clase con los principios teóricos de la NCTM; y en el nivel 3, los usan los estándares de la NCTM para interpretar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática que se visiona en el video. Se encontraron que la intervención mejoró notablemente la capacidad del grupo experimental de analizar la enseñanza de las matemáticas, mientras que la mejora se produjo poco con el grupo control. Por lo tanto, los programas de formación del profesorado deben fomentar el aprendizaje mediante el análisis de la enseñanza.

Para efectos de la presente investigación, el trabajo de Alsawaie y Alghazo (2010) sirvió en relación con el uso del vídeo en la promoción de la habilidad docente de aprender a "notar" eventos de enseñanza de la matemática al ver vídeos en contextos de interacción. Se diferencia de la nuestra debido a que los participantes son tanto varones como hembras; además, se utilizó una metodología experimental haciendo comparaciones entre grupo control y experimental al interpretar la enseñanza de la matemática. El contenido que se vio en el video sobre la enseñanza de la matemática estaba relacionado con las fracciones, y en el caso nuestro sobre el desarrollo de la competencia matemática de las funciones lineales.

2.2.2.3. Uso de las tecnologías para la construcción conjunta del conocimiento.

Finalmente, uno de los últimos trabajos que se revisó fue el de Goos y Bennison (2008) Para estos autores, la investigación en la formación del profesorado de matemáticas es un campo complejo y cada vez se perfila una serie de perspectivas teóricas sobre el proceso de aprendizaje y el desarrollo de los docentes. El estudio descrito aquí desarrolla el concepto de una comunidad de práctica en el contexto de la educación de profesores de pregrado y su interrelación con los principios de la enseñanza. El objetivo del estudio es analizar los procesos mediante los cuales se establece y se mantiene una comunidad cuando la interacción es en línea o cara a cara. Este trabajo investigó cómo la comunidad se mantuvo después de que estos alumnos terminaron el curso de currículo de matemáticas.

Se fundamentaron en el concepto de comunidad de práctica planteado por Wenger (2001) y sus tres dimensiones: un compromiso mutuo, una empresa conjunta y un repertorio compartido para la creación de significado. En relación con la dimensión un compromiso mutuo, no requiere homogeneidad, ya que las relaciones de producción se derivan de la diversidad y puede implicar tensiones, desacuerdos y conflictos. Sin embargo, los participantes estaban conectados por la negociación de una empresa vinculada al sistema social más amplio en el que está anidado su comunidad. Tales comunidades tienen un patrimonio cultural e histórico común, y es a través del intercambio y re-construcción de este repertorio de recursos que los individuos llegan a definir sus identidades en relación con la comunidad; y las comunidades de práctica evolucionan con el tiempo ya que tienen mecanismos para el mantenimiento y la inclusión de nuevos miembros.

Aun cuando las comunidades de práctica se constituyen generalmente a través de la interacción cara a cara, la tecnología como internet, ha abierto nuevas posibilidades para la participación, pues fomenta la discusión en línea a través de correo electrónico o las conferencias basadas en la web, los debates virtuales. El uso de las tecnologías se ha convertido en un fenómeno habitual en la educación del profesorado en pre-servicio. Los investigadores se hicieron las siguientes preguntas: ¿Qué evidencia existe en las discusiones virtuales (tablón de anuncios) de docentes en pre-servicio y principiantes de la formación de una comunidad de práctica en línea enfocada sobre convertirse en un maestro de matemáticas de secundaria? Y ¿Qué factores pueden influir en la formación de dicha comunidad?

Los participantes eran estudiantes de pregrado de matemática que se matricularon en un curso de currículo de matemática en la licenciatura de un programa de educación que dura cuatro años. El curso tiene como objetivo crear un ambiente de aprendizaje en consonancia con la investigación en educación matemática orientada socioculturalmente y con énfasis en el pensamiento matemático y la investigación colaborativa.

Para crear un sitio web de la comunidad matemática se utilizó Grupos de Yahoo que ofrece una pizarra de anuncios, intercambio de archivos, y enlaces a otros sitios educativos. Utilizan esta herramienta porque es de fácil accesibilidad a los miembros y también permite utilizar el correo electrónico para enviar mensajes a todo el grupo. Los mensajes son automáticamente archivados en el sitio web y, por tanto disponible para el análisis. Les dijeron a los estudiantes que el tablón de anuncios sería una importante forma de comunicación para el curso y se reforzó desde el principio, proporcionando información sobre las clases y eventos próximos y se les invitan a los estudiantes a seguir las discusiones que se originan durante la clase sobre la enseñanza de las matemáticas.

Se procedió a hacer un recuento de la frecuencia de los mensajes para determinar la distribución de los mensajes en el tiempo y que los habían publicado. Los mensajes se clasifican de dos maneras de acuerdo a la fase del programa de formación y el contenido del mensaje. Las fases siguientes del programa se identificaron Profesional Año de curso (17 semanas); análisis Prácticum (14 semanas); Cohorte Semestre (8 semanas); prácticas (10 semanas), y después de la pasantía de curso (8 semanas). Analizaron los mensajes enviados después de la graduación en el segundo semestre de 2004. Cinco categorías se utilizaron para describir el contenido del mensaje: administrativos, asesoramiento profesional, información, y sociales. Los mensajes administrativos estaban relacionados con la organización del curso, mientras que los mensajes de profesionales se ocupaban de cuestiones teóricas o prácticas derivadas de lecturas, discusiones en clase o las experiencias escolares. Los participantes solicitaron asesoramiento sobre una serie de temas, tales como el manejo de situaciones de enseñanza o preparación para el empleo de entrevistas, e intercambiaron información sobre la enseñanza de los recursos y ofertas de empleo. Los propósitos de los mensajes sociales que se incluyen en la organización de las reuniones sociales y de clase eran para celebrar los logros personales.

Con los elementos teóricos de una comunidad de práctica se analizaron la evidencia del surgimiento de una comunidad de práctica entre estudiantes de pre-servicio en términos del grado de compromiso mutuo y los participantes. Se constató la forma en que los estudiantes negocian para aprender a enseñar matemáticas, y el repertorio compartido de los recursos que desarrollaron para el mantenimiento de su comunidad durante y después de completar el curso. Como parte de este análisis consideraron cómo la comunidad se amplió, se transformó y se mantuvo en el tiempo. Partiendo de las dimensiones antes citadas, en relación con el compromiso mutuo se tiene que todos los estudiantes revisaron periódicamente su correo electrónico y leyeron todos los mensajes, aunque no siempre respondieron.

Además, la forma en que los estudiantes negociaron conjuntamente el aprendizaje para enseñar, evidenció cómo el contenido de los mensajes cambió con el tiempo. Y, se demostró un repertorio de recursos compartido pues se constató en los mensajes la producción o la adopción de herramientas, utensilios, representaciones, el registro y recuerdo de eventos, contar y recontar historias, crear y romper las rutinas. En el estudio se concluye que la creación de una comunidad de práctica permitió, a los estudiantes en pre-servicio, construir el espacio que satisfaga sus necesidades, y en consecuencia la apropiación del tablón de anuncios es una prueba convincente de la sostenibilidad de esta comunidad de práctica. Los participantes tomaron cada vez más la iniciativa de interactuar con los demás y lograr una ampliación de la comunidad de práctica, lo que les llevo a la definición de sus propias metas académicas y profesionales y valores; de esta forma se transformó su identidad como profesores noveles, y la construcción de un repertorio de recursos para el mantenimiento de su comunidad más allá de finalizar la carrera.

La investigación de Goos y Benninson (2008), además de otras permite entender el papel que juega la interacción y las discusiones online en la formación del futuro profesor de matemática. Se relaciona este estudio con la presente investigación ya que la interacción y los debates virtuales constituyen elementos a considerar en el entorno virtual de aprendizaje que se está planteando en la misma; de igual manera, las discusiones online contribuyen a la conformación del conocimiento necesario para enseñar matemática y a la comprensión recíproca del conocimiento (Byman, Järvela y Häkkinen, 2005)

En las investigaciones consultadas se observa que hay una necesidad reflejada en los investigadores de mejorar la formación del estudiante para profesor de matemática ya que esto puede contribuir a mejorar el aprendizaje de los alumnos que aprenden matemática en las instituciones educativas. Para ello, consideran clave la formación de los futuros profesores de matemática mediante el desarrollo de capacidades que le ayuden a observar, interpretar y comprender la enseñanza de la matemática. Las mismas pueden ser promovidas a través de perspectivas de formación en las que se invite a sus participantes a interpretar y analizar la enseñanza de la matemática.

Entonces, aprender de la enseñanza de la matemática y sus efectos en el aprendizaje de los alumnos y alumnas significa reflexionar, interpretar, valorar observar lo que hace un docente cuando enseña matemáticas por parte de un futuro profesor de matemática. Este futuro profesor le ayuda a notar aspectos como las actividades que realizan docentes, alumnos y las relaciones que se establecen con la matemática, las interacciones entre alumnos, alumno docente, el proceso de aprendizaje, el aprendizaje logrado y sin lograr, la relación entre las estrategias didácticas empleadas por los docentes y los aprendizajes logrados; además de promover en ellos el planteamiento de nuevas estrategias y formas de presentar el contenido matemático a sus alumnos y el discurso elaborado en el aula. Algunos autores (Borko, Jacobs, Eiteljorg y Pittman, 2008; Borko, Koellner, Jacobs y Seago, 2011; Coles, 2012; Kersting, Givvin, Sotelo y Stigler, 2010; Llinares y Sánchez, 1998) plantean el desarrollo de estas capacidades mediante los videos como contexto en el que se puede representar la enseñanza de la matemática, lo cual tiene la ventaja de poder observar con detalle los eventos de enseñanza allí representados, pero la desventaja de que esas situaciones de enseñanza de la matemática no son en "vivo". Otros autores (Goos y Benninson, 2008; Penalva, Rey y Llinares, 2011) incorporan los entornos de aprendizaje para incentivar a los estudiantes para profesor de matemática a dialogar sobre las formas de enseñar y aprender matemáticas. Para ello, utilizan el contexto de los debates online como forma de sostener discusiones en tiempos no sincronizados. La ventaja es que los debates le dan la oportunidad al participante para que piense y reflexione tanto la respuesta a dar como la respuesta que le ha dado otro participante a su participación. La desventaja, que no es en "vivo", ya que la respuesta no es inmediata y por lo tanto la reacción del que responde como del que ha motivado la participación no lo hace reaccionar de manera inmediata cara a cara para ver otros aspectos (reacción, gestos, discurso verbal, capacidad de escuchar y hablar) que no son "visibles" y se obvian en la comunicación online.

En conclusión, como lo confirma los estudios anteriormente citados, pocas investigaciones se han realizado sobre el análisis de la enseñanza de las matemáticas en contextos de formación inicial de profesores de matemática (Alsawaie y Alghazo, 2010) que utilicen entornos de aprendizaje, los cuales integren:

- el video, en el que se presente eventos de enseñanza de la matemática,
- el uso de las ideas y principios teóricos procedentes de la didáctica de la matemática como herramientas conceptuales para el análisis de la enseñanza de la matemática, y
- la discusión online como espacio de debate e interacción de las ideas que progresivamente se van integrando en el discurso de los estudiantes para profesor de matemática para una visión interpretativa de la enseñanza de la matemática.

Capítulo II

Marco Teórico Conceptual

> "Las modalidades y programas de formación docente parecieran anclarse aún en patrones rígidos convencionales y clásicos. La formación prescrita en estos programas es necesaria pero no suficiente"
>
> (Aníbal León, 2007, p. 199)

Este capítulo está relacionado con el marco teórico conceptual que sustenta la investigación. Al respecto, Villalobos (2003) plantea la necesidad de: ubicar el problema en un marco teórico, establecer la relación entre teoría y objeto de estudio, la posición de varios autores sobre el objeto de estudio, la adopción y justificación de una postura teórica por parte del investigador. También, Lester (2010) distingue tres tipos de marcos de investigación: marcos teóricos, el cual guía las actividades de investigación por su dependencia de una teoría formal; marcos prácticos, guían la investigación usando lo que funciona en la experiencia de hacer algo por las personas directamente implicadas en ello. Y los marcos conceptuales, son modelos teóricos locales que argumentan o justifican que los conceptos elegidos para la investigación, y las relaciones entre ellos serán apropiados y útiles para un problema de investigación dado.

No obstante, en la presente investigación se asumió el término perspectiva para referirse al marco teórico como sistemas no tan cerrados en sí mismos y fácilmente utilizables por los investigadores (Sandín, 2003, Llinares, 1999). De lo anterior se deduce, la relación natural que se debe establecer entre el problema objeto de estudio y la perspectiva teórica asumida por el investigador en su trabajo de investigación. Además, en la investigación debe darse una relación dialéctica entre el trabajo empírico y la reflexión teórica; es decir, las perspectivas teóricas guían la formulación de los problemas de investigación y la toma de decisiones en la práctica de investigación, y a su vez las observaciones generadas en la evidencia empírica ayudan a refinar las perspectivas teóricas utilizadas (Llinares, 1999).

Por tanto, de acuerdo al objeto de la presente investigación, el cual es la construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática del estudiante para profesor de matemática, se asumió los siguientes aspectos: la construcción dialógica del sujeto y el objeto, algunos referentes teóricos de Lev Vigotski, perspectiva sociocultural del aprendizaje del estudiante para profesor de matemática, la interacción y construcción del conocimiento, y finalmente una visión profesional del profesor sobre los eventos de enseñanza (Véase Figura 2).

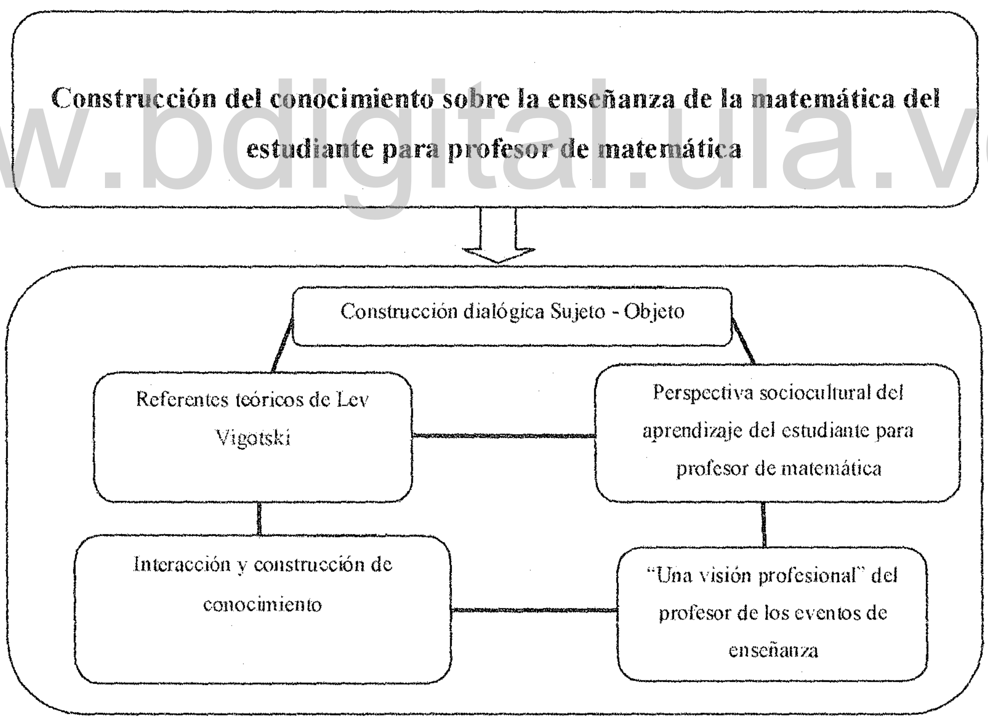


Figura 2. Marco teórico conceptual
Nota: Elaboración propia.

2.1. La educación del estudiante para profesor de matemática

Muchos han sido los pensadores e investigadores (Platón, Sócrates, Rousseau, Pestalozzi, Fröbel, Herbart, Dewey, Montessori, Decroly, Simón Rodríguez, Freire, entre otros) que a lo largo de la historia de la humanidad han dedicado sus esfuerzos e investigaciones para comprender y analizar la educación. Para evitar el riesgo de hacer comentarios que pudieran alejarnos de nuestro propósito principal, es conveniente delimitar los mismos a algunos autores como León (2007), Auyuste (1997), Bernabeu, (2005), Freire (1972, 1999, 2004) y Zambrano (2004), entre otros.

La pedagogía clásica había dirigido su atención a la educación de los niños y al método a seguir por los docentes (Contreras, 1996). Sin embargo, algunos autores (Hargreaves y Ryan, 1998; Shulman y Shulman, 2004) se han dedicado a estudiar al profesorado, su formación, pensamiento y formas de aprendizaje. De igual forma, en relación con la educación León (2007) plantea que:

> La educación es un proceso humano y cultural complejo. Para establecer su propósito y su definición es necesario considerar la condición y naturaleza del hombre y de la cultura en su conjunto, en su totalidad, para lo cual cada particularidad tiene sentido por su vinculación e interdependencia con las demás y con el conjunto (p. 596).

Para Auyuste (1997) la educación es "... un proceso de comunicación que se extiende más allá de las aulas, por esta razón, sus efectos transformadores también se reflejan en determinadas acciones tanto en la comunidad como en la sociedad en general" (p. 85).

Mientras que para León (2007) "La educación es una creación, es una posibilidad, una actividad y un producto del ser humano y de la cultura (p. 604); para Bernabeu, (2005) "La educación prepara a los ciudadanos en los valores democráticos, puesto que la escuela es un instrumento social, nacido en la sociedad y para la sociedad que permitirá a ésta subsistir y prosperar incorporando a los miembros jóvenes" (p. 28).

Serrano (2012) argumenta cómo a través de la educación se debe promover un pensamiento crítico que ayude a analizar e interpretar la variedad de datos e información que se recibe de diversidad de fuentes.

> Las exigencias de la nueva cultura que se impone con gran fuerza en la sociedad plantean otra manera de entender la educación, más enfocada hacia el desarrollo del pensamiento crítico, y sustentada en la capacidad de análisis, de interpretación e inferencia, en la confrontación y explicación de ideas para juzgar y evaluar con conciencia la información que recibimos de distintas fuentes (p. 91).

De esta manera, la educación y el aprendizaje del estudiante para profesor de matemática deben focalizarse hacia el desarrollo de un pensamiento reflexivo, crítico que le ayude a interpretar lo que sucede en la enseñanza de la matemática.

La presente investigación tiene que ver con el aprendizaje del estudiante para profesor de matemática, la cual está enmarcada dentro de la línea de investigación de la Educación Matemática, considerada esta última como una disciplina científica (Gascón, 1998; Godino, 2010; Lesh y Sriraman, 2010; Mora, 2001; Zambrano, 2004)

2.1. Construcción del Conocimiento Necesario para Aprender a Enseñar Matemática

2.1.1. La construcción dialógica del sujeto y el objeto.

La curiosidad del ser humano por saber es infinita. Ese saber lleva implícito el conocer, lo cual ha sido foco de atención para muchos pensadores e investigadores, desde la edad antigua hasta nuestros días. El conocer y el conocimiento han sido objeto de atención en trabajos de investigación que los ha llevado a profundas reflexiones teóricas tanto de la conceptuación del conocer como del proceso mismo.

Por ello, vamos a comenzar esta parte del trabajo, haciendo una revisión sucinta del papel de la epistemología en el mismo. Etimológicamente la palabra *Epistemología*, proviene del griego. *Episteme* que significa conocimiento, saber, ciencia; y *logos* que hace alusión a teoría, discurso. (Real Academia Española, 2001). Igualmente, Crotty (1998) define "Una epistemología es una forma de comprender y explicar cómo conocemos lo que sabemos" (p. 3). Mientras que para Bunge (1981), la "epistemología, o filosofía de la ciencia, es la rama de la filosofía que estudia la investigación científica y su producto, el conocimiento científico" (p. 13).

En estas definiciones, se observan tres elementos fundamentales: el objeto de conocimiento, el sujeto que conoce al objeto, y la relación que se establece entre ellos. La epistemología, como una rama de la filosofía interesada por el conocimiento científico, plantea cuestiones fundamentales tales como:

- ¿Cuáles son los orígenes del conocimiento científico? (¿Empírico? ¿Racional?);
- ¿Cuáles son los criterios de validez del conocimiento científico? (¿Capacidad de predecir sucesos?
- ¿Consistencia lógica?);
- ¿Cuál es el carácter del proceso de desarrollo del conocimiento científico? (¿Acumulación y continuidad?
- ¿Períodos de ciencia normal, revoluciones científicas y discontinuidad?
- ¿Desplazamiento y refinamiento de programas científicos?

Por tanto, la epistemología es la que se encarga de estudiar la relación que se establece entre el sujeto y el objeto de conocimiento y sus variantes. (Véase Figura 3).

Figura 3. Elementos que estudia la epistemología.
Nota. Elaborado con base en Bunge, M. (1981).

De forma resumida (y sabiendo los riesgos de esto) podemos decir, siguiendo a Bunge (1981), García (1997) y García (2000) que las epistemologías clásicas consideraban al problema del conocimiento como el predominio de uno de los elementos sobre el otro. Si el predominio es del objeto sobre el sujeto, entonces se habla del empirismo. Para esta corriente, el sujeto es pasivo en la relación sujeto-objeto. El origen del conocimiento está en el dato perceptual, dotado por el objeto. El conocimiento es un modelo-copia del objeto. Uno de sus representantes es Aristóteles con su frase "nada habia en el intelecto que no hubiese estado antes en los sentidos" (384 – 322 a. J.C.). Pero si el predominio es del sujeto sobre el objeto, entonces se habla del racionalismo. El sujeto a través de las estructuras cognitivas constituidas, captura al objeto para producir el conocimiento; esto es, el conocimiento está en el espíritu humano. Uno de sus representantes es Descartes con su principio evidente en sí mismo "pienso, luego soy" (Descartes, 1985, p. 8) (Véase Figura 4 y Figura 5).

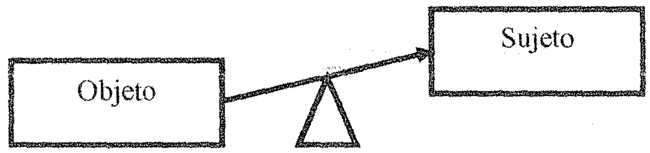


Figura 4. Empirismo.
Nota. Elaboración propia

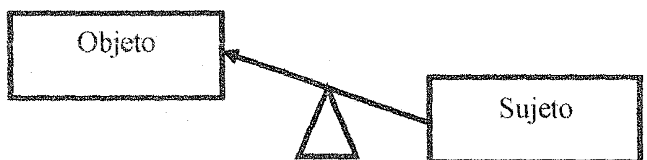


Figura 5. Racionalismo.
Nota. Elaboración propia

Según estas relaciones objeto - sujeto, las epistemologías clásicas se pueden considerar realistas porque suponen la existencia de la realidad. De una realidad exterior al sujeto cognoscente que tiene el conocimiento y el sujeto puede acceder mediante la interacción. Sin embargo, la relación sujeto – objeto es de un único nivel, son teorías epistémicas que tratan de integrar el conocimiento en un sistema unificado (Skovsmose, 1999). Este autor las llama monológicas ya que la "… epistemología se concentra en el individuo quien posee recursos adecuados para llegar a conocer (Skovsmose, 1999, p. 224). Frente a estas posiciones epistemológicas clásicas surgen las nuevas epistemologías (Bunge, 1981), las cuales consideran las acciones que realizan el sujeto sobre el objeto, y el surgimiento del conocimiento de manera progresiva por procesos constructivos del sujeto que interactúa activamente con el objeto. (Véase Figura 6).

En este sentido, Skovsmose (1999) llama teorías epistémicas dialógicas aquellas en las que el diálogo es sinónimo de negociación; esto es, aceptar "… que pueden generarse manifestaciones contradictorias de conocimiento y que esto tiene como consecuencia que el conflicto de conocimiento se vuelva realidad. El conocer también presupone una relación interpersonal." (p. 228). Es importante aclarar que la posibilidad de conflictos de conocimiento representa una fuente de reflexión y el conflicto de conocimiento como la presencia epistémica de situaciones críticas. Consideremos que A conoce a p y B conoce a q, siendo A y B personas, paradigmas o textos, p y q el objeto de conocimiento; si p y q son contradictorios, entonces cualquier progreso va a depender de la interacción entre A y B, de la negociación de significados entre A y B y por tanto el conflicto de conocimiento genera una reconceptualización del conocimiento.

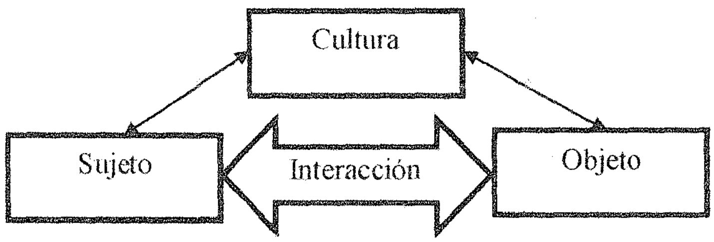


Figura 6. Epistemología actual.
Nota. Elaboración propia.

La interacción que se produce entre el sujeto y el objeto los transforma. Los niveles de interacción van cambiando La interacción comienza con la acción del sujeto sobre el objeto. A partir de allí se puede hablar de interacción, y de datos que proveen los objetos y que el sujeto organiza al mismo tiempo que organiza sus propias acciones. Las estructuras cognitivas del sujeto epistémico se construyen, la relación sujeto – objeto es una unidad dialéctica inseparable y por lo tanto el conocimiento está en permanente re-elaboración. (Véase Figura 7).

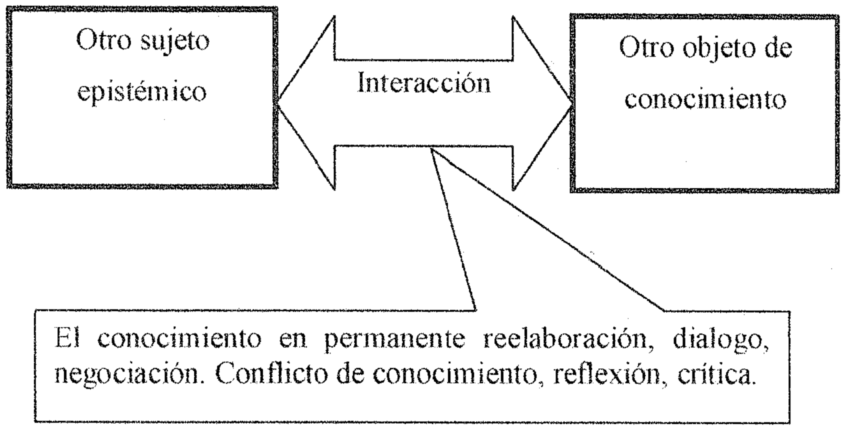


Figura 7. El conocimiento como proceso.
Nota. Elaboración propia.

Se hace necesario hacer algunas precisiones en relación con el proceso de construcción de conocimiento a partir de los dos enfoques epistemológicos presentados de forma abreviada. En ambas posturas, (empirismo y racionalismo) se deja de lado que el conocimiento tiene un contenido social y es producto de una negociación de significados. Así mismo, el sujeto que conoce está en un contexto de relaciones interpersonales e intersubjetivas dentro de un tejido social y, que de alguna manera el mismo, influye en la conformación o construcción de su conocimiento. En relación con el conocimiento en permanente re-elaboración, es importante revelar que el conocimiento como proceso implica revisar las interacciones que se producen entre los otros sujetos, que están junto al sujeto que intenta conocer al objeto, y su influencia en la conformación y forma de ver al objeto que conoce. Es decir, la influencia que ejercen los otros sobre el que conoce y su conformación cognitiva es importante que se convierta en objeto de estudio de la epistemología actual. Estudiar el proceso de construcción del conocimiento en situaciones de interacción social, es tarea a realizar también por los epistemólogos.

Estas formas de ver la epistemología, nos lleva a investigar la comprensión e interpretación sobre cómo es la construcción del conocimiento para aprender a enseñar matemática en los estudiantes para profesor de matemática. Desde el punto de vista epistemológico, en la medida que los estudiantes para profesor de matemática participan en el debate virtual, van construyendo, por aproximaciones sucesivas (construcción), el conocimiento necesario para aprender a enseñar. Cada participación se convierte en una oportunidad o un "contenido" para avanzar a una comprensión más profunda de su tarea de comprender e interpretar la enseñanza. De esta manera se va conformando un nuevo sujeto epistémico debido a que la participación en el entorno de aprendizaje (video, interacción y herramientas conceptuales) lo ayuda a ver "el aprender a enseñar" desde otra perspectiva, no la que tenía inicialmente del debate virtual. Suponemos que la emergencia de un nuevo sujeto epistémico puede estar relacionado con las características del entorno de aprendizaje: videos, interacción y herramientas conceptuales. Por lo tanto, el estudiante para profesor de matemática construye el aprender a enseñar matemática participando en actividades propias del profesor de matemática mediante la negociación, la reflexión, el conflicto de conocimiento y la crítica.

2.1.2. Algunos referentes teóricos de Lev Vigotski.

La perspectiva sociocultural hace referencia a la incorporación de los elementos teóricos propuestos por Vygotski (1979a, 1979b, 1966) en la investigación sobre la formación del docente de matemática. Este autor consideró elementos como las dimensiones sociales del desarrollo humano, la teoría de los reflejos y los signos, el desarrollo humano y lenguaje, la zona de desarrollo próximo y los procesos psicológicos. Estos últimos los clasificó en elementales o naturales y en funciones psicológicas superiores. Los primeros son de índole biológica como la memoria mecánica, la atención involuntaria, la imaginación reproductora, el pensamiento figurativo, las sensaciones inferiores. Las segundos, funciones psicológicas superiores, son impregnadas por la cultura (pensamiento verbal, la memoria lógica, la formación de conceptos, la atención voluntaria, la imaginación creativa). Además, las funciones psicológicas superiores se relacionan con la perspectiva sociocultural debido a que se fundamentan en la vida social y la comunicación; es decir, fruto de la experiencia y de los significados compartidos mediante el lenguaje o uso de los signos (mediación semiótica), surgen e implican el control voluntario y se interiorizan. Para establecer la zona de desarrollo próximo, hace referencia a dos niveles de desarrollo. Al nivel de desarrollo efectivo o nivel real de desarrollo, que es la capacidad de resolver independiente un problema. Al nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto u otro compañero capaz. La zona de desarrollo próximo la define como "... la distancia entre el nivel real de desarrollo y el nivel de desarrollo potencial. (Vygotski, 1966, 1979a).

Para Vygotsky (1979a, 1979b), la construcción del aparato psíquico procede por restructuraciones sucesivas y progresivas, en las que los estratos psicológicos inferiores se hacen superiores. El desarrollo es emergencia progresiva de estructuras cualitativamente diferentes que se organizan y reorganizan manteniéndose el vínculo entre las primeras y las que vienen luego (transformación dialéctica: continuidad y discontinuidad se refunden en una síntesis). La mediación semiótica es un agente de reestructuración mental en el paso de los procesos inferiores de la mente a los superiores. El signo es la clave del paso de los procesos psíquicos inferiores a los superiores y son un instrumento de autocontrol de la persona e intermediarios de la cultura. La tercera parte hace mención de la teoría histórico-social del desarrollo humano. Aquí intenta dar una explicación histórica de lo que significa descubrir los fenómenos psicológicos como cúmulo de transformaciones sucesivas y para ello utiliza el método genético. Se trata de descubrir su origen, la historia de su desarrollo hasta el momento actual. El comportamiento solo puede ser comprendido como historia del comportamiento.

En relación con la mediación semiótica, Vygotsky (1979a) consideró el signo como mediador/regulador y como socio-comunicativa. En la primera dimensión, el signo es visto como un evento que se intercala entre un estímulo y la respuesta. El signo es inventado intencionadamente por el ser humano para dominar/dirigir la propia conducta. En la segunda dimensión del signo, socio-comunicativa, es un medio de relación social, un medio para influir sobre los otros y un medio de comunicación. A través de la interiorización del signo o asimilación de la conducta social de los otros a través del signo e indirectamente de su función reguladora del comportamiento.

El pensamiento se configura gracias al lenguaje y ello desde los comienzos del habla. El pensamiento verbal es una forma socio-histórica de comportamiento. Esto evidencia el interés de Vygotski (1979b) de demostrar el salto del patrón de desarrollo biológico al socio-histórico. Y en relación con el lenguaje interno o privado, lo considera una volatización del lenguaje en el pensamiento. Esto es, el desarrollo del pensamiento depende del lenguaje, de los medios del pensamiento y de la experiencia socio-cultural del niño. El lenguaje egocéntrico es un tipo de lenguaje interno que para este autor, los niños de preescolar y escolar recurren a este lenguaje y a la reflexión silenciosa (procesos de lenguaje interior), no desaparece sino que se diluye en el pensamiento.

2.1.3. Perspectiva sociocultural del aprendizaje del estudiante para profesor de matemática.

Tomando en consideración los argumentos anteriores, la perspectiva sociocultural del aprendizaje puede ayudar a la comprensión de cómo aprenden a convertirse los estudiantes para profesor en profesores de matemática. Esto es, cómo aprenden los estudiantes para profesor de matemática en el contexto de la enseñanza de la matemática y al resolver problemas profesionales propios de un profesor que enseña matemática.

De igual manera, recientes investigaciones en la formación del profesor de matemática han focalizado su atención hacia aspectos sociales, culturales e institucionales sobre el aprendizaje del estudiante para profesor y del profesor de matemática (Groos y Geiger, 2010; Lerman, 2010; Llinares, 2009; Llinares, 1998a; Llinares, y Krainer, 2006). Estas investigaciones han puesto de manifiesto que el aprendizaje es producto de la interacción de la gente con las herramientas representacionales y materiales que les ofrece el medio ambiente. Bajo esta perspectiva, el aprendizaje, por lo tanto, no se considera solo la adquisición de conocimientos por los individuos, sino como un proceso de participación social. Al respecto, Peressini, Borko, Romagnano, Knuth y Willis (2004) consideran dos aspectos relacionados que son consecuencia de estas investigaciones. Primero, el aprendizaje es situado al considerar cómo una persona aprende un determinado conjunto de conocimientos y habilidades, y la situación en la que una persona aprende, son una parte fundamental de lo que se aprende. Segundo, los conocimientos y creencias de los docentes interactúan con los contextos históricos, sociales y políticos para crear las situaciones en las cuales el aprender a enseñar se produce. Desde esta perspectiva sociocultural, el aprendizaje del estudiante para profesor de matemática se considera como un proceso de participación creciente en la práctica de la enseñanza de la matemática, y a través de esta participación, se da el proceso de llegar a "ser profesor de matemática".

Así mismo, Lave y Wenger (1991) plantean el aprendizaje como una actividad situada, e introducen el concepto de "participación periférica legitima" (Legitimate peripheral participation)

> Con esto queremos destacar el hecho de que los principiantes participan inevitablemente en comunidades de profesionales y que el dominio del conocimiento y de la práctica les exige que participen cada vez más plenamente en las prácticas socioculturales de una comunidad. La expresión "participación periférica legítima" proporciona una manera de hablar sobre las actividades, las identidades, los artefactos y las comunidades de conocimiento y de práctica. Se refiere al proceso por el que los principiantes pasan a formar parte de una comunidad de práctica. Mediante el proceso de llegar a participar plenamente en una práctica sociocultural, se activan las intenciones de aprender de una persona y se configura el significado del aprendizaje. Este proceso social incluye, y en realidad subsume, el aprendizaje de capacidades avanzadas. (Lave y Wenger, 1991, p. 29).

Por ello, la agenda de la presente investigación está relacionada con el aprendizaje del profesor. Así mismo, la caracterización de la problemática (problemática) es el aprendizaje del profesor del conocimiento necesario para enseñar, la forma en que se conceptúa tanto el conocimiento, el proceso de generación, los mecanismos que se conjeturan y organizan dicho proceso y las variables que influyen. Considerando esta problemática, el contexto general es el aprendizaje, los referentes previos de los aprendices, mecanismos que intervienen en la generación de nuevo conocimiento, diseño de entornos de aprendizaje específicos para facilitar un determinado aprendizaje. Por ello, ¿Cómo se concibe "aprender a enseñar? Se concibe como un proceso activo en el que el individuo construye su conocimiento tomando como referencia su conocimiento previo y el contexto en el que está, siendo este supuesto el que ayuda a definir algunas interrogantes de investigación específicas planteadas, los mecanismos de cambio, fases en el desarrollo, procesos característicos del aprendizaje.

Así, el aprender a enseñar se concibe como una relación dialógica entre lo subjetivo y lo objetivo, entre la realidad y los sujetos, para hacer emerger nuevos significados en los estudiantes para profesor de matemática. Cada uno construye significados sobre el proceso de aprender a enseñar matemática pero al promoverse el diálogo, la interacción mediante el debate virtual, hace emerger nuevos significados relacionados con la interpretación de los eventos de enseñanza de la matemática. Así, la frontera sujeto-objeto se hace borrosa al establecerse desde el punto de vista epistemológico que estos son complementarios o constitutivos.

En este orden de ideas, hay cuatro aspectos que se derivan de una síntesis de las investigaciones actuales en la educación matemática (Even, 2003; Wenger, 2001), que pueden ayudar a los estudiantes para profesor de matemática a comprender lo ocurre en los eventos de aprendizaje y enseñanza de la matemática:

- El conocimiento matemático se construye de manera que no reflejan necesariamente la instrucción. La enseñanza y el aprendizaje no es una relación de causa – efecto pues frustra la negociación de significados. Se hace necesario " … la interacción entre lo planificado y lo emergente. es decir, la capacidad de la enseñanza y el aprendizaje de interaccionar mutuamente para convertirse en recursos estructuradores el uno para la otra" (Wenger, 2001, p. 315).

- El significado matemático es a la vez subjetiva y sociocultural. Los significados que tienen los docentes sobre los contenidos matemáticos escolares no necesariamente son los mismos que tienen los estudiantes durante su aprendizaje. Por ello, el aprendizaje y la enseñanza suponen compartir y negociar significados; es decir, focalizarse en los significados que se negocian a través del aprendizaje y son esos significados los que constituyen la fuente de la necesaria para aprender.
- Los conocimientos y prácticas de aprendizaje son inseparables. Es decir, las experiencias de aprendizaje que "viven" los estudiantes se pueden convertir en potenciadoras de participación debido a la posibilidad de crear nuevas identidades, nuevas formas de afiliación y negociación de significados.
- Saber es una noción "resbalosa" en el sentido de que se hace un poco difícil determinar qué tanto puede saber un estudiante sobre algún tópico de matemática; a la vez, los individuos pueden "conocer" en algunas situaciones matemáticas y "no saber" en otras.

Por tanto, desde una perspectiva sociocultural, se hace énfasis en el papel de la participación y el discurso en la construcción del conocimiento de la enseñanza de la matemática del estudiante para profesor de matemática. En este sentido, los estudiantes participan en actividades de discurso específico por lo que tanto la naturaleza de la participación, como el contenido de ese discurso, se relacionan con el conocimiento construido. Para Wells (2001) "… el conocer es como la actividad intencional de individuos que, como miembros de una comunidad, emplean y producen representaciones en el esfuerzo colaborativo de comprender mejor su mundo compartido y transformarlo" (p. 96). Así mismo, este autor sostiene que los estudiantes encuentran oportunidades diferentes para construir significado y dar sentido a las situaciones observadas dentro y fuera del aula: experiencia, información, construcción del conocimiento y comprensión. La experiencia es el conjunto de significados que ha construido un individuo en el curso de la participación en la sucesión de acontecimientos que conforman su trayectoria de vida. En este sentido, la participación de los estudiantes para profesor de matemática como alumnos o aprendices en diversas acciones e interacciones sociales en la institución escolar, se convierten en fuente esencial de significados y representaciones en la que se construye el proceso de aprender a enseñar matemática.

La información hace referencia a las interpretaciones que han hecho otras personas de la experiencia y de los significados mediante obras de arte, folletos, obras impresas (información teórica). Sin embargo, el uso de esa información en nuevas situaciones depende de la manera en que se le pueda infundir el significado experiencial de los estudiantes para profesor de matemática e integrado deliberadamente en su modelo del mundo. La construcción del conocimiento supone del estudiante para profesor de matemática de una postura activa e integradora al dedicarse a la elaboración y comprensión de significados con los demás para la construcción, la utilización y la mejora progresiva de artefactos de representación al participar en entornos de aprendizaje que se centran en el análisis de la enseñanza de la matemática. Por último, la comprensión para los estudiantes para profesor de matemática, se convierte en el marco interpretativo mediante el cual comprenden y le dan sentido a la nueva experiencia y guía la acción de manera eficaz y responsable. Según Wells (2001) la experiencia debe ampliarse y reinterpretarse mediante el conocimiento colaborativo utilizando los recursos informativos y herramientas de representación de la cultura en general.

En este sentido, la experiencia son los significados que construye los estudiantes para profesor de matemática cuando participan en actividades que son interpretadas mediante el modelo de mundo que tienen (han vivido la experiencia como estudiantes). Mientras que la información hace referencia a las diversas herramientas conceptuales que proporciona la investigación de la didáctica de la matemática para ser infundidas de significados por parte de los futuros profesores e incorporadas a su modelo de mundo sobre la enseñanza de la matemática. La construcción de conocimiento hace explícito los significados que construyen los estudiantes para profesor. La comprensión, momento culminante de un ciclo del conocimiento, está más relacionada con lo personal, inmediato, holística, intuitiva e implicada en la acción de interpretar la enseñanza de la matemática mediante instrumentos o herramientas conceptuales que proporciona la didáctica de la matemática. De esta manera, asumimos que el conocer del estudiante para profesor de matemática comienza con su experiencia personal, que se amplifica por la información que proporciona las herramientas conceptuales de la didáctica de la matemática, se transforma en comprensión de la enseñanza de la matemática mediante la construcción de conocimiento con los otros que participan en la resolución de problemas profesionales en los entornos de aprendizaje.

2.1.4. Interacción y construcción de conocimiento.

Partiendo de como la lengua es la que organiza o articula los diferentes roles que ocupa los hablantes en el acto de la comunicación, Habermas (2002) propone, en su teoría de la acción comunicativa, el concepto de acción comunicativa y habla de tres mundos:

- El mundo del que se está hablando y en el que actúa. El mundo objetivo que hace referencia a entidades sobre posibles enunciados verdaderos (mundo objetivo)
- el mundo de los otros con los que habla y se comunica, referido a las relaciones interpersonales (mundo social). Y,
- su propio mundo o subjetividad lo cual son las vivencias del hablante (mundo subjetivo).

Entendemos por discurso un acto de comunicación, y ésta la actividad en la que hay un interlocutor, quien siente, actúa, de una manera determinada. Así mismo, el pensamiento, se puede conceptuar como una actividad de comunicación, y el aprendizaje como una modificación y ampliación de formas discursivas de uno mismo (Sfard, 2002b). Desde el punto de vista epistemológico, la metáfora subyacente en el aprendizaje, se plantea como una negociación de significados, los cuales son construidos como consecuencia de una actividad social, Por ello, el aprendizaje es una actividad social y en consecuencia, un proceso de iniciación al discurso propio de un profesor de matemática.

Es preciso mencionar la relación planteada por Mercer (2001) entre lenguaje, pensamiento y actividad social. El lenguaje nos ofrece un medio para "pensar juntos", para crear conjuntamente conocimiento y comprensión. No es un simple sistema para trasmitir información, sino un sistema para pensar colectivamente, nos permite crear redes intelectuales para comprender la experiencia y resolver problemas. Es un instrumento para crear conocimiento, para que el lenguaje mismo y el conocimiento creado con él se conviertan en recursos para los individuos y las comunidades. El lenguaje vincula el pensamiento individual con recursos colectivos de conocimiento y con procedimientos para actuar.

En igual forma, Wells (2001) plantea cómo a través de la experiencia y las interpretaciones que se hacen de otras personas se convierten en el fundamento para la construcción de los significados. Propone un aprendizaje basado en el diálogo, en particular habla de la necesidad de aprender a través de la *indagación dialógica* en las instituciones educativas, en la escuela, en el aula de clase, de manera que el conocimiento se construye entre todo el alumnado en actividades conjuntas y a través de interacciones dialógicas.

> En el esfuerzo de comprender, así como de mejorar la propia práctica, la teoría surge de la práctica y contribuye a darle sentido; también indica el tipo de mejora que puede intentarse y facilita un fundamento racional para explicar las razones de estos cambios a otras personas. Al mismo tiempo, la teorización no acaba nunca, dado que se lleva a cabo en diálogo con los otros; además, sólo es valiosa cuando configura y es configurada por la acción (Wells, 2003, p. 201).

Por ello, el conocimiento necesario para aprender a enseñar matemática tiene que ver con el aprender a enseñar. Este es considerado un proceso activo en el que el estudiante para profesor de matemática construye su conocimiento considerando sus conocimientos previos y el contexto. Este conocimiento debe llegar a poder ser un sistema de pensamiento, de ideas y acciones que permita una mayor comprensión de procesos de aprendizaje y de enseñanza de la matemática y una mayor habilidad de actuación del estudiante para profesor de matemática sobre estos procesos.

Desde el punto de vista epistemológico, en la medida que los estudiantes para profesor de matemática participan en el debate virtual, van construyendo, por aproximaciones sucesivas (construcción) (Ernest, 2010), el conocimiento necesario para aprender a enseñar. Cada participación se convierte en una oportunidad o un "contenido" para avanzar a una comprensión más profunda de su tarea de comprender e interpretar la enseñanza. De esta manera se va conformando un nuevo sujeto epistémico debido a que la participación en el entorno de aprendizaje (video, interacción y herramientas conceptuales) lo ayuda a ver "el aprender a enseñar" desde otra perspectiva, ya no la que tenía al inicio del debate virtual. Suponemos que la emergencia de un nuevo sujeto epistémico puede estar relacionado con las características del entorno de aprendizaje: videos, interacción y herramientas conceptuales. Por lo tanto, el estudiante para profesor de matemática construye el aprender a enseñar matemática participando en actividades propias del profesor de matemática.

Además, aprender significa cómo usar y justificar las ideas teóricas procedentes de la Didáctica de la Matemática para realizar las tareas docentes. Estas últimas son analizar la enseñanza de la matemática centrada en la competencia matemática. Así mismo, el aprendizaje supone una interacción entre experiencia y competencia. Por ello, las comunidades de práctica (Wenger, 2001) se convierten en un contexto para el aprendizaje o adquisición de conocimientos de los principiantes. Por lo que ofrece acceso a la competencia y provoca la experiencia personal. Al mismo tiempo, transforma las nuevas visiones en conocimiento, es decir en la creación de conocimientos. La participación se basa siempre en la negociación y renegociación situada de significados del mundo. Esto implica que la comprensión y la experiencia están en constante interacción, de hecho son mutuamente constitutivas (Lave y Wenger, 1991).

Por lo tanto, el aprendizaje supone una experiencia de identidad debido a que es un proceso de llegar a ser, de convertirse en una persona determinada. A la vez, el aprendizaje se convierte en una fuente de significado y de energía personal y social, al formarse esa identidad. Así, la práctica se convierte en la fuente de coherencia de una comunidad de práctica (Wenger, 2001). Para este autor, las dimensiones de una comunidad de práctica son: un compromiso mutuo, una empresa conjunta y un repertorio compartido. La naturaleza de conocer en la práctica, es una experiencia de significados la cual surge de un proceso de negociación que combina la participación y la cosificación.

La perspectiva interpretativa de la enseñanza de la matemática tiene que ver con que:

- Los profesores consideren cómo los alumnos y alumnas aprenden contenidos matemáticos y el discurso en el aula
- Los aprendices deben desarrollar comprensión de las matemáticas mediante la discusión y los problemas
- Los profesores deben desarrollar competencias como observar e interpretar lo que sucede en el aula
- Los programas de formación deben promover en los estudiantes para profesor de matemática, "aprender a ver" la enseñanza de la matemática.
- Es decir desarrollar las competencias de observar, referida con identificar los aspectos relevantes para comprender las características del discurso que se genera en el aula de matemática. Y,
- Desarrollar la competencia de interpretar, vinculada con identificar aquello que es relevante para un cierto objetivo y establecer conexiones con principios teóricos de la Didáctica de la Matemática.
- El proceso de aprender a enseñar hace alusión a la competencia de aprender a ver desde el doble proceso de observar (identificar) e interpretar (relacionar).

Para algunos autores (Azcarate, 2000; Ponte y Chapman, 2006; Llinares y Valls, 2010), el conocimiento necesario para enseñar matemática (CNEM) es un constructo multidimensional, pues el docente de matemática debe poseer una variedad de conocimientos relacionados con la matemática, la gestión de la enseñanza de la matemática en el aula de clase dentro de los contextos institucionales. En este sentido, el conocimiento necesario para enseñar matemática está conformado por el conocimiento sobre la enseñanza, el conocimiento sobre las matemáticas, conocimiento sobre los alumnos, y a su vez, vinculado a los sistemas de actividades (Llinares, 2008a; 2004, 2000; Llinares, Valls y Roig, 2008) que configura la práctica de enseñar matemática.

Así mismo, Sfard (2002a) y Clark (1997) reconocen que en la escuela, los estudiantes aprenden interactuando con los artefactos culturales, con los docentes y con sus compañeros de aula de clase Estas interacciones apoyan la construcción de nuevos conocimientos y habilidad para aprender a enseñar matemática. En este sentido, el aprendizaje y el conocimiento desde la perspectiva sociocultural enfatiza sobre el rol que desempeña la participación en el discurso dentro de un grupo o comunidad. El aprendizaje es un proceso de aculturación (Brown, Collins y Duguid, 1996). Es decir, es la introducción del aprendiz en las prácticas culturales realizadas por los miembros de un campo de conocimiento correspondiente. Seguidamente, el aprendizaje es un proceso continuo que se deriva de actuar en diversas situaciones al usar herramientas. El uso de herramientas les ayuda a elaborar una comprensión del mundo donde se utilizan dichas herramientas, a la vez que la interacción de la actividad con la herramienta cambia la comprensión del aprendiz sobre el mundo y la herramienta. Por esta situación, el aprendiz participa de manera gradual en las actividades auténticas o actividades ordinarias de la cultura propias de la comunidad de práctica en la que usan unas determinadas herramientas conceptuales que representan el saber o conocimiento acumulado de la cultura a la que pertenece.

La construcción del conocimiento en colaboración está basada sobre la participación del aprendiz en actividades de discurso específico, y además la naturaleza de la participación y el contenido de este discurso están relacionados a la construcción del conocimiento el cual se encuentra vinculado a los contextos sociales, culturales y fisicas (Greeno, 2003; Lave y Wenger, 1991; Llinares y Valls, 2009). La construcción del conocimiento está relacionada con la naturaleza de la participación y con el contenido del discurso que se genera al participar en actividades propias de un profesor de matemática. Así la construcción de aprendizaje se desarrolla en un ámbito social y de interacción; por ello deben crearse espacios de interacción y comunicación con el propósito de que los estudiantes para profesor de matemática participen y desarrollen competencias en las que se apropien de instrumentos conceptuales (derivados de la teoría de la Didáctica de la Matemática) que le ayuden a comprender las situaciones de la enseñanza de la matemática, y a la vez generar nuevo conocimiento producto de la reflexión que hace desde la práctica.

En el mismo orden de ideas, Krainer y Llinares (2010) plantean que los estudiantes para profesor de matemática son vistos como constructores activos de su conocimiento incorporados en una variedad de entornos sociales que influyen y le dan forma, a la vez que son influenciados y formados por ellos. Estos autores manifiestan que la educación del profesor de matemática contribuye con el crecimiento afectivo y cognitivo y mejora las creencias, conocimiento y la práctica de los estudiantes.

2.1.5. Relación entre interacción y construcción de conocimiento al resolver problemas profesionales. Una "visión profesional" del profesor de los eventos de enseñanza.

Dentro de las competencias a desarrollar por los estudiantes en su formación como profesor, está la de "una visión profesional del profesor" (Sánchez-Matamoros, Fernández, Valls, García y Llinares, 2013; Sherin, 2001, 2007) o "mirar con sentido" el pensamiento matemático de los alumnos y alumnas, y los procesos de enseñanza de la matemática (Fernández, Linares y Valls, 2011; Llinares, 2009; Franke y Kazemi, 2001). En este sentido, esa capacidad de notar e interpretar lo que está ocurriendo en la propia aula de clase, lo definen Van Es y Sherin (2010), como un conocimiento dependiente de la atención (dependent knowledge), la sensibilidad hacia aspectos de su práctica, un conjunto de habilidades de atención que los profesores expertos utilizan para atender aspectos cognitivos y afectivos de lo que ocurre en el aula. Estos autores plantean que la habilidad para notar eventos de enseñanza pasa por

- identificar lo que es importante en una situación de enseñanza,
- hacer las conexiones entre las interacciones específicas de clase y los conceptos y principios más amplios de la enseñanza y aprendizaje que ellos representan,
- con lo que los profesores conocen acerca del contexto especifico de la enseñanza para razonar sobre una situación dada.

En una situación de enseñanza y aprendizaje de la matemática ocurren muchas cosas al mismo tiempo, situaciones complejas. Se trata de que los estudiantes para profesor de matemática, se den cuenta o aprendan a mirar lo que sucede en el aula de matemática, y tomen decisiones hacia dónde focalizar su atención y a qué eventos dirigir la curiosidad en un momento dado. Pero al mismo tiempo, usar esos conocimientos que emergen de su contexto del aula para razonar sobre los acontecimientos que merecen ser atendidos y relacionarlos con las herramientas conceptuales que proporcionan la investigación en didáctica de la matemática.

En resumen podemos decir que en este trabajo se concibe el aprendizaje del estudiante para profesor de matemática como un constructor de sus aprendizajes dentro de un contexto social. Para Vigostski, el lenguaje (signo) y la comunicación juegan un papel importante en el desarrollo del pensamiento. Para él, las funciones psicológicas superiores se dan primero a nivel interpsicológico y luego intrapsicológicamente (ley de la doble formación de conceptos) (Vigotski, 1979a, 1979b). En este sentido, la comunicación es un elemento crucial en el aprendizaje del estudiante para profesor de matemática. La perspectiva asumida en este trabajo, define el aprendizaje del estudiante para profesor como un proceso de enculturación en la comunidad donde se participa (Llinares, 2007; Tzur, Simon, Heinz y Kinzel, 2001; Bishop, 1999).

Esto es, la comprensión se desarrolla cuando los estudiantes para profesor establecen relaciones y conexiones en su formación como profesor de matemática con la solución de problemas profesionales. La comunicación, el dialogo, implica, hablar, escuchar, escribir, demostrar ver, es decir desarrollar su pensamiento. La comunicación implica también, participar en las diversas interacciones sociales que se dan tanto presencial como virtualmente a través de debates electrónicos o virtuales en las que se comparten pensamientos ideas con otros, así como escuchar a otros para debatir o compartir sus ideas. El aprendizaje bajo esta perspectiva, está influenciado por la participación en prácticas culturales en las que se construyen significados relacionados con las actividades propias de un profesor de matemática cuando comparten sus razonamientos e ideas relacionadas con la solución de problemas o tareas profesionales. Así también, para Sfard (2002) el pensamiento se puede conceptuar como una actividad de comunicación, mientras que el aprendizaje se considera como una modificación y ampliación de formas discursivas de uno mismo. Pero más que caracterizar el aprendizaje mediante el diálogo y la comunicación, es decir el desarrollo de formas discursivas, se trata de que en la construcción del conocimiento y el aprendizaje, la participación en el discurso juega un papel central. Dicha participación, permite al aprendiz la construcción del sentido sobre las tareas profesionales que está realizando.

Finalmente, la construcción del conocimiento en colaboración está basada sobre la participación del aprendiz en actividades de discurso específico y la naturaleza de la participación y el contenido de ese discurso está relacionado a la construcción del conocimiento para aprender a enseñar matemática. En síntesis, aprender a enseñar matemática tiene que ver con la participación en actividades propias del profesor de matemática en las que el estudiante se inicia en unas formas discursivas específicas (discurso específico) relacionadas con la interpretación de la enseñanza de la matemática. Para comprender la construcción del conocimiento para aprender a enseñar matemática, en actividades propias del profesor de matemática, debe considerarse la naturaleza de la participación y el contenido del discurso desarrollado al participar en actividades propias de un docente de matemática.

Capítulo III

Marco Metodológico

"Cuando la mente del hombre se abre a una nueva idea, nunca vuelve a su dimensión anterior"
(Oliver Wendell Holmes, 1809-1894)

"Lo esencial es invisible a los ojos"
El Principito. Personaje: A Saint Exupery

En este capítulo se presenta el posicionamiento epistemológico asumido por el investigador. Así también, tanto la naturaleza de la investigación como el método de la misma. Seguidamente, el contexto de donde proceden los datos (entornos de aprendizaje, entorno de aprendizaje: video, interactividad, texto, *competencia matemática y su enseñanza*: visionar videos, leer documentos, debatir), los participantes en la investigación, fuente de datos, datos y el procedimiento de análisis de datos.

3.1. Caracterización de la Investigación

La aparición y el crecimiento de la investigación cualitativa en la investigación en educación matemática (Ernest, 1997), obedecen de alguna manera a una serie de aspectos sobre la problemática de la investigación, naturaleza de las preguntas de investigación, los métodos de investigación utilizados, y el posible impacto de este tipo de investigación sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. De allí que vamos a caracterizar la investigación mediante la posición ontológica, epistemológica y metodológica del investigador. A continuación cada uno de dichas dimensiones.

3.1.1. Posicionamiento ontológico.

En efecto, toda investigación lleva implícita o explícitamente una concepción sobre la naturaleza de la realidad en la cual está inmerso el problema objeto de investigación (dimensión ontológica). Así como también, la relación que se establece entre el investigador y el objeto de estudio en la presente investigación (dimensión epistemológica). En relación con la dimensión ontológica de la investigación, se hace imprescindible cuestionar sobre ¿Cuál es la naturaleza de la realidad cognoscible? (Guba y Lincoln, 1994). ¿Cuál es la naturaleza ontológica del proceso de aprender a enseñar matemática? ¿Cuál es la naturaleza ontológica del proceso de construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática del estudiante para profesor de matemática? En esta investigación adoptamos una ontología relativista (Ernest, 2010) porque esa realidad conocible es de naturaleza social. Es decir, aun cuando tenemos acceso simultáneo a un mundo externo a nosotros, no tenemos un conocimiento seguro de él. No se considera el mundo como algo que se pueda conocer con seguridad. En este sentido, la objetividad es cuestionada, debido a que al entrar en el mundo de la construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática, de alguna forma estamos en las relaciones subjetivas de quienes construyen esas ideas, es decir los estudiantes para profesor de matemática. Estas ideas y creencias junto con las interacciones desarrolladas con otros compañeros de aula sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática van configurando su propia visión y su conocimiento de lo que es el proceso de enseñanza de la matemática.

Seguidamente, las realidades que observamos en las participaciones de los estudiantes para profesor de matemática relacionadas con la enseñanza de la matemática son representadas en forma de múltiples construcciones mentales producto de la negociación de significados, basadas en el contexto social y en la experiencia. La forma y contenido de ese conocimiento sobre la enseñanza de la matemática, se va construyendo junto con las personas o grupos que participan en la práctica de enseñar matemática. Las construcciones que desarrollan los estudiantes para profesor de matemática sobre la enseñanza de la matemática no son "verdades" inmutables, absolutas, externa a quien la observa o investiga, sino que son construcciones modificables, relativas, subjetivas debido a que son realidades asociadas al hecho humano y al proceso interpretativo de la práctica de enseñar matemática.

Por lo tanto, el relativismo ontológico mencionado en esta investigación, hace referencia a las múltiples realidades sociales que se van construyendo como consecuencia de la interacción entre los participantes en el debate virtual. Estas realidades son creaciones de la mente humana en un contexto social, y pueden cambiar, a medida que sus creadores se vayan convirtiendo en profesores de matemática y construyan conocimiento sobre la práctica de enseñar matemática

3.1.2. Posicionamiento epistemológico.

En relación con la dimensión epistemológica, Guba y Lincoln (1994) se plantean el siguiente cuestionamiento ¿Cuál es la naturaleza de la relación entre el que conoce y lo conocido? ¿Cómo se conoce? Asumimos una vinculación interactiva entre el investigador y el objeto de investigación, en el sentido de lo planteado por Flick (2004) "Las subjetividades del investigador y de aquellos a los que se estudia son parte del proceso de investigación" (p. 20). Es decir, frente a la verdad inmutable y absoluta del objeto de conocimiento, lo cual significa que el investigador solo reproduce de manera fiel esa realidad estudiada tal y como es captada por los sentidos, se asume una relación en la que el investigador forma parte de esa realidad observada. Se asume una postura epistemológica falibilista (Ernest, 2010, 1991; Lakatos, 1989). Entendemos por la misma, como aquella donde los aspectos del mundo o el pensamiento no pueden ser conocidos con certeza, y la relación entre el conocedor y lo conocido se asume como algo problemático; y además se acepta que hay cierto conocimiento que es alcanzable por los seres humanos Se considera que el investigador y el objeto de investigación están conectados interactivamente por lo que los "descubrimientos" encontrados en la investigación, son propiamente creados durante el proceso de la investigación.

Las participaciones, que representan los datos de la investigación, constituyen las formas y conocimientos que han construido los estudiantes para profesor de matemática sobre la enseñanza de la matemática. Las mismas, son los conocimientos que han sido construidos en un contexto interactivo y social, en el que se ha negociado significados con el propósito de ir interpretando lo que significa enseñar matemática y por ende la configuración del proceso de convertirse en profesor de matemática. Asumir que la relación entre objeto de conocimiento e investigador es problemático, nos lleva a decir que tanto el conocimiento, sobre la enseñanza de la matemática, como el investigador, están en constante interacción para descubrir e interpretar cómo dotan de significados los estudiantes para profesor a la práctica de enseñar matemática; a la vez, esta interacción de alguna forma es concebida desde la perspectiva del investigador quien a su vez le confiere también ciertos significados. Por consiguiente, el conocimiento obtenido en la presente investigación, puede ser el resultado de una interacción dialéctica entre los procesos de construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática de los estudiantes para profesor, y el investigador.

3.1.3. Posicionamiento metodológico.

Finalmente, siguiendo lo planteado por Guba y Lincoln (1994) en relación con la dimensión metodológica, se hace la siguiente pregunta: ¿Cómo debería proceder el investigador para descubrir lo cognoscible? La construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática del estudiante para profesor de matemática no es un fenómeno natural, aislable de quienes lo llevan a cabo. Podemos decir que es una construcción, una interpretación que realizan los estudiantes para profesor de matemática a través de dotar de símbolos y significados, de mirar con sentido la práctica de enseñar matemática.

En este sentido, la forma como se procedió en la investigación para conocer al objeto fue mediante una metodología constructivista (Del Rincón, Arnal, Latorre y Sans, 1995; Ernest, 2010; Guba y Lincoln, 1994; Kilpatrick, 1998; Sandín, 2003). La misma es considerada en la presente investigación como aquella de:

> ... carácter hermenéutico – dialéctico, llamada así por su carácter interpretativo y dada a comparar y contrastar construcciones divergentes en un esfuerzo por lograr una síntesis de las mismas. El objetivo es lograr un consenso sobre las construcciones. …El significado del mundo social es construido y reconstruido por sus actores. …esta perspectiva estudia las interpretaciones que las personas hacen de la realidad social y de su relación con la misma. .. El investigador intenta penetrar en el interior de la persona y entenderla *desde dentro* (Del Rincón, Arnal, Latorre y Sans, 1995, pp. 25-29).

Es decir, comprender e interpretar la construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática desde los significados que le asignan los estudiantes para profesor de matemática en el contexto de un entorno virtual de aprendizaje.

Por esta razón, para Van Manen (2003) "preguntar algo de verdad significa interrogar sobre algo desde el fondo de nuestra existencia, desde el centro de nuestro ser…reflexionando y analizando hasta que aquello que se cuestiona empieza a desvelar algo de su naturaleza esencial" (p. 63). En efecto, por un lado percibimos la naturaleza de la realidad, que estamos estudiando, de manera dinámica, múltiple, construida; y por otro, la relación del sujeto con el objeto de dependencia e interacción dialéctica. En consecuencia, la forma de proceder para descubrir esa realidad por parte del investigador, es a través de la comprensión e interpretación de los significados que asignan los estudiantes para profesor de matemática sobre la enseñanza de la matemática. Se trata de ver cómo las participaciones que realizan los estudiantes para profesor pueden proporcionarnos un conocimiento más profundo y más reflexivo acerca de la construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática.

En síntesis, podemos caracterizar la perspectiva de investigación del presente estudio en función de tres componentes o dimensiones importantes (Véase Figura 8):

- el objeto, el cual representa la realidad a la que intenta entrar el investigador. Está expresado mediante el proceso de conocimiento sobre la enseñanza de la matemática de los estudiantes para profesor. (dimensión ontológica).
- El sujeto representado en el investigador (dimensión epistemológica). Y
- La interpretación que hace el investigador de esa realidad, lo cual alude de manera implícita, al camino a seguir para buscar los significados del proceso de construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática (dimensión metodológica).

Por lo tanto, el conocimiento logrado mediante la investigación es una construcción que se deriva de una relación dialógica entre las participaciones, que han realizado los estudiantes para profesor de matemática mediante los debates virtuales, y el propio investigador.

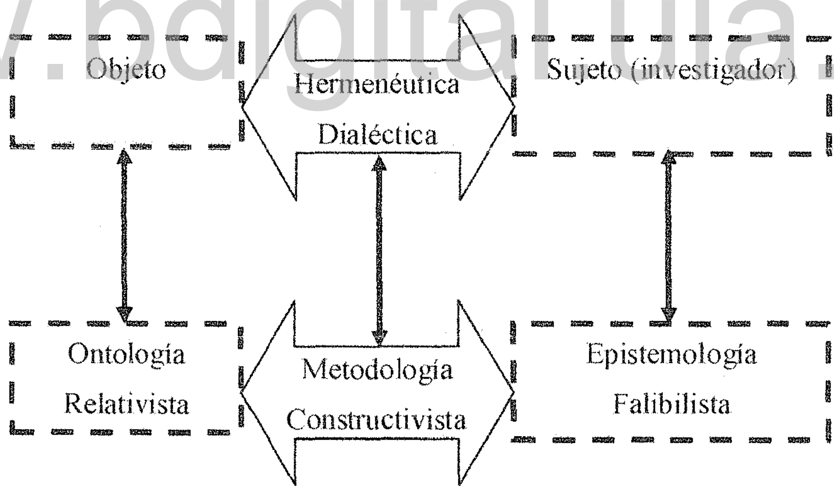


Figura **8**. Dimensiones ontológicas, epistémicas y metodológicas de la investigación.
Nota: Elaboración propia

3.2. Naturaleza de la Investigación

Dadas las características de nuestro problema de investigación, el presente estudio está enmarcado dentro de la investigación cualitativa, la cual es considerada por Rodríguez, Gil y García (1999) como un concepto amplio "En definitiva, bajo el concepto de investigación cualitativa englobamos a toda una serie de tendencias en la investigación, cada una de ellas con sus características diferenciales"(p. 24). Este autor habla de una diversidad de enfoques y corrientes de investigación dentro de la investigación cualitativa y los agrupa en métodos cualitativos como: fenomenología, etnografía, teoría fundamentada, etnometodología, investigación acción y el método biográfico. Mientras que para Pérez (1998), la investigación cualitativa consiste en:

> Descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones y comportamientos que son observables. Además, incorpora lo que los participantes dicen, sus experiencias, actitudes, creencias, pensamientos y reflexiones, tal y como son expresadas por ellos mismos. (p. 46).

Asimismo, para LeCompte (1995) la investigación cualitativa es definida como "…una categoría de diseños de investigación que extraen descripciones a partir de observaciones que adoptan la forma de entrevistas, narraciones, notas de campo, grabaciones, transcripciones de audio y vídeo cassettes, registros escritos de todo tipo, fotografías o películas y artefactos" (s/p).

Por ello, la presente investigación pretende conocer de qué manera las respuestas escritas producidas por los estudiantes para profesor de matemática en los dos debates virtuales son un soporte válido para dar cuenta de cómo aprenden y qué aprenden sobre la enseñanza de la matemática. Es decir, en relación con el proceso de construcción del conocimiento necesario sobre la enseñanza de la matemática por parte de los estudiantes para profesor de matemática. En este sentido, y considerando la naturaleza de nuestro problema de investigación compartimos junto con Teppo (1997): "La investigación cualitativa se focaliza sobre los procesos, significados y la naturaleza de la realidad socialmente constituida y proporciona nuevas intuiciones sobre los fenómenos que se estudian que no pueden ser obtenidos por otros medios" (p. 2).

También, Latorre, Del Rincón y Arnal (1997) afirman que "El investigador cualitativo intenta penetrar en el interior de las personas y entenderlas *desde dentro*, realizando una especie de inmersión en la situación y en el fenómeno estudiado" (p. 199). Esto es, consiste en identificar cuál es la naturaleza profunda de las realidades que se representan en las respuestas obtenidas de los estudiantes para profesor de matemática, las participaciones en el debate relacionadas con la interpretación de la enseñanza de la matemática, la forma en la que participaban en el debate virtual, los niveles de construcción del conocimiento, la relación entre la forma de participar en los debates virtuales y niveles de construcción de conocimiento.

Por lo tanto, en la búsqueda de esa interpretación profunda de la realidad relacionada con la construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática se procedió mediante una perspectiva interpretativa (Flick, 2004; Kilpatrick, 1998; Rodríguez, Gil y García, 1999; Sandín, 2003; Taylor y Bogdan, 1996). La misma es considerada en la presente investigación como aquella que

> ... se centra en el estudio de los significados de las acciones humanas y de la vida social... penetra en el mundo personal de los sujetos (cómo interpretan las situaciones, qué significan para ellos, qué intenciones tienen). Busca la objetividad en el ámbito de los significados utilizando como criterio de evidencia el acuerdo intersubjetivo en el contexto educativo (Latorre, Del Rincón y Arnal, 1997, p. 42).

Es decir, comprender e interpretar la construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática desde los significados que le asignan los estudiantes para profesor de matemática en el contexto de un entorno virtual de aprendizaje.

3.3. Método de Investigación

Tal y como lo planteábamos en el apartado relacionado con la caracterización de la presente investigación se asumió, en la dimensión metodológica, una perspectiva constructivista. Ello debido a la naturaleza social de la realidad que estamos investigando y a la relación interactiva entre esa realidad y el investigador (subjetivismo interactivo). Dicha realidad es el proceso de construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática, la cual se construye mediante la experiencia, la participación y la negociación de significados en un contexto social. En tal sentido, la realidad que hemos investigado determina la estructura del método a seguir para estudiar dicha realidad.

Comencemos, entonces, por ubicar la palabra método. Para la Real Academia Española (2001) significa, entre otras definiciones, el procedimiento que se sigue en las ciencias para hallar la verdad y enseñarla. También, Ferrater (1964) plantea que se tiene un método cuando se sigue un cierto "camino" para alcanzar un cierto fin, propuesto de antemano como tal. Igualmente, la investigación cualitativa, definida anteriormente, nos da los elementos teóricos que fundamentan los pasos a seguir para estudiar la realidad objeto de investigación. Por consiguiente, la metodología cualitativa "… proporciona un sentido de visión, de a dónde quiere ir el analista con la investigación. Las técnicas y procedimientos (el método) proporcionan los medios para llevar esta visión a la realidad" (Strauss y Corbin, 2002, pp. 8-9).

De estas definiciones, asumimos el método como las técnicas y procedimientos a seguir en la comprensión del proceso de construcción sobre la enseñanza de la matemática de los estudiantes para profesor de matemática. Y al análisis cualitativo como "el proceso no matemático de interpretación, realizado con el propósito de descubrir conceptos y relaciones en los datos brutos y luego organizarlos en un esquema explicativo teórico" (Strauss y Corbin, 2002, p. 12). Dentro de los procedimientos a utilizar para descubrir conceptos y relaciones está conceptualizar, reducir, elaborar y relacionar los datos obtenidos mediante los dos debates virtuales y representados a través de sus participaciones. En tal sentido, se utilizó el análisis de contenido cualitativo (De Wever, Schellens, Valcke, Van Keer, 2006; Krippendorff, 2002; Mayring, 2000; Schrire, 2006; Strijbos, Martens, Prins y Jochems, 2006; Zhang y Wildemuth, 2009; Zhu, 2006) como método de investigación con el propósito de captar los significados y contenidos que están latentes en las participaciones que han realizado el grupo de estudiantes para profesor de matemática en los debates virtuales. En consecuencia, se realizan inferencias a partir del texto generado por las participaciones sobre cómo ven estos la enseñanza de la matemática y aprenden a enseñar matemática. Es interesante ver la relación dialéctica entre los elementos fundamentales presentes en el marco metodológico (Véase Figura 9).

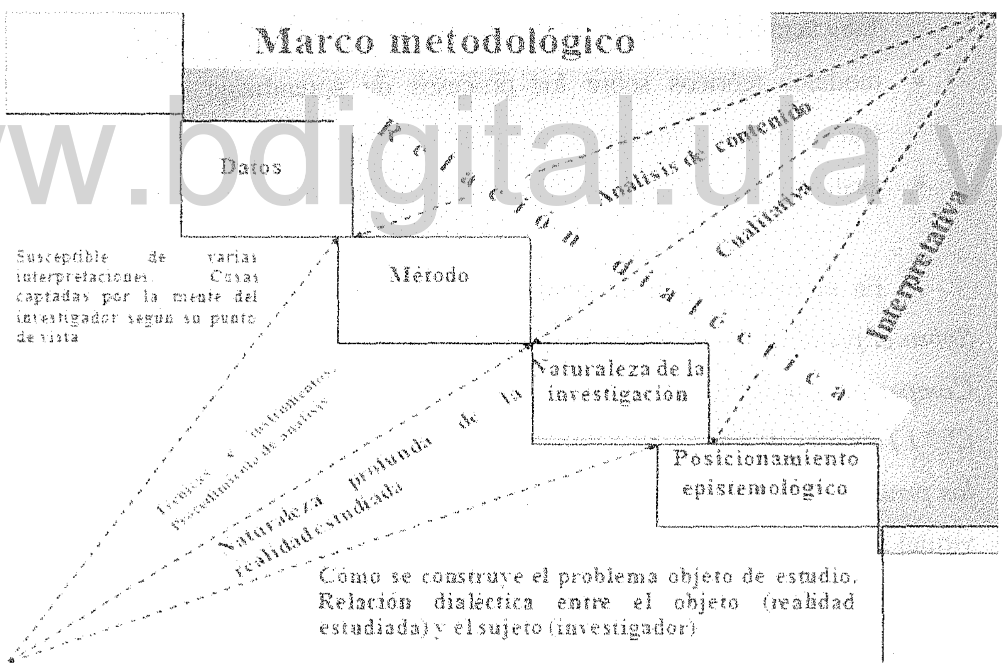


Figura 9. Relación dialéctica entre los elementos fundamentales del Marco Metodológico.
Nota: Elaboración propia

3.4. Contexto de Donde Proceden los Datos

La *Didáctica de la Matemática en la Educación Secundaria* es una asignatura tipo optativa y es ofertada en el 5to año de la Licenciatura en Matemáticas, plan 1997, de la Universidad de Alicante. En ella estaban matriculados 23 estudiantes (9 alumnas y 14 alumnos) del año académico 2006-2007.

Esta asignatura contempla tres módulos. *Módulo I: Competencia Matemática y Enseñanza, Curriculum. Módulo II: Razonamiento Matemático. Analizando el pensamiento matemático de los estudiantes.* Y el *Módulo III: Gestión de la enseñanza.* Cada uno de estos módulos tiene a su vez prácticas que deben ser desarrolladas por los estudiantes. Se persigue con estos módulos que los estudiantes comprendan y usen:

- Criterios de análisis de actividades y del currículo de matemáticas de la Educación Secundaria. Análisis de los contenidos matemáticos de la Educación Secundaria.
- modelos teóricos sobre los procesos de aprendizaje de las matemáticas (razonamiento matemático de los estudiantes).
- análisis para la enseñanza de las matemáticas (interacción y gestión).

En el módulo I se desarrollan tres prácticas. *Práctica 1: Bea4ESO. (1.1.) Sobre el problema (1.2) Sobre la actividad de resolución del problema. Práctica 2: Competencia matemática y PISA. (2.1) Niveles de complejidad en los problemas (2.2.) Teorema de Pitágoras. Diseño y análisis de tareas.* Y la *Práctica 3: Don José y los procesos de construcción geométricos*; en esta última práctica se abrió un debate virtual en la herramienta "debates" que permaneció abierto durante 12 días y el cual se desplegó del menú "Comunicación" de la plataforma Campus Virtual ofrecida por la Universidad de Alicante, España.

En el módulo II se desarrollan las prácticas 4 y 5. *Práctica 4 (RM0607): Identificación de niveles de competencia matemática. Contexto Divisibilidad. Práctica 5 (RM0607): Entrevista clínica.-Características del pensamiento matemático de los estudiantes. Contexto Razonamiento proporcional*

En relación con el módulo III, contempla el desarrollo de las prácticas 6 y 7. La *Práctica 6 (GE0607): S-CM1- Sara y la gestión en pequeño grupo. Contexto:*

Funciones lineales. En esta práctica se abrió un debate virtual durante 16 días. La Práctica 7 *(GE0607): S-CM2- Sara y la gestión en gran grupo. Contexto Funciones lineales*. Se abrió un debate virtual durante 15 días del menú *debates*, desplegado del menú *comunicación* de la plataforma virtual de la Universidad de Alicante.

Las repuestas escritas de los debates virtuales quedan alojadas y registradas en la plataforma virtual. Allí se registra el tiempo de duración de la participación, la fecha de ingreso del mensaje y la duración de la participación se puede desactivar si el alumno no interactúa con el entorno de aprendizaje. Los debates pueden aparecer como *Desplegado, Desplegar las líneas u Ordenar por fecha*; asimismo la plataforma visualiza el *Estado, Tipo y Autor-Fecha de la participación* (Véase Figura 10).

Figura 10. Formato de la herramienta "Debates"

3.4.1. Entornos de aprendizaje.

El entorno de aprendizaje se concibe como una "conjunción de las tareas diseñadas y la concepción de una determinada manera de usarlas, incluyendo el papel del formador de profesores y los documentos adicionales" (Llinares, 2004, pp. 97-98). De esta manera el instrumento tecnológico utilizado para organizar entornos de aprendizaje es "sesiones docentes" el cual se despliega del menú "Recursos de aprendizaje" de la plataforma Campus Virtual ofrecida por la Universidad de Alicante, España (Véase Figura 11).

Figura 11. Formato de la herramienta "Sesión"

3.4.2. Entorno de aprendizaje: video, interactividad, texto.

El entorno de aprendizaje *Competencia Matemática y su Enseñanza* está estructurado en tres partes. La primera corresponde al video que puede ser visualizado; la segunda (interactiva) hace referencia al título de la sesión con los siguientes elementos: *Guía de sesión, Materiales*: pueden ser descargados a un ordenador, *Debates* (aparece un listado de los debates en los que pueden participar), *Controles* (permite la entrega de los informe-síntesis).

La tercera, textual, aparecen los objetivos de la sesión y la metodología. En esta última se presenta una serie de documentos conceptuales que pueden ser descargados al ordenador. Está formada por:

1. *Análisis del video-clip*

2. *Usar los documentos de apoyo*

3. *Participar en el debate*

4. *Producir un informe-síntesis.*

En conjunto, los tres elementos que están unidos e interrelacionados en este entorno de aprendizaje son: video, interacción y texto (Véase Figura 12).

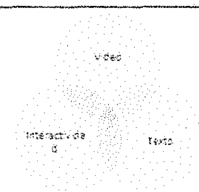
Elementos explícitos del entorno	Elementos implícitos del entorno
Video Interactividad Texto	 Conjunción de tareas, concepción de sus usos, papel del formador y documentos adicionales (Llinares, 2004). Visionar videos, leer documentos, debatir, escribir informe.

Figura 12. Conjunción de elementos en un entorno de aprendizaje.

3.4.3. Competencia matemática y su enseñanza: visionar videos, leer documentos y debatir.

Del entorno de aprendizaje *Competencia Matemática y su Enseñanza* se va a considerar las prácticas 6 y 7 del módulo Gestión de la Enseñanza correspondiente al curso 2006-2007 de la asignatura Didáctica de la Matemática en la Educación Secundaria. La Práctica 6 (GE0607): *S-CM1- Sara y la gestión en pequeño grupo. Contexto: Funciones lineales*. En esta práctica se abrió un debate virtual durante 16 días.

En relación con la Práctica 7 (GE0607): *S-CM2- Sara y la gestión en gran grupo. Contexto Funciones lineales*. Se abrió un debate virtual durante 15 días del menú *debates* desplegado del menú *comunicació*n de la plataforma virtual de la Universidad de Alicante (Véase Figura 13)

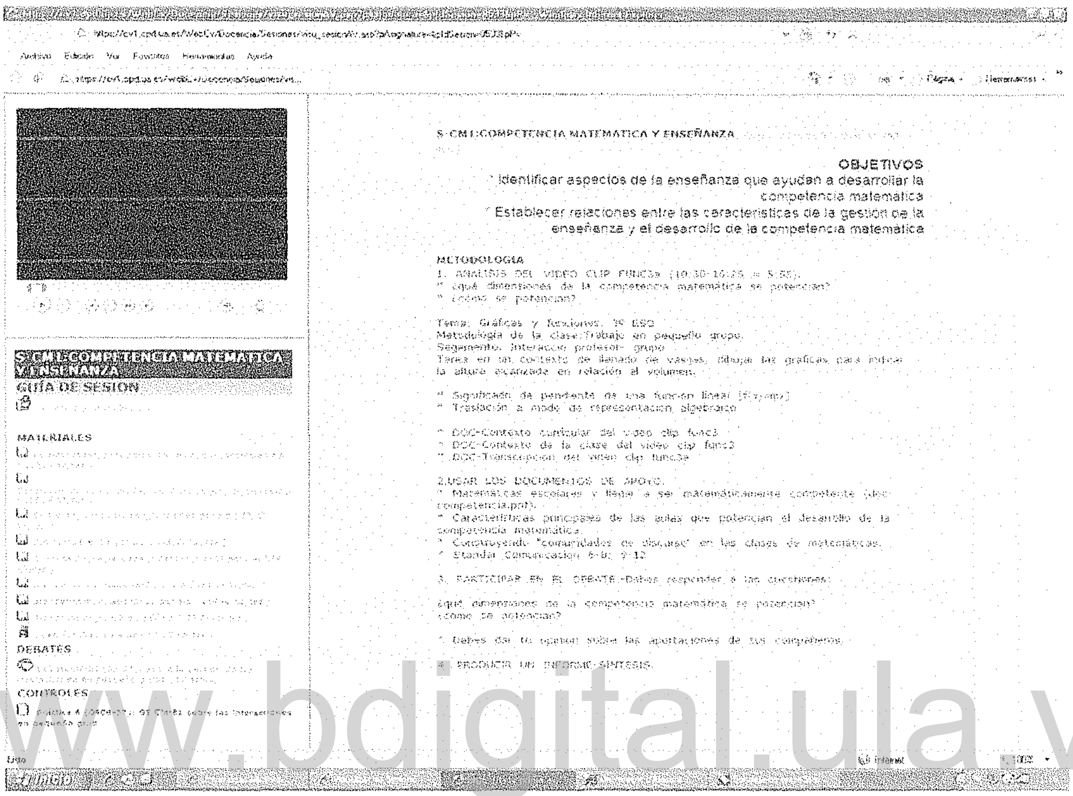


Figura 13. Formato de un "Entorno de Aprendizaje"

A continuación se consideran los aspectos del entorno *Competencia Matemática y su Enseñanza* (Véase Figura 14).

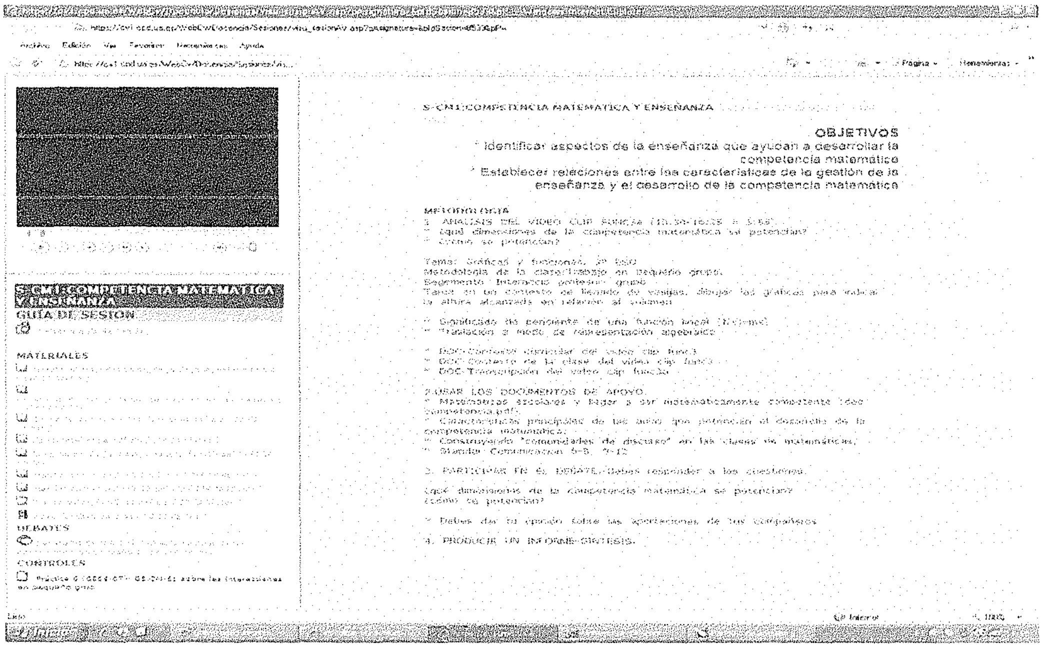


Figura 14. Formato de un "Entorno de Aprendizaje"

Los objetivos de esta "sesión: Competencia Matemática y su Enseñanza" son:

- *Identificar aspectos de la enseñanza que ayuden a desarrollar la competencia matemática.*
- *Establecer relaciones entre las características de la gestión de la enseñanza y el desarrollo de la competencia matemática.*

En el apartado de *Metodología* de la sesión: *Competencia Matemática y su Enseñanza* se presentan los siguientes aspectos:

i. *Análisis del video-clip FUNC3-B (25:00-34:00= 9:00).*

- *Características del video-clip*
  - *Tema: Gráficas y funciones. 3 ESO.*
  - *Metodología de la clase: trabajo en gran grupo. Tarea en un contexto de llenado de vasijas, dibujar las gráficas para indicar la altura alcanzada en relación al volumen.*
  - *Significado de pendiente de una función lineal [f(x)=mx]*
  - *Traslación a modo de representación algebraico*
- *DOC-Contexto curricular del video clip func3°*

- *DOC- Contexto de la clase del video clip func3°*
- *DOC-Transcripción del video clip func3°-b*

ii. *Usar los documentos de apoyo.*

Los instrumentos conceptuales de esta "sesión" son los siguientes: *Matemáticas escolares y llegar a ser matemáticamente competente.* Este documento tiene como objetivos caracterizar la noción de competencia matemática y sus dimensiones (comprensión conceptual, destrezas procedimentales, comunicar, explicar y argumentar matemáticamente, pensamiento estratégico y desarrollo de actitudes positivas hacia la propia capacidad matemática), tarea matemática y describir las características del aula de clase que desarrollan la competencia matemática. En este sentido, Llinares (2004) plantea que los instrumentos conceptuales son "… conceptos y construcciones teóricas que se han generado desde las investigaciones en didáctica de las matemáticas que permiten comprender y tratar la realidad (situaciones en las que se enseña y se aprende las matemáticas), permiten poseer unas determinadas referencias para interpretar las situaciones de la práctica, condicionando lo que se ve y cómo se ve" (pp. 94-95).

- *Características principales de las aulas que potencian el desarrollo de la competencia matemática.* Aquí se describen características como la tarea matemática propuesta, el papel del profesor, la cultura del aula, los recursos matemáticos como soporte del aprendizaje y la equidad y accesibilidad.
- *Construyendo comunidades de discurso en las clases.* Este documento toma en consideración el discurso, la comunicación en el aula, la participación de los estudiantes en las clases de matemática y dirigir sus intervenciones sustentándolas en ideas matemáticas que sean justificadas.
- *Estándar Comunicación 6-8; 9-12.*

iii. *Participar en el debate.*

- *Responder las siguientes preguntas: ¿qué dimensiones de la competencia matemática se potencian?, ¿cómo se potencian (tipos de tareas, características de la comunicación, ...)?*
- *Debes dar tú opinión sobre las aportaciones de tus compañeros*

En relación con el objetivo de los debates virtuales Llinares (2007) afirma que "…tienen como objetivo ayudar a transformar los planteamientos iníciales mediante la introducción, en el discurso generado, de los instrumentos conceptuales pertinentes. Las interacciones pueden articularse y guiarse mediante distintas preguntas" (p. 7)

iv. *Producir un Informe-Síntesis* (tienen un hipervínculo para que lo puedan bajar al ordenador y es elaborado en grupo). Este es enviado por los estudiantes mediante el cuadro de diálogo *Material asociado* de la herramienta *Tutorías* desplegado del menú *comunicación* de la plataforma virtual de la Universidad de Alicante (Véase Figura 15). Para ello debe utilizar los siguientes documentos:

- *fun3-b.asx (0,15 Kbytes) : video fun 3º -b (10:30-16:25=5:55).*
- *El_contexto de_la clase videoclip_func3º.pdf (463,54 Kbytes): El contexto de la clase del video clip func3º: los objetivos de la clase y la estructura y las tareas de la clase*
- *transcripcion_fun-3º-2.pdf (76,03 Kbytes):* Transcripción video clip func3º-b. duración 9:10 (25:00-34:10) Tarea: relación altura-volumen en contexto de llenado de vasijas
- *doc-competencia.pdf.zip (126,23 Kbytes): Matemáticas escolares y llegar a ser matemáticamente competente*
- *estándar-comunicacion6-8.pdf.zip (358,39 Kbytes): Estándares-comunicación 6-8: Principios y Estándares para la Educación Matemática. NCTM (traducción de Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales)*

- *estándar-comunicacion9-12.pdf.zip (254,40 Kbytes): Estándares-comunicación 9-12: Principios y Estándares para la Educación Matemática. NCTM (traducción de Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales)*
- *Construyendo_comunidades_de_discurso_en_las_clases.zip 155,54 Kbytes): características del discurso matemático en el aula*
- *caracteristicas_principales_del_aula_que_potencian.zip (110,03 Kbytes): Características principales de las aulas que potencian el desarrollo de la competencia Matemática.*
- *Contexto_curricularvideo_funciones.pdf.zip (83,42 Kbytes): contexto curricular del video clip func3º*

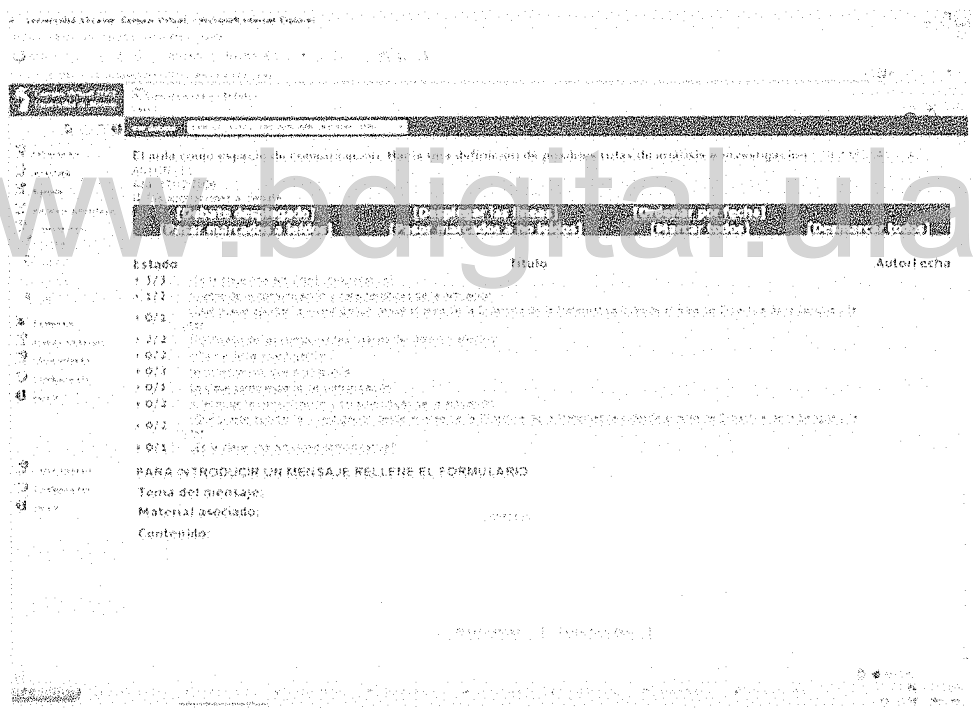


Figura 15. Cuadro de diálogo "Material asociado" de la herramienta "Tutorías"

Se puede decir que, junto con Llinares (2007) "Escribir un informe en grupo sobre las cuestiones relacionadas con los objetivos planteados o proponer nuevas alternativas centradas en modificaciones de la tarea que fue presentada en la lección grabada en video o en posibles alternativas de actuación por parte del profesor constituye la posibilidad de sintetizar el trabajo realizado" (p. 7) y servir como parte parcial de la evidencia de qué aprendieron y cómo lo aprendieron los estudiantes para profesor de matemática.

De lo anterior se desprende lo siguiente que el contexto de la investigación es: el entorno de aprendizaje *Competencia Matemática y su Enseñanza* desarrollado a través de la herramienta tecnológica *Sesión* el cual se despliega del menú *Recursos de aprendizaje*. Se va a considerar las prácticas 6 (*S-CM1- Sara y la gestión en pequeño grupo. Contexto: Funciones lineales*) y 7 (*S-CM2- Sara y la gestión en gran grupo. Contexto Funciones lineales.*). En ambas prácticas se abrió un debate virtual, utilizando la herramienta *debates*, desplegado del menú *comunicación*.

Las dos herramientas tecnológicas (*Sesión* y *Debates*) son de la plataforma virtual de la Universidad de Alicante, España. Mediante este entorno los estudiantes para profesor de matemática realizan actividades como visionar un video, usar documentos de apoyo, participar en el debate y producir un informe-síntesis.

3.5. Participantes en la Investigación

Participaron en esta investigación 23 estudiantes (9 alumnas y 14 alumnos) del 5to año de la Licenciatura en Matemáticas (estudiantes para profesor de matemáticas) de la Universidad de Alicante. Estos estudiantes estaban matriculados en la asignatura *Didáctica de la Matemática en la Educación Secundaria*, del año académico 2006-2007, y participaron en dos debates virtuales los cuales estuvieron activos durante 16 y 15 días, respectivamente. Las actividades o tareas que fueron elaboradas en grupo son: visionar videos, leer documentos y debatir.

3.6. Fuentes de Datos

En tal sentido, los datos de la presente investigación proceden de las participaciones de los estudiantes para profesor de matemáticas en dos debates virtuales. Vamos a describir los mismos.

Debates virtuales

En los debates virtuales debían responder dos preguntas relacionadas con dos videos.

El primero, Debate CM-E1 (06-07): *Sobre la gestión de las interacciones en pequeño grupo*, tiene como objetivo analizar el video-clip func3a, del minuto 10:30 al minuto 16:254 (duración del segmento: 5:55 minutos), centrado en la gestión de las interacciones en pequeño grupo. El segundo, Debate CM-E2 (06-07) *sobre la gestión de las interacciones en gran grupo*, tiene como objetivo analizar el video-clip func3-b, del minuto 25 al 34:10 (duración del segmento: 9:10 minutos), centrado en la gestión de las interacciones en "gran grupo".

En ambas gestiones la profesora tiene como objetivo que sus alumnos doten de sentido a la idea de pendiente de una función lineal y respondan las siguientes preguntas:

- *¿qué dimensiones de la competencia matemática se potencian?, ¿cómo se potencian (tipos de tareas, características de la comunicación, ...)?*
- *Debes dar tú opinión sobre las aportaciones de tus compañeros*

3.7. Datos

En la presente investigación, se consideró a los datos en términos de la diversidad de interpretaciones y significados que le dio el investigador y no en función de lo que etimológicamente significa data, como "algo dado"; en efecto, se estaría desperdiciando la naturaleza profunda y su riqueza conceptual que esta oculta en los mismos. Para Rodríguez, Gil y García (1999) los datos se caracterizan

> ... *como elaboraciones de naturaleza descriptiva que recogen una amplia y diversa gama de información, ricos y densos en significados, polisémicos, difícilmente reproducibles dada su vinculación a contextos y momentos determinados y recogidos a partir de una instrumentación mínima, pues para obtenerlos se utilizan procedimientos más que instrumentos* (p. 200).

Por lo tanto, esta concepción de los datos se corresponde con el posicionamiento epistemológico interpretativo del investigador y con la naturaleza de la investigación como cualitativa. En relación con lo primero, posicionamiento epistemológico, los datos procedentes de la investigación tienen una estrecha relación con lo dicho por Ibañez (citado en Martínez, 2009) al referirse a los mismos "como cosas captadas por la mente del investigador según su punto de vista" (p. 111), es decir el establecimiento de un diálogo dialéctico, en términos de Aristóteles (Fait, 2002) entre el problema de investigación, "encarnado" en los datos, y el investigador, "encarnado" en las múltiples interpretaciones y significados "captados" por la visión interpretativa y subjetiva del mismo. En referencia a lo segundo, investigación cualitativa, lleva al investigador a "ver" la naturaleza profunda y dinámica del problema a investigar la cual es reflejada en las participaciones elaboradas por los estudiantes para profesor de matemática al intervenir en los debates virtuales. En este sentido, el dato es el significado que está implícito en él y su dimensión es el nivel de significación.

En tal sentido, los datos en la presente investigación son las participaciones realizadas por los estudiantes en los dos debates virtuales, es decir las respuestas escritas producidas las cuales encierran una riqueza de significados dados por los participantes en los debates virtuales. Estas respuestas soportan una información sobre la forma como construyen el conocimiento sobre la enseñanza de la matemática los participantes. En igual forma, esas participaciones de los estudiantes para profesor de matemáticas (repuestas escritas) quedan alojadas y registradas en la plataforma virtual. Allí se registra el tiempo de duración de la participación y la fecha de ingreso del mensaje.

3.8. Procedimiento de Análisis de Datos

Rodríguez, Gil y García (1999) conceptúan el análisis de los datos como: "El conjunto de manipulaciones, transformaciones, operaciones, reflexiones y comprobaciones que realizamos sobre los datos con el fin de extraer significado relevante en relación a un problema de investigación" (p. 200). Considerando los datos de la presente investigación como las participaciones que realizaron los estudiantes para profesor de matemática, se procedió, para el análisis de los mismos, a utilizar el análisis de contenido conservando su naturaleza textual y la elaboración de categorías consideradas en función de su contenido e interpretación (Coffey y Atkinson, 2003; De Wever, Schellens, Valcke, Van Keer, 2006; Glaser y Strauss, 1999; Mayring, 2000; Strauss y Corbin, 2002; Zhu, 2006).

Asimismo, tomando en cuenta la densidad de los "datos brutos", procedentes de los debates virtuales realizados por los estudiantes para profesor, se hace imposible manejarlos por lo que se empleó el siguiente procedimiento (LeCompte, 2000; Huberman y Miles, 1994; Rodríguez, Gil y García, 1999): Recogida de datos, reducción de datos, disposición y transformación de datos y extracción/ verificación de conclusiones. En relación con la primera etapa, recogida de datos, se hizo mediante los debates virtuales como instrumento de recolección; la segunda etapa, reducción de datos, que de acuerdo a lo planteado por Rodríguez, Gil y García (1999): "la reducción de datos también supone descartar o seleccionar para el análisis parte del material informativo recogido" (p. 206). Además, señalan que el proceso de reducción de datos está presente en la investigación "... cuando el investigador resume o esquematiza sus notas de campo..." (p. 206). Por ello, partiendo de las participaciones de los estudiantes para profesor de matemática, como los datos de la presente investigación, el análisis de los mismos busca la descripción y comprensión de qué y cómo aprendieron éstos al analizar la enseñanza de la matemática presentada a través del video, los debates virtuales y el uso de las herramientas conceptuales derivadas de la didáctica de la matemática.

En esta reducción de datos se hizo una primera, que consistió en agrupar las participaciones por temas, considerando como criterio las secuencias de interacciones que giran alrededor de un tema generando las cadenas conversacionales; luego, se hizo una segunda reducción que consistió identificar de los mensajes o participaciones de los estudiantes, ideas en forma de frases generando así las unidades de significado las cuales fueron codificadas y categorizadas como: "formas de participar" (Rey, Penalva y Llinares, 2004; Pena-Shaff y Nicholls, 2004) y "niveles de construcción de conocimiento" (De Wever, Schellens, Valcke y Van Keer, 2006; Llinares y Valls, 2009; Strijbos, Martens, Prins y Jochems, 2006). La tercera etapa fue organizar las unidades de significado codificadas y categorizadas en tablas de doble entrada y gráficos de secuencia temporal (cadenas conversacionales); y finalmente, la cuarta etapa, presentación de resultados, discusión y conclusiones (Ver Figura 16).

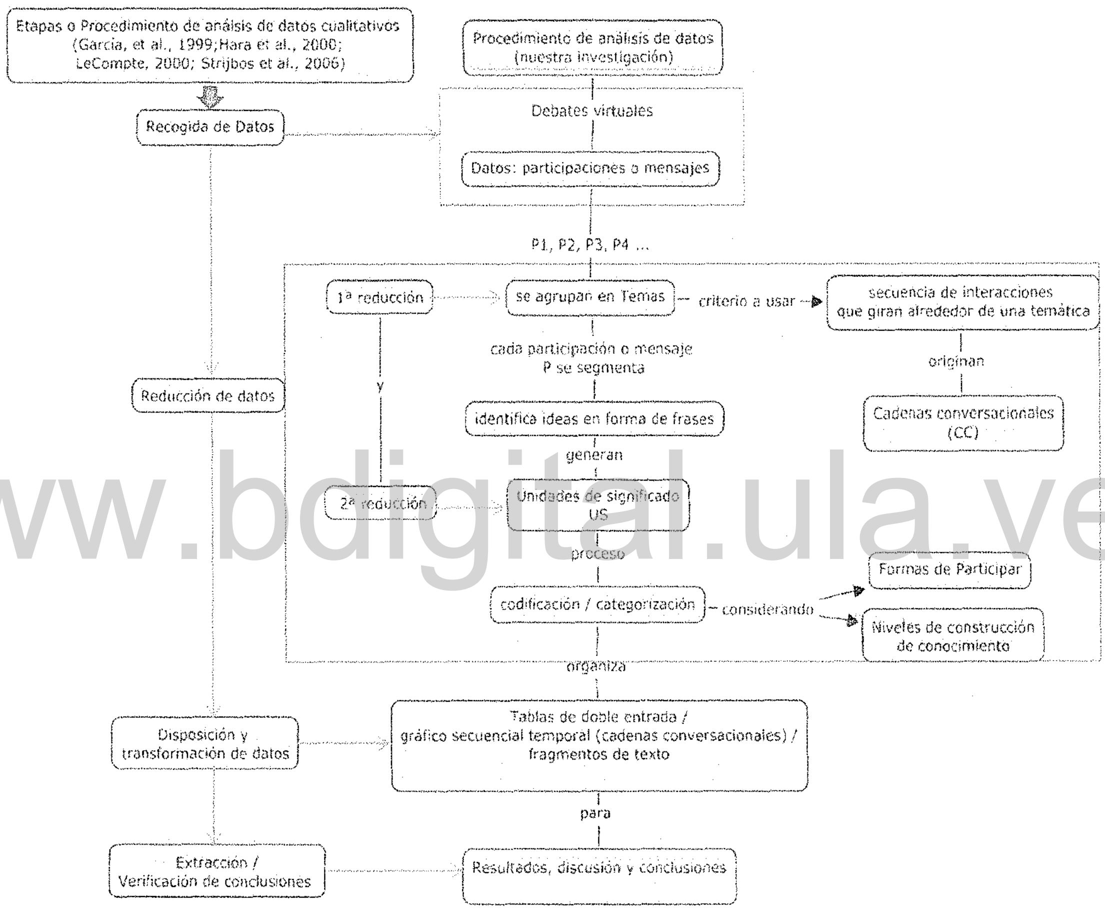


Figura 16. Procedimiento de análisis de datos.

En consideración a lo anterior, el análisis de los datos procedentes de los debates virtuales se realizó tomando en cuenta aspectos cuantitativos (número de aportaciones, distribución temporal de las participaciones) y cualitativos (formas de participar en el debate virtual y calidad del discurso de los estudiantes para profesor). Para ello, se realizó en dos etapas. En la primera etapa, se consideró como unidad de significado las aportaciones individuales de los estudiantes para profesor de matemática en ambos debates. Y en la segunda etapa, se tomó como unidad de significado el constructo "cadena conversacional" (Llinares y Valls, 2010; Rey, Penalva y Llinares, 2007). Una cadena conversacional representa una secuencia de interacciones entre los participantes del debate virtual vinculadas a una misma temática, para mostrar el orden de participación y el tipo de interacción. Esta cadena conversacional permite identificar alrededor de qué temas y de qué manera los estudiantes para profesor interaccionaban. En cada cadena conversacional se identificó el tópico que generó la interacción, y su representación se hace mediante un gráfico secuencial temporal (Hara, Bonk y Angeli, 2000; Rey, Penalva y Llinares, 2004; Ver Figura 16). Las cadenas conversacionales proporcionan elementos de análisis para identificar dónde se están negociando significados y determinar qué están aprendiendo los estudiantes para profesor. Además, para cada cadena conversacional se construyó una tabla con el propósito de integrar la información sobre la forma de participar y los niveles de construcción del conocimiento (calidad del discurso). Es importante mencionar que la identificación de los temas en las interacciones se hace al principio del análisis de los datos debido a que los estudiantes para profesor de matemática no insertan su participación en el lugar y nivel adecuados.

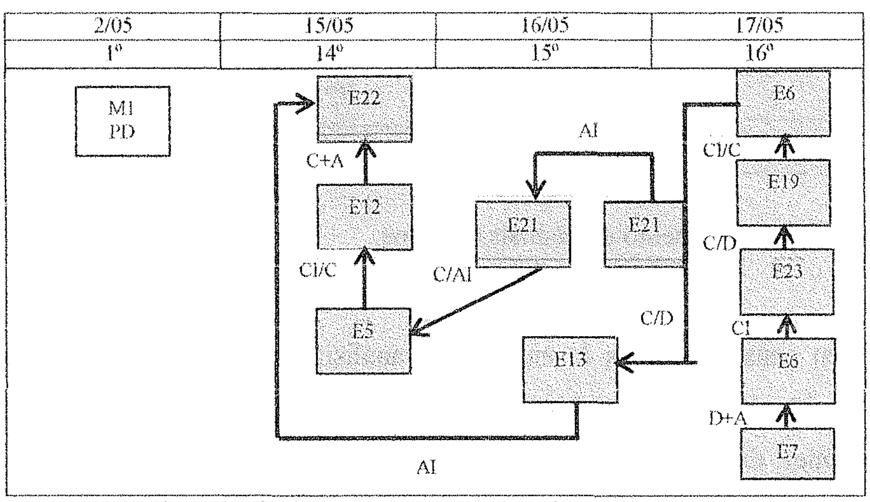


Figura 17. Ejemplo de cadena conversacional.

En resumen, el procedimiento de análisis de los datos se desarrolló considerando aspectos cuantitativos y cualitativos. Los primeros, hacen referencia al número de aportaciones y distribución temporal de las participaciones. En los segundos, se toma en cuenta la forma de participar (tipos de interacción) y calidad del discurso (niveles de construcción de conocimiento) de los estudiantes para profesor de matemática. En consecuencia, se realizaron dos fases de análisis de datos. La primera fase, cuantitativa, consistió en elaborar tablas estadísticas que mostraran quiénes participaron y cuándo participaron en los debates los estudiantes.

En la segunda fase cualitativa, se realizó dos niveles de análisis de los datos. En el primer nivel, se identificaron "cadenas conversacionales" y temas sobre los que interaccionaban los estudiantes; las cadenas conversacionales tienen como propósito identificar el orden de participación, el tipo de interacción (modos de participación), dónde se está negociando los significados y determinar lo que se está aprendiendo en los debates virtuales. En consecuencia, al determinar los modos de participación, indica la disposición o actitud que tiene el estudiante que interactúa con los demás participantes en el debate, en respuesta a las opiniones de sus otros compañeros. Esto está relacionado con el primer propósito de la investigación: formas de participar en los debates virtuales, procesos de negociación de significados.

En el segundo nivel, se hizo un análisis de contenido (Bardin, 1986; De Wever, Schellens, Valcke, Van Keer, 2006; Krippendorff, 2002; Schrire, 2006; Strijbos, Martens, Prins y Jochems, 2006; Zhu, 2006) de cada una de las participaciones o mensajes "escritos" por los estudiantes. Para ello se siguió los siguientes pasos planteados por Zhang y Wildemuth, (2009): preparar los datos (corresponden a las participaciones de los estudiantes), definir las unidades de significado (temas, ideas o frases), desarrollo de categorías y codificación, evaluar la codificación con ejemplos o fragmentos de texto (unidades de significado), codificar todo los datos, volver a evaluar la codificación para ver inconsistencias en las categorías (se recurrió a la participación de otro investigador, intercodificadores), sacar concusiones de los datos codificados e informar sobre los métodos y conclusiones de la investigación.. Esto es, la manera como los estudiantes para profesor relacionan las evidencias empíricas que están en el vídeo con las ideas teóricas que proporcionó los documentos generados en la didáctica de la matemática. En consecuencia, al determinar esa relación (evidencia empírica – ideas teóricas) que desarrollan los estudiantes permite indagar cómo van integrando las herramientas conceptuales en el análisis de la enseñanza de la matemática. Esto tiene relación con el segundo propósito de la investigación: caracterizar los niveles de construcción de conocimiento de los estudiantes.

3.8.1. Descripción de las categorías en las dimensiones: forma de participar y niveles de construcción de conocimiento.

Para determinar el tipo de interacción que se origina en los debates virtuales, se analiza la forma de participar y se utilizan las siguientes categorías y códigos:

- Aporta información (AI). Son aportaciones que responden a las cuestiones planteadas pero sin hacer referencia a ninguna aportación previa. A veces son aportaciones iniciales. Puede ser más o menos rica en la medida en que se refiere o no a las ideas teóricas, proporciona citas del video-clip, plantea cuestiones o algún dilema. Esta información, en algunos casos no es nueva, ya que se ha expresado anteriormente en el debate.
- Clarifica (Cl). Participación que sirve para ampliar y/o refinar algún aspecto de alguna aportación anterior, propia o de otro participante, mediante el uso de nueva información, describiendo experiencias propias. También para presentar información relevante de algún tema considerado.
- Concuerda (Cda). Son aportaciones que manifiestan conformidad o apoyo hacia alguna de las intervenciones dadas anteriormente. En este tipo de interacción no solo expresa la misma opinión, sino que hace mención del nombre o la persona con la que está de acuerdo.
- Concuerda y amplia (CdaAm). Son participaciones que concuerda y amplia aspectos mencionados en otras aportaciones. Argumenta y genera hipótesis.
- Discrepa (Dpa). Son aportaciones que manifiestan desacuerdo con ideas, disconformidad hacia parte del contenido de otra participación anterior.

- Discrepa y amplia (DpaAm). Son participaciones que manifiestan disconformidad y argumenta su discrepancia.

Para determinar los niveles de construcción de conocimiento (cognición), se caracteriza la calidad del discurso desarrollado y se utilizan las siguientes categorías ():

- Descriptivo-Narrativo (N1). Lo narrativo, supone la simple relación de acciones o eventos relacionados con acciones. El participante, de manera natural, sin utilizar aquellas ideas de la teoría que ion de eventos son necesarias y relevantes para analizar la situación, presenta rasgos, cualidades características asociadas a la situación que promueve la construcción de conocimiento. Sólo describen las partes diferentes de la enseñanza mostradas en el vídeo, pero sin hacer uso explícito de las ideas teóricas proporcionadas durante el curso.
- Retórico (N2). En la intervención se evidencia el uso de ideas teóricas de los documentos de apoyo (herramientas conceptuales) para construir un discurso, sin establecer relaciones entre estas ideas o de ellas con la situación. Falta cohesión en el discurso. Hacen referencia retórica a las ideas teóricas sin unirlos con los aspectos específicos del proceso de enseñanza identificado en los vídeos.
- Identificación e inicio de un uso instrumental de la información (N3). El participante identifica uno o varios aspectos relevantes de la situación y los interpreta utilizando ideas teóricas y los relacionan o no entre ellos. Identifican los aspectos específicos de la enseñanza y los relacionan con ciertos puntos teóricos para llegar a una interpretación; sin embargo, estas contribuciones no revelan una capacidad clara de establecer relaciones entre varios aspectos del proceso de enseñanza – evidencias empíricas - y las diferentes ideas teóricas expresadas en la documentación que tienen disponible.
- Teorizar – conceptualizar. Integración relacional (N4). Son intervenciones donde la información teórica se transforma en herramienta conceptual. Las

herramientas conceptuales se identifican y se usan integrándolas para dar una respuesta a la tarea. Las contribuciones de los estudiantes para profesor de matemática forman o conceptúan opiniones mediante un proceso teórico de razonamiento (conceptuación). La característica relevante de este nivel es el empleo o uso integrado de la información teórica proporcionada para la identificación de ciertos aspectos relevantes de la enseñanza de la matemática. (Véase Tabla 1)

Tabla 1. Categorías, subcategorías y dimensiones emergentes de los datos

Categorías	Subcategorías	Conceptualización	Dimensiones (códigos)	Significado
Aportaciones individuales	Participación	Se toma en cuenta <u>quienes</u> participaron y <u>cuándo</u> participaron		
	Interacción	Se toma en consideración la forma en la que se participaba en el debate	Aporta información (AI)	Responde a las cuestiones planteadas pero sin hacer referencia a ninguna aportación previa. A veces son aportaciones iniciales. Puede ser más o menos rica en la medida en que se refiere o no a las ideas teóricas, proporciona citas del video-clip, plantea cuestiones o algún dilema.
			Clarifica (Cl)	Amplia algún aspecto introducido anteriormente
			Concuerda (Cda)	Manifiesta conformidad y apoyo hacia una aportación dada
			Concuerda y amplia (CdaAm)	Concuerda y amplia aspectos mencionados en otras aportaciones. Argumenta y genera hipótesis
			Discrepa (Dpa)	Manifiesta disconformidad
			Discrepa y amplia (DpaAm)	Manifiesta disconformidad y argumenta su discrepancia
	Cognición (niveles de construcción de conocimiento)	Calidad del discurso. La manera como los estudiantes para profesor relacionan las evidencias empíricas que están en el video con las ideas	Descriptivo (N1)	El participante responde describiendo de manera natural lo que ve, sin utilizar aquellas ideas de la teoría que son necesarias y relevantes para analizar la situación. Sólo describen las partes

		teóricas que proporcionó los documentos generados en la didáctica de la matemática		diferentes de la enseñanza mostradas en el vídeo, pero sin hacer uso explícito de las ideas teóricas proporcionadas durante el curso. En este nivel los estudiantes simplemente formulan las descripciones que ellos ven sin relacionarlo con cualquier información teórica.
			Retórico (N2)	Uso de ideas teóricas de los documentos de apoyo (herramientas conceptuales) para construir un discurso, sin establecer relaciones entre estas ideas o de ellas con la situación. Falta cohesión en el discurso. Hacen referencia retórica a las ideas teóricas sin unirlos con los aspectos específicos del proceso de enseñanza identificado en los videos.
			Identificación e inicio de un uso instrumental de la información (N3)	Identifica uno o varios aspectos relevantes de la situación y los interpreta utilizando ideas teóricas y los relacionan o no entre ellos. Identifican los aspectos específicos de la enseñanza y los relacionan con ciertos puntos teóricos para llegar a una interpretación; sin embargo, estas contribuciones no revelan una capacidad clara de establecer relaciones entre varios aspectos del proceso de enseñanza – evidencias empiricas - y las diferentes ideas teóricas expresadas en la documentación que

				tienen disponible.
			Teorizar – conceptualizar. Integración relacional (N4)	La información teórica se transforma en herramienta conceptual. Las herramientas conceptuales se identifican y se usan integrándolas para dar una respuesta a la tarea. Las contribuciones de los estudiantes para profesor de matemática forman o conceptúan opiniones mediante un proceso teórico de razonamiento (conceptuación). La característica relevante de este nivel es el empleo o uso integrado de la información teórica proporcionada para la identificación de ciertos aspectos relevantes de la enseñanza de matemáticas.

Cadenas conversacionales

Se identificará el tópico que generó la interacción, y se representará mediante un gráfico.

Para cada cadena conversacional se hará una tabla que integre la forma de participar y los niveles de construcción de conocimiento

Capítulo IV

Resultados

Encontrando significados de la construcción del conocimiento en la interacción de los debates virtuales

> La noción de conocimiento nos parece una y evidente. Pero, en el momento en que se le interroga, estalla, se diversifica, se multiplica en nociones innumerables, planteando cada una de ellas una nueva interrogante" (Edgar Morin, 1983, p. 18)

En la presente investigación se planteó interpretar y profundizar en la construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática del estudiante para profesor de matemática mediante el uso didáctico de los videos y debates virtuales. En este sentido los propósitos fueron:

1. Analizar la forma como participan los estudiantes para profesor de matemática en el debate virtual.

2. Caracterizar los niveles de construcción del conocimiento de los estudiantes para profesor de matemática cuando participan en el debate virtual.

3. Analizar la relación entre la forma de participar en los debates virtuales y los niveles de construcción de conocimiento de los estudiantes para profesor de matemática.

Igualmente es importante recordar que las respuestas dadas por los estudiantes para profesor de matemática, representan los datos de la presente investigación y el soporte que permitió analizar *cómo aprenden y qué aprenden los estudiantes para profesor de matemática a enseñar matemática* desde una perspectiva sociocultural, considerando las herramientas conceptuales, el vídeo y la interactividad que proporciona los entornos de aprendizaje.

Por ello, y siguiendo un análisis inductivo, se presentan cada una de las participaciones de los estudiantes para profesores de matemática en los debates virtuales, considerando el Sistema de Categorías Emergentes, derivado de los procesos de codificación y categorización. En este sentido, se presentan las dimensiones, sub categorías y categorías de la investigación.

Por otra parte, en los debates virtuales, los estudiantes para profesor debían responder dos preguntas relacionadas con dos videos (Ver Tabla 16).

Tabla 2. Debates virtuales, objetivos, tiempo y preguntas

Nombre del video	Objetivo de la profesora del video	Tiempo del video	El video está centrado en la gestión de las interacciones en	Objetivo del debate	Los estudiantes para profesor debían responder las siguientes preguntas
Debate CM-E1 (06-07)	Sus alumnos doten de sentido a la idea de pendiente de una función lineal	minuto 10:30 al minuto 16:254 (duración del segmento: 5:55 minutos)	pequeño grupo	analizar el video-clip func3a	• ¿Qué dimensiones de la competencia matemática se potencian?, ¿cómo se potencian (tipos de tareas, características de la comunicación, …)? • Debes dar tú opinión sobre las aportaciones de tus compañeros
Debate CM-E2 (06-07)		del minuto 25 al 34:10 (duración del segmento: 9:10 minutos)	gran grupo	analizar el video-clip func3-b	

4.1. La dimensión Forma de Participación (Forma de interacción) en los debates de discusión en línea D1 y D2

Como se muestra en la Tabla 3, el número de aportaciones que realizaron los estudiantes para profesor de matemática en el Debate de discusión D1 fue de 88. En los primeros siete días no hubo aportaciones al debate, estas comenzaron a partir del octavo día. El 91 % (80) de las contribuciones se realizaron en los tres últimos días del período establecido en el debate D1, mientras que el resto (9 %) se repartió entre los días 8 y 13. De las 88 contribuciones que se realizaron en este primer debate, se generaron 91 unidades de significado (Ver Tabla 4). El mayor número de unidades de significado (41 %) se desarrollaron en el día 16, le siguen los días 15 (36 %), 14 (14 %) y 13 (3 %). Los demás días oscilan entre 2 % y 1 % de unidades de significado.

Tabla 3. Número de aportaciones por cada día de Debate de discusión en línea D1

Días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	13	14	15	16	Total
N° de aportaciones	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	3	13	33	34	88

Tabla 4. Número de unidades de significado por cada día de Debate de discusión en línea D1

Días	8	9	10	12	13	14	15	16	Total
N° de unidades de significado	1	1	1	2	3	13	33	37	91

En la tabla 5 se representan las 89 aportaciones que realizaron los estudiantes para profesor de matemática en el Debate D2. En los primeros cinco días no hubo participaciones, estas comenzaron a partir del sexto día. El 71 % (63) de las aportaciones se realizaron en los días doce (26 %), trece (21%) y catorce (24 %), mientras que el resto (29 %) se realizaron los días ocho, diez y once con 6 % (5) cada uno, y los días sexto y decimoquinto con 4 % (4) cada uno. Los días siete y nueve, fue de 1 % (1) y 2 % (2) de participaciones, respectivamente. De las 89 contribuciones que se realizaron en este segundo debate, se generaron 93 unidades de significado (Ver Tabla 6). El mayor número de unidades de significado (26 %) se desarrollaron en el día doce, le siguen los días catorce (24 %) y trece (23 %). En los demás días, la aparición de unidades de significado oscila entre 5 % (5) en los días ocho, diez y once; 4% (4) en los días seis y quince cada uno, 3 % (3) en el día nueve, y 1 % (1) el día séptimo.

Tabla 5. Número de aportaciones por cada día de Debate de discusión en línea D2

Días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total
N° de aportaciones	0	0	0	0	0	4	1	5	2	5	5	23	19	21	4	89

Tabla 6. Número de unidades de significado por cada día de Debate de discusión en línea D2

Días	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total
N° de unidades de significado	4	1	5	3	5	5	24	20	22	4	93

La Tabla 7 muestra los tipos de interacción o formas de participación entre los veintitrés estudiantes para profesor de matemática en el Debate D1 y D2. En el debate D1, 19 participaciones (21 % del total) no hicieron referencia (Aporta Información, AI) a cualquier otra contribución realizada por sus compañeros. Este resultado revela que más de las tres cuartas partes (79%) de todas las contribuciones señalaron de forma explícita a alguna aportación hecha por otro estudiante; y además fueron distribuidas de la siguiente manera: 18 participaciones (20 % del total) en la categoría "Clarifica" (Cl), 2 intervenciones (2% del total) en la categoría "Concuerda" (C), 32 contribuciones (35% del total) en la categoría "Concuerda y Amplia" (C+A), y 20 participaciones (22% del total) en la categoría "Discrepa y Amplia" (D+A).

Tabla 7. Dimensión *Forma de participar* en el Debate de discusión en línea D1 y D2

	D1		D2	
	f	%[a]	f	%[a]
AI: Aporta información	19	21	15	16
Cl: Clarifica	18	20	23	25
C: Concuerda	2	2	3	3
C+A: Concuerda y Amplia	32	35	16	17
D: Discrepa	0	0	1	1
D+A: Discrepa y amplia	20	22	35	38
Otros	0	0	0	0
Total de unidades de significado	91	100	93	100

Nota: D1: Debate de discusión en línea 1; D2: Debate de discusión en línea 2. [a] Los porcentajes se han redondeado a un número entero.

De las 54 aportaciones que reflejan la interacción con otros estudiantes, el 63 % fue de la forma de participación "Concuerda" y "Concuerda y Amplia" (2 +34) y 37 % del tipo "Discrepa y Amplia" (20). Es decir, más de la mitad de las aportaciones en este debate (54 de 91), muestran que los estudiantes contrastaron sus propias ideas con las de los demás y fueron capaces de ilustrar las diferencias o coincidencias ampliando sus argumentos. Aunado a lo anterior, se aprecia un gran número de intervenciones (20 % del total) correspondientes a refinar o aclarar (Cl) algún aspecto de alguna aportación anterior ajena o propia. En consecuencia, la presencia de una mayoría de contribuciones de este tipo (Cl, C+A, D+A, 79 %) muestra que los estudiantes interactuaron juntos en la realización de las tareas establecidas en el debate D1.

Por otra parte, en el debate D2, 15 participaciones (16 % del total) no hicieron referencia a cualquier otra contribución realizada por sus compañeros. Este dato muestra que más de las cuatro quintas partes (84 %) del total de aportaciones hicieron alusión a intervenciones de otros compañeros en el debate. Estas participaciones se repartieron de la siguiente forma: 23 participaciones (25 % del total) en la categoría

"Clarifica" (Cl), 3 intervenciones (3% del total) en la categoría "Concuerda" (C), 16 contribuciones (17 % del total) en la categoría "Concuerda y Amplia" (C+A), 1 (1 % del total) en la categoría "Discrepa" (D) y 35 participaciones (38 % del total) en la categoría "Discrepa y Amplia" (D+A).

De las 55 contribuciones que manifiestan la interacción con otros estudiantes, el 35% fue de la forma de participación "Concuerda" (19) y 65 % del tipo "Discrepa" (36). Más de la mitad de las contribuciones en este debate (55 de 93), evidencian que los participantes manifestaron conformidad o disconformidad al comparar sus puntos de vista con las de sus compañeros y lograr así discutir sus coincidencias o diferencias profundizando en sus argumentos. También, se aprecia un crecimiento relevante, entre otros, desde el debate D1 al debate D2 en las participaciones relacionadas con: ampliar aspectos tratados en participaciones anteriores (Cl, 20 % desde el Debate D1 al 25 % del debate D2, del total) y manifestación de disconformidad con argumentación (D+A, 22 % desde el Debate D1 al 38 % del Debate D2, del total). Sin embargo, hubo una disminución desde el Debate D1 al Debate D2, en relación con aportaciones que respondían tanto a las preguntas de los debates sin hacer referencia a aportaciones previas (AI, 21 % desde el Debate D1 al 16 % del Debate D2, del total) como a acuerdos con argumentaciones (C+A, 35 % desde el Debate D1 al 17 % del Debate D2, del total). Por consiguiente, la existencia de un gran número de contribuciones tales como Cl, C+A, D+A, ejemplifica como los estudiantes, desarrollaron las tareas profesionales de manera conjunta.

Como la mayoría de las contribuciones corresponden al establecimiento de relaciones respecto a las aportaciones de otros estudiantes (Cl, C, C+A, D, D+A), entonces esto evidencia el esfuerzo realizado durante la discusión en línea para llegar a una comprensión recíproca de los aspectos de la enseñanza que promuevan el desarrollo de la competencia matemática; en tal sentido, este resultado muestra el grado de implicación cognitiva que tienen los estudiantes con cada una de las aportaciones que realizaron los demás participantes en los debates.

A continuación, las siguientes participaciones pertenecen a la cadena conversacional 5, del debate D1, que tiene como foco de interés "Desafíos de un profesor" de matemática en secundaria". Por ejemplo, la siguiente intervención es del estudiante E19 y se categoriza como Aporta Información porque su participación intenta responder la pregunta planteada al principio del Debate virtual *(¿qué aspectos de la enseñanza influyen en el desarrollo de las diferentes dimensiones de la competencia matemática?)* sin hacer referencia a ninguna aportación previa y hace mención a uno de los textos sugeridos en el debate de discusión; en este mensaje E19 señala como Sara es capaz de llevar a cabo objetivos relacionados con la comunicación en el aula, escuchar a sus estudiantes, profundizar en ideas planteadas por los mismos y controlar su participación.

> E19: Desafios (E19 - 13:58:18 16/05/2007) D1. C5. N3
> Si observamos el documento "Construyendo comunidades de discurso en las clases de matemáticas: Un viaje que vale la pena pero desafiante." Podemos observar que Sara es capaz de realizar objetivos como:
> -Aumentar la comunicación en el aula, mediante la formulación de cuestiones que hacen que los alumnos se impliquen, y piensen. Después escucha con atención las ideas de éstos, pidiéndoles también que aclaren sus ideas, y las justifiquen mediante sus conocimientos matemáticos.
> Decide sobre que ideas profundizar, cuando introducir conceptos, cuando proporcionar información.
> También mediante su aportación, ayuda a controlar la participación de los estudiantes en las discusiones y decide cuándo y cómo animar a cada estudiante a participar.

En las siguientes unidades de análisis de la misma cadena 5, categorizadas como Clarifica, se puede considerar como E14 y E7 intervinieron pues intentaron resolver algunas dudas que se presentaron en sus intervenciones anteriores tales como el uso de un único método para resolver los problemas presentados en el video.

> E14: Diferentes formas (E14 - 22:45:05 17/05/2007) D1. C5. N1
> Al explicar algo, se trata de que los alumnos salgan de clase con las ideas bastante claras. Pero no olvidemos que estando en E.S.O. los alumnos tienen

que alcanzar ciertos niveles para poder continuar en los cursos posteriores y hay que explicar ciertas cosas...

E7: Un único método (E7 - 23:47:31 17/05/2007) D1. C5. N2
Por eso decía yo que, para mi forma de verlo, es preferible enseñarles un sólo método y que entiendan tanto lo que se hace, como lo que hay detrás del método...

Por otro lado, las categorías denominadas "Clarifica" (Cl), "Concuerda" (C), "Concuerda y Amplia" (C+A), "Discrepa" (D) y "Discrepa y Amplia" (D+A) son indicadores del grado de interacción entre un estudiante y sus otros compañeros, y en consecuencia la participación cognitiva conjunta para llevar a cabo la tarea propuesta en el debate D1.

En este sentido, el contenido o "mensaje" de la participación de E6, se dividió en dos unidades de significado, debido a que por un lado Concuerda y por el otro Discrepa y Amplia con E7; por ello, se observa dos ideas que son nuestras unidades de análisis o significado que se presentan como ejemplos de las categorías "Concuerda" y "Discrepa y Amplia". La primera es que manifiesta conformidad o apoyo haciendo mención con quien concuerda, en este caso con la intervención previa de E7, pero sin hacer ningún tipo de argumentación de su acuerdo; tal y como como se ejemplifica en la siguiente unidad de significado tanto de E7 como de E6:

E7: Diferentes formas (E7 - 12:48:14 17/05/2007) D1. C5. N3
Yo pienso que a veces, más vale explicar a los alumnos una única manera de resolver un problema, y que entiendan lo que están haciendo el porqué, que explicarle distintas formas y que no se queden con ninguna. Cuando a un alumno le explicas diferentes maneras de hacer un ejercicio, lo que hacen es quedarse con las que le parece más fácil y punto. Hay saber qué tipo de alumno tenemos, si al alumno le interesa lo que está haciendo, podemos explicarle distintas formas, pero si es un alumno pasota, más vale que entienda una forma de hacerlo y con eso podemos damos por satisfechos.

E6: Diferentes formas (E6 - 22:26:42 17/05/2007) D1. C5. N3
Tienes razón en lo que dices E7

La segunda unidad de significado de la participación de E6 se categorizó como "Discrepa y Amplia", pues manifiesta disconformidad con intervenciones anteriores y argumenta su discrepancia.

E6: Diferentes formas (E6 - 22:26:42 17/05/2007) D1. C5. N3
pero el problema es que las clases no son personalizadas, y un profesor tiene que optar entre explicar un ejercicio de una única forma para que los alumnos no se líen, o explicar el ejercicio de varias maneras para que los alumnos vean las diferentes formas y razonamientos usados para su resolución para que después tengan más recursos a la hora de atacar un problema. Yo creo que la mejor opción es la segunda, así un alumno puede optar para quedarse con una forma y no liarse, y otro alumno puede quedarse con todas y ser más competente matemáticamente hablando.

De igual forma, la participación de E16, se codificó con la categoría "Concuerda y Amplia" porque su mensaje manifiesta adhesión a las opiniones expresadas por su compañero sobre aspectos mencionados por E14 al mismo tiempo que justifica su opinión de estar de acuerdo con E10. Las siguientes son las unidades de significado de E10, E14, E16:

E10: Más desafíos (E10 - 15:45:00 15/05/2007) D1. C5. N3
Un tercer desafío sería la dificultad de separarse del hábito de simplificar una tarea especificando explícitamente el procedimiento que se debe seguir, esto tiene una gran consecuencia, y es que priva a los alumnos de la oportunidad de razonar y pensar por sí mismos, y les impide llegar a ver que pueden existir múltiples caminos para llegar a la solución, y esto les impide desarrollar su competencia matemática. Este es un hábito muy característico de muchos profesores de secundaria, que muchas veces se limitan a dar una única forma de resolución para cierto ejercicio, y no admiten otra forma posible de resolverse, por tanto, el alumno llega un momento en el que se limita a aplicar el procedimiento dado por el profesor de manera sistemática,

sin ni siquiera pensar en otras posibilidades para su resolución, ya que sabe que el profesor no las va a dar por válidas, a pesar de que estas sean también correctas.

A la participación de E10, E14 le responde de la siguiente manera:

E14: Tercer desafío (E14 - 00:19:19 16/05/2007) D1. C5. N4
Yo también opino que los profesores en la secundaria, en ocasiones, tienden a explicar una única forma de resolver un problema y no sólo eso, sino que no explican a los alumnos porqué se puede resolver de esa forma o qué fundamentos matemáticos hay detrás de ese algoritmo de resolución. Creo que esto no fomenta el desarrollo correctamente el razonamiento matemático de los alumnos.

A este mensaje le responde E16, al argumentar que enseñar matemática de una sola forma de resolver un ejercicio o problema no fomenta el desarrollo de la competencia matemática:

E16: "Anti desarrollo" (E16 - 12:15:04 17/05/2007) D1. C5. N3
La práctica habitual en los profesores que pone de manifiesto E14 no sólo no fomenta el desarrollo de la competencia matemática sino que fomenta su "anti desarrollo":
El alumno distingue entre diferentes tipos de enunciados y conoce y utiliza los tipos de respuestas matemáticas a éstos, aunque sin entenderlos, lo que ya de por sí "atrofia" la que debería ser la evolución su pensamiento matemático, como nos indica el documento "competencia y Pisa".
Pero no sólo esto, también es nocivo para su dimensión argumentativa, pues destacado en este mismo archivo está que ésta debería proporcionar cadenas de argumentos matemáticos adecuados y un sentido de la heurística y lo que obtenemos no es sino todo lo contrario; el alumno considera como respuestas adecuadas las del tipo "porque lo dice el libro", "porque la fórmula es así" o "porque es como lo hacemos en clase", sin más explicación y, lo que es más, sin parecer necesitarla; lo que hace terriblemente dificultoso el que en un futuro vayan a ser capaces de darla.

> Es por eso que este tipo de prácticas no sólo no favorecen el desarrollo sino que lo atrofian.

Se observa como E14, al responderle a E10, manifiesta que los profesores presentan a sus alumnos una única forma de resolver un ejercicio o problema al punto que manifiesta una posible "hipótesis" al decir:

> Creo que esto no fomenta el desarrollo correctamente el razonamiento matemático de los alumnos.

Considerando los resultados anteriores en conjunto, los hallazgos sugieren que los estudiantes para profesor participaron para llevar a cabo tareas junto con otros. El aumento del número de aportaciones en ambos debates puede ser relacionado a la estructura del entorno de aprendizaje diseñado en el que los estudiantes para profesor de matemática deben participar en dos debates virtuales luego de visionar un video sobre la enseñanza de la matemática y leer algunas herramientas conceptuales provenientes de la didáctica de la matemática. Sin embargo, este aumento en el número de participaciones correspondiente a la categoría "forma de participar" o "forma de interacción", no es solo por la estructura del entorno de aprendizaje, sino que la interacción supone que los estudiantes para profesor de matemática estaban tratando, durante el debate en línea, de comprender a los demás puntos de vista y de concordar o discrepar conclusiones diferentes. Los aportes en esta dimensión indican por un lado, una cierta intención de negociar significados tal y como se expresa en las siguientes frases que manifiestan una necesidad de compartir sus propios puntos de vista a la luz de las opiniones de los demás compañeros de clase:

> Yo pienso que la dimensión de la competencia matemática... (E7: Comunicación (E7- 16:40:38 13/05/2007) D1. C2. N3)
>
> Yo también creo que la comunicación es la dimensión más potenciada... (E14: Comunicación (E14 - 23:34:11 13/05/2007) D1. C2. N3)

Es cierto que la comunicación es la base de todo ya que... (E20: comunicación (E20 - 18:19:44 14/05/2007) D1. C2. N3)

Y por otro, la comprensión recíproca de otros puntos de vista relacionados con la enseñanza de la matemática tal y como se evidencia en las siguientes expresiones:

Concluir a las ideas de mis compañeros que las dimensiones de la competencia matemática que más se potencia son... (E11: Opinión resumen (E11 - 11:06:49 17/05/2007) D1. C1. N3) Estoy de acuerdo con E11 ya que los alumnos serán capaces de relacionar conceptos para encontrar estrategias para la resolución del problema y además reflexionar sobre sus respuestas cuando son incorrectas. (E20: tarea (E20 - 18:03:07 14/05/2007) D1. C3. N1) Pues yo pienso que no, que es mejor explicar una forma de resolver las cosas que los alumnos entiendan, y sepan perfectamente lo que están haciendo, que perder el tiempo en explicar tres formas de hacerlo... (E7: Una única forma (E7 - 23:42:23 17/05/2007) D1. C5. N4)

Por lo tanto, estos datos muestran básicamente que se aprecia un comportamiento distinto entre los dos debates. Por un lado hay un aumento (21 % del total) de las aportaciones relacionadas a la categoría "Aporta Información" (AI) desde el debate D1 y una disminución de la misma (16 % del total) en el debate D2; mientras que entre los debates D1 (20 % del total) y D2 (25 % del total) hay un aumento respecto a la categoría "Clarifica" (Cl). En relación con las categorías "Concuerda y Amplia" (C+A) se aprecia una disminución desde el debate D1 al debate D2 (ya que pasa del 35 % al 17 %, del total); sin embargo, respecto a la categoría "Discrepa y Amplia" (D+A) se presenta un incremento desde el debate D1 al debate D1 (pues pasa del 22% al 38 % del total). Este comportamiento de los datos revela que se concuerda mucho más en el debate D1 que en el debate D2, pero sin embargo se discrepa mucho más en el debate D2 que en el debate D1. Finalmente, en ambos debates virtuales se aprecia una mayor presencia de formas de participar o interactuar en las que se concuerda (C, C+A) o discrepa (D, D+A) en relación con las categorías relacionadas con el aporte de información o clarificación.

4.2. Cadenas conversacionales: negociando significados en los debates en línea D1 y D2

El entorno de aprendizaje virtual diseñado permitió a los estudiantes para profesor de matemática enfocar sus aportaciones y concentrar su discurso en tópicos específicos relacionados con la enseñanza de la matemática. La participación en el debate en línea D1 y D2 se focalizó en ciertas cadenas conversacionales, lo que parece indicar que los estudiantes para profesor identificaron tópicos o temas que son de su interés. Cada estudiante para profesor de matemática contribuyó en más de una cadena conversacional y lo hizo más de una vez en el debate en línea.

En el debate D1 las participaciones se organizaron en 8 cadenas conversacionales relacionadas con los siguientes temas: Dimensiones de la competencia matemática (C1), Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática (C2), Influencia de la tarea en la competencia matemática (C3), Algunas características que potencian la competencia matemática (C4), Desafíos de un profesor de matemática en secundaria (C5), Sara, ¿matemáticamente competente? (C6), La metodología de Sara (C7) y El contenido del ejercicio (C8).

En este debate de discusión D1, más de las tres cuartas partes de las aportaciones (77 %) se realizaron alrededor de cuatro temas (Ver Tabla 8): Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática (C2), algunas características que potencian la competencia matemática (C4), desafíos de un profesor de matemática en secundaria (C5) y Sara, ¿matemáticamente competente? (C6).

Tabla 8. Número de cadenas conversacionales y participaciones en el debate de discusión en línea D1.

Cadena conversacional	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	Otras	Total
N° de participaciones	4	19	2	11	12	26	6	4	4	88
Unidades de significado	5	19	2	12	13	26	6	4	4	91

Nota: C1: Dimensiones de la competencia matemática; C2: Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática; C3: Influencia de la tarea en la competencia matemática; C4: Algunas características que potencian la competencia matemática; C5: Desafíos de un profesor de matemática en secundaria; C6: Sara, ¿matemáticamente competente?; C7: La metodología de Sara; C8: El contenido del ejercicio. Total de alumnos 23 (9 hembras y 14 varones), N° de participaciones: 88+1=89, Días abiertos: 16

En el debate en línea D2, las participaciones se organizaron en siete cadenas conversacionales con los siguientes contenidos: Objetivos de la clase (C1), Dimensiones de la competencia matemática (C2), El papel del profesor (C3), Competencia matemática (C4), Aspectos del rol del profesor (C5), La equidad (C) y Contexto curricular del video (C7). En este Debate de discusión D2, casi dos tercios de las participaciones (57 contribuciones, el 61 %) (Ver Tabla 9) se refirieron alrededor de los siguientes dos temas: objetivos de la clase (C1) y el papel del profesor (C3); y el resto de contribuciones (36, equivalente al 39 %) se dispersaron en los otros cinco temas con mucha menor intensidad.

Tabla 9. Número de cadenas conversacionales y participaciones en el debate de discusión en línea D2.

Cadena conversacional	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	Otras	Total
N° de participaciones	42	6	14	4	8	4	8	9	95
Unidades de significado	43	6	14	4	8	4	8	6	93

Nota: C1: Objetivos de la clase; C2: Dimensiones de la competencia matemática; C3: El papel del profesor; C4: Competencia matemática; C5: Aspectos del rol del profesor; C6: La equidad; C7: Contexto curricular del video. Total de alumnos: 23 (9 hembras y 14 varones), N° de participaciones: 89+7=96, Días abiertos: 15

Por otra parte, la forma de participar tanto en el Debate 1 como en el Debate 2, evidenció un número desigual de aportaciones y de participantes en cada cadena conversacional. En relación con el debate D1, la tabla 10 muestra que la mayoría de aportaciones (70 de 91) se desarrollaron alrededor de los temas: Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática (C2), algunas características que potencian la competencia matemática (C4), desafíos de un profesor de matemática en secundaria (C5) y Sara, ¿matemáticamente competente? (C6). En estos temas, básicamente los estudiantes para profesor compartieron con sus compañeros sus opiniones de acuerdo o desacuerdo, tal y como se presenta en la C2 (14 de 19), C4 (7 de 12), C5 (6 de 13) y C6 (18 de 26).

Un tercio de las participaciones categorizadas como "Concuerda y Amplia" (C+A) se concentraron alrededor de la cadena C2 cuyo tema de conversación fue "Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática". Mientras que más de un quinto fue de Clarifica (Cl) y de Discrepa y Amplia (D+A). Es decir, de las 19 participaciones hechas en esta cadena, once correspondieron a C+A, tres a D+A y cuatro a Cl. Un detalle significativo en esta cadena es que básicamente los estudiantes para profesor concuerdan y amplían sus opiniones. Por otra parte, la mitad (10 de 20) de las aportaciones categorizadas como D+A se agruparon en el tema de la cadena C6: Sara, ¿matemáticamente competente?, un cuarto (8 de 32) estuvo en la categoría C+A y un tercio (6 de 18) en Cl. De dos (2 de 26) intervenciones que Aporta Información (AI), los estudiantes sintieron la necesidad de clarificar (6 de 26), concordar y ampliar (8 de 26) y discrepar y ampliar (10 de 26). Un aspecto importante en esta cadena, es que las participaciones de los estudiantes para profesor reflejan la necesidad de discutir, es decir de argumentar manifestando acuerdos o desacuerdos en sus opiniones. En lo que respecta a la temática "Algunas características que potencian la competencia matemática" relacionada con la cadena C4, de las doce aportaciones hechas alrededor de dicha temática, un tercio y un cuarto corresponden a las categorías C+A y D+A, respectivamente; mientras que a la temática "Desafíos de un profesor de matemática en secundaria" correspondiente a la cadena C5, de las trece participaciones, un tercio (4 de 13) se concentró en aportar información y un cuarto (3 de 13) en clarificar.

Tabla 10. Forma de participar por cada cadena conversacional en el debate de discusión en línea D1.

Cadena conversacional	AI	Cl	C	C+A	D	D+A	Total
C1	2	1	0	1	0	1	5
C2	1	4	0	11	0	3	19
C3	1	0	0	1	0	0	2
C4	3	2	0	4	0	3	12
C5	4	3	1	2	0	3	13
C6	2	6	0	8	0	10	26
C7	1	1	1	3	0	0	6
C8	1	1	0	2	0	0	4
Otros	4	0	0	0	0	0	4
Total	19	18	2	32	0	20	91

Nota: C1: Dimensiones de la competencia matemática; C2: Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática; C3: Influencia de la tarea en la competencia matemática; C4: Algunas características que potencian la competencia matemática; C5: Desafíos de un profesor de matemática en secundaria; C6: Sara, ¿matemáticamente competente?; C7: La metodología de Sara; C8: El contenido del ejercicio.

Un detalle importante de este debate en línea D1, es que los estudiantes para profesor básicamente concordaban alrededor del tema "Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática" relacionado con la cadena C2 (11 de 19, 58 %) (Ver Figura 18). Por ejemplo, E7 clarificaba sus argumentos diciendo que la comunicación era la dimensión que más se potenciaba en la clase presentada en el video, E14 le responde manifestando su concordancia y ampliando la misma tal como se muestra con las siguientes unidades de significado:

> E7: Comunicación (E7- 16:40:38 13/05/2007) D1. C2. N3
> Yo pienso que la dimensión de la competencia matemática que más se potencia con este tipo de clases es la comunicación. El alumno resuelve ejercicios del mismo modo que los podría resolver en su casa, con la diferencia de que aquí debe argumentar todos su razonamientos y explicarlos a los demás compañeros y la profesora. Debe recordar los conocimientos que posee y pensar los razonamientos que utiliza, para después enlazarlos correctamente y expresar con claridad las ideas. Gracias a la exposición de sus ideas, el alumno va desarrollando su capacidad participativa y argumentativa.

> E14: Comunicación (E14 - 23:34:11 13/05/2007) D1. C2. N3
> Yo también creo que la comunicación es la dimensión más potenciada ya que se da no sólo entre los alumnos sino también entre profesora y alumnos.
> Los alumnos tienen que darse cuenta de que la proporción de altura que va aumentando conforme se aumentan vasos no es siempre la misma y para ello necesitan la ayuda de la profesora que les va mostrando distintos ejemplos en las diferentes gráficas para que vean las similitudes y diferencias entre varios puntos.

Pienso que sin esta comunicación que hay en los trabajos en grupo hechos en clase los alumnos no habrían sido capaces de entender el problema y mucho menos de resolverlo.

Otro ejemplo, en la misma cadena C2, de cómo los estudiantes para profesor manifiestan estar de acuerdo con las opiniones de sus compañeros se tiene en la siguiente unidad de significado que corresponde a E22 respondiéndole a E20:

E20: comunicación (E20 - 18:19:44 14/05/2007) D1. C2. N3

Es cierto que la comunicación es la base de todo ya que a través de ella, los alumnos sabrán argumentarse mejor y así podrán usar el vocabulario adecuado. Como se indica en el documento "Comunicación Estándar para la Etapa 6-8" y también en etapa 9-12, los programas de enseñanza deberían capacitar a todos los estudiantes para:

. Comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas.

. Usar el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas con precisión.

.Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás.

E22: comunicación (E22 - 10:02:30 15/05/2007) D1. C2. N3

Yo también estoy de acuerdo con mis compañeras en que la comunicación es lo más necesario, siempre y cuando se tenga en cuenta que cada alumno tiene sus ideas y que correctas o incorrectas merecen el respeto de toda la clase y que cada respuesta sirve como una información más para conseguir en conjunto llegar a la solución final.

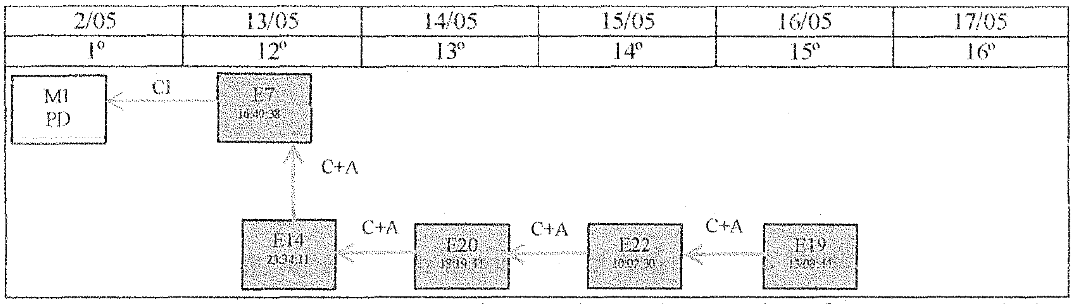


Figura 18. Formas de participar. Debate 1. Parte de la cadena 2. "Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática"

De igual forma la temática "Sara, ¿matemáticamente competente?" de la cadena 6 del debate D1 (Ver Figura 19), evidencia cómo las formas de interacción C+A y D+A se convirtieron en mecanismos que ayudaban a los estudiantes para profesor a cambiar su discurso debido al cuestionamiento que recibían de sus otros compañeros en un espacio de interacción social como lo es el debate virtual. Es decir, el papel de la interacción expresada en los mecanismos de acuerdos y desacuerdos (C+A, D+A) para refinar la construcción de conocimiento mediante la instrumentalización o teorización de herramientas conceptuales para interpretar la enseñanza de la matemática. Los mensajes de E16, E7 y E6 le responden a la última intervención de E17 con participaciones que se han clasificado como Discrepa y Amplia. Algunos ejemplos de esta categoría son los siguientes:

E17: continuación. (E17 - 17:51:07 15/05/2007) D1. C6. N4

S. Podemos encontrar alguna relación entre estas 3 gráficas. Alguna relación entre el número de vasos de agua que echamos y la altura que sube.

A3. ¿Alguna relación?

S. Si. Pensad esto. Buscadme entre las tres (graficas) si sois capaces vosotros de encontrar alguna relación de manera que sepamos, podamos saber, sin tener que mirar la gráfica... Porque aquí si miramos lo vemos, ¿no?. Aquí lo vemos ¿no? (señalando la gráfica)

Ni más ni menos quiere encontrar la expresión algebraica que produzca dicha función, algo que verdaderamente merece la pena pensar, y no en aclarar que el volumen se mide en vasos de agua.

Espero que este tema genere debate chicos!!

E16: Pensamiento estratégico (E16 - 19:28:07 15/05/2007) D1. C6. N3
No creo que Sara "deje de lado" el problema de encontrar esa expresión algebraica sino que, por el contrario, lo que hace es dejar esa tarea abierta a los alumnos (sobre la que probablemente, aunque no aparece en el video, les preguntará con posterioridad) pues una vez han resuelto las cuestiones más sencillas y se han introducido en el contexto del ejercicio, ayudados por la conversación con la profesora, están más preparados para abordar este último punto que efectivamente merece la pena, no sólo por su interés matemático sino por su potencial influencia en el desarrollo del pensamiento estratégico del estudiante.

E6: continuación... (E6 - 02:57:59 16/05/2007) D1. C6. N3
El que la profesora le dé su importancia a las vasijas sí merece la pena, porque les está intentando ver la relación entre el volumen y la altura, y que al tener esas formas, hace que aparezcan las lineas rectas, debido a que existe una relación proporcional. Sí que creo que los alumnos andan bastante perdidos, porque la profesora les está guiando con demasiadas preguntas hacia que la razón entre las dos magnitudes, el volumen y la altura, se puede identificar como la pendiente de una recta, que es el objetivo final de la tarea, cuando los alumnos todavía no tienen muy aclarado y están pensando en la relación entre el volumen y la altura de las vasijas.

Las unidades de significado anteriores reflejan cómo los estudiantes para profesor están intentando argumentar su disentimiento relacionado con la forma como la Profesora ha llevado la clase para encontrar la expresión algebraica. La participante E7 al responder a E17 le da una nueva dirección a la cadena conversacional, pues dice lo siguiente:

E7: Pobre Sara (E7 - 23:44:55 15/05/2007) D1. C6. N1
Bueno, cuando tú seas profesor veremos cómo te expresas. Muchas veces

quieres explicar algo y en ese momento no sabes cómo hacerlo. El que explicando algo no se haya parado alguna vez a pensar cómo hacerlo, que tire la primera piedra. Teniendo en cuenta que a la mujer la estaban grabando, es normal que se ponga nerviosa y haya momentos que no se exprese con claridad. Por un vídeo de unos minutos no podemos juzgar la competencia matemática de una profesora. Además, insisto en lo de antes, si el alumno no ha entendido la explicación de la profesora que diga: 'Perdón, ¿puede repetir?. Es que no lo he entendido'. Y no creo que la profesora tenga reparos en volver a repetirlo hasta que quede claro.

Esta intervención de E7, provoca la participación de E23, E6, E19, E14 y E20 quienes focalizan su "conversación" sobre el ambiente de la clase, la motivación e interés que ha provocado la profesora en los alumnos. Los siguientes mensajes de los participantes se han clasificado dentro de las categorías Clarifica (Cl) y Concuerda y Amplia (C+A). La primera cita es un ejemplo de Cl:

E23: buen ambiente (E23 - 18:44:45 16/05/2007) D1. C6. N2

Creo que uno de los problemas más importantes con los que se encuentran actualmente los profesores de la ESO, de cualquier asignatura, es la falta de interés, la apatía e incluso indisciplina por parte de los alumnos. Por esta razón y viendo el ambiente de trabajo que hay en la clase, se puede afirmar que Sara ha conseguido un primer objetivo: motivar a los alumnos y crear una dinámica de trabajo en la que todos, aunque algunos se encuentran un poco "perdidos", tienen la suficiente libertad y confianza para expresar sus ideas. ¡Y no es poco!

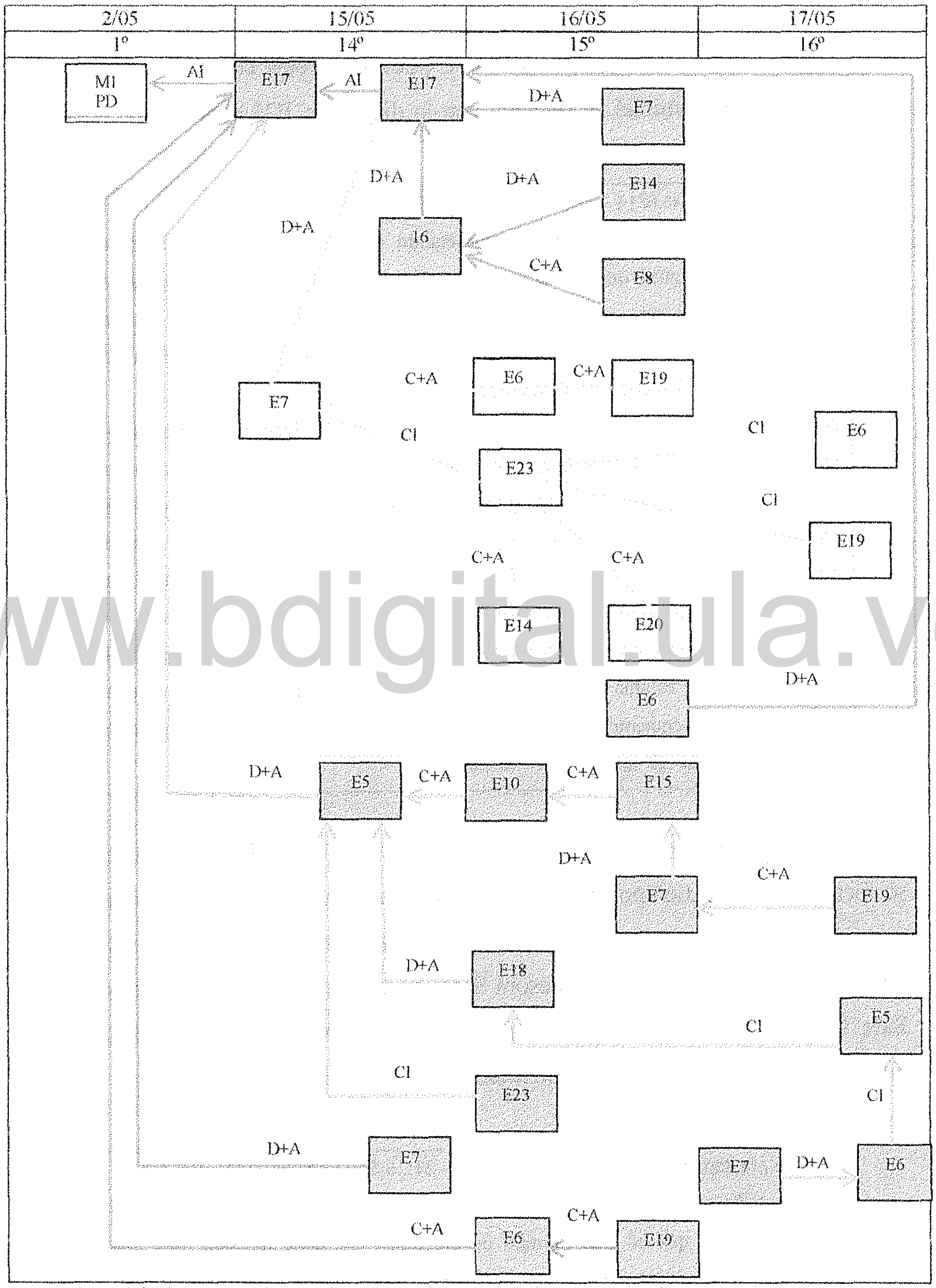


Figura 19. Formas de participar. Debate 1. Cadena 6. Sara, ¿matemáticamente competente?

Y la segunda cita es un ejemplo de C+A, pues se aprecia como el estudiante E14 argumenta su conformidad en relación con lo dicho por E23 sobre el interés que ha despertado Sara en la clase:

> E14: buen ambiente (E14 - 22:15:25 16/05/2007) D1. C6. N3
> Yo creo que E23 tiene razón. Sara ha conseguido que éste grupo de niños tenga interés por averiguar que sucede cuando viertes la misma cantidad de agua en jarras con distinta anchura y que ocurriría si las jarras tuvieran formas diferentes. A los niños de secundaria, creo que es difícil motivarlos y Sara lo ha conseguido, al menos en este grupo.
> Aunque digan en algunos mensajes que Sara no explica bien o que los niños van un poco perdidos, pienso que les hace bastantes preguntas para ver si la siguen, aunque también es cierto que no deja demasiado tiempo para que las piensen, y que estos niños siempre pueden preguntar si se pierden. Es normal que al principio no la sigan del todo porque creo que en la secundaria los alumnos están acostumbrados a resolver ejercicios de manera mecánica y no a tener que plantear un método de resolución más complejo. Además, para el nivel en el que estarán no creo que sea de lo más sencillo imaginar que ocurrirá con la pendiente de una recta cuando una jarra no tenga sus paredes rectas, por lo que es normal que les cueste.

Sin embargo, la participación en el debate virtual D1 de E5 de la misma cadena C6, se focaliza sobre el tiempo que les da la profesora para reflexionar y responder por parte de los alumnos en el video, y si se encuentran perdidos en sus respuestas frente a las preguntas hechas por la profesora Sara. E5 centra la discusión en torno a cómo Sara les da poco tiempo para reflexionar y los alumnos están perdidos; algunos ejemplos de estas unidades de significado, E5 D+A de E17:

> E5: Sara ¿matemáticamente competente? (E5 - 21:26:51 15/05/2007) D1. C6. N3
> Aunque todos los alumnos tienen libertad para intervenir en el "método de grupo" es cierto que el gran número de preguntas por parte de Sara hace que los alumnos no tengan tiempo de reflexionar sobre cada pregunta. Por eso no creo que vayan perdidos, para ellos es un problema nuevo, con conceptos

nuevos. Pero pienso que no llegan a adquirir una comprensión conceptual y un pensamiento estratégico, al no tener mucho tiempo para razonar todo esto.

De esta forma, tanto E18 como E7 manifiestan disconformidad por lo dicho de E5, y E19 C+A con E7. En la siguiente unidad de significado se evidencia como E7 aporta argumentos para disentir del parecer de E5 (D+A), al decir que la profesora Sara no les hace demasiadas preguntas y les da tiempo para que piensen en sus respuestas por lo que fomenta con la tarea propuesta el aprendizaje del concepto de pendiente en sus alumnos:

E7: Perdidos (E7 - 22:52:43 16/05/2007) D1. C6. N3

Creo que los alumnos tampoco es que estén perdidos es que están asimilando las cosas que están aprendiendo, siempre cuesta asimilar cosas nuevas. Además creo que el problema también radica en que se expresan mal, y parece que digan cosas sin sentido, sólo por decirlas, pero en realidad si las traduces muchas veces saben lo que están haciendo.

No creo tampoco que haya demasiadas preguntas, ni muy rápidas. Hace preguntas que van surgiendo de la conversación y que hacen que se sigan el hilo de los razonamientos, necesarias para ir enlazando ideas e ir llegando al concepto de pendiente.

Además, cuando les pregunta la razón de que sean rectas, ve que se atascan les ayuda empezando poco a poco, desde el principio, tomando un punto de recta y preguntando sobre su significado en nuestro problema de vasijas. A partir de ahí intenta ver que la proporción es constante y que por eso son rectas.

Yo creo que los alumnos sí que han entendido lo que es el concepto de pendiente, ya que cuando la vasija es menos ancha se llena antes y hacen la recta más inclinada (con más pendiente) y cuando es más ancha y se tarda más, la hacen menos inclinada, ya que la proporción es menor. Entienden lo que están haciendo, pero creo que aún no lo relacionan con la palabra pendiente. La tarea que nos muestra el vídeo es la introducción, antes de enseñarles el concepto de pendiente, y la tarea ha servido para facilitar el aprendizaje de este concepto.

Lo mismo ocurre con E19 quien no se ajusta al sentir o parecer de E5, pues su opinión es argumentada (C+A) a favor de E7 al manifestar que los alumnos no están perdidos y les da tiempo para que sigan un ejercicio y expresen lo que piensan al realizarlo:

> E19: Perdidos (E19 - 12:37:32 17/05/2007) D1. C6. N3
>
> Yo opino como E7, no es que los alumnos se pierdan es que están recibiendo información y necesitan un tiempo para asimilarlo. La profesora con sus preguntas lo único que pretende es ayudar a los alumnos a seguir la clase y observar si entienden los conceptos que ella pretende transmitirles. Además M1 en una de las clases, nos dijo que mientras el alumno iba realizando las tareas era bueno preguntar "Por qué haces esto?" para saber el hecho por el cual realizaban una acción u otra. Así que según eso, es lógico pensar que lo que pretende la profesora es precisamente eso, saber qué es lo que piensas sus alumnos y porque realizan un ejercicio de un modo u otro, para así ayudarles.

La presencia de esta categoría relacionadas con C+A y D+A, hace suponer la necesidad que tenían los estudiantes para profesor de matemática de fundamentar su discurso bien sea manifestando apoyo, conformidad o disconformidad hacia una aportación determinada pero argumentando; su opinión es argumentada con elementos como sus ideas previas las cuales se pueden considerar como los significados que se construyen al participar con otros en debates virtuales y en actividades como la resolución de problemas profesionales (experiencia: proceso de interacción social); los documentos proporcionados en el debate en forma de herramientas conceptuales (información: proceso individual), la participación activa en los debates virtuales para ampliar y transformar la comprensión que tienen de la enseñanza de la matemática (construcción de conocimiento: proceso de interacción social) la cual se trasforma en comprensión porque se reinterpreta las ideas de los otros compañeros sobre la enseñanza de la matemática.

De igual manera, la forma de interacción en la que los estudiantes para profesor manifiestan que concuerdan o discrepan de otras opiniones, o amplían sus argumentos de acuerdo o desacuerdo (54 de 91) sugiere que los participantes en el debate en línea D1 crearon temas de interés (aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática; algunas características que potencian la competencia matemática; desafíos de un profesor de matemática en secundaria; Sara, ¿matemáticamente competente?) alrededor de los cuales ocurrió la negociación de significados. Finalmente, en la cadena C2 (4) y cadena C6 (6) se aprecia una fuerte presencia de la dimensión "Clarifica", lo cual hace suponer la necesidad que sentían los participantes en ampliar y/o refinar algún aspecto de alguna aportación anterior, propia o de otro participante, mediante el uso de nueva información, describiendo experiencias propias o para presentar información relevante de algún tema considerado. Por ejemplo, en la cadena C2 la participación de E7 produce un discurso relacionado con la calidad de la comunicación en el aula, tras la aportación realizada por E16 quien comenta cómo mediante la comunicación se fomenta actitudes positivas hacia la matemática.

E7: Hablar (E7 - 21:14:09 17/05/2007) D1. C2. N3

Yo por mi parte sí que comenté, aunque brevemente en otro mensaje, la calidad de la comunicación de los alumnos. En general, los alumnos se comunican muy mal. En este caso, la primera alumna que habla al empezar el vídeo se expresa muy bien, pero los demás llega un momento en que tienes que interpretar lo que están diciendo, y la profesora ayudarles a expresarse.

Si en una clase de matemáticas sólo explica la profesora en la pizarra, los alumnos no aprenden nunca a expresarse matemáticamente. Es como un idioma, si no practicas oralmente, nunca sabrás hablarlo bien. Por eso, este tipo de clases son las ideales para que los alumnos aprendan a expresar sus razonamientos matemáticas con rigurosidad. Sólo en estos casos son los alumnos los que tienen que explicar lo que están haciendo, y por lo tanto, sólo en este tipo de tareas, la profesora escucha a sus alumnos y les corrige guiándoles para que sean capaces de comunicarse con claridad. Si la profesora hace un examen escrito y punto, no sabe cómo se expresan los alumnos, y ellos no aprenden a expresarse.

Como dice en los estándares 9-12, ´los alumnos deben comunicar su pensamiento matemático con coherencia y precisión´ y además ´usar el lenguaje de las matemáticas para expresar sus ideas matemáticas´. Por lo tanto, este tipo de tareas son importantísimas para fomentar estas características de la comunicación.

Sin embargo, en el debate en Línea D1, hubo también temáticas en las cuales giraban las conversaciones que no les interesó a los estudiantes para profesor. Por ejemplo, el contenido "Influencia de la tarea en la competencia matemática" de la cadena C3, solo promovió dos intervenciones distribuidas en Aporta Información (AI) y Concuerda y Amplia (C+A); de igual forma en las temáticas Dimensiones de la competencia matemática de la cadena C1, La metodología de Sara de la cadena C7 y El contenido del ejercicio de la cadena C8.

En relación con el Debate D2, la Tabla 11 muestra que la mayoría de las aportaciones (73 de 93) se desarrollaron alrededor de las temáticas: Objetivos de la clase (C1), El papel del profesor (C3), Aspectos del rol del profesor (C5) y Contexto curricular del video (C7). En estos temas los estudiantes para profesor generaron la mayoría de sus contribuciones en las que compartieron con sus compañeros sus opiniones de acuerdo o desacuerdo tal y como se presenta en la C1 (31 de 43), C3 (9 de 14), C5 (4 de 8) y C7 (4 de 8).

Un poco más de la mitad (18 de 35) de las participaciones categorizadas como "Discrepa y Amplia" (D+A) se concentraron alrededor de la temática "Objetivos de la clase" correspondiente a la cadena C1. Mientras que casi tres cuartos (11 de 16) fue de "Concuerda y Amplia" (C+A), un poco menos de la mitad (2 de 5) de "Concuerda" (C) y un tercio (8 de 24) "Clarifica" (Cl). Es decir, de las 43 participaciones hechas en esta cadena, dos tercios (29 de 43) de las participaciones correspondieron a D+A y C+A (18 correspondieron a D+A y 11 a C+A), 2 a Concuerda (C), 8 a Cl y 4 a Aporta Información (AI). Se nota que los estudiantes sintieron la necesidad de aportar información, lo que generó refinamientos de sus aportaciones (clarificaciones), pero el resto de intervenciones se desarrollaron manifestando conformidad o disconformidad con la opinión de sus compañeros de clase.

En el tema relacionado con "El papel del profesor" de la cadena C3, se aprecia que de las catorce participaciones de los estudiantes para profesor dos fueron de Aporta Información (AI), tres Clarifica (Cl), dos Concuerda y Amplia (C+A) y casi la mitad (6 de 14) Discrepa y Amplia (D+A).

Tabla 11. Forma de participar por cada cadena conversacional en el debate de discusión en línea D2.

Cadena conversacional	AI	Cl	C	C+A	D	D+A	Total
C1	4	8	2	11	0	18	43
C2	3	0	0	1	0	2	6
C3	2	3	0	2	1	6	14
C4	1	1	1	1	0	0	4
C5	0	4	0	0	0	4	8
C6	0	2	0	0	0	2	4
C7	1	3	0	1	0	3	8
Otros	4	2	0	0	0	0	6
Total	15	23	3	16	1	35	93

Nota: C1: Objetivos de la clase; C2: Dimensiones de la competencia matemática; C3: El papel del profesor; C4: Competencia matemática; C5: Aspectos del rol del profesor; C6: La equidad; C7: Contexto curricular del video.

Algunas evidencias empíricas son presentadas a partir de la cadena "Objetivos de la clase de la cadena" (C1). Por ejemplo, E17 es el primero en responder a la pregunta de M1 relacionado con el tema (Ver Figura 20), quien comenta que el objetivo de la clase presentada en el video visionado por ellos estaba relacionado con la comprensión del significado del lenguaje matemático. Esta unidad corresponde a la categoría Aporta Información:

E17: Objetivos de la clase (E17 - 16:59:08 23/05/2007) D2. C1. N3

Según el documento "El_contexto_de_la_clase" lo que Sara pretende buscar con dicha actividad es en primer lugar dotar de significado al hecho de llenar los recipientes con vasos y trasladarlo al campo del análisis matemático por medio de interpretación de funciones, es decir, intenta trasladar la simbología de "a tantos vasos de agua, tanta altura" a expresiones un poco más formales aunque sigan siendo gráficas. También (supongo yo...) que con dicha actividad quería que los alumnos interpretaran la pendiente de una recta en las funciones dadas por las gráficas amén de hallar su expresión algebraica. Creo (o creía) que éste era el objetivo principal de la segunda parte de esta clase, pero viendo el video y leyendo las transcripciones me he dado cuenta que el tema se centra más en la comprensión del lenguaje matemático por parte de los alumnos (para resumir no entienden nada) y en el intento infructuoso por parte de Sara de explicar a los alumnos que hay proporción entre los vasos vertidos en los recipientes y la altura que alcanza el agua en la vasija; ¿no es eso obvio?

Esta aportación de información, provocó intervenciones para hacer refinamientos (CI) de su opinión tal como se evidencia en la siguiente unidad de significado en la que E14 le responde a E17:

E14: objetivo de la clase (E14 - 14:08:51 25/05/2007) D2. C1. N1

Yo creo que el objetivo de la clase es que los alumnos entiendan, a partir de unas gráficas, la relación de proporcionalidad existente entre la unidad que han escrito en el eje de abscisas (en este caso el número de vasos) con la unidad que tienen en el eje de ordenadas (en este caso centímetros). Para ello, Sara intenta explicarlo sin utilizar las reglas de 3, para que entiendan que es una proporción lo que hay y que, así, no se limiten simplemente a utilizar un algoritmo sin saber por qué se usa. Pienso que Sara va guiando adecuadamente a los alumnos y, si hay un momento en que parece que no les deja suficiente tiempo para pensar las respuestas a sus preguntas, es para que ellos observen que hay una forma de obtener esos resultados inmediatamente, sin necesidad de ponerse a mirar en la gráfica que pasa cuando echan dos vasos, cuando echan 3 o cuando echan medio.

Sin embargo, en el mismo tema Objetivos de la clase (C1), generó discusión en el sentido de que los estudiantes para profesor manifestaron conformidad o disconformidad en sus opiniones en relación con las de sus compañeros de debate virtual. Por ejemplo, E10 le responde a E17 argumentando su conformidad (C+A) relacionada con la simplificación de las explicaciones que hace Sara a sus alumnos mostrados en el video:

> E10: totalmente de acuerdo. (E10 - 09:17:23 30/05/2007) D2. C1. N1
> E17 estoy totalmente de acuerdo contigo, salvo en el hecho de tener que recurrir a la regla de tres, creo que podría simplificar sus explicaciones como tú bien has dicho, también pienso que entre pregunta y pregunta va muy deprisa y estoy casi segura que muchos no son capaces de seguirla ni de asimilar que es lo que están diciendo sus compañeros. Parece que Sara cada vez se pone más nerviosa y lo que hace (a mi forma de ver) es agobiar a los alumnos con tantas preguntas sin ni siquiera ella darse cuenta de que no están entendiendo los conceptos más básicos.

Pero frente a la intervención de E10, se puede ver como esta temática de los objetivos de la clase produce opiniones que representan disconformidad con sus compañeros, tal como se evidencia en la siguiente unidad de significado, en la que E15 manifiesta su desacuerdo (D+A) sobre la lentitud de los alumnos de responder las preguntas de Sara y si esta última pierde o no los nervios frente a sus alumnos:

> E15: clase (E15 - 18:47:18 31/05/2007) D2. C1. N3
> Sara intenta introducir un nuevo concepto a los alumnos y para ello les plantea un problema. Es normal que a los alumnos les cueste porque no lo conocen pero ese es el fin. No creo que Sara pierda los nervios porque ella al plantear la clase así sabría a lo que se enfrenta. Pienso que se le está dando muchas vueltas a si Sara pierde los nervios y los alumnos van demasiado lentos pero es lo más normal al plantear la clase de esa manera y con ese ejercicio.

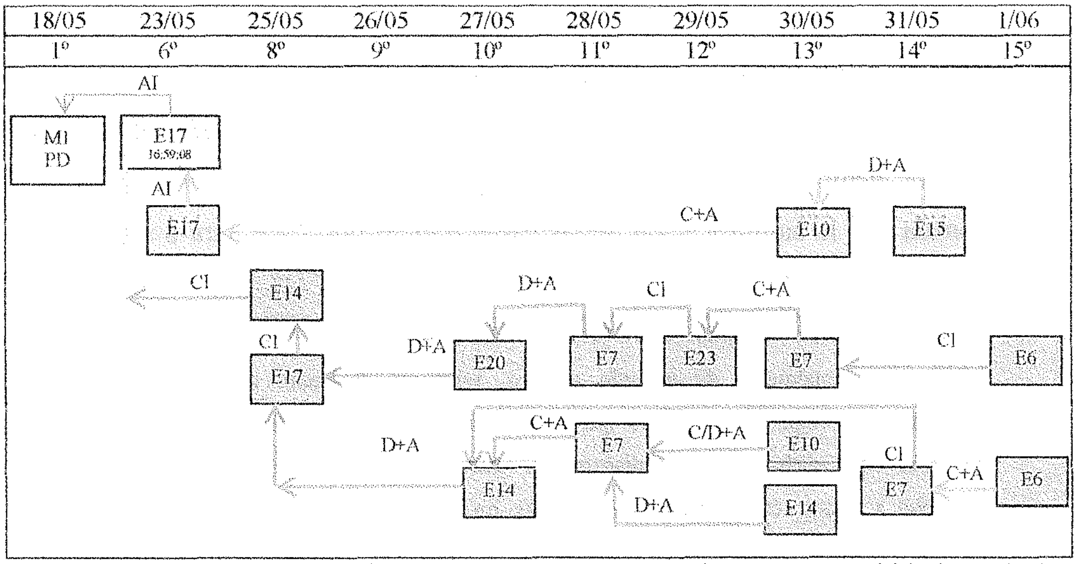


Figura 20. Formas de participar. Debate 2. Parte de la Cadena 1. Objetivos de la clase"

Por otra parte, en relación con la temática "El papel del profesor" de la cadena C3 generó solo dos Aporta Información (AI) tal como se muestra en la siguiente unidad de significado:

> E3: el papel del profesor (E3 - 12:42:20 25/05/2007) D2. C3. N2
> según el documento "características principales de las aulas que potencian el desarrollo de la competencia matemática", el papel del profesor es el de seleccionar y proponer secuencias de problemas apropiadas, que los estudiantes la perciban como interesante y que les motive a realizarla. Tiene que compartir información para abordar los problemas, y facilitar un ambiente en clase en el que los alumnos trabajen individualmente y en interacción con otros para que discutan y reflexionen sobre sus respuestas y métodos. Me tengo que ceñir a la transcripción del video puesto que no lo he podido ver. La tarea propuesta pienso que es buena puesto que los alumnos tienen que trabajar con ella ellos solos y luego exponerla al gran grupo, la profesora también les da tiempo para que individualmente piensen las dudas que se les plantean, pero a la hora de plantear la tarea al gran grupo, la profesora creo que pierde un poco los nervios y va un poco rápido. leyendo la transcripción, sin estar yo en esa clase me ha puesto nerviosa, uff!! que agobio!! no puede pretender que los alumnos se pongan a pensar algo que

ella les está intentando explicar y no entienden y menos con ese estrés. los alumnos terminarían de los nervios y al final dejarían la tarea.

De igual forma, los estudiantes para profesor de matemática sintieron la necesidad de refinar o clarificar (Cl) aspectos como los introducidos previamente por algunos de sus compañeros tales como: los alumnos perdidos frente a las preguntas de la profesora Sara o la pérdida de los nervios de Sara. La siguiente unidad de significado refleja esta situación donde E5 le responde a E17:

E5: (Sara-nervios)-(alumnos-perdidos) (E5- 21:24:28 27/05/2007) D2. C3. N1 Creo que en el debate, se cuestionan dos cosas: -Sara va deprisa, por eso los alumnos se pierden y no saben contestar -Los alumnos están perdidos y Sara pierde los nervios. Yo no creo ni que Sara pierda los nervios, ni que ellos no entiendan nada. Pienso que Sara intenta llamar la atención de los alumnos con sus preguntas, "agilizar" la clase, como dice Marisa. Los alumnos no están perdidos, es un problema nuevo y poco a poco lo van entendiendo...entre todos van llegando a la solución y a la comprensión de los conceptos.

Mientras que E6 manifiesta disconformidad (D+A) frente a la participación de E5 al decir que no está de acuerdo sobre Sara pierde los nervios:

E6: (Sara-nervios)-(alumnos-perdidos) (E6 - 04:02:59 29/05/2007) D2. C3. N3 Yo no creo que Sara pierda los nervios ni vaya muy deprisa, muchas veces recalca lo que dicen bien los alumnos para que eso quede realmente entendido (como cuando recalca que la altura es en centímetros, o cuando repite que 5 centímetros son un vaso) y cuando dicen algo mal se para para corregirles(como cuando una alumna dice: cada centímetro que sube aumenta cinco) y va preguntando a varios alumnos(Rosa que está en la pizarra, Bocio, Manoli, Yolanda...) durante el transcurso de la clase. Y que haga muchas preguntas al final del vídeo es para que se den cuenta de que hallando la razón de proporcionalidad pueden contestar a cualquier pregunta sin necesidad de ver la gráfica.

Tampoco creo que los alumnos no entiendan nada, poco a poco van entendiendo los conceptos y razonando, pero se nota que les cuesta bastante relacionar conceptos y tienen serias dificultades para razonar, por ejemplo, Rosa tiene dificultades para marcar los ejes e interpretarlos, se lían en saber cuántos centímetros sube un vaso y confunden altura y volumen (Yolanda: cada centímetro que sube aumenta cinco), Bocio entiende que hay una razón de proporcionalidad en una de las gráficas pero no deduce que las otras dos también tienen. Sin embargo, a pesar de todo esto, Sara consigue mantener la atención de la clase hablando todo el rato y preguntando, agilizando la clase y no volviéndose pesada, y logra, aunque lentamente, que los alumnos vayan entendiendo los conceptos y razonamientos, y los vayan relacionando.

De igual forma, la intervención de E17 la cual discrepa (D+A) de la intervención de E14 produce en E20 tanto disconformidad (D) como concordancia y ampliación (D+A). La primera intervención corresponde a E17 la cual D+A de E14:

E17: Sarita... (E17 - 21:27:42 25/05/2007) D2. C3. N1

Si los niños ni siquiera entienden la gráfica (o lo hacen a duras penas) como crees que van a responder a las preguntas de Sara sin mirarlas? si ni siquiera se dan cuenta de que hay proporcionalidad entre vasos y altura hasta que lo dice Sara... yo creo que Sara sí que pierde los nervios pero porque previamente no ha sabido explicar con claridad que es lo que ella quiere, los alumnos están perdidísimos y Sara se desespera al no saber cómo hacerse entender

La segunda es una discrepancia de E20 frente a la intervención de E17:

E20: clase (E20 - 20:23:06 26/05/2007) D2. C3. N1

No creo que Sara pierda los nervios

Y continúa este mismo E20 manifestando conformidad (C+A) frente a E17:

aunque veo que los alumnos no son capaces de pensar por sí mismos ya que como dice "E17", no entienden la idea de proporcionalidad y solo siguen la idea de la profesora. Por lo tanto, esa forma tampoco es correcta para que los alumnos entienden la finalidad del ejercicio.

Esto de alguna manera muestra como la temática "El papel del profesor" de la cadena C3 (Ver Figura 21) produce en los estudiantes para profesor de matemática discusión que se traduce en manifestar conformidad o disconformidad frente a las opiniones o participaciones de sus compañeros.

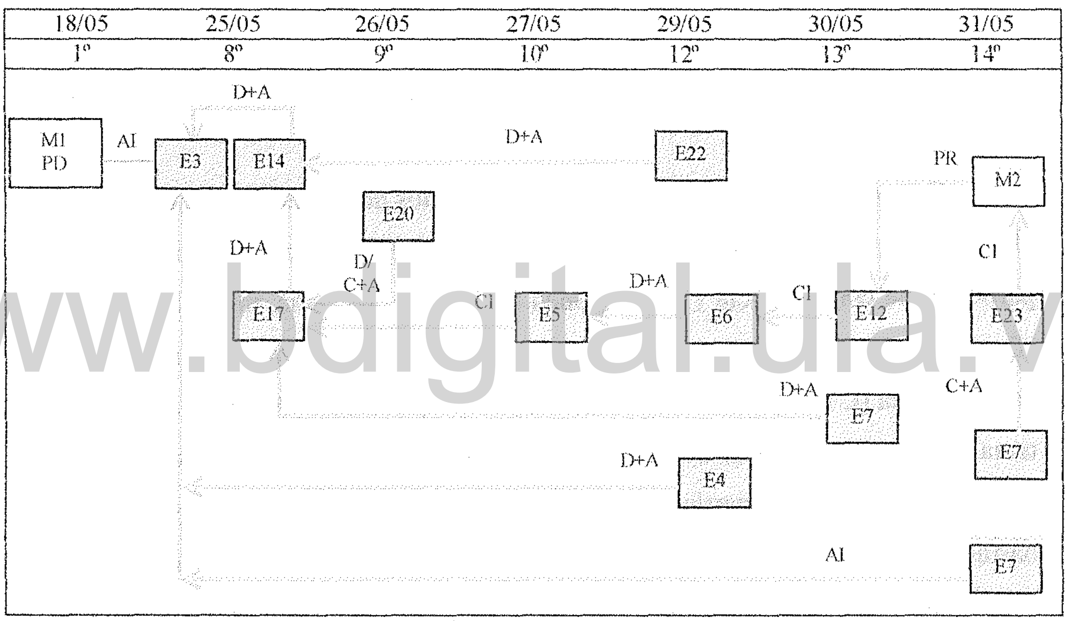


Figura 21. Formas de participar. Debate 2. Cadena 3. "El papel del profesor"

De esta forma, la fuerte presencia de las dimensiones relacionadas con la forma de interactuar (C, C+A, D, D+A) en los debates en línea D1 y D2 hace suponer la necesidad de los estudiantes para profesor de matemática de compartir sus opiniones y expresar sus propios puntos de vista relacionados con tópicos tales como: "Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática" y "Sara, ¿matemáticamente competente?" para el debate D1; "Objetivos de la clase" y "El papel del profesor" para el debate D2 en los que negociaban significados relacionados con el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática y la enseñanza de la matemática.

Estos datos muestran que el discurso generado en los debates D1 y D2 por los estudiantes para profesor de matemática y las características de la interacción, supone la necesidad de compartir opiniones con otros, reflejado en las formas de participar AI, CI, C, C+A, D, D+A, relacionado con las temáticas que se han generado en los dos debates sobre aspectos vinculados a la enseñanza de la matemática tales como "Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática" (C2), y "Sara, ¿matemáticamente competente?" (C6) en el debate D1; y "Objetivos de la clase" (C1) y "El papel del profesor" (C3) en el debate D2.

Es decir, en el debate D1, el tópico "Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática" generó una forma de participar de concordancia y conformidad respecto a este tema, mientras que el tema "Sara, ¿matemáticamente competente?" generó formas de participar de acuerdos y concordancia (C+A) y de disconformidad y discrepancia (D+A) en relación con este tema. Sin embargo, en el debate D2, el tópico "Objetivos de la clase" generó una variedad de formas de participar que van desde aportar información y clarificación hasta participaciones de concordancia y discrepancia relativo a este tema; mientras que en el tópico relacionado con "El papel del profesor" hubo más discusión en el sentido de manifestar concordancia o discrepancia en las aportaciones realizadas por los estudiantes para profesor de matemática y en menor cuantía contribuciones referidas a aportaciones iniciales.

4.3. La dimensión epistémica: niveles de construcción de conocimiento. Uso de la información teórica para interpretar eventos de enseñanza de la matemática (Germen del desarrollo del conocimiento profesional del profesor de matemática)

La manera como los estudiantes para profesor utilizaron las herramientas conceptuales (herramientas teóricas) para interpretar y analizar la enseñanza de la matemática fue diferente (Ver Tabla 12). En el debate D1, un poco más de las tres cuartas partes (76 %) de las aportaciones muestra indicios de que los estudiantes comenzaron a interpretar la enseñanza de la matemática mediante el uso de las ideas teóricas, es decir en los niveles N3 (uso instrumental de la información) y N4 (teorizar-conceptualizar). Sin embargo, un poco menos de la cuarta parte (24 %) se mantuvo en los niveles descriptivo y retórico. En relación con el debate de discusión D2, 61 % se ubicó en los niveles N3 y N4; mientras que un 39 % de las contribuciones corresponden a los niveles de construcción de conocimiento N1 (descriptivo) y N2 (retórico). Esto parece indicar que el uso de las herramientas teóricas para analizar e interpretar la enseñanza de la matemática no es una tarea fácil de llevar a cabo.

Tabla 12. Dimensión *Epistémica*, niveles de construcción de conocimiento en el Debate de discusión en línea D1 y D2

	D1		D2	
	f	%[a]	f	%[a]
N1: Narrativo-Descriptivo	11	13	32	36
N2: Retórico	10	11	3	3
N3: Uso instrumental de la información	57	65	50	56
N4: Teorizar conceptualizar	10	11	4	5
Otros	0	0	0	0
Total	88	100	89	100

Nota: D1: Debate de discusión en línea 1; D2: Debate de discusión en línea 2. [a] Los porcentajes se han redondeado a un número entero.

Por tanto, estos resultados indican que los estudiantes para profesor de matemática describen más en el debate D2 respecto al D1 pues se aprecia un 36 % en el segundo debate en relación con solo un 13 % que se presenta en el primer debate. En relación con la utilización de los términos procedentes de las ideas teóricas (N2: retórico) de la didáctica de la matemática sin ninguna vinculación con las evidencias empíricas presentadas en el vídeo analizado, se presenta con mayor cuantía en el debate D1 (11%) que en el debate D2 (3%). Por otra parte, hubo un uso instrumental de la información muchísimo más en el debate D1 (65 %) que en el debate D2 (56 %). De igual forma los estudiantes para profesor teorizaron y conceptualizaron más en el debate D1 (11 %) que en el debate D2 (5 %).

La Tabla 13 muestra la relación entre las cadenas conversacionales y el nivel de construcción de conocimiento en el debate D1. Es decir, permite saber sobre qué tópicos o temas giraron las contribuciones de los estudiantes para profesor de matemática. El 50 % de las participaciones que se teorizaban (N4) corresponden a la temática "Sara, ¿matemáticamente competente?" de la cadena C6. Mientras que en el nivel N3 hubo dos temas en los que se instrumentaliza la información como son: "Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática" de la cadena C2 (14 de 57, 25 %) y "Sara, ¿matemáticamente competente?" (15 de 57, 26 %) de la cadena C6. Así mismo, las temáticas relacionadas con las cadenas C4 y C5 que son "Algunas características que potencian la competencia matemática" y "Desafíos de un profesor de matemática en secundaria" fueron consideradas mayormente de manera instrumental (14 % y 12 %, respectivamente) por los participantes en el debate D1.

Tabla 13. Dimensión *Epistémica*, niveles de construcción de conocimiento por cada cadena conversacional en el Debate de discusión en línea D1

Cadena conversacional	N1	N2	N3	N4	Total
C1	0	0	4	0	4
C2	1	3	14	1	19
C3	1	0	1	0	2
C4	0	1	8	2	11
C5	2	1	7	2	12
C6	3	3	15	5	26
C7	2	1	3	0	6

C8	2	0	2	0	4
Otros	0	1	3	0	4
Total	11	10	57	10	88

Nota: C1: Dimensiones de la competencia matemática; C2: Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática; C3: Influencia de la tarea en la competencia matemática; C4: Algunas características que potencian la competencia matemática; C5: Desafíos de un profesor de matemática en secundaria; C6: Sara, ¿matemáticamente competente?; C7: La metodología de Sara; C8: El contenido del ejercicio.

De esta manera en la cadena C6, se presentó el mayor número de aportaciones (26 de 88) en el debate en línea D1. El 58 % (15 de 26) de las aportaciones correspondieron al nivel N3, revelando un uso instrumental de las herramientas teóricas para interpretar y analizar el proceso de enseñanza observado por los estudiantes para profesor de matemática mediante el video relacionado con la temática “Sara, ¿matemáticamente competente?”. Además en la misma cadena 6, se registra un 12 % (3 de 26) de las participaciones describiendo de manera natural lo que ven (N1) y la utilización retórica de manera retórica de información procedentes de las ideas teóricas de la didáctica de la matemática (N2) para analizar la situación de enseñanza de la matemática. Tanto la cadena 2 como la cadena 6 reflejan la tendencia de los estudiantes para profesor de utilizar de manera retórica ideas teóricas sin unirlas con los aspectos específicos del proceso de enseñanza de la matemática identificados en los vídeos.

Por otra parte, las aportaciones realizadas a la temática “Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática” (C2) se hicieron de manera instrumental pues dichas contribuciones no revelan con claridad la capacidad de relacionar aspectos de la enseñanza con ideas teóricas derivadas de la didáctica de la matemática. Finalmente, el tema “Dimensiones de la competencia matemática” (C1) fue conceptualizado pues generó 4 participaciones (4 de 4) en el nivel N4. Y los demás tópicos “Influencia de la tarea en la competencia matemática” (C3), “La metodología de Sara” (C7) y “El contenido del ejercicio” (C8) generaron pocas participaciones.

Una evidencia del uso instrumental de las ideas teóricas para interpretar la enseñanza de la matemática se ve en la siguiente aportación perteneciente a la temática "Sara, ¿matemáticamente competente?" de la cadena C6. La participación de E7 refleja una respuesta a la participación previa de E17, quien comenta que los alumnos están perdidos en la clase con las explicaciones de la profesora y hace una valoración de cómo en la clase se le da más importancia a las formas de la vasija y no en encontrar la expresión algebraica de la función. Por ello E7 discrepa y amplia de lo comentado por E17, al decir que la docente trasmite seguridad y un sentimiento de comunidad en el salón. Al mismo tiempo cita algunas ideas teóricas relacionadas como crear un clima de confianza y dialogo al tomar en cuenta las ideas expresadas por los alumnos del video.

> E7: El papel del profesor (E7 - 23:35:56 15/05/2007) D1. C6. D+A. N4
> El papel del profesor es algo fundamental en este tipo de tareas. Debe transmitir confianza y seguridad; como dice en los estándares 6-8, ´el profesor debe crear un sentimiento de comunidad en clase´. En nuestro caso creo que Sara transmite estos sentimientos a sus alumnos, ya que dialoga con ellos, y éstos contestan a sus preguntas con total confianza sin ningún miedo al ridículo. En este sentido el profesor debe tener un actitud firme pero no demasiado severa, en el sentido de no infravalorar ideas, corrigiendo razonamientos erróneos sin machacar al alumno que ha tenido la idea (estándares 6-8 ´el profesor debe hacer que los alumnos se sientan libres de expresar sus ideas libremente sin miedo al ridículo´).Como he dicho antes pienso que Sara intenta que todas las ideas aporten algo, y cuando una idea no es correcta no recrimina, hace que el alumno reflexione realizando preguntas que ella cree convenientes.
> En lo referente a las preguntas que ella va realizando, uno puede considerar que son correctas o no, que son necesarias o no, pero lo que pretende que los alumnos vayan reflexionando. Refiriéndome a lo que dice E17, si un alumno no entiende lo que la profesora quiere decir y no pregunta, el alumno tiene un problema de comunicación o de timidez. No considero que sea culpa de la profesora que el alumno diga que sí todo el rato para aparentar que lo entiende, cuando en realidad están ahí para aprender y preguntar.

Tampoco creo que la profesora le dé demasiada importancia al tamaño de las vasijas sólo es un tema más que saca para que los alumnos vayan reflexionando, no pretende que hagan un máster, sólo que razonen en lo que pasaría si la vasija tuviera diferentes formas. Si al alumno le interesa pensará en ello y preguntará si tiene curiosidad, si no, pues lo ignorará. PD: Qué bonito te ha quedado lo de sigmoidales...

La Tabla 14 muestra la relación entre las cadenas conversacionales y el nivel de construcción de conocimiento en el debate D2. Es decir, se muestra sobre qué temáticas giraron las participaciones de los estudiantes para profesor de matemática. El 75 % de las participaciones que se teorizaban (N4) corresponden a la temática "Contexto curricular del video" de la cadena C7. Mientras que en el nivel N3 hubo dos temas en los que se instrumentaliza la información como son: "Objetivos de la clase" de la cadena C1 (18 de 50, 36 %) y "El papel del profesor" (7 de 50, 14 %) de la cadena C3. Así mismo, las temáticas relacionadas con las cadenas C5 y C7 que son "Aspectos del rol del profesor" y "Contexto curricular del video" fueron consideradas mayormente de manera instrumental (12 % y 6 %, respectivamente) por los participantes en el debate D2.

Tabla 14. Dimensión *Epistémica*, niveles de construcción de conocimiento por cada cadena conversacional en el Debate de discusión en línea D2

Cadena conversacional	N1	N2	N3	N4	Total
C1	19	2	18	1	40
C2	0	0	6	0	6
C3	5	1	7	0	13
C4	1	0	3	0	4
C5	2	0	6	0	8
C6	0	0	4	0	4
C7	2	0	3	3	8
Otros	3	0	3	0	6
Total	32	3	50	4	89

Nota: C1: Objetivos de la clase; C2: Dimensiones de la competencia matemática; C3: El papel del profesor; C4: Competencia matemática; C5: Aspectos del rol del profesor; C6: La equidad; C7: Contexto curricular del video.

De esta manera, en la cadena C1 relacionada con el tema "Objetivos de la clase", se presentó el mayor número de aportaciones (40 de 89) en el debate en línea D2. En la misma, se registra un 48 % (19 de 40) de las participaciones correspondieron al nivel N1, es decir los estudiantes para profesor hicieron descripciones de forma natural sobre lo que ven (N1) en el video pero sin hacer utilizar de manera explícita las ideas teóricas aportadas durante el curso. Mientras que en la misma cadena C1 se aprecia un 45 % (18 de 40) de contribuciones correspondientes con el nivel N3, lo cual refleja un uso instrumental de las herramientas conceptuales para interpretar y analizar procesos de enseñanza de la matemática relacionados con la temática "Objetivos de la clase". Excepto en las cadenas C1: Objetivos de la clase (1 de 4 participaciones) y C7: Contexto curricular del video (3 de 4 participaciones), en las demás cadenas no se observan diferencias relacionadas con la identificación por parte del estudiante para profesor de matemática de identificar uno o varios aspectos relevantes de la situación de enseñanza y los interpreta utilizando ideas teóricas y los relacionan o no entre estas ideas (N4).

La temática "El papel del profesor" de la cadena C3 refleja una tendencia de un uso instrumental de la información correspondiente al nivel N3 (7 de 13, 54 %), en comparación con participaciones que se ubican en el nivel N1 (5 de 13, 38 %) ya que se limitaron a hacer narraciones o descripciones sobre aspectos del proceso de enseñanza de la matemática relacionados con esta temática. Finalmente, el tema "Dimensiones de la competencia matemática" (C2) fue instrumentalizado debido a que generó 6 participaciones (6 de 6) en el nivel N3. Y los demás tópicos "Dimensiones de la competencia matemática" (C2), "Competencia matemática" (C4) y "La equidad" (C6) generaron pocas participaciones.

Las participaciones realizadas por los estudiantes para profesor sobre la temática "Objetivos de la clase" de la cadena C1, ejemplifican la forma como abordan dicha temática. En esta temática se hace descripción (N1) de lo que sucede en la clase y de uso de las herramientas conceptuales (N3) para interpretar y dar respuesta a elementos como: aspectos sobre el contexto de la clase, dotar de sentido y comprensión de los conceptos matemáticos (relación funcional entre las cantidades de dos magnitudes), traslación entre modos de representación, la identificación de la pendiente de una recta como una razón entre dos cantidades de función, proporcionalidad, pendiente, expresión algebraica.

Las siguientes unidades de significado pertenecen al abordaje que hacen los estudiantes para profesor del tema "Objetivos de la clase" desde el nivel descriptivo e instrumental. En el nivel descriptivo, los estudiantes para profesor hacen alusión a lo que sucede en el aula sin establecer relaciones con las ideas teóricas; en este sentido se tienen las siguientes intervenciones: por ejemplo E10 manifiesta estar de acuerdo con E17 a la vez que refiere sobre la manera como la profesora va de prisa al preguntar a sus alumnos.

> E10: totalmente de acuerdo.. (E10 - 09:17:23 30/05/2007) D2. C1. N1
> E17 estoy totalmente de acuerdo contigo, salvo en el hecho de tener que recurrir a la regla de tres, creo que podría simplificar sus explicaciones como tú bien has dicho, también pienso que entre pregunta y pregunta va muy deprisa y estoy casi segura que muchos no son capaces de seguirla ni de asimilar que es lo que están diciendo sus compañeros. Parece que Sara cada vez se pone más nerviosa y lo que hace (a mi forma de ver) es agobiar a los alumnos con tantas preguntas sin ni siquiera ella darse cuenta de que no están entendiendo los conceptos más básicos.

De igual manera, la participación de E7, que al responderle a E20, relata la cantidad de preguntas que hace la Profesora al punto que no deja que sus alumnos tengan tiempo de responder las preguntas:

> E7: Sistema (E7 - 21:43:40 28/05/2007) D2. C1. N1
> Entre que la profesora va muy deprisa y los alumnos van muy lentos hay una descompensación tremenda. Ella ve tan clara la relación que hay que

intenta que todos la vean, por eso hace muchas preguntas seguidas, porque quiere llegar a la proporcionalidad, pero no se da cuenta de que los alumnos se han quedado por el camino hasta que un alumno se lo dice, que aún están pensando en las preguntas anteriores mientras ella sigue preguntando. Una clase en grupo está bien, para que los alumnos vayan razonando ellos solos, pero la profesora debe tener más paciencia y dejarlos pensar un poco. No creo que pierda los nervios para nada, simplemente va siguiendo el hilo de los razonamientos, sólo que un poco rápido para los niños.

Por otra parte, en el nivel instrumental (N3), y en el contexto de la misma temática de la cadena C1 (Objetivos de la clase) los estudiantes para profesor identifican aspectos relevantes de la situación y los interpreta utilizando las ideas teóricas con las evidencias empíricas presentes en los eventos de enseñanza. La siguiente aportación que instrumentaliza las ideas teóricas relacionadas con la competencia matemática, es la de E6, quien al responderle a E7 plantea lo siguiente:

E6: manera de explicarlo (E6- 03:29:47 29/05/2007) D2. C1. N3

Yo no creo que se vaya por los cerros de Úbeda como dice E17, se necesita dedicarle el tiempo necesario que haga falta para interpretar las gráficas (saber interpretar gráficas es muy importante y a todo el mundo le tiene que quedar claro desde el primer momento), los alumnos tienen que saber por qué luego les va a aparecer la fórmula f(x)=m*x y entender que m es la razón de proporcionalidad entre las dos magnitudes, y observar todo lo que han hecho para llegar ahí. Si Sara simplemente lo explicase, se perdería la comunicación entre los alumnos y la profesora, además de no fomentar las distintas competencias matemáticas, ni tendrían confianza en sí mismos, ni aprenderían a comunicar, ni a razonar y perderían el interés al sólo tener que estar observando. No hay que darlo todo mascadito. Si les pones la fórmula directamente sí que no van a aprender nada. Y sólo con poner algunos ejemplos no basta para luego pasar a ejercicios más difíciles, Sara necesita saber que se les hace más difícil para racionar posteriormente la información, como pone en el documento de la competencia matemática: El profesor debe

- organizar el contenido matemático para enseñarlo (planificar) con unos objetivos en mente considerando las posibles estrategias que pueden usar sus alumnos,
• debe interpretar las producciones de los alumnos desde las cuales pueda realizar inferencias sobre el aprendizaje conseguido, y
• debe gestionar las interacciones en el aula (estudiantes, profesor, contenido) para intentar potenciar el desarrollo de la competencia matemática.

En esta participación, E6 usa algunas ideas teóricas proporcionadas en el documento "Matemáticas escolares y llegar a ser matemáticamente competente" (Llinares, 2006) para interpretar lo que la Profesora del video está desarrollando en sus alumnos como es la competencia matemática.

Por otra parte, la temática "El papel del profesor" de la cadena C3 fue afrontada, en la mayoría de las participaciones por los estudiantes para profesor, de manera descriptiva e instrumental. En relación con un discurso descriptivo, por ejemplo, E14 responde a E3 sin hacer referencia explícitamente de las ideas teóricas proporcionadas para el análisis de eventos de enseñanza, solo describe lo visto en el video:

E14: papel de la profesora (E14 - 14:11:55 25/05/2007) D2. C3. N1
Yo no creo que la profesora pierda los nervios. Creo que lo que intenta es agilizar el ejercicio para que los alumnos no se aburran y pasen de todo. Cuando hace varias preguntas seguidas, lo hace porque en contestar una se pueden contestar todas y no quiere que los niños se pongan a mirar en la gráfica que pasa con cada vaso, sino que se den cuenta de la expresión algebraica y lo sepan deducir inmediatamente.

En relación con un discurso instrumental relacionado con la temática "El papel del profesor" de la cadena C3, la siguiente unidad de significado lo refleja; es una aportación de E7 que al responderle a E23 utiliza ideas teóricas, como los Principios y estándares para la Educación Matemática del Consejo Nacional de Profesores de

Matemática (NCTM, 2000), para fundamentar su discurso sobre el papel de los errores y el rol que debe seguir el docente en la corrección de los mismos:

> E7: Errores (E7 - 23:05:30 31/05/2007) D2. C3. N3
> De los errores se aprende y lo que el profesor debe hacer es corregir a los alumnos. Como dice en los estándares 9-12, debe "organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación". Debe proponer tareas como ésta, en la que los alumnos tengan que comunicarse con los demás miembros de la clase, para que poco a poco cojan práctica y vayan consolidando su pensamiento matemático, y perfeccionando sus razonamientos y sus explicaciones, "comunicando con coherencia y claridad", debiendo ser la profesora la que los guíe y les corrija cuando crea conveniente.

4.4. Relación entre las formas de participar y niveles de construcción de conocimiento

La Tabla 15 y Tabla 16 muestran la relación entre la forma de participar (modos de participación) en el debate de discusión y el uso de las ideas o herramientas teóricas (niveles de construcción de conocimiento) como instrumentos en el análisis de la enseñanza de la matemática. Los datos en la Tabla 15 muestran que de las 91 unidades de análisis, más de dos tercios (60 de 91, 66 %) de las aportaciones corresponden al nivel N3, le sigue un 12 % (11 de 91) en el nivel N1, y 11 % (10 de 91) en los niveles N4 y N2.

Tabla 15. Niveles de construcción de conocimiento y Forma de participar en el debate de discusión en línea D1.

	AI	CI	C	C+A	D	D+A	Total
N1	1	5	0	3	0	2	11
N2	1	5	1	3	0	0	10
N3	15	7	1	22	0	15	60
N4	2	1	0	4	0	3	10
Total	19	18	2	32	0	20	91

Estos datos del debate D1 revelan que las 70 aportaciones de 91 están ubicadas en los niveles N3 y N4; y además, 45 de esas 70 (64 %) fueron contribuciones que promovían acuerdos o desacuerdos entre los estudiantes para profesor de matemática. Mientras que hubo 5 de 11 ("concuerda y amplia" y "discrepa y amplia") que describían de manera natural lo que ven, sin utilizar aquellas ideas de la teoria que son necesarias y relevantes para analizar la situación (N1); o contribuciones (4 de 10) que hacían referencia retórica a las ideas teóricas sin unirlos con los aspectos específicos del proceso de enseñanza identificado en los vídeos. En resumen, los datos del debate D1 revelan una presencia acentuada del nivel de construcción N3 seguido del nivel N1, lo cual hace suponer que en las aportaciones se conceptualizaba más sobre las temáticas de discusión: "Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática" y "Sara, ¿matemáticamente competente?", y en menor escala se usaba un discurso más descriptivo para estos temas.

Por otra parte, los datos de la Tabla 16 muestran que de las 93 unidades de significado, más de la mitad (51 de 93, 55 %) de las contribuciones están relacionadas con el nivel N3, luego en el nivel N1 más de un tercio (35 de 93, 38 %), y en menor escala los niveles N4 y N2 con solo el 4 % (4 de 93) y 3 % (3 de 93), respectivamente.

Tabla 16. Niveles de construcción de conocimiento y Forma de participar en el debate de discusión en línea D2.

	AI	CI	C	C+A	D	D+A	Total
N1	1	12	1	9	1	11	35
N2	3	0	0	0	0	0	3
N3	11	8	2	7	0	23	51
N4	0	3	0	0	0	1	4
Total	15	23	3	16	1	35	93

De esta forma, los datos obtenidos del debate D2 indican que 55 de las 93 unidades de análisis están situadas en los niveles N3 y N4; es interesante observar que 33 de estas 55 fueron aportaciones que promovían convenio (C, C+A) o discrepancia (D, D+A) entre los participantes. Sin embargo, es importante resaltar que en este discurso orientado a la descripción (nivel N1), hubo casi un tercio de los mensajes emitidos (12 de 35) que ampliaron o refinaron alguna aportación anterior propia o de otro participante (CI).

Respecto a la dimensión epistémica se aprecia, que los estudiantes para profesor realizaron descripciones de los eventos de enseñanza más en el debate D2 que en el debate D1. Mientras que en el debate D1 se generaron participaciones en las que hubo un mayor uso instrumental y teórico, en el debate D2 disminuyó. Además, en algunos tópicos como: "Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática", "Sara, ¿matemáticamente competente?" (debate D1), "Objetivos de la clase", "El papel del profesor" (debate D2), los estudiantes para profesor conceptualizaron (nivel N3) varios aspectos de la enseñanza de la matemática y lo relacionaron utilizando ideas teóricas procedentes de las herramientas conceptuales de la didáctica de la matemática. Por tanto, aun cuando en ambos debates hubo un mayor número de participaciones en el nivel instrumental (60 de 91 en D1, y, 51 de 93 en D2) comparado con el nivel descriptivo N1 (11 de 91, y, 35 de 93 en D2), sin embargo en el debate D2 se muestra una tendencia a bajar la frecuencia de las participaciones en el nivel instrumental y conceptual, y aumentar en el mismo debate el número de contribuciones en el nivel N1.

Finalmente, los resultados anteriores pueden interpretarse como un indicio de que la implicación cognitiva con los demás ayuda a los estudiantes a generar argumentos en un mayor nivel cognitivo. Los datos parecen mostrar que el contexto mediado por los debates de discusión en línea alientan a los estudiantes para mejorar el discurso generado con el fin de llegar a una comprensión compartida de la enseñanza de la matemática relacionada con la competencia matemática.

Capítulo V
Discusión y Conclusiones

Las siguientes interrogantes guiaron la presente investigación; por un lado, ¿qué aprenden los estudiantes para profesor de matemática a través de la interacción en el análisis de segmentos de enseñanza de la matemática proporcionada mediante los videos? Y por otro, ¿Cómo aprende el estudiante para profesor de matemática a analizar segmentos de enseñanza proporcionada con videos en un entorno virtual? Para después establecer una relación entre la forma de participar en los debates virtuales y los niveles de construcción de conocimiento de los estudiantes para profesor de matemática.

Participación de los estudiantes para profesor de matemática en la negociación y construcción de significados

El número de participaciones en los dos debates de discusión en línea fue muy parecido; además, la forma de participar que guarda relación con la implicación cognitiva que demostraron los estudiantes para profesor se mantuvo igual en ambos debates (59 % en el D1 y D2). Por otra parte, el número de cadenas conversacionales en los espacios sociales de interacción (debates en línea) fue muy similar (8 para el debate 1 y 7 para el debate 2), indicando en torno a cuáles temas (aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática; algunas características que potencian la competencia matemática; desafíos de un profesor de matemática en secundaria; Sara, ¿matemáticamente competente?; objetivos de la clase; el papel del profesor; aspectos del rol del profesor; contexto curricular del video) se organizó la discusión y se negociaban los significados construidos por los participantes. La generación de estas cadenas conversacionales, producto de la participación de los estudiantes para profesor de matemática, reflejan el incremento de formas de participación en las que compartían con los otros participantes sus ideas y opiniones sobre la enseñanza referida al desarrollo de la competencia matemática. Esto indica que hay una comprensión recíproca (Byman, Järvela y Häkkinen, 2005) ya que estos hacían alusión a las opiniones y participaciones de los otros compañeros del debate virtual como tema de discusión durante la interacción, llegando a la negociación de significados referentes a la enseñanza de la matemática. De esta forma, los mensajes o contribuciones realizadas por los estudiantes en los debates virtuales son evidencias o artefactos de aprendizaje que demuestran los cambios de discurso que se generan durante el proceso de aprendizaje. En consecuencia, este estudio corrobora lo encontrado por otras investigaciones sobre el papel de la participación en espacios de interacción social y su rol en la construcción del conocimiento (Llinares y Valls, 2009; Zhu, 2006).

Este cambio en los modos de participación podría explicarse por el tipo de instrucción y el conjunto de tareas compartiendo el conocimiento. La tarea se orientó a conseguir que los futuros profesores analizaran el proceso de enseñanza en términos de su efecto sobre el desarrollo de la competencia matemática, utilizando la información teórica proporcionada en un contexto que favorece la integración de esta información en su propio modelo de mundo. La información sobre la participación recíproca obtenida a partir de la cadenas conversacionales y sus representaciones gráficas indica que la estructura de los entornos como fueron diseñados aquí -los contextos y las actividades en las cuales los individuos aprendieron- parecían animar a los estudiantes para profesores a participar en la construcción de significados con otros en un intento de ampliar y transformar su comprensión colectiva. Este resultado concuerda con otros estudios (Penalva, Rey y Llinares, 2013; Schrire, 2006) donde la forma como se ha organizado el entorno (tareas a resolver, videos e interacción) influyen en el aprendizaje de los participantes.

Este estudio confirma que la interacción ocurre entre los estudiantes para profesor en formación cuando es generada por la acción de llevar a cabo una tarea, que en este caso fue el análisis de las matemáticas y su influencia sobre el desarrollo de la competencia matemática. En este sentido, tanto las tareas como las discusiones en línea fueron integradas con una intencionalidad didáctica en el entorno de aprendizaje para crear un alto grado de interacción. Por lo tanto, focalizar la atención en intereses compartidos, les ayudó a participar en las actividades conjuntas de identificación y análisis de los diferentes aspectos de la enseñanza de las matemáticas lo que les permite compartir el conocimiento de la situación objeto de análisis.

Las categorías que representan AI y CI se pueden agrupar en una nueva categoría llamada Participación cognitiva individual (PCI), mientras que las categorías C, C+A, D y D+A constituyen la categoría Participación cognitiva conjunta (PCC). La PCI, se refiere a la necesidad que tienen los estudiantes de aportar nueva información o refinar algún aspecto de alguna aportación anterior realizada por el mismo u otra contribución previa. La PCC, representa aquellas participaciones en las que los estudiantes manifestaron conformidad o disconformidad fundamentando sus ideas u opiniones sobre un tema (cadena conversacional). De esta manera, estas dos nuevas categorías genera una categoría central que denominamos Implicación socio-cognitiva de la participación (ISCP).

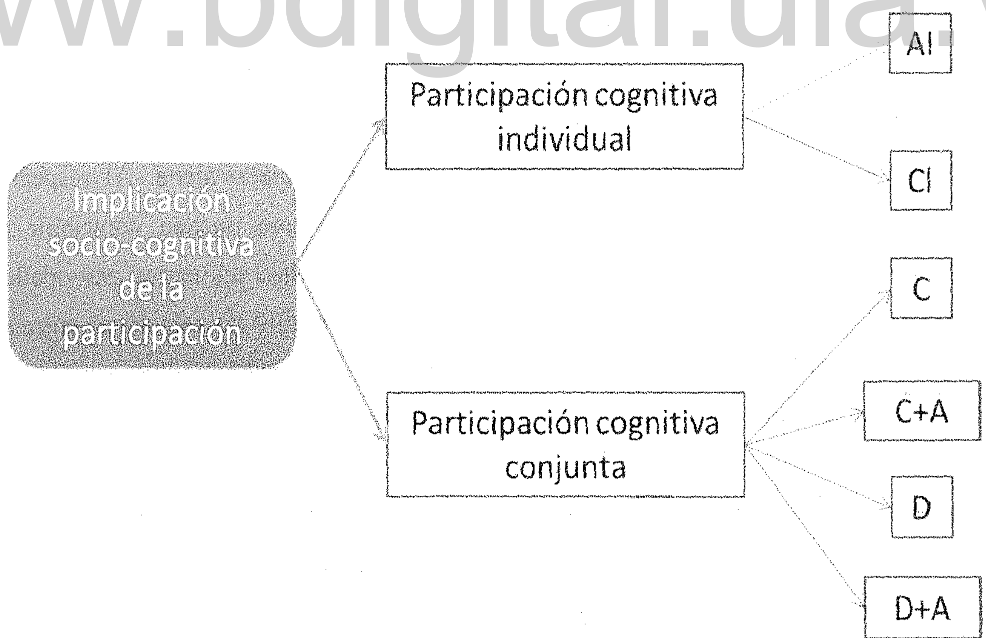


Figura 22. Implicación socio-cognitiva de la participación

Negociando significados en los procesos de interacción de los debates en línea

Se identifica de los resultados obtenidos relacionados con las cadenas conversacionales que las participaciones realizadas por los estudiantes para profesor de matemática se focalizaron sobre tópicos o temas (aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática; algunas características que potencian la competencia matemática; desafíos de un profesor de matemática en secundaria; Sara, ¿matemáticamente competente?; objetivos de la clase; el papel del profesor; aspectos del rol del profesor; contexto curricular del video) en los cuales giraban sus discusiones virtuales relacionados sobre la enseñanza de la competencia matemática. Centrar la discusión sobre temas específicos visionados en el vídeo, hace suponer que el entorno de aprendizaje creado contribuye a que los participantes focalicen su atención, argumenten y negocien significados alrededor de los mismos. Esto se evidencia en la fuerte presencia de las categorías C, C+A, D y D+A las cuales constituyen la categoría Participación cognitiva conjunta (PCC). Al mismo tiempo la dimensión "Clarifica" tiene una frecuencia alta de aparición en las participaciones en ambos debates, lo cual podemos suponer la necesidad de los estudiantes para profesor de matemática de ampliar y/o refinar algún aspecto introducido en alguna participación anterior propia o ajena. Al respecto, Weinberger y Fischer (2006) señalan que las tareas que pueden contribuir al desarrollo del pensamiento argumentativo deben tener las siguientes actividades epistémicas: el espacio del problema, el espacio conceptual, y las relaciones entre el espacio conceptual y de problemas. En el espacio del problema los estudiantes seleccionan, evalúan y relacionan los componentes individuales de la información del caso problema. El espacio conceptual, comprende resumir reformular y discutir los conceptos y principios teóricos. Y la relación entre el espacio conceptual y de problemas se refiere a las vinculaciones que hacen los estudiantes entre la teoría y los casos prácticos o evidencia empírica.

Por ello, en esta investigación se evidenció cómo los estudiantes focalizaron la atención en temas sobre los cuales giraba las participaciones y discusiones a la vez que relacionaron o vincularon evidencias particulares del video con ideas teóricas

(Prieto y Valls, 2010; Sherin, 2001). Lo cual demuestra que hay intereses comunes y por tanto modos de interacción como concuerda y amplia o discrepa y amplia que se convierten en mecanismos generadores de formas discursivas (instrumentalización o teóricas), (campo conceptual y teórico, Weinberger y Fischer, 2006) en las que deben construir argumentos para lograr convencer a los demás participantes. Esto coincide con algunas investigaciones (Roig, Llinares y Penalva, 2011; Prieto y Valls, 2010; Weinberger y Fischer, 2006) quienes afirman que la construcción del conocimiento argumentativo se produce en las interacciones desarrolladas en entornos virtuales a la vez que contribuyen con la negociación de significados (Wenger, 2001) y la construcción del conocimiento (Wells, 2001) sobre el tema de discusión que es el desarrollo de la competencia matemática en la enseñanza de la matemática.

Papel de la interacción para refinar la construcción del conocimiento que se genera en el "aprendiendo a mirar" la enseñanza de la matemática

Los resultados indican que la identificación e interpretación de los eventos de enseñanza de la matemática no son procesos sencillos de llevar a cabo. De esta forma, el número de participaciones en los niveles N3 y N4 fue de 67 (76 %) en el D1 y 54 (61 %) en el D2, respectivamente. Mientras que hubo un aumento en las participaciones relacionadas con el nivel descriptivo en el D2 con respecto al D1, esto podría deberse a los temas tratados en ambos debates. Por este motivo, pareciera que los temas tales como: Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática (C2), Algunas características que potencian la competencia matemática (C4), Desafíos de un profesor de matemática en secundaria (C5) y Sara, ¿matemáticamente competente? (C6) pertenecientes al debate D1 fueron discursivamente tratados por los estudiantes para profesor de manera instrumental y conceptual; y sin embargo los temas de conversación siguientes: Objetivos de la clase (C1), El papel del profesor (C3), Aspectos del rol del profesor (C5) y Contexto curricular del video (C7) generaron participaciones más descriptivas en el debate D2. Esto hace suponer que los temas tratados en el D2 requerían mayor esfuerzo, tal como como vincular las ideas teóricas con las evidencias presentadas en el video, en comparación con el D1. En consecuencia, la construcción del conocimiento del profesor de matemática está vinculada con el uso que se le dé a las herramientas conceptuales y la profundidad con que se vincule esas herramientas para interpretar la enseñanza de la matemática.

Por tanto, los datos de la presente investigación muestran la necesidad que tienen los estudiantes para profesor de comprender la importancia de las herramientas conceptuales para desentrañar e interpretar lo que sucede en el aula de matemática, y saber utilizarlas para explicar los procesos de enseñanza de la matemática. Esto es, la relación teoría (ideas teóricas) y práctica (evidencias de los eventos de enseñanza mediante videos) no es tan fácil de establecer en el proceso interpretativo de la enseñanza de la matemática pues implica que el estudiante para profesor se apropie de las herramientas conceptuales transformándolas para luego ser usadas en la realidad concreta del aula de clase (video). Esta relación implica, entre otras cosas, que los estudiantes para profesor reflexionen sobre la acción (García, Sánchez, Escudero y Llinares, 2006; Schön, 1998) que lleva a cabo la profesora del video con sus alumnos, para poder interpretarla a la luz de lo que aporta la investigación de la didáctica de la matemática (herramientas conceptuales). Por ello "... el uso y la generación de los instrumentos condiciona las interacciones en el desarrollo de la práctica y, por tanto, la propia práctica" (Llinares, 2005a, p. 5) y condiciona el discurso que se genera en esas interacciones.

De allí que los estudiantes para profesor, frente a la tarea de interpretar lo que ven en el video, lo cual es la práctica de enseñar matemática que desarrolla la profesora, deben problematizar e interpretar esas evidencias empíricas derivadas de esa práctica, bajo la luz de las diferentes ideas teóricas (instrumentos conceptuales) generadas de la investigación de la didáctica de la matemática. En este sentido, la construcción del conocimiento sobre el aprender a enseñar matemática está relacionada con la posibilidad que tiene el estudiante para profesor de usar el conocimiento generado de la investigación de la didáctica de la matemática para reflexionar e para interpretar las evidencias presentadas en la práctica para transformarla y generar nuevo conocimiento. Los debates virtuales se convirtieron en espacios para que los estudiantes participaran e interactuaran entre sí. Además, las participaciones giraron alrededor de temas (cadenas conversacionales) en los que se generaron unas formas de participación tales como concordancias y/o discrepancias (C+A, D+A) convirtiéndose en mecanismos de discusión y argumentación y por tanto de construcción de conocimiento. Por tanto, la creación de entornos de aprendizaje en los que se integra la realización de algunas tareas profesionales junto con videos, ideas teóricas e interacción contribuye en la construcción del conocimiento relacionado con la enseñanza de la matemática. Esto último se constata en otros estudios (Borba y Llinares, 2012; Llinares, 2012; Llinares y Valls, 2010; Penalva, Rey y Llinares, 2013; Weinberger y Fischer, 2006; Zhu, 2006).

Perspectivas de futuro en la construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática

Tanto la formación inicial del profesor de matemática (Chapman, 2012; García, 2005; Llinares y Krainer, 2006) como la construcción del conocimiento profesional sobre la enseñanza de la matemática en entornos de interacción social (Borba y Llinares, 2012; Chapman, 2013; Fernández, Llinares y Valls, 2013; Goos y Geiger, 2012; Penalva, Rey y Llinares, 2013) se han convertido en campo de investigación al intentar caracterizarlos en contextos de formación del profesorado de matemática. Se debe seguir investigando sobre la forma como los estudiantes para profesor de matemática construye el conocimiento sobre la enseñanza de la matemática. Esto es, seguir investigando sobre ¿qué papel desempeña la interacción y el tipo de tareas profesionales que deben desarrollar? ¿qué y cómo aprende a construir el conocimiento para interpretar eventos de enseñanza de la matemática en contextos de interacción social que ofrecen los entornos de aprendizaje en contextos virtuales?. Al mismo tiempo, estudiar cómo desarrollan una visión profesional (Fernández, Llinares y Valls, 2011; Fernández, Llinares y Valls, 2013; Goodwin, 1994; Sánchez et al., 2013; Sherin, 2007) con el propósito de crear programas de formación que integren la perspectiva teórica cognitiva con perspectivas teóricas socioculturales a la vez que se adecuen a la naturaleza sociocognitiva del pensamiento tanto de los estudiantes como de los profesores de matemática en servicio.

Otro campo de interés tiene que ver con una visión interpretativa de la enseñanza de la matemática (Penalva, Rey y Llinares, 2013). Es decir con la forma como tanto estudiantes para profesor como profesores en servicio describen e interpretan situaciones de enseñanza de la matemática con tópicos específicos de la misma. Esto con el propósito de ayudar a los mismos a mejorar su práctica docente y en consecuencia mejorar el aprendizaje de sus estudiantes en el aula. Para ello las tecnologías de la información y la comunicación juegan un papel fundamental pues se convierten en contextos donde la negociación de significados está presente mediante la interacción y la participación en los mismos. Esta visión interpretativa de la enseñanza puede contribuir también a tener otra forma de abordar la evaluación de los aprendizajes de la matemática pues se centraría no solo en los productos obtenidos de parte de los estudiantes sino los procesos que siguen para construir el conocimiento matemático. Una visión interpretativa de la enseñanza conlleva a una visión más humana del aprendizaje de la matemática, lo que implica un profesor de matemática más cercano al acto humano de enseñar, aprender y hacer matemática.

Por otro lado, los marcos teóricos y metodológicos utilizados en la investigación de la formación del profesor deben convertirse en campo de indagación. Sobre los marcos teóricos, la perspectiva sociocultural con elementos como comunidades de práctica (Wenger, 2001), indagación dialógica (Wells, 2001) pueden contribuir a entender cómo se convierte un profesor de matemática en un profesional de la enseñanza. Esta línea de investigación es importante para los educadores de los profesores de matemática pues ayudaría a la planificación de programas de formación que vayan dirigidos a esas comunidades de práctica. En relación con los marcos metodológicos, el uso de perspectivas cualitativas y cuantitativas como una forma de abordar los objetos de investigación en Educación Matemática debe ser investigado pues tendríamos caminos a seguir para profundizar y entender la formación del profesor de matemática.

Finalmente, los resultados obtenidos en la presente investigación contribuyen a la agenda de investigación sobre el aprendizaje del profesor de matemática (Llinares, 1998; Llinares, 2013; Krainer y Llinares, 2006). En particular, sobre qué y cómo aprenden los estudiantes para profesor de matemática a dotar de sentido y usar las herramientas conceptuales en situaciones de enseñanza de la matemática en entornos virtuales de aprendizaje (Borba y Llinares, 2012; Kersting, Givvin, Sotelo y Stigler, 2010, Llinares, 2012; Llinares y Valls, 2010; Prieto y Valls, 2010; Santagata y Guarino, 2011; Sherin, 2001; Star y Strickland, 2008). Al respecto, las evidencias obtenidas en la presente investigación sugieren que la presencia de "formas de interacción", en las participaciones de los estudiantes, indica un esfuerzo por la negociación de significados, a la vez que se demostró la presencia de niveles de construcción de conocimiento (nivel epistémico) que comprueban el uso de las herramientas conceptuales para interpretar la enseñanza de la matemática.

Referencias

Adler, J; Ball, D; Krainer, K.; Lin F. y Novotna, J. (2005). Reflections on an Emerging Field: Researching Mathematics Teacher Education. *Educational Studies in Mathematics* 60(3), 359–381.

Alonso, L. (2001). EL paradigma reinante y su paideia. *Educere,* 5 (13), 7-12.

Alsawie, O. y Alghazo, I. (2010). The effect of video-based approach on prospective teachers' ability to analyze mathematics teaching. *Journal of mathematics Teacher Education, 13 (3)*, 223-241.

Alsina, À. (2010). El aprendizaje reflexivo en la formación inicial del profesorado: un modelo para aprender a enseñar matemáticas. *Educación Matemática, 22* (1), 149-166.

Azcarate, P. (2000). El conocimiento profesional, naturaleza, fuentes, organización y desarrollo. *Quadrante*, 8 (12), 111-138.

Bardin, L. (1986). *Análisis de contenido.* Madrid: Ediciones Akal, S. A.

Barragan, L. H. (1990). *Epistemología.* Bogotá: Universidad Santo Tomás.

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural.* Barcelona: Paidós.

Bishop, A. (2000). Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos? En N. Gorgorio, J. Deulofeu, J. y A. Bishop (Eds.), *Matemáticas y educación.* (pp. 35-56). España: Graó.

Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, K., Kilpatrick, J. y Laborde, C. (Eds.) (1996). *International Handbook of Mathematics Education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bishop, A., Clements, M.A., Keitel, C., Kilpartick, J. y Leung, F. (Eds.) (2003) *Second International of Mathematics Education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Ball, D. (2000). Bridging practices. *Journal of Teacher Education,* 51(3), 241-247.

Borba, M.C., y Llinares, S. (2012). Online mathematics teacher education: overview on an emergent field of research. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education, 44*(6), doi 10.1007/s11858-012-0457-3.

Borko, H. (2004). Professional Development and Teacher Learning: Mapping the Terrain. *Educational Researcher*, 33 (8), 3-15.

Borko, H., Jacobs J., Eiteljorg, E. y Pittman, M. (2008). Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education*, 24 (2), 417-436

Borko, H., Koellner, K., Jacobs, J. y Seago, N. (2011). Using video representations of teaching in practice-based professional development programs. *ZDM (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik)*, 43 (1), 175-187.

Bosch, M. y Gascón, J. (2001). Las prácticas docentes del profesor de matemáticas. *XIème École d'Été de Didactique des Mathématiques.*

Bromme, R. and Tillema, H. (1995). Fusing experience and theory: the structure of professional knowledge. *Learning and Instruction,* 5, 261-267.

Brousseau, G. (1972). Processus de mathématisation. *La mathématique à l'école élémentaire*, A.P.M.E.P., 428-457.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2): 33-115. [Traducción de Julia Centeno, Begoña Melendo y Jesús Murillo].

Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In N. Bednarz y C. Garnier (Eds.), Construction des savoirs, Obstacles et Conflits (pp. 41-63). Montréal: CIRADE Les éditions Agence d'Arc inc.

Brousseau, G. (1990). "¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Primera parte)". *Enseñanza de las Ciencias*, 8 (3), 259-267.

Brousseau, G. (1991). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? *Enseñanza de las ciencias*, 9 (1), 10-21.

Brousseau, G. (1997). Los diferentes roles del maestro. En C. Parra; I. Saiz (Eds.), *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 65-94). Buenos Aires: Paidós Educador.

Brousseau, G. (2000). Education et Didactique des mathématiques. *Educacion matematica*, 12 (1), 5-39.

Brown, C. y Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 209-239). New York: Macmillan Publishing Company.

Brown, Collins y Duguid (1996). La cognición situada y la cultura del aprendizaje. *Kikiriki,* 39, 46-60.

Bunge, M. (1981). *Epistemología.* Barcelona: Ariel.

Byman, A., Järvela, S. y Häkkinen, P. (2005). What is reciprocal understanding in virtual interaction? *Instructional Science*, 33, 121–136.

Carr, W. y Kemmis, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza.* Barcelona: Martínez Roca.

Castro, E. (Ed.). (2001). *Didáctica de la matemática en la educación primaria.* Madrid: Síntesis Educación.

Chacón, M. (2006). La reflexión y la crítica en la formación docente. *Educere*, 10 (33), 335-342.

Chamorro, C. (1992). *El aprendizaje significativo en el área de las matemáticas.* España: Alhambra Longman.

Chamorro, C. (2006). Herramientas de análisis en didáctica de las matemáticas. En M.C. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 69-94). Madrid: PEARSON Prentice Hall.

Chapman, O. (2012). Challenges in mathematics teacher education. *Journal of mathematics teacher education*, 15 (4), 263-270.

Chapman, O. (2013). Investigating teachers' knowledge for teaching mathematics. *Journal of mathematics teacher education*, 16(4), 237-243.

Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.

Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje.* Barcelona: Editorial Horsori.

Cid-Sabucedo, A., Pérez-Abellás, A. y Zabalza, M. A. (2009). Las prácticas de enseñanza declaradas de los "mejores profesores" de la Universidad de Vigo. *RELIEVE*, 15 (2), 1-29. Recuperado de http://www.uv.es/RELIEVE/v15n2/RELIEVEv15n2_7.htm

Clark, D. (1997). The Changing Role of the Mathematics Teacher. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28 (3), 278-308.

Coffey, A. y Atkinson, P. (2003). *Encontrar el sentido a los datos cualitativos. Estrategias complementarias de investigación.* Colombia: Editorial Universidad de Antioquia.

Coles, A. (2013). Using video for professional development: the role of the discussion facilitator. *Journal of mathematics Teacher Education*, 16(3), 165-184.

Contreras, J. (1996). Teoría y práctica docente. *Cuadernos de Pedagogía, 253,* pp. 92-100.

Cooney, T.J. (1994). Research and Teacher Education: In Search of Common Ground. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 608-636.

Cos, A. y Valls, J. (2006). Debates virtuales y concepciones de estudiantes para maestro sobre resolución de problemas. *ZETETIKE*, 14 (25), 7-28.

Crotty, M. (1998). *The foundations of social research. Meaning and perspective in the research process*. Londres: Sage.

Czarnocha, B. (Ed.) (2008). *Handbook of Mathematics Teaching Research*. Rzeszów (Poland): University Press.

D´Ambrosio, U. (2001a). *Ethnomathematics. Link between Traditions and Modernity*. Rotterdam: Sense Publishers.

D´Ambrosio, U. (2001b). *What is ethnomathematics, and how can it help children in schools?* Teaching Children Mathematics, 7(6), 308-311.

D´Amore, B. (2006). *Didáctica de la matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

D´Amore, B., Godino, J. y Fandiño, M. (2008). Competencias y matemática. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Del Rincón, D., Arnal, J., Latorre, A. y Sans, A. (1995). *Técnicas de investigación en ciencias sociales*. Madrid: Dykinson.

De la Fuente, C. (2012). Patrones numéricos y modelos geométricos en matemáticas. *Aula de Innovación Educativa*, 209, 44-49.

De Wever, B., Schellens, T., Valcke, M., y Van Keer, H. (2006). Content analysis schemes to analyze transcripts of online asynchronous discussion groups: A review. Computers y Education, 46, 6–28.

Descartes, R. (1985). *El discurso del método*. Madrid: Edaf.

Díaz Barriga y Hernández R., G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo.* México: McGraw Hill

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education.* London: The Palmer Press

Ernest, P. (1997). The Epistemological Basis of Qualitative Research in Mathematics Education: A Postmodern Perspective *Journal for Research in Mathematics Education* (Monograph) *Qualitative Research Methods in Mathematics Education*, 9, 22-177.

Ernest, P. (2000). Why teach mathematics? En J. White y S. Bramall (Eds.), *Why Learn Maths?* (s/p.). London: London University Institute of Education.

Ernest, P. (2010). Reflections on theories of learning. En B. Sriraman y L. English (Eds.), *Theories of mathematics education. Seeing new frontiers*. (pp. 39-48). Heidelberg: Springer.

Escudero Pérez, García Blanco y Sánchez García (2006). Las TICs en el proceso de enseñar matemáticas. *Current Developments in Technology-Assisted Education*, pp. 1290-1294.

Estebaranz, A. (1999). *Didáctica e innovación curricular.* Sevilla: Publicaciones de la Universidad de Sevilla.

Even, R. (2003). What can teachers learn from research in mathematics education? *For the Learning of Mathematics*, **23** (3), 38-42.

Even, R. y Ball, D. L. (Eds.). (2009). *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study.* USA: Springer.

Fait, P. (2002). Aristóteles y los límites de la dialéctica. *Anuario Filosófico*, 35, 435-462.

Fennema, E. y Franke, M.L. (1992). Teacher's knowledge and its impact. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of mathematics teaching and learning* (pp. 147–164). New York: Macmillan Publishing Company.

Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (Junio, 2011). *Aprendiendo a "mirar con sentido" el aprendizaje de la matemática.* Trabajo presentado en XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Recife, Brasil.

Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10, (1 y 2), 441-468.

Ferrater, J. (1964). *Diccionario de filosofía*. Buenos Aires: Editorial Sudamericana.

Flick, U. (2004). *Introducción a la investigación cualitativa.* Madrid: Ediciones Morata, S. L.

Flores, P. (1996). Creencias y concepciones de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. *Uno,* 8, pp. 103-112.

Flores, P. (2003). *Relación con el conocimiento profesional en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria: Reflexiones sobre cuestiones profesionales.* Ponencia en el EIEM, Évora, Mayo 2003.

Flórez, R. (1994). *Hacia una pedagogía del conocimiento.* Santafé de Bogotá: McGrahill.

Flórez, R. y Tobón A. (2001). *Investigación educativa y pedagógica.* Santafé de Bogotá: McGrahill.

Franke, M. y Kazemi, E. (2001). Learning to teach mathematics: focus on student thinking. *Theory into* Practice, 40 (2), 102-109.

Freire, P. (1972). *Pedagogía del oprimido.* Argentina: Siglo XXI de España Editores, S. A.

Freire, P. (1999). *Pedagogía de la esperanza.* Argentina: Siglo XXI de España Editores, S. A.

Freire, P. (2004). *La educación como práctica de la libertad.* México: Siglo XXI Editores, S. A.

García, R. (1997). *La epistemología genética y la ciencia contemporánea.* España: Gedisa

García, R. (2000). *El conocimiento en construcción. De las formulaciones de Jean Piaget a la teoría de sistemas complejos.* España: Gedisa.

García, M. (2005). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Educación Matemática*, 17 (002), 153-166.

García, M., V. Sánchez, I. Escudero y S. Llinares (2006). The dialectic relationship between research and practice in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 109-128.

Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18/1 (52), 7-33.

Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes [Versión electrónica], *RELIME, 4(2)*, 129-159.

Gil, F. y Rico, L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 21 (1), 27-47.

Glaser, B. y Strauss, A. (1999). *The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research*. New York: Aldine.

Godino, J. D. (2010). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica*. Departamento de Didáctica de la Matemática. España: Universidad de Granada. Recuperado el 12 de diciembre de 2010, de: http://www.ugr.es/local/jgodino.

Goffree, F. y Oonk, W. (1999). Educating primary school mathematics teachers in the Netherlands: Back to the classroom. *Journal of Mathematics teacher Education*, 2, 207-214.

Gómez Granell, C. (1989). La adquisición del lenguaje matemático: un difícil equilibrio entre el rigor y el significado. *Comunicación, Lenguaje y Educación, 3-4*, pp. 5-15.

Gómez Granell, C. (1990). Estrategias de aprendizaje en psicopedagogía de las matemáticas. *Monográfico de Infancia y Aprendizaje*, pp. 31-46.

González, F. (1994). *Paradigmas en la enseñanza de la matemática.* Maracay: Copiher.

González, F. (2008). La dinámica P2MA: Una opción didáctica frente a la enseñanza tradicional de la matemática. En F. González (Ed.) *Modelos Didácticos de Base Cognitiva* (pp. 95-134). Maracay-Venezuela: Ediciones CIEP-NIJIPMAR.

Goos, M., y Benninson, A. (2005). The role of online discussion in building a community of practice for beginning teachers for secondary mathematics. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, y A. Roche (Eds.), *Proceedings of the annual conference of mathematics education research of Australasia* (pp. 385–392). Sydney, Australia: MERGA Inc.

Goos, M., y Benninson, A. (2008). Depeloping a communal identity as beginning teachers of mathematics: emergence of an online community of practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11 (1), 41-60.

Goos, M. y Geiger, V. (2012). Connecting social perspectives on mathematics teacher education in online environments. *ZDM Mathematics Education*, 44 (6), 705–715.

Gorgorió, N. y Bishop, A. (2000). Implicaciones para el cambio. En N. Gorgorio, J. Deulofeu, J. y A. Bishop (Eds.), *Matemáticas y educación.* (pp. 189-212). España: Graó.

Greeno, J. G. (2003). On claims that answer the wrong questions. *Educational Researcher*, 26, 5–17.

Groos, M. y Geiger, V. (2010). Theoretical perspectives on mathematics teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13 (6), 499-507.

Grossman, P., Wilson, S. y Shulman, L. (2005). Profesores de sustancia: el conocimiento de la materia para la enseñanza. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9 (2), 1-24.

Grouws, D. (Ed.). (1992). *A handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.

Guba, E. y Lincoln, Y. (1994). Competing paradigms in qualitative research. En N. Denzin y Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 105-117). London: Sage.

Gutiérrez, A. y Boero, P. (Eds.) (2006). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Rotterdam/Taipe: Sense Publishers.

Habermas, J. (2002). *Teoría de la acción comunicativa, I*. México: Taurus

Hara, N., Bonk, C.J. y Angeli, C. (2000). Content análisis of online discusión in an applied educational psychology course. *Instructional Science,* 28, 115-152.

Hargreaves, Earl y Ryan (1998). *Una educación para el cambio.* España: Ediciones OCTAEDRO, S. L.

Hernández, F. y Sancho, J. (1993). *Para enseñar no basta con saber la asignatura.* Barcelona: Paidós.

Hiebert, J., Morris, A., Berk, D. y Jansen, A. (2007). Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, 58 (1), 47-61.

Higginson, W. (1980). On the foundations of mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, Vol. 1, n.2 pp. 3-7.

Huberman, A.M. y Miles, M.B. (1994). Data management and analysis methods. En Denzin, N.K. y Lincon, Y.S., Handbook of Qualitative Research.Thousand Oaks, CA: Sage. Pp. 428-444.

Kersting, N., Givvin, K., Sotelo, F. y Stigler, J. (2010). Teacher´s analyses of classroom video predict student learning of a novel measure of teacher knowledge. *Journal of Teacher Education*, 61 (1-2), 172-181.

Kilpatrick, J. (1998). Valoración de la investigación en didáctica de las matemáticas: más allá del valor aparente. En L. Puig (Ed.), *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática* (pp. 17-32). Bogotá: Una Empresa Docente.

Krainer, K. y Llinares, S. (2010). Mathematics teacher education. *International Encyclopedia of Education*, 7, 702-705.

Krippendorff, K. (2002). *Metodología de análisis de contenido. Teoría y práctica.* España: Paidós Comunicación.

Lakatos, I. (1989). *La metodología de los programas de investigación científica.* Madrid: Alianza Editorial

Latorre, A., Del Rincón, D. y Arnal, J. (1997). *Bases metodológicas de la investigación educativa.* Barcelona: Hurtado Ediciones.

Lave, J. (1991). *La cognición en la práctica.* Barcelona: Paidós.

Lave, J., y Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation.* Cambridge: Cambridge University Press.

LeCompte, M.D. (1995). Un matrimonio conveniente: diseño de investigación cualitativa y estándares para la evaluación de programas, *RELIEVE*, 1 (1). Recuperado el 27 de abril de 2008, de http://www.uv.es/RELIEVE/v1/RELIEVEv1n1.htm.

LeCompte, M. D. (2000). Analyzing qualitative data. *Theory into Practice*, 39 (3), 146-154.

León, S. Anibal R. (2007). Qué es la Educación. *Educere*, 11(39), p.595-604.

León S., Aníbal R. (2007). El ser profesional del docente venezolano. *Revista de Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales*, 12, 189-213.

Lerman, S. (2010). Theories of mathematics education: Is plurality a problem? En B. Sriraman y L. English (Eds.), *Theories of mathematics education seeing new frontiers* (pp. 123-146). Heidelberg: Springer.

Lesh, R. y Sriraman B. (2005). Mathematics Education as a Design. *ZDM*, 37 (6), 490-505.

Lester, F. K. (2010). On the theoretical, conceptual and philosophical foundations for research in mathematics education. En B. Sriraman y L. English (Eds.), *Theories of mathematics education. Seeing new frontiers*. (pp. 67-85). Heidelberg: Springer.

Lin, P. (2005). Using research-based video-cases to help pre-service primary teachers conceptualize a contemporary view of mathematics teaching. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 3, 351-377.

Llinares, S. (1994). *El estudio de casos como una aproximación metodológica al proceso de aprender a enseñar matemáticas*. VI JAEM, Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, 252-277.

Llinares, S. (1998a). La investigación "sobre" el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula,* 10, pp153-179.

Llinares, S. (1998b). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas y procesos de formación. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, 17, 51-64.

Llinares, S. (1999). Marcos teóricos y metodológicos para la investigación en educación matemática creando espacios de comunicación. España: Actas del III Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).

Llinares, S. (2000). Comprendiendo la práctica del profesor de Matemáticas. En J. P. da Ponte y L. Serrazina (Eds.) *Educação Matematica em Portugal, Espanha e Italia,* (pp. 109-132). Lisboa, Portugal: SEM – SPCE

Llinares, S. (2002). Participation and reification in learning to teach: The role of knowledge and beliefs, en G. Leder, E. Pehkonen y G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 195-209). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Llinares, S. (2004). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en educación primaria. *UNO, Revista de Didáctica de la Matemática,* 36, 93-115.

Llinares, S. (2005a). *Relación entre teorías sobre el aprendizaje del profesor de matemáticas y diseño de entornos de aprendizaje*. Conferencia invitada presentada en el Congreso Iberoamericano de Educación Matemática- CIBEM, Oporto, Portugal. Julio, 2005.

Llinares, S. (2005b). *Modelización matemática y competencia lectora en educación secundaria obligatoria.* Alicante: Grupo de Investigación y Formación Didáctica, Universidad de Alicante.

Llinares, S. (2006a) Matemáticas escolares y competencia matemática. En M. C. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp.4-29). Madrid: PEARSON Prentice Hall

Llinares, S. (2006b). Aprendiendo a ver la enseñanza de las matemáticas. En S. Sbaragli, y B. D´Amore (Eds.), *La Matemática e la seua Didattica, ventánni diimpegno.* (pp.177-180). Roma: Carocci Faber.

Llinares, S. (2007). *Formación de profesores de matemáticas. Desarrollando entornos de aprendizaje para relacionar la formación inicial y el desarrollo profesional*. Conferencia invitada en la XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas – JAEM. Granada, Julio.

Llinares, S. (2008a, Abril). Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación. Conferencia invitada en *III Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas*

Universidad Pedagógica Nacional, Santa Fe de Bogotá, Colombia. Abril 24 y 25 de 2008.

Llinares, S. (2008b). Construir el conocimiento necesario para enseñar Matemática: Prácticas Sociales y Tecnología. *Evaluación e Investigación*. 3 (1), 7-30.

Llinares, S. (2009). Learning to "notice" the mathematics teaching. Adopting a socio-cultural perspective on student teachers´learning. En A. Gómez (Ed.), EME2008 *Elemetary Mathematics Education* (pp. 31-44). Portugal: Barbosa y Xavier, Lda.

Llinares, S. (2011). Tareas matemáticas en la formación de maestros. Caracterizando perspectivas. *Números*, 78, 5-16.

Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 2, 53 - 70

Llinares. S. (2013). *Conocimiento de matemática y tareas en la formación de maestros*. Conferencia presentada en el I Congreso de Educación Matemática de América central y El Caribe, Santo Domingo, República Dominicana.

Llinares, S. y Valls, J. (2009). The building of pre-service primary teachers´ knowledge of mathematics teaching: interaction and online video case studies. *Instructional Science*, 37 (3), 247-271.

Llinares, S. y Valls, J. (2010). Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussions in a virtual video-based environment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13 (2), 177-196.

Llinares, S., y Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teachers educators as learners. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 429–459). Rotterdam/Taipe: Sense Publishers.

Llinares, S. y Olivero, F. (2008). Virtual communities and networks of prospective mathematics teachers. En Krainer, K., y Wood, T. (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education: Vol. 3. Participants in mathematics teacher education: Individuals, teams, communities and networks* (pp. 1-25). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Llinares, S. y Sánchez, V. (1988). *Fracciones. La relación parte-todo*. España: Editorial Síntesis.

Llinares, S. y Sánchez, V. (1989). Las creencias epistemológicas sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza y el proceso de llegar a ser un profesor. *Revista de Educación*, 290, 389–406.

Llinares, S. y Sánchez, V. (1996). Comprensión de las nociones matemáticas y modos de representación. El caso de los números racionales en estudiantes para profesores de primaria. En J. Giménez; S. Llinares; y V. Sánchez (Eds.). *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática* (pp. 93-118). Granada: Comares.

Llinares, S. y Sánchez, V. (1998). Aprender a enseñar matemáticas: los vídeos como instrumento metodológico en la formación inicial de profesores. *Revista de Enseñanza Universitaria*, 13, 29-44.

Llinares, S. y Valls, J. (2007). The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: interaction and online video case studies. *Instructional Science,* DOI 10.1007/s11251-007-9043-4.

Llinares, S., Valls, J. y Roig, A. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemática. *Educación Matemática*, 20 (3), 31-54.

Machado, A., Froemel, J., Mella, O., Cusato, S. y Palafox, J. (2002). *Estudio cualitativo de escuelas con resultados destacables en siete países latinoamericanos*. Santiago de Chile: UNESCO-OREALC.

Malara, N. (2008). Methods and tools to promote a socioconstructive approach to mathematics teaching in teachers. En B. Czarnocha (Ed.). *Handbook of Mathematics Teaching Research: Teaching Experiment - A Tool for Teacher-ResearcherS* (pp. 89-106). Poland: KSERKOP.

Marcelo, C. (1994). *Formación del profesorado para el cambio educativo*. Barcelona: Promociones y Publicaciones Universitarias, S.A.

Marcelo, C. (2001). Aprender a enseñar para la sociedad del conocimiento. *Revista Complutense de Educación,* 12 (2), 531-593.

Martínez, M. M. (2009). *Nuevos paradigmas en la investigación*. Venezuela: Editorial Alfa.

Mayring, P. (2000). Qualitative content analysis. *Forum: Qualitative Social Research*, 1(2). Recuperado de: http://217.160.35.246/fqs-texte/2-00/2-00mayring-e.pdf.

Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes. Cómo usamos el lenguaje para pensar juntos*. Barcelona: Paidós.

Mora, D. (2004). *Aprendizaje y enseñanza. Proyectos y estrategias para una educación matemática del futuro*. La Paz, Bolivia: Editorial "Campo Iris", s.r.l.

Mora, D. (Coord.). (2005a). *Didáctica critica, educación critica de las matemáticas y etnomatemática*. La Paz, Bolivia: Editorial "Campo Iris", s.r.l.

Mora, D. (2005b). *Desarrollo de una nueva cultura para el aprendizaje y la enseñanza. Algunos fundamentos teóricos y estrategias básicas para impulsar procesos de transformación curricular en los diversos ámbitos de nuestros sistemas educativos*. Conferencia (invitada) presentada en la Universidad de Los Andes Táchira en el evento organizado por Prof. Oscar Guerrero Participante del Doctorado en Educación de la Facultad de Humanidades de la Universidad de Los Andes Mérida Venezuela.

Moreno, M. y Azcaráte, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias*, 21 (2), 265-280.

Morin, E. (1983). *El método I. La naturaleza de la naturaleza*. Madrid: Cátedra.

Niss, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish kom project. IMFUFA, Roskilde University. Denmark.

Pena-Shaff, J. B. y Nicholls, C. (2004). Analyzing student interactions and meaning construction in computer bulletin board discussions. *Computers and Education*, 42 (3), pp. 243-265.

Penalva, C. y Llinares, S. (2011). Las tareas matemáticas en la educación secundaria. En J. M. Goñi (Ed.), *Didáctica de las matemáticas* (pp. 27-51). Barcelona: Editorial Graó.

Penalva, C., Rey, C. y Llinares, S. (2011). Identidad y aprendizaje de estudiantes de psicopedagogía. Análisis en un contexto b-learning en didáctica de la matemática. Revista Española de Pedagogía, LXIX (248), 101-118.

Penalva, C., Rey, C. y Llinares, S. (2013). Aprendiendo a interpretar el aprendizaje de las matemáticas en educación primaria. Características en un contexto B-Learning. *Educación Matemática*, 25 (1), 7-34.

Peressini, D., Borko, H., Romagnano, L., Knuth, E. y Willis, C. (2004). A conceptual framework for learning to teach secondary mathematics: A situative perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 56, 67-96.

Pérez, G. (1998). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. I Métodos.* Madrid: Editorial La Muralla

Planchart, E., Garbin, S. y Gómez-Chacón, I. (2005). La enseñanza de la matemática en Venezuela, programa de Didáctica de la Matemática para Educación Media. En I. M. Gómez-Chacón y E. Planchart (Eds.), Educación Matemática y Formación de Profesores (pp. 33-50). España: HumanitarianNet.

Ponte, J. P. y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (p. 461-494). Rotterdam/Taipe, Sense Publishers.

Prieto, J. y Valls, J. (2010). Aprendizaje de las características de los problemas aritméticos elementales de estructura aditiva en estudiantes para maestro. *Educación Matemática*, 22(1) abril de 2010, 57-85.

Real Academia Española (2001). *Diccionario de la lengua española* (22ª ed.). (2 vols.). Madrid, España: Espasa. (Disponible en www.rae.es).

Rey, C.; Penalva, M.C. y Llinares, S. (2004). Multientorno de aprendizaje como estrategia didáctica. En 3° Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación, [CD-ROM]. Gerona: 3er Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación (III CIDUI).

Rey, C., Penalva, M. C. y Llinares, S. (2007). Aprendizaje colaborativo y formación de asesores en matemáticas: Análisis de un caso. *Quadrante*, 25(1,2), 95-120.

Rico, L. (1997a). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En L. Rico (Ed.), *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria* (pp. 377-414). Madrid: Síntesis.

Rico, L. (Ed.) (1997b). *La educación matemática en la educación secundaria*. Madrid: Síntesis.

Rico, L. (2000) Educación Matemática, Investigación y Calidad. En Ponte, J. y Serrazina, L. (Eds.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália* (pp. 303-312). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciencias de Educação.

Rico, L. y Lupiáñez, J. (2008). Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Madrid: Alianza Editorial.

Rico, L., Sánchez, V. y Llinares, S. (1997a). Concepto de currículo desde la educación matemática. En Rico, L. (Ed.), *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria* (pp. 377-414). Madrid: Síntesis.

Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Ediciones Aljibe.

Roig, A.I., Llinares, S., y Penalva, M.C. (2010). Aprendiendo sobre la comunicación matemática. Características de las estructuras argumentativas de estudiantes para profesores de matemáticas en un entorno on-line. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T.A. Sierra, (Eds.), Investigación en Educación Matemática XIV (pp. 533-543). Lleida: SEIEM.

Rue, J. (1996). Concepciones y prácticas. *Cuadernos de Pedagogía, 253*, pp. 58-64.

Sánchez, V. y Llinares, S (2002). Imágenes sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje en estudiantes para profesor de secundaria y tareas matemáticas escolares. *Revista de Educación*, 329, 443–461.

Sánchez Matamoros, G., Fernández, C., Valls, J., García, M. y Llinares, S. (2012). Cómo estudiantes para profesor interpretan el pensamiento matemático de los estudiantes de bachillerato. La derivada de una función en un punto. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVI (pp. 497 - 508). Jaén: SEIEM.

Sandín, Ma. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid: McGrawHill.

Santagata, R., Zannoni, C. y Stigler, J. W. (2007). The role of lesson analysis in pre-service teacher education: an empirical investgation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher* Education, 10, 123-140.

Santagata, R., Gallimore, R. y Stigler, J. W. (2005). The use of videos for teacher education and professional development: past experiences and future directions. En C. Vrasidas y G. V. Glass (Eds.), *Current perspectives on applied information technologies (Volume 2): Preparing teachers to teach with technology*, (pp. 151–167). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Santagata, R. y Guarino, J. (2011). Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM*, 43 (1), 133-145.

Santos, M. (2000). *La escuela que aprende*. Madrid: Morata.

Schön, D. (1998). *El profesional reflexivo: cómo piensan los profesionales cuando actúan*. Barcelona. Paidós.

Schrire, S. (2006). Knowledge building in asynchronous discussion groups: Going beyond quantitative analysis. Computers y Education, 46, 49–70.

Sfard, A. (2002a). Balancing the unbalanceable: The NCTM Standards in the light of theories of learning mathematics. En J. Kilpatrick, Martin, G., y Schifter, D. (Eds.), *A Research Companion for NCTM Standards* (pp. 353-392). Reston, VA: National Council for Teachers of Mathematics.

Sfard, A. (2002b). The interplay of intimations and implementations: generating new discourse with new symbolic tools. *The Journal of the Learning Sciences*, 11 (2 y 3), 319–357.

Sfard, A. (2005). What Can be More Practical than Good Research? On Mutual Relations Between Research and Practice of Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*. 58(3) 393-413.

Sherin, M. G. (2001). Developing a professional vision of classroom events. En T., Wood; B., Nelson y J., Warfield (Eds.), *Beyond Classical Pedagogy: Teaching Elementary School Mathematics* (pp. 75-93). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Sherin, M. G. (2007). The development of teacher´s professional vision in video clubs. En R., Goldman; R., Pea; B., Barron y S. Derry (Eds.), *Video research in the learning sciences* (pp. 383-395). Londres: Routledge

Shulman, L. y Shulman, J. (2004). How and what teachers learn: a shifting perspective. *Journal of Curriculum Studies*, 36 (2), 257 – 271.

Simon, M. (1994). Learning mathematics and learning to teach: Learning cycles in mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 71-94.

Skilling, K. (2001). *It´s time to reflect on the benefits of reflective practice!*. Primary Educator, 7(3), pp. 7-12.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una Empresa Docente, Universidad de Los Andes.

Skovsmose, O. (2001). Landscapes of investigation. *ZDM, 33(4)*, 123-132.

Star, J. y Strickland, S. (2008). Learning to observe: using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107–125.

Steiner, H.G. (1985). Theory of mathematics education (TME): *An introduction. For the Learning of Mathematics*, 5(2), 11-17.

Steiner, H. G. (1987a). Philosophical and epistemological aspects of mathematics and their interaction with theory and practice in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 7(1), 7–13.

Steiner, H. G. (1987b). A Systems Approach to Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18 (1), 46-52.

Steiner, H.G. (1990). Needed cooperation between science education and mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6, pp. 194-197.

Stockero, S. (2008). Using a video-based curriculum to develop a reflective stance in prospective mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 373–394.

Stone, M. (1999). *La enseñanza para la comprensión.* Barcelona: PAIDÓS.

Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Colombia: Editorial Universidad de Antioquia.

Strijbos, J., Martens, R. L., Prins, F. J., y Jochems, W. M. G. (2006). Content analysis: What are they talking about? Computers y Education, 46, 29–48.

Taylor, S. y Bogdan, R. (1996). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación.* Barcelona: Paidós.

Teppo, A. (1997). Diverse ways of knowing. *Journal for Research in Mathematics Education* (Monograph) *Qualitative Research Methods in Mathematics Education*, 9, 1-177.

Thompson, A. (1992). Teachers` beliefs and conceptions: A synthesis of the research. En Grouws, D. (Ed). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York: National Council of Teachers of Mathematics.

Törner, G. y Sriraman, B. (2007). A contemporary analysis of the six "Theories of Mathematics Education" theses of Hans-Georg Steiner. *ZDM, Mathematics Education*, 39, 155-163.

Tzur, R., Simon, M., Heinz, K., & Kinzel, M. (2001). An account of a teacher's perspective on learning and teaching mathematics: Implications for teacher development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 227-254.

Ugas, G. (2005). *Epistemología de la Educación y la Pedagogía*. Táchira, Venezuela: Ediciones del Taller Permanente de Estudios Epistemológicos.

Valles, M. S. (1997). *Técnicas cualitativas de investigación social. Reflexión metodológica y práctica profesional*. Madrid: Síntesis.

Valls, J. y Llinares, S. (2011). Aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En J. M. Goñi (Ed.), Didáctica de las matemáticas (pp. 137-165). Barcelona: Editorial Graó.

Valls, J., Callejo, M. y Llinares, S. (2008). Dialécticas en el diseño de materiales curriculares y entornos de aprendizaje para estudiantes para maestro en el área de didáctica de la matemática. *PUBLICACIONES*, 38, 89-103.

Van Es, E. y Sherin, M. (2008). Mathematics teachers' ''learning to notice'' in the context of a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24, 244–276.

Van Es, E. y Sherin, M. (2010). The influence of video clubs on teachers´thinking and practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13 (2), 155–176.

Van Huizen, P., Van Oers, B. y Wubbels, T. (2005). A Vygotskian perspective on teacher education. *Journal of Curriculum Studies*, 37 (3), 267–290.

Van Manen, M. (2003). Investigación educativa y experiencia vivida. Ciencia humana para una pedagogia de la acción y la sensibilidad. España: IDEA BOOKS, S. A.

Villalobos, J. (2003). *Algunas consideraciones para la organización y elaboración de un trabajo de grado bajo el paradigma cualitativo de investigación*. Mérida, Venezuela: Universidad de los Andes.

Vygotski, L. (1966). *Pensamiento y lenguaje*. México: Editorial Grijalbo.

Vygotski, L. (1979a). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Editorial Crítica.

Vygotski, L. (1979b). Aprendizaje y desarrollo intelectual. En L. Leontiev y L. Vygostki (Eds.), *Psicología y pedagogía* (pp. 23-39). Madrid: Akal Editor.

Wells, G. (2001). *Indagación dialógica*. Barcelona: Paidós.

Wells, G. (2003). La cuestión de la investigación dialógica. En G. Wells (Ed.), *Acción, conversación y texto* (pp. 201-226). Sevilla: IGM Grafidós, S. L.

Weinberger, A., y Fischer, F. (2006). A framework to analyze argumentative knowledge construction in computer-supporter collaborative learning. *Computers y Education*, 46, 71–95.

Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica. Aprendizaje, significado e identidad.* Barcelona: Paidós.

Wittman, E. (1995). Mathematics Education as a 'Design Science'. *Educational Studies in Mathematics*, 29, (4), 355-374.

Wood, T. y Lafayette, W. (Eds.). (2008). *The International Handbook of Mathematics Teacher Education.* Rotterdam/Taipe: Sense Publishers.

Zambrano, A. (2002). *Pedagogía, educabilidad y formación de docentes.* Cali: Nueva Biblioteca Pedagógica.

Zambrano, A. (2004). Conocimiento, saber y pensamiento: una aproximación a la didáctica de las matemáticas. *Educere*, 8 (26), 407-413.

ZDM (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik) (2004). The International Commission on Mathematical Instruction [ICMI], 36 (4), 117-123.

Zhang, Y. y Wildemuth, B. M. (2009). Qualitative analysis of content. In B. Wildemuth (Ed.), Applications of Social Research Methods to Questions in Information and Library Science (pp.308-319). Westport, CT: Libraries Unlimited

Zhu, E. (2006). Interactions and cognitive engagement: An analysis of four asynchronous online discussions. Instructional Science, 34, 451–48.

Anexo 1. Cadenas conversacionales generadas en el debate D1

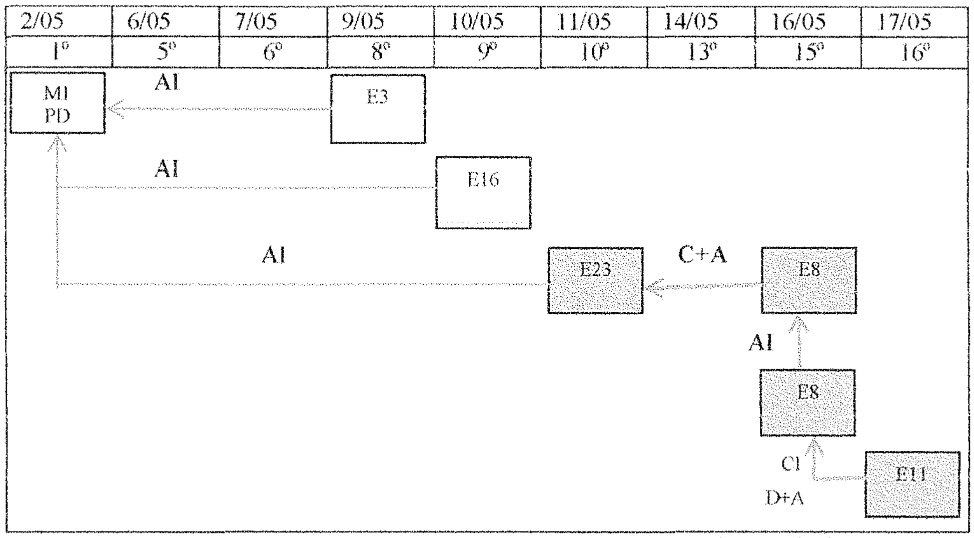


Figura 1. Formas de participar. Debate 1. Cadena 1. Dimensiones de la competencia matemática (C1)

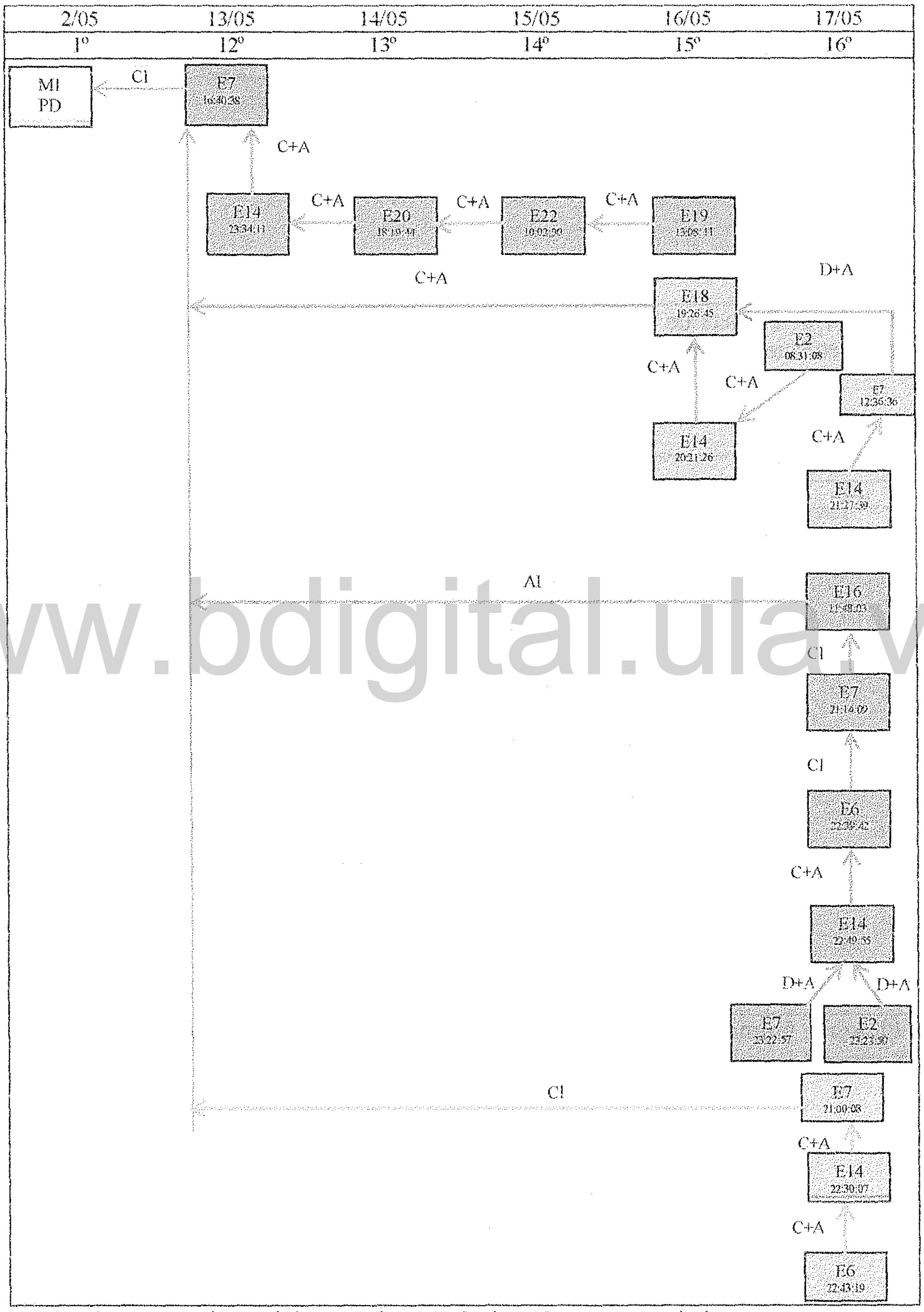


Figura 2. Formas de participar. Debate 1. Cadena 2. Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática

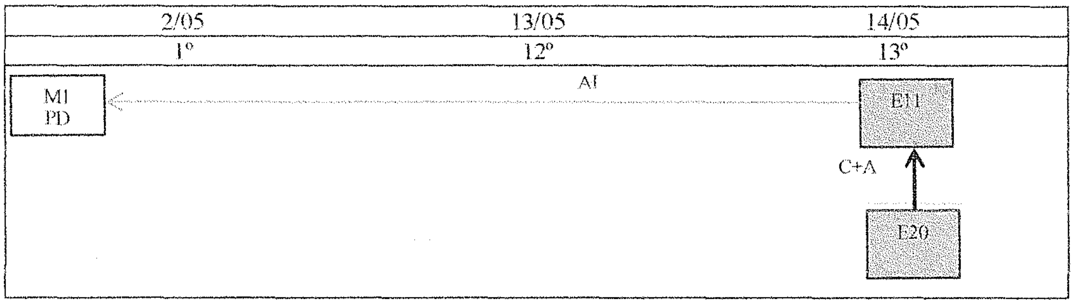


Figura 3. Formas de participar. Debate 1. Cadena 3. Influencia de la tarea en la competencia matemática

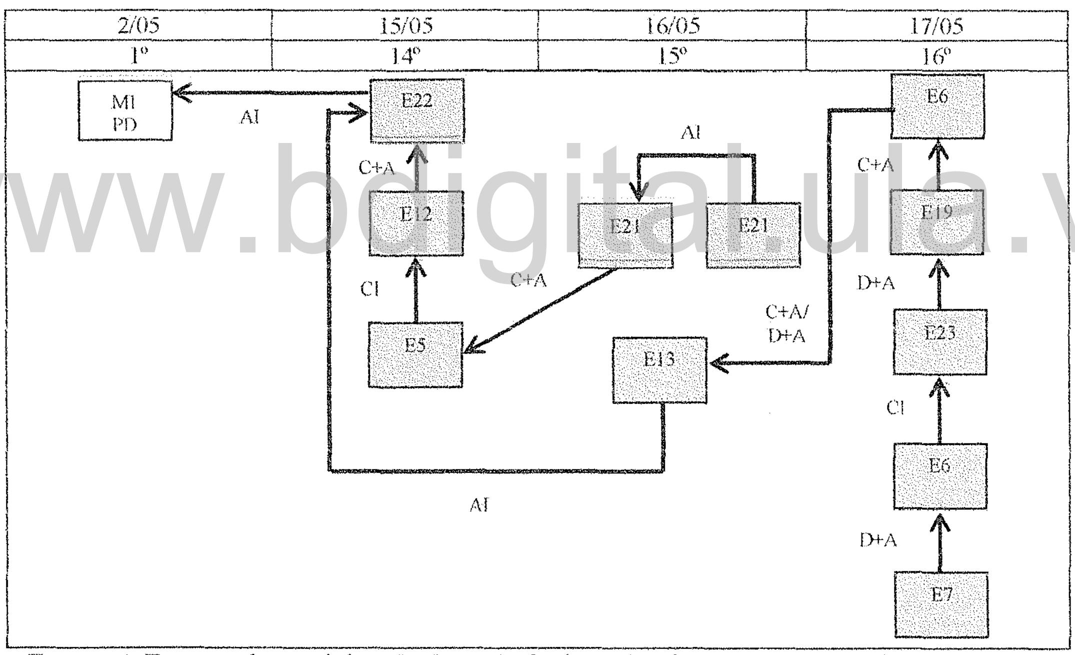


Figura 4. Formas de participar Debate 1. Cadena 4. Algunas características que potencian la competencia matemática.

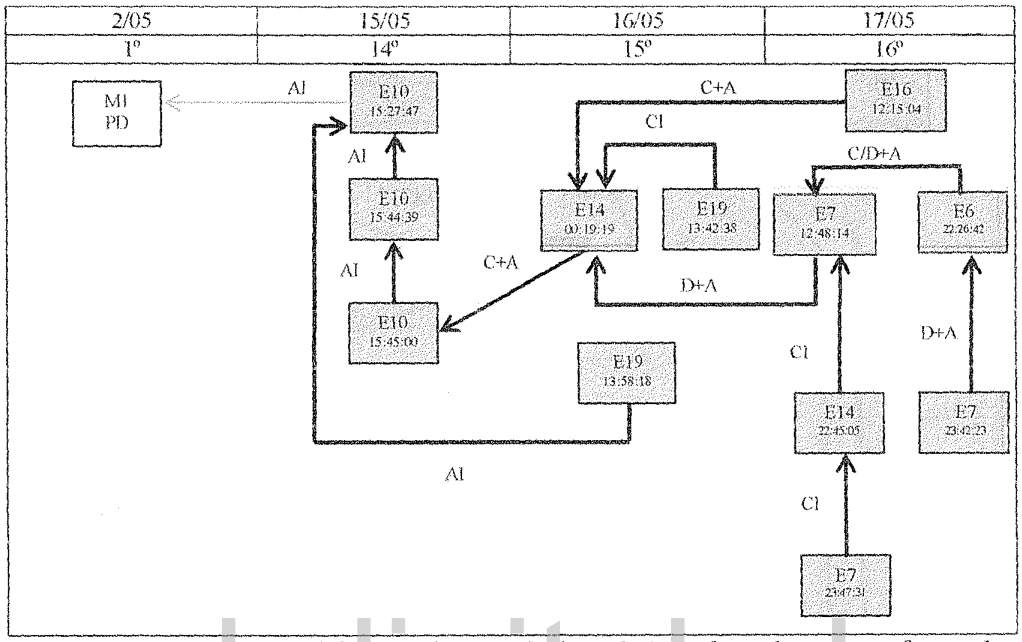


Figura 5. Formas de participar. Debate 1. Cadena 5. Desafíos de un profesor de matemática en secundaria

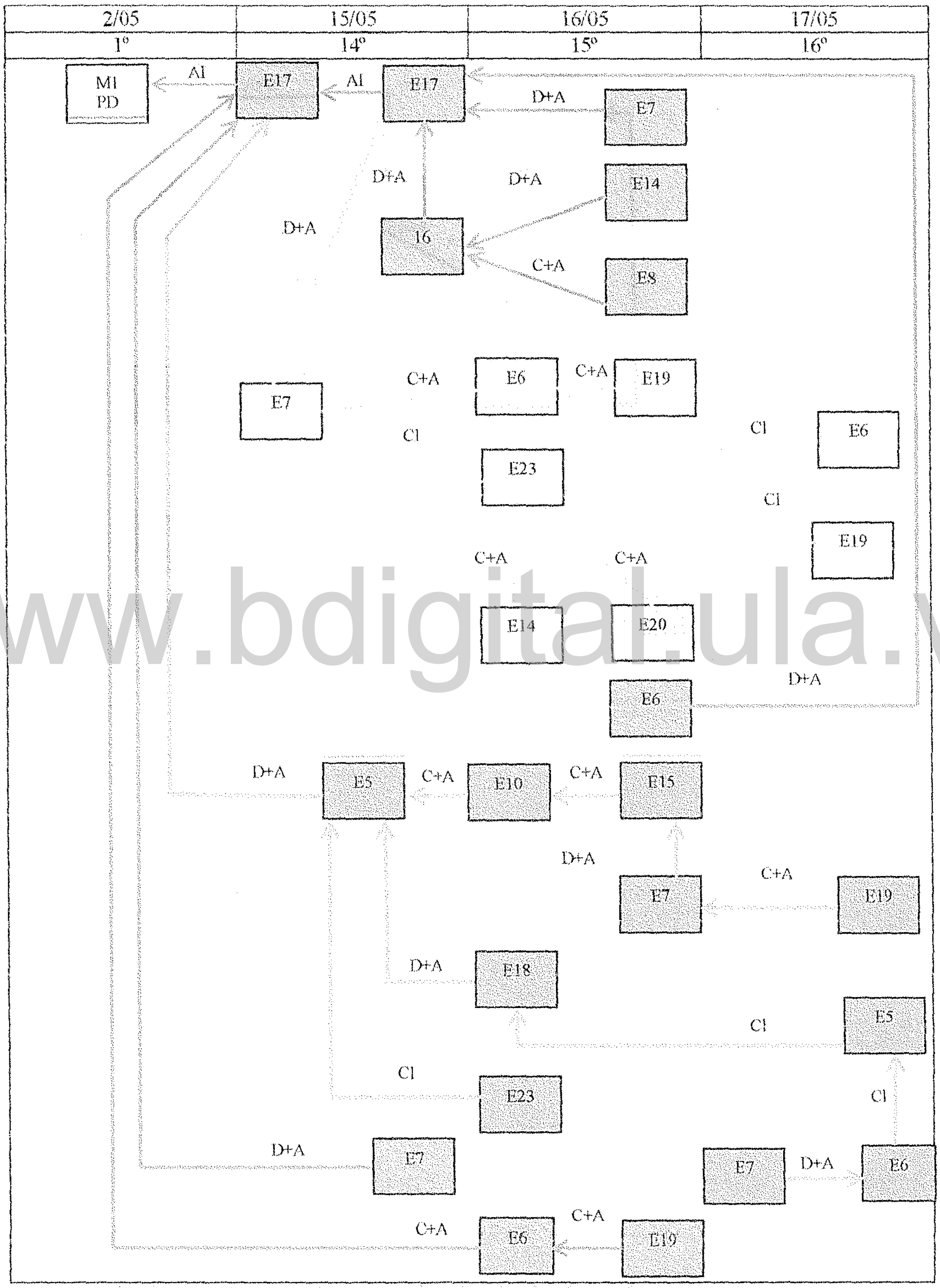


Figura 6. Formas de participar. Debate 1. Cadena 6. Sara, ¿matemáticamente competente?

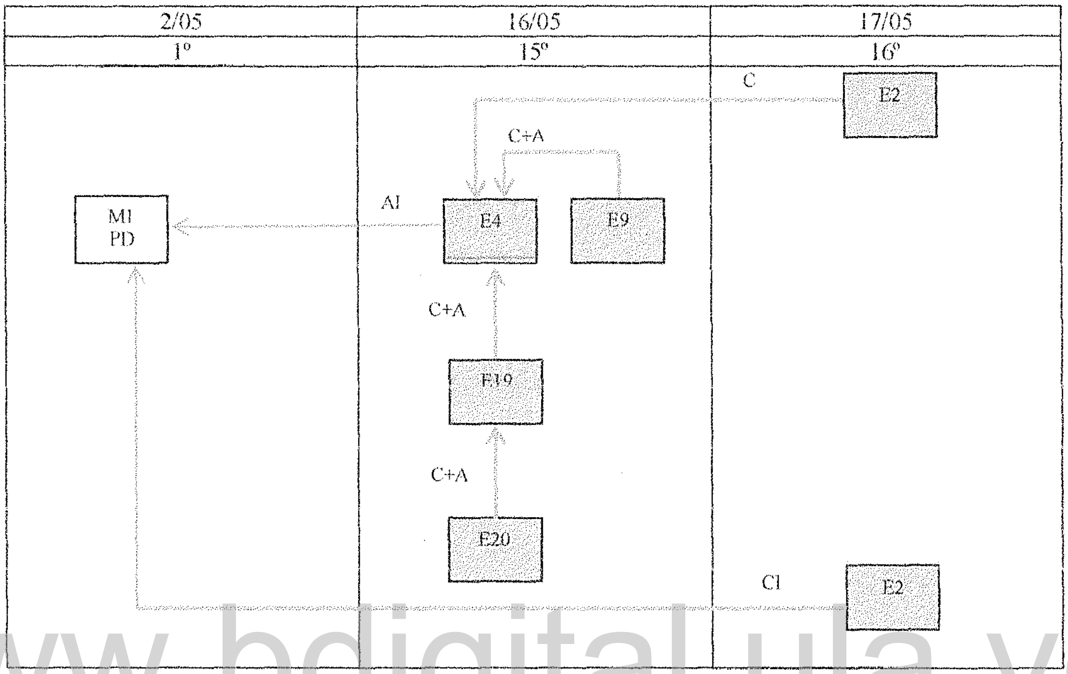


Figura 8. Formas de participar. Debate 1. Cadena 7. La metodología de Sara

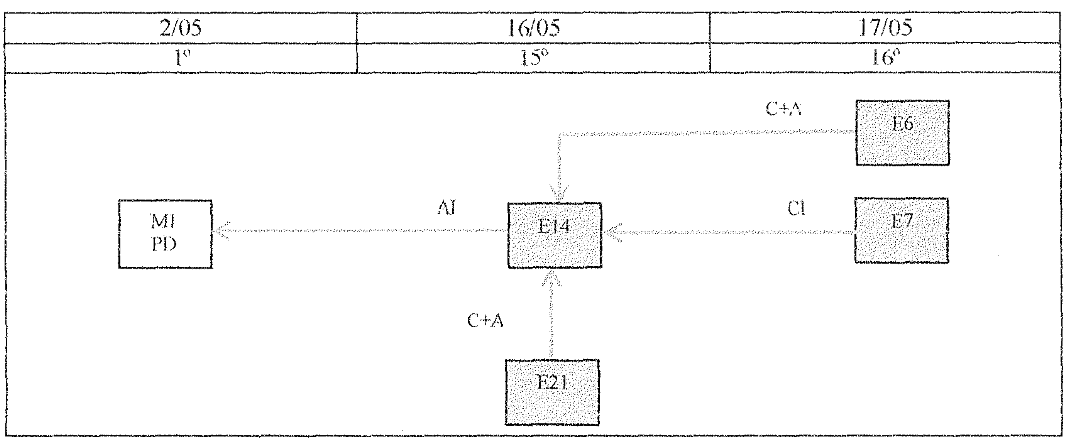


Figura 9. Formas de participar. Debate 1. Cadena 8. El contenido del ejercicio

Anexo 2. Cadenas conversacionales generadas en el debate D2

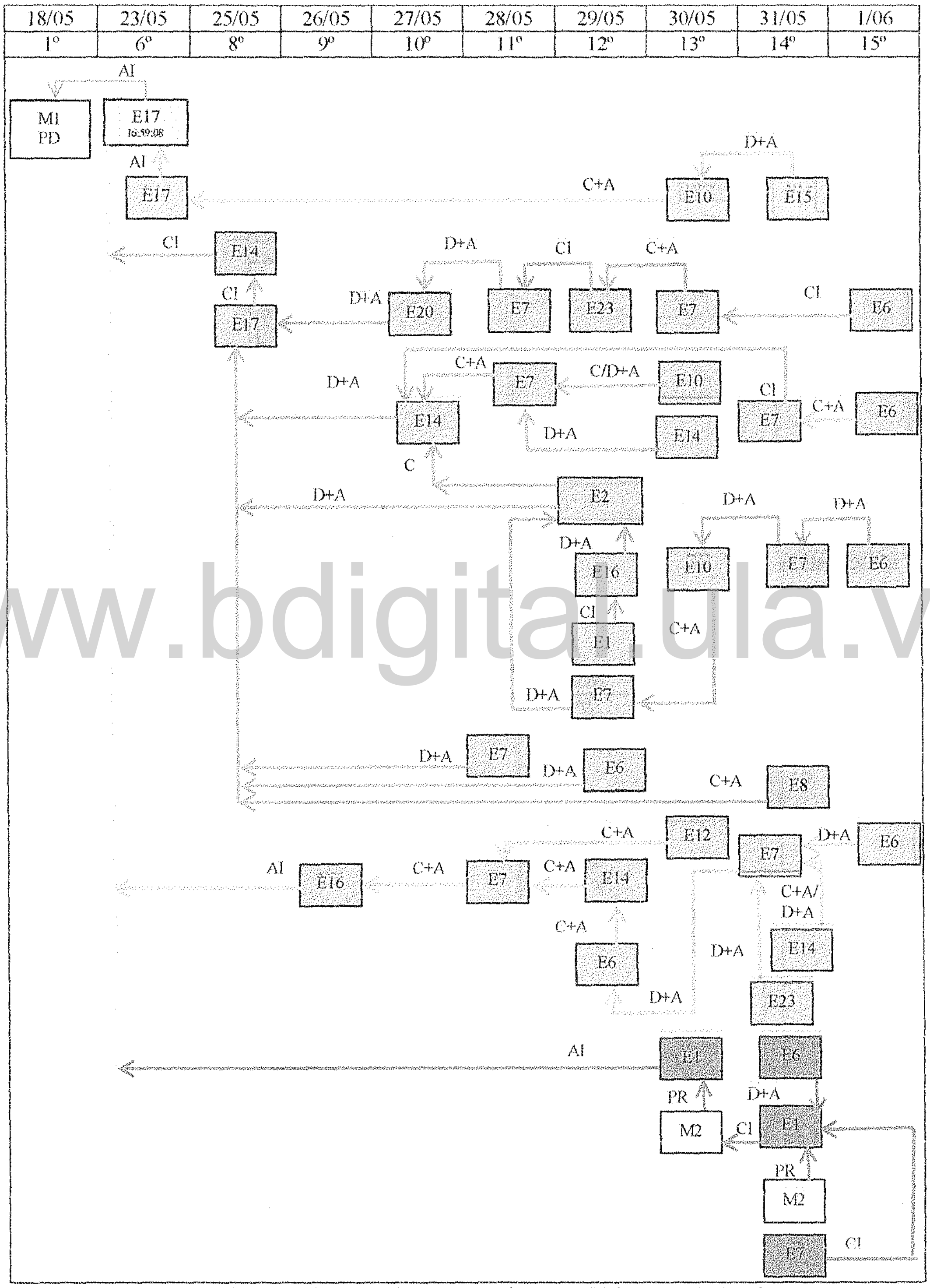


Figura 11. Formas de participar. Debate 2. Cadena 1. Objetivos de la clase

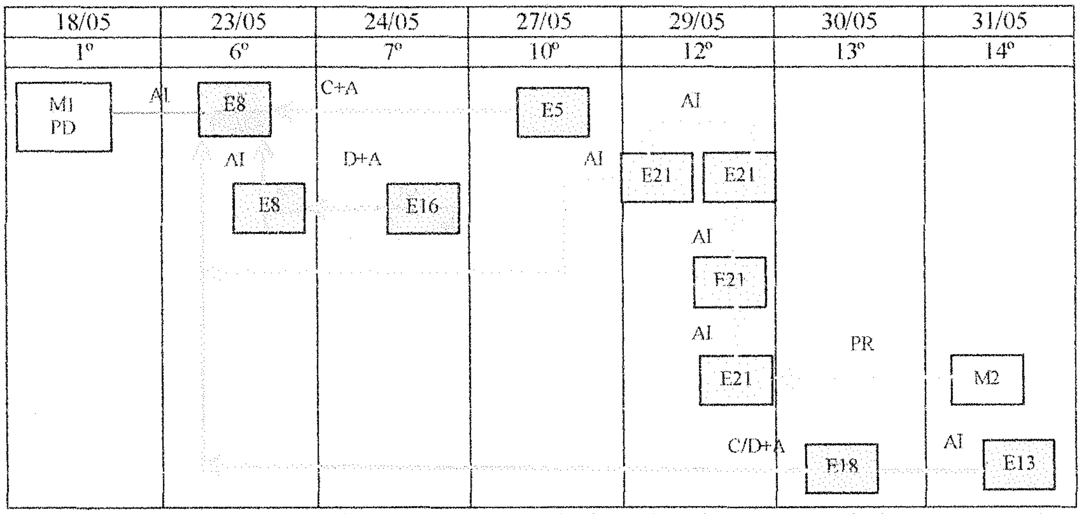


Figura 12. Formas de participar. Debate 2. Cadena 2. Dimensiones de la competencia matemática

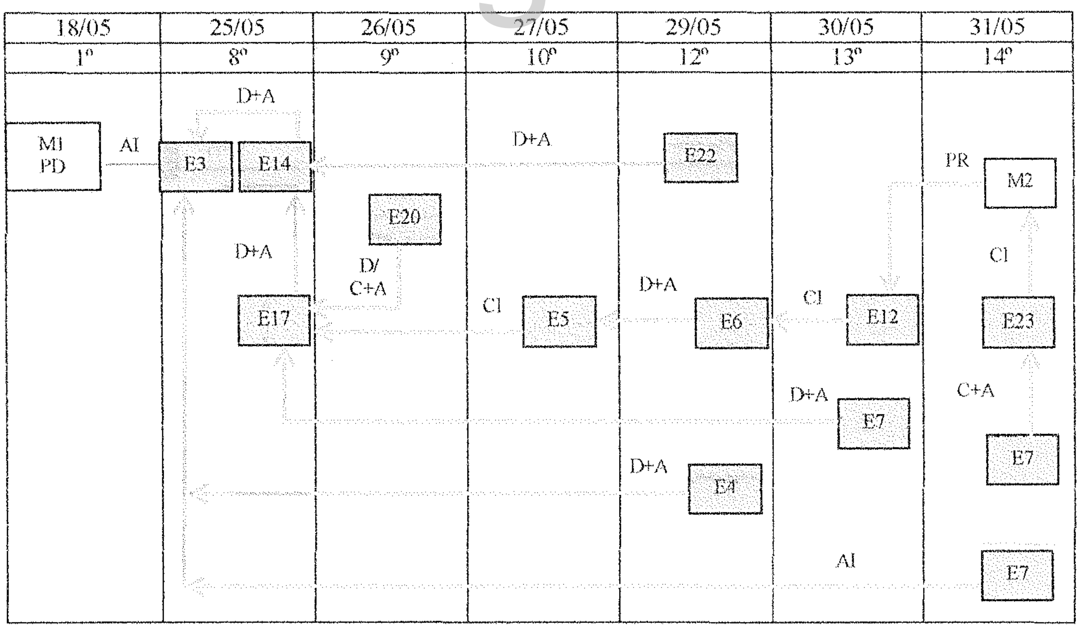


Figura 13. Formas de participar. Debate 2. Cadena 3. El papel del profesor

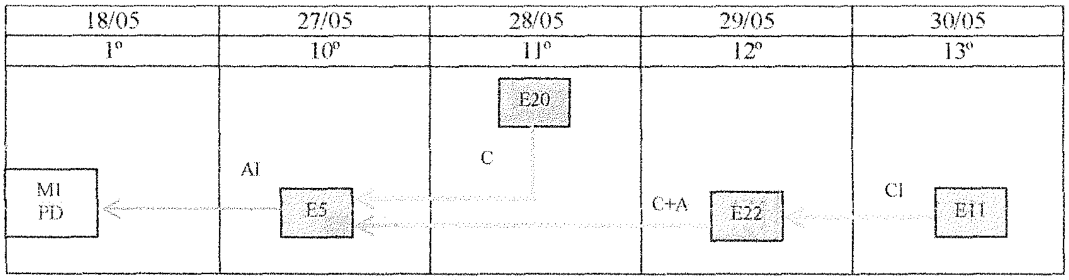


Figura 14. Formas de participar. Debate 2. Cadena 4. Competencia matemática

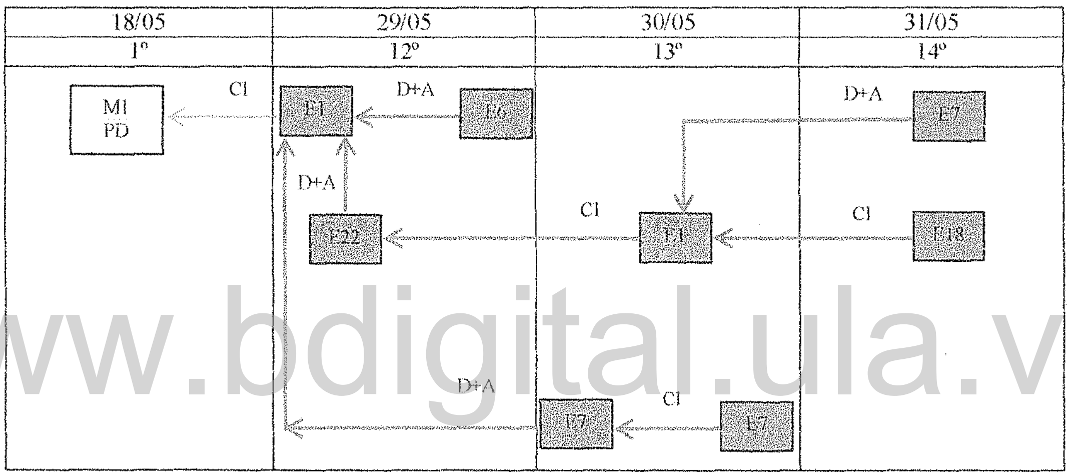


Figura 15. Formas de participar. Debate 2. Cadena 5. Aspectos del rol del profesor

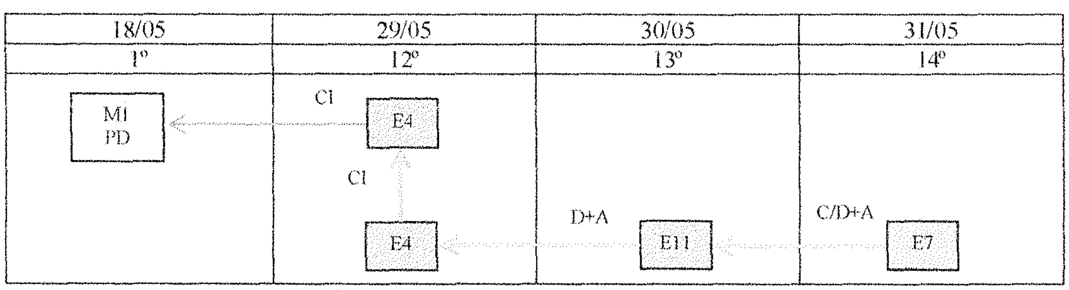


Figura 16. Formas de participar. Debate 2. Cadena 6. La equidad

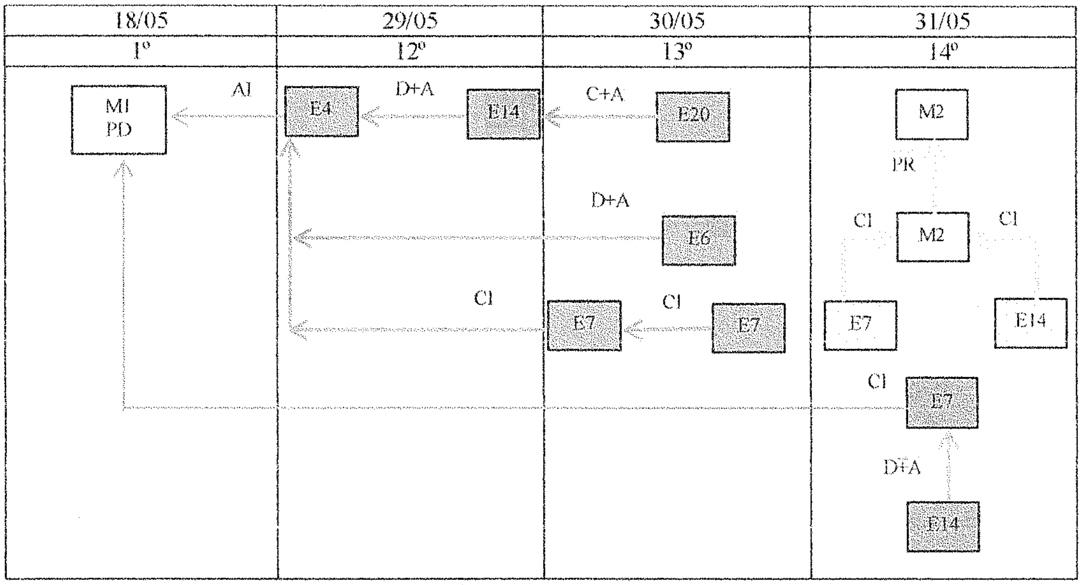


Figura 17. Formas de participar. Debate 2. Cadena 7. Contexto curricular del video

Anexo 3. Codificación y categorización de D1 con AtlasTi

P 1: textocadenasdeldebate1.txt

Path:	D:\Mis Documentos\Llinares\INVESTIGACION_VIRTUAL\trabajodeoscar\cade...\textocadenasdeldebate1.txt
Media:	TEXT
Printed:	2013-09-18T00:37:08
By:	Super
From HU:	debate1
HU-Path:	[D:\Mis Documentos\Llinares\INVESTIGACION_VIRTUAL\trabajodeoscar\cadenas\atlasti\debate1.hpr6]
Codes:	27
Memos:	0
Quotations:	190
Families:	<none>
Comment:	<none>

CADENAS EMERGENTES DE LOS DOS DEBATES VIRTUALES

Debate 1 CM-E1 (06-07).
Sobre la gestión de las interacciones en pequeño grupo

M1: introducción al debate (M1 - 12:37:11 30/04/2007) D1
El objetivo de este debate es compartir vuestro análisis del video-clip func3-a centrado en la gestión de las interacciones en pequeño grupo cuando la profesora tiene como objetivo que sus alumnos doten de sentido a la idea de pendiente de una función lineal.
Las cuestiones sobre las que debéis centrar vuestra atención son:
-¿qué dimensiones de la competencia matemática se potencian en la interacción de SARA con sus alumnos?
-¿qué aspectos de la enseñanza (tarea matemática propuesta, metodología,...) influyen en el desarrollo de las diferentes dimensiones de la competencia matemática relativa a las funciones y gráficas en esta situación?
No debéis olvidar que debéis justificar vuestras respuestas aportando las evidencias que apoyen vuestras afirmaciones

PD

Otra cadena. Debate 1.
E16: Aspectos de la enseñanza (E16 - 12:41:03 10/05/2007) D1
El objetivo de Sara, la profesora, es que los estudiantes se impliquen en formas de razonamiento complejo y que desarrollen su comunicación matemática.
Es por ello que la tarea que les propone es de conexión, pues claramente el trabajo con gráficas es el de establecer una relación entre las dos magnitudes; centímetros que sube la altura del agua en la vasija y vasos que le van echando a ésta.
-Ayudándoles a desarrollar la comprensión conceptual, pues necesitan implicarse con las ideas subyacentes de ésta relación -no sólo mediante las gráficas sino también a través de la discusión sobre éstas-.
-Y dándoles, así mismo, destrezas procedimentales para otras similares(las

Otra cadena. D1
9o AI
N3

propias gráficas).

-Por otro lado, la discusión iniciada por Sara, incita a la argumentación matemática de los estudiantes, como es habitual.

-Y, mediante la sugerencia de caminos (pequeñas ayudas o guías), el desarrollo de actitudes positivas en los alumnos.

-Respecto al pensamiento estratégico; podría pensarse que éste no se ve involucrado, sin embargo, el hecho de que la profesora no proponga la realización de una sola gráfica sino de varias en las que se establecen relaciones similares (en un mismo contexto, únicamente cambia la forma de cada vaso de agua) favorece el desarrollo de dicha dimensión en los estudiantes.

Todo ello está bien documentado en el archivo "esquema-análisis-tareas", dentro del cual y por todo lo mencionado la propuesta, en éste caso, sería clasificable en el nivel 3: Demandas de nivel alto y actividades de procedimientos con conexión.

E3: Dimensiones de la competencia matemática (E3 - 12:17:53 09/05/2007) D1

8o AI
N3

Respecto a la primera pregunta, sobre las dimensiones de la competencia matemática, en el video podemos ver las diferentes dimensiones que potencia la profesora con sus alumnos:

-Comprensión conceptual: los alumnos intentan comprender un ejercicio a través de las preguntas que la profesora les va haciendo y las gráficas que les va dibujando. Relacionan diferentes gráficas hasta llegar a la conclusión que el volumen va creciendo medio centímetro con cada vaso que ponen. La profesora ha conseguido que resuelvan el ejercicio con diferentes propuestas y para ello al final les deja a resolver otra cuestión relacionada con el mismo ejercicio.

-Desarrollo de destrezas procedimentales: la profesora les está enseñando como usar las gráficas y como representar la realidad en ellas. Les propone otra tarea para que adapten ese problema a otras situaciones.

-Comunicar, explicar y argumentar matemáticamente: esta dimensión también aparece puesto que los alumnos con la profesora y entre ellos tienen que dar a entender sus opiniones, saber expresarse matemáticamente y a la vez justificar el porqué de sus respuestas.

-Pensamiento estratégico: aparece cuando la profesora les propone la misma situación con diferentes vasos de agua (diferentes formas). Los alumnos tienen que establecer relaciones, identificar estructuras generales en diferentes situaciones.

-Desarrollo de actitudes positivas hacia la capacidad matemática: la profesora resolviendo el problema con ellos y ayudándoles, intenta que los alumnos tengan interés, confianza en ellos mismos y les sea una asignatura fácil de llevar.

Cadena 1. Debate 1. Dimensiones de la competencia matemática

E23: Dimensiones de la competencia matemática (E23 - 20:05:15 11/05/2007) D1

En la interacción de Sara con sus alumnos se pueden observar todas las dimensiones estudiadas ya que éstas están relacionadas entre sí:

1. Comprensión conceptual: el objetivo de la sesión es comprender la relación entre dos conceptos, altura y volumen, que ayudarán posteriormente a comprender un nuevo concepto, el de pendiente.

2. Desarrollo de destrezas procedimentales: se relacionan estos conceptos mediante un procedimiento matemático, la representación gráfica, que ayudará a comprender mejor los conceptos a estudiar.

3. Comunicar, explicar y argumentar: la profesora pregunta continuamente a los alumnos para que expresen los conceptos y el procedimiento utilizado de forma precisa y así apoyar y profundizar las dimensiones anteriores.

4. Pensamiento estratégico (capacidad de formular, representar y resolver problemas): Sara presenta vasos diferentes en cuanto a sección y forma para que, a partir de situaciones diferentes, los alumnos sean capaces de identificar estructuras generales y plantearse nuevos problemas, lo que implica un pensamiento estratégico.

5. Desarrollo de actitudes positivas: Sara, con sus preguntas, va dirigiendo a los alumnos poco a poco y de forma secuencial hacia el objetivo propuesto,

C1. D1. Dimensiones
10o AI
N3

de forma que éstos se sientan capaces de resolver las situaciones planteadas, consideren útiles las matemáticas y adquieran confianza matemática en sí mismos.
Para conseguir que el alumno sea "matemáticamente competente", tal y como se ha definido en las dimensiones anteriores, Sara ha procurado:
Secuenciar las actividades
Aportar información básica a los alumnos
Fomentar un ambiente propicio para el trabajo

E8: Dimensiones de la competencia matemática (E8 - 17:38:49 16/05/2007) D1

C+A 15o N3

Yo estoy de acuerdo con mis compañeros de que en la clase de Sara podemos observar que se dan básicamente todas las características de la competencia matemática:
Comprensión conceptual:
Sara consigue que los alumnos desarrollen una comprensión acerca del significado de la gráfica de una función y así como también la posibilidad de establecer relaciones entre el volumen y la altura de distintas gráficas.
También les pide que busquen alguna relación entre las gráficas para ver si sin la necesidad de mirar las gráficas pueden relacionar volumen y altura.
Desarrollo de destrezas procedimentales:
Esta característica la desarrolla al preguntar Sara a sus alumnos que significa cada punto de la función en la gráfica , viendo así la relación lineal de este problema entre altura y volumen, y al pedirles que busquen una relación sin necesidad de mirar la gráfica, aunque no pone ningún ejemplo en el cual puedan dar valores a la función y relacionar las dos variables analíticamente cosa que les ayudaría a desarrollar sus destrezas procedimentales. Con su método ayuda a hacer comprender lo que es una función y como funciona y no les hace memorizar un algoritmo de algo que no comprendan.
Comunicar, explicar y argumentar matemáticamente:
En esta clase también podemos observar como Sara da la oportunidad a los alumnos de que expliquen y razonen lo que están haciendo, preguntándoles en

todo momento lo que están haciendo, cuando les pide que pinten las gráficas, por ejemplo, y por qué han dibujado todas rectas. Esto apoya y ayuda a desarrollar la comprensión del concepto de función.

E8: ...continuación... (E8 - 17:40:05 16/05/2007) D1
Pensamiento estratégico: capacidad de formular, representar y resolver problemas: Esta característica la podemos observar ,por ejemplo, cuando Patricia aprecia que por cada vaso de agua vertido en una de las funciones, la altura aumenta medio centímetro, identificando la estructura general del problema, pudiendo ser capaz de aplicarla para otro problema similar.
Desarrollo de actitudes positivas hacia la capacidad matemática. Confianza matemática en uno mismo:
Esta característica la desarrolla Sara en todo momento dando la oportunidad a todos los alumnos de expresarse sin llegar a corregir a ninguno y preguntando porqué en todo momento, para que no pierdan su confianza y evitando así que no vuelvan a participar, y motivando así a los alumnos a que sigan buscando una solución al problema.

AI 15o N3

E11: Opinión resumen (E11 - 11:06:49 17/05/2007) D1
Concluir a las ideas de mis compañeros que las dimensiones de la competencia matemática que más se potencia son: comprensión conceptual(los alumnos deben poner en conexión todos los ejemplos vistos en clase y años anteriores para la representación gráfica), comunicación(muy trabajado por el tipo de tarea y la forma de proponerla) y el desarrollo de actitudes positivas(el sentir que son importantes las ideas de cada uno). Sin embargo, con esta tarea considero que está más limitado el desarrollo de destrezas procedimentales y el pensamiento estratégico, por ejemplo, si fuera el alumno quien propusiese casos similares, ayudaría a plantear diferentes situaciones.

N3 16o CI

16o D+A

Cadena 2. Debate 1. Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática

C2. D1. Aspectos

Sub cadena 2.1. La dimensión comunicación

E7: Comunicación (E7- 16:40:38 13/05/2007) D1

Yo pienso que la dimensión de la competencia matemática que más se potencia con este tipo de clases es la comunicación. El alumno resuelve ejercicios del mismo modo que los podría resolver en su casa, con la diferencia de que aquí debe argumentar todos su razonamientos y explicarlos a los demás compañeros y la profesora. Debe recordar los conocimientos que posee y pensar los razonamientos que utiliza, para después enlazarlos correctamente y expresar con claridad las ideas. Gracias a la exposición de sus ideas, el alumno va desarrollando su capacidad participativa y argumentativa.

12o CI N3

E14: Comunicación (E14 - 23:34:11 13/05/2007) D1

Yo también creo que la comunicación es la dimensión más potenciada ya que se da no sólo entre los alumnos sino también entre profesora y alumnos.

Los alumnos tienen que darse cuenta de que la proporción de altura que va aumentando conforme se aumentan vasos no es siempre la misma y para ello necesitan la ayuda de la profesora que les va mostrando distintos ejemplos en las diferentes gráficas para que vean las similitudes y diferencias entre varios puntos.

Pienso que sin esta comunicación que hay en los trabajos en grupo hechos en clase los alumnos no habrían sido capaces de entender el problema y mucho menos de resolverlo.

N3 12o C+A

E20: comunicación (E20 - 18:19:44 14/05/2007) D1

Es cierto que la comunicación es la base de todo ya que a través de ella, los alumnos sabrán argumentarse mejor y así podrán usar el vocabulario adecuado. Como se indica en el documento "Comunicación Estándar para la Etapa 6-8" y también en etapa 9-12, los programas de enseñanza deberían capacitar a todos los estudiantes para:

13o C+A N3

. Comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas.
. Usar el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas con precisión.
.Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás.

E22: comunicación (E22 - 10:02:30 15/05/2007) D1
Yo también estoy de acuerdo con mis compañeras en que la comunicación es lo más necesario, siempre y cuando se tenga en cuenta que cada alumno tiene sus ideas y que correctas o incorrectas merecen el respeto de toda la clase y que cada respuesta sirve como una información más para conseguir en conjunto llegar a la solución final.

14o C+A N3

E19: Comunicación (E19 - 13:08:44 16/05/2007) D1
Estoy de acuerdo con ellas, la comunicación matemática se potencia en estas clases, gracias a las cuales los alumnos pueden interactuar con sus compañeros y obtener la ayuda de la profesora para resolver las dudas de manera inmediata. También es cierto que será necesario un buen compañerismo para que así si alguno de los alumnos dice algo que no es cierto, sus compañeros no se rían de él ni le hagan burla, y todos ellos junto con la profesora resuelvan el problema planteado.

N3 15o C+A

Sub cadena 2.2. Pensamiento estratégico, confianza matemática, comprensión conceptual
E18: Además de la comunicación (E18 - 19:26:45 16/05/2007) D1
Yo opino que con este ejercicio las dimensiones de la competencia matemática que más se potencian aparte de la comunicación (estoy de acuerdo con lo que se dice en este rama del debate) son el pensamiento estratégico y la confianza matemática en uno mismo.
El pensamiento estratégico porque los alumnos logran diferenciar los datos que

N3 15o C+A

son relevantes, como la forma geométrica de las vasijas (si cambia ésta, el problema podría cambiar), planteándose un nuevo problema. Sara les pide que intenten relacionar una estructura general (la pendiente de una función lineal) en tres situaciones distintas.

Y creo que también se potencia la confianza matemática ya que el problema seleccionado por Sara hace que los alumnos desarrollen actitudes positivas hacia las matemáticas, ya que no es algorítmico y deben conectarlo con conocimientos ya adquiridos. Los alumnos son conscientes de que pueden resolver el problema, individualmente e interactuando con el grupo, lo que les proporciona mayor seguridad al hablar, gracias en parte al ambiente fomentado por la profesora.

E14: Pensamiento estratégico (E14 - 20:21:26 16/05/2007) D1

15o C+A N3

Yo creo que, después de la comunicación, la siguiente dimensión de la competencia matemática más potenciada es el pensamiento estratégico ya que los alumnos han de elaborar un plan de actuación para poder resolver el ejercicio. Primero, han de entender lo que sucede con las jarras y los vasos y dibujar las gráficas que se obtienen según las diferentes jarras. Luego han de compararlas y ver las similitudes y diferencias entre ellas, para así poder darse cuenta de que las curvas obtenidas son rectas y averiguar por qué. Después, han de intentar obtener la expresión algebraica de como aumenta la altura del líquido en cada una de las jarras. Una vez obtenido esto, han de plantearse un nuevo problema que sería, ¿qué ocurriría si las paredes de las jarras no fueran rectas?, para ver así que las curvas obtenidas ya no serían rectas.

E2: pensamiento estratégico (E2 - 08:31:08 17/05/2007) D1

N2 16o C+A

Estoy de acuerdo contigo, el pensamiento estratégico es la segunda competencia matemática después de la comunicación más utilizada puesto que requiere una visión del problema, un trazado para resolverlo y el replanteamiento de este problema con magnitudes diferentes

E7: Comprensión conceptual (E7 - 12:36:36 17/05/2007) D1

Yo creo que el pensamiento estratégico no es de las dimensiones que más se potencia. No creo que el alumno siga ninguna estrategia a la hora de responder a las preguntas de la profesora, sólo razona un poco y usa el sentido común. Si la vasija es más ancha pues entonces tarda más en subir el líquido y la recta es menos inclinada.

Pienso que se potencia más la comprensión conceptual. Los alumnos tienen que recordar conceptos conocidos como altura y volumen, y siguiendo el hilo del ejercicio llegan a comprender conceptos nuevos. En este caso, gracias al ejercicio, cuando se les introduzca el concepto de pendiente, entenderán mejor lo que significa, que si no hubieran hecho esta tarea y directamente la profesora hubiera explicado lo que es. De hecho, si la profesora lo hubiera explicado sin más, es probable que la mayoría de los alumnos hubiera aprendido que es el número que acompaña a la x (en la funciones lineales) y punto, sin pensar en el significado que tiene realmente. Por lo tanto, pienso que este tipo de tareas sirven para que los alumnos comprendan mejor conceptos nuevos.

N4 | 16o | D+A

E14: comprensión conceptual y pensamiento estratégico (E14 - 21:27:39 17/05/2007) D1

La comprensión conceptual está claro que se usa porque se necesitan conocer unos conceptos como son altura o volumen para poder hacer el ejercicio, ya que sin ellos no sería posible hacer nada. Sin embargo, yo creo que comparando con otros ejercicios que se proponen en la E.S.O., como hemos visto en prácticas anteriores, podemos ver que son ejercicios en los cuales se necesita hacer una sola cosa o dos para resolverlo, es decir, se resuelve el ejercicio haciendo directamente lo que se pregunta. Por contra, en este ejercicio creo que hay que hacer varios pasos antes de ver qué pasa con la pendiente, como es: entender lo que ocurre con las diferentes vasijas, dibujar las gráficas, compararlas, ver la pendiente de cada una, analizar por qué es así

16o | C+A | N3

o pensar que ocurriría con otro tipo de vasijas con distintas formas.

Sub cadena 2.3. Calidad de la comunicación

E16: Calidad de la comunicación (E16 - 11:48:03 17/05/2007) D1

N3 16o AI

Se ha destacado ya en varios comentarios el aspecto cuantitativo de la comunicación, sin embargo me parece que nadie ha dicho nada sobre su aspecto cualitativo.

No es a la ligera que Sara inicie la comunicación en el momento y de la forma en que lo hace; les permite hacer la parte podríamos decir más mecánica del ejercicio, como son las gráficas, por sí mismos y una vez esto concluido el alumno ya está introducido en el contexto del ejercicio y familiarizado con sus conceptos subyacentes y, puede que a un nivel más superficial, con sus relaciones.

Es entonces cuando está listo para, siempre apoyado en el trabajo previo que ha realizado; al que la profesora también hace referencia al plantearles las cuestiones, incluso señalándolo; ofrecer argumentos sólidos para respaldar sus respuestas ante éstas.

Como comentario final, podría decirse que esto último es lo que les permite desarrollar esas actitudes positivas de las que hablaban mis compañeros.

E7: Hablar (E7 - 21:14:09 17/05/2007) D1

N3 16o CI

Yo por mi parte sí que comenté, aunque brevemente en otro mensaje, la calidad de la comunicación de los alumnos. En general, los alumnos se comunican muy mal. En este caso, la primera alumna que habla al empezar el vídeo se expresa muy bien, pero los demás llega un momento en que tienes que interpretar lo que están diciendo, y la profesora ayudarles a expresarse. Si en una clase de matemáticas sólo explica la profesora en la pizarra, los alumnos no aprenden nunca a expresarse matemáticamente. Es como un idioma, si no practicas oralmente, nunca sabrás hablarlo bien. Por eso, este tipo de clases son las ideales para que los alumnos aprendan a expresar sus razonamientos matemáticas con rigurosidad. Sólo en estos casos son los alumnos los que tienen que explicar lo que están haciendo, y por lo tanto, sólo en este tipo de tareas, la profesora escucha a sus alumnos y les corrige guiándoles para que sean capaces de comunicarse con claridad. Si la profesora hace un examen escrito y punto, no sabe cómo se expresan los alumnos, y ellos no aprenden a expresarse.

Como dice en los estándares 9-12, ´los alumnos deben comunicar su pensamiento matemático con coherencia y precisión´ y además ´usar el lenguaje de las matemáticas para expresar sus ideas matemáticas´. Por lo tanto, este tipo de tareas son importantísimas para fomentar estas características de la comunicación.

E6: Hablar (E6 - 22:39:42 17/05/2007) D1

Está claro que los alumnos se comunican generalmente mal, la alumna uno al principio del vídeo dice "Porque la botella no tiene ninguna forma", cuando todos los recipientes tienen su forma rectangular. Creo que uno de los motivos que influye en que los alumnos se comuniquen tan mal es que la profesora no les corrige lo que comunican y cómo lo comunican, está bien dejarles expresarse ante todos, que se escuchen unos a otros y crear ese buen ambiente en las aulas que hacen que todos participen y no tengan temor a expresar sus ideas, pero la profesora ha descuidado en ese sentido la comunicación, y por eso los alumnos matemáticamente no comunican de la mejor forma posible. Y esto fomenta la confianza matemática de los alumnos pero también va en contra de su comunicación matemática.

16o
CI
N3

E14: hablar (E14 - 22:49:55 17/05/2007) D1

Yo creo que el hecho de que los alumnos se comuniquen tan mal impide que entre ellos se entiendan y, tal vez, éste sería uno de los principales problemas para que pudieran resolver un problema ellos solos, sin ayuda de la profesora Sara. Pienso que Sara no los corrige porque ya los conoce y estará acostumbrada a

N2
16o
C+A

su forma de expresarse y les entenderá, pero estoy de acuerdo con E6 en que esto no les beneficia para nada, sino todo lo contrario.

E7: Último hablar (E7 - 23:22:57 17/05/2007) D1

Bueno, también hay que tener en cuenta que no hemos visto la clase entera. Sólo hemos visto un vídeo de 5 minutos en el que la profesora se centra en enseñar cómo se llega al concepto de pendiente con la relación entre volumen y altura de diversas vasijas. Es de esperar que en una clase normal de 50 minutos en la que se proponga esta tarea, la profesora también corrija el lenguaje matemático de los alumnos, ya que los profesores además de conceptos deben enseñar a los alumnos a expresarse correctamente tanto en el lenguaje matemático como en la vida diaria. Muchas veces los alumnos no es que no dominen el lenguaje matemático, es que simplemente parece que no sepan hablar y explicarse con el lenguaje normal. Pienso que esto también es un punto importante del aprendizaje.

En conclusión, que la profesora se centra en llegar al concepto de pendiente sin corregir lo que dicen los alumnos porque le están grabando un vídeo, y la finalidad del vídeo es ver cómo van llegando a la obtención de este concepto.

16o D+A N3

E2: Habla (E2 - 23:23:50 17/05/2007) D1

En mi opinión este punto es uno de los lastres que se llevan arrastrando desde que los alumnos son pequeños, la expresión matemática. Nosotros mismos al principio de comenzar nuestra carrera nos costaba horrores (al menos a mí) expresarnos con claridad y expresarnos para q nos entendiesen. Por eso pienso que no deberíamos ser tan tajantes con Sara puesto que en ella no recae toda la culpa, es cierto que si a un niño no se le dice esto está bien o esto está mal acabará repitiéndolo porque en su subconsciente quedará almacenado como "nadie me dice que está mal, será porque está bien", pero no hace falta esperar hasta los 14-15 o 16 años que tendrán estos chicos para corregirlos, eso debería haberse hecho antes

N1 16o D+A

Sub cadena 2.4. Importancia de los ejercicios propuestos

E7: Escuchar (E7 - 21:00:08 17/05/2007) D1

Creo que proponer este tipo de actividades de vez en cuando es muy bueno, cuando vamos a introducir un concepto importante, como por ejemplo, la derivada o la pendiente. Además, no es importante sólo por el hecho de que los alumnos lleguen a comprender el concepto, no es que sea menos importante, pero yo creo que la comunicación es la base de todo, y a lo mejor después de una clase de este tipo un alumno no llega a enterarse del todo de lo que es la pendiente, pero por lo menos habrá tenido que pensar durante un rato, se habrá olvidado de todo lo demás, para centrarse en un problema de matemáticas, y habrá tenido que dialogar con sus compañeros y con la profe. Hoy en día, que nadie escucha a nadie, es importante una clase en la que los alumnos han tenido que escuchar a los demás, escuchar a la profesora y hablar con ellos de sus opiniones. Puede que matemáticamente competente el alumno no llegue a serlo nunca, pero por lo menos le estamos enseñando a dialogar y, sobre todo, a escuchar.

16o CI N3

E14: importancia de estos ejercicios (E14 - 22:30:07 17/05/2007) D1

Yo también creo que es importante proponer este tipo de actividades porque me parecen ejercicios constructivos. En este problema los niños han ido paso a paso hasta llegar a la forma algebraica y, de esta forma, han llegado a entender lo que es la pendiente de forma gráfica y no simplemente de forma analítica como un número, por lo que en su cabeza podrán darle un significado y una mejor utilidad.

16o C+A N2

E6: importancia de estos ejercicios (E6 - 22:43:19 17/05/2007) D1

Yo también pienso que estos ejercicios son muy importantes porque los procedimientos mecánicos se acaban olvidando, y si no se hacen ejercicios para razonar e interpretar, las clases de matemáticas no habrán servido para nada.

N3 16o C+A

Cadena 3. Debate 1. Influencia de la tarea en la competencia matemática

E11: Influencia de la tarea en la competencia matemática (E11 - 01:20:59 14/05/2007) D1

En los textos leídos, sobretodo en el de "características principales del aula" nos dice que la tarea escogida debe permitir que los estudiantes exploren y busquen estrategias de resolución, y así ocurre con esta tarea, es decir, no se pide simplemente dibujar la gráfica de una función dada, son los alumnos los que deben pensar cómo representar casos diferentes de una misma situación, siendo ellos los que se proponen(con ayuda del profesor) las características que se deben cumplir. Se trata de una tarea "problemática", no resuelta antes en clase pero además despierta el interés del alumno porque se le piden cosas que sí pueden entender y realizar. Por último esta tarea, ofrece a los estudiantes la oportunidad de comunicar sus ideas y al ser en un principio un ejercicio "visual" (los resultados son gráficas), esto favorece que los alumnos comparen y discutan de forma más sencilla. Es más fácil ver las diferencias y argumentar porqué se cree que un razonamiento está bien o mal.

C3. D1. Influenciata
13o N3
AI

E20: tarea (E20 - 18:03:07 14/05/2007) D1

Estoy de acuerdo con E11 ya que los alumnos serán capaces de relacionar conceptos para encontrar estrategias para la resolución del problema y además reflexionar sobre sus respuestas cuando son incorrectas.

N1 13o
C+A

Cadena 4. Debate 1. Algunas características que potencian la competencia matemática

C4. D1. Caracterisitcas

Sub cadena 4.1. Características que potencian la competencia matemática

E22: Características que potencian la competencia matemática (E22 - 09:57:44 15/05/2007) D1

El ejercicio propuesto por Sara sigue las características que potencian la competencia matemática, como nos muestra el contenido del artículo "modulo:

14o N3
AI

diseño de la enseñanza de las matemáticas". Podemos observar que el ejercicio está enfocado a que los estudiantes exploren analicen y busquen estrategias de resolución, no encontrar la solución de manera mecánica.

El ejercicio les hace pensar e investigar la manera en que tienen que enlazar conocimientos que ya tenían, además de comunicárselo al resto de los compañeros y darles la oportunidad de reflexionar sobre las respuestas de cada uno de ellos.

El papel del profesor es el de seleccionar el problema adecuado para que los alumnos puedan compartir información y facilitar un ambiente en el que puedan trabajar individualmente y en interacción con otros para que discutan y reflexionen sobre sus respuestas. Además Sara consigue un equilibrio entre la información que proporciona y el pensamiento autónomo de cada uno de los estudiantes.

E12: características que potencian la competencia matemática (E12 - 17:51:57 15/05/2007)D1 N4 14o C+A

Estoy de acuerdo con E22 con que el ejercicio propuesto por Sara, es un ejercicio adecuado para potenciar la competencia matemática, ya que, los alumnos encuentran un problema que no es fácil de resolver. Con los conocimientos que tienen sobre las magnitudes, las gráficas, la pendiente de una recta,... pueden intentar resolverlo y no "pasar" de hacerlo.

En este ejercicio los alumnos se plantean el modo de resolución, tienen que relacionar las magnitudes con las que tienen que trabajar, la altura que alcanza el agua con el volumen que ocupa, en distintos recipientes, también deben conocer el significado que tiene la pendiente de la recta en la gráfica. Además el tener que comunicar a los compañeros y a Sara sus conocimientos, y discutirlos con el fin de llegar a la solución, es muy importante en la potenciación de la competencia matemática.

E5: características que potencian la competencia matemática (E5 - 21:39:33 15/05/2007) D1 N4 14o

Sara se centra en trabajar en el aula la comprensión conceptual más que el desarrollo de destrezas procedimentales, ya que no expone ningún método que sus alumnos puedan comprender y aplicar en otras situaciones. Les está intentando explicar el concepto de proporción y el de pendiente de una gráfica. Obviamente hasta que los alumnos no hayan comprendido esto perfectamente no puede dar el paso de introducir métodos o algoritmos que les ayuden a calcular la proporción.

Pienso, al igual que mis compañeros que este problema potencia la competencia matemática.

En referencia al texto "características principales del aula que potencian", pienso que Sara cumple las propiedades del papel del profesor:

(a) seleccionar y proponer secuencias de problemas apropiadas,

(b) compartir información cuando esta sea importante para abordar los problemas, y

(c) facilitar un ambiente de clase en el que los alumnos trabajen individualmente y en interacción con otros para que discutan y reflexionen sobre sus respuestas y métodos

Cl

E21: Características que potencian la competencia matemática (E21 - 18:34:22 16/05/2007) D1

N3

15o

C+A

Estoy de acuerdo con E5 con las propiedades del papel del profesor. La profesora, Sara, hace preguntas para que los alumnos piensen y respondan, intentando que se comparta en el grupo conceptos importantes que les ayude a encontrar la solución al ejercicio. Además, intenta que todos los alumnos den su opinión acerca del ejercicio, y así se asegura de si ha habido un entendimiento de los conceptos por parte de todos.

Pienso que el papel del profesor con este modo de trabajo en pequeño grupo, y la relación de diálogo que mantiene con ellos es muy importante para fomentar el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática.

E21: Continúa... (E21 - 18:46:10 16/05/2007) D1

Además de lo que acabo de decir, con respecto a los otros elementos que ayudan a desarrollar la competencia matemática según el documento "Características principales de las aulas que...", pienso que en relación al punto de la cultura social del aula en nuestro ejemplo, en la clase de Sara, todos los participantes del grupo intervienen dando su opinión sobre la resolución del ejercicio, contestando cada vez que se les pregunta, y además no todos los alumnos desarrollan la misma estrategia de resolución. Cuando se producen errores, Sara les plantea preguntas de forma que profundiza más en el ejercicio de lo que los alumnos habían llegado en un principio, y gracias a las preguntas se corrigen errores y se matiza sobre los conceptos importantes, que el ejercicio quería que se tuviera en cuenta.

En relación al punto de los "recursos matemáticos" como soporte del aprendizaje, en el video se ve como la profesora va introduciendo algunos de estos conceptos en el diálogo que mantiene con sus alumnos. Y en relación al punto de la equidad y la accesibilidad, pienso que los alumnos deben comprender en cada momento lo que el profesor u otro componente del grupo diga referente a la actividad que se está realizando. En el video esto se ve reflejado cuando, por ejemplo, Sara dice: Porque aquí si miramos lo vemos, ¿no? Aquí lo vemos ¿no? (Señalando la gráfica) y los alumnos responden que sí. Por lo que creo que Sara también potencia este aspecto de la competencia matemática entre sus alumnos. Se puede ver claramente como la profesora hace que todos los alumnos digan lo que han hecho para resolver el ejercicio, y a los que ve un poco "flojos" o que no han entendido bien lo que debían hacer, les echa una mano preguntándoles directamente si están o no de acuerdo con lo que sus compañeros dicen.

N3 15o AI

Sub cadena 4.2. Recursos matemáticos como soporte del aprendizaje

E13: características que potencian la competencia matemática (E13 - 20:40:58 16/05/2007) D1

Una de las características que se mencionan en el documento citado por mis

N3 15o AI

compañeros es el de los recursos matemáticos como soporte del aprendizaje, la cual se ve fomentada en la clase de Sara mediante el lenguaje oral y el trabajo en grupos reducidos. Aunque por otra parte, la encuentro "pobre" en cuanto a materiales con soporte físico se refiere. Puesto que la profesora hace tanto hincapié en hacer ver cómo varía la altura de los recipientes conforme aumenta el volumen de agua vertido, no hubiera sido mala idea animar a los alumnos llevando al aula recipientes con distintas formas para mostrarles de una manera más gráfica lo que ocurre en cada caso.
Cualquier herramienta que haga pensar sobre matemática favorece la competencia en dicha materia y por lo general, los docentes no utilizan otros recursos que no sean el lenguaje oral y escrito; siendo ésta una de las razones del desinterés de los alumnos por una materia que consideran aburrida.

E6: características que potencian la competencia matemática (E6 - 02:21:20 17/05/2007) D1
Está bien utilizar otros recursos y materiales y no sólo el lenguaje oral y escrito. Todo lo que pueda favorecer el aprendizaje y razonamiento matemático es recomendable usarlo, pero no creo que en este caso concreto hiciese falta llevar recipientes para verter agua, todo el mundo se lo puede imaginar. Los alumnos entienden perfectamente que un recipiente más estrecho se llena antes que otro más ancho, y por consiguiente se obtiene más altura, pero lo que les cuesta entender es el significado de la recta (y mucho más el significado de pendiente) en el eje de coordenadas y su interpretación con el problema real.

N3 16o C+A
16o D+A

E19: características que potencian la competencia matemática (E19 - 09:08:42 17/05/2007) D1
Creo que es verdad que sería una gran idea el hecho de utilizar otros recursos y materiales para explicar las matemáticas, porqué así los alumnos mostrarían más interés. Estoy de acuerdo con E6 con el hecho de que los alumnos se podían imaginar el problema sin necesidad de llevar los recipientes, pero creo

16o C+A N3

que en este caso, que tampoco era tan complicado llevar dicho material, habría sido una gran idea y habría fomentado el interés de los alumnos. Ayudando de este modo a que se interesarán más por el problema propuesto y por las matemáticas.

E23: Recursos y materiales (E23 - 18:34:52 17/05/2007) D1
En este caso sí hubiera sido interesante reforzar los conceptos de volumen y altura utilizando diferentes recipientes. Sin embargo, creo que a veces un exceso de este tipo de actividades impiden que el alumno desarrolle otras capacidades como la imaginación y, además, se quedan con la parte "anecdótica" y no profundizan en el concepto matemático.

N3 16o D+A

E6: Recursos y materiales (E6 - 21:51:29 17/05/2007) D1
Yo sigo pensando que no hubiese sido necesario, es mucho mejor que desarrollen la capacidad espacial y se imaginen y razonen ellos mismos lo que pasaría. Además que llevar vasijas, y agua para verterla en la clase puede ser un caos en una clase de la ESO y una pérdida de tiempo, se entretendrían más en estar vertiendo agua que pensando sobre el ejercicio.

16o CI N2

E7: Material (E7 - 23:34:22 17/05/2007) D1
Pues yo creo que nunca está de más llevar materiales a las clases. Puede que nosotros veamos muy fácil que cuanto más ancha es la vasija más tarda en llenarse, pero puede que haya niños que no lo vean. Yo recuerdo una vez explicándole a un alumno que cuando las bacterias se dividen por bipartición, primero tenemos una, luego dos, luego cuatro, luego ocho,...pues no lo entendía, con lo fácil que es, así que tuve que coger un folio e ir partiéndolo en dos partes, luego cada una en dos,...así para que se diese cuenta. Algo que es sencillo para unos, no lo es para otros y nunca está demás llevar material que puede ser necesario. ¿No dicen que vale más una imagen que 1000 palabras?

N3 16o D+A

No digo que nada más empezar el ejercicio saque las vasijas y lo enseñe. Está claro que la tarea es para que los alumnos piensen ellos solos, pero si llega un momento en que alguno de ellos no lo entiende y no tiene la suficiente capacidad espacial, puedes recurrir al recurso del material, demostrarle allí mismo que es cierto lo supuesto, que cuanto más ancha más tarda en llenarse. Todo buen profesor debe disponer de varios métodos para que los alumnos entiendan lo que se les explica.

Por otro lado, creo que es mucho más interesante para un alumno una clase en la que se utiliza material, para ellos podría ser hasta divertido hacer las pruebas con las vasijas (después de haber razonado ellos solos). Creo que así podría interesarse más por la materia, si de vez en cuando hubiera una clase en la que se pudiera aprender y ´jugar´.

Cadena 5. Debate 1. Desafíos de un profesor de matemática en secundaria

C5. D1. Desafios

Sub cadena 5.1. Desafíos de un profesor de matemática en secundaria

E10: Desafíos (E10 - 15:27:47 15/05/2007) D1

14o N3
AI

Para hablar de los desafíos con los que se puede encontrar un profesor de secundaria, me he basado en el documento ´Construyendo comunidades de discurso en las clases de matemáticas´.

El primer desafío con el que se suelen encontrar es muy común en casi todas las aulas, y es conseguir que los alumnos participen (una tarea nada fácil), ya que muchas veces confunden participación con criticar, ya que piensan que es aceptable criticar un compañero por hacer algo que ellos consideran 'tonto' o 'incorrecto'. Y estas actuaciones generan un malestar entre los alumnos, y esto impide la participación por el miedo 'al qué dirán'. Por ello el profesor debe dejar claras las normas de este viaje y hacerles ver que la participación en este viaje consiste en criticar y construir sobre las ideas de los demás, pero no criticar a la persona. Los profesores deben animar a los alumnos a que se cuestionen las ideas y afirmaciones de los demás, es decir, que sean elementos activos de la clase, respetando a los demás compañeros. Esto en secundaria, dada la edad en la que se encuentran, es un desafío muy grande para los profesores.

E10: Más desafíos (E10 - 15:44:39 15/05/2007) D1

N3 14o AI

Una vez que se ha creado un ambiente adecuado en el que los estudiantes se sientan cómodos, ya que saben que sus compañeros van a respetar sus ideas y
van a participar de manera constructiva, el profesor se va a encontrar seguramente con un segundo desafío, y es conseguir centrar el discurso en ideas matemáticas, ya que en la pag2 del documento mencionado, se puede ver que Ms. A, tras lograr un ambiente en el que los estudiantes respetaban y participaban se dio cuenta de que había importantes cuestiones matemáticas que podrían haber sido planteadas, pero fueron totalmente ignoradas por sus alumnos, y a pesar de que ella intentó dirigir la atención hacia cuestiones más matemáticas, no consiguió encaminar la clase hacia su objetivo.

Por tanto, es importante que una vez se tenga esa atmósfera de comodidad y confianza, el profesor debe de asegurarse que las matemáticas no pierden su sitio. Esta es una tarea muy difícil para aquellos profesores que están acostumbrados a plantear ejercicios más tradicionales que se resuelven aplicando procedimientos previamente aprendidos. Como le sucedió a Mr. J (se puede ver en la Pág. 3 del documento mencionado), ya que al proponer este ejercicio, sus alumnos únicamente se esforzaban en 'dar una respuesta', 'decir como lo hicieron', ya que este tipo de cuestiones limitaban mucho la discusión en clase, y por ello el problema procede del hecho de que muchas de las tareas utilizadas en la enseñanza tradicional no conducen a la posibilidad de un discurso rico.

E10: Más desafíos (E10 - 15:45:00 15/05/2007) D1

N3 14o AI

Un tercer desafío sería la dificultad de separarse del hábito de simplificar una tarea especificando explícitamente el procedimiento que se debe seguir, esto tiene una gran consecuencia, y es que priva a los alumnos de la oportunidad de razonar y pensar por sí mismos, y les impide llegar a ver que pueden existir múltiples caminos para llegar a la solución, y esto les impide desarrollar su competencia matemática. Este es un hábito muy característico de muchos profesores de secundaria, que muchas veces se limitan a dar una única forma de resolución para cierto ejercicio, y no admiten otra forma posible de resolverse, por tanto, el alumno llega un momento en el que se limita a aplicar el procedimiento dado por el profesor de manera sistemática, sin ni siquiera pensar en otras posibilidades para su resolución, ya que sabe que el profesor no las va a dar por válidas, a pesar de que estas sean también correctas.

E14: Tercer desafío (E14 - 00:19:19 16/05/2007) D1

N4 15o C+A

Yo también opino que los profesores en la secundaria, en ocasiones, tienden a explicar una única forma de resolver un problema y no sólo eso, sino que no explican a los alumnos porqué se puede resolver de esa forma o qué fundamentos matemáticos hay detrás de ese algoritmo de resolución. Creo que esto no fomenta el desarrollo correctamente el razonamiento matemático de los alumnos.
Pero pienso que no es el caso del ejercicio que Sara ha propuesto a sus alumnos ya que ella les va dando indicaciones de posibles caminos por donde pueden abordar dicho ejercicio, pero deja a la elección de los alumnos la forma de resolverlo.

E19: El problema que genera (E19 - 13:42:38 16/05/2007) D1

15o CI N1

Con respecto al hecho de que los profesores sólo expliquen un modo de resolver un problema y no se molesten en explicar por qué se puede resolver así es que, con el tiempo los alumnos lo único que hacen es mirar el problema que se les propone y realizarlo sin más, sin tener en cuenta el porqué de esa solución propuesta. Lo hacen de modo mecánico, y esto es un error ya que no potenciamos el pensamiento matemático.

E19: Desafíos (E19 - 13:58:18 16/05/2007) D1

Si observamos el documento "Construyendo comunidades de discurso en las clases de matemáticas: Un viaje que vale la pena pero desafiante." Podemos observar que Sara es capaz de realizar objetivos como:

-Aumentar la comunicación en el aula, mediante la formulación de cuestiones que hacen que los alumnos se impliquen, y piensen. Después escucha con atención las ideas de éstos, pidiéndoles también que aclaren sus ideas, y las justifiquen mediante sus conocimientos matemáticos.

Decide sobre que ideas profundizar, cuando introducir conceptos, cuando proporcionar información.

También mediante su aportación, ayuda a controlar la participación de los estudiantes en las discusiones y decide cuándo y cómo animar a cada estudiante a participar.

N3 15o AI

Sub cadena 5.2. Anti desarrollo de la competencia matemática

E16: "Anti desarrollo" (E16 - 12:15:04 17/05/2007) D1

La práctica habitual en los profesores que pone de manifiesto E14 no sólo no fomenta el desarrollo de la competencia matemática sino que fomenta su "anti desarrollo":

El alumno distingue entre diferentes tipos de enunciados y conoce y utiliza los tipos de respuestas matemáticas a éstos, aunque sin entenderlos, lo que ya de por sí "atrofia" la que debería ser la evolución su pensamiento matemático, como nos indica el documento "competencia y Pisa".

Pero no sólo esto, también es nocivo para su dimensión argumentativa, pues destacado en este mismo archivo está que ésta debería proporcionar cadenas de argumentos matemáticos adecuados y un sentido de la heurística y lo que obtenemos no es sino todo lo contrario; el alumno considera como respuestas adecuadas las del tipo "porque lo dice el libro", "porque la fórmula es así" o "porque es como lo hacemos en clase", sin más explicación y, lo que es más, sin parecer necesitarla; lo que hace terriblemente dificultoso el que en un

16o C+A N3

futuro vayan a ser capaces de darla. Es por eso que este tipo de prácticas no sólo no favorecen el desarrollo sino que lo atrofian.

Sub cadena 5.3. Una o diferentes formas de resolver un problema

E7: Diferentes formas (E7 - 12:48:14 17/05/2007) D1
Yo pienso que a veces, más vale explicar a los alumnos una única manera de resolver un problema, y que entiendan lo que están haciendo el porqué, que explicarle distintas formas y que no se queden con ninguna. Cuando a un alumno le explicas diferentes maneras de hacer un ejercicio, lo que hacen es quedarse con las que le parece más fácil y punto. Hay saber qué tipo de alumno tenemos, si al alumno le interesa lo que está haciendo, podemos explicarle distintas formas, pero si es un alumno pasota, más vale que entienda una forma de hacerlo y con eso podemos darnos por satisfechos.

16o
D+A
N3

E6: Diferentes formas (E6 - 22:26:42 17/05/2007) D1
Tienes razón en lo que dices E7, pero el problema es que las clases no son personalizadas, y un profesor tiene que optar entre explicar un ejercicio de una única forma para que los alumnos no se líen, o explicar el ejercicio de varias maneras para que los alumnos vean las diferentes formas y razonamientos usados para su resolución para que después tengan más recursos a la hora de atacar un problema. Yo creo que la mejor opción es la segunda, así un alumno puede optar para quedarse con una forma y no liarse, y otro alumno puede quedarse con todas y ser más competente matemáticamente hablando.

N3
16o
D+A
16o
C

E7: Una única forma (E7 - 23:42:23 17/05/2007) D1
Pues yo pienso que no, que es mejor explicar una forma de resolver las cosas que los alumnos entiendan, y sepan perfectamente lo que están haciendo, que perder el tiempo en explicar tres formas de hacerlo para que total la mayoría sólo use una de ellas. Siempre se habla de que hay mucho temario y poco tiempo para dar las cosas, pues yo preferiría gastar una clase para que los

16o
D+A
N4

alumnos entendieran una forma de hacerlo, pero bien entendido, que explicar en una clase todas las formas y que no se enteren de nada. Además el profesor puede proponer que los alumnos intenten encontrar alguna otra forma de resolver el problema. Los que tienen interés lo intentarán y preguntarán, y entonces se les enseñará, ya sea fuera de horas de clase o cuando sea.
Además un profesor debe conocer a sus alumnos, por lo tanto puede hablar con los alumnos que sepa que tienen interés en la materia y explicarle más métodos.

E14: Diferentes formas (E14 - 22:45:05 17/05/2007) D1 — 16o, Cl, N1

Al explicar algo, se trata de que los alumnos salgan de clase con las ideas bastante claras. Pero no olvidemos que estando en E.S.O. los alumnos tienen que alcanzar ciertos niveles para poder continuar en los cursos posteriores y hay que explicar ciertas cosas a pesar de que siempre habrá gente que no lo comprenda del todo. Por muy fácil que sea algo siempre va a haber alguien que no lo entienda, bien porque no tenga suficiente capacidad, bien porque no esté lo suficientemente atento o bien porque pase de todo.
Creo que ya no se trata sólo de que se explique algo de varias formas, sino que se explique por qué se hace una cosa de esa manera, es decir, que no basta con que se les enseñes a resolver a los niños una cosa porque sí (como muchos alumnos están acostumbrados a que se haga), sino que se les expliques las razones que hay detrás de una forma de resolución.

E7: Un único método (E7 - 23:47:31 17/05/2007) D1 — N2, 16o, Cl

Por eso decía yo que, para mi forma de verlo, es preferible enseñarles un sólo método y que entiendan tanto lo que se hace, como lo que hay detrás del método, todos los conceptos que intervienen, las relaciones que se establecen...todo. Esto es mejor que enseñarles tres métodos, pero sólo como aplicarlos, sin enseñarles de donde surge la idea ni nada.
Supongo que habrá profesores que prefieran que sus alumnos resuelvan los ejercicios de varias formas aunque no sepan que están haciendo, y otros que

lo resuelvan de una sola, pero con comprensión de los pasos que se están dando.

Cadena 6. Debate 1. Sara, ¿matemáticamente competente?

C6. D1. Sara

Sub cadena 6.1. Sara y la búsqueda de la expresión algebraica

E17: Sara, ¿matemáticamente competente? (E17 - 17:50:26 15/05/2007) D1

N4

14o

AI

Voy a centrarme en la profesora (tanto analizar la competencia matemática de los alumnos cansa, ya es hora de dar caña a los profesores (nada personal M1...)

Tras leerme el todos los documentos el que más me ha interesado ha sido el "doc.-competencia" que trata sobre "LLEGAR A SER MATEMÁTICAMENTE COMPETENTE."

A mi parecer Sara hace el trabajo en grupo para los alumnos y así consigue que ellos comuniquen, expliquen y argumenten matemáticamente, por esa parte se merece un 10 si consiguiese que todos los alumnos estuviesen en la misma onda, pero en la sesión en el aula nos damos cuenta en respuestas como:

A4. .... que cuando vertemos 4 vasos tiene....

S: ¿4 vasos?

A4: Cuatro, ¿no? [A3: repite lo mismo]

ó incluso:

S. Echo aquí 20 vasos

A4. ....

S. ¿subiría 10 cm?

A2. ¿en cuál? (intentando participar)

Se ve claramente que los alumnos están perdidos con las explicaciones de la profesora y lo único que intentan es hablar cuando ella está delante para ver que están atendiendo a sus explicaciones pero en realidad les cuesta mucho seguir (los que lo siguen) el hilo conductor que intenta seguir Sara.

Por otra parte creo que Sara se equivoca al dar tanta importancia a la forma de las vasijas, si de verdad quieres que tus alumnos lo relacionen con la pendiente de las rectas sobra con ponerles vasijas de diferentes anchuras (como hace en el ejercicio) pero si los alumnos empiezan a pensar en vasijas esféricas... no creo que tuviesen nivel para dibujar curvas sigmoidales. En vez de centrarse en la forma de las vasijas creo que debería profundizar mucho más justo en la última parte, se queda en el aire lo verdaderamente difícil de la práctica:

E17: continuación. (E17 - 17:51:07 15/05/2007) D1
S. Podemos encontrar alguna relación entre estas 3 gráficas. Alguna relación entre el número de vasos de agua que echamos y la altura que sube.
A3. ¿Alguna relación?
S. Si. Pensad esto. Buscadme entre las tres (graficas) si sois capaces vosotros de encontrar alguna relación de manera que sepamos, podamos saber, sin tener que mirar la gráfica... Porque aquí si miramos lo vemos, ¿no?. Aquí lo vemos ¿no? (señalando la gráfica)
Ni más ni menos quiere encontrar la expresión algebraica que produzca dicha función, algo que verdaderamente merece la pena pensar, y no en aclarar que el volumen se mide en vasos de agua.
Espero que este tema genere debate chicos!!

N4 14o AI

E16: Pensamiento estratégico (E16 - 19:28:07 15/05/2007) D1
No creo que Sara "deje de lado" el problema de encontrar esa expresión algebraica sino que, por el contrario, lo que hace es dejar esa tarea abierta a los alumnos (sobre la que probablemente, aunque no aparece en el video, les preguntará con posterioridad) pues una vez han resuelto las cuestiones más sencillas y se han introducido en el contexto del ejercicio, ayudados por la conversación con la profesora, están más preparados para abordar este último punto que efectivamente merece la pena, no sólo por su interés matemático sino por su potencial influencia en el desarrollo del pensamiento estratégico del estudiante.

N3 14o D+A

E14: Pensamiento estratégico (E14 - 00:28:56 16/05/2007) D1
Yo creo que Sara hace las cosas en el orden correcto.
Primero intenta que los alumnos entiendan de que va el problema y que viendo las gráficas sepan obtener información de ellas. Y luego, cuando se supone que han entendido esto, pues ya que intenten buscar la expresión algebraica. Si empezara directamente con la expresión algebraica los niños sí que se iban a perder.

N3 15o D+A

E6: continuación... (E6 - 02:57:59 16/05/2007) D1
El que la profesora le dé su importancia a las vasijas sí merece la pena, porque les está intentando ver la relación entre el volumen y la altura, y que al tener esas formas, hace que aparezcan las líneas rectas, debido a que existe una relación proporcional. Sí que creo que los alumnos andan bastante perdidos, porque la profesora les está guiando con demasiadas preguntas hacia que la razón entre las dos magnitudes, el volumen y la altura, se puede identificar como la pendiente de una recta, que es el objetivo final de la tarea, cuando los alumnos todavía no tienen muy aclarado y están pensando en la relación entre el volumen y la altura de las vasijas.

15o D+A N3

E8: Pensamiento estratégico (E8 - 17:53:08 16/05/2007) D1
Estoy de acuerdo con E16. Sara lo que intenta es potenciar la comunicación de los alumnos y con su ayuda y sus preguntas hace que los alumnos piensen ellos mismos la relación de la altura y el volumen con las representaciones gráficas, aunque si es verdad que en ocasiones las preguntas no son las más adecuadas, creo que consigue despertar cierto interés. También creo que el tema de encontrar la expresión algebraica lo hará con posterioridad una vez introducido el significado de función.

N4 15o C+A

E7: La expresión algebraica (E7 - 22:04:26 16/05/2007) D1
Vamos a ver, yo creo que una persona que está en la ESO comprende mejor

N3 15o

el volumen medido en vasos de agua que es algo que pueden imaginar, tocar, ver, que el volumen en metros cúbicos que para ellos decirle metro cúbico es lo mismo que decirle curva sigmoidal, vamos, que no se enterar de lo que es. Creo que entienden mejor el concepto de volumen medido en vasos de agua que en las unidades propias de capacidad. Esto por un lado.

Por otro lado, la profesora no intenta que hallen la expresión algebraica, estás equivocada, mira el vídeo otra vez. La profesora pretende que los alumnos se den cuenta, de hecho está los últimos minutos del vídeo intentando que ellos vean, que hay una relación proporcional entre el volumen y la altura, que la proporción cuando las vasijas son de anchura constante es constante (entre nosotros que h/V =cte).A eso se refiere con ´encontrar alguna relación´, no se trata de hallar la expresión algebraica si no de comprender que hay proporcionalidad. De hecho los alumnos lo están utilizando para responder a sus preguntas cuando, sabiendo que con un vaso llenamos 0.5 cm de altura, hallan lo que se llena con 20 vasos.

D+A

Sub cadena 6.2. Buen ambiente

E7: Pobre Sara (E7 - 23:44:55 15/05/2007) D1

14o
D+A
N1

Bueno, cuando tú seas profesor veremos cómo te expresas. Muchas veces quieres explicar algo y en ese momento no sabes cómo hacerlo. El que explicando algo no se haya parado alguna vez a pensar cómo hacerlo, que tire la primera piedra. Teniendo en cuenta que a la mujer la estaban grabando, es normal que se ponga nerviosa y haya momentos que no se exprese con claridad. Por un vídeo de unos minutos no podemos juzgar la competencia matemática de una profesora.

Además, insisto en lo de antes, si el alumno no ha entendido la explicación de la profesora que diga: ´Perdón, ¿puede repetir?. Es que no lo he entendido´. Y no creo que la profesora tenga reparos en volver a repetirlo hasta que quede claro.

E23: buen ambiente (E23 - 18:44:45 16/05/2007) D1

Creo que uno de los problemas más importantes con los que se encuentran actualmente los profesores de la ESO, de cualquier asignatura, es la falta de interés, la apatía e incluso indisciplina por parte de los alumnos. Por esta razón y viendo el ambiente de trabajo que hay en la clase, se puede afirmar que Sara ha conseguido un primer objetivo: motivar a los alumnos y crear una dinámica de trabajo en la que todos, aunque algunos se encuentran un poco "perdidos", tienen la suficiente libertad y confianza para expresar sus ideas. ¡Y no es poco!

N2 15o CI

E20: el papel de Sara (E20 - 21:28:42 16/05/2007) D1
Es cierto que es difícil que los alumnos se interesen por la materia y Sara de alguna forma ha despertado en ellos ese interés. A parte de eso, Sara establece un equilibrio entre la información que ella proporciona y el pensamiento autónomo de sus alumnos. De esta forma, los alumnos serán capaces o algunos(porque no siempre todos captan la idea) serán capaces de resolver el problema.

N3 15o C+A

E14: buen ambiente (E14 - 22:15:25 16/05/2007) D1
Yo creo que E23 tiene razón. Sara ha conseguido que éste grupo de niños tenga interés por averiguar que sucede cuando viertes la misma cantidad de agua en jarras con distinta anchura y que ocurriría si las jarras tuvieran formas diferentes.
A los niños de secundaria, creo que es difícil motivarlos y Sara lo ha conseguido, al menos en este grupo.
Aunque digan en algunos mensajes que Sara no explica bien o que los niños van un poco perdidos, pienso que les hace bastantes preguntas para ver si la siguen, aunque también es cierto que no deja demasiado tiempo para que las piensen, y que estos niños siempre pueden preguntar si se pierden. Es normal que al principio no la sigan del todo porque creo que en la secundaria los alumnos están acostumbrados a resolver ejercicios de manera mecánica y no a tener que plantear un método de resolución más complejo. Además, para el

15o C+A N3

nivel en el que estarán no creo que sea de lo más sencillo imaginar que ocurrirá con la pendiente de una recta cuando una jarra no tenga sus paredes rectas, por lo que es normal que les cueste.

E6: Buen ambiente (E6 - 02:54:54 17/05/2007) D1
A mí también me sorprende el ambiente de trabajo y la actitud participativa de los alumnos, ya que este buen ambiente de trabajo que se puede observar en el vídeo rara vez se puede observar en las clases de la ESO, porque actualmente la realidad no es así.

N2 16o CI

E19: buen ambiente (E19 - 12:19:16 17/05/2007) D1
Creo que el grupo de trabajo formado tiene la capacidad de fomentar el trabajo puesto que Sara lleva la clase de una manera muy correcta. Al hacer cuestiones que ayudan a conducir el hilo de la clase y a hacer que los alumnos intervengan y den su opinión. Es importante el hecho de que (como han dicho mis compañeros) Sara los escuche a todos sin juzgarlos, simplemente ayudándoles, y formulando nuevas preguntas y propuestas para que lleguen a comprender los conceptos que quiere transmitirles. Es muy importante el hecho de que los alumnos se sienten a gusto en el grupo, para que así cooperen como lo hacen.

N1 16o CI

Sub cadena 6.3. Sara ¿matemáticamente competente?
E5: Sara ¿matemáticamente competente? (E5 - 21:26:51 15/05/2007) D1
Aunque todos los alumnos tienen libertad para intervenir en el "método de grupo" es cierto que el gran número de preguntas por parte de Sara hace que los alumnos no tengan tiempo de reflexionar sobre cada pregunta. Por eso no creo que vayan perdidos, para ellos es un problema nuevo, con conceptos nuevos. Pero pienso que no llegan a adquirir una comprensión conceptual y un pensamiento estratégico, al no tener mucho tiempo para razonar todo esto.

14o D+A N3

E10: Continua (E10 - 11:01:29 16/05/2007) D1

Opino lo mismo que E5, pienso que debería darles más tiempo entre pregunta y pregunta para que todo el grupo pudiera reflexionar y entender lo que se le está preguntando, ya que al hacer preguntas de forma tan continuada y sin dejar casi tiempo para pensar, puede suceder que alguien del grupo se pierda, y por tanto no se entere de nada de lo que están haciendo el resto de sus compañeros.

N3 15o C+A

E15: continua (E15 - 13:57:11 16/05/2007) D1

Yo también pienso que Sara debería de darles más tiempo para pensar, porque prácticamente ella les está llevando a la solución y les está impidiendo el que lo piensen por ellos mismo. Aunque creo que esto es debido a que los alumnos no tienen demasiado claro los conceptos o no los han tratado lo suficiente. También deberíamos de ver si son capaces de resolver la pregunta que ella les propone para poder llegar a mas conclusiones.

N3 15o C+A

E7: Perdidos (E7 - 22:52:43 16/05/2007) D1

Creo que los alumnos tampoco es que estén perdidos es que están asimilando las cosas que están aprendiendo, siempre cuesta asimilar cosas nuevas. Además creo que el problema también radica en que se expresan mal, y parece que digan cosas sin sentido, sólo por decirlas, pero en realidad si las traduces muchas veces saben lo que están haciendo.

No creo tampoco que haya demasiadas preguntas, ni muy rápidas. Hace preguntas que van surgiendo de la conversación y que hacen que se sigan el hilo de los razonamientos, necesarias para ir enlazando ideas e ir llegando al concepto de pendiente.

Además, cuando les pregunta la razón de que sean rectas, ve que se atascan les ayuda empezando poco a poco, desde el principio, tomando un punto de recta y preguntando sobre su significado en nuestro problema de vasijas. A partir de ahí intenta ver que la proporción es constante y que por eso son rectas.

Yo creo que los alumnos si que han entendido lo que es el concepto de pendiente, ya que cuando la vasija es menos ancha se llena antes y hacen la

N3 15o D+A

recta más inclinada (con más pendiente) y cuando es más ancha y se tarda más, la hacen menos inclinada, ya que la proporción es menor. Entienden lo que están haciendo, pero creo que aún no lo relacionan con la palabra pendiente. La tarea que nos muestra el vídeo es la introducción, antes de enseñarles el concepto de pendiente, y la tarea ha servido para facilitar el aprendizaje de este concepto.

E18: No estoy de acuerdo, E5 (E18 - 19:47:44 16/05/2007) D1
Pues yo creo todo lo contrario, que aunque algunas preguntas es verdad que las hace demasiado rápido, lo verdaderamente importante, que es entender el concepto de pendiente y poder relacionarlo con una recta, les deja pensarlo a ellos, ya que les dice que busquen dicha relación y se marcha, dándoles tiempo e "intimidad" para que lo piensen, por lo que creo que sí que está fomentando su razonamiento matemático.

15o D+A N3

E19: Perdidos (E19 - 12:37:32 17/05/2007) D1
Yo opino como E7, no es que los alumnos se pierdan es que están recibiendo información y necesitan un tiempo para asimilarlo. La profesora con sus preguntas lo único que pretende es ayudar a los alumnos a seguir la clase y observar si entienden los conceptos que ella pretende transmitirles. Además Salvador en una de las clases, nos dijo que mientras el alumno iba realizando las tareas era bueno preguntar "Por qué haces esto?" para saber el hecho por el cual realizaban una acción u otra. Así que según eso, es lógico pensar que lo que pretende la profesora es precisamente eso, saber qué es lo que piensas sus alumnos y porque realizan un ejercicio de un modo u otro, para así ayudarles.

16o C+A N3

E5: perdidos. (E5 - 14:53:35 17/05/2007) D1
Simplemente quería decir que para mí no es que estén perdidos, por lo que E17 dijo.
Sara no da tiempo a que reflexionen TODAS las preguntas, pero es

N1 16o CI

normal,(sobre todo si pretende que los alumnos lleguen a entender el concepto de pendiente en 50 min. Que es lo que supongo durará la clase). No critico la tarea de Sara, creo que sabe donde y cuando debe dejarles tiempo para pensar, y así que lleguen a la resolución del problema, y la comprensión de los conceptos.

E6: perdidos. (E6 - 22:03:46 17/05/2007) D1 — 16o CI N3

A que los alumnos estén perdidos yo por lo menos no me refería a que no tuviesen idea de nada de lo que estaban haciendo, sino a que la profesora les está haciendo bastantes preguntas en un intervalo de tiempo breve y no tienen tiempo para reflexionarlas y asimilar la información que surge de conversaciones de la profesora con otros alumnos. La profesora ya les está haciendo preguntas que tienen que ver con el concepto de pendiente explícitamente cuando todavía no han asimilado la relación entre volumen, altura y tipo de recipiente, y a algunos también les cuesta entender la razón de proporcionalidad.

E7: Preguntas necesarias (E7 - 23:54:29 17/05/2007) D1 — 16o D+A N3

No les hace demasiadas preguntas, les hace las preguntas que surgen del trabajo que se está realizando. Si los alumnos hacen todas las gráficas rectas, es normal que les pregunte la razón de que todas sean rectas. Y después es normal también que les pregunte qué pasaría si las vasijas no fueran de anchura constante, ya que ella quiere hacerles ver que la proporción entre el volumen y el volumen vertido y la altura es constante en nuestras vasijas. Tiene que hacerle preguntas para que ellos se expresen.
Además hace las preguntas necesarias para guiarlos hacia el concepto de pendiente, y teniendo en cuenta que el vídeo es de 5 minutos, ha guiado las preguntas correctamente, ayudando a los alumnos a seguir el hilo del ejercicio.
No les hace preguntas que tengan que ver con el concepto de pendiente, si no con la proporcionalidad, que no es lo mismo, concepto que si conocen.

E23: Competencia de Sara (E23 - 20:32:05 16/05/2007) D1

Pienso que dudar de la competencia de Sara por un video de seis minutos es, cuanto menos, temerario y además, como ha quedado reflejado en varios intervenciones anteriores, intenta cubrir y de hecho cubre todas las dimensiones de la competencia matemática.

Sí es cierto que con sus preguntas y observaciones va dirigiendo a los alumnos en una determinada dirección, pero es que éstos, a veces, se "pierden" y ella los "reconduce" con frases como: "No olvidéis esto" y como ya hemos comentado otras veces el programa es largo y el tiempo es oro.

Considero positivo que haga muchas preguntas : "¿Por qué...?", "¿Cómo irían...?", "¿Qué significa...?", "¿Qué pasaría...?" para motivar a los alumnos y despertar su interés y curiosidad.

Algunas veces intenta que los alumnos concreten y aclaren ideas :"A ver, repítelo todo de nuevo", en otras ocasiones hace que recapaciten: "¿Seguro, Patricia?" y siempre intenta animar a los alumnos: "A ver si somos capaces", "Pensad esto", "Encontrar una relación...".

Además exigir a Sara que los alumnos, en seis minutos, alcancen el concepto de pendiente me parece absurdo.

N2 15o CI

Sub cadena 6.4. El papel del profesor

E7: El papel del profesor (E7 - 23:35:56 15/05/2007) D1

El papel del profesor es algo fundamental en este tipo de tareas. Debe transmitir confianza y seguridad; como dice en los estándares 6-8, ´el profesor debe crear un sentimiento de comunidad en clase´. En nuestro caso creo que Sara transmite estos sentimientos a sus alumnos, ya que dialoga con ellos, y éstos contestan a sus preguntas con total confianza sin ningún miedo al ridículo. En este sentido el profesor debe tener un actitud firme pero no demasiado severa, en el sentido de no infravalorar ideas, corrigiendo razonamientos erróneos sin machacar al alumno que ha tenido la idea (estándares 6-8 ´el profesor debe hacer que los alumnos se sientan libres de

N4 14o D+A

expresar sus ideas libremente sin miedo al ridículo´).Como he dicho antes pienso que Sara intenta que todas las ideas aporten algo, y cuando una idea no es correcta no recrimina, hace que el alumno reflexione realizando preguntas que ella cree convenientes.

En lo referente a las preguntas que ella va realizando, uno puede considerar que son correctas o no, que son necesarias o no, pero lo que pretende que los alumnos vayan reflexionando. Refiriéndome a lo que dice E17, si un alumno no entiende lo que la profesora quiere decir y no pregunta, el alumno tiene un problema de comunicación o de timidez. No considero que sea culpa de la profesora que el alumno diga que sí todo el rato para aparentar que lo entiende, cuando en realidad están ahí para aprender y preguntar.

Tampoco creo que la profesora le dé demasiada importancia al tamaño de las vasijas sólo es un tema más que saca para que los alumnos vayan reflexionando, no pretende que hagan un máster, sólo que razonen en lo que pasaría si la vasija tuviera diferentes formas. Si al alumno le interesa pensará en ello y preguntará si tiene curiosidad, si no, pues lo ignorará.

PD: Qué bonito te ha quedado lo de sigmoidales...

Sub cadena 6.5. La labor de un profesor

E6: Sara, ¿matemáticamente competente? (E6 - 03:04:57 16/05/2007) D1

Como ha dicho E7, no se puede juzgar la labor de un profesor por un vídeo de unos minutos, y no creo que la profesora no sea matemáticamente competente, porque ha propuesto una tarea adecuada (ya que no tienen un procedimiento mecánico para resolver el problema, sino que tienen que relacionar conceptos, e interpretar y reflexionar sobre el problema, lo cual fomenta el pensamiento estratégico de los alumnos), en la que los alumnos se han involucrado totalmente, todos intentar decir lo que piensan y lo que deducen al ver las gráficas, todo ello argumentando sus razonamientos, se nota que la profesora ha creado un clima adecuado para el trabajo en grupo, lo cual fomenta la comunicación (de acuerdo a los estándares 6-8 "Los profesores

15o
C+A
N4

deberían crear un sentimiento de comunidad en las clases de los niveles medios, para que los alumnos se sientan libres de expresar sus ideas sincera y abiertamente, sin temor al ridículo"), no critica las opiniones de ningún alumno y muestra una actitud receptiva ante las opiniones de cada alumno, respondiéndoles a todo lo que dicen, fomentando la confianza matemática de los alumnos, ningún compañero se ríe de otro, es más, se ve en el vídeo que cuando uno de ellos tiene dificultades para expresarse, salta una compañera para contestar y expresar la misma idea, apoyándose unos a otros. Aparte establece un equilibrio entre la información que les proporciona y lo que están pensando, les intenta ayudar en lo que piensan sin decirles exactamente qué tienen que hacer.
Además en su clase se están fomentando todas las dimensiones de la competencia matemática, como ya han comentado otros compañeros, y creo que especialmente se fomentan la comunicación, el pensamiento estratégico y la confianza matemática.

E19: Sara (E19 - 13:23:22 16/05/2007) D1
Yo creo que es cierto que no se puede juzgar a una profesora basándose en la observación de un vídeo. Creo que Sara realiza bien su trabajo ya que como bien han dicho, fomenta todas las dimensiones de la competencia matemática. De todos modos creo que E17 tiene razón en el hecho de que a veces los alumnos dicen cosas por el simple hecho de que parezca que están participando. También creo que aunque este modo de dar las clases es adecuado para fomentar la competencia, tiene como inconvenientes que se pierde mucho tiempo. De todos modos ayuda a que los alumnos tengan más confianza matemáticamente hablando, y aprendan a expresarse frente a otras personas, además de aprender a razonar y a buscar métodos diferentes para encontrar la solución del problema dado.

N3 15o C+A

Otra cadena debate 1.
E4: Dimensiones de competencia matemática (E4 - 00:04:16 16/05/2007) D1

Otra cadena. D1
15o N2

Desarrollo de la "comprensión conceptual" ya que al plantear una serie de cuestiones abiertas como: Sara: Podemos encontrar alguna relación entre estas 3 gráficas. Alguna relación entre el número de vasos de agua que echamos y la altura que sube o Buscadme entre las tres (graficas) si sois capaces vosotros de encontrar alguna relación de manera que sepamos, podamos saber, sin tener que mirar la gráfica... Porque aquí si miramos lo vemos, ¿no?. Aquí lo vemos ¿no? (señalando la gráfica), sus alumnos pueden llegar a ser capaces de aplicar los conocimientos aprendidos, relacionando las diferentes partes del contenido matemático, conceptos y procedimientos. En este caso, las características básicas de las funciones lineales y representarlas gráficamente. "Desarrollo de las destrezas procedimentales" ya que podemos ver como los alumnos de Sara son capaces de: Conocer cuándo y cómo usar apropiadamente los procedimientos matemáticos,(ej: Sara: Y eso se produciría en una vasija que no tuviera esa forma?,(...) alumno A3: NO!. Porque no tiene ... vamos a suponer, si le echas un vaso y esto tiene (señalando el dibujo) ... por aquí, al ser redonda tiene menos volumen (se refiere a al altura alcanzada)... (...)Sara: Entonces esta es la razón. La subida va proporcionalmente, la subida ....siempre va creciendo lo mismo. Razonar, analizar e interpretar gráficas asociadas con fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información, en este caso la relación existente entre la forma de los recipientes y su representación gráfica en ejes de coordenadas.

AI

E4: continuación (E4 - 00:04:59 16/05/2007) D1

"Comunicación, explicación y argumentación matemática" favoreciendo la compresión de ideas matemáticas siendo capaces de: Establecer relaciones entre las nociones y procesos matemáticos para así poder explicar y justificar los distintos pasos del procedimiento y resultados de los problemas propuestos. Entender, interpretar y juzgar ideas matemáticas escritas, oral o visualmente, describir relaciones y modelar situaciones. Aunque los alumnos de Sara no se expresan con un lenguaje matemático riguroso, eso es justamente lo que esta dimensión intenta desarrollar.

N3

15o

AI

El "pensamiento estratégico: capacidad de formular, representar y resolver problemas: Los alumnos de Sara son capaces de: Identificar estructuras generales en situaciones diferentes.
Interpretar y analizar los resultados utilizando el razonamiento proporcional y espacial para resolver problemas.

Cadena 7. Debate 1. La metodología de Sara

C7. D1. Metodología

E4: Metodología de Sara (E4 - 00:37:24 16/05/2007) D1

15o N3
AI

Sara presenta una actividad a pequeños grupos (formados por cuatro alumnos) para que la resuelvan mientras les realiza preguntas que hacen que los alumnos se impliquen más en la actividad. S: A ver, ¿Cuáles son las otras? Porque no las dibujáis en... Podéis dibujarlas en los mismos ejes. Puedes dibujar las tres. Se pueden, si quieres, dibujar las tres en los mismos ejes. S: Si, y ¿cómo irían?
S: ¿Por qué habéis dibujado todas rectas? (...)
Pretende encontrar las expresiones algebraicas para las rectas que representan la relación entre el volumen y la altura. Es capaz de crear un ambiente idóneo para que los alumnos tengan confianza en sí mismos, para que sean capaces de intervenir sin dificultad aunque algunos lo hagan en mayor o menor medida. Fomenta las cinco dimensiones de la competencia matemática, siendo la comunicación entre pequeños grupos, además de la comprensión conceptual y la actitud positiva, las más notoria.

E9: Metodología de Sara (E9 - 12:59:42 16/05/2007) D1

N1 15o
C+A

Estoy de acuerdo con lo expuesto por E4, además creo que Sara lo hace muy bien al preguntar, para poder conseguir que los alumnos tengan que utilizar un lenguaje matemático competente, eso les ayudará a la comunicación con los compañeros y a que sea más fácil comprender todo lo que piensan los alumnos.

E19: Metodología de Sara (E19 - 13:30:53 16/05/2007) D1

N1 15o

Creo que E4 tiene razón, Sara logra hacer que todos los alumnos participen gracias a como realiza la clase, a las preguntas que propone a medida que van avanzando, al hecho de que escuche todas las respuestas de manera adecuada, explicándoles lo necesario en cada momento. En definitiva como bien ha dicho, crea un espacio en el que todos participan sin ningún temor.

C+A

E20: metodología (E20 - 20:30:37 16/05/2007) D1
Es cierto que Sara potencia la comprensión conceptual, ya que realiza cuestiones a los alumnos para que estos sean capaces de relacionar conceptos vistos en clase como es el de representación gráfica de funciones, pendiente o la relación entre las variables, en este caso la altura y el volumen.

N3 15o C+A

E2: Metodología (E2 - 10:56:30 17/05/2007) D1
Yo también opino lo mismo. Sara intenta
.Potenciar los conceptos aprendidos.
.Relacionar volumen con pendiente.
.Intenta que sepan extraer información de una gráfica.
.Formula cuestiones para que sus alumnos se impliquen en el ejercicio.
.Escucha con atención a sus alumnos y los guía hasta la respuesta adecuada.
En definitiva, como cualquier buen profesor, lo que Sara pretende es que sus alumnos salgan de clase con las ideas claras.

N2 16o C

E2: Metodología de Sara (E2 - 10:49:38 17/05/2007) D1
Opino que Sara tiene una buena metodología, ya que después de haber explicado los conceptos (suponemos al oírla decir: "pensar en los que os dije ayer"), plantea ejercicios que enlazan los temas nuevos con los aprendidos anteriormente.
Formula cuestiones para saber si realmente están comprendiendo el ejercicio y los conceptos que implica.
Escucha con atención las respuestas de sus alumnos y los guía a la respuesta

N3 16o Cl

adecuada.
Pide a los alumnos que sean claros en sus argumentaciones y que justifiquen sus ideas.

Cadena 8. Debate 1. El contenido del ejercicio

C8. D1. El contenido
15o
AI
N1

E14: Contenido del ejercicio (E14 - 13:37:23 16/05/2007) D1
E7 Y E14 (grupo 2).
El fin de la tarea es que los alumnos entiendan el concepto de pendiente, cuando es constante (como en este caso), cuando no y las razones.
En el ejercicio a tratar, cuanto más inclinada es la recta, es decir, cuanto más pendiente tiene, significa que la jarra es más estrecha y se llenará antes. Las gráficas son rectas porque la pendiente es constante ya que al verter la misma cantidad de agua en la jarra siempre sube la misma altura en dicha jarra. Sin embargo, cuando las paredes de la jarra no son rectas una misma cantidad de agua no sube siempre la misma altura, por lo que la proporción entre volumen y altura no es constante, con lo que la pendiente no es constante y, por tanto,
las gráficas ya no son rectas, sino curvas.
Con este ejercicio se pretende que los alumnos entienda que la pendiente en una gráfica indica la proporción entre las dos variables.

E21: Contenido del ejercicio (E21 - 19:02:10 16/05/2007) D1

N3
15o
C+A

Yo creo que con este ejercicio no sólo se pretende que los estudiantes entiendan el concepto de pendiente de una gráfica en funciones de proporcionalidad; creo que además se pretende que conecten y descubran cómo van a ser las funciones según la vasija, que entiendan y puedan decir a voz de pronto cómo va a ser la inclinación en cada función. Para ello tienen que investigar, y comunicarse entre ellos para reflexionar sobre las ideas matemáticas.
Creo que este tipo de ejercicio reúne las tres características de las tareas matemáticas que se deben proponer a los estudiantes para desarrollar la

competencia matemática.

E6: Contenido del ejercicio (E6 - 22:16:13 17/05/2007) D1

Totalmente de acuerdo con vosotras, aparte de que identifiquen la pendiente de una recta como una razón entre dos magnitudes y de dotar de significado a la relación entre volumen y altura mediante las rectas, también se pretende que trasladen la situación real de verter el agua en las diferentes vasijas a una gráfica, y que posteriormente trasladen la situación y la gráfica a una expresión simbólica, es decir, que vayan cogiendo soltura a la hora de pasar de un modo de representación a otro.

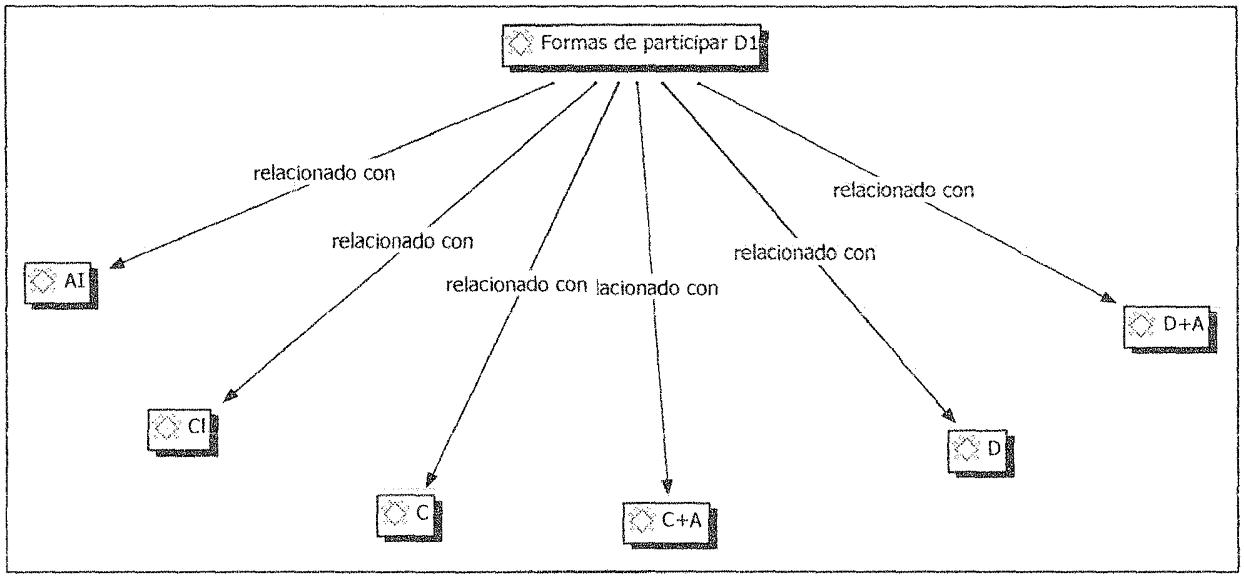
N3 16o C+A

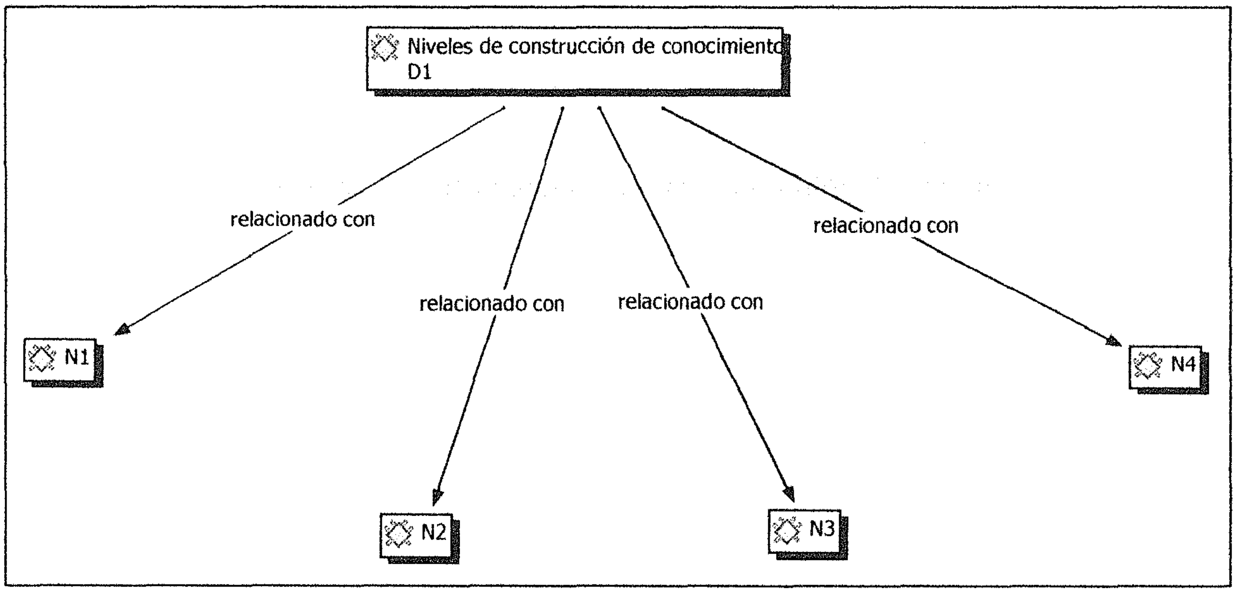
E7: Conceptos importantes. (E7 - 23:59:22 17/05/2007) D1

Es bueno hacer este tipo de tareas cuando queremos introducir conceptos importantes como en este caso la pendiente. Los alumnos utilizan conceptos que ya conocen para llegar a algo que desconocen. Pienso que así comprenden mejor algo que es nuevo para ellos, si son ellos los que van razonando y enlazando las ideas, a que si es la profesora la que lo explica todo, sin la participación de los alumnos.

N1 16o CI

44


Formas de participar D1
relacionado con
relacionado con
relacionado con
lacionado con
relacionado con
relacionado con
AI
CI
C
C+A
D
D+A


Niveles de construcción de conocimiento
D1
relacionado con
relacionado con
relacionado con
relacionado con
N1
N2
N3
N4

Anexo 4. Codificación y categorización de D2 con AtlasTi

P 1: textocadenasdeldebate2.txt

Path: D:\Mis Documentos\Llinares\INVESTIGACION_VIRTUAL\trabajodeoscar\cadenas\atlasti\textocadenasdeldebate2.txt
Media: TEXT

Printed: 2013-09-18T00:40:14
By: Super

From HU: debate2
HU-Path: [D:\Mis Documentos\Llinares\INVESTIGACION_VIRTUAL\trabajodeoscar\cadenas\atlasti\debate2.hpr6]

Codes: 30

Memos: 0

Quotations: 194

Families: <none>

Comment: <none>

CADENAS EMERGENTES DE LOS DOS DEBATES VIRTUALES

Debate 2 CM-E2 (06-07).
Sobre la gestión de las interacciones en gran grupo

M1: introducción al debate sobre (M1- 12:39:48 30/04/2007) D2
El objetivo de este debate es compartir vuestro análisis del video-clip func3-b centrado en la gestión de las interacciones en gran grupo cuando la profesora tiene como objetivo que sus alumnos doten de sentido a la idea de pendiente de una función lineal. Las cuestiones sobre las que debéis centrar vuestra atención son: -¿qué dimensiones de la competencia matemática se potencian en la interacción de SARA con sus alumnos? -¿qué aspectos de la enseñanza (tarea matemática propuesta, metodología,...) influyen en el desarrollo de las diferentes dimensiones de la competencia matemática relativa a las funciones y gráficas en esta situación? No debéis olvidar que debéis justificar vuestras respuestas aportando las evidencias que apoyen vuestras afirmaciones

PD

Cadena 1. Debate 2. Objetivos de la clase

C1. D2. Objetivos

E17: Objetivos de la clase (E17 - 16:59:08 23/05/2007) D2
Según el documento "El_contexto_de_la_clase" lo que Sara pretende buscar con dicha actividad es en primer lugar dotar de significado al hecho de llenar los recipientes con vasos y trasladarlo al campo del análisis matemático por medio de interpretación de funciones, es decir, intenta trasladar la simbología de "a tantos vasos de agua, tanta altura" a expresiones un poco más formales aunque sigan siendo gráficas. También (supongo yo...) que con dicha actividad quería que los alumnos interpretaran la pendiente de una recta en la funciones dadas por las gráficas amén de hallar su expresión algebraica. Creo (o creía) que éste era el objetivo principal de la segunda parte de esta clase, pero viendo el video y leyendo las transcripciones me he dado cuenta que el tema se centra más en la comprensión del lenguaje matemático por parte de los alumnos (para resumir no entienden nada) y en el intento infructuoso por parte de Sara de explicar a los alumnos que hay proporción entre los vasos vertidos en los recipientes y la altura que alcanza el agua en la vasija; ¿no es eso obvio? Los alumnos no entienden nada porque la capacidad que demuestra Sara para liarse con las explicaciones con las que intenta aclarar a los alumnos es sobresalientemente desastrosa, bastaría con afirmar rotundamente que si con un vaso alcanzamos un centímetro con 5 vasos alcanzaríamos 5

N3 6to AI

centímetros y así sucesivamente, podría explicarlo como una regla de tres, podría dibujar ella las gráficas en la pizarra de una manera correcta para que los alumnos lo viesen más claro... y entonces podría pasar a la explicación de las estimaciones con más pausa (que es precisamente donde los alumnos le piden un poco de tiempo) y al posterior análisis de la expresión algebraica y la pendiente que es lo más importante a tratar en este ejercicio.

E17: continuación.. (E17 - 16:59:36 23/05/2007) D2

También hay que decir que los alumnos no demuestran gran comprensión en el tema que les ocupa porque ni siquiera están seguros de que se mide en centímetros, si la altura que alcanza el agua en la vasija o el agua que tienen en el vaso, y ante una barrera como esa (en la que fallan los conceptos básicos) lo único que puede hacer mi martirizada Sara es repetir las cosas por enésima vez y liarse a la hora de intentar buscar una manera alternativa de explicar sus ideas.

6to
AI
N3

E10: totalmente de acuerdo.. (E10 - 09:17:23 30/05/2007) D2

E17 estoy totalmente de acuerdo contigo, salvo en el hecho de tener que recurrir a la regla de tres, creo que podría simplificar sus explicaciones como tú bien has dicho, también pienso que entre pregunta y pregunta va muy deprisa y estoy casi segura que muchos no son capaces de seguirla ni de asimilar que es lo que están diciendo sus compañeros. Parece que Sara cada vez se pone más nerviosa y lo que hace (a mi forma de ver) es agobiar a los alumnos con tantas preguntas sin ni siquiera ella darse cuenta de que no están entendiendo los conceptos más básicos.

N1
13to
C+A

E15: clase (E15 - 18:47:18 31/05/2007) D2

Sara intenta introducir un nuevo concepto a los alumnos y para ello les plantea un problema. Es normal que a los alumnos les cueste porque no lo conocen pero ese es el fin. No creo que Sara pierda los nervios porque ella al plantear la clase así sabría a lo que se enfrenta. Pienso que se le está dando muchas vueltas a si Sara pierde los nervios y los alumnos van demasiado lentos pero es lo más normal al plantear la clase de esa manera y con ese ejercicio.

N3
14to
D+A

E14: objetivo de la clase (E14 - 14:08:51 25/05/2007) D2

Yo creo que el objetivo de la clase es que los alumnos entiendan, a partir de unas gráficas, la relación de proporcionalidad existente entre la unidad que han escrito en el eje de abscisas (en este caso el número de vasos) con la unidad

N1
8to
CI

que tienen en el eje de ordenadas (en este caso centímetros). Para ello, Sara intenta explicarlo sin utilizar las reglas de 3, para que entiendan que es una proporción lo que hay y que, así, no se limiten simplemente a utilizar un algoritmo sin saber por qué se usa. Pienso que Sara va guiando adecuadamente a los alumnos y, si hay un momento en que parece que no les deja suficiente tiempo para pensar las respuestas a sus preguntas, es para que ellos observen que hay una forma de obtener esos resultados inmediatamente, sin necesidad de ponerse a mirar en la gráfica que pasa cuando echan dos vasos, cuando echan 3 o cuando echan medio.

E17: manera de explicarlo (E17 - 21:23:11 25/05/2007) D2
Yo pienso que se va por los cerros de Úbeda al dedicar tanto tiempo a la interpretación de las gráficas cuando lo verdaderamente importante es trascribir la información de la propia gráfica a una expresión algebraica y ver el papel que desempeña la pendiente en todo esto. Quizás la mejor manera de ver esto no es como lo plantea Sara haciendo un trabajo en grupo sino simplemente explicándolo y poniendo varios ejemplos, una vez hecho esto podría formular ejercicios más difíciles para que los alumnos vayan saliendo a la pizarra a resolverlos entre todos y responder las dudas que hayan podido surgir

8to
CI
N1

.

E20: Aula (E20 - 01:36:41 27/05/2007) D2
En mi opinión, el sistema que emplea la profesora no me parece del todo adecuado porque empieza a hacer preguntas una tras otra a los alumnos sin que estos tengan tiempo para responder. Sería más adecuado plantear cuestiones, darles tiempo para que las analicen. Ya que según el documento de "características_principales_del_aula_que", el profesor debe establecer un equilibrio entre la información que proporciona y el pensamiento autónomo de los alumnos.

N3 10to
D+A

E7: Sistema (E7 - 21:43:40 28/05/2007) D2
Entre que la profesora va muy deprisa y los alumnos van muy lentos hay una descompensación tremenda. Ella ve tan clara la relación que hay que intenta que todos la vean, por eso hace muchas preguntas seguidas, porque quiere llegar a la proporcionalidad, pero no se da cuenta de que los alumnos se han quedado por el camino hasta que un alumno se lo dice, que aún están pensando en las preguntas anteriores mientras ella sigue preguntando. Una clase en grupo está bien, para que los alumnos vayan razonando ellos solos, pero la profesora debe tener más paciencia y dejarlos pensar un poco. No creo que pierda los nervios para nada, simplemente va siguiendo el hilo de los

N1 11to
D+A

razonamientos, sólo que un poco rápido para los niños.

E23: ritmo de la clase (E23 - 21:25:07 29/05/2007) D2
A mi parecer, el ritmo que emplea Sara a la hora de hacer las preguntas no coincide con el ritmo de comprensión de los alumnos, por lo que se llega a un punto de confusión tal, que Sara se ve obligada a dejar a los alumnos pensar individualmente unos minutos.
De todas formas sólo ha empleado 8 minutos y por lo menos ha conseguido dirigir la atención de los alumnos que estaban algo "espesos" hacia el objetivo de la clase

12to
CI
N1

E7: Ritmo de la clase (E7 - 15:08:19 30/05/2007) D2
Es verdad que Sara va deprisa, pero porque creo que quiere dirigir a los alumnos hacia donde ella quiere del modo más rápido posible, y cree que cuando le han respondido la primera pregunta ya pueden responder a todas las demás, porque son similares, pero no es así. De todas maneras, cuando se da cuenta de que no le siguen hace una pausa para dejarles pensar, eso es bueno, que se dé cuenta de que los alumnos no la siguen y se pare para dejarlos reflexionar.

N1
13to
C+A

E6: Ritmo de la clase (E6 - 00:13:14 01/06/2007) D2
La verdad que el ritmo de la clase va un poco ralentizada, quizás por la forma de preguntarles a los alumnos que es lo que quiere que obtengan mediante la pregunta: ¿Puedo escribir alguna expresión que me relacione la altura con el número de vasos de agua que hecho?
Hablar de expresiones y relaciones para los alumnos es un poco excesivo, Sara debería ser más concreta en sus preguntas.

N1
15vo
CI

E14: manera de explicarlo (E14 - 12:22:23 27/05/2007) D2
Pues yo creo que aunque no sea totalmente correcta sí me parece bastante adecuada la clase de Sara. La profesora plantea preguntas para que los alumnos piensen y no todo se lo diga ella, y así consigue llegar a un fin que es plantearles que piensen en cuál será la expresión algebraica en el problema de los vasos y las vasijas. Yo pienso que no es que se vaya demasiado por los cerros de Úbeda, sino que para empezar a dar las expresiones algebraicas los alumnos han de entender que esto es algo más que una formulita de x e y, y han de saber qué hay detrás de todo eso. De esta forma, los alumnos verán que igual que a partir de la expresión algebraica se puede obtener una gráfica también se puede obtener la expresión algebraica a partir de una

N3
10to
D+A

gráfica. En mi opinión, aunque la clase de Sara no sea del todo perfecta y yo no lo habría hecho así, creo que es una forma diferente de explicarlo y que está bastante acertada a la hora de hacer pensar y reflexionar a los niños para introducir un concepto nuevo.

E7: Clase perfecta (E7 - 21:54:35 28/05/2007) D2
Desde luego no existe la clase perfecta, ni la profesora perfecta ni los alumnos perfectos. La profesora se acelera un poco y a ellos les cuesta asimilar tanto razonamiento seguido, pero desde luego creo que en algún momento después de este vídeo llegaron a algo, y creo que vale la pena perder una clase de éstas para que los niños piensen un poco, y que no sea siempre la profesora la que les de todo hecho, como se ha propuesto por ahí. Cuando se está explicando un algoritmo es mejor que la profesora lo explique y que luego haga ejemplos, pero cuando se trata de entender conceptos nuevos y difíciles de asimilar, es mejor que sean los alumnos los que ayudados por la profesora, por supuesto, sean los que vayan enlazando los razonamientos y relacionando lo que ya saben con lo nuevo. Desde luego la clase de Sara no es perfecta, pero siempre será mejor que una clase de pizarra en la que les explique en 5 min lo que es la pendiente y a otra cosa mariposa.

N3 · 11to · C+A

E10: no hay clase perfecta (E10 - 09:24:09 30/05/2007) D2
Está claro que la clase perfecta no existe, ni la profesora ni los alumnos.. y también pienso que hacer clases en grupo es beneficioso para los alumnos, pero Sara debería de tener más paciencia y debería de tener en cuenta que en este tipo de clases debe de llevar un ritmo más lento que en una clase de pizarra, ya que sino los alumnos llega un momento en el que se agobian y pasan de ella, y esto al final tiene como consecuencia que este tipo de clases no sirvan para nada.

N1 · 13to · C
13to · D+A

E14: No existe la clase perfecta (E14- 14:04:21 30/05/2007) D2
Yo creo que dentro de lo que cabe Sara no lo hace muy mal. Puede que vaya un poco deprisa pero, aunque no sé de qué curso será este grupo, se supone que han de tener unos conceptos básicos aprendidos de otros años o lecciones anteriores y partir desde ahí. Sara tampoco se puede parar a explicar cosas que se supone que han de saber de hace más tiempo porque si no nunca se avanzaría ni se podría cumplir unos objetivos. Con esto no estoy diciendo que se intente llegar a un nivel pasando de que la gente se entere o no, sino que tampoco se pueden estar 2 semanas con el tema de las vasijas y el agua para que quede bien mascadito para todos los alumnos. Pienso que en

N3 · 13to · D+A

la clase se debe llevar un ritmo que sea un término medio de forma que la mayoría de los alumnos puedan seguir la explicación, pero sin que se vaya tan despacio que los alumnos salgan con un conocimiento demasiado pobre. Por esto, creo que el ritmo que lleva Sara no está demasiado acelerado para la complejidad del tema que está explicando y la edad de los alumnos. Va a ser imposible que el 100% de los alumnos se entere siempre de todo.

E7: Ir por orden (E7 - 19:52:59 31/05/2007) D2
Me parece bien como intenta llevar a los alumnos hacia la pendiente, pero a la hora de que vean la proporcionalidad debería haber llevado un orden. Me explico. Coge una sola de las gráficas y les pregunta por una vaso, cuanto sube, y ellos dicen 5. Luego debería preguntarles por 2, y aunque tarden esperar a que contesten, pues 10. Luego con 3, con 4...hacerlo despacio, y que se den cuenta que lo que se hace es multiplicar el número de vasos por cinco. Creo que les lía cuando pregunta por 1 vaso, luego por medio vaso, luego por 7 vasos...así a ellos les cuesta seguirla, si lo hiciera por orden y poco a poco lo verían mejor. Una vez que ya ven que lo que se hace es multiplicar por cinco, se les puede preguntar, que que pasaría si en vez de 3 ó 4 vasos tuviéramos x vasos, entonces es de esperar que dijeran que subiría 5*x de altura...entonces ya tendríamos la relación algebraica entre altura y volumen, y a partir de ahí se introduce la pendiente para una recta.

N3 14to CI

E6: Ir por orden (E6 - 00:06:38 01/06/2007) D2
Estoy totalmente de acuerdo, la profesora Sara debería haber sido mucho más clara explicando y guiando a los alumnos de esa forma, porque para los alumnos pasar de los ejemplos a la expresión algebraica por sí solos es muy difícil, y más si no están acostumbrados a tratar todavía con funciones.

N1 15vo C+A

E7: Proporcionalidad (E7 - 21:36:32 28/05/2007) D2
Yo pienso lo contrario, que lo último que importa aquí es la expresión algebraica de la gráfica. La profesora intenta hacerles ver que hay una relación de proporcionalidad entre los vasos de agua que vierte y la altura que alcanza el agua, y para ello intenta que lo vean tomando puntos de la gráfica, y en el momento que se da cuenta de que no lo ven, les pregunta por la expresión algebraica, pensando que a lo mejor así podrían darse cuenta una vez hallada la expresión de que hay una relación de proporcionalidad constante. Pienso que el problema viene del hecho de que los alumnos no saben lo que es la proporcionalidad o no lo relacionan con este problema, y por tanto, por mucho que la profesora intente llevarles por ese camino , no captan lo que la

N3 11to D+A

profesora les quiere hacer ver. Por otro lado, si la profesora les hubiera explicado que es la pendiente en clase, la mitad no lo habría entendido y la otra mitad no la habría escuchado, simplemente esperarían a ver como se resuelven los ejercicios y punto. La clase está bien planteada, pero los alumnos deben tener todos los conceptos ya vistos muy claros y no es el caso, creo yo.

E6: manera de explicarlo (E6- 03:29:47 29/05/2007) D2

N3 12to D+A

Yo no creo que se vaya por los cerros de Úbeda como dice E17, se necesita dedicarle el tiempo necesario que haga falta para interpretar las gráficas (saber interpretar gráficas es muy importante y a todo el mundo le tiene que quedar claro desde el primer momento), los alumnos tienen que saber por qué luego les va a aparecer la fórmula f(x)=m*x y entender que m es la razón de proporcionalidad entre las dos magnitudes, y observar todo lo que han hecho para llegar ahí. Si Sara simplemente lo explicase, se perdería la comunicación entre los alumnos y la profesora, además de no fomentar las distintas competencias matemáticas, ni tendrían confianza en sí mismos, ni aprenderían a comunicar, ni a razonar y perderían el interés al sólo tener que estar observando. No hay que darlo todo mascadito. Si les pones la fórmula directamente sí que no van a aprender nada. Y sólo con poner algunos ejemplos no basta para luego pasar a ejercicios más difíciles, Sara necesita saber que se les hace más difícil para racionar posteriormente la información, como pone en el documento de la competencia matemática: El profesor debe
- organizar el contenido matemático para enseñarlo (planificar) con unos objetivos en mente considerando las posibles estrategias que pueden usar sus alumnos,
• debe interpretar las producciones de los alumnos desde las cuales pueda realizar inferencias sobre el aprendizaje conseguido, y
• debe gestionar las interacciones en el aula (estudiantes, profesor, contenido) para intentar potenciar el desarrollo de la competencia matemática.

E2: manera de explicarlo (E2 - 13:44:57 29/05/2007) D2

N3 12to D+A

Lo que yo entiendo es que la profesora intenta que comprendan el concepto de proporcionalidad mediante gráficas, ejemplos, preguntas... Pero no se puede dar ejemplos de algo sin haberlo explicado antes. Los chic@s intentan seguir el ritmo de la profesora, (o al menos que la profesora lo piense), pero desde mi punto de vista no es recomendable hacer tantas preguntas seguidas sin dar tiempo para pensar, los chicos se abruman, no han contestado a una pregunta cuando ya les está haciendo otra. Toda información necesita procesarse y Sara lo ve tan claro que no les da el tiempo que necesitan. Yo tampoco habría hecho la clase así y aunque el método que ella utiliza no me parezca del todo malo no me parece el más provechoso para sus alumnos.

12to C

E16: Complejidad de la tarea (E16 - 15:58:22 29/05/2007) D2

N3 12to D+A

Aunque el método de Sara no es malo, ya que al principio parece ser muy eficaz:

"S: Y ahora sin mirar la gráfica, ni la botella, nada. Sin mirar nada, yo te pregunto... Siete vasos de agua, ¿qué altura produciría en la 3º botella?
Rosa: En la tercera botella ¿la altura?
S: Si.
Rosa: [no se entiende]
S: ¿por qué?
Rosa: Porque si un vaso de agua son un centímetro...[no se entiende]... porque son uniformes.
S: Porque son, ¿qué?
Rosa: Uniforme.
S: Uniforme. Bocio, ¿hay alguna proporción entre el volumen y la altura?
B: ¿de la tercera?
S: Si. De la que estamos hablando ahora.
B: .... Cada vaso aumenta un centímetro"

falla al utilizar un ejercicio "complejo": probablemente el haber comenzado con uno idéntico, pero que constase de una sola grafica hubiera dado mejores resultados, no llevando a confusión, que parece ser el problema que encuentran aquí los alumnos: Y si, además se hubieran puesto otros parecidos a continuación (y de uno en uno) el estudiante hubiera aclarado sus ideas cada vez más y hubiera ido cogiendo seguridad y agilidad también, lo que seguramente le haría estar ya preparado para un ejercicio de este tipo. Amén, por supuesto del concepto de proporcionalidad.

E23: confusión (E23 - 21:33:46 29/05/2007) D2

N1 12to CI

Personalmente pensaba que el concepto de proporcionalidad, aunque no es fácil, no supondría tanta dificultad para los alumnos. Pienso que ante la confusión creada por el problema, después de la reflexión, Sara debería intentar simplificar el concepto con ejemplos más sencillos

E7: Ejemplos (E7 - 21:29:57 29/05/2007) D2

N3 12to D+A

Pues yo creo que los alumnos de esa edad, entienden mejor las cosas cuando les enseñas un ejemplo y luego la teoría. Por ejemplo, si quieres enseñarles que la suma es conmutativa, le haces un ejemplo con numeritos para que lo vean y lo entiendan y luego les dices que eso se llama conmutatividad. En este caso la profesora quiere que vean que el volumen y la altura van relacionados por cierta constante, $V=k\bullet h$, y para ello quiere que lo vean con el ejemplito y con los numeritos para luego explicarlo en general y tengan clara la idea. Creo que es mejor así, porque los alumnos entienden mejor los ejemplos, y una vez entendido el ejemplo se puede generalizar. En este caso, una vez entendido como se relacionan la V y la h, se les puede explicar que es la pendiente en este ejemplo y que indica. Posteriormente se les explica en general el concepto de pendiente, teniendo ya ellos alguna idea de lo que es, visto el ejemplo.

E10: ejemplos (E10 - 09:29:18 30/05/2007) D2

N1 13to C+A

yo también pienso que lo mejor es primero mostrarles un ejemplo y sobre este ir mostrándoles la teoría, pero pienso que en este caso el ejemplo que ha buscado Sara les está resultando lioso, y pienso que Sara debería de darse cuenta que con este ejemplo no están entendiendo lo que ella quiere transmitir, y debería de pasar a otro más simple.

E7: Otro ejemplo (E7- 19:42:30 31/05/2007) D2

N3 14to D+A

Yo pienso que el ejemplo no es tan difícil, pero bueno, es verdad que al ver que se están liando debería de coger un ejemplo más sencillo, aunque si ya ha empezado con ese ejemplo cambiar la mentalidad de los alumnos hacia otro ejemplo puede ser complicado. Quizás desde un principio debería de haberse planteado ella misma otro ejercicio que para ellos resultara más fácil. Por ejemplo en vez de tres vasijas tres personas, que corren cada una a cierta velocidad, y en los ejes relacionar tiempo y distancia recorrida. Cuanta más velocidad lleva un individuo más inclinada es la recta, porque en menos tiempo recorre más distancia. Creo que este ejemplo podría resultar sencillo para ellos ya que trabajan con tiempo y distancia que son magnitudes que usan diariamente y el nuestro caso el volumen es algo más abstracto (a pesar de que Sara hace muy bien midiendo el volumen en vasos que es algo que pueden imaginar).

E6: Otro ejemplo (E6- 00:19:03 01/06/2007) D2

N1 15vo D+A

De todas formas con otros ejemplos más sencillos también se liarían de la misma manera, no es por el ejemplo, es el paso de trasladar el caso real de una situación que se puede dar en sus vidas cotidianas a un gráfica, y su interpretación.

E8: totalmente de acuerdo (E8 - 20:01:09 31/05/2007) D2
Yo creo también que Sara se estanca en sus explicaciones intentando hacer comprender algo a los alumnos de manera demasiado repetitiva, debería haber hecho algún ejercicio más completo y haber explicado la expresión algebraica y ver el papel que ésta desempeña y el concepto de pendiente, como muy bien a indicado E17 y a partir de ahí retomar su intento de hacer comprender a los alumnos qué significado tiene cada punto de la gráfica y las dimensiones de la misma.

N1 14to C+A

E16: Evitar la regla de tres (E16 - 19:20:49 26/05/2007) D2
Como comprobamos en la práctica de las entrevistas sobre razonamiento proporcional, la inmensa mayoría de los alumnos carece de la más mínima comprensión conceptual de este algoritmo; aún cuando lo utilizan eficazmente; lo tienen simplemente memorizado y resultaría muy difícil introducir la necesidad de comprender por qué funciona (como nos indica el documento "doc-competencia").
Luego, su uso, aunque sí contribuiría a una resolución satisfactoria del problema no podríamos decir lo mismo sobre su comprensión: Que sin duda es uno de los objetivos más importantes de todo profesor y cuyo cumplimiento repercute en todas las dimensiones de la competencia matemática del alumno. Es por ello que cualquier alternativa, por ejemplo la de Sara, al uso de este procedimiento, me parece acertada.

N2 9no AI

E7: No a la regla de tres (E7 - 21:47:53 28/05/2007) D2
Está claro que la regla de tres es un algoritmo que se les debe enseñar a los niños una vez que tienen claro el concepto de proporcionalidad, si lo que primero le enseñamos es a hacer la regla de tres, no recordarán nada más. En nuestro problema, no nos interesa para nada usar este método, lo que se pretende es que se den cuenta de la proporcionalidad, viendo que un vaso son 5cm, dos vasos serán 10 cm,...necesitan darse cuenta de que ahí hay algo, hay una relación! Y eso es lo que Sara intenta ver tomando tantos puntos de la gráfica. Quisiera saber cómo íbamos a introducir aquí la regla de tres, le quita toda la gracia a los razonamientos.

N3 11to C+A

E14: detrás de la regla de 3 (E14 - 00:40:40 29/05/2007) D2
Yo también creo que la cuestión aquí es que los alumnos entiendan el

N3 12to C+A

concepto de proporcionalidad a partir de las gráficas y viceversa, sin necesidad de utilizar la regla de 3. Si se dan cuenta que esta proporción es la que hay detrás del algoritmo de la regla de 3 pues perfecto. Pero como se les dijera desde el primer momento que esto tiene similitud a la regla de 3 no se molestarían en entender nada puesto que ya sabrían como resolver un ejercicio, que es lo único que les interesa.

E6: detrás de la regla de 3 (E6 - 04:13:28 29/05/2007) D2

Está claro que si Sara utiliza la regla de tres para hacer el ejercicio los alumnos no aprenderían nada y no se potenciaría ninguna de las competencias matemáticas, pero tampoco estaría mal después de hallar la razón de proporcionalidad de las gráficas y de obtener la expresión f(x)=m*x, explicar que con la regla de tres también pueden resolver sus preguntas que hace al final y entender el concepto de proporcionalidad que hay detrás, es una herramienta muy útil que deben de manejar correctamente.

N3 12to C+A

E7: NO A LA REGLA DE TRES (E7 - 20:24:11 31/05/2007) D2

Si fuera por mí, no les enseñaría nunca la regla de tres, creo que es dañina y todo. Cuando un alumno aprende y comprende el concepto de proporcionalidad y le enseñas la regla de tres...se terminó el razonar, para que van a razonar si tienen un algoritmo rápido y sencillo. Yo aunque tardaran más en hacer los ejercicios, exigiría siempre que usaran sus conocimientos de proporcionalidad para resolver los problemas en vez de la regla de tres, así fomentaría la comprensión conceptual de la proporcionalidad. Como dice en el documento de competencia matemática, "cuando los alumnos no tienen una comprensión conceptual de los algoritmos, les requiere que memoricen los pasos y que necesiten mucha práctica" que es lo que pasa cuando aprenden la regla de tres y olvidan lo que hay detrás y para qué sirve realmente. También dice que "Si los alumnos comprenden es más difícil que olviden algún paso o pueden ser más flexibles a la hora de aplicar los algoritmos en situaciones distintas", es decir, que si entienden todo lo que hay detrás y de donde sale este algoritmo, si luego cambia algo en el problema saben adaptarlo porque entienden las ideas en las que se basan los pasos del algoritmo. Por otro la dice dice "si un alumno memoriza los pasos de un algoritmo sin comprenderlo pero llega a manejarlo eficazmente, luego resulta muy difícil introducir la necesidad de comprender por qué funciona", es decir, que cuando aprenden cómo funciona y nada más, luego pasan de aprender por qué funciona para que y cómo, sólo la usan y punto. ¡No a la regla de tres!

N4 14to D+A

E14: La regla de 3 (E14- 21:30:03 31/05/2007) D2

Hombre, está claro que con que los alumnos conozcan la regla de 3 no basta. Han de comprenderla y conocer la proporcionalidad, así como resolver ejercicios sin utilizarla, ya que muchas veces es más rápido y más eficaz utilizar otros métodos. Pero yo creo que conocerla es importante y útil. Además, si un alumno conoce la regla de 3 pero no la entiende nunca podrá utilizar el algoritmo de la Regla de 3 inversa, ya que no sabrá en qué casos habrá que utilizarla. Ésta es otra razón para que se enseñe la regla de 3 a partir de la proporcionalidad, como una herramienta más a utilizar pero no la única.

N1 14to C+A

14to D+A

E23: ¿no a la regla de tres? (E23 - 22:43:51 31/05/2007) D2

Desde el punto de vista exclusivamente matemático, la regla de tres tal vez no sea beneficiosa, pero no hemos de olvidar que las Matemáticas es un área instrumental que ha de servir de herramienta a otras áreas como la Física y la Química, a las que sí les interesa muchas veces un algoritmo rápido y sencillo para resolver situaciones problemáticas

N1 14to D+A

E6: NO A LA REGLA DE TRES (E6 - 00:01:55 01/06/2007) D2

Sería un gran error no explicar la regla de tres porque es un procedimiento muy eficaz y sencillo, y como en todo, se buscan métodos que minimicen todo tipo de cosas, esfuerzo, tiempo, etc., y la regla de tres es el mejor procedimientos para cálculos proporcionales, y por eso es muy frecuente su uso. Aparte que los alumnos tienen que tener a su disposición todo tipo de herramientas, cuantas más mejor.

N1 15vo D+A

E12: No a la regla de tres (E12 - 11:26:50 30/05/2007) D2

Estoy de acuerdo con que no se debe abordar el problema con el objetivo de resolverlo y pasar a otra cosa, que es lo que se conseguiría utilizando la regla de tres, que los alumnos ya conocen de años anteriores, o deberían conocer, me parece que el objetivo es que comprendan la relación entre las magnitudes y la proporcionalidad, y si se les enseña que se puede resolver con una regla de tres, no harían otra cosa, además si para cada pregunta que hace Sara tienen que utilizar la regla de tres, no daría tiempo para nada.

N3 13to C+A

E1: Objetivos de la clase (2) (E1 - 14:03:46 30/05/2007) D2

Según el documento "El contexto de la clase del videoclip func3º", los objetivos de la clase son: - dotar de significado a la relación funcional entre

N2 13to AI

las cantidades de dos magnitudes, - traslación entre modos de representación: de la situación a la gráfica, de la situación y la gráfica a una expresión simbólica - la identificación de la pendiente de una recta (función lineal) como una razón entre dos cantidades de magnitud. El significado de "m" en f(x)=mx. Pero según la transcripción y también según el documento "El contexto de la clase del videoclip func3º"(pag.5) estas tareas no se llegan a desarrollar, por lo que acaba la clase y los alumnos siguen sin saber la relación que existe entre las gráficas y las expresiones simbólicas que se derivan de éstas.

M2: Tarea presentada por Sara (M2 - 23:39:51 30/05/2007) D2 PR

Y ¿Cuál es el objetivo de la tarea de las botellas? ¿qué relación existe entre este objetivo (planificado), la gestión de la clase y la competencia matemática que desarrolla Sara en su clase?

E1: objetivos de la clase (2) (E1 - 09:23:36 31/05/2007) D2 N1 14to CI

El ejercicio de las botellas está orientado a obtener los objetivos de la clase, pero finaliza la clase y Sara no ha introducido los elementos matemáticos de la pendiente y su ecuación. Por lo tanto puede ser que los alumnos al siguiente día no lo entiendan tan bien, porque se les han olvidado algunas cosas, que si lo hubiera introducido en esa clase

E6: objetivos de la clase (2) (E6 - 16:08:06 31/05/2007) D2 N1 14to D+A

No sabemos si se acaba la clase o no, el vídeo se corta cuando les deja dos minutos para pensar. Aparte si se acaba la clase porque los alumnos han ido más lentos de lo que Sara había supuesto en un principio no pasa nada, en la clase siguiente se continua, no hay centrarse en llegar al objetivo en un tiempo determinado (lo que dura una clase por ejemplo), sino en el camino por el cual llegas al objetivo. No se cumpliría el objetivo tampoco si llegas a explicar el significado de m en la fórmula f(x)=m*x si los alumnos no se están enterando de nada.

M2: aclaratoria (M2 - 16:41:47 31/05/2007) D2 PR

Los "elementos matemáticos de la pendiente y su ecuación" se están discutiendo en la clase precisamente para ser construidos y comprendidos por sus alumnos y alumnas.
La tarea de las botellas tiene un contenido matemático que interactúa con los estudiantes ¿Cómo gestiona Sara esa interacción?

E7: Objetivos respuesta (E7 - 23:15:19 31/05/2007) D2

¡Es imposible que lo introduzca en esa clase! Tiene dos opciones, o deja el ejercicio donde está, para que piensen en casa la relación entre volumen y altura, y al día siguiente siguen con el ejercicio, o lo introduce tal cual sin haber llegado a ninguna conclusión con las gráficas, y por lo tanto, no habría servido para nada el tiempo perdido con el ejercicio...Yo pienso que vale la pena perder unos pocos minutos de otra clase, con tal de que entiendan bien el concepto.

14to
CI
N1

Cadena 2. Debate 2. Dimensiones de la competencia matemática

E8: dimensiones de la competencia matemática (E8 - 17:01:00 23/05/2007) D2

En la clase de Sara podeos observar que se dan las siguientes dimensiones de la competencia matemática: Comprensión conceptual: Vemos como Sara intenta desarrollar esta dimensión, haciendo que los alumnos relaciones volumen y altura e intentando que saquen la proporción que hay entre ambas intentando que los alumnos razonen que hay una ecuación general para cada gráfica. Al final parece que algunos alumnos muestran cierta comprensión pero no llegan a ver clara la relación en general. Desarrollo de destrezas procedimentales: Esta dimensión creo que no se desarrolla en esta clase ya que el único procedimiento que se observa es que a partir de la gráfica y "a ojo" los alumnos sean capaces de a partir de un determinado número de vasos indiquen la altura que se alcanza en cada gráfica, no vinculan los conceptos aprendidos con ningún procedimiento para poder resolver problemas de este tipo.

Comunicar, explicar y argumentar matemáticamente. Para el desarrollo de esta dimensión vemos como Sara en su clase les da la oportunidad a los alumnos de, una vez dibujada la gráfica vayan explicando el significado de cada uno de los puntos de la función, preguntando el porqué de cada una de las explicaciones de los alumnos. Lo consigue vagamente aunque las argumentaciones matemáticas brillan por su ausencia.

C2. D2. Dimensiones
N3
6to
AI

E8: ...continuación... (E8 - 17:01:30 23/05/2007) D2

Pensamiento estratégico: capacidad de formular, representar y resolver problemas: Esta dimensión la intenta desarrollar Sara al final cuando les da 2 minutos a los alumnos para que piensen, cada uno con una gráfica cualquiera, cual sería la relación entre vasos y altura sin la necesidad de observar la gráfica, o lo que es lo mismo que busquen la ecuación de cada función y así una estructura general para este tipo de problemas, pero está por ver si los

N3
6to
AI

alumnos han sido o no capaces de hallarla.

Desarrollo de actitudes positivas hacia la capacidad matemática. Confianza matemática en uno mismo: Sara en un principio intenta que los alumnos cojan confianza explicando lo que van haciendo en cada momento y a la hora de contestar a sus preguntas para desarrollar así una actitud positiva hacia el aprendizaje de las matemáticas, pero creo que en el transcurso de la clase va perdiendo un poco los nervios lo que hace que los alumnos vayan perdiendo dicha confianza, llegando incluso a decirle uno de los alumnos que no les da tiempo para pensar.

E16: Desarrollo de destrezas procedimentales (E16 - 19:25:15 24/05/2007) D2

N3 7mo D+A

Supongo que cuando dices que va perdiendo los nervios te refieres a la parte:
"S: Señala dónde subiría un vaso, venga...... Ahí (refiriéndose a un punto en la gráfica que Rosa señala).... Señálalo. Me refiero al punto. Señala el punto.... (ahí). Y medio vaso,
¿dónde iría?
[...]
Aquí (señalando un punto en la gráfica)
S: Que no está recta, perfectamente recta. Pero si podemos aproximar. Subiendo arriba
dónde llegaríamos, ¿qué haría?
¿Y si hecho una cuarta de vaso?, ¿Y si hecho siete vasos?"

Sin embargo creo que sólo da esa impresión porque comienza a hablar más rápido y parece que la esté acribillando a preguntas; pero creo que el verdadero motivo de hacerlo es que la alumna no conteste fijándose en los ejes como lo hace (lo que requiere un mayor tiempo de respuesta), sino en la propia gráfica; pues para incentivar esto ya le ha hecho marcar cada uno de los puntos en la misma (La insistencia la atribuyo a la intención de que la alumna demuestre su agilidad de respuesta).

Al ver que no se cumplen esos objetivos sí que es cierto que cesa en el intento, como decía E8, haciendo que los alumnos pierdan esa confianza.

Sin embargo, lo que quería remarcar es que aunque es cierto que no se desarrollan destrezas procedimentales en los alumnos sí hay una buena "guía", por parte de la profesora, para que lo hagan.

Ya que el paso siguiente después de contestar correctamente a esas preguntas en base a la gráfica y fijando cada uno de los puntos, hubiera sido, sin duda, hallar las relaciones de proporcionalidad entre dichos puntos, lo cual claramente desarrollaría esta dimensión de la competencia matemática.

E5: comunicar, explicar y argumentar matemáticamente (E5- 21:00:33 27/05/2007)
D2
"el desarrollo de las capacidades de comunicar y explicar matemáticamente es un aspecto clave de la competencia matemática de los alumnos... Compartir su trabajo implica más que sólo "mostrar" el procedimiento seguido; implica explicar y justificar. En este sentido la comunicación es necesaria para construir competencia matemática." (doc.competencia)
Con este método del gran grupo todos los alumnos tienen libertad para intervenir, y lo hacen, aunque pienso, al igual que E8, que Sara no consigue que puedan argumentar matemáticamente, intenta llamar la atención sobre ello, como por ejemplo (con el "así lo diríamos"):
"Manoli: A cada 5 cm de altura un vaso.
S: Cada 5 cm de altura un vaso (repite lo que ha dicho Manoli) ¿Así lo diríamos?"
Pero no lo consigue, en pocas ocasiones los alumnos mencionan palabras como proporción, volumen...

N3 10to C+A

E18: dimensiones de la competencia matemática (E18 - 20:36:17 30/05/2007) D2
Estoy de acuerdo con casi todo lo que dice E8 en cuanto a las dimensiones que se potencian. Aunque discrepo cuando dice que no se potencia el desarrollo de destrezas procedimentales ya que lo que intenta Sara al final cuando dice que lo piensen para luego contestar inmediatamente, lo que está haciendo es que busquen ese método para saberlo directamente y hallarlo con una simple multiplicación. Por lo que creo que si se potencia esta dimensión

N3 13to C 13to D+A

E13: algunas de las dimensiones que potencia Sara (E13 - 13:25:06 31/05/2007) D2
Acerca de las dimensiones de la competencia matemática que se potencian en la clase de Sara, pienso que principalmente busca la comprensión del concepto de proporcionalidad por el modo en que gestiona la clase proponiendo una tarea abierta que no busca en principio el desarrollo de destrezas procedimentales.
Pienso que al término del video, cuando la profesora les plantea encontrar una forma para responder a todas sus preguntas sin necesidad de mirar la gráfica, está fomentando de alguna manera el pensamiento estratégico de los estudiantes, que identifiquen aspectos generales en situaciones diferentes(en este caso que establezcan la razón de proporcionalidad de las distintas gráficas).

N3 14to AI

Otra cadena. Debate 2.

E21: Influencia de la enseñanza para desarrollar las dimensiones (E21 - 16:33:11 29/05/2007) D2

Si observamos el documento "Características principales de las aulas que potencian el desarrollo de la Competencia Matemática", los aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las diferentes dimensiones de la competencia matemática:

• Tareas matemáticas propuestas:

En el gran grupo, la profesora Sara, expone en común los objetivos generales del ejercicio. La tarea propuesta es presentada por un representante de un grupo, la alumna que sale a la pizarra, que expone los resultados que ha obtenido su grupo. La tarea a realizar es la misma que en el pequeño grupo, razonar los procedimientos para alcanzar el objetivo final, la resolución del ejercicio y el uso adecuado de los conceptos matemáticos.

En la clase, la profesora hace que los alumnos empiecen poco a poco a relacionar conceptos, empezando por conceptos sencillos, por ejemplo analizar la gráfica punto a punto hasta obtener su significado, para ir aumentando la dificultad, como relacionar los conceptos de volumen y altura para llegar por fin a entender el concepto de proporcionalidad.

Otra cadena. D2
N3
12to
AI

E21: ... continúa (E21 - 16:33:39 29/05/2007) D2

• El papel del profesor:

Sara, en este caso, formula de manera análoga preguntas parecidas, que ha realizado anteriormente en el pequeño grupo, como: "...vamos a ver ¿las habéis dibujado todo rectas?" Sara ayuda a los alumnos a que dibujen de forma clara los conceptos que deben aprender. Realiza preguntas en general para que piensen, y preguntas concretas que van contestando todos los alumnos. En aquellos conceptos que no están del todo asentados, Sara, realiza más hincapié con el fin de aclarar las pequeñas dudas existentes. Realiza pequeñas modificaciones para apreciar si los alumnos entienden el procedimiento.

Si observamos el documento "Construyendo Comunidades de Discurso en las Clases de Matemáticas", lo que el profesor debe hacer es decidir cuándo y cómo introducir la notación y lenguaje matemático en las ideas de los estudiantes. En nuestro caso Sara, con su forma de llevar la clase cumple este punto cuando pretende que sus alumnos establezcan una escala con los ejes o cuando les pide que relacionen y hablen de vasos y centímetros. Por ello la profesora, en este caso Sara, tiene la responsabilidad y por tanto la tarea de que sus alumnos aprendan a expresarse con claridad y con propiedad, para que puedan comunicar su pensamiento matemático

12to
AI
N3

con coherencia a los compañeros, profesores y otras personas. Y además deben usar el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas con precisión.

E21: ... continúa (E21 - 16:34:09 29/05/2007) D2
• La cultura social del aula:
Un ejemplo que ilustra este punto es cuando la alumna Yolanda confunde las unidades de los ejes y dice: "Cada centímetro que sube aumenta...cinco".
Cuando Sara corrige estas expresiones, Yolanda y el resto de compañeros aprenden a usar un lenguaje matemático más preciso y, es más, no confundirán las medidas de los ejes (en nuestro caso centímetros y vasos). Este ejemplo también nos sirve para ver la potenciación de la corrección por parte de Sara del lenguaje que utilizan sus alumnos.
• Los "recursos matemáticos" como soporte del aprendizaje:
Los alumnos tienen que echar mano de conocimientos que han dado anteriormente para llegar a relacionar los datos que obtienen con la pendiente de la función. Supuestamente cuando dan el tema que abarca la clase de Sara, ya deben saber las características básicas de las funciones constantes, lineales y afines, por lo tanto conoce las definiciones de pendiente, punto de corte con los ejes de coordenadas, crecimiento y decrecimiento de una función, los puntos extremos, la simetría, la periodicidad, y deberían saber realizar tablas que hacen referencia a las funciones y realizar sus gráficas a partir de distintas expresiones.
• La equidad y la accesibilidad:
En la clase de Sara se ven claros ejemplos de cómo hace reflexionar a sus alumnos, y espera que alguno argumente su respuesta; la profesora escucha a sus alumnos y muestra respeto hacia ellos.
Hay un momento en el que una alumna dice: "No nos dejas tiempo para pensar!!!"; cada alumnos tiene el derecho comunicarse y expresar sus conocimiento y dudas, entonces es cuando Sara les da dos minutos para que piensen y respondan con rapidez a las preguntas que ha realizado. También se observa como Sara no descarta ideas ni las desprecia, siempre las inte

N3 12to AI

E21: ... continúa (E21 - 16:35:19 29/05/2007) D2
... siempre las intenta utilizar, bien para que el alumno se dé cuenta de su error, bien para que aporten nuevas ideas al tema.

N1 12to AI

M2: y la comunicación.. (M2 - 16:54:33 31/05/2007) D2

Estoy de acuerdo con sus aportes. Además es interesante ver el manejo que hace Sara de las intervenciones de sus alumnos y alumnas y sus preguntas direccionadas al contenido matemático de la tarea de las botellas. Un ejemplo es:

S: Señala dónde subiría un vaso, venga...... Ahí (refiriéndose a un punto en la gráfica que Rosa señala).... Señálalo. Me refiero al punto. Señala el punto.... (ahí). Y medio vaso, ¿dónde iría?

Rosa: Medio vaso ... (escribiendo en la gráfica)... Aquí (señalando un punto en la gráfica)

S: (hablando sobre la gráfica).... Llegaría un poquito... ¿qué problema hay ahí? ¿Qué Problema puede haber ahí?

Rosa: Que no está recta

S: Que no está recta, perfectamente recta. Pero si podemos....

PR

Cadena 3. Debate 2. El papel del profesor

E3: el papel del profesor (E3 - 12:42:20 25/05/2007) D2

según el documento "características principales de las aulas que potencian el desarrollo de la competencia matemática", el papel del profesor es el de seleccionar y proponer secuencias de problemas apropiadas, que los estudiantes la perciban como interesante y que les motive a realizarla. Tiene que compartir información para abordar los problemas, y facilitar un ambiente en clase en el que los alumnos trabajen individualmente y en interacción con otros para que discutan y reflexionen sobre sus respuestas y métodos. Me tengo que ceñir a la transcripción del video puesto que no lo he podido ver. La tarea propuesta pienso que es buena puesto que los alumnos tienen que trabajar con ella ellos solos y luego exponerla al gran grupo, la profesora también les da tiempo para que individualmente piensen las dudas que se les plantean, pero a la hora de plantear la tarea al gran grupo, la profesora creo que pierde un poco los nervios y va un poco rápido. leyendo la transcripción, sin estar yo en esa clase me ha puesto nerviosa, uff!! que agobio!! no puede pretender que los alumnos se pongan a pensar algo que ella les está intentando explicar y no entienden y menos con ese estrés. los alumnos terminarían de los nervios y al final dejarían la tarea.

C3. D2. El papel

N2 8to

AI

E14: papel de la profesora (E14 - 14:11:55 25/05/2007) D2

Yo no creo que la profesora pierda los nervios. Creo que lo que intenta es

N1 8to

agilizar el ejercicio para que los alumnos no se aburran y pasen de todo. Cuando hace varias preguntas seguidas, lo hace porque en contestar una se pueden contestar todas y no quiere que los niños se pongan a mirar en la gráfica que pasa con cada vaso, sino que se den cuenta de la expresión algebraica y lo sepan deducir inmediatamente.

D+A

E17: Sarita... (E17 - 21:27:42 25/05/2007) D2
Si los niños ni siquiera entienden la grafica (o lo hacen a duras penas) como crees que van a responder a las preguntas de Sara sin mirarlas? si ni siquiera se dan cuenta de que hay proporcionalidad entre vasos y altura hasta que lo dice Sara... yo creo que Sara sí que pierde los nervios pero porque previamente no ha sabido explicar con claridad que es lo que ella quiere, los alumnos están perdidísimos y Sara se desespera al no saber cómo hacerse entender

N1 8to D+A

E20: clase (E20 - 20:23:06 26/05/2007) D2
No creo que Sara pierde los nervios aunque veo que los alumnos no son capaces de pensar por si mismos ya que como dice "E17", no entienden la idea de proporcionalidad y solo siguen la idea de la profesora. Por lo tanto, esa forma tampoco es correcta para que los alumnos entienden la finalidad del ejercicio.

N1 9no C+A 9no D

E5: (Sara-nervios)-(alumnos-perdidos) (E5- 21:24:28 27/05/2007) D2
Creo que en el debate, se cuestionan dos cosas:
-Sara va deprisa, por eso los alumnos se pierden y no saben contestar
-Los alumnos están perdidos y Sara pierde los nervios.
Yo no creo ni que Sara pierda los nervios, ni que ellos no entiendan nada. Pienso que Sara intenta llamar la atención de los alumnos con sus preguntas, "agilizar" la clase, como dice Marisa. Los alumnos no están perdidos, es un problema nuevo y poco a poco lo van entendiendo...entre todos van llegando a la solución y a la comprensión de los conceptos.

N1 10to CI

E6: (Sara-nervios)-(alumnos-perdidos) (E6 - 04:02:59 29/05/2007) D2
Yo no creo que Sara pierda los nervios ni vaya muy deprisa, muchas veces recalca lo que dicen bien los alumnos para que eso quede realmente entendido (como cuando recalca que la altura es en centímetros, o cuando repite que 5 centímetros son un vaso) y cuando dicen algo mal se para para corregirles(como cuando una alumna dice: cada centímetro que sube aumenta cinco) y va preguntando a varios alumnos(Rosa que está en la pizarra, Bocio,

N3 12to D+A

Manoli, Yolanda...) durante el transcurso de la clase. Y que haga muchas preguntas al final del vídeo es para que se den cuenta de que hallando la razón de proporcionalidad pueden contestar a cualquier pregunta sin necesidad de ver la gráfica.

Tampoco creo que los alumnos no entiendan nada, poco a poco van entendiendo los conceptos y razonando, pero se nota que les cuesta bastante relacionar conceptos y tienen serias dificultades para razonar, por ejemplo, Rosa tiene dificultades para marcar los ejes e interpretarlos, se lían en saber cuantos centímetros sube un vaso y confunden altura y volumen (Yolanda: cada centímetro que sube aumenta cinco), Bocio entiende que hay una razón de proporcionalidad en una de las gráficas pero no deduce que las otras dos también tienen. Sin embargo, a pesar de todo esto, Sara consigue mantener la atención de la clase hablando todo el rato y preguntando, agilizando la clase y no volviéndose pesada, y logra, aunque lentamente, que los alumnos vayan entendiendo los conceptos y razonamientos, y los vayan relacionando.

E12: Sara-alumnos (E12 - 11:18:00 30/05/2007) D2

Creo que la forma de llevar la clase por parte de Sara es buena, creo que no agobia tanto a los alumnos, porque cuando hace las preguntas sin dejar que respondan los alumnos, es para que éstos se den cuenta de que no pueden ser preguntas difíciles, que lo único que trata es potenciar el interés de los alumnos por la tarea propuesta, y que entiendan el significado de proporción, o la razón entre dos magnitudes, en este caso la altura, y los vasos de agua. Sara intenta que los alumnos no se pierdan y se agobien con las tres gráficas, diciéndoles que miren una sola. En ningún momento me parece que Sara pierda los nervios, aunque los alumnos lo intenten, creo que es una forma de aumentar la atención y la disposición de los alumnos para resolver el problema, y así aunque estén un poco perdidos lo intenten.

N3 13to CI

M2: debate y comprensión matemática (M2 - 17:13:11 31/05/2007) D2

El debate contribuye a la comprensión de las nociones y conceptos discutidos en clase. Un ejemplo de ello es:

S: Cada 5 cm de altura un vaso (repite lo que ha dicho Manoli) ¿Así lo diríamos?
Alumno: .... al completar ....
Manoli:....[no se entiende lo que dice]
S: No lo entiendo.
Alumno: Si tienes un vaso que es de un cuarto de litro, esto es si lo metes entero. Pero si metes la mitad entonces no ....[Risas]
S: Pero vamos a ver, ... si estamos diciendo que echamos un vaso , echamos

PR

un vaso!.
Y si pongo medio vaso
¿qué pasaría si en vez de un vaso pongo medio vaso?, ¿dónde estaríamos con medio
vaso?. Medio vaso .... ¿Dónde subiría medio vaso?
Rosa: dos con cinco
Aún cuando sea "irrelevante matemáticamente" las intervenciones de los alumnos (as) (errores, omisiones)el docente puede ayudarse y ayudarlos a comprender sus producciones y tratarlos apropiadamente. El error es una ventana al pensamiento del alumno y alumna.

E23: utilidad de los errores (E23 - 22:52:25 31/05/2007) D2
Los alumnos de Sara cometen muchos errores.
Los errores casi siempre se han caracterizado como un aspecto negativo en el proceso de aprendizaje porque suponen un fracaso, pero pienso que el error es una herramienta importante en el proceso de la enseñanza de las matemáticas. Sara puede utilizar estos errores para que el alumno tome conciencia y aprenda de ellos. El alumno puede progresar al intentar descubrir dónde está el error y al formularle preguntas, comparar resultados y procedimientos para que identifique sus propios errores.
Puede resultar interesante utilizar el error como punto de partida en el proceso de aprendizaje y debe ser aceptado, no como un aspecto negativo, sino como parte esencial del proceso.

N3 14to CI

E7: Errores (E7 - 23:05:30 31/05/2007) D2
De los errores se aprende y lo que el profesor debe hacer es corregir a los alumnos. Como dice en los estándares 9-12, debe "organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación". Debe proponer tareas como ésta, en la que los alumnos tengan que comunicarse con los demás miembros de la clase, para que poco a poco cojan práctica y vayan consolidando su pensamiento matemático, y perfeccionando sus razonamientos y sus explicaciones, "comunicando con coherencia y claridad", debiendo ser la profesora la que los guíe y les corrija cuando crea conveniente.

N3 14to C+A

E7: Profesora (E7 - 15:05:45 30/05/2007) D2
La profesora no se desespera, simplemente quiere que relacionen lo que ya conocen con lo nuevo. Ella sabe que con los conocimientos que tienen los alumnos de temas anteriores, pueden llegar a entender con un poco de ayuda que hay una relación de proporcionalidad, y por eso les hace tantas preguntas,

N3 13to D+A

quizás un poco deprisa, pero se las hace porque sabe que si piensan un poco son capaces de responderlas todas. Lo alumnos no están tan perdidos, ya que ellos solos han conseguido dibujar las gráficas, simplemente se desconcentraron rápido. Entonces mientras piensan una pregunta, la profesora les propone otra y como piensan tan despacio no les da tiempo a contestar, pero no quiere decir que los chicos no tengan ni idea. Creo que si que saben interpretar la gráfica pero tienen que tomarse su tiempo para pensarlo y relacionar lo que les pregunta la profesora con la gráfica. Me parece bien como la profesora da la clase, simplemente hay que armarse de paciencia, porque los alumnos piensan despacio y se expresan muy mal, así que hay que saber que cuando uno se dispone a organizar una clase en la que los alumnos tienen explicar y razonar ellos solos, no siempre va a salir tan perfecta como gustaría.

E22: papel de la profesora (E22 - 20:15:01 29/05/2007) D2
Perder los nervios no los pierde pero si pienso que va demasiado deprisa para que a los alumnos les dé tiempo para pensar realmente lo que tienen que hacer, y al final se agobian y no entienden nada de lo que responden, a veces sería mejor perder más tiempo dejándoles pensar, si así consigue que por lo menos las respuestas que dan sean razonables, o no hacer tantas preguntas en tan poco tiempo.

N1 12to D+A

E4: papel del profesor y maneras de compartir la información para abordar el problema (E4 16:19:50 29/05/2007) D2
En el video clip podemos observar que Sara constantemente genera preguntas a sus alumnos y los encamina cada vez que no se entienden, introduciendo poco a poco conocimientos, realizando preguntas como las que a continuación siguen:
S: ¿Por qué son rectas?
S: ¿Qué significa este punto exactamente?...
S: Mira la gráfica. Aproximadamente, si te digo... en la primera botella, dos vasos de agua ¿qué altura producen?...
S: Cada vaso aumenta un centímetro (repitiendo). ¿Eso es una proporción, o no?. Si o no?
Rosa: Porque si un vaso de agua son un centímetro...[no se entiende]... porque son uniformes.
S: Porque son, ¿qué?
Rosa: Uniforme....
S: Uniforme. Bocio, ¿hay alguna proporción entre el volumen y la altura?
...

N3 12to D+A

Sara hace que sus alumnos vayan contestando a preguntas como las anteriores para que recuerden conocimientos, sin embargo deja poco tiempo entre las preguntas para que sus alumnos reflexionen sobre ellas y puedan contestarle, ya que es una tarea que deberían de haber pensado un poco antes, pero creo que se les debería dar un poco más de tiempo ya que los alumnos no poseen mucha agilidad a la hora de contestar.

E7: El papel de los alumnos (E7 - 23:10:51 31/05/2007) D2
Se habla del papel del profesor, pero no del papel de los alumnos. La profesora debe saber llevar la clase, pero si los alumnos no colaboran no se puede hacer nada. En nuestro vídeo hemos visto como los alumnos, a pesar de que al final no pueden de seguir el ritmo de la profesora, intentan colaborar, escuchar y responder a las preguntas en todo momento. Cuando ven que se están perdiendo, no dejan de atender, sino que avisan a Sara para que les dé tiempo para pensar. Son alumnos motivados, que quieren aprender. Esto es muy importante, que los alumnos quieran colaborar cuando se propone una tarea de grupo, en la que todos tienen que contribuir un poquito.

N3 | 14to | AI

Cadena 4. Debate 2. Competencia matemática
E5: competencia matemática (E5 - 20:37:50 27/05/2007) D2
En el documento doc.competencia, nos explica que:
"Desde la perspectiva de la enseñanza, es necesario especificar diferentes dimensiones que puedan ayudar a caracterizar el término "ser matemáticamente competente". La razón de esto es que el profesor debe:
- organizar el contenido matemático para enseñarlo (planificar) con unos objetivos en mente considerando las posibles estrategias que pueden usar sus alumnos,
- debe interpretar las producciones de los alumnos desde las cuales pueda realizar inferencias sobre el aprendizaje conseguido, y
- debe gestionar las interacciones en el aula (estudiantes, profesor, contenido) para intentar potenciar el desarrollo de la competencia matemática.
Pienso que, respecto al primer punto, Sara ha escogido un problema que trabaja con los los conceptos de proporcionalidad. Es un buen ejercicio para empezar a conocer las representaciones gráficas de distintas pendientes.
Supongo que Sara tiene en mente, después de resolver este ejercicio introducir una fórmula y plantear problemas más complicados. Como ya se dijo en el otro debate, Sara se centra más en trabajar la comprensión conceptual que en las destrezas procedimentales, al no exponer ningún método.
Respecto a los otros dos puntos, Sara aprovecha cada una de las

C4. D2. Competencia
10to
AI
N3

intervenciones de los alumnos para hacer preguntas sobre el ejercicio, (aunque no les deje apenas tiempo para pensar) que es lo que les hace llegar a su resolución. Con este método del gran grupo, potencia el interés de la clase, y crea un ambiente participativo.
Por tanto pienso que Sara sí que es matemáticamente competente ya que es capaz de conseguir desarrollar distintas dimensiones de la competencia matemática a la vez, como pensamiento estratégico o la comunicación.

E20: comprensión conceptual (E20 - 21:40:29 28/05/2007) D2
Estoy de acuerdo de que Sara intenta potenciar la comprensión conceptual de conceptos como: volumen, altura, pendiente de una recta, proporcionalidad y además tratando de hacer que los alumnos comuniquen sus argumentos y reflexiones sobre el problema haciéndoles preguntas.

N3 11to C

E22: competencia matemática (E22 - 20:23:29 29/05/2007) D2
Estoy de acuerdo en que el método que Sara usa en sus clases es matemáticamente competente, además de lo que ha dicho mi compañera, creo que Sara con este método hace que los alumnos pierdan la vergüenza de decir lo que piensan, este mal o bien, y son capaces de expresar sus ideas matemáticamente al resto de la clase.

N1 12to C+A

E11: continuación (E11 - 17:53:38 30/05/2007) D2
Por lo tanto, yo añadiría que uno de los aspectos que realmente más se potencia es el desarrollo de actitudes positivas hacia la capacidad matemática es decir, la confianza matemática en uno mismo

N3 13to CI

Cadena 5. Debate 2. Aspectos del rol del profesor

C5. D2. Aspectos

E1: aspectos del rol del profesor (E1 - 14:40:57 29/05/2007) D2
Según el documento "Construyendo comunidades de discurso en las clases", los aspectos que debe desarrollar el profesor en clase son :

N3 12to CI

1) formular cuestiones y tareas que inciten, impliquen y desafíen el pensamiento de cada uno de los estudiantes;
2) escuchar con cuidado las ideas de los estudiantes
3) pedir a los estudiantes que clarifiquen y justifiquen sus ideas de forma oral y por escrito:
4) decidir sobre cuáles de las ideas que los estudiantes plantean durante la discusión vale la pena profundizar;
5) decidir cuándo y cómo introducir la notación y lenguaje matemática en las ideas de los estudiantes;

6)decidir cuándo proporcionar información, cuándo clarificar una cuestión , cuándo modelar, cuándo apoyar, y cuándo permitir a los estudiantes luchar con una dificultad;
7) gestionar la participación de los estudiantes en las discusiones y decidir cuándo y cómo animar a cada estudiante a participar.
En mi opinión solo el primer punto se lleva a cabo porque creo que en los demás no se obtiene el resultado deseado. La profesora no deja que los alumnos expongan lo que han hecho, lo que han entendido y/o aprendido; hace muchas preguntas a los alumnos, pero sin orientarlos, es decir, los alumnos no saben a dónde quiere llegar a parar con esas preguntas(apartados 5) y 6))

E6: aspectos del rol del profesor (E6 - 15:56:34 29/05/2007) D2

Yo no creo que sólo se lleve a cabo el punto 1. También se fomenta el punto 2, ya que escucha todo lo que dicen, se detiene para que respondan a sus preguntas, y corrige todo lo que dicen. También se lleva a cabo el punto 3 ya que cuando los alumnos hablan y contestan les pregunta el por qué, pide a sus alumnos que vayan justificando todas las ideas que se están dando en la clase en sus respectivas libretas, cada uno con su gráfica particular. Aunque en el vídeo no se ve que introduzca lenguaje matemático, seguro que al final introduce la fórmula f(x)=m*x, llevándose a cabo el punto 5. Además también potencia el punto 6, va proporcionando la información adecuadamente, va recalcando que un vaso de agua alcanza 5 centímetros, va cambiando los vasos de agua echados para que vean que existe una proporción entre el volumen y la altura, luego introduce que hay una razón de proporcionalidad en la gráfica cuando pregunta a Bocio, y cuando hace muchas preguntas seguidas para que se den cuenta de que sabiendo la razón de proporcionalidad entre el volumen y la altura pueden resolver a todas sus cuestiones inmediatamente y se da cuenta de que no captan su idea, les deja dos minutos para reflexionar permitiéndoles luchar contra esa dificultad. También gestiona la participación en la discusión, punto 7, ya que durante toda la clase pregunta a varios de ellos (Bocio, Manoli, Yolanda, Rosa) decidiendo cuándo participen y con qué preguntas a cada uno de ellos.

N3 12to D+A

E22: aspectos del rol del profesor (E22 - 20:30:53 29/05/2007) D2

No estoy de acuerdo en que solo se lleve a cabo el punto 1, la profesora escucha todo lo que los alumnos le contestan(punto 2), también les hace que justifiquen las respuestas, no por escrito pero si oralmente(punto 3), cuando alguien dice algo interesante profundiza sobre ello (punto 4), y por ultimo

N3 12to D+A

también el punto 7, Sara pregunta a varios alumnos cuando ella quiere.

E1: aclaraciones (E1 - 13:20:56 30/05/2007) D2
No estoy diciendo que los puntos no los desarrolle la profesora, porque sí que los lleva acabo, pero no con un resultado creo que totalmente satisfactorio. Además no introduce la notación matemática (supongo que la introduciría más adelante) pero creo a los alumnos se les está "mareando" mucho con preguntas muy generales y no se introduce en ningún momento el motivo.

N1 13to CI

E7: Respuesta a la aclaración (E7 - 10:13:27 31/05/2007) D2
Es que el motivo de ´marear´ a los alumnos es que lleguen a entender la relación que existe entre las dos magnitudes, y hasta que no lleguen a entender eso no tiene sentido introducirles nada nuevo. Además no veo cuando debería introducir la notación matemática, si de momento está intentado que entiendan la gráfica, y que mirando la gráfica lleguen a alguna conclusión. Bastante es que ha conseguido que representen correctamente la información que obtienen de cada vasija en diferentes rectas.

N3 14to D+A

E18: aclaración (E18 - 18:22:23 31/05/2007) D2
Yo creo que con las preguntas generales te refieres a cuando Sara hace varias muy seguidas. Si es así, esas preguntas yo creo que están hechas con la intención de que los alumnos lleguen por si solos al "motivo", que es la relación de proporcionalidad (entre cantidad de agua y altura). Y las hace tan rápido porque como ella luego dice, en cuanto entiendan esta relación, podrán contestarlas tan rápido como las formula.

N1 14to CI

E7: aspectos del rol del profesor (parte 1) (E7 - 15:20:32 30/05/2007) D2
Sí que deja que expongan lo que han hecho, si no fuera así no los dejaría salir a la pizarra. De los puntos que tú indicas creo que se cumplen:
1) Formular cuestiones y tareas que inciten, impliquen y desafíen el pensamiento de cada uno de los estudiantes: ya que les hace preguntas sobre el tema para que reflexionen.
2) escuchar con cuidado las ideas de los estudiantes: creo que este punto también lo cumple, ya que escucha todo lo que dicen, y a partir de lo que ellos dicen y hacen va basando sus pregunta.
3) pedir a los estudiantes que clarifiquen y justifiquen sus ideas de forma oral y por escrito: bueno no les hace elaborar un informe escrito, pero sí que quiere que expliquen sus razonamientos.
5) decidir cuándo y cómo introducir la notación y lenguaje

N3 13to D+A

matemática en las ideas de los estudiantes: Creo que cuando les dice que busquen una expresión que relacione la altura y el volumen está buscando introducir dentro del problema el lenguaje de las matemáticas, otra cosa es que ellos no sepan hacerlo, pero ella intenta introducirlo. Además, cuando los alumnos dibujan las gráficas ya están introduciendo relaciones de la vida real mediante leguaje matemático (cuanto más estrecha la vasija más inclinación tiene la recta).

E7: Aspectos del rol del profesor (parte 2) (E7 - 15:20:57 30/05/2007) D2

N3 13to CI

6)decidir cuándo proporcionar información, cuándo clarificar una cuestión , cuándo modelar, cuándo apoyar, y cuándo permitir a los estudiantes luchar con una dificultad: en este caso creo que la profesora los va guiando con la información y las preguntas necesarias en cada momento y les deja tiempo para pensar cuando ve que ha ido muy deprisa. 7) gestionar la participación de los estudiantes en las discusiones y decidir cuándo y cómo animar a cada estudiante a participar: aquí pienso que ella deja que todos los alumnos participen, sin obligar, y dejando que cada uno se exprese cuando quiere, sin interrumpir a nadie, por supuesto. Además anima a una alumna a salir a la pizarra para que exprese sus ideas.

Cadena 6. Debate 2. La equidad

E4: La equidad (E4 - 15:04:54 29/05/2007) D2

C6. D2. Equidad
N3 12to CI

Como ya se mencionó en el debate anterior, Cada estudiante tiene el derecho de comprender lo que hace en matemáticas, de reflexionar sobre y comunicar sobre matemáticas. La comprensión no es privilegio de unos pocos de más nivel, de más competencia o de más base en matemática. Todos los estudiantes pueden mejorar su competencia matemática. Las tareas propuestas deben ser accesibles a todos los estudiantes. El papel del profesor y la cultura social del aula exigen escuchar atentamente lo que dice cada estudiante, mostrando verdadero interés por las ideas expresadas y su uso para tomar decisiones. De esta forma se muestra respecto por el estudiante y permite al profesor y a los compañeros conocer al estudiante como persona. Es un claro ejemplo del desarrollo que utiliza la profesora en esta clase, cuando por ejemplo:

"Alumno: Si tienes un vaso que es de un cuarto de litro, esto es si lo metes entero. Pero si metes la mitad entonces no....Sara: Pero vamos a ver,... si estamos diciendo que echamos un vaso, echamos un vaso! Y si pongo medio vaso ¿qué pasaría si en vez de un vaso pongo medio vaso?, ¿dónde estaríamos con medio vaso? Medio vaso.... ¿dónde subiría medio vaso? Rosa: dos con cinco". En este caso Sara hace reflexionar a sus alumnos, y espera que alguno argumente su respuesta.

Un ejemplo de equidad se puede ver en: "Alumna: No nos dejas tiempo para pensar!!!
Sara: Vamos a ver. Dos minutos. Siéntate Rosa, y dos minutos, eh! Dos minutos para que penséis seáis capaces de decirme con rapidez, responderme con rapidez a estas preguntas que estoy haciendo. ¿Está claro?"

E4: continuación (E4 - 16:06:06 29/05/2007) D2
Sara no descarta ideas ni las desprecia, siempre las intenta utilizar, bien para que el alumno se dé cuenta de su error, bien para que aporten nuevas ideas al tema. Un ejemplo en el que se aprecia esto es la siguiente parte de la conversación:
Sara: En los otros vasos no hay proporción?. En la primera no hay proporción entre el volumen y la altura. ¿Por qué no? Bocio: Sube dos centímetros.... [No se entiende]Susana:....... Es que con el mismo vaso siempre va a subir lo mismo!!! Bocio: [no se entiende] [Interacción entre varios alumnos que no se entiende]
Susana: Claro. Pero si la base del primero es más pequeña, pues tendrá que subir siempre lo mismo. No tendrá nada que ver (refiriéndose a algo que ha dicho su compañero). Sara: ¿Si? Estamos viendo.... Quizás tu problema es que no estamos comparando las tres a la vez. Estamos viendo independientemente una de cada una. Entonces la pregunta es ....Debajo de cada vaso, escribe ahora....Ahí, por ejemplo, en el primer vaso. ¿Un vaso a qué equivale?"

N3 12to Cl

E11: seguro que hay equidad? (E11 - 17:47:00 30/05/2007) D2
En este "método de trabajo" se debe fomentar, tal y como se ha visto en los ejemplos, la equidad. Pero también es cierto con este método es difícil valorar si todos los alumnos son capaces de aprovecharse de los conocimientos que se desprenden de la tarea. Es decir, es cierto que lo que se explica es común para todos (así todos tienen las mismas posibilidades) pero también ocurre que no todos los alumnos aprenden y asimilan los conceptos al mismo ritmo, así puede ocurrir que la profesora piense que ya se ha entendido porque el alumno de la pizarra lo ha entendido, pero en realidad haya alumnos rezagados.

N3 13to D+A

E7: Equidad (E7- 20:11:40 31/05/2007) D2
Tienes razón, pero esto también puede pasar en una clase de pizarra, en la que sólo habla la profesora. De hecho, en una clase en la que la profesora lo

N3 14to D+A 14to C

explica todo ella y los alumnos no intervienen habrá una mayor cantidad de alumnos que no asimilen conceptos, que en este tipo de clases, ya que en el video hemos visto que cuando trabajan todos juntos los alumnos no tienen miedo a preguntar lo que no entienden y a decir lo que están pensando. Dudo mucho que en las clases de pizarra los alumnos colaboren y pregunten mucho. La profesora crea un "sentimiento de comunidad en el que los alumnos se sienten libres de expresar sus ideas sin temor al ridículo" (como dice en los estándares 6-8) por lo que los alumnos tienen libertad de decir lo que están pensando, y la profesora puede ver cómo están los alumnos asimilando las cosas, bajando el ritmo de clase si ve que no avanzan. Cuando sólo habla ella sola, no sabe si los alumnos están entendiendo o no lo que se está tratando.

Cadena 7. Debate 2. Contexto curricular del video

E4: Contexto curricular del video clip (E4 - 16:14:45 29/05/2007) D2

Los alumnos deberían poseer los conocimientos básicos (vistos en anteriores cursos) para la resolución de este tipo de ejercicios, pero al observar el video clip vemos que no los recuerdan bien, porque aunque son capaces de representar las rectas que relacionan la altura y el volumen de cada vasija, y saben el significado de un punto cualquiera de esas rectas, no son capaces de reconocer el concepto de pendiente viendo las gráficas.

Para que sus alumnos lleguen a diversas conclusiones, Sara les va realizando preguntas y les pone ejemplos para que reflexionen e intenten recordar, nosotras aparte de esto cada vez que saliese un concepto nuevo lo definiríamos y escribiríamos (en la pizarra) empleando lenguaje matemático (mejorando a la vez los recursos matemáticos), además pondríamos ejemplos de esos conceptos

C7. D2. Contexto
N3
12to
AI

E14: Recordatorios y lenguaje matemático (E14 - 18:37:40 29/05/2007) D2

Yo creo que eso de definir los conceptos nuevos y recordarlos está muy bien, pero que es algo que en la práctica acabaría por no hacerse, ya que los alumnos tienden a olvidarse de todos los temas anteriores de los que ya se han examinado, y es un poco pesado escribir todo los conceptos relacionados con el tema que se esté dando cada vez.

Por otro lado, en cuanto al lenguaje matemático está bien potenciarlo entre los alumnos, pero éstos tienden a liarse y a expresarse aún peor cuando lo utilizan. Pienso que habría que ir introduciéndolo para que se vayan acostumbrando, pero explicarlo también en palabras con las que a todo el mundo le quede claro, porque si no sólo ayudaríamos a que entendieran menos aún.

N3
12to
D+A

E20: lenguaje matemático (E20 - 08:57:04 30/05/2007) D2
Es importante que los alumnos se acostumbren al lenguaje matemático ya que muchas veces a la hora de expresarse les cuesta mucho, pero también es cierto que es mejor que la profesora explica los problemas con un lenguaje más sencillo para que entiendan los conceptos.

N1 13to C+A

E6: Contexto curricular del video clip (E6 - 04:24:23 30/05/2007) D2
No son capaces viendo las gráficas de reconocer el concepto de pendiente porque todavía no lo han dado. No creo que Sara esté intentando que recuerden conceptos, quiere ver si ellos solos son capaces de darse cuenta de la importancia de la razón de proporcionalidad.
Definiendo formalmente conceptos no creo que sea la mejor forma de que los alumnos aprendan, si ya vemos como les está costando el ejercicio del vídeo, añadiendo conceptos y lenguaje matemático sobrecargaría y liaría más a los alumnos.

N3 13to D+A

E7: Objetivos de la clase (1ª parte) (E7 - 14:12:59 30/05/2007) D2
Según el documento ´Contexto de la clase´ los objetivos a cumplir son:
-Dotar de significado a la relación funcional entre las cantidades de dos magnitudes: En este caso, creo que la profesora ha conseguido que los alumnos vean que hay una relación entre el volumen de agua que se vierte y la altura que alcanza en una vasija. Ellos solos se han dado cuenta de que cuanto más estrecha es la vasija más sube el agua.
-Traslación entre modos de representación: Yo pienso que aquí también ha conseguido, con la información que conocen referente a cada vasija, que hagan la gráfica de una recta, dependiendo la inclinación de como de estrecha sea la vasija, cuanto más estrecha más inclinada. Y esto también han conseguido hacerlo ellos solos. Sin embargo a la hora de hallar la expresión algebraica que relaciona las dos magnitudes, o los alumnos no saben hacerlo o la profesora no ha conseguido hacerles entender lo que está pidiendo cuando dice: ´¿Puedo escribir alguna expresión que me relacione la altura con el número de vasos de agua que hecho?´. Yo creo que la pregunta está bastante clara, pero quizás para los alumnos hubiera sido mejor decirles algo así como...´quiero la ecuación de la recta que has obtenido´ o...´quiero una expresión en la que si tienes el número de vasos puedas sustituir y sacar a altura´...no sé, algo así, ya que teniendo en cuenta lo que les cuesta a los alumnos comprender las cosas, hay que preguntarle las cosas bien claras.

N4 13to CI

E7: Objetivos de la clase (2ª parte) (E7 - 14:13:53 30/05/2007) D2
Continúo con los objetivos:
-La identificación de la pendiente de una recta (función lineal) como una razón entre dos cantidades de magnitud. El significado de "m" en f(x)=mx: Desde luego, no sé lo que pasó después del vídeo, pero por lo que hemos visto, ni siquiera han obtenido la expresión de cada recta, menos van a saber lo que es la pendiente. Suponiendo que al final llegarán a sacar la ecuación, entonces la profesora les explicaría que en esa expresión que han obtenido, el número que acompaña a la x es la pendiente, y que mide en cierto grado la inclinación de la recta.
Como conclusión, creo que ha conseguido cierta parte los objetivos de la clase, pero no el principal, que es que lleguen a entender el concepto de pendiente, sin embargo, siguiendo por el camino que la profesora los lleva, aunque despacio, al final poco a poco llegarían a comprender el concepto de pendiente.

N4 13to CI

E7: El pequeño grupo y el gran grupo (E7 - 22:58:48 31/05/2007) D2
Me parecen bien, las clases en las que todo el gran grupo colabora ya que todos aprenden de las ideas de todos, pero en rasgos generales pienso que en el pequeño grupo se trabaja mejor. Pienso que los alumnos están más cómodos expresando sus ideas delante de un grupo de 4 personas que delante de toda la clase. Además en el pequeño grupo la profesora puede centrarse cierto tiempo para cada grupo y aclarar ideas y corregir a los alumnos más concretamente que si el grupo es toda la clase. De todas maneras, si primero se ha trabajado en pequeño grupo para resolver un ejercicio y después se exponen las ideas y se comparten los resultados para toda la clase, obtenemos los beneficios de ambos métodos.

N4 14to CI

E14: Pequeño grupo y gran grupo (E14 - 23:51:58 31/05/2007) D2
El pequeño grupo está bien a la hora de explicar las ideas de cada alumno y argumentar porque ellos se sienten más seguros y porque Sara los puede atender más individualmente según las atenciones de cada uno. Pero, también, en el pequeño grupo Sara se tiene que dividir entre todos los grupos que haya en la clase, por lo que les ha de dedicar poco tiempo a cada uno. Sin embargo, en el gran grupo como todos van a la vez, ninguno se quedaría más rezagado y los alumnos podrían ir preguntando dudas según se les vayan ocurriendo.

N1 14to D+A

Otra cadena. Debate 2

M2: Evidencia empírica (M2 - 01:40:43 31/05/2007) D2

Es interesante seleccionar y justificar del documento transcripción:Func3º-2, aquellos segmentos que sean representativos de la relación entre: el desarrollo de la competencia matemática (dimensiones) y las características de la gestión de la enseñanza de Sara. Por ejemplo:

Otra cadena. D2
PR

M2: evidencia empírica (M2 - 01:46:08 31/05/2007) D2

Por ejemplo con el segmento siguiente: "S: La pregunta es, sin necesidad de ver la gráfica... vosotros tenéis la gráfica ahí,.. y os puedo preguntar.... Cada uno, sois capaces de mirar, si os digo en cada botella... Con 5 vasos de agua, o con 2 vasos de agua, ¿la altura a la que llega? Susana, ¿tú eres capaz de verlo en tu botella? Por ejemplo, en la primera botella. Mira en tu gráfica. Mira la gráfica que has hecho. Mira la gráfica. Aproximadamente, si te digo... en la primera botella, dos vasos de agua ¿qué altura producen?" ¿qué promueve Sara y por qué?, ¿qué características tiene su gestión de clase y por qué? y ¿qué relación existe entre las dos preguntas anteriores y por qué?

PR

E14: evidencia empírica (E14 - 19:40:22 31/05/2007) D2

Sara intenta que los alumnos se den cuenta de la altura que sube según los vasos de agua que eches y sabiendo la proporcionalidad existente en cada gráfica, no hace falta mirarlas.

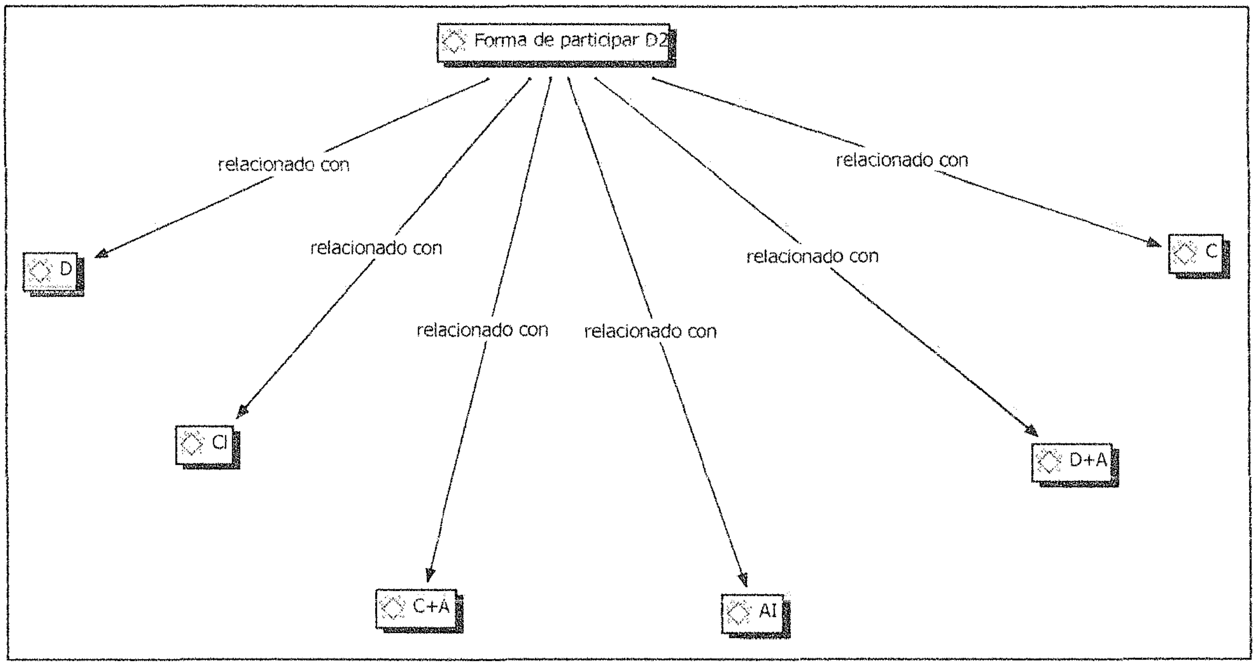
N1 14to CI

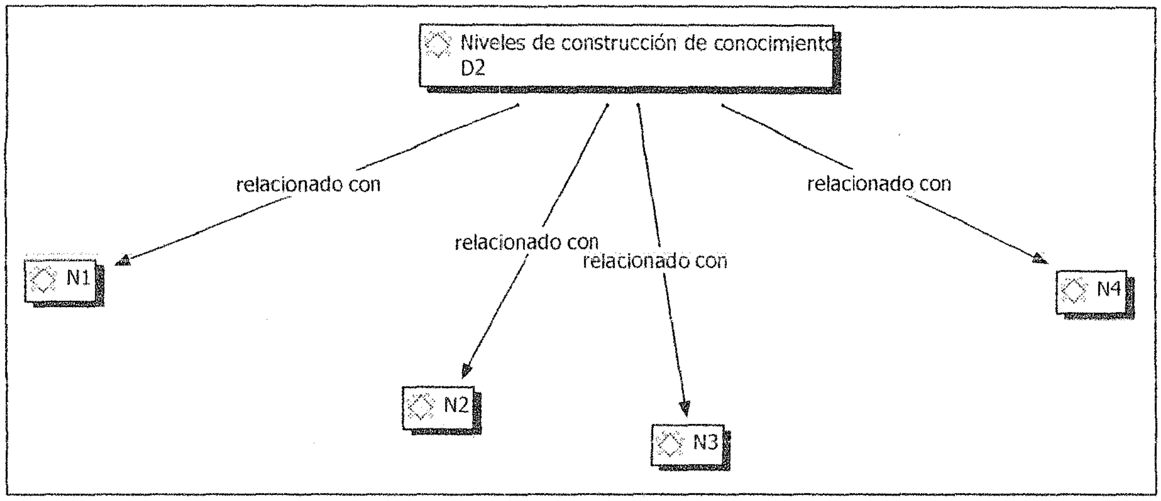
E7: Respuesta (E7 - 19:58:00 31/05/2007) D2

Sara intenta que vean que existe una relación de proporcionalidad entre la altura y el volumen, más concretamente que la altura es una constante por el volumen h=V*k, y por eso les pregunta tantas veces con varas cantidades de volumen, para ver si se dan cuenta de que siempre se multiplican los vasos por el mismo número (la constante de proporcionalidad). Sin embargo, yo creo que si quiere que vean la proporcionalidad, en vez de preguntar por 5 vasos o 2 vasos debería preguntar por uno, y a partir de ahí ir subiendo poco a poco, para 2, para 3,...Así ellos verían mejor que siempre multiplican por la misma constante.

N1 14to CI

1


Forma de participar D2
relacionado con
relacionado con
relacionado con
relacionado con
relacionado con
relacionado con
D
CI
C+A
AI
D+A
C


Niveles de construcción de conocimiento
D2
relacionado con
relacionado con
relacionado con
relacionado con
N1
N2
N3
N4