

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE CIENCIAS
POSTGRADO EN FÍSICA FUNDAMENTAL
CENTRO DE FÍSICA FUNDAMENTAL

UN MODELO DE OCCAM PARA NUCLEOS COMETARIOS

www.bdigital.ula.ve

Trabajo de grado presentado ante la ilustre

Universidad de los Andes

para optar al título de:

Magíster Scientiae en Física Fundamental

Presentado por:

Lic. Eduardo de J. Rondón, B

Tutor:

Dr. I. Ferrin

2008

Mérida Venezuela

Reconocimiento

Agradecimientos

Quiero agradecer principalmente a mi Dios todo poderoso tú que me has dado vida, sabiduría, discernimiento y paciencia, y valla que la necesite. Por tu amor incondicional para conmigo. Gracias por darme tantos momentos del cual aprender.

A mis padres Eduardo de Jesús Rondón Graterol y María Lourdes Briceño de Rondón por su apoyo y amor incondicional en los momentos en que más lo necesitaba.

A mis queridos hermanos Ramón Darío y María Lourdes gracias por sus sonrisas y alegría, siempre los llevo conmigo. Que este logro sea un estímulo de lucha también para ustedes. A veces las cosas no son fáciles pero el que persevera vence. Los quiero mucho.

A mi abuela Aura, mis tias: Dalia y Marina, a mi prima Desiree y Diego siempre las llevo en mi corazón nunca olvidare tantos momentos que compartimos juntos.

A mis abuelos Carlos y mama Ana gracias por el apoyo dado a mis padres mis hermanos se les quiere mucho.

A mis tias: Reina, Carolina, Cecilia, Odalis y a mi tia madrina Teresa gracias por su apoyo para conmigo mis padres y mis hermanos. A mis tios: Gustavo, Wilmer, y a mi tío Rafael por su apoyo en esos momentos difíciles para mi.

A mis primos Wilmer José, Joel Ramón, Jehan Carlos, Jehannel, Alis, Aracelis y tantos otros que han estado siempre acompañándome.

A mis panitas y amigos: Nadia, Dayana, Silvana, Johanna, Javier, Pipo, Bernardo, Keiffer, Miguel Soto, Rafael, José Luis, Sandra, Carlos Cedeño, Freddy Ramirez, Fabiola, Paula, Freddy Fernandez, Carlos Ramirez, Orlando, Menjamín y tantos otros que ahora no me acuerdo, jeje, pero que de alguna manera pertenecen a mi mundo.

A todos mis estudiantes que han contribuido al fortalecimiento de mí como persona y como profesional. Gracias nunca los olvidaré.

A la prestigiosa Universidad de Los Andes, al Postgrado de Física Fundamental y a todos los miembros que allí laboran principalmente al Dr Nelson Pantoja que mas que un Profesor fue un amigo, gracias. Al Laboratorio de Caos y Sistemas Complejos a todos los caóticos y al Dr Mario Cosenza por facilitar las computadoras a través de las cuales realicé los cálculos hechos para esta tesis. Muy especialmente al Dr Ignacio Ferrín, mi tutor, pionero de las curvas de luz mostradas en esta tesis y creador de parámetros como la edad cometaria, gracias por ser un guía en la misma.

Al centro de Investigaciones de Astronomía (CIDA) junto al Ministerio del Poder Popular para la Ciencia y Tecnología por haber facilitado las observaciones mostradas en esta tesis.

A Jae-Heon Kim del Instituto de Astronomía y Ciencia del Espacio de Corea (KASI) y muy especialmente al Dr Yan Fernandez de la Universidad Central de la Florida (UCF) por su colaboración prestada en la obtención de artículos de vital importancia para la realización del modelo.

www.bdigital.ula.ve

Resumen

La curva de luz cometaria es de gran importancia ya que esta nos da una relación de la magnitud visual reducida del cometa a lo largo de su órbita. Se ha encontrado que esta magnitud depende de: a) La inclinación del eje de rotación del cometa, b) la composición química, c) la conductividad térmica y por ende de su porosidad. La curva de luz nos da información de ciertos parámetros físicos como son el punto de encendido y apagado del cometa, el tiempo de actividad de este, el diámetro del núcleo, y su edad, entre otras cosas, de allí su importancia en nuestro estudio.

En este trabajo realizamos un modelo con el menor número posible de parámetros aplicando así el Principio de la Hojilla de Occam. Este principio se debe al fraile franciscano inglés del siglo XIV Guillermo de Ockham y el cual hace referencia a un tipo de razonamiento basado en la premisa: “En igualdad de condiciones la solución mas sencilla es probablemente la correcta”. Nuestro modelo permite predecir la sublimación de material cometario a lo largo de su órbita para distintas inclinaciones del eje de rotación y distintas composiciones químicas. Se basa en el artículo publicado por Cowan y A’Hearn (1979), en el cual se toma en cuenta la inclinación del eje del cometa, ángulo formado entre el eje de rotación y la dirección al sol, contrariamente a muchos otros modelos disponibles en la literatura en el que solo consideran un eje perpendicular al plano orbital. Después del artículo de Cowan y A’Hearn no ha habido ningún intento de modelaje de las curvas de luz seculares de los cometas.

Adicionalmente a esto nos basamos en el artículo de Sekanina (1979), en el cual se define la oblicuidad, ángulo entre la normal al plano orbital y el eje de rotación, estudiando el comportamiento de la sublimación como función de este parámetro. Debe haber conservación del momento angular a lo largo de la órbita del cometa, por ende esta oblicuidad debe ser mantenida a lo largo de su órbita. De esta forma para cada distancia heliocéntrica calculamos su anomalía verdadera y su inclinación, pudiendo así calcular la sublimación de material cometario y la magnitud en cada punto de la órbita.

Adicionalmente, se realiza una serie de predicciones de la temperatura en función de la latitud del cometa, calculando de esta forma la distribución de temperatura en el núcleo a medida que cambia la distancia heliocéntrica. Observamos que para distancias

cercanas al Sol la temperatura en la superficie del cometa tiende a termalizarse (temperatura constante en toda la superficie del cometa), debido a la sublimación que experimenta a estas distancias. Se calcula la tasa de sublimación como una función de la latitud cometaria observándose en que la sublimación es prácticamente constante a medida que nos acercamos al punto subsolar cuando el cometa se encuentra en las cercanías del Sol. Se aplican estos resultados a los cometas C/1996 B2 Hyakutake y 67P/Churyumov-Gerasimenko.

www.bdigital.ula.ve

INDICE

AGRADECIMIENTOS.....	II
RESUMEN.....	IV
INDICE.....	VI
CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN	1
1.1 DEFINICIÓN Y CARACTERÍSTICA DE UN COMETA	1
1.2 OBJETIVOS DEL TRABAJO.....	3
CAPITULO 2: CURVA DE LUZ DE COMETAS.....	4
2.1 CURVA DE LUZ DE COMETAS.....	4
2.2 PARÁMETROS DE LA CURVA DE LUZ DE UN COMETA	8
2.3 INFORMACIÓN ADICIONAL A LOS PARÁMETROS	11
2.3.1 Diámetro del Núcleo.....	11
2.3.2 Tiempo de vida del cometa.....	11
2.3.3 Albedo geométrico.....	12
2.3.4 Albedo de Bond.....	12
2.3.5 Variación del punto de encendido.....	13
2.4 RELACIÓN DE LA CURVA DE LUZ CON LA TASA DE SUBLIMACIÓN DEL COMETA	14
CAPITULO 3: MODELOS COMETARIOS	16
3.1 MODELOS COMETARIOS.....	16
CAPITULO 4: FACTORES QUE AFECTAN LA SUBLIMACIÓN COMETARIA. 18	
4.1 FACTORES QUE AFECTAN LA TASA DE SUBLIMACIÓN DE UN COMETA. 18	
4.2 LA ORIENTACIÓN DEL EJE DE ROTACIÓN	18
4.3 LA COMPOSICIÓN QUÍMICA	20
4.4 LA CONDUCTIVIDAD TÉRMICA.....	22
CAPITULO 5: CÁLCULOS	24
5.1 TASA DE SUBLIMACIÓN COMETARIA CONSIDERANDO DISTINTAS INCLINACIONES PARA EL COMETA.....	24

5.2 CÁLCULOS	25
5.3 PRESIÓN DE VAPOR CONSIDERADA POR WASHBURN	27
5.3.1 Resultados.....	31
5.4 PROCEDIMIENTO PARA LA CONSTRUCCION DE LA CURVA DE LUZ COMETARIA.....	35
5.5 CALCULOS PARA LA LATITUD COMETOCENTRICA DEL PUNTO SUBSOLAR.....	42
5.6 CALCULO DE LA CURVA DE LUZ DEL COMETA HYAKUTAKE PARA $I=90^{\circ}$	46
5.7 CURVA DE LUZ PARA EL COMETA HYAKUTAKE VARIANDO LA OBLICUIDAD...61	
5.8 MODELO DE POLVO PARA LA CURVA DE LUZ DEL COMETA HYAKUTAKE.....66	
5.9 CALCULO DE LA CURVA DE LUZ DEL 67P/CHURYUMOV-GERASIMENKO.....68	
5.10 MODELO DE POLVO PARA LA CURVA DE LUZ DEL COMETA CHURYUMOV- GERASIMENKO.....	72
CONCLUSIONES.....	74
APENDICE.....	77
REFERENCIAS.....	80

www.bdigital.ula.ve

Capítulo 1: Introducción

1.1 Definición y característica de un cometa

Un núcleo cometario es un cuerpo formado por una mezcla de hielos y polvo que gira entorno al Sol. A diferencia de los asteroides los cometas son cuerpos sólidos compuesto de material que se subliman en las cercanías del Sol. A medida que este se acerca la radiación solar es cada vez mas intensa en su superficie aumentando de esta manera su temperatura superficial y causando la sublimación de material volátil. De esta manera se forma la coma del cometa que no es otra cosa que una atmósfera que lo envuelve. A medida que este se acerca al Sol el viento solar azota la coma formándose dos colas o cabellaras, una de polvo y la otra de gas ionizado (Figura 1).



Figura 1. Fotografía del cometa Hale Bopp en el cual se muestra la cola de polvo y la cola de gas (tomada por el aficionado Pablo Lonnie Pacheco www.mega-cosmos.com)

La cola de polvo es una cola curvada la cual retiene parte de la inercia orbital, alineándose entre la cola principal y la trayectoria del cometa. Está formada por partículas de polvo arrancadas de la superficie del cometa por la presión de la sublimación. La cola de gas o iónica (principal) es de forma rectilínea en dirección opuesta a la dirección del Sol y es causada por la presión de radiación que ioniza las moléculas de la coma, adquiriendo carga eléctrica. Los campos magnéticos del viento solar arrastran lejos de la coma dichas moléculas formando de este modo la cola iónica.

Los cometas están compuestos por una serie de hielos, principalmente agua (H_2O), dióxido de carbono (CO_2) o hielo seco, metano (CH_4) también conocido como gas natural y amoníaco (NH_3), además de hierro, magnesio y silicatos. El hielo es el estado cristalino congelado de una sustancia. En nuestro trabajo haremos hincapié en los hielos que presentan mayor abundancia en la superficie cometaria como son el agua (H_2O) y el dióxido de carbono (CO_2), ya que además son los más volátiles y de esta forma presentan una mayor contribución en la sublimación de material cometario.

Los cometas provienen principalmente de dos lugares: La nube de Oort situada entre 50.000 y 100.000 UA y el cinturón de Kuiper localizado mas allá de la orbita de Neptuno. Los cometas de periodo largo tienen su origen en la nube de Oort, mientras que los cometas de periodo corto se originan en el cinturón de Kuiper. Estos se piensa que contienen la composición de la nebulosa primitiva, de allí la importancia en su estudio. Los asteroides tienen un origen distinto ya que son formados mucho mas cerca del Sol donde es mucho mas cálido. Por esto se piensa que los asteroides son mucho mas evolucionados que los cometas. Se piensa que algunos asteroides son los remanentes de cometas, ya que el cometa pudo sublimar todo el material volátil disponible en su superficie quedando al final solo un núcleo sin actividad.

1.2 Objetivos del trabajo

- Ya se han publicado cuatro artículos sobre las curvas de luz seculares de los cometas (Ferrin 1,2,3,4) sin embargo no hay hasta el momento un modelo que sea capaz de explicarlas. El objetivo de esta tesis es hacer un primer intento de modelar dichas curvas de luz.
- Desarrollaremos un modelo físico con el menor número de parámetros, que me permita calcular la tasa de sublimación de material cometario a lo largo de su órbita, aplicando así el principio de Occam.
- Estudiaremos el efecto de la inclinación del eje de rotación del cometa sobre la tasa de sublimación del mismo.
- Se estudia los efectos de la temperatura con respecto a la distancia heliocéntrica
- Se realizarán cálculos ya hechos por otros investigadores como (Cowan & A'Hearn, 1979), (Sekanina, 1979), para verificar nuestro modelo, y se estudian artículos de (Weissman, 1980), (A'Hearn & Thurber, 1977).
- Realizaremos comparaciones pre-perihelicas de las curvas de luz de (Ferrín, I., 2008) para distintos cometas, considerando distintos albedos visuales e infrarrojos para el caso estudiado en (Cowan & A'Hearn, 1979) en que $I = 0^0$.
- Consideraremos los casos en que la oblicuidad $I \neq 0^0$, analizando estos casos con el caso trivial en que $I = 0^0$.

Capítulo 2: Curva de Luz de Cometas

2.1 Curva de Luz de Cometas

La curva de luz de un Cometa no es otra cosa que el gráfico de la magnitud visual reducida vs el logaritmo de la distancia al Sol del cometa (Figura 2).

Estos contienen gran cantidad de información sobre las características, composición, edad, tamaño, estructura y actividad del cometa. Esta información viene dada por los parámetros propios de la curva los cuales serán discutidos posteriormente.

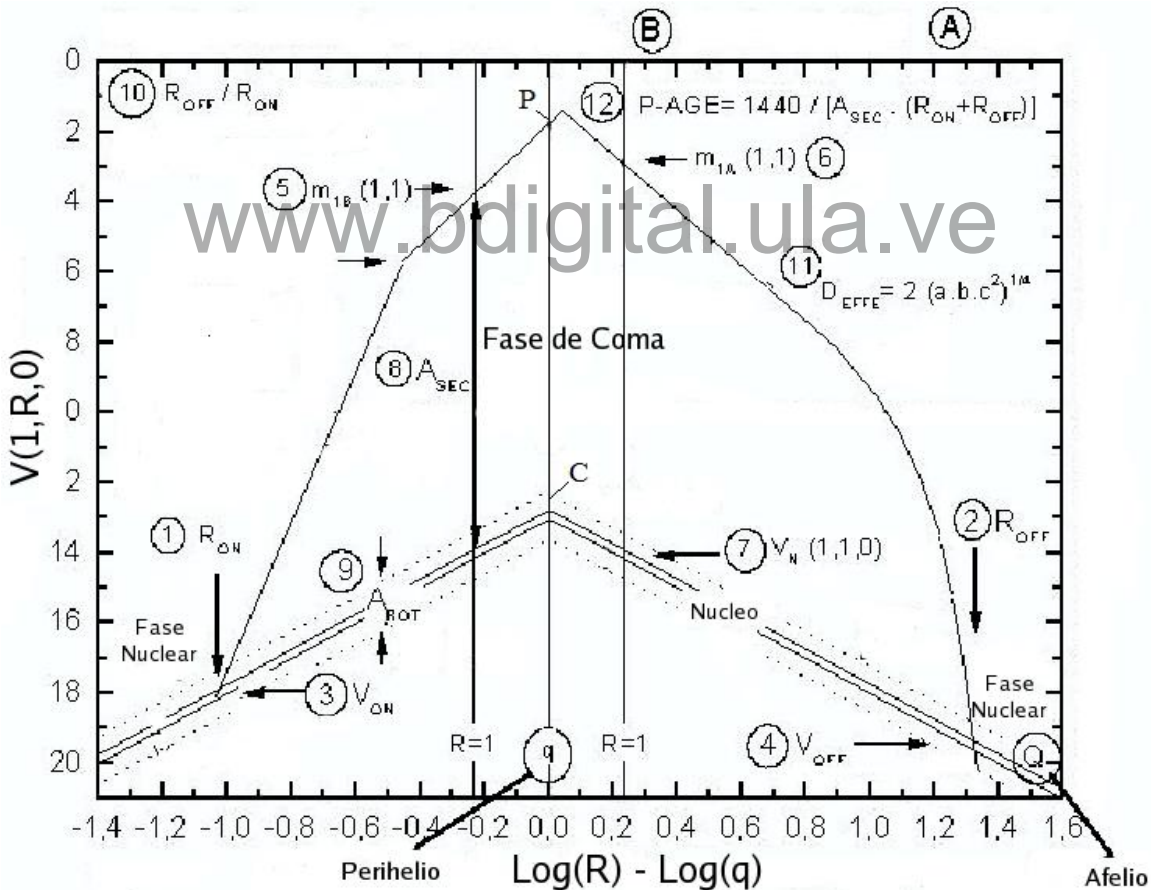


Figura 2. Curva de luz del cometa Halley en el cual se muestra cada uno de los parámetros físicos que pueden ser obtenidos de dicho gráfico (Ferrín, 2005)

¿Que es la Magnitud Visual Reducida?

Antes de contestar esta pregunta debemos recordar la ecuación de Pogson, la cual viene escrita de la siguiente forma:

$$m_2 - m_1 = -2.5 \text{ Log}(I_2 / I_1)$$

lo cual es lo mismo que: $m_2 - m_1 = -2.5 \text{ Log}(B_2 / B_1)$

Como se puede ver a través de esta relación la magnitud varia mas lentamente que el brillo por esto generalmente en astronomía no se utiliza el brillo sino la magnitud de una estrella. A través de esta relación y sabiendo que el brillo es inversamente proporcional a su distancia podemos escribir: $B_2 / B_1 = R_1 / R_2$. A través de estas dos expresiones y sabiendo la magnitud y la distancia, podríamos conocer la magnitud que tendría ese mismo objeto a otra distancia.

www.bdigital.ula.ve

En el caso de un cometa con atmósfera el brillo es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a la Tierra, Δ , y a la n potencia de la distancia al Sol, R . Por lo tanto podemos escribir

$$B(R, \Delta) = B_0 / (\Delta^2 R^n)$$

Donde B_0 es el brillo del cometa cuando está a una distancia de 1 UA de la Tierra y el Sol, es decir $R=1$ y $\Delta=1$ y se le denomina brillo absoluto.

De la ecuación de Pogson sabemos que:

$$m_1 - m_0 = -2.5 \text{ Log}(B_1 / B_0)$$

Por lo tanto:

$$m_1 - m_0 = -2.5 \text{ Log}(1 / \Delta^2 R^n) \Rightarrow$$

$$m_1 - m_0 = -2.5 \text{ Log}(1) + 2.5 \text{ Log}(\Delta^2 R^n) \Rightarrow$$

$$m_1 - m_0 = -2.5 \text{ Log}(1) + 5 \text{ Log}(\Delta) + 2.5 n \text{ Log}(R)$$

Como la variación con la distancia a la Tierra no contiene información física sobre el objeto y se debe solo a un efecto geométrico generalmente se resta, quedándonos la siguiente ecuación:

$$m_1 - 5 \text{Log}(\Delta) = m_0 + 2.5 n \text{Log}(R)$$

Este último término $m_1 - 5 \text{Log}(\Delta)$ es conocido como magnitud visual reducida, y se denota como m_Δ , por lo tanto podemos escribir:

$$m_\Delta = m_1 - 5 \text{Log}(\Delta) = m_0 + 2.5 n \text{Log}(R)$$

Obsérvese que si $\Delta=1$ y $R=1$ entonces $m=m_0$, el cual es la magnitud absoluta del objeto.

Generalmente esta ecuación se utiliza para describir el brillo de un cometa con atmósfera, pero hay que decir que es empírica, ya que el parámetro “n”, no se ha deducido de ninguna teoría física. Los dos parámetros ajustables son m_0 y n. Un gráfico de m_Δ vs $\text{Log} R$ es una línea recta de pendiente igual a n. Su valor en $R = 1 \text{UA}$ es m_0 .

www.bdigital.ula.ve

Para cometas cuya composición es predominantemente H_2O , se ha encontrado que dicha ecuación no se corresponde bien con las observaciones, pero se ha encontrado que puede ser remplazada por:

$$m_\Delta = m_0 + 5 \text{Log}(\Delta) + A (R^n - 1)$$

Para este caso un gráfico de m_Δ vs $\text{Log}R$, ya no es una recta sino una curva, la cual se ajusta mejor a lo observado, dependiendo de los parámetros A y n. Pero esta relación también es empírica. Ahora existen tres parámetros m_0 , A y n.

En el caso de un núcleo sin atmósfera existe una ecuación semejante a las expresiones anteriores que es:

$$m_\Delta(1,R,0) = m_N - 5 \text{Log}(\Delta) + 0.033(\alpha^0)$$

En esta ecuación podemos observar que hay términos que aparecen entre paréntesis que son las variables las cuales son:

Δ = Es la distancia a la Tierra, en esta ecuación es tomada como 1UA.

R = Es la distancia heliocéntrica

α = Es el ángulo de fase. Se define como el ángulo que se forma entre la dirección del Sol, la Tierra y el cometa, (Figura 2a). Si se considera que los tres cuerpos están alineados, de la forma Sol-Tierra-cometa el ángulo de fase es cero. Pero si los cuerpos están alineados de la forma Sol-cometa-Tierra el ángulo de fase es de 180°

0.033 = Coeficiente de fase promedio obtenido observacionalmente.

m_N = Es la magnitud nuclear del cometa.

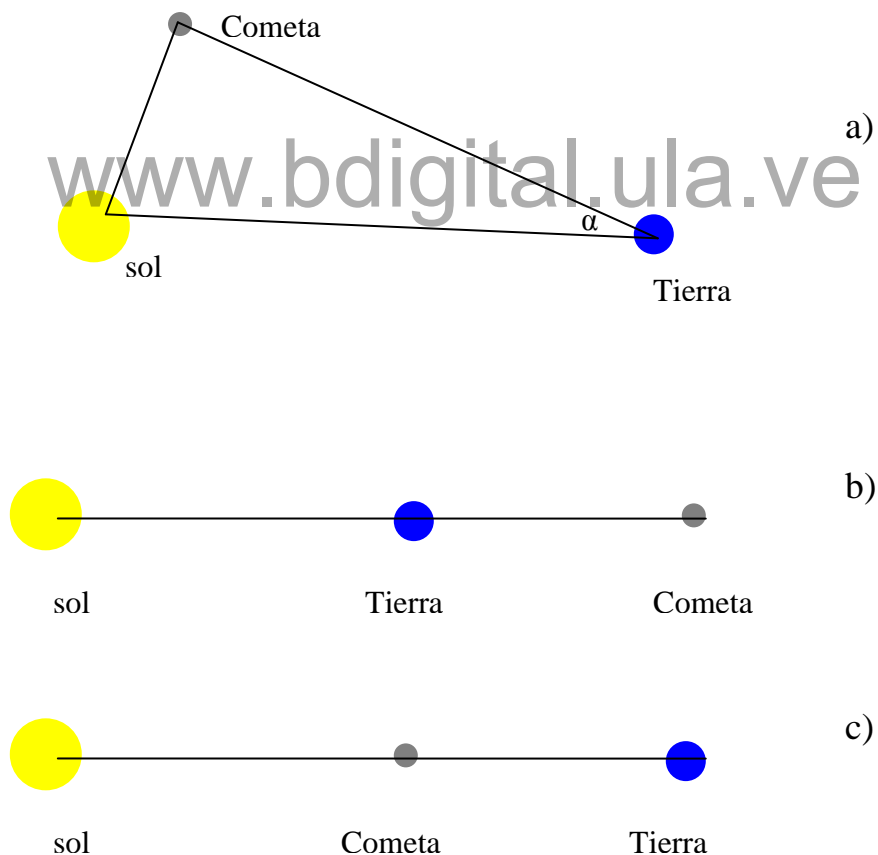


Figura 3. Configuración Sol-Tierra-cometa, a) se muestra un ángulo de fase α cualquiera, b) configuración con $\alpha = 0^\circ$, c) configuración con $\alpha = 180^\circ$.

2.2 Parámetros de la curva de luz de un cometa

Existen una serie de datos físicos los cuales pueden ser extraídos de la curva de luz de un cometa (Ferrín, 2005), a estos datos los llamamos parámetros de la curva de luz los cuales los explicaremos a continuación.

- 1) R_{on} (UA): Es el punto de encendido del cometa, a partir de este punto el brillo del cometa comienza a aumentar considerablemente, y por lo tanto la magnitud visual reducida m_{Δ} disminuye. El signo negativo en este parámetro no es un signo matemático e indica que el valor corresponde antes del perihelio. Este es la intercepción de la línea nuclear con la fase de coma. Físicamente, este valor corresponde al inicio de la actividad cometaria.
- 2) R_{off} (UA): Es el punto de apagado del cometa, corresponde al punto en el cual la magnitud visual del cometa ha disminuido y ahora coincide con la magnitud visual del cometa sin coma. Este punto es la intercepción de la fase de coma con la línea nuclear, mide el fin de actividad nuclear y es sensible a la historia completa y a que aparición corresponde.
- 3) V_{on} : Es la magnitud que tiene el cometa cuando este está en R_{on} .
- 4) V_{off} : Es la magnitud que tiene el cometa cuando este está en R_{off} .
- 5) $m_{1B}(1,1)$. La magnitud absoluta de la coma medida por extrapolación en $R = 1UA$, antes del perihelio.
- 6) $m_{1A}(1,1)$. La magnitud absoluta de la coma medida por extrapolación en $R = 1UA$, después del perihelio.
- 7) $V(1,1,0) = V_{NUC}$. Magnitud nuclear absoluta, extrapolados a 1UA, se toma la medida que han hecho distintos autores.

8) $A_{SEC} = V_{NUC} - m(1,1)$. Amplitud de la curva secular. En caso que existan varios valores para V_{NUC} y $m(1,1)$ se toma el promedio, recuérdese que si la curva de luz es muy asimétrica $m_{1B}(1,1)$ es distinto de $m_{1A}(1,1)$ al igual que el valor de V_{NUC} puede diferir para distintos autores. Físicamente A_{SEC} es una medida de la actividad del núcleo. No confundir con A_{ROT} la amplitud de la curva de luz rotacional.

9) A_{ROT} : Amplitud de la curva de luz rotacional.

10) R_{OFF}/R_{ON} : Mide la asimetría de la curva de luz secular.

11) D_{EFFE} : Diámetro efectivo del cometa. Para el calculo de este parámetro tenemos la siguientes ecuaciones:

$$V(1,1,0) = V_{NUC} = (V_{MAX} + V_{MIN})/2 = C + 2.5 \text{ Log}(a.b.c^2)$$

$$V_{MAX} = C + 2.5 \text{ Log}(a.c)$$

$$V_{MIN} = C + 2.5 \text{ Log}(b.c)$$

Donde C es la constante de punto cero.

Como podemos ver la magnitud nuclear media de un núcleo de semi-eje a, b, c, es definido en términos del valor medio V de la curva de luz rotacional y a través de los semiejes podemos calcular el diámetro efectivo del núcleo utilizando la siguiente expresión:

$$D_{EFFE} = 2(a.b.c^2)^{1/4}$$

Note el peso del semieje c el cual es usualmente pobremente determinado y de esta forma es asumido a ser igual a b, también que $a \geq b \geq c$.

12) P-AGE. Edad fotométrica. El objetivo de este parámetro es poder asignar un término que mida la edad solamente a partir de la curva de luz secular. Aunque no es posible con estos datos asignar una edad física actual, sin embargo es posible definir un parámetro relacionado a la actividad que clasifique la edad del cometa. Debe enfatizarse que P-AGE

no es una edad dinámica (aunque esta puede que sea relacionada a esta). Más bien esta es relacionada a la pérdida de material volátil. La capacidad de relacionar cometas según su edad relativa, podría ser una útil herramienta para entender un número de eventos relacionados con la historia de estos objetos.

Consideremos tres parámetros A_{SEC} , R_{ON} y $R_{ON}+R_{OFF}$ como una edad del cometa. La amplitud de la curva secular A_{SEC} puede decrecer, de hecho puede ser cero para un núcleo inerte. A_{SEC} puede relacionarse a la actividad y a la edad, esto lo tomaremos como sinónimo. R_{ON} también está relacionado con la edad del cometa, ya que a medida que el cometa tiene más edad la capa de hielo que tiene en la corteza se va desgastando y se va localizando en las capas más internas del cometa necesitando de esta forma encontrarse más cerca del Sol para poder ser activado (Yabushita & Wada, 1988); (Meech, 2000). Así R_{ON} decrece con la edad. Por otro lado $R_{ON} + R_{OFF}$ mide el espacio total de actividad del cometa. Cometas que hayan agotado su CO y CO₂ podrían ser activados a una distancia mucho más cerca al Sol que cometas con abundancias en estos compuestos (Delsemme, 1982); (Meech, 2000). Así un parámetro que mida la edad y actividad al mismo tiempo, y que incluya las tres cantidades de arriba podría ser $A_{SEC} (R_{ON}+R_{OFF})$, Estos valores definen el área de un rectángulo en el espacio de fase A_{SEC} vs R.

Al definir P-AGE podría dar valores pequeños para cometas viejos y valores más grandes para cometas nuevos, contrario a lo que queremos. Sería interesante escalar este valor a edades humanas. Llamaremos años cometarios reflejando el hecho que estos no han sido escalados a años terrestres. Para calibrar la escala tomaremos arbitrariamente a 28P/Neujmin 1 con una edad de 100 años cometarios (cy). Con la calibración definiremos P-AGE como:

$$P-AGE = 1440/[A_{SEC} \cdot (R_{ON}+R_{OFF})] \text{ cy}$$

El escalamiento a edades humanas puede parecer ingenuo y poco ortodoxo. Sin embargo esto nos da una perspectiva del cometa y proporciona una escala de comparación. Esto realza la utilidad de P-AGE, y cuando se estudie la evolución de A_{SEC} , R_{ON} y R_{OFF} con un modelo físico conveniente, será posible convertir estos valores a una edad física real.

2.3 Información adicional a los parámetros

Como hemos visto la curva de luz secular nos proporciona una serie de parámetros que son de gran importancia física y con los cuales podemos encontrar expresiones como son: R_{OFF}/R_{ON} el cual mide la asimetría de la curva de luz como fue explicado en la sección anterior, el diámetro efectivo del núcleo y la edad del cometa. Se piensa que se podría construir una serie de curvas de luz secular cometaria con el cual se podría ver la evolución que el cometa tiene en cada paso por la Tierra; debido a esto se acostumbra colocar en la esquina superior derecha la edad cometaria en el cual se tomaron los datos para construir la curva de luz secular.

2.3.1 Diámetro del núcleo

El método más preciso para determinar el diámetro del núcleo es utilizando la siguiente ecuación Ferrín (2007):

$$\text{Log}[p_v D_{EFE}^2 / 4] = 5.654 - 0.4V_N(1,1,0)$$

Donde: p_v es el albedo geométrico, determinada observacionalmente, D_{EFE} es el diámetro efectivo del núcleo cometario y $V_N(1,1,0) = V_{NUC}$ la cual es la magnitud nuclear absoluta.

2.3.2 Tiempo de vida del cometa

De la teoría podemos calcular ΔD , que es la variación del diámetro del núcleo D entre dos pasos consecutivos por el perihelio. Con esta información y el diámetro observado D_{obs} , establecemos la relación:

$$D_{obs}/\Delta D = N$$

Donde N es el número de apariciones activas remanentes

En cada encendido del cometa se consume cierta cantidad de material disponible. Por lo tanto, la expresión anterior se relaciona al número de apariciones activas remanentes, que le quedan al cometa, este valor es aproximado ya que ΔD puede variar con el tiempo.

2.3.3 Albedo geométrico

El albedo geométrico, p_v , es la relación de luz reflejada por un cuerpo, con una longitud de onda particular, considerando un ángulo de fase, $\alpha = 0$ (Figura 3). Su valor oscila entre cero y uno. El albedo geométrico se ha determinado observacionalmente y su valor promedio para varios cometas es de 0.045 (Ferrin, 2007).

2.3.4 Albedo de Bond

El albedo de Bond, A_B , es una medida de la energía reflejada por el núcleo en todas las direcciones (Figura 4).

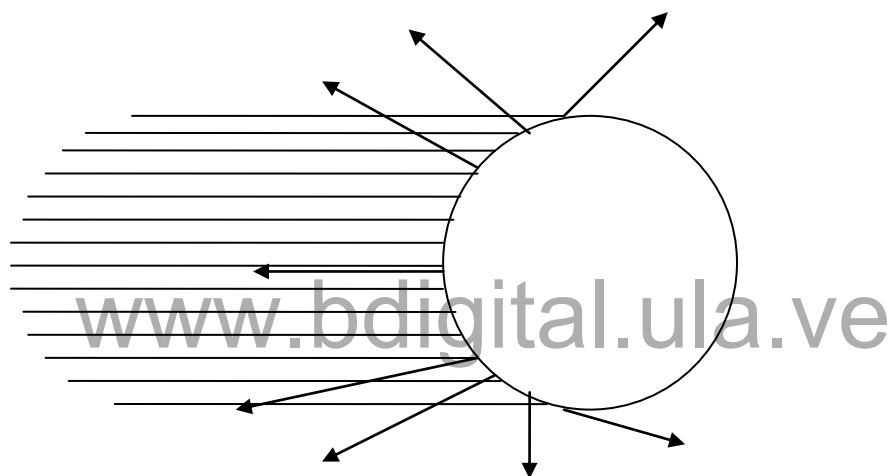


Figura4. Direccionalidad de la luz reflejada por un cometa

El albedo de Bond está relacionado con el albedo geométrico a través de la siguiente expresión:

$$A_B = p_v I_{\text{fase}} = E_R/E_I$$

Donde:

E_R es la energía reflejada en todas las direcciones por el núcleo.

E_I es la energía incidente

p_v es el albedo geométrico

I_{fase} es la integral de fase

La integral de fase esta dado en términos del flujo de dispersión direccional, $I(\alpha)$, dentro del ángulo de fase promediado sobre todas las longitudes de onda y ángulo azimutal, de esta forma podemos expresar este termino de la siguiente forma:

$$I_{fase} = \int_0^{\pi} \frac{I(\alpha)}{I_0} \sin(\alpha) d\alpha$$

Calculando la integral de fase, podemos obtener el valor correspondiente al albedo de Bond, pero esto en general es imposible por dos razones:

- 1) La integral de fase hay que hacerla con una variación de 180^0 del ángulo de fase del cometa (Figura 3), pero esto no ocurre observacionalmente.
- 2) El núcleo esta apantallado por la coma (atmósfera) y por lo tanto es inobservable. Esto hace que I_{fase} y A_B sean desconocidos siempre.

Sin embargo, se ha determinado de análisis fotométricos que para el cometa 9P/Tempel 1 un albedo de Bond en el visual es de 0.014 (Groussin, 2007)

2.3.5 Variación del punto de encendido

El punto de encendido para un mismo cometa, va cambiando cuando este ha completado varias veces su orbita alrededor del Sol. Se han obtenido datos estadísticos, en los que se observa que a medida que el cometa va “envejeciendo”; es decir, mayor número de apariciones, el punto de encendido se encuentra a una distancia mas próxima al perihelio. Esto puede interpretarse como si el cometa fuera menos sensible a la radiación solar, cuando va envejeciendo, y esta relacionado a que en cada paso por el perihelio, se forma un manto o estrato de polvo sobre la superficie del cometa que retrasa la penetración de la onda termal.

2.4 Relación de la curva de luz con la tasa de sublimación del cometa

En la curva de luz, podemos observar dos comportamientos completamente distintos, representados a través de dos curvas (Figura 2). Una de ellas nos da el comportamiento de la magnitud del núcleo a lo largo de su órbita. La segunda corresponde también a la magnitud pero ahora cuando existe coma. La coma es una atmósfera que se forma alrededor del núcleo y se produce por la sublimación de los materiales que se encuentran en la superficie cometaria. Estas dos curvas poseen leyes distintas de brillo como se observa en la Figura 2. En esta figura se observa que la curva de luz de un objeto sólido reflectante es una línea recta ya que su brillo varía como el inverso del cuadrado de la distancia, $1/R^2$. Si consideramos que el núcleo del cometa se encuentra en su afelio, a su máxima distancia al Sol, su temperatura es muy baja, por lo tanto su sublimación es muy pequeña, y no posee coma o atmósfera. A medida que el objeto se acerca al Sol, se calienta pero aún no tiene atmósfera. Posteriormente se mueve hacia el punto R_{ON} a lo largo de la línea recta correspondiente a un cuerpo sólido. Este punto indica el punto de formación de la coma.

La coma es muy sensible a la temperatura, y cuando esta es suficientemente alta aparece repentinamente. Esto se debe a que la curva de presión de vapor de agua con respecto a la temperatura es muy pendiente para bajas temperaturas. Es a partir de R_{ON} donde la coma y el núcleo tienen comportamientos diferentes. A medida que el cometa sigue acercándose al Sol, el núcleo continúa calentándose aún más, aumentando de esta forma su tasa de sublimación. El núcleo sigue su comportamiento como $1/R^2$, mientras que la coma sigue otro comportamiento por encima de la línea nuclear, al llegar al perihelio la coma alcanza el brillo indicado en el punto "P", y el núcleo su máximo brillo en el punto C (Figura 2). Observacionalmente el núcleo es difícil de observar dentro de la coma.

La curva de luz puede ser interpretada en términos de la actividad cometaria en vez de la magnitud o brillo del mismo. Sabemos que en el afelio la sublimación del cometa debería ser mínima ya que se supone que la temperatura superficial debe ser también muy pequeña. A medida que el cometa se va acercando al Sol la superficie comienza a calentarse y por lo tanto se debe incrementar la sublimación hasta que alcance su máximo

el cual ocurre después del perihelio. Esto se debe a que en la mayoría de los casos el cometa está más caliente después del perihelio. Por lo tanto sublimará más moléculas y por ende será más brillante que antes del perihelio. Posteriormente la sublimación va disminuyendo a medida que el cometa se aleja del Sol, hasta un punto en el que el cometa se apaga R_{OFF} . A partir de este punto el cometa vuelve a comportarse como un núcleo sin coma.

Sabemos de lo dicho anteriormente que el punto de formación de la coma es R_{ON} de allí el nombre de punto de encendido. Este punto no tiene porque ser igual al punto de apagado o R_{OFF} . En general se cumple que $R_{OFF} > R_{ON}$. De esta forma el brillo del cometa es mayor después del perihelio. Para que la curva de la coma cometaria sea simétrica, es decir que $R_{ON} = R_{OFF}$, las condiciones del núcleo deben ser iguales para antes y después del perihelio. Si el cometa tiene menos sustancias volátiles puede que el brillo sea menor pudiendo así que la curva para la coma cometaria sea un poco mas simétrica.

Existe un fenómeno curioso, denominado “explosión de brillo”, este consiste en que después de haberse apagado el cometa, se observa que repentinamente se enciende de nuevo brevemente. Esto podría ser explicado si el CO_2 está en un estrato profundo, que el cual al llegar la onda termal enciende y produce una explosión breve de brillo.

Capítulo 3: Modelos Cometarios

3.1 Modelos Cometarios

Gran parte de los modelos de núcleos cometarios que encontramos en la literatura esta basada en el estudio de la composición química de núcleos cometarios, este es considerado como un factor de primer orden en el estudio de la sublimación cometaria, (Secco & Ferrín, 1999). Los cometas se consideran que están formados por una mezcla de hielos y polvo, hielos de distintos compuestos como son el H₂O, CO₂, CH₂O, CH₄, CO, N₂, (Delsemme, 1982). Estos compuestos pueden ser orgánicos, inorgánicos, metálicos, iónicos y polvo que en su mayoría son silicatos (Delsemme A. H., 1985). Además de los compuestos antes mencionados pueden existir otros en el núcleo cometario los cuales son observados a través de las líneas espectrales de cada cometa en particular. Estas líneas espectrales son analizadas posteriormente y utilizadas para la obtención de la tasa de producción de cada elemento.

También en la literatura podemos encontrar otros modelos en los cuales se estudia los efectos producidos por la distribución geométrica de las moléculas que componen el núcleo, (cristalización de hielos amorfos): (Smoluchowski, 1981), (Klinger, 1981), (Herman & Weissman, 1987), (Prialdnik & Bar-nun, 1987), (Prialdnik & Bar-Nun, 1990), (Jenniskens & Blake, 1996). Otros en los cuales se estudia la topografía, en los que se estudia la porosidad, granos, cráteres, grietas y fracturas que también producen efectos sobre la producción de gas del cometa. (Gombosi & Houppis, 1986), (Cowell & Jakoski, 1987), (Keller, et al, 1987), (Rickman, 1989), (Mekler, 1990), (Spohn, 1990), (Colwell, et al, 1990), (Fanale & Salvail, 1990), (Espinasse, et al 1991), (Kömle, et al, 1991), (Steiner & N, 1991), (Lichtenegger & Kömle, 1991), (Prialdnik, 1992), (Komle & Steiner, 1992), (Festou, Rickman, & West, 1993) y (Colwell J. , 1997). Sin embargo estos factores se consideran de tercer orden en la tasa de sublimación de un cometa, (Secco & Ferrin, 1999) y por ende pueden ser despreciados para efectos de simplicidad del modelo, y por el cual no nos induciría una discrepancia significativa con los datos observacionales.

Un factor que es considerado de primer orden en el estudio de la sublimación cometaria es la orientación del eje de rotación, (Secco & Ferrin, 1999). En nuestro modelo se considerará el efecto que este produce en la sublimación basándonos en artículos como el de (Cowan & A'Hearn, 1979), y el de (Sekanina, 1979). Además de estos existen numerosos artículos que describen la sublimación cometaria a través de la orientación del eje de rotación. (Mendis & Brin, 1978), (Weissman & Kieffer, 1981), (Fanale & Salvail, 1984), (Sekanina & Larson, 1984), (Weissman, 1987), (Sekanina Z., 1987), (Prialnik & Bar-nun, 1987). Gran parte de estos modelos son analizados solamente a nivel teórico y en los cuales no se realizan comparaciones con datos observacionales. En nuestro modelo compararemos un conjunto de datos observacionales para distintos cometas utilizando las curvas de luz de (Ferrín I. , 2008), siendo de esta forma más consistentes con la teoría y la observación.

www.bdigital.ula.ve

Capítulo 4: Factores que afectan la sublimación cometaria

4.1 Factores que afectan la tasa de sublimación de un cometa.

De la revisión bibliográfica y los diversos artículos analizados, y principalmente del estudio realizado en (Secco & Ferrin, 1999) hemos considerado que los principales factores que afectan la tasa de sublimación de los cometas son:

- 1) La orientación del eje de rotación
- 2) La composición química
- 3) La conductividad térmica
- 4) La forma geométrica

www.bdigital.ula.ve

En las secciones posteriores analizaremos el orden de importancia en que estos factores afectan la tasa de producción de gas de un cometa.

4.2 La orientación del eje de rotación

La orientación del eje de rotación de un núcleo cometario puede ser dada a través del ángulo de rotación del cometa, este sería el ángulo formado entre el eje de rotación del cometa y la dirección de este al Sol. De esta forma $i = 0^{\circ}$ implica que el polo del cometa apunta hacia el Sol (Figura 5a), mientras que $i = 90^{\circ}$ indica que el eje de rotación es perpendicular a la línea Sol-cometa. (Figura5b).

La orientación del eje de rotación es de gran importancia a la hora de realizar los cálculos para determinar la tasa de sublimación de un cometa, como veremos mas adelante.

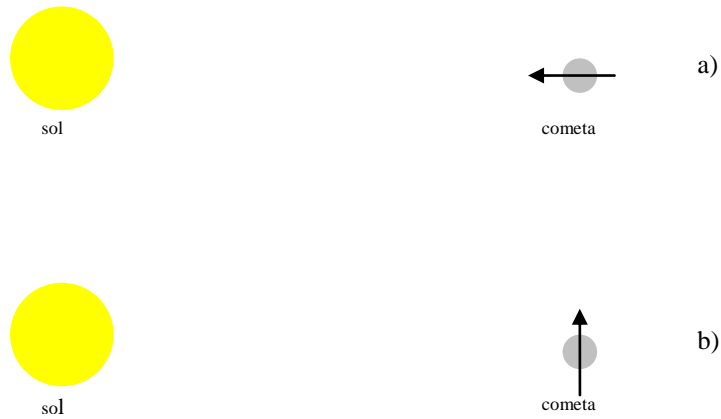


Figura 5. Configuración Sol-cometa en el que se muestra dos posibles orientaciones del eje de rotación del cometa, a) Orientación del eje del cometa con su eje de rotación apuntando al Sol, $i = 0$, b) Orientación del eje del cometa con el eje de rotación perpendicular a la línea Tierra Sol, $i = 90$.

Existen grandes variaciones en la tasa de sublimación cuando varía la inclinación del eje del cometa, esto ha sido estudiado profundamente por autores como Cowan y A'Hearn. (Figura 6).

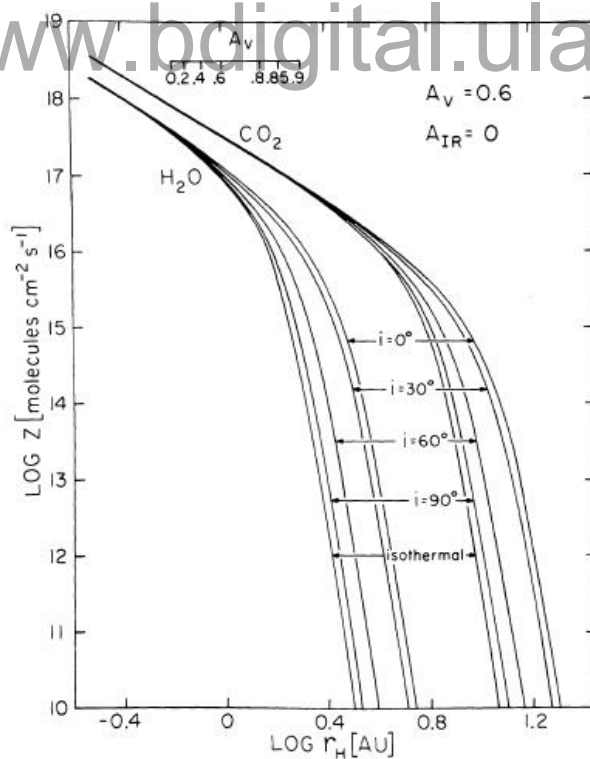


Figura 6. Tasa de vaporización para H_2O y CO_2 como función de la distancia heliocéntrica para distintos valores de la inclinación del eje de rotación, mostrado por Cowan y A'Hearn, 1979.

El gráfico de la Figura 6 es de interés fundamental en el estudio de la tasa de sublimación, en el podemos ver como la tasa de sublimación cambia de manera apreciable cuando variamos la inclinación del eje de rotación. También observamos que hay una curva, “isotermal”, esta curva es calculada cuando se considera que el cometa tiene una temperatura constante en toda su superficie.

Para H₂O (Figura 6), obtenemos los siguientes valores:

$i = 0^{\circ}$	$Z = 3.4 \cdot 10^{15}$
$i = 30^{\circ}$	$Z = 2.3 \cdot 10^{15}$
$i = 60^{\circ}$	$Z = 1.2 \cdot 10^{14}$
$i = 90^{\circ}$	$Z = 8.5 \cdot 10^{12}$

Para un r_H fijo ($r_H = 2.51189UA$, $\text{Log}(r_H) = 0.4$)

Analizando estos resultados obtenemos que la diferencia en la tasa de sublimación Z al variar el ángulo i desde 0° hasta 90° es un factor de 400, según lo calculado por Cowan y A'Hearn, lo cual convierte al ángulo de inclinación del eje de rotación del cometa en un parámetro de primer orden en el cálculo de la tasa de sublimación del cometa.

4.3 La composición química

La composición química de un cometa es un factor de gran importancia sobre la tasa de sublimación del cometa ya que la volatilidad no es la misma para los distintos tipos de compuesto que podemos hallar en la superficie y en las capas internas del cometa. En la Figura 7 podemos ver como varia el logaritmo de la tasa de sublimación de un cometa para distintos compuestos.

Como hemos dicho anteriormente los cometas están constituidos por una serie de compuestos tales como: H_2O , CO_2 , CH_2O , CH_4 , CO , N_2 , (Delsemme A. H., 1982), entre otros tantos compuestos que podemos encontrar en su superficie y en su capas mas internas.

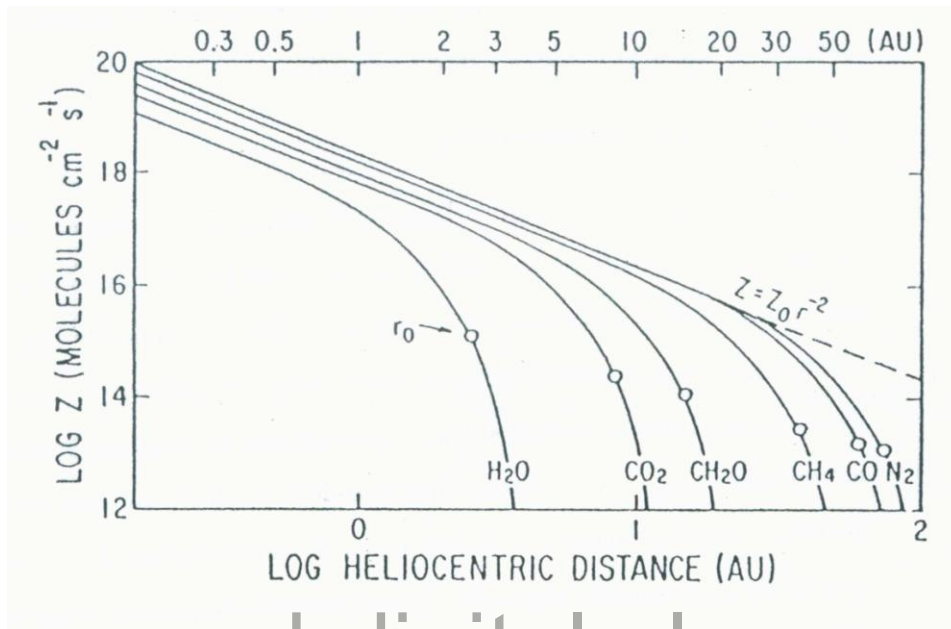


Figura 7. Tasa de vaporización, en moléculas $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, para varios hielos como una función de la distancia heliocéntrica, mostrado por (Delsemme A. H., 1982)

Estos compuestos pueden ser orgánicos, inorgánicos, metálicos, iónicos y polvo que en su mayoría son silicatos (Delsemme A. H., 1985). Cada cometa dependiendo de su procedencia puede ser más evolucionado que otro, es decir, puede tener compuestos más pesados o más complejos. Se piensa que los cometas de periodo largo, los cuales son los que proceden de la nube de Oort, son menos evolucionados que los cometas de periodo corto, los cuales son procedentes del cinturón de Kuiper. Es sabido que la gran parte de los cometas que hoy día observamos tienen abundancia en agua, ya que los otros elementos son más volátiles que este (Figura 7), y por ende estos compuestos fueron agotados con más rapidez en el transcurso del tiempo. (Cowan & A'Hearn, 1979).

4.4 La conductividad térmica

La superficie de los cometas esta compuestas por hielos, como habíamos dicho en las secciones anteriores. Estos hielos tienen una baja conductividad térmica, sin embargo existen trabajos en los cuales se ha estudiado la conductividad térmica como un factor que afecta la sublimación cometaria (Secco & Ferrín, 1999). En este trabajo se logran explicar las asimetrías observadas para distintos cometas es decir se logra explicar el hecho que el máximo de la magnitud no ocurra justamente en el perihelio sino que ocurre después (Figura 2). En este trabajo se explica que este desplazamiento en el máximo de la curva de luz, ocurre debido a un retraso térmico ya que hay una estratificación del núcleo cometario. (Figura 8a). De esta forma la sublimación que ocurre después del perihelio o post-perihelicas no dependerá ya solamente de la superficie del cometa sino que también de las capas mas internas, debido a la transferencia de calor a estas capas, y por ende estas capas tendrán una contribución a la sublimación total del núcleo cometario, debido a esto en nuestro trabajo solo modelaremos la parte pre-perihelicas para así poder despreciar los efectos de conductividad térmica.

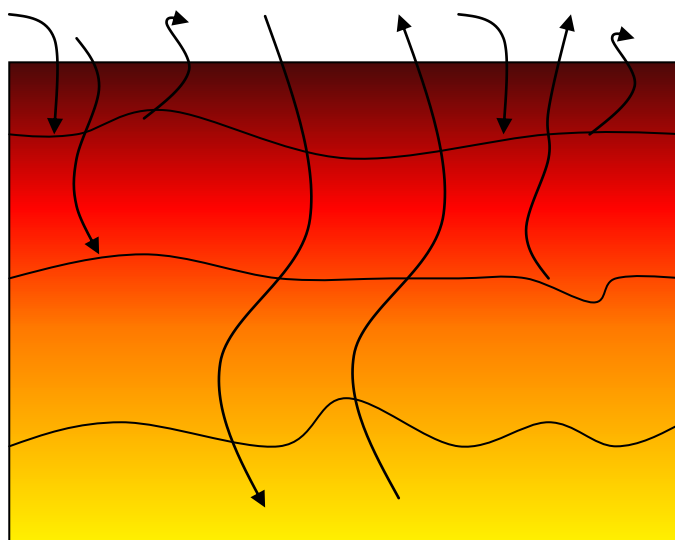


Figura 8a. Estratificación del núcleo cometario en el cual existe una contribución en la sublimación de las capas internas del núcleo cometario

En la Figura 8b podemos ver que sí hay una posible incidencia de la conductividad térmica en la asimetría observada en la curva de luz. Sin embargo es conocido de recientes observaciones para el cometa Hale-Bopp (Kuhrt, 2002), y para 9P/Tempel 1 a través del Deep Impact Spacecraft que la conductividad térmica es muy pequeñas (Groussin, 2007), y por lo cual no produce efecto alguno en la sublimación del núcleo cometario. Existen otros trabajo como el de (Cowan & A'Hearn, 1979) que plantean que las asimetrías observadas en el perihelio pueden ser explicadas por la orientación del eje de rotación del cometa.

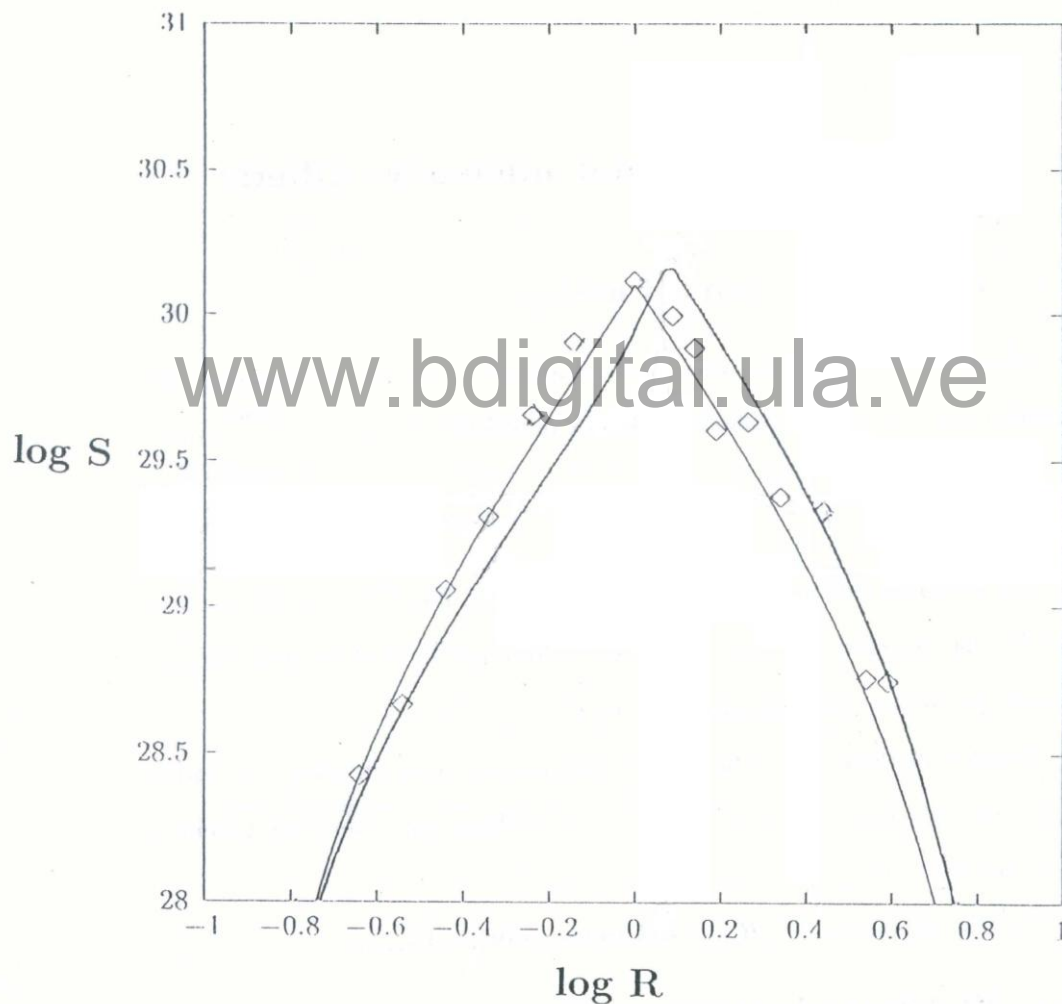


Figura 8b. Grafico de la tasa de producción de agua para el cometa Halley. Los diamantes son datos observacionales según Schleicher et al (1998). Las líneas son resultados del modelo de Secco y Ferrín (1999), la línea que encaja con los datos observacionales se considero que la conductividad térmica era de $k = 0$, mientras que la línea desplazado se considero $k = 0.03$

Capítulo 5: Cálculos

5.1 Tasa de sublimación cometaria considerando distintas inclinaciones para el cometa

La rotación de un cuerpo sólido en una órbita heliocéntrica, como en el caso de los cometas, produce dos tipos de cambios sobre su superficie. Las llamadas variaciones diurnas y las variaciones orbitales. *Las variaciones diurnas* están relacionadas con la rotación del cometa entorno a su eje, mientras que *las variaciones orbitales* se deben a la inclinación de dicho eje. Estos afectan de gran manera la tasa de sublimación cometaria y de allí la importancia de su estudio. En la Figura 9 podemos ver la contribución de la sublimación dependiendo de la inclinación del cometa mostrándose también el *punto subsolar*, que no es otra cosa que el punto de máxima insolación sobre la superficie del núcleo cometario.

www.bdigital.ula.ve

En nuestro trabajo consideraremos variaciones diurnas de periodo corto (típicamente menores que 1 día) y por tanto estas variaciones pueden ser despreciadas. No así las variaciones orbitales, que afectan la tasa de producción de agua en toda la órbita y por lo tanto a la curva de luz. Las variaciones orbitales la cual, como dijimos anteriormente, esta relacionada con la inclinación del eje de rotación del cometa y la posición que este tiene en su órbita. Dependiendo de la inclinación, algunas zonas de la superficie del núcleo pueden estar expuestas al Sol continuamente, mientras otras pueden experimentar largos periodos de tiempo con el Sol bajo el horizonte.

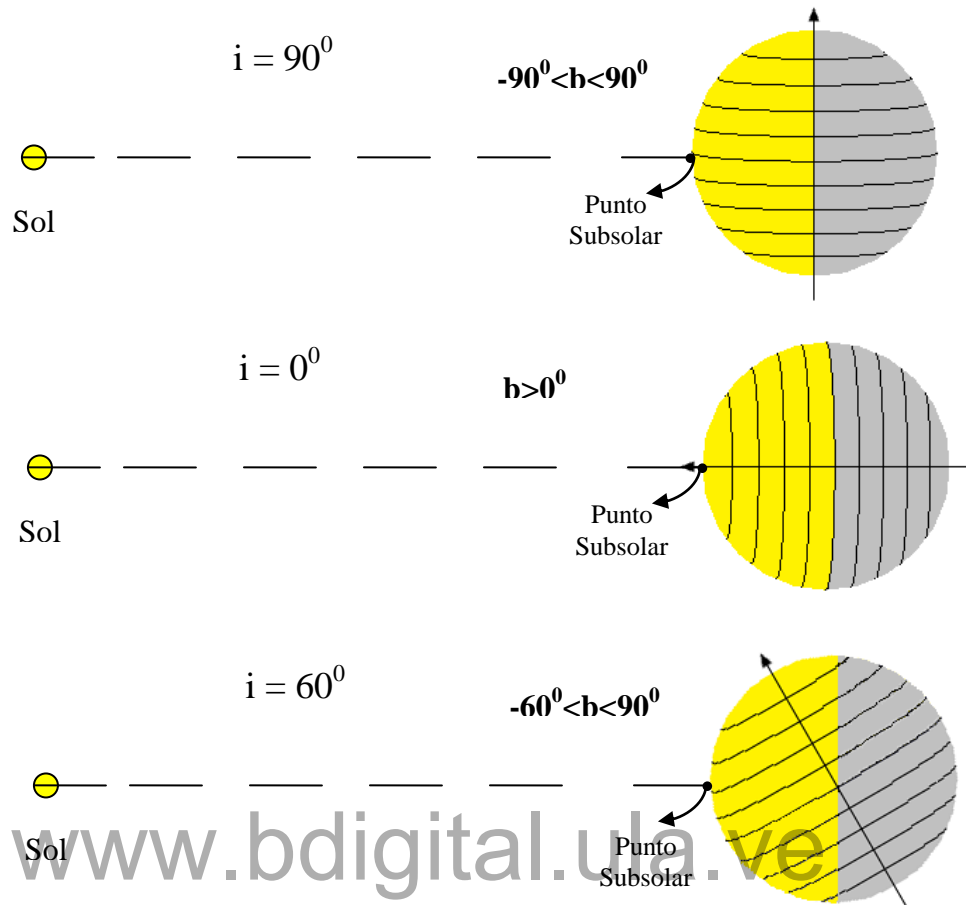


Figura 9. Configuración Sol-cometa mostrado para distintas orientaciones del eje del núcleo cometario y en el cual se muestra la zona de latitud, b , que contribuye a la sublimación, mostrando el punto subsolar. a) Configuración con $i = 90^\circ$ cuya zona que contribuye a la sublimación se encuentra en el siguiente intervalo $-90^\circ < b < 90^\circ$, b) Configuración con $i = 0^\circ$ cuya zona que contribuye a la sublimación cumple la desigualdad $b > 0^\circ$, c) Configuración con $i = 60^\circ$ cuya zona que contribuye a la sublimación se encuentra en el siguiente intervalo $-60^\circ < b < 90^\circ$

5.2 Cálculos

La ecuación que describe la sublimación de una superficie ha sido resuelta por muchos autores desde (Watson et al, 1963), pasando por (Cowan & A'Hearn, 1979), entre otros autores. Nosotros nos proponemos también en resolver esta ecuación utilizando algunas variantes que indicaremos en el trabajo.

La ecuación de conservación de la energía para una superficie irradiada por el Sol la cual se encuentra a una distancia del mismo, r_H , viene dada por la siguiente ecuación:

$$F_0(1 - A_V)r_H^{-2}\overline{\cos\theta} = (1 - A_{IR})\sigma T^4 + Z(T)L(T) + K\frac{\partial T}{\partial X} \quad (5.1)$$

Donde:

F_0 es la constante solar

r_H es la distancia heliocéntrica

A_V es el albedo de Bond para la absorción de luz solar

$\overline{\cos\theta}$ es el factor de proyección de la superficie

A_{IR} es el albedo de Bond para emisión infrarroja.

σ es la constante de Stefan-Boltzmann

T es la temperatura superficial

$Z(T)$ la tasa de sublimación

$L(T)$ el calor latente de vaporización

K es la conductividad térmica del compuesto considerado

X la profundidad de la capa que se encuentra sublimando.

En esta ecuación el primer termino del lado izquierdo corresponde a la energía que absorbe el núcleo en forma de luz solar, mientras que el primer termino del lado derecho corresponde a la energía radiada, el segundo termino corresponde a la energía utilizada en el proceso de sublimación y el tercero a la energía absorbida por las capas internas del núcleo.

Además de la ecuación anterior existe otra expresión que relaciona la tasa de sublimación con la presión de vapor en equilibrio, la cual viene dada a través de la siguiente expresión:

$$Z(T) = P(T)\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \quad (5.2)$$

Donde:

m es el peso molecular del compuesto que se esta sublimado o evaporando

$P(T)$ es la presión de vapor en equilibrio

k es la constante de los gases ideales

Para la realización de nuestros primeros cálculos y la reproducción de algunos gráficos ya obtenidos por otros autores consideraremos que la energía absorbida por las capas internas del cometa pueden ser despreciada ya que esta no contribuyen en mayor medida con la tasa de sublimación cometaria. Observaciones recientes desde el espacio de los cometas Hale-Bopp y 9P/Tempel 1 han mostrado que la conductividad térmica es muy pequeña, (Kuhrt, 2002), (Groussin, O, 2006) (Groussin, 2007). Por ende la ecuación (5.1) nos quedaría de la siguiente forma:

$$F_0(1 - A_V)r_H^{-2}\overline{\cos\theta} = (1 - A_{IR})\sigma T^4 + Z(T)L(T) \quad (5.3)$$

Si P(T) y L(T) son conocidos usando datos de laboratorio para los compuestos que se quieren estudiar, la ecuación (5.2) y (5.3) pueden ser resueltas numéricamente fijando los albedos y la distancia heliocéntrica.

5.3 Presión de vapor considerada por Washburn

Para nuestros primeros cálculos consideraremos la presión de vapor de agua tomada de (Washburn, 1928) para poder comparar nuestros resultados con los de (Cowan & A'Hearn, 1979) expresión que viene escrita de la siguiente forma:

$$\log(P) = \frac{-2445.5646}{T} + 8.2312\log(T) - 0.01677006T + 1.20514 \times 10^{-5} T^2 - 6.757169 \quad (5.4)$$

La presión dada en esta ecuación se encuentra expresada en mm de Hg y T en Kelvin

También hemos considerado que el calor latente de vaporización de agua viene expresado por el ajuste de los datos de (Delsemme & Miller, 1970) el cual viene dada por la siguiente expresión:

$$L(T) = 12420 - 4.8T \quad (5.5)$$

Como podemos ver este es un ajuste lineal en el cual el calor latente viene expresado en cal/mol y T en $^{\circ}\text{K}$.

Un parámetro del cual no hemos hablado hasta ahora pero que es mucho más difícil de evaluar es el factor de proyección de la superficie, $\overline{\cos \theta}$. La tasa de sublimación alcanza su límite superior al suponer una superficie solar normal a la radiación solar incidente, en cuyo caso $\overline{\cos \theta} = 1$. Esto corresponde al punto subsolar sobre un cuerpo que rota lentamente, y el cual no puede representar un promedio sobre la superficie completa de un cuerpo. Una alternativa de aproximación usada comúnmente es suponer que la superficie es isotérmica en cuyo caso $\overline{\cos \theta} = 0.25$. Generalmente se suele dar este valor al considerar un cuerpo que gira rápidamente, sin embargo esta consideración no es del todo cierta ya que si consideramos que el cuerpo gira rápidamente solo estamos eliminando las variaciones de temperaturas longitudinales mas no las latitudinales. En materiales de alta conductividad térmica o en cuerpos muy pequeños las variaciones latitudinales pueden ser eliminadas debido a la rápida conducción del calor sobre todo el cuerpo, justificando de este modo la suposición isotérmica del mismo, pero ciertamente este no es nuestro caso. Tenemos un cuerpo de gran tamaño con baja conductividad térmica típica de los hielos del cual están formados los cometas.

En un intento de modelar la tasa de vaporización de núcleos cometarios de forma más real, hemos supuesto que el núcleo cometario rota lo suficientemente rápido para así eliminar las variaciones longitudinales y quedarnos solamente con las latitudinales. Con esta suposición, ya hecha una vez por Cowan y A'Hearn (Cowan & A'Hearn, 1979), entra en el calculo otro parámetro libre, el ángulo del eje de rotación, i . En donde $i = 0$ representa que el polo esta en la dirección del Sol, mientras que $i = 90$ representa un eje de rotación perpendicular a la línea Sol-cometa (Figura5). De esta forma el valor apropiado para el factor de proyección, $\overline{\cos \theta}$, viene expresada como una función de la latitud cometaria, el cual puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\overline{\cos \theta} = \begin{cases} \cos(i) \sin(b) & b > i \\ \frac{\cos(i) \sin(b)}{\pi} \cos^{-1}(-\tan(b) \tan(i)) \\ + \frac{\sin(i) \cos(b)}{\pi} \sin[\cos^{-1}(-\tan(b) \tan(i))] & -i < b < i \\ 0 & b < -i \end{cases} \quad (5.6)$$

A través de la ecuación (5.6) podemos encontrar el factor de proyección para cualquier latitud cometaria al fijar la inclinación del eje de rotación del cometa, y de esta forma poder calcular la sublimación de un cometa a una latitud específica, esto nos quiere decir que estaríamos hallando una función sublimación que depende de las variables latitud e inclinación, $Z(i,b)$.

Para poder hallar ahora la sublimación total del cometa debemos considerar al núcleo como una esfera dividida en rebanadas, de altura $\Delta b = dl$ y radio $\rho_n = r_n \cos(b)$. (Figura 10).

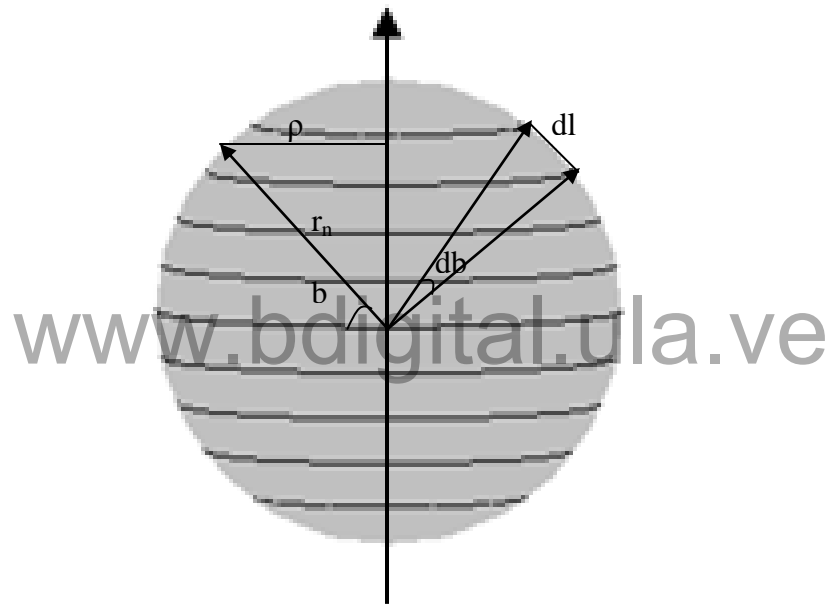


Figura 10. Ilustración del núcleo cometario, considerado como una esfera dividida en rebanadas y sus respectivos ángulos.

La sublimación de cada una de estas rebanadas de radio, ρ_n , la consideramos que es semejante a una esfera, de radio r_n , que sublima uniformemente sobre todas las latitudes.

De esta forma podríamos escribir:

$$Z_{esf} = nZ_{reb} \Rightarrow Z_{reb} = \frac{Z_{esf}}{n} \quad (5.7)$$

Donde $Z_{esf} = Z(i,b)$ (5.8) y $n = \frac{Area_esfera}{Area_rebanada} = \frac{4\pi r_n^2}{2\pi r_n \cos(b)dl}$ (5.9)

Sustituyendo ahora (5.8) y (5.9) en (5.7) obtenemos:

$$Z_{reb} = \frac{\frac{Z(i,b)}{1}}{\frac{4\pi r_n^2}{2\pi r_n \cos(b)dl}} \Rightarrow Z_{reb} = \frac{Z(i,b)2\pi r_n \cos(b)dl}{4\pi r_n^2} \Rightarrow Z_{reb} = \frac{Z(i,b) \cos(b)dl}{2r_n} \quad (5.10)$$

De la Figura10 podemos ver que: $dl = r_n db$ (5.11)

Sustituyendo (5.11) en (5.10)

$$Z_{reb} = \frac{Z(i,b) \cos(b)db}{2} \quad (5.12)$$

Sumando ahora en todas las latitudes obtendríamos:

www.bdigital.ula.ve

$$Z_{total} = \overline{Z(i)} = \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Z(i,b) \cos(b)db \quad (5.13)$$

De esta manera podemos calcular $Z(i,b)$ para una distancia heliocéntrica, inclinación y latitud específica, por medio de las ecuaciones para la presión de vapor, $P(T)$, y del calor latente, $L(T)$.

El procedimiento para el cálculo, el cual es mostrado en mayor detalle en el programa mostrado en el apéndice, es el siguiente:

Primero calculamos el factor de proyección $\overline{\cos\theta}$, para una latitud de -90^0 luego se varia la temperatura para calcular $P(T)$ y $L(T)$ y de esta forma calcular $Z(i,b)$ a través de la ecuación (5.2) y (5.3) hasta que estas dos ecuaciones sean iguales, cuando esta igualdad se cumpla hemos encontrado $Z(i,b)$ para esa inclinación, latitud y distancia heliocéntrica, además hemos hallado la temperatura superficial que tiene el cometa a esa latitud. Luego repetimos el mismo procedimiento para las otras latitudes para así encontrar $Z(i,b)$ a esas

latitudes. Ahora que hemos hallado $Z(i,b)$, podemos calcular Z_{total} a través de la ecuación (5.13).

5.3.1 Resultados

De los cálculos realizados a través del programa mostrado en el apéndice, hemos obtenido una serie de resultados de gran importancia y los cuales reproducen algunos de los cálculos realizados por (Cowan & A'Hearn, 1979).

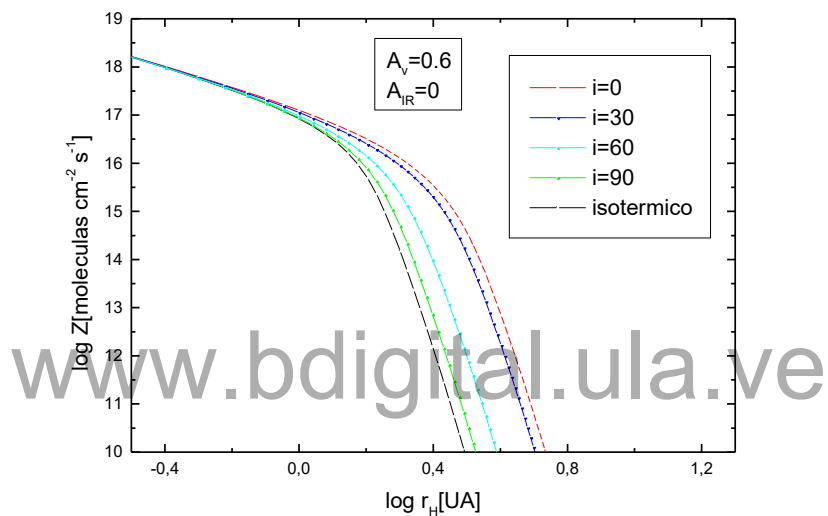


Figura 11. Tasa de vaporización para el agua de un núcleo cometario como función de la distancia heliocéntrica en el cual se varía la inclinación del eje de rotación del cometa, dado en grados, para un albedo visual, $A_v = 0.6$ y un albedo infrarrojo, $A_{ir} = 0$.

El resultado obtenido (Figura 11) es el mismo obtenido por (Cowan & A'Hearn, 1979) (Figura 6). A través de nuestro modelo se observa la dependencia de la sublimación con la inclinación del eje de rotación, observemos que el límite inferior en la sublimación corresponde al caso en el que se ha considerado que la superficie del cometa es isotérmica, es decir, que la temperatura es constante en todas las latitudes, mientras que el límite superior corresponde al caso en que se ha considerado una inclinación del eje cometario de $i = 0^\circ$. Veamos también que cuando la inclinación del eje cometario corresponde a $i = 90^\circ$, la sublimación tiende a acercarse al valor de la sublimación cuando se ha considerado un núcleo isotérmico. Esto se debe al hecho que al considerar esta inclinación la radiación

solar es distribuida casi uniformemente por todo el núcleo y por ende tendría que sublimar menos debido al hecho que la temperatura es menor en cada punto que se considere, ya que la sublimación es mayor al ir aumentando la temperatura. Mientras que al considerar un eje de rotación paralelo a la línea Sol-cometa, $i = 0^{\circ}$ la diferencia de temperatura entre una latitud y otra aumenta, y obviamente habría un aumento de el gradiente del mismo. De esta forma la sublimación del cometa debe tener su máximo en $i = 0^{\circ}$, ya que los polos están iluminados todo el tiempo y no existe noche.

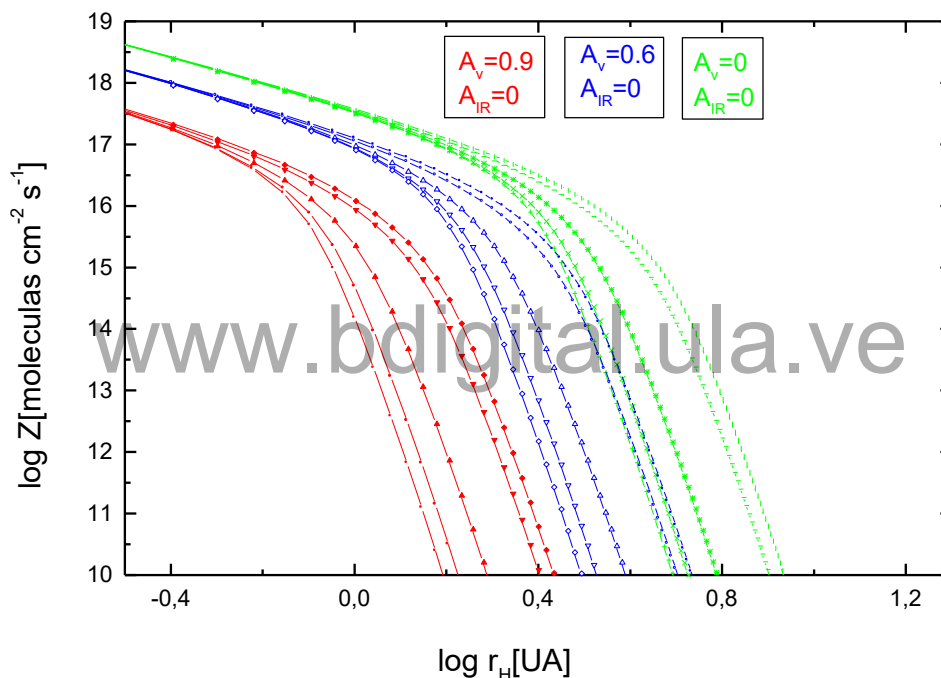


Figura 12. Tasa de vaporización para el agua de un núcleo cometario como función de la distancia heliocéntrica para las mismas inclinaciones de la Figura 11. Para el grafico rojo se ha considerado en los cálculos un albedo visual, $A_v = 0.9$, en el azul $A_v = 0.6$, y en el verde $A_v = 0$, con un albedo infrarrojo fijo, $A_{IR} = 0$.

En nuestro programa hemos variado el albedo visual (Figura 12), dejando fijo el albedo infrarrojo, y observamos que al disminuir este hay un aumento en la sublimación del material cometario. Además de esto podemos ver que las curvas de la sublimación para otros albedos visuales son translaciones de la primera curva mostrada en la Figura 11.

Como ya sabemos el albedo es un indicador de que cantidad de radiación es reflejada por el objeto, y por ende al ser el albedo visual mas pequeño el cuerpo absorbe mayor cantidad de radiación en el visual, produciéndose de esta manera una mayor sublimación. Una forma mas obvia de ver este comportamiento es observando el termino de la derecha de la ecuación 5.1, $F_0(1 - A_v)r_H^{-2}\overline{\cos\theta}$, el cual corresponde a la energía absorbida por el núcleo cometario. Obsérvese que al disminuir el albedo visual hay un aumento de la energía absorbida y por ende de la sublimación.

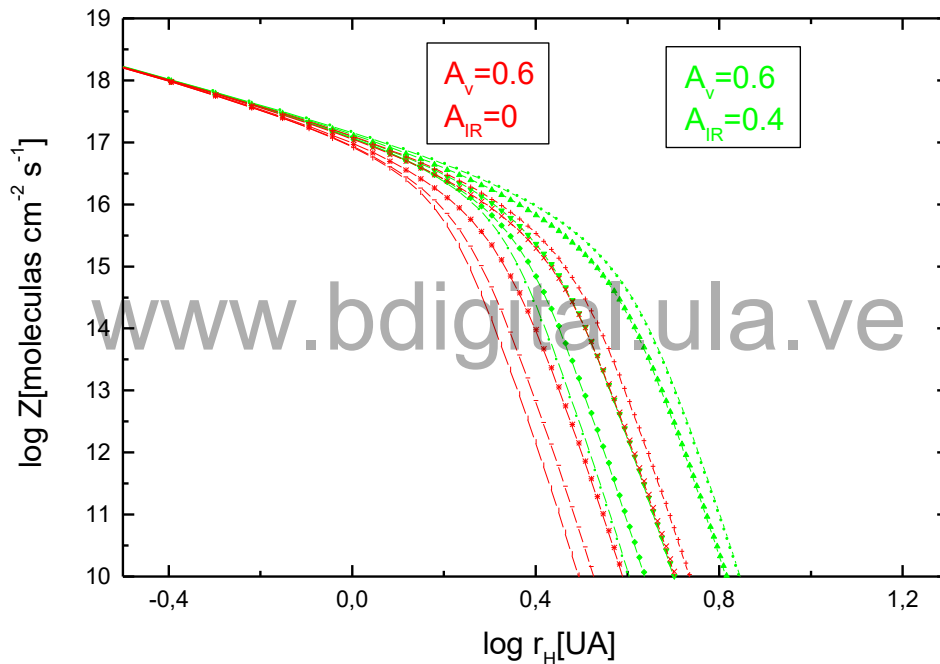


Figura 13. Tasa de vaporización para el agua de un núcleo cometario como función de la distancia heliocéntrica para las mismas inclinaciones de la Figura 11 y Figura 12. Para el grafico rojo se ha considerado en los cálculos un albedo infrarrojo, $A_{IR} = 0$, en el verde $A_{IR} = 0.4$, con un albedo visual fijo, $A_v = 0.6$

Posteriormente variamos el albedo infrarrojo dejando fijo el albedo visual y observamos que al disminuir el albedo infrarrojo hay una disminución de la sublimación. Esto se debe al hecho que al ser el albedo infrarrojo mas pequeño es mayor la cantidad de energía que radia el cuerpo, esto se puede observar mejor a través de la ecuación para la

conservación de la energía, ecuación 5.1, en el cual el primer termino de la derecha, $(1 - A_{IR})\sigma T^4$, representa a la energía radiada por el núcleo cometario, en este termino se puede observar que al disminuir el albedo infrarrojo hay un aumento de la energía radiada es decir el núcleo cometario esta perdiendo energía el cual es el contribuyente para la sublimación

Uno de los factores de gran relevancia ha sido el hecho de poder calcular la temperatura de la superficie del cometa dependiendo de la latitud, esto ya fue estudiado por (Ferrín & Naranjo, 1980).

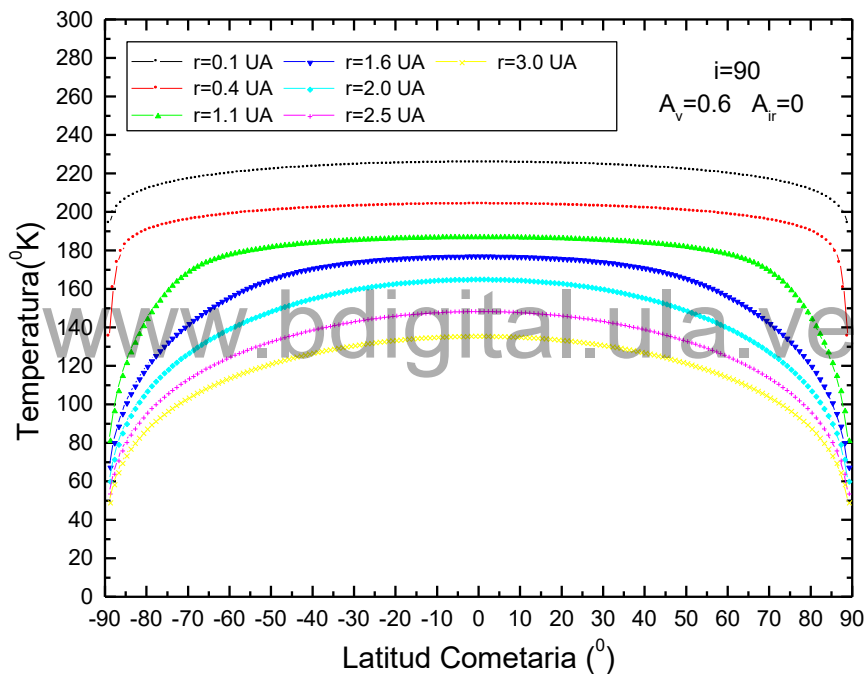


Figura 14. Temperatura de la superficial cometaria como una función de la latitud, calculada para diferentes distancias heliocéntricas, considerando una inclinación del eje de rotación, $i = 90$, un albedo visual $A_v = 0.6$, y un albedo infrarrojo $A_{IR} = 0$.

En nuestros cálculos de la dependencia de la temperatura con la latitud cometaria (Figura 14 y 15), se puede ver que para distancias heliocéntricas muy grandes las variaciones de temperatura entre una latitud y otra son cada vez mas grandes, mientras que para distancias heliocéntricas pequeñas la temperatura empieza a uniformizarse en todo el cometa. Esto se debe a que al acercarse el cometa al sol hay una mayor sublimación

llevándose energía térmica, y por lo tanto se enfría la superficie termalizándose de esta forma el núcleo del cometa. Otra característica notoria es la simetría del gráfico, con su máximo en una latitud de 0° (Figura 14). Algo que se suponía que debía suceder ya que estamos considerando que el eje de inclinación del cometa es $i = 90^\circ$ lo cual nos indica que el eje es perpendicular a la línea Tierra-Sol. Mientras que para $i = 0^\circ$ (Figura 15), observamos que a latitudes negativas y cerca del cero la temperatura cae drásticamente a cero alcanzando el máximo en una latitud de 90° , lo cual es lógico ya que el eje de rotación es paralelo a la línea Tierra-Sol.

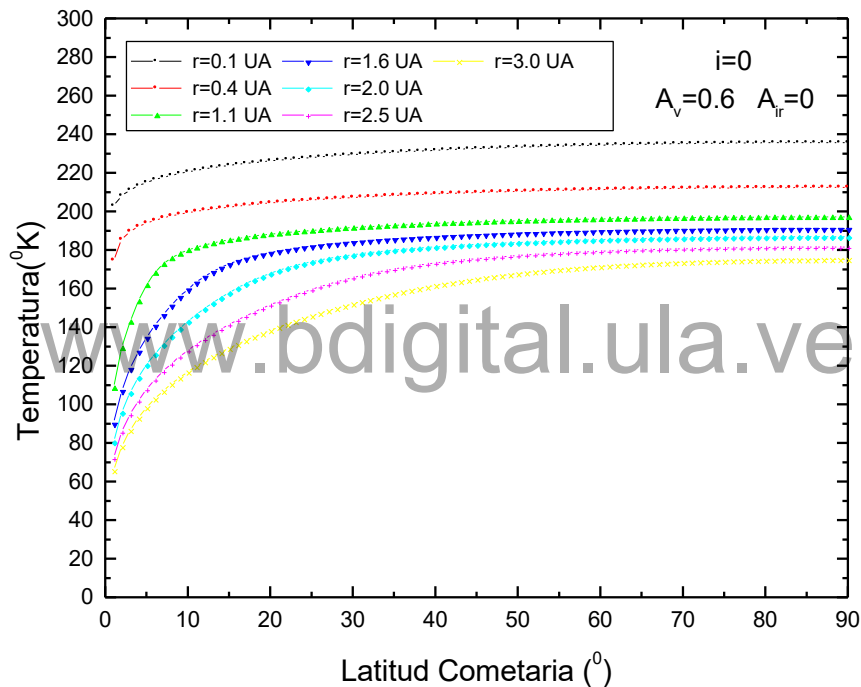


Figura 15. Temperatura de la superficial cometaria como una función de la latitud, calculada para diferentes distancias heliocéntricas, considerando una inclinación del eje de rotación, $i = 0$, un albedo visual $A_v = 0.6$, y un albedo infrarrojo $A_{IR} = 0$.

5.4 Procedimiento para la Construcción de la Curva de Luz Cometaria

A través de los cálculos realizados en la parte anterior hemos visto la dependencia de la sublimación de material cometario con la inclinación del eje de rotación del cometa, recordemos que esta es medida con respecto a la línea Sol Cometa. Es sabido que esta

sublimación está relacionada con su magnitud y al obtener esta magnitud podríamos construir la curva de luz del cometa.

Además del parámetro ángulo de inclinación, i , introducido por Cowan y A'Hearn (Cowan & A'Hearn, 1979) existe otro parámetro introducido por Sekanina, (Sekanina Z. , 1979), el cual mide el ángulo entre el eje de rotación y la normal al plano orbital, llamado Oblicuidad, I , este parámetro será de gran utilidad en nuestros próximos cálculos.

Si consideramos que el parámetro de Sekanina, I , es de cero grados, estamos en el caso en que el eje de rotación del cometa es perpendicular a su plano orbital (Figura 16). Sabemos que los cometas, considerando solo cometas periódicos, giran alrededor del Sol en orbitas elípticas, y si consideramos que la oblicuidad del cometa es de cero grados, este se moverá en toda su orbita conservando el ángulo de inclinación, i , y el cual sería igual a 90° .

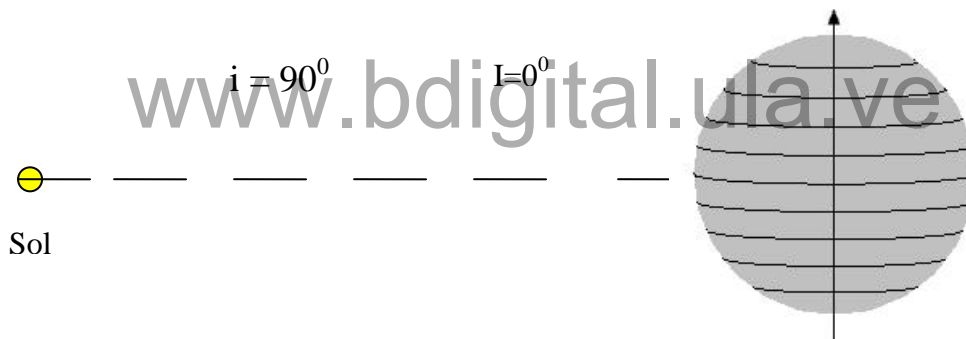


Figura 16. Configuración de perfil Cometa Sol, en la cual se muestra el ángulo de inclinación definida por Cowan y A'Hearn, y la Oblicuidad definida por Sekanina.

Si ahora consideramos que la oblicuidad es $I = 90^{\circ}$, el parámetro de Cowan y A'Hearn (Cowan & A'Hearn, 1979) variaría dependiendo de la posición del cometa en su orbita, la relación del cambio de inclinación del eje de rotación del cometa a medida que este se mueve en su orbita viene dada por la expresión de Sekanina expresión que utilizaremos mas adelante. Inicialmente vamos a considerar que el parámetro, I , es de 0° , por motivos de simplicidad.

El procedimiento que utilizaremos para encontrar la curva de luz, es el siguiente:

- a) Utilizando las curvas de luz (Ferrín, 2008) podemos obtener la magnitud del cometa como una función de la distancia heliocéntrica del mismo.
- b) Utilizando gráficos de distintos autores se obtiene la tasa de producción de agua como función de la distancia heliocéntrica.
- c) A través de los dos gráficos anteriores podemos obtener una recta de calibración, con la cual hallamos la ecuación de la magnitud como una función del logaritmo de la tasa de producción de agua de la forma (Jorda, et al, 1992):

$$m = A + B \log Q_{H_2O} \quad (5.14)$$

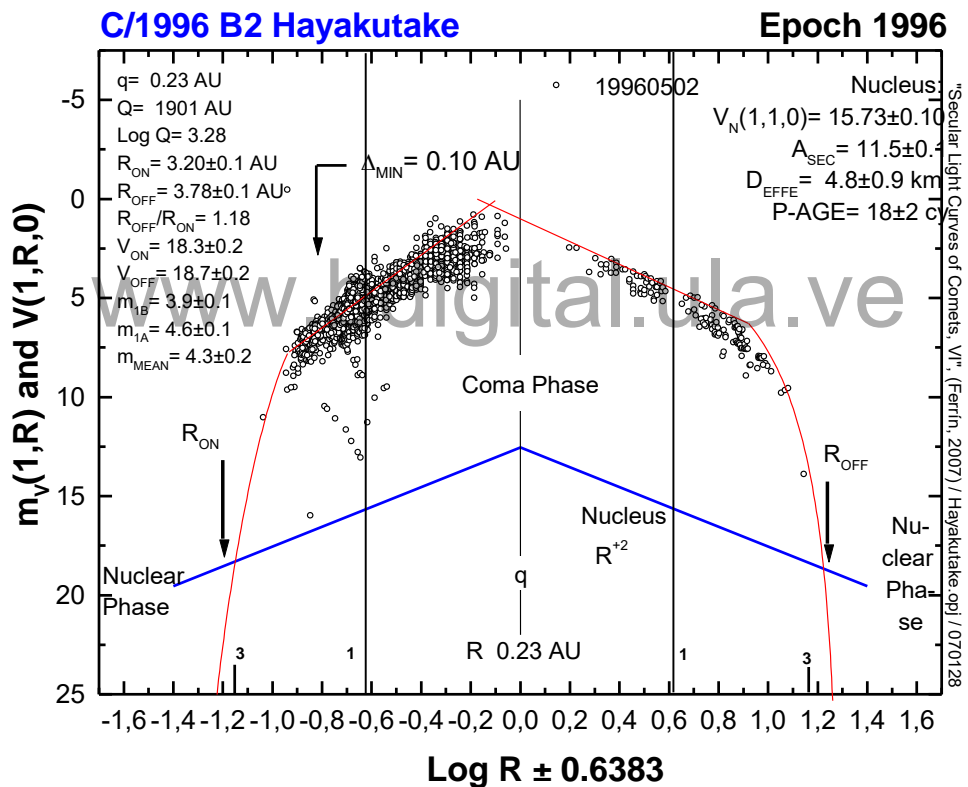


Figura 17. Curva de luz secular del cometa Hyakutake, cortesía del Dr Ignacio Ferrín.

- d) Calculamos la tasa de vaporización de agua como una función de la distancia heliocéntrica a través de nuestro modelo

- e) Utilizando la ecuación obtenida para la magnitud en la parte c) y utilizando los valores para la tasa de producción de agua calculados con nuestro modelo podemos encontrar el grafico de la magnitud como una función de la distancia heliocéntrica.

Hemos aplicado nuestro modelo a distintos cometas, encontrando buenos resultados para el cometa C/1996 B2 Hyakutake, considerando que el eje de inclinación del cometa es de 0° . Hemos utilizado el procedimiento anterior para la obtención de su curva de luz. A través de la curva de luz (Ferrín, 2008) (Figura17), obtenemos la magnitud para cada distancia heliocéntrica del cometa. De datos observacionales obtenemos la tasa de producción de agua como función de la distancia heliocéntrica, Figura18.

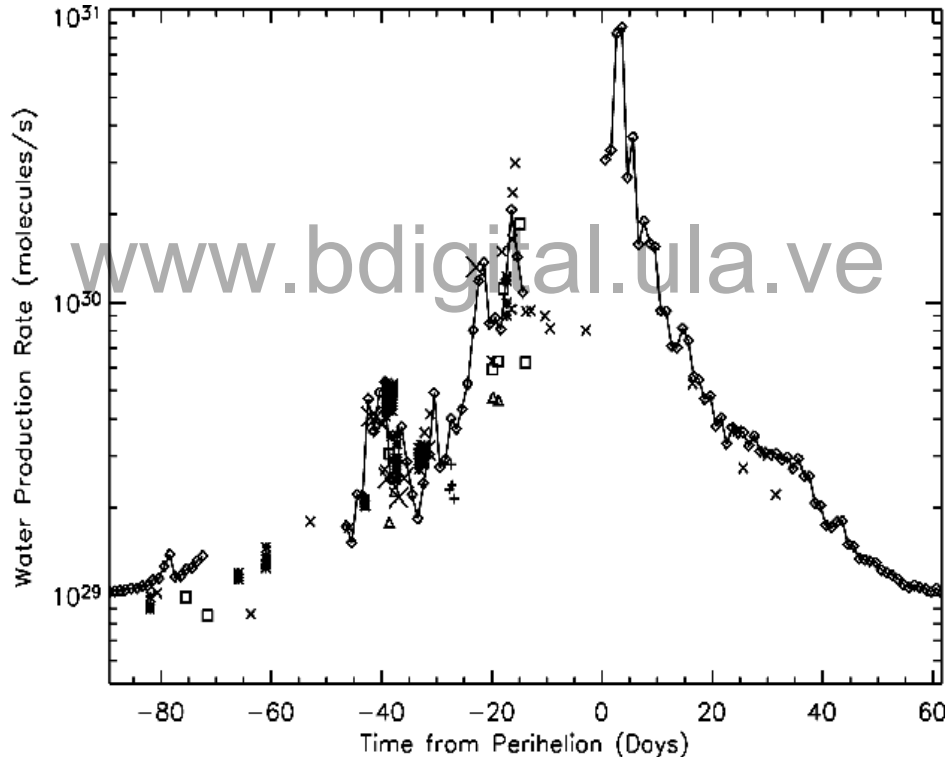


Figura 18. Tasa de Producción de agua vs tiempo de paso por el perihelio utilizando observaciones de SOHO SWAN, y datos de otros autores. Michael Combi, T. Makinen, et al. (<http://www-personal.umich.edu/~mcombi/SWANhya/index.html>)

A través de estos gráficos podemos obtener la recta de calibración (Figura 19), que no es otra cosa que el grafico de la magnitud visual como función del logaritmo de la tasa de producción de agua.

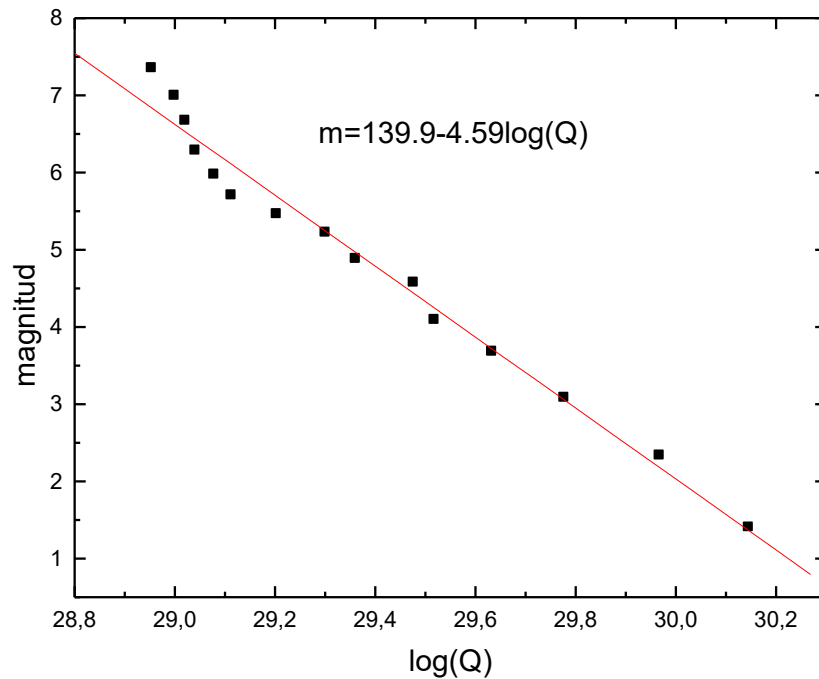


Figura 19. Recta de calibración de la curva de luz, en la cual se muestra la ecuación de la magnitud como función del logaritmo de la tasa de sublimación para el cometa C/1996 B2 Hyakutake, ajustada por mínimos cuadrados

Una vez hecho el ajuste lineal por mínimos cuadrados de la curva de calibración obtenemos para el cometa Hyakutake la ecuación:

$$m = 139.9 - 4.59 \log Q \quad (5.15a)$$

A través de nuestro modelo obtenemos la tasa de producción de agua como una función de la distancia heliocéntrica, y utilizando la ecuación obtenida para el cometa Hyakutake, obtenemos la curva de luz para dicho cometa.

Ahora podemos obtener la curva de luz para dicho cometa (Figura 20). En esta gráfico podemos ver que para A_{ir} muy grande el modelo no se ajusta con los datos observacionales, ni con los de la curva de luz de Ferrín, mientras que para valores pequeños de A_{ir} si se

acerca a los valores de estos y en el que no pareciera influir el albedo visual. Para verificar esto hemos construido un grafico dejando $A_{ir} = 0$ y hemos ido variando el albedo visual, (Figura 21 y 22)

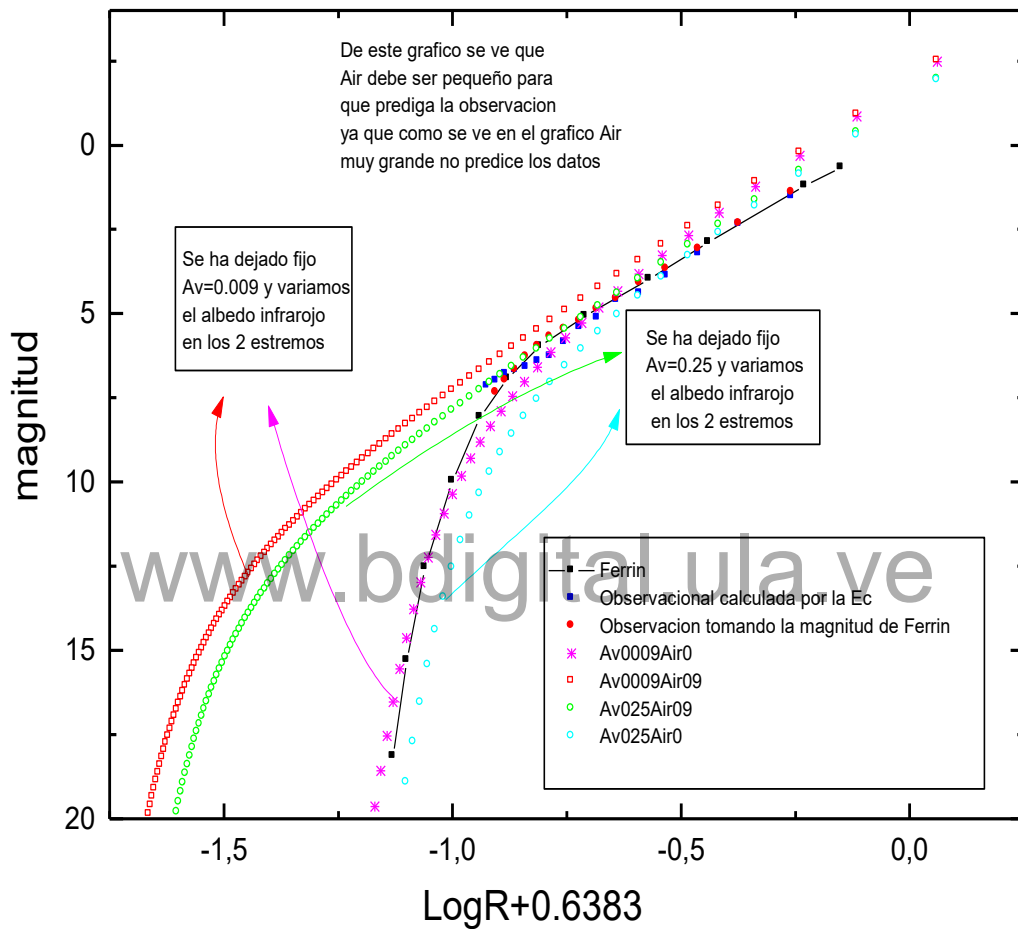


Figura 20. Gráfico de magnitud vs $\text{LogR}+0.6383$ para el cometa Hyakutake, en la cual se muestra datos de la curva de (Ferrín, 2008) datos observacionales de distintos autores y nuestros cálculos para distintos A_v y A_{ir}

Con el gráfico obtenido al dejar fijo A_{ir} y variar el albedo visual, (Figura 21 y 22) nos podemos dar cuenta que sí hay una dependencia del albedo visual y que el valor de este debería ser también pequeño.

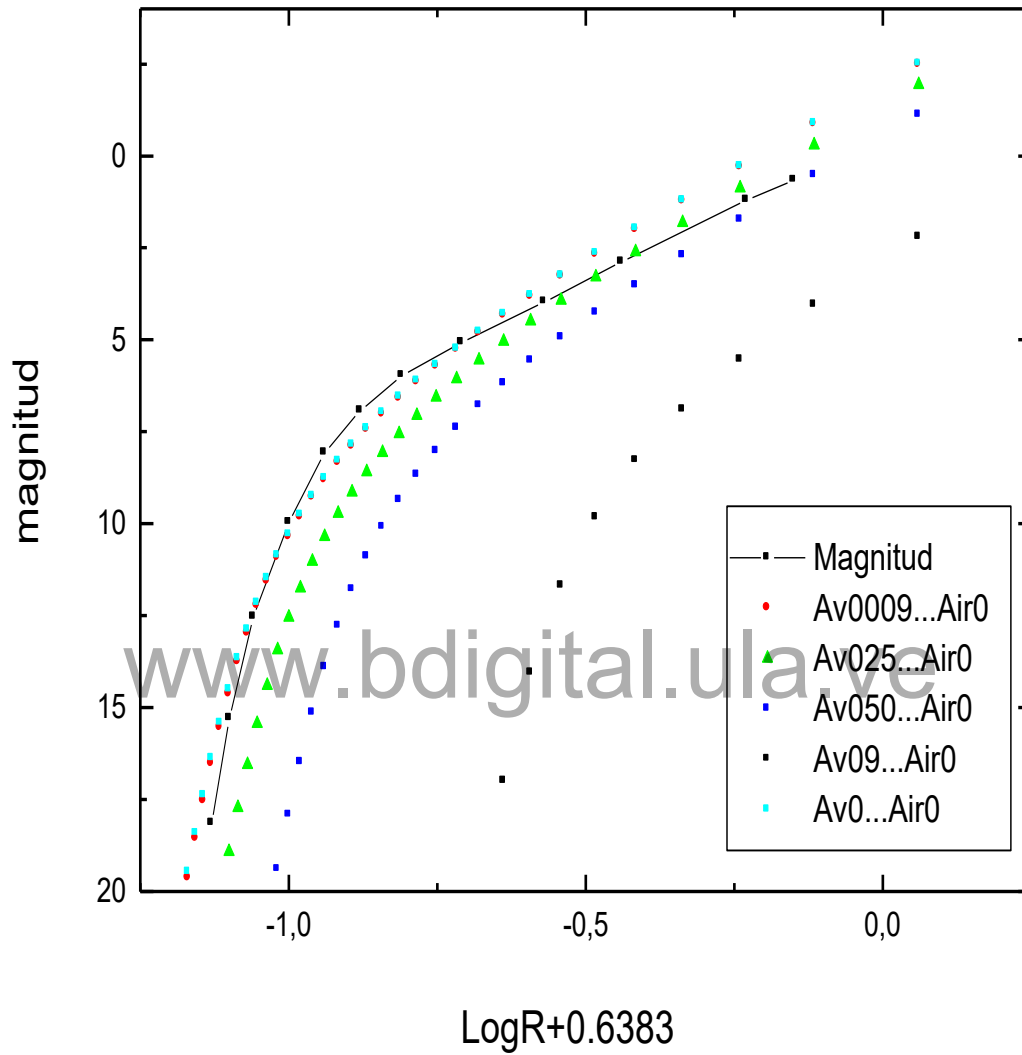


Figura 21. Gráfico de magnitud vs $\text{LogR}+0.6383$ para el cometa Hyakutake, en la cual se muestra datos de la curva de Ferrín datos observacionales de distintos autores y nuestros cálculos para $A_{ir}=0$ y distintos A_v .

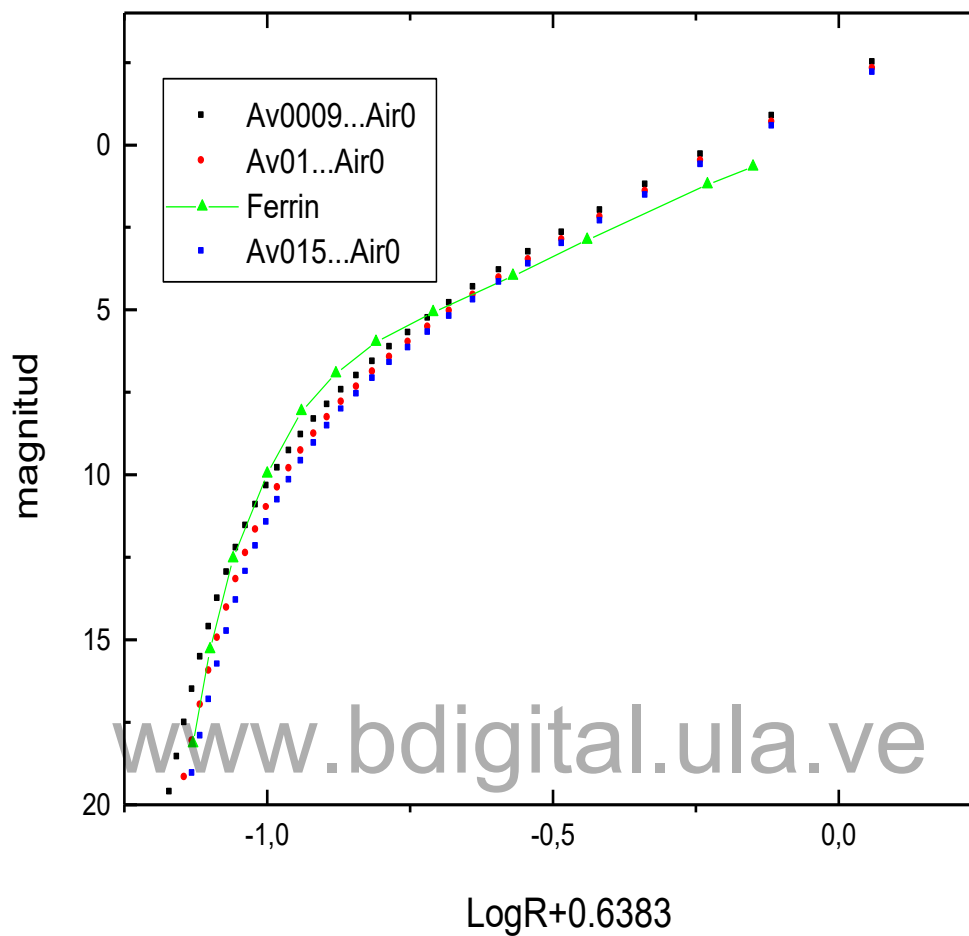


Figura 22. Gráfico de magnitud vs $\text{LogR}+0.6383$ para el cometa Hyakutake, en la cual se muestra datos de la curva de Ferrín datos observacionales de distintos autores y nuestros cálculos para $A_{ir}= 0$ y distintos A_v .

5.5 Cálculos para la latitud cometocéntrica del punto subsolar

La orientación del eje de rotación cambia dependiendo del cometa en estudio (Sekanina Z., 1979) define esta orientación a través de dos ángulos:

I oblicuidad del plano orbital, el cual es el ángulo determinado entre el plano de la orbita del cometa y el ecuador del núcleo, o también puede ser visto como el ángulo entre la normal del plano orbital y el eje de rotación y Φ es el argumento del ángulo formado entre

el punto del nodo ascendente \mathbf{N} y el meridiano del punto subsolar $\mathbf{\Pi}$, sobre el plano orbital en el perihelio.

Sekanina (1979) encuentra una expresión que relaciona la latitud cometocéntrica del punto subsolar con la orientación y posición del cometa en su órbita. Esta expresión está dada por la ecuación (5.16)

$$\sin \psi = \sin(I) \sin(\Phi + \nu) \quad (5.16)$$

donde ψ es la latitud cometocéntrica del punto subsolar y ν , es la anomalía verdadera del cometa en estudio

De la ecuación (5.16) podemos ver que I y Φ son parámetros intrínsecos de la órbita del cometa y los cuales se mantienen fijos, mientras que ν varía a medida que el cometa se mueve a lo largo de la órbita, de tal manera que la latitud cometocéntrica es una función de la anomalía verdadera y la cual nos permite saber cuál va a ser la latitud del punto subsolar a medida que el cometa se mueve en su órbita.

Hemos calculado la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio. Para ello calculamos la anomalía para cada día después que el cometa ha pasado por el perihelio a través de la resolución del problema de Kepler.

El procedimiento que hemos utilizado es el siguiente:

Calcularemos el valor de la anomalía media después que el cometa ha pasado por el perihelio a través de la ecuación (5.17)

$$M = \frac{2\pi t}{P} \quad (5.17)$$

en donde P es el periodo orbital del cometa en estudio y t es el tiempo de paso por el perihelio. Luego se varía la anomalía excéntrica hasta encontrar que cumpla con la ecuación (5.18)

$$E - e \sin(E) = M = \frac{2\pi t}{P} \quad (5.18)$$

donde E es la anomalía excéntrica y e es la excentricidad de la órbita.

Una vez hallada la anomalía excéntrica podemos calcular la anomalía verdadera después del paso por el perihelio a través de la ecuación (5.19)

$$\tan\left(\frac{\nu}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan\left(\frac{E}{2}\right) \quad (5.19)$$

De esta manera hemos encontrado el valor de la anomalía verdadera después del paso por el perihelio.

Ahora teniendo los valores de la oblicuidad de la órbita del cometa en estudio, podemos calcular la latitud cometocéntrica después del paso por el perihelio, a través de la ecuación (5.16)

Sekanina calculó el gráfico latitud cometocéntrica vs el tiempo de paso por el perihelio, utilizando su ecuación, para distintos cometas como fueron 2P/Encke, 10P/Tempel 2 y 19P/Borrelly. Nosotros con el fin de comparar los datos obtenidos por Sekanina hemos hecho el mismo cálculo para el cual hemos considerado, al igual que Sekanina que la oblicuidad, $I = 95^\circ$ y el ángulo de fase, $\Phi = 245^\circ$, para el cometa 2P/Encke; mientras que para 10P/Tempel 2 $I = 65^\circ$, $\Phi = 105^\circ$ y finalmente para 19P/Borrelly $I = 130^\circ$, $\Phi = 310^\circ$ (Figura 23). Estos fueron los mismos valores encontrados por Sekanina. El gráfico obtenido por Sekanina tenía un tiempo de paso del perihelio máximo de 150 días el cual fue calculado con nuestro modelo. Figura 23a, el cual es idéntico a lo encontrado por Sekanina, pero con nuestro programa hemos podido encontrar los valores de la latitud cometocéntrica para toda la órbita de 2P/Encke, 10P/Tempel2 y 19P/Borrelly (Figura 23b).

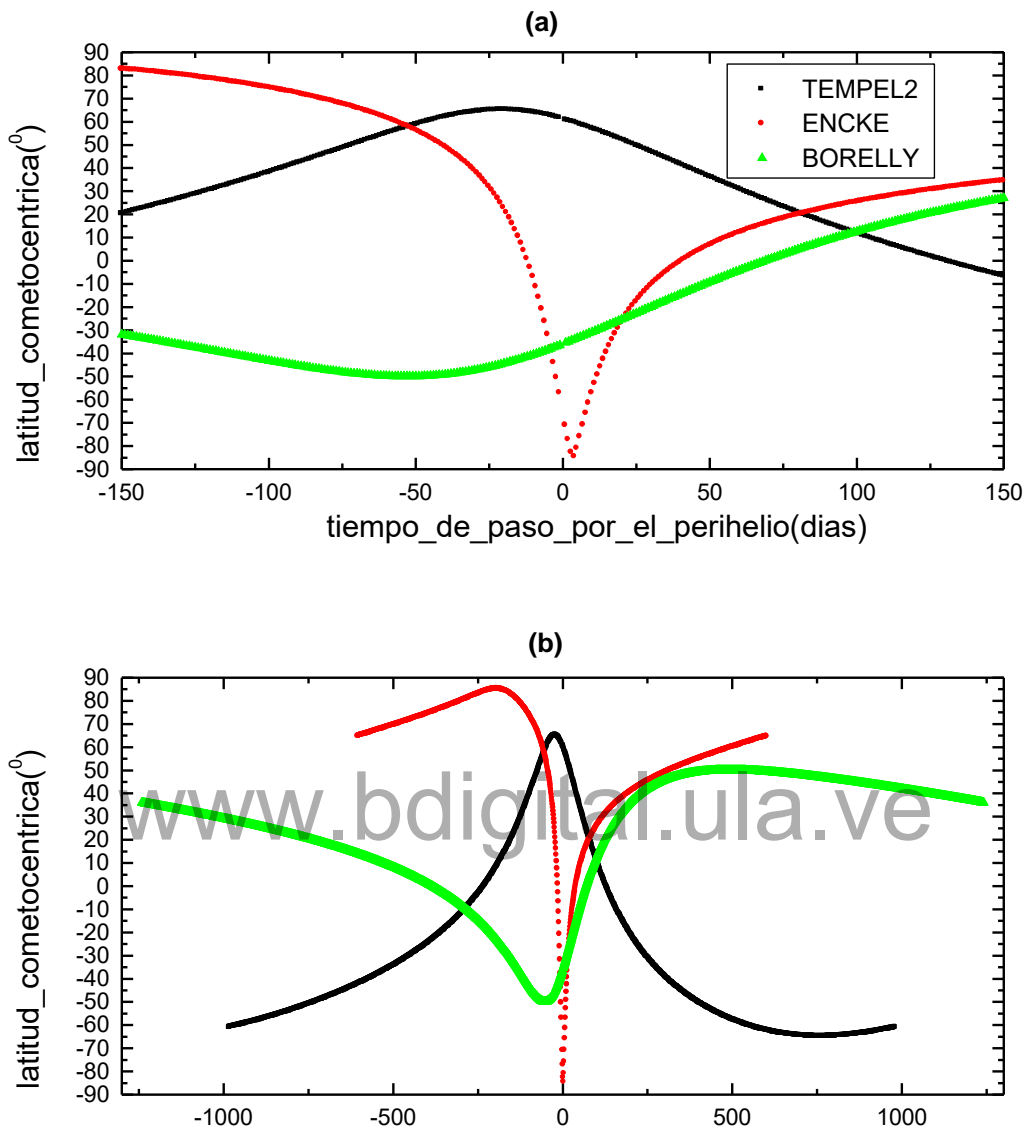


Figura 23. Latitud cometocéntrica del punto subsolar vs tiempo para tres cometas de periodo corto. En estos casos se ha considerado que las soluciones para Encke son con $I = 95^\circ$ y $\Phi = 245^\circ$, Tempel 2 $I = 65^\circ$, $\Phi = 105^\circ$, Borrelly $I = 130^\circ$, $\Phi = 310^\circ$. a) Calculo solo para 150 días antes y 150 días después del perihelio b) calculo de la latitud cometocéntrica para toda la orbita.

5.6 Cálculo de la Curva de luz del cometa Hyakutake para $I = 90^\circ$

En el cálculo de la curva de luz realizado anteriormente con nuestro modelo para el cometa Hyakutake, habíamos considerado que la oblicuidad, I , era de 0° y por tal motivo Φ no era definido, ya que en este caso no tenía sentido hablar de este parámetro. A esta configuración sol-cometa la hemos llamado caso trivial. Para este caso el punto subsolar del cometa se desplaza alrededor del ecuador del núcleo cometario a medida que el cometa se mueve en toda su órbita. En la Figura 24 se muestra la curva de luz del cometa Hyakutake para el caso trivial calculado anteriormente para $A_v = 0.009$, $A_{ir} = 0$, adicionando el gráfico de la latitud cometocéntrica como función del tiempo del paso por el perihelio.

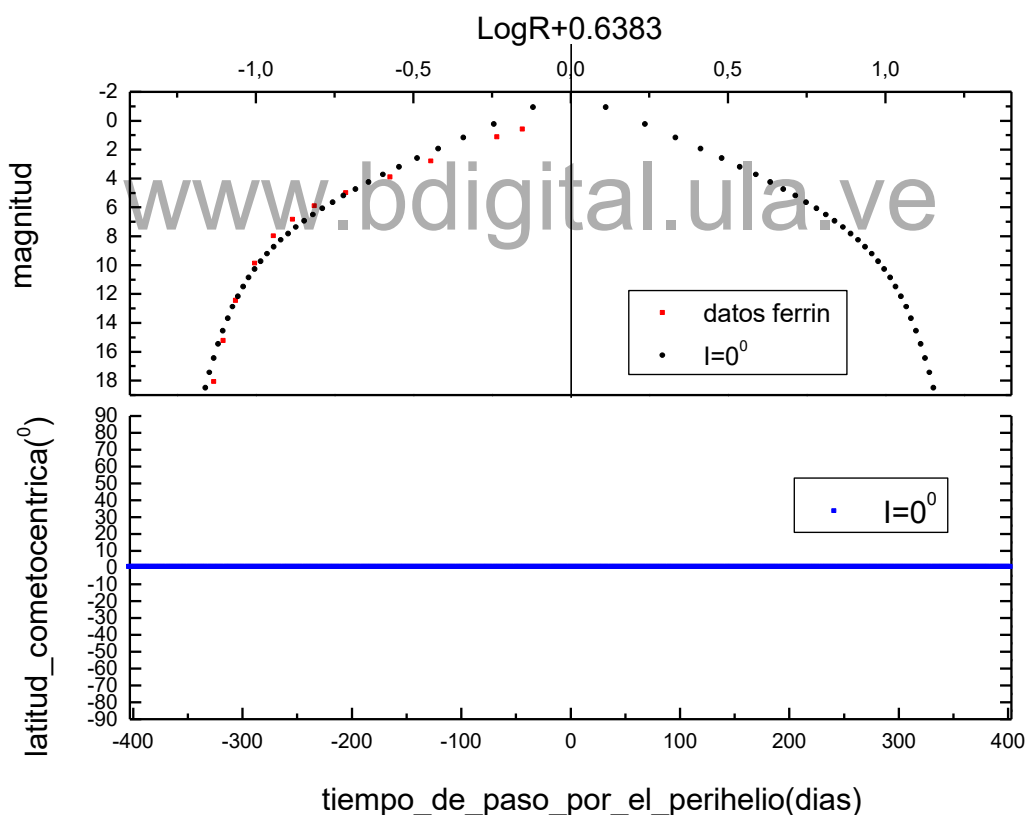


Figura 24. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo, con una desviación estándar $\sigma = 0.24$ mag, para el caso trivial con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

Ahora vamos a considerar el caso en el que $I = 90^{\circ}$, caso en el que vemos que el parámetro de Cowan y A'Hearn (1979), i , varía a través de la órbita (Figura 25), y en el que Φ también varía dependiendo de la posición que este tenga en el perihelio. Por ejemplo, si el eje de rotación del cometa está en el plano de la órbita del mismo y el eje de rotación apunta en dirección perpendicular a la línea Sol-cometa $\Phi = 0^{\circ}$, ya que el punto subsolar está en el ecuador (Figura 25a). Recordemos que este es el ángulo entre el punto subsolar y el nodo ascendente medido sobre el plano orbital. Ahora si el eje de rotación del cometa se encuentra en el plano orbital, y en el perihelio apunta al Sol el punto subsolar estará en el polo y por tal motivo $\Phi = 90^{\circ}$ (Figura 25b).

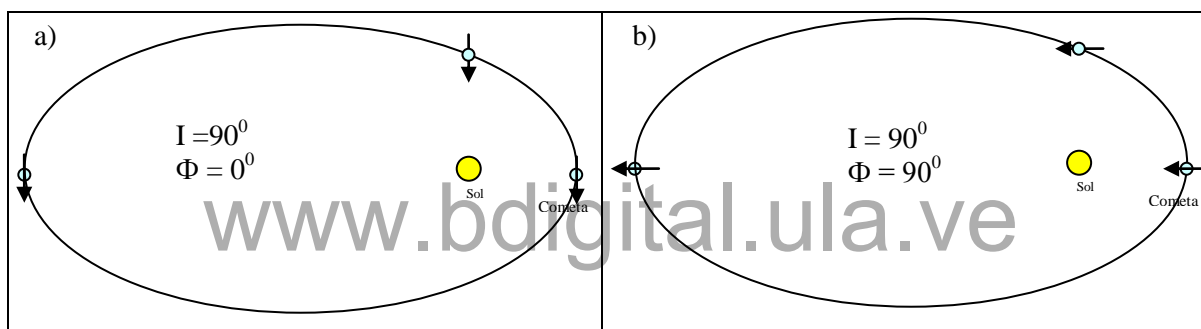


Figura 25. Configuración de la órbita del cometa alrededor del Sol en el cual se muestra la variación del parámetro, i , y en el podemos ver que la oblicuidad siempre es la misma para que se cumpla el principio de conservación del momento angular. a) Se ha considerado que el parámetro $I = 90^{\circ}$, que el parámetro $\Phi = 0^{\circ}$, recordemos que este se mide en el perihelio, y que el parámetro, $i = 90^{\circ}$ en el perihelio pero que varía alrededor de su órbita. b) Se ha considerado que el parámetro $I = 90^{\circ}$ que el parámetro $\Phi = 90^{\circ}$, y que el parámetro, $i = 0^{\circ}$ en el perihelio pero que varía alrededor de su órbita.

Uno de los problemas para la determinación de la Curva de luz cometaria para el caso no trivial, en que $I \neq 0^{\circ}$, es que el parámetro de Cowan y A'Hearn (1979), i , varía a medida que el cometa se mueve en su órbita.

El procedimiento que utilizamos para encontrar las curvas de luz para el caso no trivial es el siguiente:

A través del procedimiento para la resolución del problema de Kepler especificado en la sección anterior obtenemos las curvas de la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio y por ende podemos también obtener la latitud cometocéntrica como una función de la anomalía verdadera. Una vez calculada la latitud cometocéntrica podemos hallar el parámetro de Cowan y A'Hearn (1979), a través de la ecuación (5.20)

$$i = 90 - \psi \quad (5.20)$$

Una vez que se halla calculado, i , para un punto de la orbita, especificando este punto a través de la anomalía verdadera, podemos calcular la distancia heliocéntrica para este punto, a través de la ecuación (5.21)

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(v)} \quad (5.21)$$

Con la ecuación (5.21) para la distancia heliocéntrica y la ecuación (5.20) para el parámetro de Cowan podemos calcular la tasa de producción de agua, a través del procedimiento mostrado en detalle anteriormente.

De la Figura 26-36 hemos calculado la curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake a través de nuestro modelo considerando los casos $I = 90^0$ y $\Phi = 0^0$, $I = 90^0$ y $\Phi = 45^0$, $I = 90^0$ y $\Phi = 90^0$, $I = 90^0$ y $\Phi = 135^0$, $I = 90^0$ y $\Phi = 180^0$, $I = 90^0$ y $\Phi = 225^0$, $I = 90^0$ y $\Phi = 270^0$, $I = 90^0$ y $\Phi = 300^0$, $I = 90^0$ y $\Phi = 315^0$, $I = 90^0$ y $\Phi = 330^0$, es de recordar que el caso $I = 90^0$ y $\Phi = 360^0$, es equivalente al caso $I = 90^0$ y $\Phi = 0^0$. Además se adiciona el grafico de la latitud cometocéntrica como función del tiempo de paso por el perihelio para cada uno de los casos, con la finalidad de poder comparar los datos observacionales con los valores arrojados a través de nuestro modelo, y así poder obtener el valor de I , Φ que mejor se ajuste a los valores observacionales.

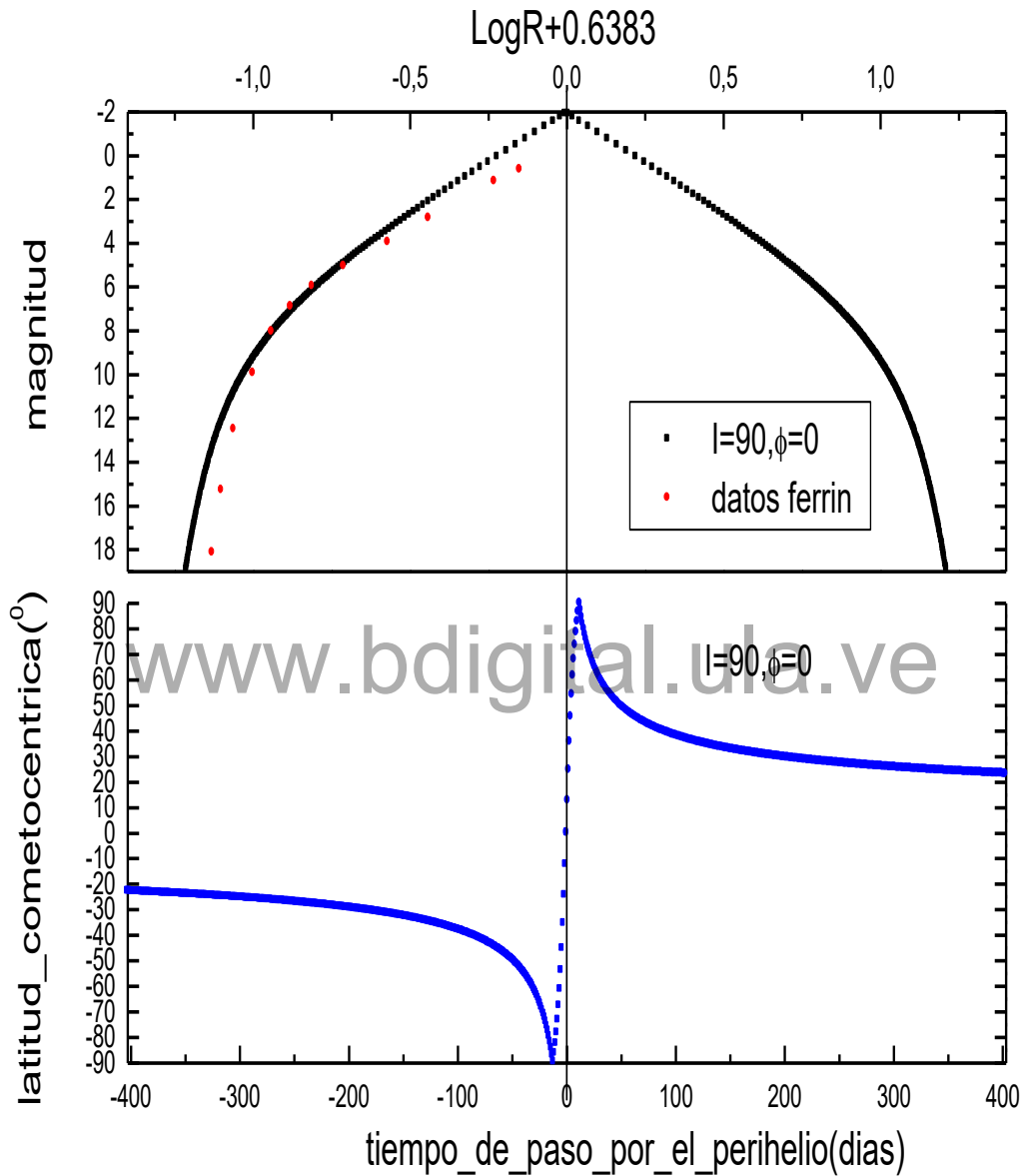


Figura 26. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso en que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 0^\circ$, con una desviación estándar $\sigma = 0.54$ mag, con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

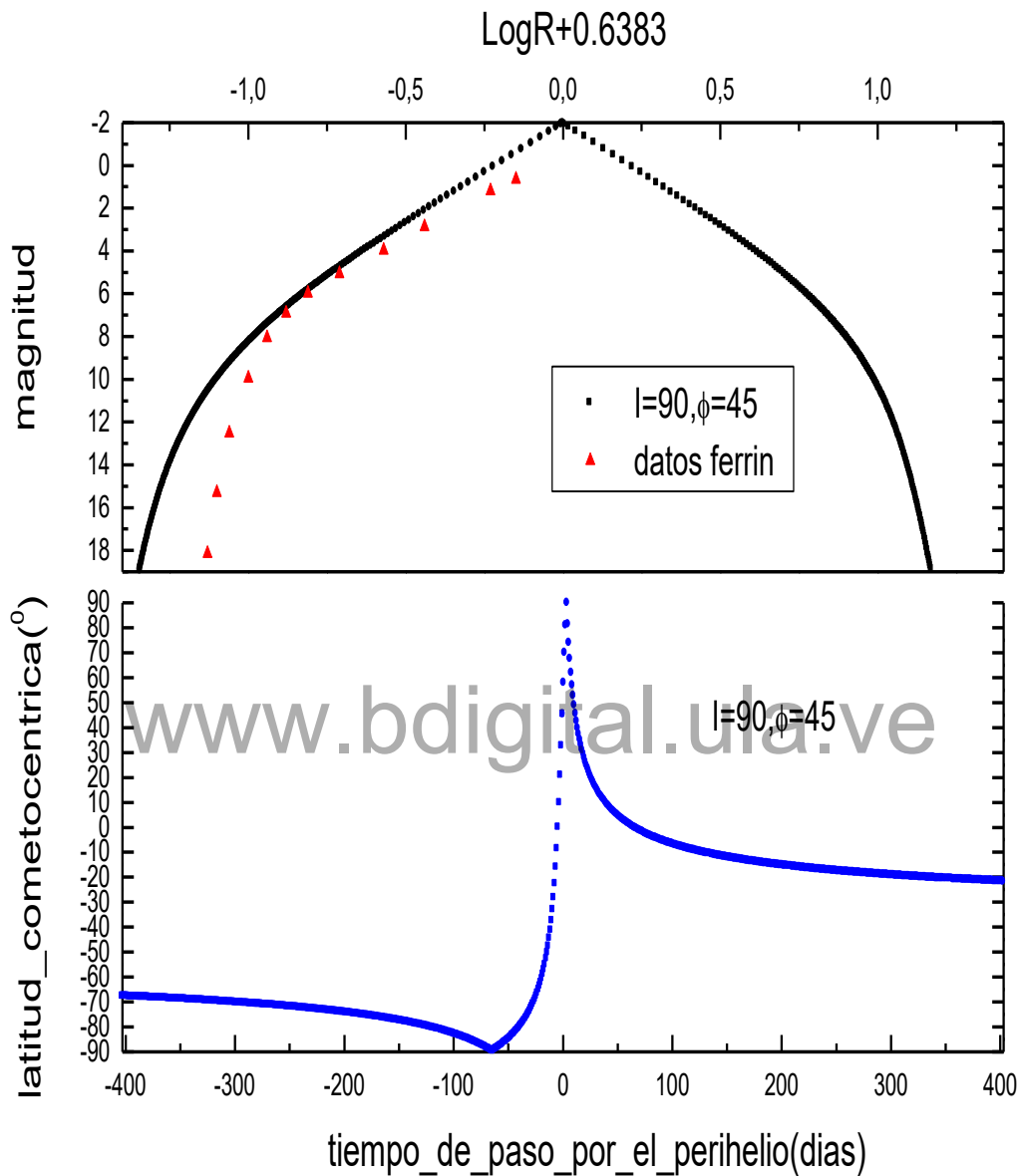


Figura 27. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso en que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 45^\circ$, con una desviación estándar $\sigma = 0.87$ mag, con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

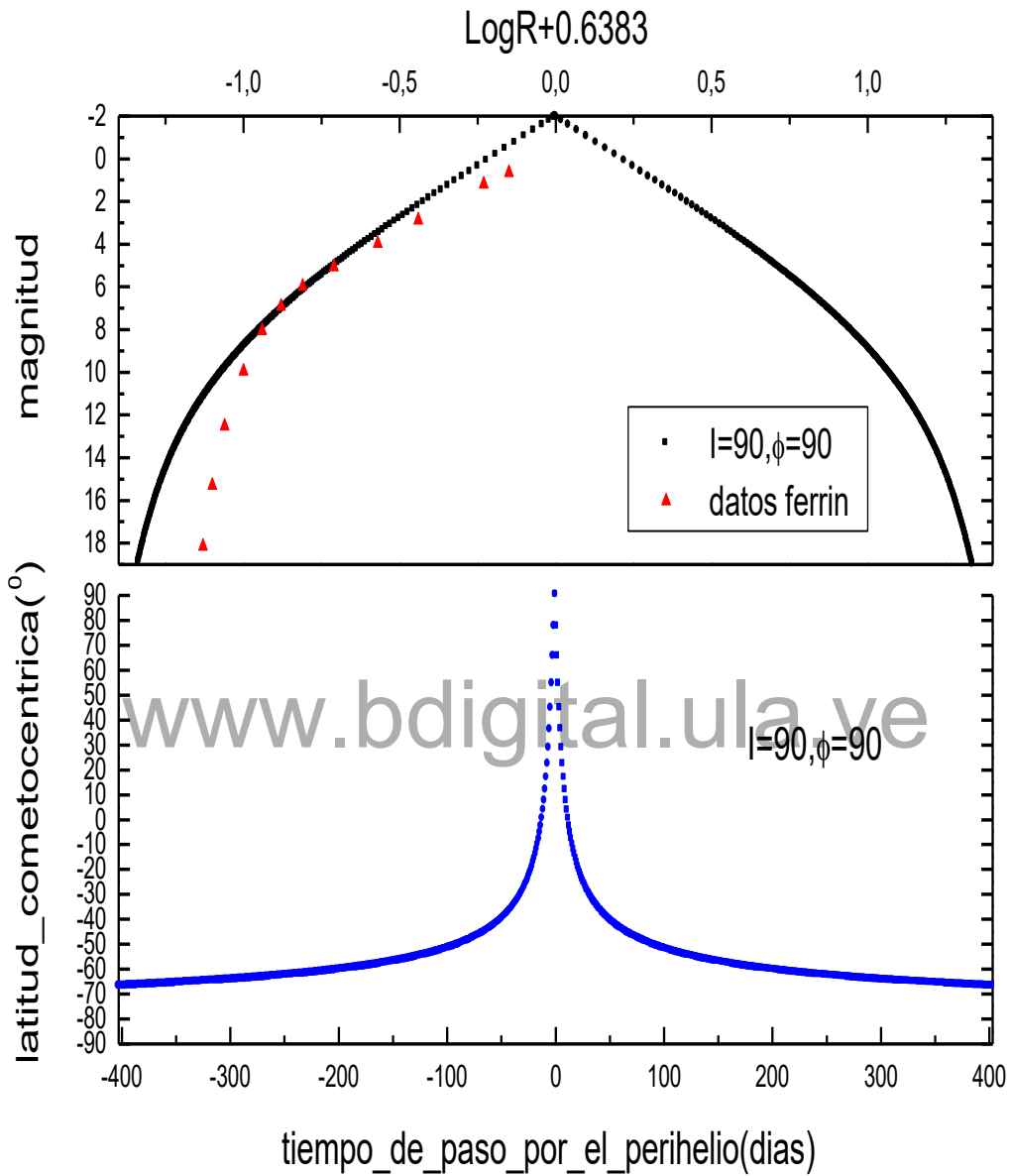


Figura 28. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso en que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 90^\circ$, con una desviación estándar $\sigma = 0.79$ mag, con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

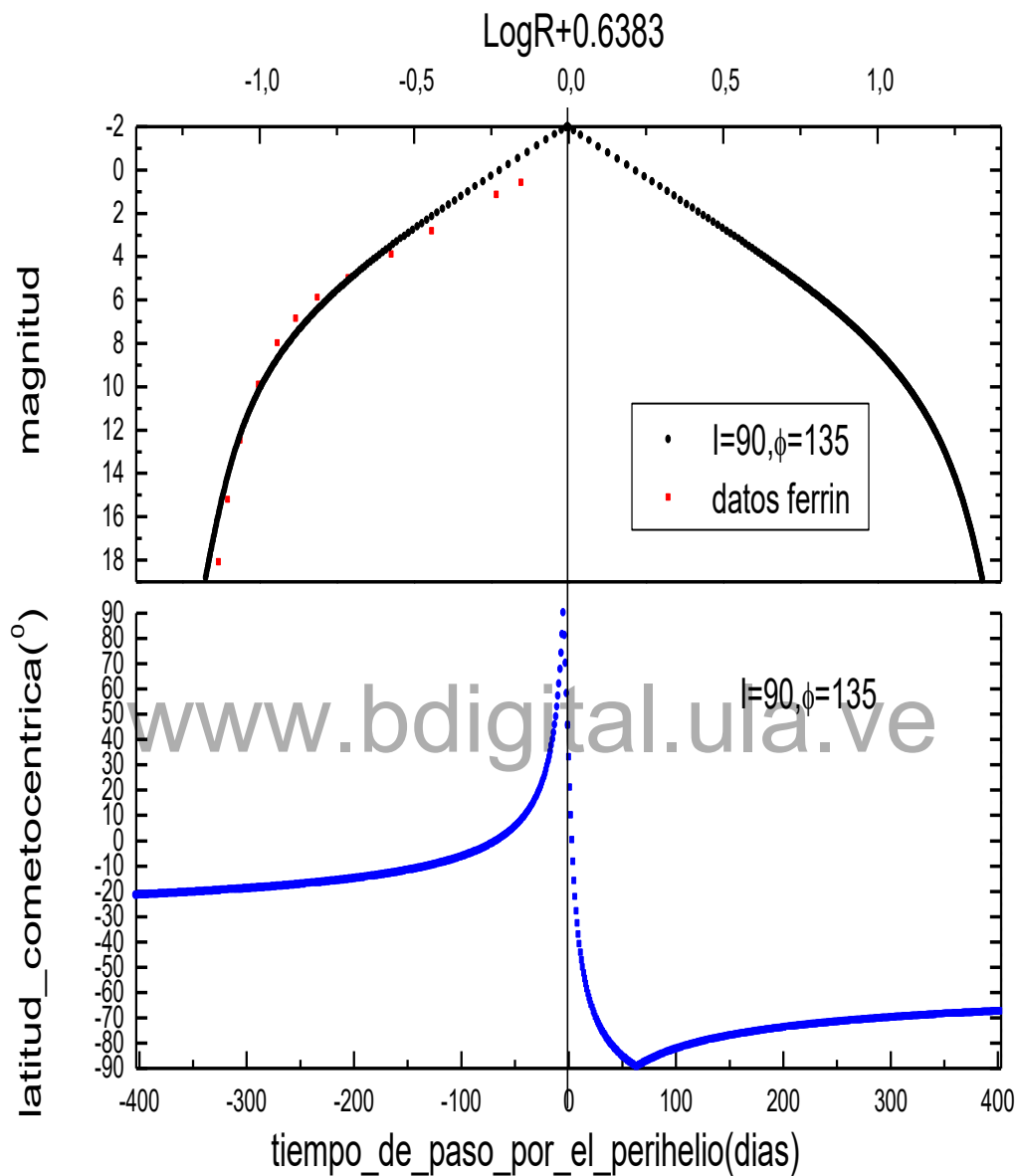


Figura 29. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso en que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 135^\circ$, con una desviación estándar $\sigma = 0.29$ mag, con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

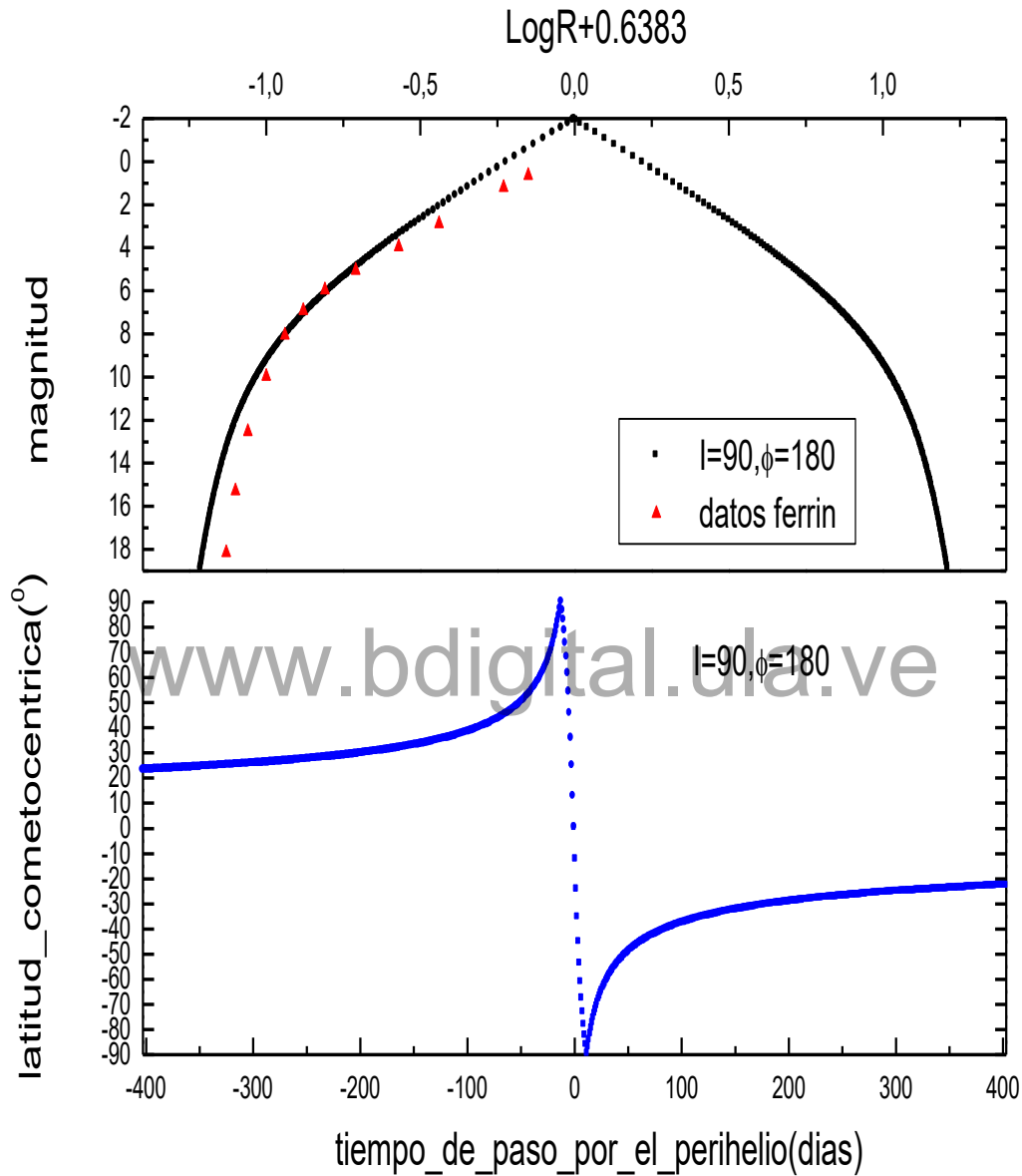


Figura 30. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso en que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 180^\circ$, con una desviación estándar $\sigma = 0.54$ mag, con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

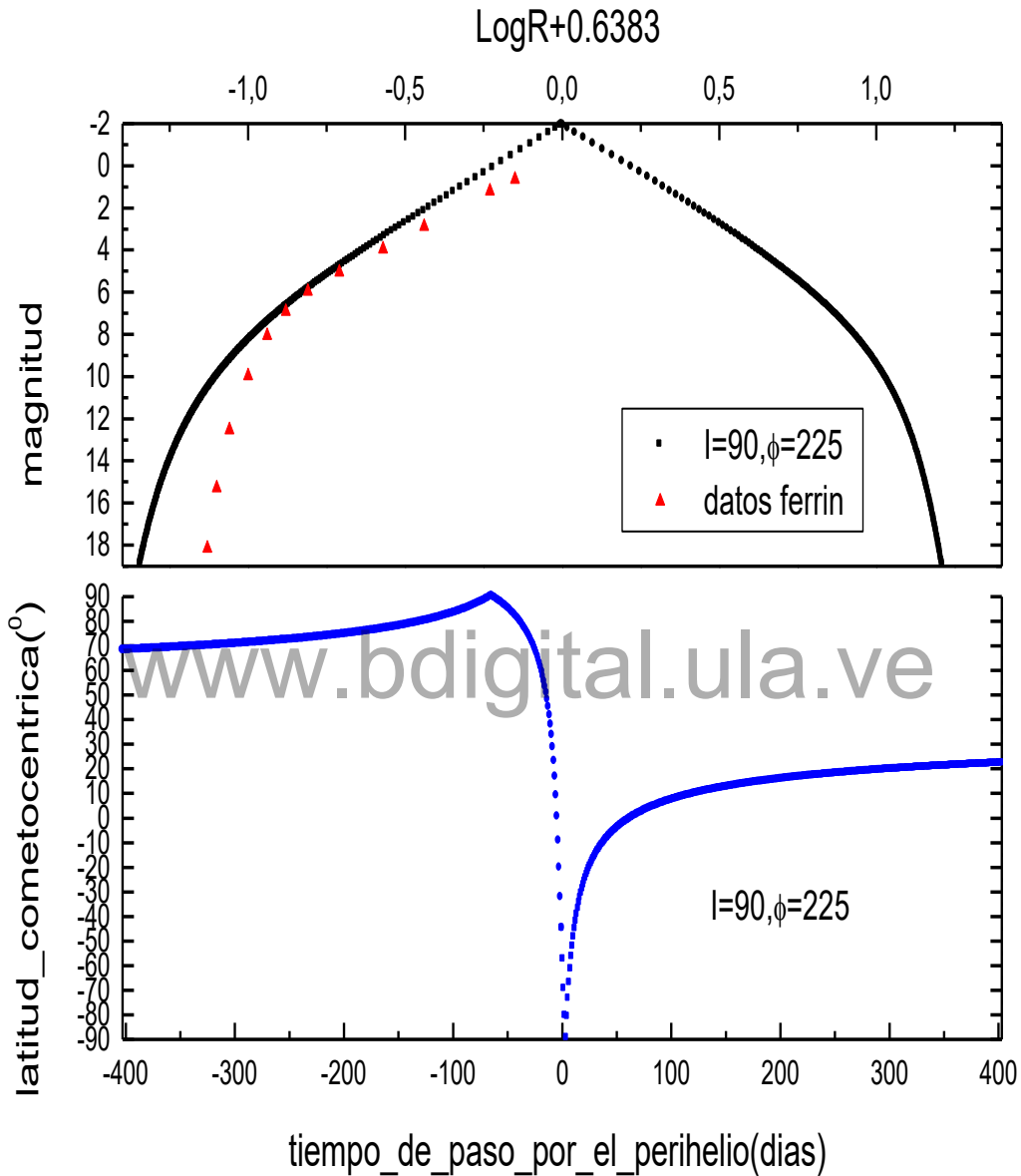


Figura 31. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso en que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 225^\circ$, con una desviación estándar $\sigma = 0.87$ mag, con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

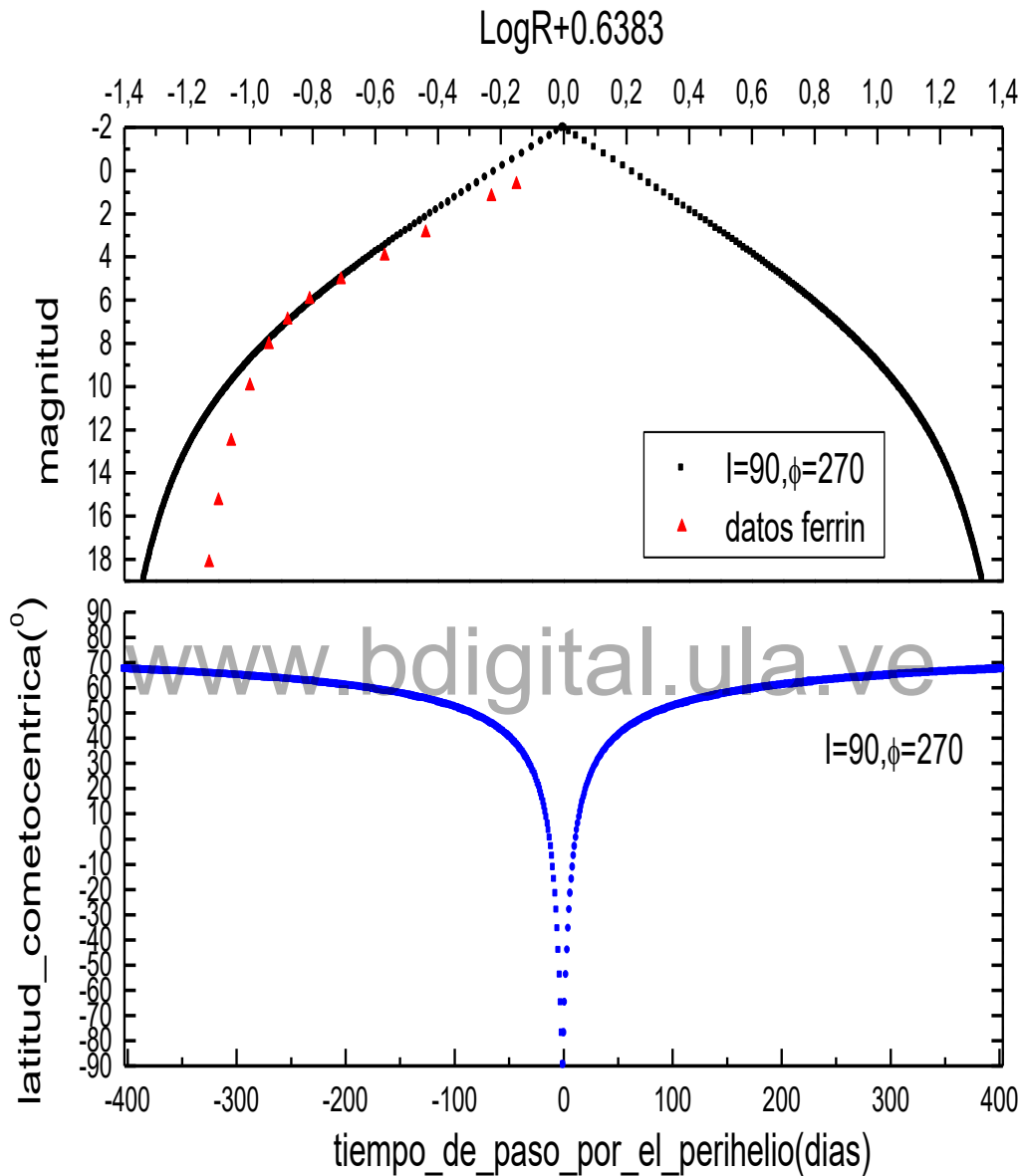


Figura 32. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso en que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 270^\circ$, con una desviación estándar $\sigma = 0.79$ mag, con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

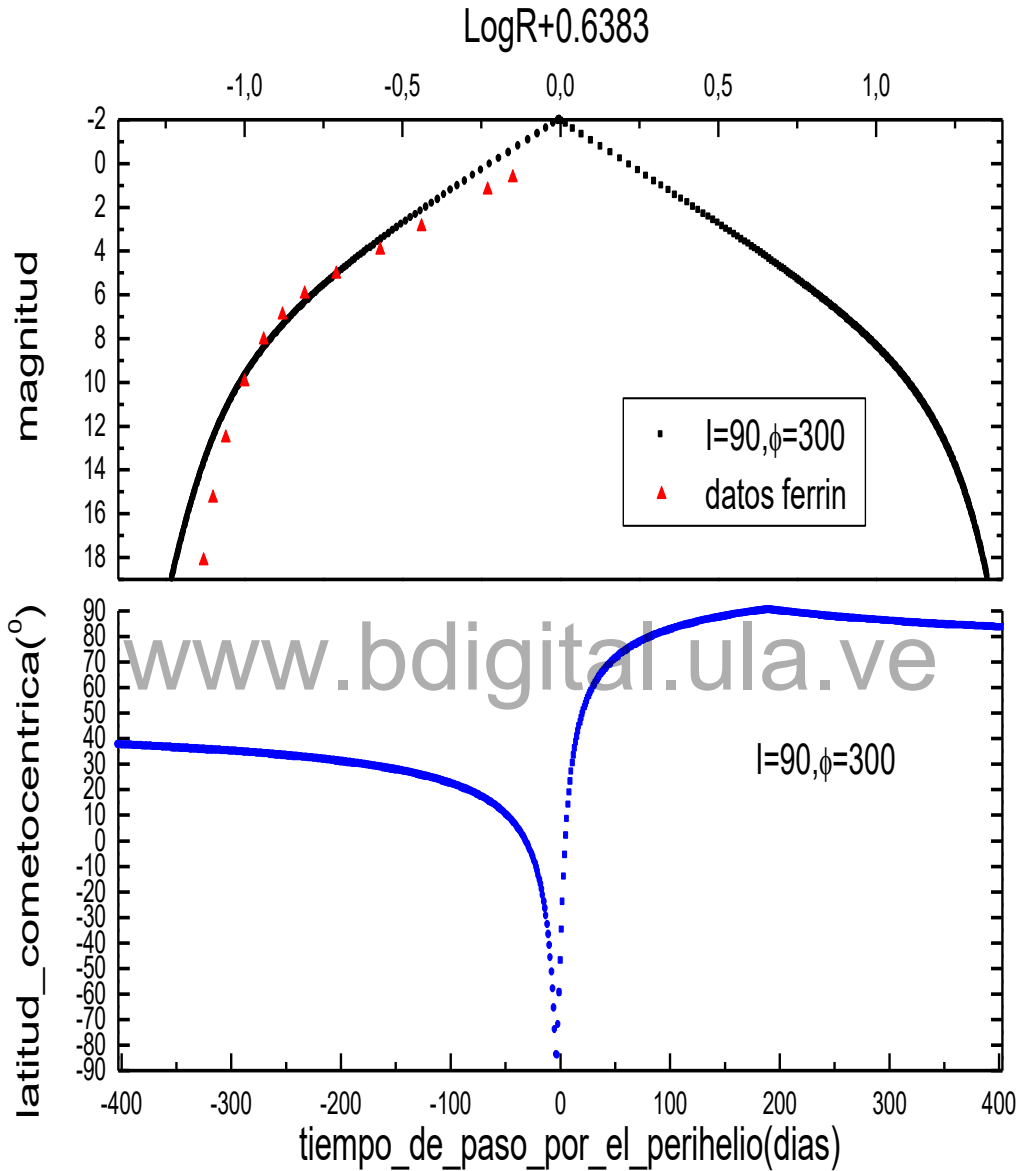


Figura 33. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso en que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 300^\circ$, con una desviación estándar $\sigma = 0.47$ mag, con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

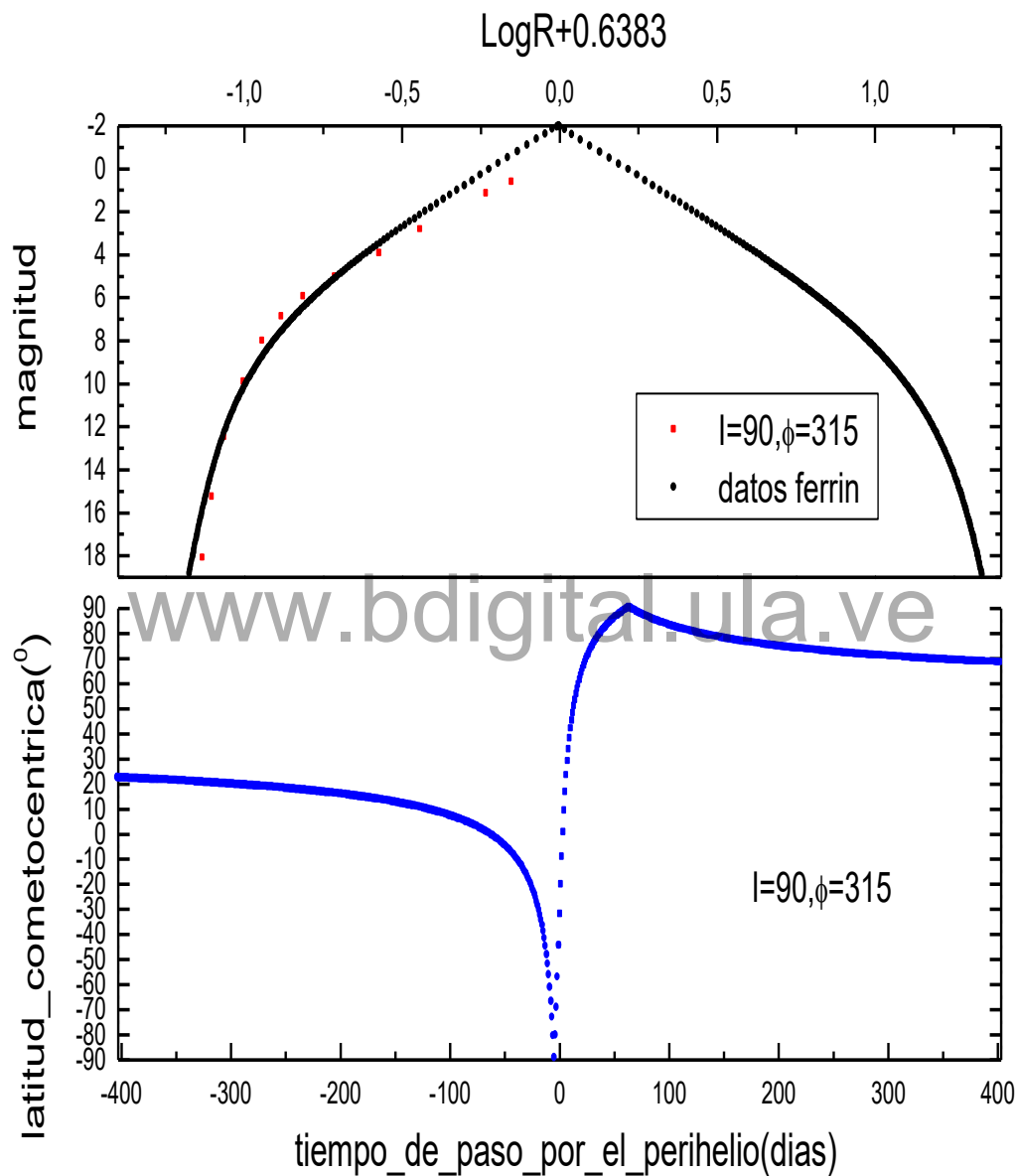


Figura 34. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso en que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 315^\circ$, con una desviación estándar $\sigma = 0.29$ mag, con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

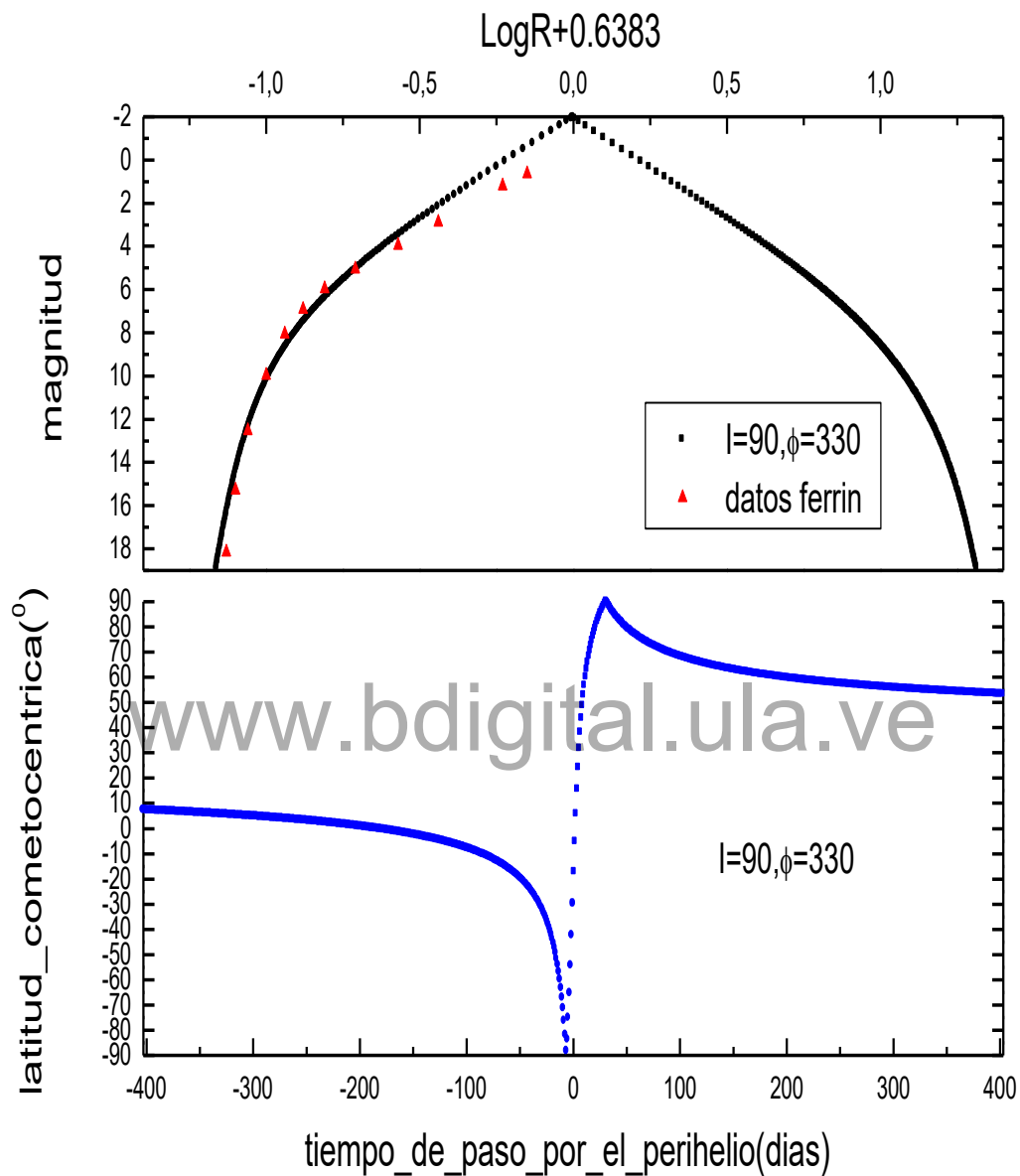


Figura 35. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso en que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 330^\circ$, con una desviación estándar $\sigma=0.24$ mag, con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

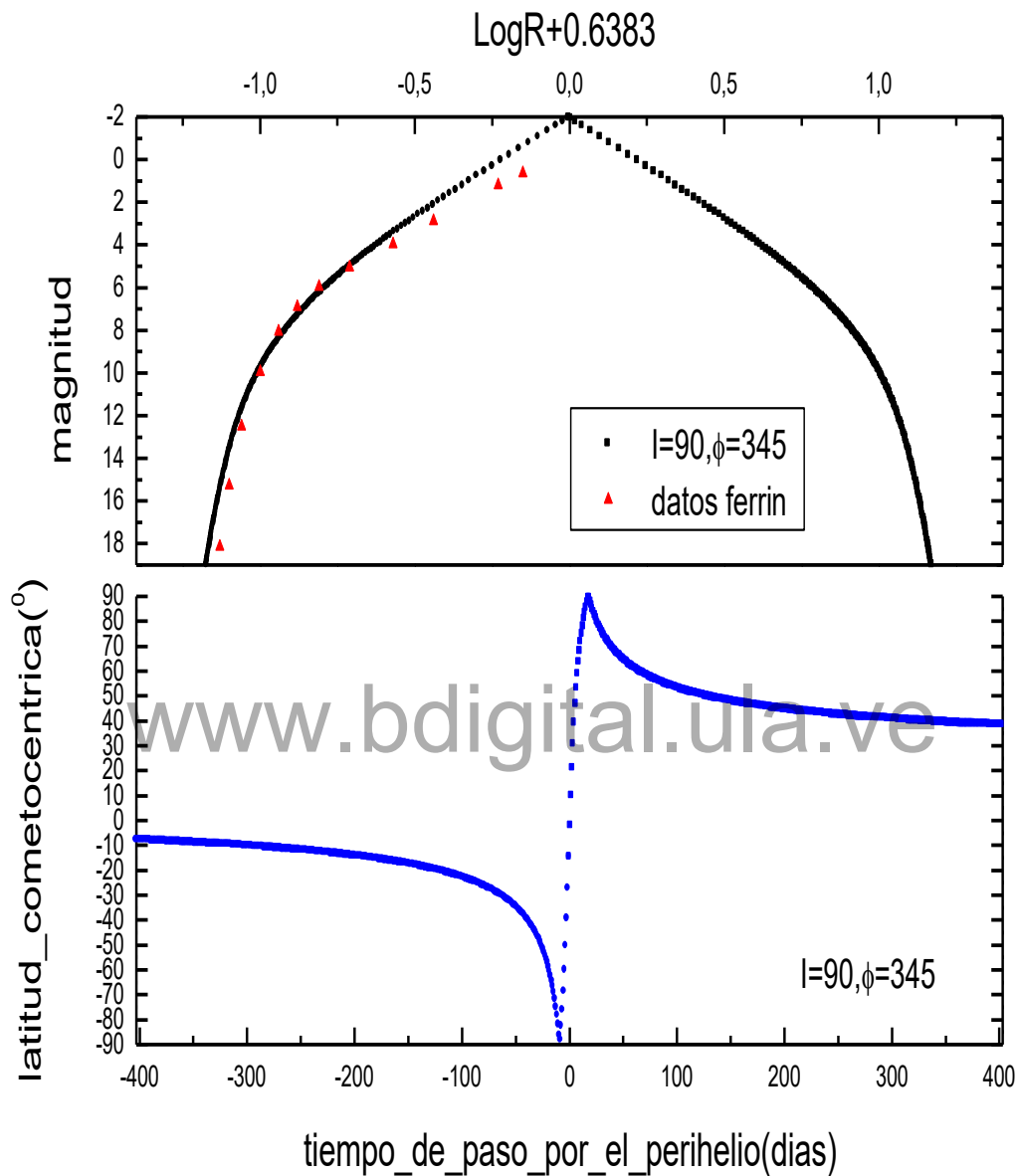


Figura 36. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso en que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 345^\circ$, con una desviación estándar $\sigma = 0.31$ mag, con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

En estos gráficos podemos ver las simetrías existentes entre las curvas de luz para los casos $I = 90^\circ$ y $\Phi = 0^\circ$ con el caso $I = 90^\circ$ y $\Phi = 180^\circ$, $I = 90^\circ$ y $\Phi = 45^\circ$ con el caso $I = 90^\circ$ y $\Phi = 225^\circ$, $I = 90^\circ$ y $\Phi = 90^\circ$ con el caso $I = 90^\circ$ y $\Phi = 270^\circ$, $I = 90^\circ$ y $\Phi = 135^\circ$ con el caso $I = 90^\circ$ y $\Phi = 315^\circ$ lo cual era de esperarse ya que las inclinaciones o parámetro de Cowan y A'Hearn son los mismos.

Tabla 1

Orientación del eje de rotación del cometa con la desviación estándar de la observación con nuestro modelo.

Para el caso trivial y para los casos en donde $I = 90^\circ$ variando el parámetro Φ .

Orientación del eje de rotación	Desviación Estándar
$I = 0^\circ$	0.24 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 0^\circ$	0.54 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 45^\circ$	0.87 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 90^\circ$	0.79 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 135^\circ$	0.29 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 180^\circ$	0.54 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 225^\circ$	0.87 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 270^\circ$	0.79 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 300^\circ$	0.47 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 315^\circ$	0.29 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 330^\circ$	0.24 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 345^\circ$	0.31 mag

Para cada orientación del eje de rotación hemos calculado la desviación estándar (ver en la Tabla 1). Observando que las soluciones con mínima desviación estándar son aquellas en donde $I = 0^\circ$ y en donde $I = 90^\circ, \Phi = 330^\circ$. De esta forma los datos observacionales para el cometa C/1996 B2 Hyakutake se ajustan a los datos de nuestro modelo para el caso trivial, caso en el cual $I = 0^\circ$ (Figura 24) en donde hemos considerado un albedo de Bond para la absorción de luz solar $A_v = 0.009$ y un albedo de Bond para emisión en el infrarrojo, $A_{ir} = 0$. Además observamos que nuestro modelo ajusta con los datos observacionales pre-perihélicos para el caso no trivial, en el que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 330^\circ$ (Figura 35) y por simetría con el caso $I = 90^\circ$ y $\Phi = 150^\circ$. En la Figura 37 podemos comparar estos resultados de nuestro modelo con los datos observacionales y en el que se

puede concluir que el cometa C/1996 B2 Hyakutake puede tener una orientación del eje de rotación de $I = 0^\circ$, $I = 90^\circ$ con $\Phi = 330^\circ$, $I = 90^\circ$ con $\Phi = 150^\circ$

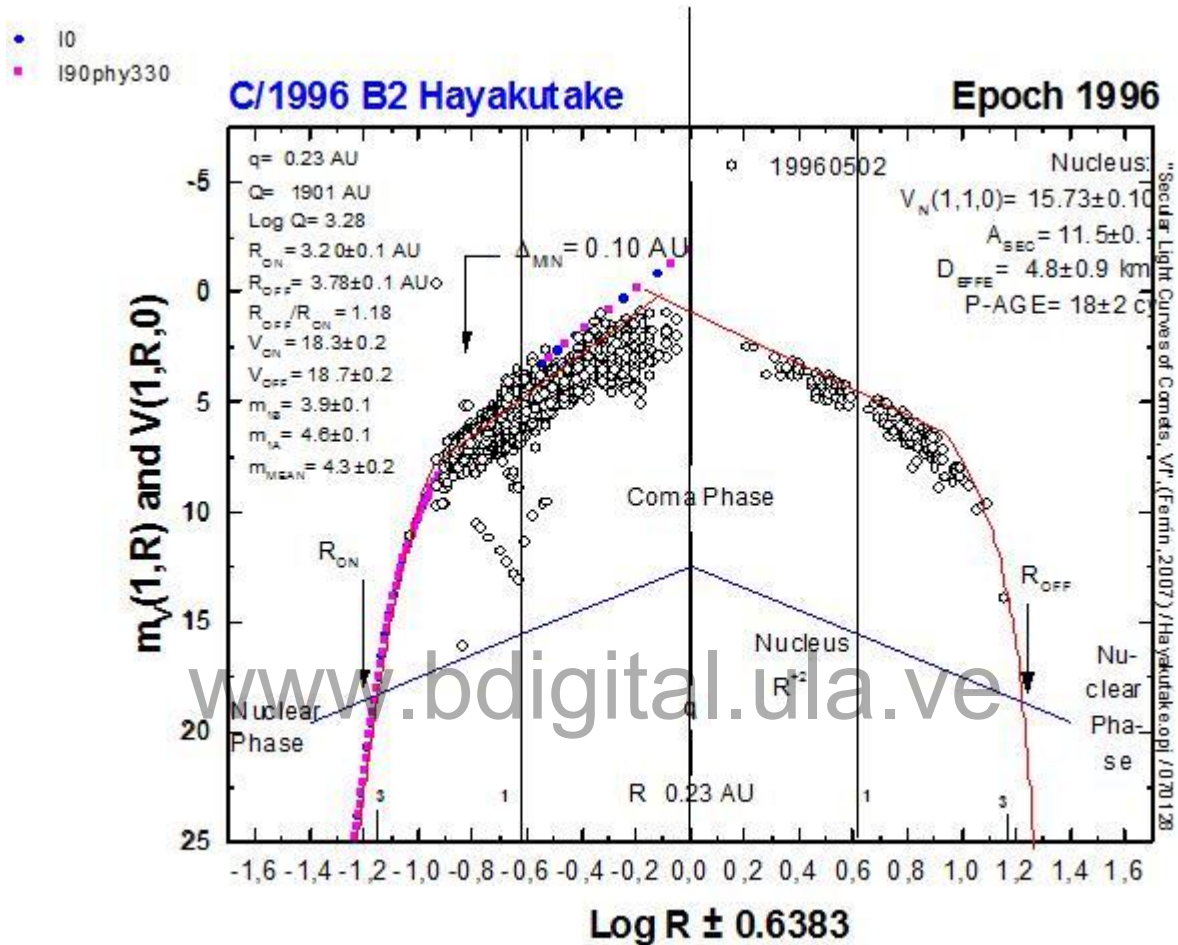


Figura 37. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso trivial en donde la desviación estándar $\sigma = 0.24$ mag y para los casos en que $I = 90^\circ$ y $\Phi = 330^\circ$ donde $\sigma = 0.24$ mag con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$.

5.7 Curva de Luz para el cometa Hyakutake variando la Oblicuidad

En la sección anterior calculamos la curva de luz para el cometa Hyakutake dejando fijo la oblicuidad en $I = 90^\circ$ y variamos el parámetro Φ . Para cada uno de las orientaciones se calculó la desviación estándar encontrando que para el caso distinto al trivial obtenemos como solución que la orientación del eje de rotación es $I = 90^\circ$, $\Phi = 330^\circ$.

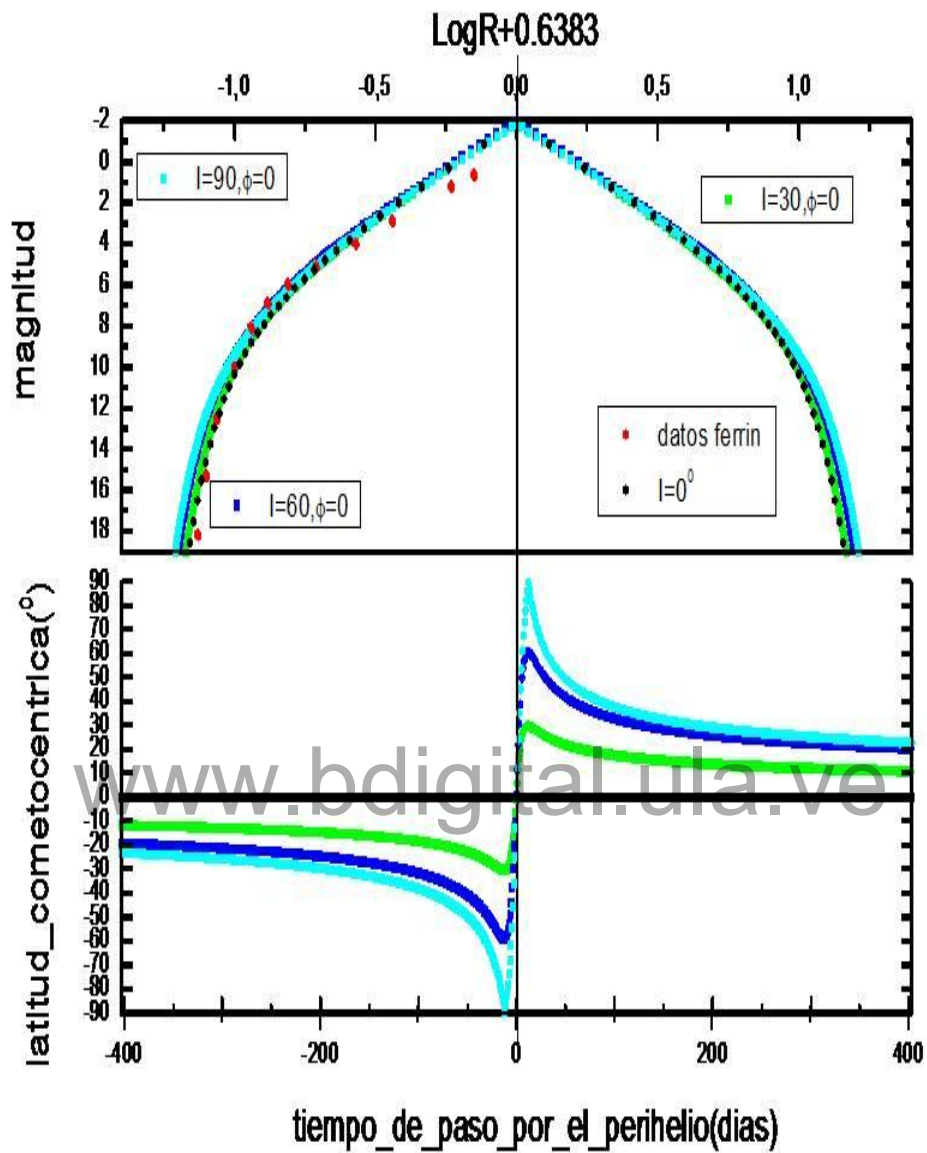


Figura 38. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para los casos: $I = 90^\circ$ y $\Phi = 0^\circ$, curva azul claro, con una desviación estándar $\sigma = 0.54$ mag, $I = 60^\circ$ y $\Phi = 0^\circ$, curva azul oscuro, con una desviación estándar $\sigma = 0.45$ mag. $I = 30^\circ$ y $\Phi = 0^\circ$, curva verde, con una desviación estándar $\sigma = 0.31$ mag. $I = 0^\circ$, curva negra, con una desviación estándar $\sigma = 0.24$ mag. Con $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

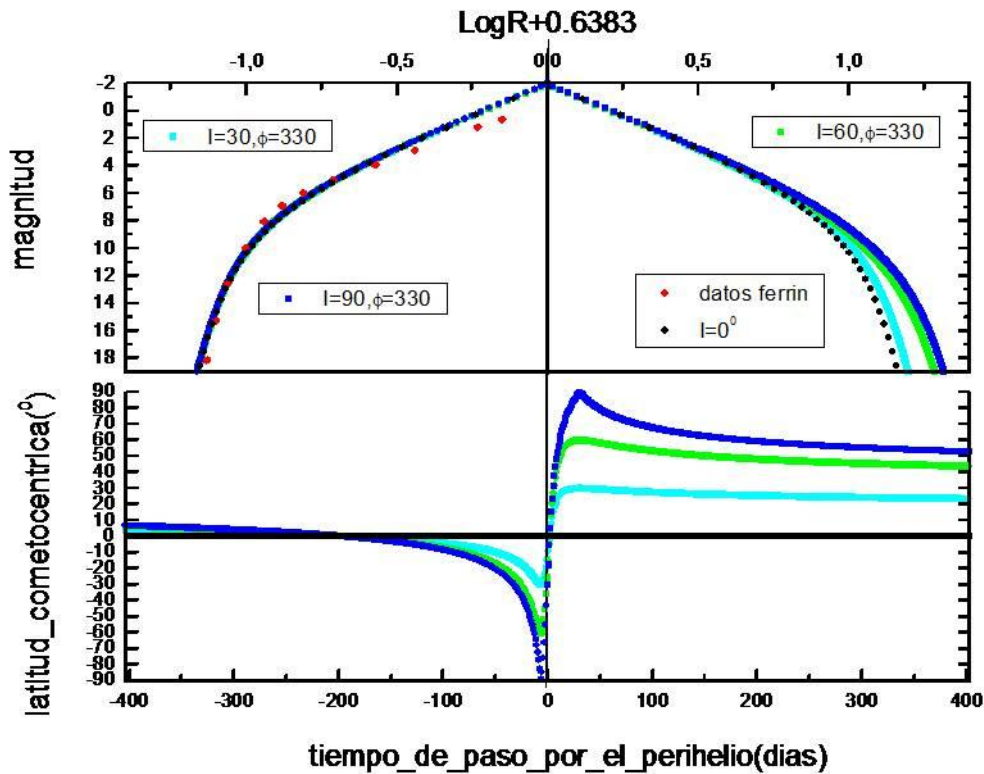
Ahora nos propondremos a calcular la curva de luz para el cometa Hyakutake para distintas Oblicuidades dejando fijo el parámetro Φ . En la Figura 38 $\Phi = 0^\circ$, y variamos las oblicuidades observando un ensanchamiento en la curva de luz a medida que aumenta la oblicuidad. Hemos calculado las desviaciones estándar de las observaciones con cada uno de los modelos considerados de la Figura 38, ver tabla 2, encontrando que el modelo que mas se ajusta a las observaciones es aquel en donde hemos considerado que $I = 0^\circ$ ya que la desviación estándar calculada para este modelo es de $\sigma = 0.24 \text{ mag}$

Tabla 2

Orientación del eje de rotación del cometa con la desviación estándar de la observación con nuestro modelo, con $\Phi = 0^\circ$.

Orientación del eje de rotación	Desviación Estándar
$I = 0^\circ$	0.24 mag
$I = 30^\circ, \Phi = 0^\circ$	0.31 mag
$I = 60^\circ, \Phi = 0^\circ$	0.45 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 0^\circ$	0.54 mag

Una de las soluciones encontrada (ver Tabla 1) fue para $I = 90^\circ$ con $\Phi = 330^\circ$, por ello nos propondremos a calcular la curva de luz para el cometa Hyakutake para distintas oblicuidades dejando fijo el parámetro Φ en $\Phi = 330^\circ$, lo cual por simetría sería lo mismo que en $\Phi = 150^\circ$. En la Figura 39 observamos el comportamiento de dichas curvas de luz pudiendo detallar que en la parte pre-perihelica de la curva de luz no hay una discrepancia apreciable. En la Tabla 3 podemos observar los valores de la desviación estándar para cada una de las orientaciones, encontrando que la desviación estándar es la misma para cada una de las orientaciones estudiadas. Comparando todos los modelos con sus desviaciones, mostrados en la Tabla 1, Tabla 2 y Tabla 3 podemos decir que los datos observacionales se ajustan a nuestro modelo al considerar que $I = 0^\circ$ y una segunda solución para $\Phi = 330^\circ$ con cualquier oblicuidad.



www.bdigital.ula.ve

Figura 39. Curva de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra datos observacionales de Ferrín (2008) y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para los casos: $I = 90^\circ$ y $\Phi = 330^\circ$, curva azul oscuro, con una desviación estándar $\sigma = 0.24$ mag. $I = 60^\circ$ y $\Phi = 330^\circ$, curva verde, con una desviación estándar $\sigma = 0.24$ mag. $I = 30^\circ$ y $\Phi = 330^\circ$, curva azul clara, con una desviación estándar $\sigma = 0.24$ mag. $I = 0^\circ$, curva negra, con una desviación estándar $\sigma = 0.24$ mag. Con $A_v = 0.009$ y $A_r = 0$, mostrando también la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para dicho cometa.

Tabla 3

Orientación del eje de rotación del cometa con la desviación estándar de la observación con nuestro modelo, con $\Phi = 0^\circ$.

Orientación del eje de rotación	Desviación Estándar
$I = 0^\circ$	0.24 mag
$I = 30^\circ, \Phi = 330^\circ$	0.24 mag
$I = 60^\circ, \Phi = 330^\circ$	0.24 mag
$I = 90^\circ, \Phi = 330^\circ$	0.24 mag

Hemos calculado la curva de luz variando de grado en grado la oblicuidad I y el parámetro Φ calculando la desviación estándar para cada uno de estos casos pudiendo así encontrar un intervalo de soluciones probables (Figura 40).

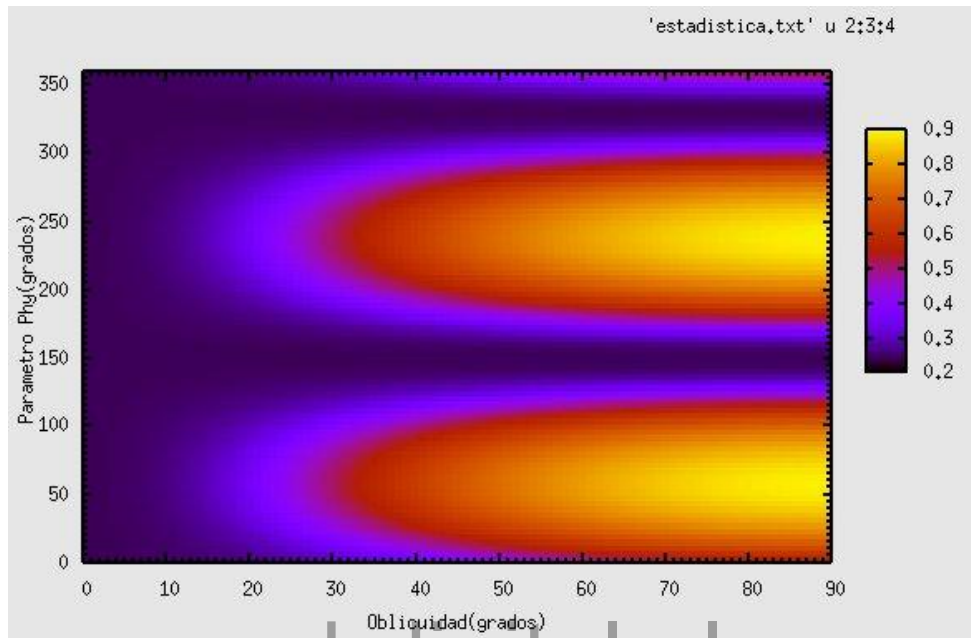


Figura 40. Mapa de contorno generado por nuestro modelo para el cometa C/1996 B2 Hyakutake en el que se muestra la oblicuidad, I , en el eje de las abscisas y el parámetro Φ , en el eje de las ordenadas mostrando la desviación estándar para cada orientación del eje de rotación con un perfil de color.

A través del gráfico de la Figura 40 podemos ver de manera ya general las simetrías de las curvas de luz comentadas y observadas en la sección anterior, desde la Figura 26 a la Figura 36, debido a que el parámetro de Cowan y A'Hearn se conserva bajo rotaciones de 180° . Además a través de este gráfico se pueden visualizar intervalos de soluciones con mínima desviación estándar las cuales son mostradas en un color más oscuro mientras que las soluciones con máxima desviación estándar son más claras. Debido a esto podemos decir que la orientación del eje de rotación para el cometa Hyakutake se encuentra en los siguientes intervalos:

- 1) $0^\circ \leq I \leq 9^\circ$ con cualquier parámetro Φ
- 2) $0^\circ \leq I \leq 90^\circ$ con $135^\circ \leq \Phi \leq 160^\circ$ y por simetría $0^\circ \leq I \leq 90^\circ$ con $295^\circ \leq \Phi \leq 340^\circ$

5.8 Modelo de polvo para la curva de luz del cometa Hyakutake

A medida que el cometa se acerca al sol la cantidad de polvo es mucho mayor actuando este como un reflector de la radiación solar, aumentando de esta forma el brillo de dichos cuerpos y por ende disminuyendo la magnitud observada para estos cuerpos a distancias muy cercanas al sol. Debido a este fenómeno vemos que los datos observacionales de la curva de luz están por debajo de las predicciones realizadas a través de nuestro modelo.

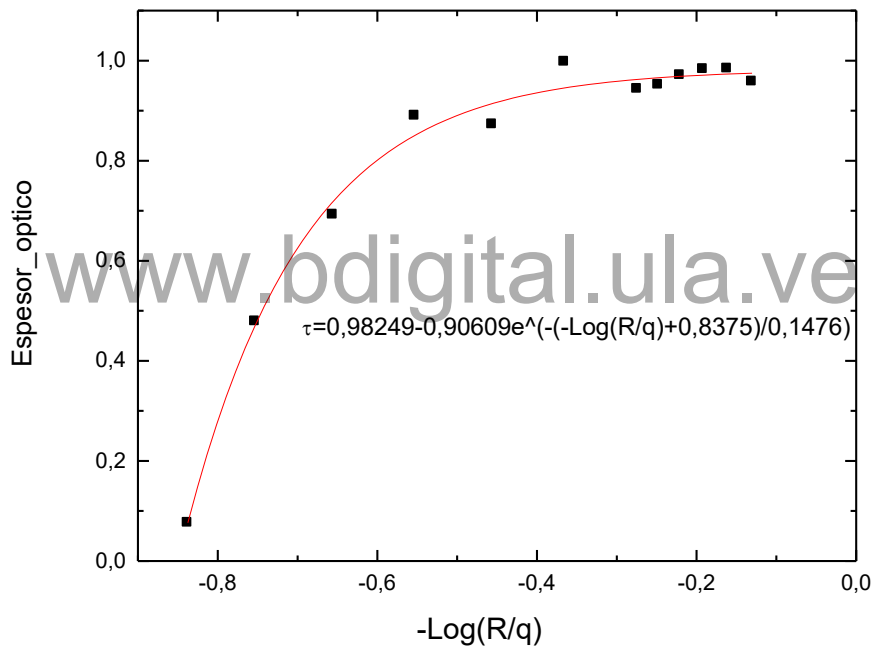


Figura 41. Espesor óptico para el cometa Hyakutake en donde se muestra una función por partes para el espesor óptico en la que τ es cero para $r < 1.58$ e igual a: $0,98249 - 0,90609e^{-(-\text{Log}(R/q) + 0,8375) / 0,1476}$ si $r < 1.58$.

Hemos corregido nuestro modelo, encontrando como varía el espesor óptico, τ , con el logaritmo de la distancia heliocéntrica, $\text{Log}R + 0.6383$. Ecuación (5.22). Observando (Figura 41) que el espesor óptico incrementa exponencialmente a medida que el cometa se va acercando al perihelio creciendo de 0 a 1.

$$\tau = \begin{cases} 0.98249 - 0.90609 \left(-(-\log\left(\frac{R}{q}\right) + 0.83) / 0.1476 \right) & \text{si } r \leq 1.58 \text{ UA} \\ 0 & \text{si } r > 1.58 \text{ UA} \end{cases} \quad (5.22)$$

De esta forma podemos calcular la contribución de polvo del cometa a través de la ecuación (5.23). Logrando así explicar la curva de luz para valores cercanos al perihelio (Figura 42)

$$m_{\Delta} = m_{\text{model}} + 2.5 \log(e^{\tau}) \quad (5.23)$$

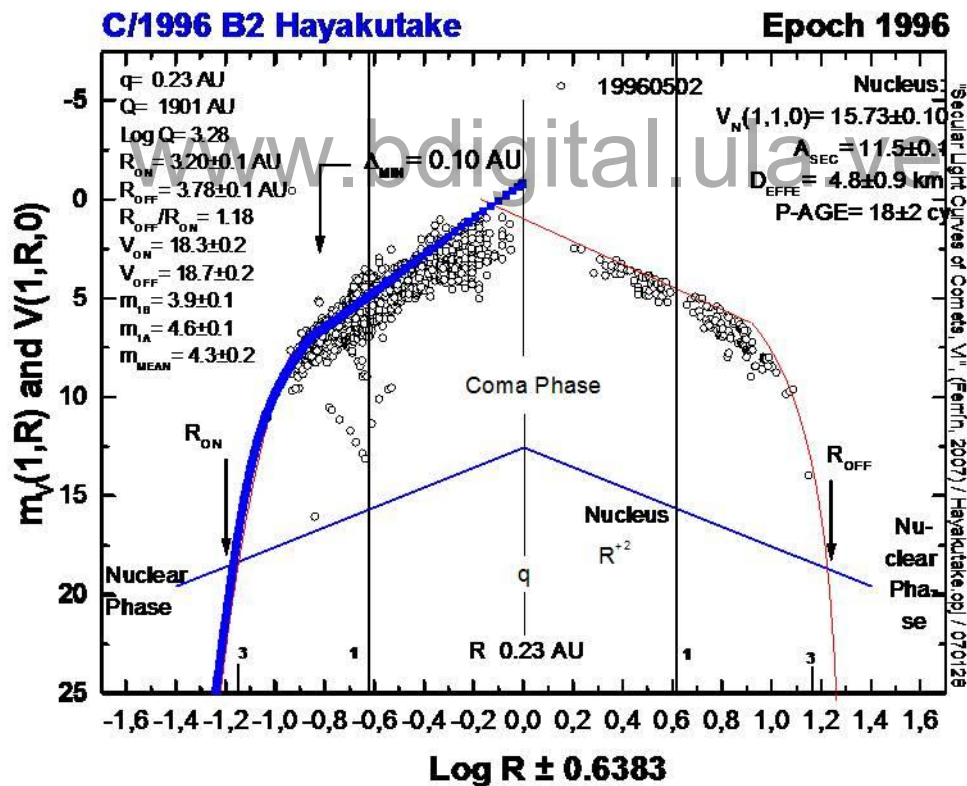


Figura 42. Curva de luz para el cometa Hyakutake en la que se ha considerado el factor de polvo presente para este cometa a partir de 1.58 UA.

5.9 Calculo de la Curva de luz del 67P/Churyumov-Gerasimenko

Hemos calculado a través de nuestro modelo la curva de luz para el cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko, en donde a través de la curva de luz de la Figura 43 obtenemos la magnitud dependiendo del tiempo de paso por el perihelio, y con la Figura 44 la tasa de producción de agua versus el tiempo de paso por el perihelio.

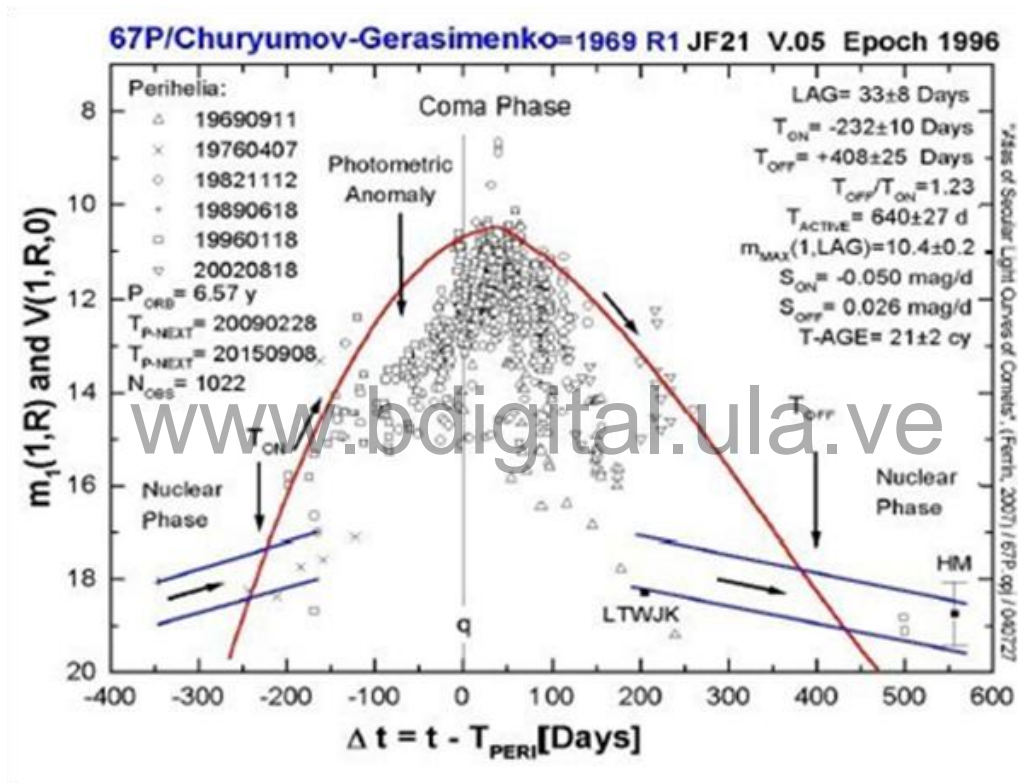


Figura 43. Curva de luz secular del cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko, cortesía del Dr Ignacio Ferrín.

A través de estos gráficos podemos obtener la recta de calibración (Figura 45), que no es otra cosa que el grafico de la magnitud visual como función del logaritmo de la tasa de producción de agua.

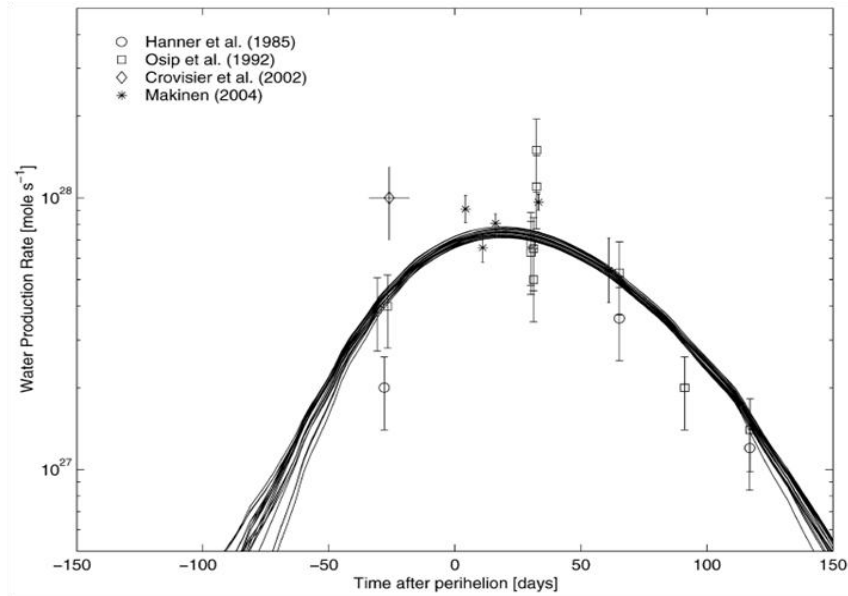


Figura 44. Tasa de Producción de agua vs tiempo de paso por el perihelio (Bjorn & Gutierrez, 2005)

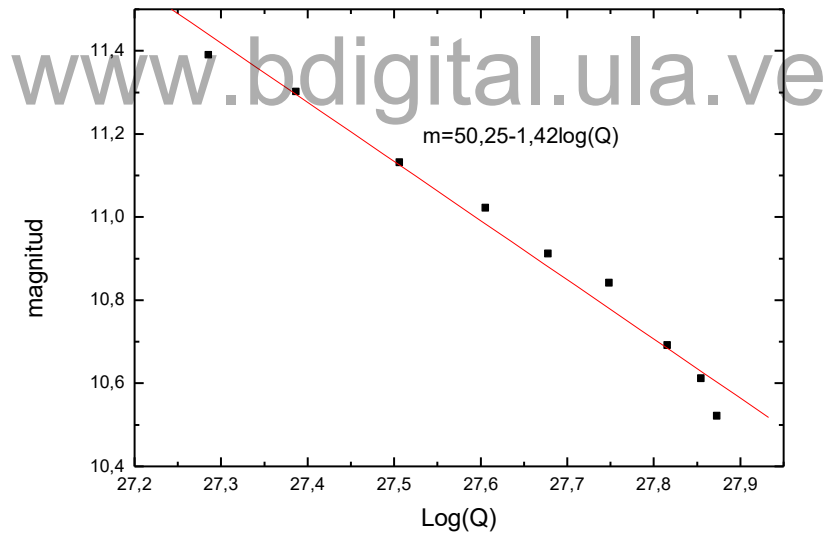


Figura 45. Recta de calibración de la curva de luz, en la cual se muestra la ecuación de la magnitud como función del logaritmo de la tasa de sublimación para el cometa , ajustada por mínimos cuadrados

Una vez hecho el ajuste lineal por mínimos cuadrados de la curva de calibración obtenemos para el cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko la ecuación:

$$m = 50.25 - 1.42 \log Q \quad (5.24)$$

A través de nuestro modelo obtenemos la tasa de producción de agua como una función de la distancia heliocéntrica, y utilizando la ecuación obtenida para el cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko, obtenemos la curva de luz para dicho cometa (Figura 46).

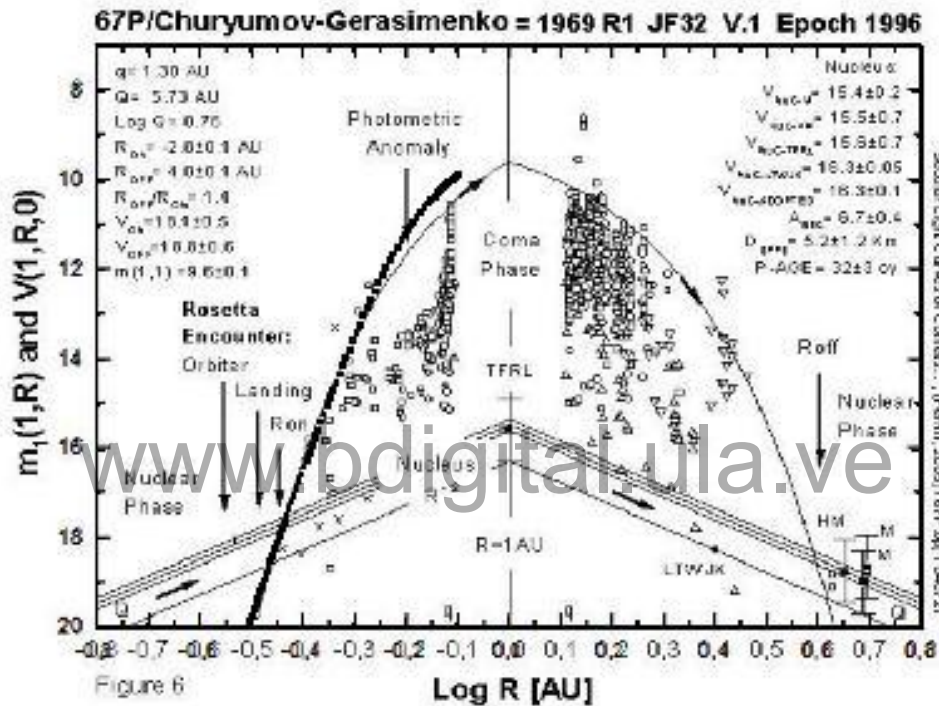


Figura 46. Curva de luz para el cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko en el que se muestra datos observacionales de Ferrín y los cálculos realizados a través de nuestro modelo para el caso trivial con una desviación estándar $\sigma = 0.08$ mag, con $A_v = 0.7$ y $A_{ir} = 0$.

A través de la Figura 46 podemos ver que nuestro modelo se ajusta a los datos observacionales encontrando una desviación estándar σ de tan solo $\sigma = 0.08$ mag, para el cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko para el caso $I = 0^0$ en donde hemos considerado un albedo de Bond para la absorción de luz solar $A_v = 0.7$ y un albedo de Bond para emisión en el infrarrojo, $A_{ir} = 0$. De esta forma vemos que nuestro modelo se ajusta bastante bien a los datos observacionales.

Hemos calculado la curva de luz variando de grado en grado la oblicuidad I y el parámetro Φ calculando la desviación estándar para cada uno de estos casos pudiendo así encontrar un intervalo de soluciones probables (Figura 47).

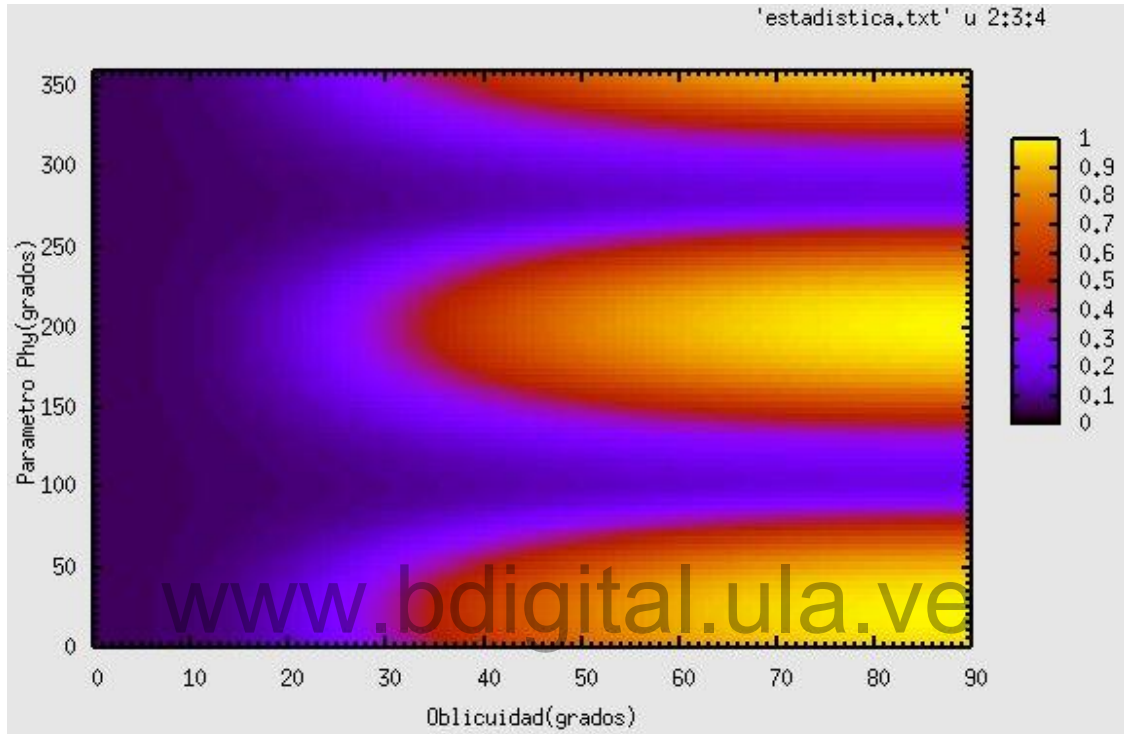


Figura 47. Mapa de contorno generado por nuestro modelo para el cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko en el que se muestra la oblicuidad, I , en el eje de las abscisas y el parámetro Φ , en el eje de las ordenadas mostrando la desviación estándar para cada orientación del eje de rotación con un perfil de color.

A través del gráfico de la figura 47 se pueden visualizar intervalos de soluciones con mínima desviación estándar las cuales son mostradas en un color más oscuro mientras que las soluciones con máxima desviación estándar son más claras. Debido a esto podemos decir que la orientación del eje de rotación para el cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko se encuentra en los siguientes intervalos:

- 1) $0^\circ \leq I \leq 18^\circ$ con cualquier parámetro Φ
- 2) $18^\circ \leq I \leq 50^\circ$ con $90^\circ \leq \Phi \leq 110^\circ$ y por simetría $18^\circ \leq I \leq 50^\circ$ con $270^\circ \leq \Phi \leq 290^\circ$

5.10 Modelo de polvo para la curva de luz del cometa Churyumov-Gerasimenko

En la sección 5.8 vimos la importancia de considerar el polvo arrojado por el cometa a la hora de modelar las curvas de luz para posiciones en la órbita cercanas al sol. En la Figura 46 vemos que hay una discrepancia entre el modelo y la observación para valores cercanos al perihelio observando que los datos observacionales están por debajo de las predicciones realizadas a través de nuestro modelo.

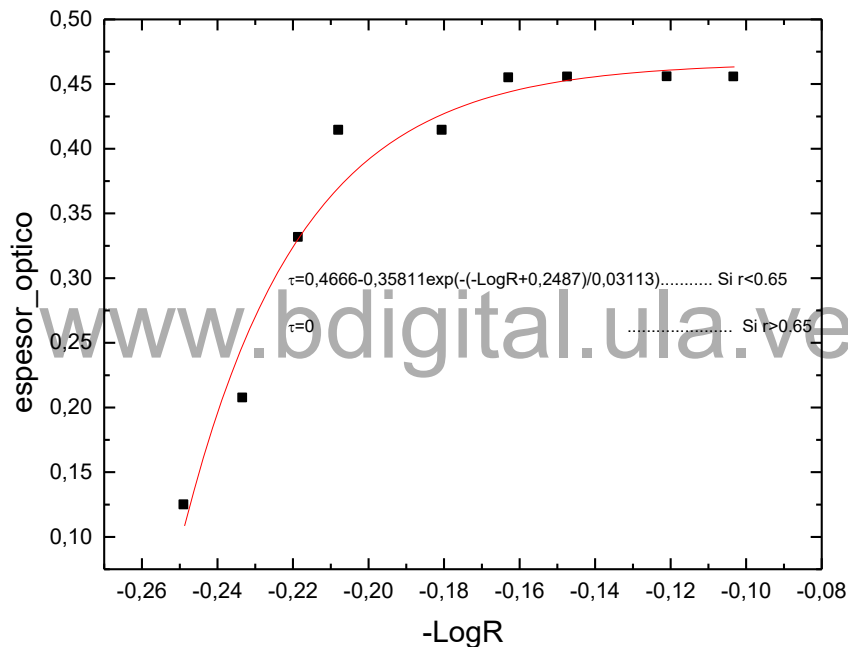


Figura 48. Espesor óptico para el cometa Churyumov-Gerasimenko en donde se muestra una función por partes para el espesor óptico en la que τ es cero para $r > 0.65$ e igual a: $0,4666-0,35811\exp(-(-\text{LogR}+0,2487)/0,03113)$ si $r < 0.65$.

Hemos corregido nuestro modelo, encontrando como varía el espesor óptico, τ , con el logaritmo de la distancia heliocéntrica, LogR . Ecuación (5.25). Observando en la Figura 48 que el espesor óptico incrementa exponencialmente a medida que el cometa se va acercando al perihelio creciendo de 0 a 0.5.

$$\tau = \begin{cases} 0.4666 - 0.3581 e^{(-(-\log R + 0.2487)/0.03113)} & \text{si } r \leq 0.65 \text{ UA} \\ 0 & \text{si } r > 0.65 \text{ UA} \end{cases} \quad (5.25)$$

De esta forma podemos calcular la contribución de polvo del cometa a través de la ecuación (5.26). Logrando así explicar la curva de luz para valores cercanos al perihelio (Figura 49)

$$m_{\Delta} = m_{\text{model}} + 2.5 \log (e^{\tau}) \quad (5.26)$$

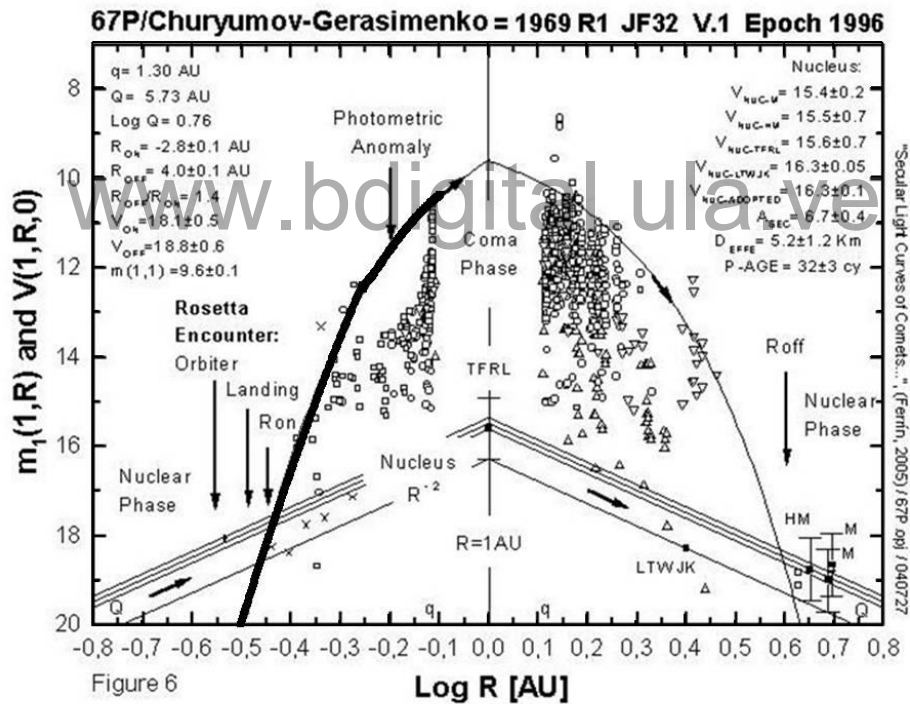


Figura 49. Curva de luz para el cometa Churyumov-Gerasimenko en la que se ha considerado el factor de polvo presente para este cometa a partir de 0.65 UA.

CONCLUSIONES

Hemos desarrollado un modelo capaz de reproducir los cálculos teóricos realizados por otros investigadores, como es el caso del artículo de Cowan y A'Hearn (1979) en el que se muestra la variación de la tasa de producción de agua con la inclinación o ángulo entre el eje de rotación del cometa y la línea sol-cometa. Además hemos reproducido la dependencia de la tasa de producción de agua con el albedo de Bond en el Visual y en el infrarrojo para los mismos valores considerados por Cowan y A'Hearn (1979).

Hemos calculado la temperatura como una función de la latitud cometocéntrica para distintas posiciones del cometa en su órbita, observando que la temperatura del núcleo cometario tiende a homogeneizarse a media que el cometa se encuentra más cerca del sol.

Hemos aplicado nuestro modelo al cometa C/1996 B2 Hyakutake y hemos llegado a la conclusión, a través del análisis de la desviación estándar de las observaciones con nuestro modelo, de que se ajusta razonablemente a los datos observacionales indicándonos que el comportamiento de la sublimación de dicho cometa es bastante simple y que por tal motivo podemos despreocuparnos de los efectos de la porosidad, la conductividad térmica y las fuentes internas de calor, como son las generadas por transiciones de fases y reacciones químicas exotérmicas en dicho cometa. Además hemos encontrado la expresión $m = 139.9 - 4.59 \log Q$, ecuación que relaciona la tasa de producción de agua con la magnitud para el cometa C/1996 B2 Hyakutake. Al utilizar dicha ecuación obtenemos la curva de luz para este cometa, para el caso trivial o caso donde la oblicuidad o parámetro de Sekanina es $I = 0^\circ$, observando que la desviación estándar, σ , tiene un valor de $\sigma = 0.24$ mag, de esta forma obtenemos un ajuste razonable entre el modelo y los datos observacionales de Ferrín (Ferrín I, 2008). De la Figura 24 se observa que para valores cerca del perihelio se presenta una pequeña dispersión la cual se debe a los efectos de espesor óptico producido por la coma del cometa al estar en puntos cercanos al perihelio.

Se reprodujo los cálculos realizados por Sekanina, (Sekanina Z., 1979), para los cometas 2P/Encke, 10P/Tempel2, 19P/Borrelly. En los cuales se consideraba una orientación para 2P/Encke de $I = 95^\circ$ y $\Phi = 245^\circ$, para 10P/Tempel2 de $I = 65^\circ$, $\Phi = 105^\circ$, y para 19P/Borrelly de $I = 130^\circ$, $\Phi = 310^\circ$, donde se calcula la latitud cometocéntrica como una función de el tiempo de paso por el perihelio. Sekanina calcula esto solo para 150 días

antes y después del perihelio, nosotros a través de nuestro modelo hemos calculado la latitud cometocéntrica como una función del tiempo de paso por el perihelio para toda la órbita.

Hemos calculado distintas curvas de luz para el cometa C/1996 B2 Hyakutake considerando ahora distintas orientaciones como son los casos $I = 90^{\circ}$ y $\Phi = 0^{\circ}$, $I = 90^{\circ}$ y $\Phi = 45^{\circ}$, $I = 90^{\circ}$ y $\Phi = 90^{\circ}$, $I = 90^{\circ}$ y $\Phi = 135^{\circ}$, $I = 90^{\circ}$ y $\Phi = 180^{\circ}$, $I = 90^{\circ}$ y $\Phi = 225^{\circ}$, $I = 90^{\circ}$ y $\Phi = 270^{\circ}$, $I = 90^{\circ}$ y $\Phi = 300^{\circ}$, $I = 90^{\circ}$ y $\Phi = 315^{\circ}$, $I = 90^{\circ}$ y $\Phi = 330^{\circ}$, $I = 90^{\circ}$ y $\Phi = 345^{\circ}$ considerando $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$, observando de esta forma la dependencia de las curvas de luz con la orientación del eje de rotación del cometa, en especial del parámetro Φ . Además podemos ver de estos casos la orientación que más se aproxima a los datos de (Ferrín I, 2008) es cuando se considera que $I = 90^{\circ}$ y $\Phi = 330^{\circ}$ con una desviación estándar de $\sigma = 0.24$ mag. Sin embargo de manera general podemos ver a partir de la Figura 40 intervalos de soluciones con mínima desviación estándar en donde: $0^{\circ} \leq I \leq 9^{\circ}$ con cualquier parámetro Φ , además $0^{\circ} \leq I \leq 90^{\circ}$ con $135^{\circ} \leq \Phi \leq 160^{\circ}$ y por simetría $0^{\circ} \leq I \leq 90^{\circ}$ con $295^{\circ} \leq \Phi \leq 340^{\circ}$ en donde se ha considerado $A_v = 0.009$ y $A_{ir} = 0$.

www.bdigital.ula.ve

Pudimos darnos cuenta de la dependencia de la curva de luz con el espesor óptico producido por el polvo del cometa, para posiciones cercanas al perihelio, en donde encontramos para el cometa Hyakutake la expresión:

$$\tau = \left\{ \begin{array}{ll} 0.98249 - 0.90609 \left(-(-1.0 \log \left(\frac{R}{q} \right) + 0.83) / 0.1476 \right) & \text{si } r \leq 1.58UA \\ 0 & \text{si } r > 1.58UA \end{array} \right.$$

Expresión que nos indica el valor del espesor óptico para cada posición de la órbita del cometa. Pudiendo así corregir la curva de luz por efectos del polvo.

También se puede ver que hay un buen ajuste de nuestro modelo con los datos observacionales pre-perihélicos para el cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko con intervalos de soluciones con mínima desviación estándar en donde: $0^{\circ} \leq I \leq 18^{\circ}$ con cualquier parámetro Φ , además $18^{\circ} \leq I \leq 50^{\circ}$ con $90^{\circ} \leq \Phi \leq 110^{\circ}$ y por simetría $18^{\circ} \leq I \leq$

50° con $270^\circ \leq \Phi \leq 290^\circ$ debido a que desviación estándar es de $\sigma = 0.08$ mag un valor bastante pequeño y que por tal motivo los valores calculados por nuestro modelo son bastante precisos, considerando $A_v = 0.7$ y $A_{ir} = 0$. Al igual que para el cometa Hyakutake se calculó el espesor óptico producido por el polvo del cometa Churyumov-Gerasimenko encontrando que la ecuación que rige el espesor óptico para el mencionado cometa es de la forma:

$$\tau = \begin{cases} 0.4666 - 0.3581 e^{(-(-\log R + 0.2487)/0.03113)} & \text{si } r \leq 0.65UA \\ 0 & \text{si } r > 0.65UA \end{cases}$$

Expresión que nos indica el valor del espesor óptico para cada posición de la órbita del cometa Churyumov-Gerasimenko. Pudiendo así corregir la curva de luz por efectos del polvo.

www.bdigital.ula.ve

APENDICE

Program Cowan

```
character*30 outfile,infile
integer n
real*8 Av,Air,T,P(500),L(500),r,Z1(500),Z2(500),cas
#,i,b,Z,Ztotal,Temp(500),errorZ,nu,e,a
parameter(sigma=5.67E-5,F=1368E3,K=8.32E7,m=18,
#PI=3.1415926536)
```

c

c Con este programa podemos calcular la tasa de sublimación
c cometaria para distintas orientaciones del eje de rotación
c para el cometa C/1996 B2 Hyakutake. También se puede calcular
c la sublimación para otros cometas variando la excentricidad
c y la amplitud del semieje mayor.
c Primero vamos a calcular el grafico Ztotal vs r

```
Av=0.009
Air=0
e=0.9999
a=2295.54
```

c APERTURA DE ARCHIVOS PARA DATOS

```
infile='inclinacion.txt'
OPEN(UNIT=2,file=infile,TYPE='old',err=9000)
```

```
OPEN(UNIT=9,file='lightcurve1.dat')
write(9,666)
666 format(' r      Ztotal      errorZ')
outfile='lightcurve.dat'
OPEN(UNIT=3,file=outfile)
write(3,555)
555 format('latitud  cas  Temperatura      Z2
#      Z1      deltaZ')
```

c INICIALIZACION DE VARIABLES

```
nu=0
i=0
cas=0
Ztotal=0
errorZ=0
Z=0
do 10 T=0,500
  Z1(T)=0
  Z2(T)=0
  Temp(T)=0
10 continue

r=0
do 11 q=1,1001

read(2,*,err=9100,end=9200) nu,i
r=a*(1-e**2)/(1+e*cos(nu))
```

```
Ztotal=0
errorZ=0
```

c CALCULO DEL FACTOR DE PROYECCION

```
b=-90
18  if ((b.GE.-90).AND.(b.LE.90)) then
    if(b.LT.-i) then
        cas=0
    end if
    if((b.LT.i).AND.(b.GT.-i)) then
        cas=cos(i*PI/180)*sin(b*PI/180)/PI*acos(-tan(b*PI/180)*
#      (1/tan(i*PI/180)))+sin(i*PI/180)*cos(b*PI/180)/PI*
#      sin(acos(-tan(b*PI/180)*(1/tan(i*PI/180))))
    end if
    if(b.GE.i) then
        cas=cos(i*PI/180)*sin(b*PI/180)
    end if

    if(cas.LE.0) then
        b=b+1
        GOTO 18
    end if
end if
```

c CALCULO DE LA SUBLIMACION COMETARIA

```
deltaT=1
error=0.00000001
T=1
if ((b.GE.-90).AND.(b.LE.90)) then

    if(deltaT.GE.error) then
100  P(T)=(10**(-2445.5646/T+8.2313*log10(T)-0.01677006*T
#      +1.20514E-5*T**2-6.757169))*1333
        L(T)=(12420-4.8*T)*4.18E7
        Z1(T)=P(T)*sqrt(m/(2*PI*K*T))/18*6.022E23
        Z2(T)=(F*cas*(1-Av)*(r)**(-2))/L(T)-
#      (1-Air)*sigma*T**4/L(T))*(6.022E23)
        Z=Z2(T)-Z1(T)
        if(Z.GT.0) then
            T=T+deltaT
            GOTO 100
        end if
        if(Z.LT.0) then
            if(deltaT.LT.error) then
                print*, 'b=', b
                print*, 'cas=', cas
                print*, 'T=', T
                print*, 'Z2(b)=', Z2(T)
                print*, 'Z1(b)=', Z1(T)
                print*, 'deltaZ=', abs(Z)
                Ztotal=Ztotal+Z1(T)/2*cos(b*PI/180)*(0.01745)
                errorZ=errorZ+abs(Z)/2*cos(b*PI/180)*0.01745
                write(3,3000) b,cas,T,Z2(T),Z1(T),Z
3000  format(f5.1,f17.11,f14.6,E21.9,E21.9,f20.1)
            else
```

www.bdigital.ula.ve

```

        T=T-deltaT
        deltaT=deltaT/10
        T=T+deltaT
        GOTO 100
    end if
end if
end if

b=b+1
GOTO 18
else
    print*,'Ztotal=',Ztotal
    print*,'errorZ=',errorZ
    print*,'r=',r
    write(3,2000) Ztotal,errorZ,r
2000  format('Ztotal=',E14.8,' errorZ=',E14.7,' r=',f10.8/)
    write(9,121) r,Ztotal,errorZ
121  format(f11.8,E17.8,E20.7)
    end if
11  continue

9000 write(6,*) 'error: file not found'
    stop
9100 write(6,*) 'error in reading file'
    stop
9200 write(6,*) 'end of program'
    stop
end

```

www.bdigital.ula.ve

REFERENCIAS

A'Hearn, M. F., & Thurber, C. H., 1977. Evaporation of Ices from Comet West. *Astron. J.* , 82 (7), 518-524.

Biver, N., & 14 colegas, 1999. Spectroscopy Monitoring of Comet C/1996 B2 (Hyakutake) with the JCMT and IRAM Radio Telescope. *Astron. J.* 118, 1850-1872.

Bockelée-Morvan, D., & 11 colegas, 1998. Deuterated Water in Comet C/1996 B2 (Hyakutake) and its Implication for the Origin of Comets. *Icarus* , 133, 147-162.

Colwell, J.E., 1997. Comet Light Curve: Effect of Activity Regions and Topography. *Icarus* , 125 (2), 406-415.

Colwell, J. E., (1990). Evolution of Topography on Comets. II-Ice Craters and Trenchers. *Icarus*, 85, 205-215.

Colwell, J. E., & Jakoski, B. M., 1987. The Evolution of Topography on a Comet. *Icarus*, 72, 128-134.

Combi, M. R., Brown, M.E., Feldman, P.D., Keller, H.U., Meier, R.R., & Smith, W.H., 1998. Hubble Space Telescope Ultraviolet Imaging and High-Resolution Spectroscopy of Water Photodissociation Products in Comet Hyakutake (C/1996 B2). *Astron. J.* 494, 816-821.

Cowan, J. J., & A'Hearn, M. F., 1979. Vaporization of Comet Nuclei: Life Curve and Life Time. *The Moon and the Planets*, 21, 155-171.

Davidson, B. J.R., & Gutierrez, P.J., 2005. Nucleus Properties of Comet 67P/Churyumov-Gerasimenko Estimated from non-Gravitational Force Modeling. *Icarus*, 176, 453-477.

Delsemme, A. H., 1982. Chemical Composition of Cometary Nucleus. In: Wilkening, L. (Ed.). *Comets*. Univ. of Arizona Press, Tucson, AZ, pp.85-130

Delsemme, A. H., 1985. The Nature of the Cometary Nucleus. *Pub. Astron. Soc. Pacific*, 97 (596), 861-870.

Delsemme, A. H., & Miller, D. C., 1970. Physico-Chemical Phenomena in Comets-II Gas Adsorption in the Snow of the Nucleus. *Planet. Space Sci*, 18, 717.

Espinasse, S., 1991. Modeling of the Thermal Behavior and of the Chemical Differentiation of Cometary Nuclei. *Icarus* , 92, 350-365.

Fanale, F. P., & Salvail, J. R., 1984. An Idealized Short Period Comet Model Surface Insolation, H₂O Flux, Dust Flux. *Icarus*, 60, 476-511.

Fanale, F. P., & Salvail, J. R., 1990. The Influence of CO Ice on the Activity and the Near Surface Differentiation. *Icarus*, 84, 403-413.

Ferrín, I., 2008. Atlas of Secular Light Curve of Comets. *Icarus*, (Remitido para su publicacion).

Ferrín, I., 2007. Secular Light Curve of Comet 9P/Tempel 1. *Icarus*, 187, 326-331.

Ferrín, I., 2005. Secular Light Curve of Comets 28/PNeujmin 1 and of Spacecraft target Comets 1P/Halley, 9P/Tempel 1, 19P/Borrelly, 21PGiacobinni-Zinner, 26P/Grigg-Skjellerup, 67P/Churyumov-Gerasimenko, and 81P/Wild 2. *Icarus*, 178, 493-516.

Ferrín, I., 2006. Secular Light Curve of Comets, II:133P/Elst-Pizarro, an Asteroidal Belt Comets. *Icarus*, 185, 523-543.

Ferrín, I., & Naranjo, O., 1980. A Possible Explanation of the Light Curve of Comet Encke. *Mon. Not. R. astr. Soc*, 193, 667-681.

Festou, M. C., Rickman, H., & West, R. M., 1993. Comets. 2: Model, Evolution, Origen and Outlook. *Astron. Astrophys. Rev* , 5 (1-2), 37-163.

Gombosi, T., & Houppis, H., 1986. An Ice-Glue Model of Cometary Nuclei. *Science* , 324, 43-44.

Groussin, O., 2006. Temperature of the Nucleus of Tempel 1. *Lunar Planet. Sci XXVII*. Abstract 1247.

Groussin, O., 2007. Surface Temperature of the Nucleus of Comet Tempel 9P/Tempel 1. *Icarus* , 191, 63-72.

Helbert, J., Rauer, H., Boice, D.C., & Huebner, W. F. 2005. The Chemistry of C2 and C3 in the Coma of Comet C/1995 O1(1995). *Astron. Astrophys*, 442, 1107-1120.

Herman, G., & Weissman, P. R., 1987. Numerical Simulation of Cometary Nuclei. III- Internal Temperature of Cometary Nuclei. *Icarus*, 69, 314-328.

Hicks, M., & Fink, U., 1997. Spectrophotometry and the Development of Emission for C/1996 B2 (Comet Hyakutake). *Icarus*, 127, 307-318.

Jenniskens, P., & Blake, D., 1996. A Mechanism for Forming Deep Cracks in Comets. *Planet. Space Sci* , 44, 711-713.

Jorda, L., Crovisier, J., & Green, D.W.E., 1992. The Correlation Between Water Production Rate and Visual Magnitudes in Comets. In: *Asteroids, Comets, Meteors 1991*. Lunar and Planetary Institute, Houston, pp. 285-288.

- Keller, H. U., 1987. Come P/Halley,s Nucleus and it Activity. *Astron. Astrphys* , 187, 807-823.
- Klinger, J., 1981. Some Consequence of a Phase Transition of Water Ice on the Heat Balance of Comet Nuclei. *Icarus*, 47, 320-324.
- Komle, N., 1991. Ice Sublimation Bellow Artificial Crust- Result from Comet Simulation Experimets. *Planet. Space Sci* , 39, 515-524.
- Komle, N., & Steiner, G., 1992. Temperature Evolution of Porous Ice Sample Covered by a Dust Mantle. *Icarus*, 96, 204-212.
- Kuhrt, E., 2002. From Hale Bopp's Activity to Properties of its Nucleus. *Earth Moon Planets* , 90, 61-65.
- Lichtenegger, H. I., & Kömle, L. I., 1991. Heating and Evaporation of Ice Particle in the Vecinity of Comet. *Icarus*, 90.
- Meech, K. J., 2000. Deep Impact-Exploring the Interior of a Comet. *Astronomical Society of the Pacific* , 213, 235-242.
- Mekler, Y., 1990. Evaporization of a Porous Cometary Nucleus. *Astrophys. J*, 356, 682-686.
- Mendis, D. A., & Brin, G. D. 1978. On the Monochromatics Brightness Variations of Comets. *The Moon and the Planets* , 18, 77-89.
- Prialnik, D., 1992. Crystalization, Sublimation, and Gas Release in the Interior of a Porus Comet Nucleus. *Astrophys. J*, 388, 196-202.
- Prialnik, D., & Bar-Nun, A., 1990. Gas Release in Comet Nuclei. *Astrophys. J* , 363, 274-282.
- Prialnik, D., & Bar-nun, A., 1987. On the Evolution and the Activity of Cometary Nuclei. *Astrophys. J* , 313, 893-905.
- Rickman, H. 1989. The Nucleus of Comet Halley- Surface Structure, Mean Density, Gas and Dust Production. *Advances in Space Researh* , 9 (3), 59-71.
- Schleicher, D., & Osip, D., 2002. Long and Short-Term Photometric Behavior of Comet Hsykutake(1996 B2). *Icarus*, 159, 210-233.
- Secco, C., & Ferrín, I., 1999. Modelo Físico de la Produccion de Agua de un Cometa. In: (Ed),Universidad de Los Andes. Mérida, Venezuela.
- Sekanina, Z., 1979. Fan-Shaped Coma, Orientation of Rotation Axis, and Surface Structure of a Cometary Nucleus I. Test of a Model on Four Comets. *Icarus* , 37, 420-441.

Sekanina, Z., 1987. Nucleus of Comet Halley as a Torque Free Rigid Rotator. *Nature* , 325, 326-328.

Sekanina, Z., & Larson, S. M. (1984). Coma Morphology and Dust-Emission Pattern of Periodic Comet Halley II. Nucleus Spin Vector and Modeling of Major Dust Feature in 1910. *Astron. J* , 89, 1408-1425.

Smoluchowski, R., 1981. Amorphous Ice and the Behavior of Cometary Nuclei. *Astrophys. J* , 244, L31-L34.

Spohn, T., 1990. Thermal History Model for KOSI Sublimation Experiment. *Icarus* , 87, 358-371.

Steiner, G., & Komle, N., 1991. A Model of the Thermal Conductivity of Porous Water Ice at Low Gas Pressure. *Planet. Space Sci*, 39, 507-513.

Washburn, E., 1928. *International Critical Table*.

Watson, K., Murray, B.C., & Brown, H. 1963. The Stability of Volatiles in the Solar System. *Icarus*, 1, 317.

Weissman, P. R., 1980. Physical Loss of Long-Period Comets. *Astron. Astrophys*, 85, 191-196.

Weissman, P. R., 1987. Post-Perihelion Brightening of Comet P/Halley-Springtime for Halley. *Astron. Astrophys* , 187, 873-878.

Weissman, P. R., & Kieffer, H., 1981. Thermal Model of Cometary Nuclei. *Icarus* , 47, 302-311.

Yabushita, S., & Wada, K., 1988. Radioactive Heating and Layered Structure of Cometary Nuclei. *Earth Moon Planets* , 40, 303-313.