

TJ217
E83

**CONTROL ADAPTATIVO POR REGIMENES DESLIZANTES DE PROCESOS
QUIMICOS**

**TESIS DE GRADO PRESENTADA ANTE LA ILUSTRE UNIVERSIDAD DE LOS
ANDES COMO REQUISISTO PARA OPTAR AL TITULO DE MASTER EN:
INGENIERIA DE CONTROL.**

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Realizado por: Maria Teresa Esandi

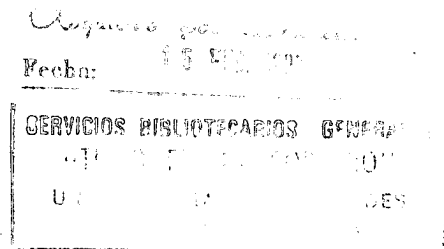
Profesor: Hebertt Sira Ramirez

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERIA**

POST-GRADO DE INGENIERIA DE CONTROL

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
NOVIEMBRE 1992
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)



AGRADECIMIENTO

- Al Profesor Hebertt Sira Ramirez por su excelente tutoria y su apoyo durante el desarrollo del proyecto y a lo largo de todo el Post-Grado.

- Al Profesor Crestes LLanes por su ayuda y colaboración en las simulaciones realizadas. Gracias Amigo.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

RESUMEN

Utilizando la teoría del control discontinuo de sistemas no-lineales mediante regímenes deslizantes o control por cambio de estructuras de realimentación, se estudian las técnicas de control discontinuo estático mediante modo deslizante, control discontinuo dinámico mediante modo deslizante y control adaptativo por regímenes deslizantes.

Se presenta un esquema de control adaptativo por regímenes deslizantes para sistemas con incertidumbre de tipo lineal paramétrica, que garantiza la cancelación de los términos no-lineales al menos de manera asintótica. Adicionalmente, se expone un esquema de control adaptativo aplicando la técnica denominada " Backstepping".

La teoría estudiada a lo largo del desarrollo del trabajo es aplicada a ejemplos sencillos de procesos químicos.

CONTENIDO

	<u>Página</u>
CAPITULO 1. INTRODUCCION	1
CAPITULO 2. CONTROL ESTATICO DE SISTEMAS POR ESTRUCTURA VARIABLE MEDIANTE MODO DESLIZANTE.	
2.1 INTRODUCCION	4
2.2 CONTROL DISCONTINUO DE SISTEMAS NO-LINEALES	6
2.3 EJEMPLOS ILUSTRATIVOS	23
CAPITULO 3. CONTROL DINAMICO DE SISTEMAS POR ESTRUCTURA VARIABLE MEDIANTE MODO DESLIZANTE.	
3.1 INTRODUCCION	38
3.2 CONTROL DINAMICO POR REGIMENES DESLIZANTES	39
3.3 EJEMPLOS ILUSTRATIVOS	47
CAPITULO 4. CONTROL ADAPTATIVO POR REGIMENES DESLIZANTES.	
4.1 INTRODUCCION	64
4.2 ESQUEMA DE REGULACION ADAPTATIVA	66
4.3 DETERMINACION DE LA LEY DE ACTUALIZACION DE LOS PARAMETROS	73
4.4 EJEMPLOS ILUSTRATIVOS	78
CAPITULO 5. CONTROL ADAPTATIVO POR REGIMENES DESLIZANTES UTILIZANDO LA TECNICA DE "BACKSTEPPING".	
5.1 INTRODUCCION	105
5.2 SISTEMAS NO-LINEALES Y CONDICIONES QUE DEBEN CUMPLIR PARA APLICAR LA TECNICA.	105
5.3 ESQUEMA ADAPTATIVO	108
5.4 EJEMPLOS ILUSTRATIVOS	115

	<u>Página</u>
CAPITULO 6. CONCLUSIONES	120
BIBLIOGRAFIA	122
ANEXO 1. SIMULACIONES EN SIMNON	126
ANEXO 2. LISTADO DE LOS PROGRAMAS	170

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

CAPITULO 1

INTRODUCCION

El Trabajo que se presenta a continuación esta enmarcado dentro del área de control discontinuo de sistemas no-lineales mediante regímenes deslizantes o control por cambio de estructuras de realimentación.

En primer lugar, haciendo uso de los conceptos básicos de la geometría diferencial se presenta la técnica de control discontinuo estático mediante modo deslizante. Adicionalmente, en el capítulo 2 se presentan cuatro ejemplos de procesos químicos sencillos, donde se refleja la dificultad de implementar dichos controladores en la práctica.

Recientemente, resultados del algebra diferencial, han sido considerados para reformular conceptos importantes de la teoria de control, siendo una de las contribuciones más importantes la Forma Canónica Generalizada de la Observabilidad para sistemas no-lineales propuesta por el Profesor M.Fliess.

Estos resultados han contribuido en el diseño de controladores discontinuos, especialmente aquellos por modo deslizante, que puedan ser implementados en la práctica para

algunas aplicaciones en procesos químicos. Las desventajas tradicionales de los controladores estáticos no están presentes, ya que con el diseño de controladores discontinuos dinámicos, las señales generadas de control no son discontinuas sino que su derivada de mayor orden es quien resulta ser discontinua.

En el capítulo 3 se hace una revisión de la técnica para el diseño de controladores dinámicos discontinuos basados en regímenes deslizantes y se trabajan los cuatro ejemplos de aplicación seleccionados.

Los controladores discontinuos estáticos y dinámicos que se proponen en los capítulos 2 y 3, están basados en la cancelación exacta de las no-linealidades del sistema, lo cual no siempre es logrado, ya que por lo general los modelos matemáticos de los sistemas reales no son perfectos. Por esta razón los parámetros del sistema que ayudan a definir el controlador linealizante deben ser ajustados de acuerdo a una ley de variación que garantice los objetivos del control.

Adicionalmente, en la literatura se ha enfocado de diversas maneras el desarrollo de controladores adaptativos para sistemas con incertidumbre de tipo lineal paramétrica, desde el punto de vista de controladores estáticos, pero lo referente a controladores dinámicos constituye un tópico poco mencionado y poco discutido en la literatura.

Por estas razones en el capítulo 4 se propone un esquema de control adaptativo por regímenes deslizantes que garantiza la cancelación de los términos no-lineales al menos de manera asintótica. Se presentan los cuatro ejemplos de aplicación para comprobar las bondades de los controladores propuestos.

En el capítulo 5 se presenta un esquema de control adaptativo aplicando la técnica denominada "Backstepping".

El capítulo 6 contiene las conclusiones y recomendaciones.

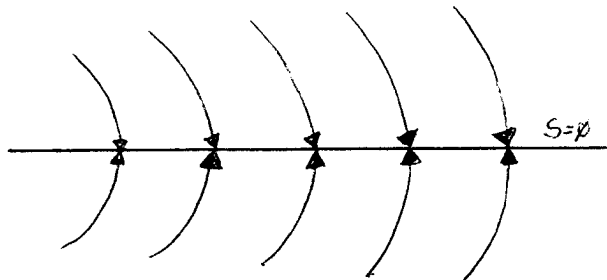
Finalmente se incluyen los anexos con los resultados de las simulaciones realizadas con el paquete SIMNON y los listados de los programas realizados.

CAPITULO 2
CONTROL ESTATICO DE SISTEMAS POR ESTRUCTURA
VARIABLE MEDIANTE MODO DESLIZANTE

2.1-INTRODUCCION

En los sistemas controlados mediante realimentación de estructura variable, el control puede cambiar su estructura, o lo que es lo mismo, conmutar en algún instante de uno a otro valor de un conjunto finito de funciones continuas del estado.

Las propiedades del nuevo sistema se obtienen a partir de la "trayectoria deseada" que es una combinación de las trayectorias correspondientes a las diferentes estructuras de control. Un aspecto interesante de los sistemas de estructura variable, es la posibilidad de obtener trayectorias no inherentes a ninguna de las estructuras fijas de control.



Condición deslizante

Figura 2.1

A partir de la figura anterior se pueden establecer las siguientes condiciones:

$$\lim_{s \rightarrow -0} s' > 0$$

$$\lim_{s \rightarrow +0} s' < 0$$

las cuales son suficientes para la existencia del modo deslizante.

Las trayectorias de fase son dirigidas hacia el plano $s=0$, y una vez sobre éste, el estado debe mantenerse en ella; el movimiento sobre él es llamado "modo deslizante".

El control consiste de un conjunto de funciones continuas de x y t , adicionalmente cada componente del control se asume estar sujeta a discontinuidades en una superficie apropiada

$$u_i = \begin{cases} u_{i+}(x, t) & \text{si } s_i(x) > 0 \\ u_{i-}(x, t) & \text{si } s_i(x) < 0 \end{cases} \quad i=1, \dots, m$$

Existe una técnica formal denominada "método del control equivalente", la cual se usa para encontrar las ecuaciones de los modos deslizantes ideales. Se hace (s') igual a cero y la solución del sistema resultante es el control. Este control llamado equivalente es sustituido en el sistema original; desde el punto de

vista geométrico, significa encontrar un control continuo el cual direcciona el vector velocidad (s') para que la trayectoria se intersecte con la superficie de discontinuidad.

2.2- CONTROL DISCONTINUO DE SISTEMAS NO LINEALES.

Para describir en detalle la técnica de control discontinuo conocida como control mediante regímenes deslizantes o control por cambio de estructura de realimentación consideremos el siguiente sistema n-dimensional:

$$x' = f(x) + ug(x)$$

(2.1)

$$y = h(x)$$

donde $x \in R_n$, $u \in R_n$, $y \in R$ y f, g y h son campos vectoriales suaves.

Si suponemos que el sistema es de grado relativo igual a uno, entonces la 1a. derivada de la salida depende del control en

$$y' = \frac{\partial h}{\partial x} (f(x) + ug(x)) \quad (2.2)$$

$$y' = L_f h(x) + uL_g h(x) \quad (2.3)$$

donde $L_f h$ y $L_g h$ son las derivadas direccionales de h en las direcciones f y g respectivamente o derivadas de L_f .

Si igualamos la expresión de (y') a la siguiente función no-

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

lineal:

$$L_f h(x) + u L_g h(x) = -W \text{Sign } y \quad (2.4)$$

donde W es una cantidad positiva y "Sign" el signo de la función (y) , podemos escribir el control como:

$$u = \frac{1}{L_g h(x)} [-L_f h(x) - W \text{sign} h(x)] \quad (2.5)$$

Si estudiamos la naturaleza dinámica que se le impone a la salida, es decir:

$$y' = -W \text{Sign } y \quad (2.6)$$

nos damos cuenta que tal dinámica es autónoma y tiene siempre signo opuesto a (y') , lo cual indica que (y) decrece cuando es positivo y crece cuando es negativo. Esto significa que sea cual fuera la condición inicial de $y(t)$, por ejemplo, $y(t_0)$, la evolución de $y(t)$ hace que $y(t) \rightarrow 0$ en tiempo finito.

Al sobrepasar la condición $y = 0$ se obtiene un sistema controlado en forma discontinua con una sucesión infinitamente rápida de conmutaciones que mantienen la condición $y = 0$.

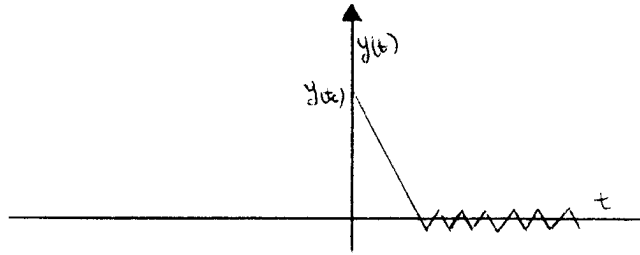


Figura 2

Si consideramos el caso ideal para describir la respuesta controlada, con las condiciones

$$y = 0; \quad y' = -W \operatorname{sign}(0) = 0$$

es decir

$$h(x) = 0; \quad L_f h(x) + u L_g h(x) = 0$$

podemos decir que (u) se comporta como un control virtual dado por

$$u_{EQ}(x) = -\frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} \quad (2.7)$$

Sin embargo, el control aplicado al sistema está dado por la siguiente expresión:

$$u = \frac{-W \operatorname{sign} h(x) - L_f h(x)}{L_g h(x)} \quad (2.8)$$

Las expresiones de (u) y (u_{eq}) , coinciden cuando idealmente $h(x) = 0$ y $\operatorname{sign} h(x) = 0$.

La dinámica ideal de deslizamiento la definimos como aquella que obtenemos cuando $y = h(x) = 0$ bajo la influencia del control $u_{eq}(x)$, el cual denominaremos "el control equivalente".

La dinámica ideal de deslizamiento está entonces dada por:

$$x' = f(x) - g(x) \frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} \quad (2.9)$$

WWW.BDIGITAL.ULA.VE
 $h(x) = 0$

La expresión de x' la podemos reescribir de la siguiente manera:

$$x' = \left[I - \frac{g(x) \frac{\partial h}{\partial x}}{\frac{\partial h}{\partial x} g} \right] f(x)$$

$$\left[I - g(x) \left(\frac{\partial h}{\partial x} g \right)^{-1} \frac{\partial h}{\partial x} \right] f(x)$$

(2.10)

usando las expresiones:

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) ; y$$

$$L_g h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} g(x)$$

Si definimos la expresión (2.9) como una matriz $M_1(x)$, la ecuación quedaría:

$$x' = M_1(x)f(x)$$

con

$$M_1(x) = [I - g(x) \left(\frac{\partial h}{\partial x} g \right)^{-1} \frac{\partial h}{\partial x}]$$

Examinemos algunas propiedades de la matriz $M_1(x)$:

$$1) \quad M_1^2(x) = M_1(x)$$

Demostración:

$$M_1^2(x) = [I - g(x) \left(\frac{\partial h}{\partial x} g \right)^{-1} \frac{\partial h}{\partial x}] M_1(x)$$

$$= M_1(x) - g \left(\frac{\partial h}{\partial x} g \right)^{-1} \frac{\partial h}{\partial x} M_1(x)$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

pero:

$$\frac{\partial h}{\partial x} M_1(x) = \frac{\partial h}{\partial x} [I - g(x) \left(\frac{\partial h}{\partial x} g \right)^{-1} \frac{\partial h}{\partial x}]$$

$$= \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} g \left(\frac{\partial h}{\partial x} g \right)^{-1} \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$= \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

Entonces:

$$M_1^2(x) = M_1(x)$$

2) $M_1(x)g = 0$

$$\frac{\partial h}{\partial x} M_1(x) = \frac{\partial h}{\partial x} [I - g(x) \left(\frac{\partial h}{\partial x} g \right)^{-1} \frac{\partial h}{\partial x}]$$

$$g - g \left(\frac{\partial h}{\partial x} g \right)^{-1} \left(\frac{\partial h}{\partial x} g \right)$$

$$=g-g=0$$

La matriz $M_1(x)$ anula todo lo que sea proporcional a $g(x)$, es decir, tiene por espacio nulo al $\text{span}\{g(x)\}$ y deja invariante todo cuanto esté en su rango.

Sea $\xi(x)$ un campo vectorial en el rango de $M(x)$, es decir, existe un campo $f(x)$ tal que $\xi(x) = M_1(x) f(x)$, entonces:

$$M_1(x) \xi(x) = M_1(M(x) f(x)) = M_1^2 f(x)$$

$$=M_1(x) f(x) = \xi(x)$$

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Entonces podemos decir que $M(x)$ es un operador de proyección sobre el subespacio **tangente** a $h(x)$ a lo largo de $\text{span}\{g(x)\}$

Las columnas de $M_1(x)$ abarcan el subespacio tangente a la "superficie" $h(x) = 0$ pues todas ellas son ortogonales al gradiente de la superficie.

Como $M_1(x)f(x)$ pertenece al espacio tangente de $h(x) = \text{constante}$ (en particular $h(x) = 0$), la dinámica del sistema se lleva a cabo en tal superficie, una vez que (y) se haya estabilizado a cero.

El comportamiento de las trayectorias restringidas a $h(x) = 0$ puede ser: estable, inestable o singular.

Si las trayectorias son asintóticamente estables diremos que el sistema es de **fase mínima**, de otra forma diremos que el sistema es de **fase no mínima**.

Si escribimos nuestro sistema de la forma

$$\dot{x} = f(x) + u g(x) + v(x)w$$

donde w es una señal escalar de naturaleza completamente desconocida y v un campo vectorial conocido.

Adicionalmente, el controlador de estructura variable lleva la señal $y = h(x)$ a cero en tiempo infinito.

La expresión del control ideal sería:

$$u_{EQ}(x) = -\frac{1}{L_g h(x)} [L_f h(x) + \omega L_v h(x)]$$

$$u_{EQ} = -\frac{1}{L_g h(x)} [L_{f+\omega v} h(x)]$$

La dinámica ideal es entonces:

$$\begin{aligned}
 x' &= f + \omega \gamma - g \frac{L_{f-\omega \gamma} h(x)}{L_g h(x)} \\
 &= (I - g(L_g h(x))^{-1} \frac{\partial h}{\partial x}) (f + \omega \gamma) = M_1(x) [f + \omega \gamma] \\
 &= M_1(x) f(x) + \omega M_1(x) v(x)
 \end{aligned}$$

Si decimos que, $v(x) \in \text{span}\{g(x)\}$; es decir, la dinámica de v pertenece a la dinámica de $f(x)$, entonces la dinámica ideal de deslizamiento estaría dada por:

$$x' = M_1(x) f(x)$$

ya que $M_1(x)v(x) = M_1(x)\beta(x)g(x) = \beta(x)M_1(x)g(x) = 0$ para un cierto $\beta(x)$ escalar.

La condición $v(x) \in \text{span}\{g(x)\}$ recibe el nombre de **condición de acoplamiento**; cuando tal condición es cierta podemos decir que el régimen deslizante que ocurre sobre $h(x)$ es robusto respecto del campo vectorial $v(x)w$ y por ende respecto a la influencia de la señal desconocida w .

Si $v(x) \in \text{span}\{g(x)\}$, la dinámica ideal de deslizamiento aún tiene lugar en la superficie $h(x) = 0$ y su presencia es incapaz de cambiar esta condición.

Podemos ver que el campo vectorial

$$\left[I - g(x) (L_g h(x))^{-1} \frac{\partial h}{\partial x} \right] (f(x) + \omega \gamma(x))$$

satisface una condición de ortogonalidad respecto del gradiente de $h(x)$ $\delta h / \delta x$, ya que

$$\frac{\partial h}{\partial x} \left[I - g(x) (L_g h(x))^{-1} \frac{\partial h}{\partial x} \right] (f(x) + \omega \gamma(x))$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} - \left(\frac{\partial h}{\partial x} g \right) (L_g h(x))^{-1} \frac{\partial h}{\partial x} (f + \omega \gamma)$$

$$= \left(\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} \right) (f + \omega \gamma) = 0$$

A pesar de nuestro desconocimiento de w , siempre es posible obtener un régimen deslizando en $h(x) = 0$ si w es acotado.

Expresemos el verdadero modelo del sistema como

$$\dot{x} = f(x) + u g(x) + w v(x)$$

$$y = h(x)$$

donde w es acotado pero desconocido y no se incluye el conocimiento

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

de $v(x)$.

Pero en forma errónea escribimos el modelo del mismo como

$$\dot{x} = f(x) + u g(x)$$

$$y = h(x)$$

de donde el control discontinuo que usaremos en el sistema verdadero será:

$$u = \frac{-w \operatorname{sign}(h(x)) - L_f h(x)}{L_g h(x)}$$

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

La derivada de la salida controlada es entonces

$$y' = L_f h + u L_g h + w L_v h$$

$$= L_f h - \frac{w \operatorname{sign} h(x) + L_f h}{L_g h} L_g h + w L_v h$$

$$= -w \operatorname{sign} y + w L_v h$$

Entonces

$$\dot{y} y' = -w \operatorname{sign} y + w y L_v h - w y + w y L_v h$$

Como $\dot{y}y' = 1/2 d(y^2)/dt$, para que y^2 decrezca a cero, independientemente del valor de w , debe cumplirse que

$$w > \max_w [(yL^v h)w] = yL^v h \max_w w$$

Si elegimos un valor de w tal que

$$w > L_v h(x) \max_w w \quad \text{para todo } x$$

entonces $y^2 \rightarrow 0$ en tiempo finito por la ley de control discontinua propuesta anteriormente.

Podemos decir que $h(x) = 0$ es una **superficie de deslizamiento** o **superficie de conmutación**.

La suposición principal de esta técnica estriba en considerar la dinámica ideal de deslizamiento

$$\dot{x} = [I - g(x) (L_g h(x))^{-1} \frac{\partial h}{\partial x}] f(x)$$

como una dinámica deseable para el sistema.

Consideraremos ahora el caso general de sistemas controlados mediante regímenes deslizantes, es decir, cuando el sistema exhibe grado relativo r .

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$\text{Sea } \mathbf{x}' = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}g(\mathbf{x})$$

$$y = h(\mathbf{x})$$

Si el sistema es de grado relativo r :

$$L_g h = L_g L_f h = L_g L_f^2 h = \dots L_g L_f^{(r-2)} h = 0$$

$$L_g L_f^{(n-1)} h = 0$$

y diferenciando la salida

$y = h(\mathbf{x})$ WWW.BDIGITAL.ULA.VE

$$y' = L_f h(\mathbf{x})$$

...

$$y^{(r-1)} = L_f^{r-1} h(\mathbf{x})$$

$$y^{(r)} = L_f^r h(\mathbf{x}) + u L_g L_f^{(r-1)} h(\mathbf{x})$$

Si consideramos la salida auxiliar de la forma:

$$s = y_{(r-1)} + \alpha_{r-1} y_{(r-2)} + \dots + \alpha_1 y$$

$$s(\mathbf{x}) = L_{f_{(r-1)}} h(\mathbf{x}) + \alpha_{r-1} L_{f_{(r-2)}} h(\mathbf{x}) + \dots + \alpha_1 h(\mathbf{x})$$

y le imponemos al sistema la siguiente dinámica:

$$s' = -w \operatorname{sign} s(x)$$

podemos ver que (s) tiende a cero en tiempo finito, y en tal caso la salida del sistema satisface

$$Y_{(r-1)} + \alpha_{r-1}Y_{(r-2)} + \dots + \alpha_1 Y = 0$$

A fin de obtener un comportamiento de la salida asintóticamente estable, supondremos que el conjunto de coeficientes $\{\alpha_{r-1}, \alpha_{r-2}, \dots, \alpha_1\}$ es tal que el polinomio característico asociado a esta dinámica es Hurwitz:

$$P(s) = s_{r-1} + \alpha_{r-1}s_{r-2} + \dots + \alpha_1$$

Si diferenciamos la expresión de $s(x)$ obtenemos:

$$L_f^r h + \alpha_{r-1}L_f^{r-1}h + \dots + \alpha_1 L_f h + uL_g L_f^{r-1}h = -w \operatorname{sign} s(x)$$

despejando el controlador u queda:

$$u = -\frac{1}{L_g L_f^{r-1}h} [L_f^r h + \alpha_{r-1}L_f^{r-1}h + \dots + \alpha_1 L_f h + w \operatorname{sign}(s)]$$

Este controlador discontinuo genera un régimen deslizante en la superficie $s(x) = 0$. En la presencia de este régimen deslizante tendremos un comportamiento asintóticamente estable de la salida $y = h(x)$ y de sus $r-1$ primeras derivadas. Es decir:

$$h(x) \rightarrow 0, L_f h(x) \rightarrow 0; \dots; L_{f,r-1} h(x) \rightarrow 0$$

El control equivalente, que mantendrá las trayectorias satisfaciendo la condición $s(x) = 0$ se calcula de la condición $s'(x) = 0$, es decir:

$$u_{EQ} = -\frac{1}{L_g L_f^{r-1} h} [L_f^r h + \alpha_{r-1} L_f^{r-1} h + \dots + \alpha_1 L_f h]$$

El sistema exhibe grado relativo igual a uno respecto de la superficie auxiliar y esto permite aplicar los resultados anteriores, pues la primera derivada de $s(x)$ respecto del tiempo ya depende de la variable de control (u).

Podemos concluir entonces, sin necesidad de mayores demostraciones, las propiedades generales para el caso de grado relativo igual a r .

La dinámica ideal de deslizamiento se sucede en $s(x) = 0$ y está dada por

$$\dot{x} = M_r(x) f(x)$$

donde $M_r(x)$ proyecta el $\text{span}\{g(x)\}$ a cero y a f sobre el espacio tangente a $s(x) = 0$. Las columnas de $M_r(x)$ son por lo tanto ortogonales al gradiente de $s(x)$, dado por el vector fila $\delta s(x)/\delta x$

Esto significa que:

$$\frac{\partial s}{\partial x} M_r(x) = 0$$

$$M_r^2(x) f(x) = M_r(x) f(x)$$

El controlador de estructura variable hace que la dinámica ideal de deslizamiento sea independiente de cualquier campo vectorial de perturbación $v(x)$ siempre que se cumpla la condición de acoplamiento

$$v(x) \in \text{span}\{g(x)\}$$

Siempre es posible inducir un régimen deslizante en el sistema de grado relativo r de la superficie auxiliar $s(x) = 0$, utilizando un valor suficientemente grande del parámetro constante w , a pesar de la existencia de un campo $v(x)$ no incluido en el modelo de sistema, siempre que la variable o señal w que multiplique al campo $v(x)$ sea acotada.

El sistema perturbado

$$\dot{x} = f(x) + u g(x) + w v(x)$$

$$y = h(x)$$

de grado relativo r puede entonces exhibir un régimen deslizante en la superficie auxiliar $s(x) = 0$ que es robusto respecto de la señal de perturbación w si y sólo si se cumple la condición de acoplamiento. En particular ninguna derivada de orden menor que $r-1$ de la salida $h(x)$ depende de (u) o de w .

A continuación se presentan 4 ejemplos ilustrativos de la técnica explicada anteriormente, donde se propone para cada caso un controlador de estructura variable.

Si bien estos controladores presentan robustez, tienen un serio problema para su implementación práctica, que es la naturaleza discontinua de la señal de control que el implementa. La señal de control en nuestros ejemplos representa flujo de reactante o flujo de vapor, las cuales no pueden adoptar en la realidad valores discontinuos de variación finita brusca, para lo cual se necesitarían válvulas infinitamente rápidas, es decir sin inercia. Esta imposibilidad física invalida el uso de estos controladores propuestos en la práctica. Una alternativa para solucionar el problema expuesto anteriormente ha sido la de considerar controladores discontinuos dinámicos, los cuales serán el tópico del capítulo siguiente.

2.3-EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

En los ejemplos tratados a continuación , se utiliza la teoría expuesta anteriormente, es decir , control por regímenes deslizantes estáticos aplicado a procesos químicos.

EJEMPLO 2.3.1 - CONTROL DE UN TANQUE CONTINUAMENTE AGITADO

El modelo matemático del sistema es:

$$x_1' = -(1+Da_1)x_1 + u$$

$$x_2' = Da_1x_1 - x_2 - Da_2x_2^2$$

$$y = x_1 + x_2 - Y_d$$

donde:

x_1 = Concentración normalizada C_p/C_{p0} de la especie P en el reactor.

x_2 = Concentración normalizada C_q/C_{p0} de la especie Q en el reactor.

F = Rata volumétrica en m^3s^{-1}

u = Relación de la rata de alimentación molar por unidad volumétrica de la especie P, designada mediante N_{pf} , y la concentración deseada C_{p0} .

C_{p0} = Concentración deseada de las especies P y Q

(mol.m⁻³).

Da1 = K1V/F (V es el volumen del reactor en m³ y K1 es la constante de tiempo de primer orden en s⁻¹)

Da2 = K2VCpo/F (V es el volumen del reactor en m³ y K2 es la constante de tiempo de primer orden en s⁻¹)

El objetivo del control es regular la concentración total a fin de evitar problemas de corrosión en el equipo aguas abajo Q es altamente ácido mientras que la especie R es neutra.

Adicionalmente, se supone que la variable de control u se encuentra naturalmente acotada en el intervalo cerrado [0, Umax] lo cual refleja los límites de la rata de alimentación molar de la especie P.

En este ejemplo se estudia la posibilidad de establecer una estabilización a cero de la señal de salida Y que representa el error de concentración total de las especies.

El punto de equilibrio para este sistema, a una rata fija de alimentación U, está dada por:

$$x_1(U) = \frac{U}{1+Da1}; x_2(U) = \frac{1}{2Da2} [-1 + \sqrt{1 + \frac{4Da1Da2U}{1+Da1}}]$$

Determinación del grado relativo del sistema:

Colocando el modelo en la forma:

$$x' = f(x) + g(x)u$$

$$h(x) = y$$

donde:

$$f(x) = \begin{bmatrix} -(1+Da1)x_1 \\ Da1x_1 - x_2 - Da2x_2^2 \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Calculando las derivadas de Lie:

$$L_f h = [1 \ 1] \begin{bmatrix} -(1+Da1)x_1 \\ Da1x_1 - x_2 - Da2x_2^2 \end{bmatrix} \neq 0$$

$$L_g h = [1 \ 1] \begin{bmatrix} -(1+Da1)x_1 \\ Da1x_1 - x_2 - Da2x_2^2 \end{bmatrix} \neq 0$$

Se observa que el grado relativo es $r = 1$.

Si definimos la superficie de deslizamiento como:

$$s = x_1 + x_2 - Yd \setminus$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

y hacemos:

$$y' = -W \text{sign}(s)$$

obtenemos:

$$-x_1 - x_2 - Da_2 x_2^2 + u = -W \text{sign}(x_1 + x_2 - Y_d)$$

y el controlador de estructura variable lo podemos expresar como:

$$u = -W \text{sign}(x_1 + x_2 - Y_d) + x_1 + x_2 + Da_2 x_2^2$$

La Figura 2.11 muestra las trayectorias controladas del estado del sistema para valores de $Da_1 = 1$; $Da_2 = 1$; $W = 5$. El punto de equilibrio para el vector de estado resulta ser, para $U = 4$, $x_1(U) = 2$ y $x_2(U) = 1$. Las trayectorias convergen asintóticamente a estos valores.

La Figura 2.12 muestra la variable de control u . La Figura 2.13 muestra la superficie de deslizamiento.

**EJEMPLO 2.3.2 - CONTROL DE UN TANQUE CONTINUAMENTE AGITADO
EN EL QUE SE REALIZA UNA REACCION
ISOTERMICA, EN FASE LIQUIDA DE VARIOS
COMPONENTES.**

El modelo matemático del sistema es:

$$x_1' = 1 - (1 + Da_1)x_1 + Da_2x_2^2$$

$$x_2' = Da_1x_1 - x_2 - (Da_2 + Da_3)x_2^2 + u$$

$$x_3' = Da_3x_2^2 - x_3$$

$$y = x_3 - Yd$$

donde:

x_1 = Concentración normalizada C_a/C_{af} de la especie A en el reactor.

x_2 = Concentración normalizada C_b/C_{af} de la especie B en el reactor.

x_3 = Concentración normalizada C_c/C_{af} de la especie C en el reactor.

F = Rata volumétrica en m^3s^{-1}

u = Relación de la rata de alimentación molar por unidad volumétrica de la especie B, designada

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

mediante N_{bf} , y la concentración deseada C_{af} de la especie C ($\text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$).

$Da_1 = K_1V/F$ (V es el volumen del reactor en m^3 y K_1 es la constante de tiempo de primer orden en s^{-1})

$Da_2 = K_2VC_{af}/F$ (V es el volumen del reactor en m^3 y K_2 es la constante de tiempo de primer orden en s^{-1})

$Da_3 = K_3VC_{af}/F$ (V es el volumen del reactor en m^3 y K_3 es la constante de tiempo de primer orden en s^{-1})

El objetivo del control es el de regular la concentración normalizada C_c/C_{af} en un valor especificado por la constante Y_d .

Se supone que la variable de control u se encuentra naturalmente acotada en el intervalo cerrado $[0, U_{\max}]$ lo cual refleja los límites físicos de la tasa de alimentación de la especie B .

El punto de equilibrio para este sistema, a una tasa fija de alimentación U , está dada por:

$$x_1(U) = \frac{1 + Da_2 x_2(U)^2}{1 + Da_1}$$

$$x_3(U) = Da_3 x_2(U)^2$$

$$x_2(U) = (1+Da1) \left[\frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \left(U + \frac{Da1}{1+Da1} \right) \left(\frac{Da2+Da3+Da1Da3}{1+Da1} \right)}}{2(Da2+Da3+Da1Da3)} \right]$$

Determinación del grado relativo del sistema:

Colocando el modelo de la forma:

$$x' = f(x) + g(x)u$$

$$h(x) = y$$

Donde:

$$f(x) = \begin{bmatrix} 1 - (1+Da1)x_1 + Da2x_2^2 \\ Da1x_1 - x_2 - (Da2+Da3)x_2^2 \\ Da3x_2^2 - x_3 \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Calculando las derivadas de Lie:

$$L_g h = [0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$L_g L_f h = \begin{pmatrix} 1 - (1 + Da_1)x_1 + Da_2 x_2^2 \\ Da_1 x_1 - x_2 - (Da_2 + Da_3)x_2^2 \\ Da_3 x_2^2 - x_3 \end{pmatrix} [0 \ 0 \ 1] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0$$

Se observa que el grado relativo del sistema es $r = 2$.

Si consideramos la superficie auxiliar de la forma:

$$s = y' + \alpha y = 0; \alpha > 0$$

$$s = Da_3 x_2^2 - x_3 + \alpha (x_3 - y_d)$$

y le imponemos al sistema la siguiente dinámica:

$$s' = -W \text{sign}(s)$$

Diferenciando la expresión de s e igualándola a la dinámica anterior encontramos la siguiente expresión:

$$2Da_3 x_2 (Da_1 x_1 - x_2 - (Da_2 + Da_3)x_2^2 + u) - Da_3 x_2^2 + x_3 + \alpha (Da_3 x_2^2 - x_3) = -W \text{sign}(s)$$

De la cual podemos despejar el control u :

$$u = \frac{-W \text{sign}(s) - 2Da_3 x_2 (Da_1 x_1 - x_2 - (Da_2 + Da_3)x_2^2) + Da_3 x_2^2 - x_3 - \alpha (Da_3 x_2^2 - x_3)}{2Da_3 x_2}$$

La Figura 2.21 muestra las trayectorias controladas del estado del sistema para valores de $Da_1 = 3$; $Da_2 = 0.5$; $Da_3 = 1$; $W =$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

5; $\alpha=5$. El punto de equilibrio para el vector de estado resulta ser, $x_1= 0.3467$ $x_2= 0.8796$ y $x_3= 0.7737$. Las trayectorias convergen asintóticamente a estos valores.

La Figura 2.22 muestra la variable de control u . La Figura 2.23 muestra la superficie de deslizamiento s .

EJEMPLO 2.3.3 - CONTROL DE UN TANQUE CONTINUAMENTE AGITADO DONDE OCURRE UNA REACCION EXOTERMICA.

El modelo matemático del sistema es:

$$x_1' = \frac{F}{V} (C_0 - x_1) - a x_1 e^{-\frac{b}{x_2}}$$

$$x_2' = \frac{F}{V} (T_i - x_2) + \frac{aL}{C_p} x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{h}{VC_p} (x_2 - u)$$

$$y = x_2 - T_d$$

donde:

x_1 = Concentración del producto

x_2 = Temperatura del reactor

u = Variable de control. Temperatura del agua en la chaqueta (deg R)

F = Flujo másico lb/hr

C_0 = Concentración del flujo de entrada lb/lb

T_i = Temperatura del flujo de entrada (deg R)

C_p = Capacidad calorífica BTU/lbhr

V = Volumen "holdup" lb

L = Calor de reacción BTU/lb

h = Parámetro transferencia de calor BTU/hrR

b = Constante de activación (deg R)

a = factor hr^{-1}

El objetivo del control es mantener la temperatura del reactor en un valor estable, lo que indirectamente controla la concentración x_1 en su valor de equilibrio.

El punto de equilibrio para este sistema, para un valor de la temperatura de entrada (T), está dado por:

$$x_2 = T; x_1(T) = \frac{C_0}{1 + \frac{V}{Fae^{-\frac{b}{x_2}}}}$$

$$u(T) = T - \frac{C_p F}{h} (T_i - T) - \frac{aLV}{h} \frac{C_0 e^{-\frac{b}{x_2}}}{1 + \frac{V}{Fae^{-\frac{b}{x_2}}}}$$

Determinación del grado relativo del sistema:

Colocando el modelo de la forma:

$$x' = f(x) + g(x)u$$

$$h(x) = y$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

Donde:

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{F}{V}(Co-x_1) - ax_1 e^{-\frac{b}{x_2}} \\ \frac{F}{V}(Ti-x_2) + \frac{aL}{Cp} x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{hx_2}{V Cp} \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ h \\ V Cp \end{bmatrix}$$

Calculando las derivadas de Lie:

$$L_g h = [0 \ 1] \begin{bmatrix} 0 \\ h \\ \frac{h}{V Cp} \end{bmatrix} \neq 0$$

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Se observa que el grado relativo del sistema es $r = 1$

Si definimos la superficie de deslizamiento como:

$$s = x_2 - Td$$

y hacemos:

$$y' = -W \text{sign}(s)$$

obtenemos:

$$\frac{F}{V}(T_i - x_2) + \frac{aL}{C_p} x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{h}{VC_p} (x_2 - u) = -W \text{sign}(x_2 - T_d)$$

y el controlador de estructura variable lo podemos expresar como:

$$u = \frac{-\frac{F}{V}(T_i - x_2) - \frac{aL}{C_p} x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} + \frac{h}{VC_p} x_2 - W \text{sign}(x_2 - T_d)}{\frac{h}{VC_p}}$$

La Figura 2.31 y 2.32 muestra las trayectorias controladas de los estados del sistema para valores de $F = 2000$ lb/hr, $C_o = 0.50$ lb/lb, $V = 2400$ lb, $a = 7.08 \times 10^{10}$ hr⁻¹, $b = 15080$ deg R, $L = 600$ BTU/lb, $C_p = 0.75$ BTU/lb.R, $h = 15000$ BTU/hr.R, $W = 50$. El punto de equilibrio para el vector de estado resulta ser, $x_2 = T = 600$ R y $x_1(T) = 0.246$ lb/lb. Las trayectorias convergen asintóticamente a estos valores.

La Figura 2.33 muestra la variable de control u . La Figura 2.34 muestra la superficie de deslizamiento.

EJEMPLO 2.3.4 - CONTROL DE UN EVAPORADOR DE DOBLE EFECTO.

El modelo matemático del sistema es:

$$x_1' = \delta_1 F_o (C_o - x_1) + \delta_2 x_1 u$$

$$x_2' = \delta_3 FO(x_1 - x_2) + [\delta_4 x_1 + \delta_5 x_2] u$$

$$y = x_2 - x_2 d$$

donde:

x_1 = Concentración del producto en la primera etapa del evaporador.

x_2 = Concentración de salida en la segunda etapa del evaporador.

u = Variable de control que representa el flujo de vapor proveniente de un intercambiador.

Los demás parámetros del sistema son conocidos.

Determinación del grado relativo del sistema:

Colocando el modelo de la forma:

$$x' = f(x) + g(x) u$$

$$h(x) = y$$

Donde:

$$f(x) = \begin{bmatrix} \delta_1 FO(CO - x_1) \\ \delta_3 FO(x_1 - x_2) \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} \delta_2 x_1 \\ \delta_4 x_1 + \delta_5 x_2 \end{bmatrix}$$

Calculando las derivadas de Lie:

$$L_g h = [0 \ 1] \begin{bmatrix} \delta_2 x_1 \\ \delta_4 x_1 + \delta_5 x_2 \end{bmatrix} \neq 0$$

Se observa que el grado relativo del sistema es $r = 1$.

Si consideramos la superficie auxiliar de la forma:

$$s = x_2 - x_2 d$$

y hacemos:

$$y' = -W \operatorname{sign}(s)$$

obtenemos:

$$\delta_3 F_0(x_1 - x_2) + (\delta_4 x_1 + \delta_5 x_2) u = -W \operatorname{sign}(x_2 - x_2 d)$$

y el controlador de estructura variable lo podemos expresar como:

$$u = \frac{-W \operatorname{sign}(s) - \delta_3 F_0(x_1 - x_2)}{(\delta_4 x_1 + \delta_5 x_2)}$$

La Figura 2.41 muestra las trayectorias controladas del estado del sistema para valores de $F_0 = 2.525 \text{ Kg/min}$, $C_0 = 0.04$, $\delta_1 =$

0.0105, $\delta_2 = 8.509 \times 10^{-3}$, $\delta_3 = 9.523 \times 10^{-3}$, $\delta_4 = -7.699 \times 10^{-3}$, $\delta_5 = 10.304 \times 10^{-3}$ y $W = 8 \times 10^{-4}$.

La Figura 2.42 muestra la variable de control u . La Figura 2.43 muestra la superficie de deslizamiento s .

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

CAPITULO 3
CONTROL DINAMICO DE SISTEMAS POR ESTRUCTURA
VARIABLE MEDIANTE MODO DESLIZANTE

3.1- INTRODUCCION

En este capítulo consideraremos una clase de controladores dinámicos basados en regímenes deslizantes "dinámicos". La diferencia fundamental de esta clase de controladores con respecto a los que se presentaron en el capítulo anterior estriba en que las señales generadas de control no son discontinuas sino que su derivada de mayor orden es quien resulta ser discontinua.

La clave que permite proponer controladores por regímenes deslizantes con salidas continuas es la de considerar superficies de deslizamiento dependientes del control. Estas superficies pueden considerarse como existentes en un espacio de estado "extendido", es decir, de dimensión superior a la del estado del sistema. El régimen deslizante tomará lugar en una superficie de tal espacio de estado extendido y su proyección sobre el espacio de estado original es, por lo tanto, suficientemente suave.

Los controladores dinámicos deslizantes se obtienen como soluciones de ecuaciones diferenciales implícitas de naturaleza variable en el tiempo. Su implementación incluye todas las

discontinuidades al espacio de "estado" del controlador mismo, lo cual libera a las señales de salida del controlador, las cuales son de hecho las señales de entrada al sistema de las discontinuidades típicas del controlador por regímenes deslizantes.

En este capítulo nos mantendremos dentro de la suposición de la linealidad con respecto al control, pero abandonaremos la notación de derivadas direccionales.

Recientemente, resultados del álgebra diferencial han sido propuestos para reformular los conceptos más importantes en el campo de la teoría del control, siendo una de las contribuciones más importantes la del Profesor M. Fliess ([1], [2]). En estos trabajos Fliess propone una forma canónica llamada Forma Canónica Generalizada de la Observabilidad para sistemas no-lineales.

En esta parte mostraremos cómo haciendo uso de la Forma Canónica Generalizada de la Observabilidad de Fliess para sistemas no-lineales (FCGO), podemos diseñar controladores dinámicos discontinuos basados en regímenes deslizantes.

3.2- CONTROL DINAMICO POR REGIMENES DESLIZANTES.

Consideremos el sistema n -dimensional de una entrada y una salida:

$$x' = f(x) + g(x)u \quad (3.1)$$

$$y = h(x)$$

donde f y g son campos vectoriales suaves y h es una función suave de la variable de estado x .

Supondremos que el sistema es de grado relativo igual a r .

La i -ésima derivada de la función de salida puede escribirse, en términos del vector de estado x y de la variable de control u , como:

$$y^{(i)} = b_i(x) \quad \text{para } i < r, \text{ con } b_0(x) = h(x) \quad (3.2)$$

$$y^{(i)} = b_i(x, u, u', \dots, u^{(i-r-1)}) + a(x)u^{(i-r)} \quad \text{para } r \leq i \leq n$$

En particular, la n -ésima derivada de (y) puede obtenerse como:

$$y^{(n)} = b_n(x, u, u', \dots, u^{(n-r-1)}) + a(x)u^{(n-r)} \quad (3.3)$$

El entero r es el grado relativo del sistema, definido como el mínimo número de veces que la salida del sistema debe ser diferenciada, con respecto al tiempo, para que el control u aparezca explícitamente en la derivada de la expresión.

Suponemos que la siguiente matriz de "observabilidad"

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

constituida por los vectores (fila) gradientes de la salida y , y sus derivadas, con respecto a x , es de rango completo n , es decir:

$$\text{rango} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial x} \\ \frac{\partial y'}{\partial x} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial y^{(n-1)}}{\partial x} \end{bmatrix} = \text{rango} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial x} \\ \frac{\partial y'}{\partial x} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial y^n}{\partial x} \end{bmatrix} = n \quad (3.4)$$

Esta suposición implica que el sistema puede ser descrito por una ecuación diferencial escalar de n -ésimo orden relacionando la entrada y la salida del sistema (ver Conte[3] y Diop [4]). En otras palabras, la condición de rango maximal permite **eliminar** el vector estado en términos de las **variables generalizadas de fase** $y, y', \dots, y^{(n-1)}$ y de las variables de entrada y sus derivadas hasta un orden $n-r-1$, $u, u', \dots, u^{(n-r-1)}$. Es decir,

$$x_i = v_i(y, y', \dots, y^{(n-1)}, u, u', \dots, u^{(n-r-1)}) \quad (3.5)$$

con $i=1, 2, \dots, n$

En general, tal proceso de eliminación de las variables de estado puede ser bastante complicado y va acompañado de desigualdades que limitan la validez de tal eliminación.

En general, obtendremos una representación del sistema de la forma:

$$y^{(n)} = c(y, y', \dots, y^{(n-1)}, u, u', \dots, u^{(n-r)}) \quad (3.6)$$

Esta ecuación diferencial escalar no lineal admite la forma canónica generalizada de la observabilidad (FCGO):

$$\begin{aligned} z_1' &= z_2 \\ z_2' &= z_3 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} z_{n-1}' &= z_n \\ z_n' &= c(z_1, z_2, \dots, z_n, u, u', \dots, u^{(n-r)}) \end{aligned}$$

$$y = z_1$$

donde $z_i = y^{(i-1)}$; $i=1, 2, \dots, n$

Si la salida y del sistema y sus derivadas son cero por un período de tiempo indefinido, la ecuación diferencial no-lineal dada por (ver Fliess [5]):

$$c(0, u, u', \dots, u^{(n-r)}) = 0 \quad (3.8)$$

determina la dinámica de los ceros asociada al sistema y juega un papel importante en la estabilidad del sistema.

Supondremos, como antes, que esta ecuación diferencial autónoma para (u) exhibe un comportamiento asintóticamente estable hacia un punto de equilibrio constante identificado con el valor $u = U$, tal que las trayectorias de la variable de control y sus derivadas convergen asintóticamente de manera estable a este punto de equilibrio

$$(u, u', \dots, u^{(n-r)}) \rightarrow (U, 0, 0, \dots, 0)$$

Decimos que el sistema es de **fase mínima** alrededor de este punto de equilibrio.

Consideremos la salida auxiliar dada por:

$$s = Y_{(n-1)} + \alpha_{n-1} Y_{(n-2)} + \dots + \alpha_1 Y \quad (3.9)$$

Esta salida auxiliar puede escribirse también en términos del estado x , la entrada (u) y un número finito de derivadas temporales de la entrada (u) .

$$s(x, u, u', \dots, u^{n-r-1}) = \sum_{i=1}^r \alpha_i b_{i-1}(x) + \sum_{j=r+1}^n \alpha_j [b_{j-1}(x, u^{j-r-2}) + a(x) u^{(j-r-1)}] \quad (3.10)$$

donde:

$u^{[j-r-2]} = (u, u', u'', \dots, u^{(j-r-2)})$ representa una simplificación de la escritura de un vector compuesto por u y sus derivadas hasta un orden $j-r-2$.

Es fácil ver que si la salida auxiliar S se hace igual a cero entonces la salida del sistema obedece la siguiente dinámica lineal:

$$Y^{(n-1)} + \alpha_{n-1}Y^{(n-2)} + \dots + \alpha_1 Y = 0 \quad (3.11)$$

la cual suponemos está determinada por un conjunto de coeficientes $\{\alpha_{n-1}, \alpha_{n-2}, \dots, \alpha_1\}$ de naturaleza tal que el polinomio característico asociado:

$$P(s) = s^{n-1} + \alpha_{n-1}s^{n-2} + \dots + \alpha_2 s + \alpha_1 \quad (3.12)$$

es Hurwitz.

Con el objeto de hacer $s = 0$, incluso en tiempo finito y obtener, por lo tanto, un comportamiento asintóticamente estable a cero de la función de salida $y = h(x)$, le imponemos la dinámica de régimen deslizante dada por:

$$\frac{dS}{dt}(x, u, u', \dots, u^{(n-r-1)}) = -\text{Wsign}S(x, u, u', \dots, u^{(n-r-1)}) \quad (3.13)$$

Utilizando la definición de (s) y diferenciándola con respecto

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

al tiempo, escribimos la expresión anterior de la manera siguiente:

$$a(x) u^{(n-r)} + b_n(x, u^{(n-r-1)}) + \sum_{i=1}^{r-1} \alpha_i b_i(x) + \sum_{j=r}^{n-1} \alpha_j [b_j(x, u^{j-r-1}) + a(x) u^{(j-r)}]$$

$$-W \text{sign} \left[\sum \alpha_j b_{j-r}(x) + \sum \alpha_j [b_{j-r}(x, u^{j-r-2}) + a(x) u^{(j-r-1)}] \right]$$

(3.14)

la cual nos define una ecuación diferencial discontinua para (u) cuya solución es la señal de control a ser aplicada al sistema para lograr una evolución lineal y asintóticamente estable para la salida original (y).

Sólo la derivada de mayor orden de (u) sobrelleva las discontinuidades propias de la dinámica deslizando impuesta sobre la salida auxiliar (s).

El controlador discontinuo puede ser expresado de la siguiente forma:

$$a(x) u^{(n-r)} = -b_n(x, u^{[n-r-1]}) - \sum_{j=r}^{n-1} [b_j(x, u^{[j-r-1]}) + a(x) u^{[j-r]}]$$

$$-W \text{sign} \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i b_{i-1}(x) + \sum_{j=r+1}^n \alpha_j [b_{j-1}(x, u^{(j-r-2)}) + a(x) u^{(j-r-1)}] \right)$$

(3.15)

El controlador exhibe discontinuidades solamente en la derivada de mayor orden para (u) , $u^{(n-r)}$ representada por la función signo proveniente de la dinámica discontinua impuesta sobre la salida auxiliar (s) .

La salida del controlador dinámico (3.15) , es por lo tanto, una señal suavizada. Esta característica permite obtener una señal libre de "chattering", y una regulación robusta del sistema.

A continuación se presentan los ejemplos químicos, desarrollados aplicando la técnica de control discontinuo dinámico.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

3.3- EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

En los ejemplos tratados a continuación, se utiliza la teoría expuesta anteriormente, es decir, control por regímenes deslizantes dinámicos aplicado a procesos químicos.

EJEMPLO 3.3.1 - CONTROL DE UN TANQUE CONTINUAMENTE AGITADO

El modelo matemático del sistema es:

$$x_1' = -(1 + Da_1)x_1 + u$$

$$x_2' = Da_1x_1 - x_2 - Da_2x_2^2$$

$$y = x_1 + x_2 - Yd$$

donde:

x_1 = Concentración normalizada C_p/C_{p0} de la especie P en el reactor.

x_2 = Concentración normalizada C_q/C_{p0} de la especie Q en el reactor.

F = Rata volumétrica en m^3s^{-1}

u = Relación de la rata de alimentación molar por unidad volumétrica de la especie P, designada mediante N_{pf} , y la concentración deseada C_{p0} .

C_{p0} = Concentración deseada de las especies P y Q

(mol. m^{-3})

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$Da_1 = K_1V/F$ (V es el volumen del reactor en m^3 y K_1 es la constante de tiempo de primer orden en s^{-1})

$Da_2 = K_2VC_{po}/F$ (V es el volumen del reactor en m^3 y K_2 es la constante de tiempo de primer orden en s^{-1})

El objetivo del control es regular la concentración total a fin de evitar problemas de corrosión en el equipo aguas abajo. Q es altamente ácido mientras que la especie R es neutra.

Adicionalmente, se supone que la variable de control u se encuentra naturalmente acotada en el intervalo cerrado $[0, U_{max}]$ lo cual refleja los límites de la rata de alimentación molar de la especie P.

En este ejemplo se estudia la posibilidad de establecer una estabilización a cero de la señal de salida Y que representa el error de concentración total de las especies.

Diferenciando la salida obtenemos:

$$y' = -x_1 - x_2 - Da_2x_2^2 + u$$

Es fácil verificar que el rango del sistema es $R = 2$, si x_2 es > 0 (consideraciones físicas restringen x_2 a valores > 0):

$$DET \frac{\partial(y, y')}{\partial x} = DET \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 - (1 + 2Da_2 x_2) \end{bmatrix}$$

La representación entrada-salida del sistema por eliminación del vector estado de las expresiones se muestra a continuación:

$$y'' = -3y' - 2y - 2Yd + 2u + u' - 2Da_2 \left(y + Yd - \sqrt{\frac{u - (y' + y + Yd)}{Da_2}} \right) \left(\sqrt{\frac{u - (y' + y + Yd)}{Da_2}} \right) + 2Da_2^2 \sqrt{\left(\frac{u - (y' + y + Yd)}{Da_2} \right)^3}$$

Haciendo $y = y' = y'' = 0$, obtenemos la dinámica de los ceros asociada:

$$u' + 2(u - Yd) - 2Da_2 \left(Yd - \sqrt{\frac{u - Yd}{Da_2}} \right) \sqrt{\frac{u - Yd}{Da_2}} + 2Da_2^2 \sqrt{\left(\frac{u - Yd}{Da_2} \right)^3}$$

Si se le impone a la salida la siguiente dinámica asintóticamente estable:

$$s = y' + \alpha_1 y = 0; \alpha_1 > 0$$

La superficie de deslizamiento queda:

$$s = x_1 - x_2 + u - Da_2 x_2^2 + \alpha_1 (x_1 + x_2 - Yd)$$

Con el objeto de obtener un comportamiento asintóticamente

estable a cero de y , le imponemos la dinámica de régimen deslizante dada por:

$$s' = -W \text{sign}(s)$$

Al diferenciar s , escribimos la expresión anterior de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} u' + (1 - \alpha_1) (x_1 + x_2 + Da_2 x_2^2 - u) - 2Da_1 Da_2 x_1 x_2 + 2Da_2 x_2^2 + 2Da_2^2 x_2^3 \\ = -w \text{sign}(s) \end{aligned}$$

Despejando u' de la ecuación anterior, obtenemos la expresión del controlador dinámico por régimen deslizante:

$$\begin{aligned} u' = -(1 - \alpha_1) (x_1 + x_2 + Da_2 x_2^2 - u) + 2Da_1 Da_2 x_1 x_2 - 2Da_2 x_2^2 - 2Da_2^2 x_2^3 \\ - w \text{sign}(s) \end{aligned}$$

La Figura 3.11 muestra las trayectorias controladas del estado del sistema para valores de $Da_1 = 1$; $Da_2 = 1$; $W=5$ y $\alpha_1=3$. El punto de equilibrio para el vector de estado resulta ser $x_1(U) = 2$ y $x_2(U) = 1$. Las trayectorias convergen asintóticamente a estos valores.

La Figura 3.12 muestra la variable de control u , la cual converge a su punto de equilibrio. El valor para U_{max} fue de 8. La Figura 3.13 muestra la evolución de la superficie de deslizamiento s .

**EJEMPLO 3.3.2- CONTROL DE UN TANQUE CONTINUAMENTE AGITADO
EN EL QUE SE REALIZA UNA REACCION QUIMICA
ISOTERMICA, EN FASE LIQUIDA DE VARIOS
COMPONENTES.**

El modelo matemático del sistema es:

$$x_1' = 1 - (1 + Da_1)x_1 + Da_2x_2^2$$

$$x_2' = Da_1x_1 - x_2 - (Da_2 + Da_3)x_2^2 + u$$

$$x_3' = Da_3x_2^2 - x_3$$

$$y = x_3 - Y_d$$

donde:

x_1 = Concentración normalizada C_a/C_{af} de la especie A en el reactor.

x_2 = Concentración normalizada C_b/C_{af} de la especie B en el reactor.

x_3 = Concentración normalizada C_c/C_{af} de la especie C en el reactor.

F = Rata volumétrica en m^3s^{-1}

u = Relación de la rata de alimentación molar por unidad volumétrica de la especie B, designada mediante N_{bf} , y la concentración deseada C_{af} de

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

la especie C (mol.m⁻³).

Da1 = K1V/F (V es el volumen del reactor en m³ y K1 es la constante de tiempo de primer orden en s⁻¹)

Da2 = K2VCaf/F (V es el volumen del reactor en m³ y K2 es la constante de tiempo de primer orden en s⁻¹)

Da3 = K3VCaf/F (V es el volumen del reactor en m³ y K3 es la constante de tiempo de primer orden en s⁻¹)

El objetivo del control es el de regular la concentración normalizada Cc/Caf en un valor especificado por la constante Yd.

Se supone que la variable de control u se encuentra naturalmente acotada en el intervalo cerrado [0, Umax] lo cual refleja los límites físicos de la rata de alimentación de la especie B.

Diferenciando la salida dos veces, obtenemos las expresiones de y', y'' (el control aparece en la segunda derivada):

$$y' = Da_3 x_2^2 - x_3$$

$$y'' = 2Da_3 Da_1 x_1 x_2 - 2Da_3 x_2^2 - 2Da_3 Da_2 x_2^3 - 2Da_3^2 x_2^3 +$$

$$2Da_3 x_2 u - Da_3 x_2^2 + x_3$$

Si calculamos el rango del sistema nos damos cuenta que este

es igual a 3, si $x_2 \neq 0$ (consideraciones físicas restringen a x_2 a valores > 0):

$$DET \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial x} \\ \frac{\partial y'}{\partial x} \\ \frac{\partial y''}{\partial x} \end{bmatrix} =$$

$$DET \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & Da_3 x_2 & -1 \\ 2Da_1 Da_3 x_2 & 2Da_1 Da_2 x_1 - 6Da_3 x_2 - 6Da_3 (Da_2 + Da_3) x_2^2 + 2Da_3 u & 1 \end{bmatrix}$$

La representación entrada-salida del sistema por eliminación del vector estado de las expresiones se muestra a continuación:

$$y''' = \left[-2Da_1 Da_3 (1 + Da_1) - 6Da_1 Da_3 - 8Da_1 Da_3 (Da_2 + Da_3) \sqrt{\frac{y' + y + Yd}{Da_3}} \right] \sqrt{\frac{y' + y + Yd}{Da_3}}$$

$$+ \frac{Da_1}{\sqrt{\frac{y' + y + Yd}{Da_3}}} \left[y'' + 2(y' + y + Yd) + 2(Da_2 + Da_3)(y' + y + Yd) \sqrt{\frac{y' + y + Yd}{Da_3}} \right]$$

$$+ \frac{Da_1}{\sqrt{\frac{y' + y + Yd}{Da_3}}} \left[2Da_3 \frac{\sqrt{y' + y + Yd}}{Da_5} u - y' \right] + 4Da_1 Da_3 u$$

$$+ \frac{\left[y'' + 2(y' + y + Yd) + 2(Da_2 + Da_3)(y' + y + Yd) \sqrt{\frac{y' + y + Yd}{Da_3}} + 2Da_3 \sqrt{\frac{y' + y + Yd}{Da_3}} u - y' \right]}{2Da_1 Da_3 \sqrt{\frac{y' + y + Yd}{Da_3}}}$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$\begin{aligned}
& + \left[2Da_1Da_2 + 10(Da_2 + Da_3) + 6(Da_2 + Da_3)^2 \sqrt{\frac{y' + y + Yd}{Da_3}} u \right] (y' + y + Yd) \sqrt{\frac{y' + y + Yd}{Da_3}} \\
& + \left[2Da_1Da_2 - 6Da_3u + 2Da_3u' - 8Da_3(Da_2 + Da_3) \sqrt{\frac{y' + y + Yd}{Da_3}} u \right] \sqrt{\frac{y' + y + Yd}{Da_3}} \\
& + 2Da_3u^2 - y''
\end{aligned}$$

Haciendo $y=y'=y''=y'''=0$, obtenemos la dinámica de los ceros asociada:

$$\left[-2Da_1Da_3(1 + Da_1) - 6Da_1Da_3 - 8Da_1Da_3(Da_4 + Da_5) \sqrt{\frac{Yd}{Da_3}} \right] \sqrt{\frac{Yd}{Da_3}}$$

$$+ Da_1 \left[2Yd \sqrt{\frac{Yd}{Da_3}} + 2(Da_2 + Da_3)Yd + 2Da_3u \right] + 4Da_1Da_3u$$

$$+ \left[2Da_1Da_2 + 10(Da_2 + Da_3) + 6(Da_2 + Da_3)^2 \sqrt{\frac{Yd}{Da_3}} \right] Yd \sqrt{\frac{Yd}{Da_3}}$$

$$+ \left[\frac{2Yd + 2(Da_2 + Da_3)Yd + 2Da_3u}{2Da_1Da_3} \right] + 2Da_3u^2$$

$$+ \left[2Da_1Da_3 - 6Da_3u + 2Da_3u' - 8Da_3(Da_4 + Da_5) \sqrt{\frac{Yd}{Da_3}} u \right] \sqrt{\frac{Yd}{Da_3}} = 0$$

Si se le impone a la salida la siguiente dinámica asintóticamente estable:

$$s = y'' + 2\alpha_2 y' + \alpha_1 y = 0$$

La superficie de deslizamiento queda:

$$s = -[(3 - \alpha_2) x_2^2 - 2x_2 u] Da_3 + 2Da_1 Da_3 x_1 x_2 - 2Da_2 Da_3 x_2^3 - 2Da_3^2 x_2^3 \\ + (1 - \alpha_2) x_3 + \alpha_1 (x_3 - Yd) = 0$$

Al diferenciar s , escribimos la expresión anterior de la siguiente manera:

$$2Da_3 x_2 u' - Da_3 (8x_2 u - (7 + \alpha_1) x_2^2 - 2u^2 - 4\alpha_2 x_2 u + 6\alpha_2 x_2^3) \\ - Da_1 Da_3 ((10 - 4\alpha_2) x_1 x_2 - 2x_2 - 4x_1 u) - Da_1^2 Da_3 (2x_1 x_2 - 2x_1^2) \\ - Da_1 Da_2 Da_3 (8x_1 x_2^2 - 2x_2^3) - Da_1 Da_3^2 (8x_1 x_2^2) - Da_2 Da_3 (8x_2^2 u - 12x_2^2 + 4\alpha_2 x_2^3) \\ - Da_3^2 (8x_2^2 u - 12x_2^2 + 4\alpha_2 x_2^3) + 6Da_2^2 Da_3 x_2^4 + 12Da_2 Da_3^2 x_2^4 \\ + 6Da_3^3 x_2^4 - (1 - \alpha_2 + \alpha_1) x_3 = -W \text{sign}(s)$$

Despejando u' de la ecuación anterior, obtenemos la expresión del controlador dinámico por régimen deslizante:

$$u' = \frac{1}{2Da_3 x_2} [Da_3 (8x_2 u - (7 + \alpha_1) x_2^2 - 2u^2 - 4\alpha_2 x_2 u + 6\alpha_2 x_2^3) \\ + Da_1 Da_3 ((10 - 4\alpha_2) x_1 x_2 - 2x_2 - 4x_1 u) + Da_1^2 Da_3 (2x_1 x_2 - 2x_1^2) \\ + Da_1 Da_2 Da_3 (8x_1 x_2^2 - 2x_2^3) + Da_1 Da_3^2 (8x_1 x_2^2) + Da_2 Da_3 (8x_2^2 u - 12x_2^2 + 4\alpha_2 x_2^3) \\ + Da_3^2 (8x_2^2 u - 12x_2^2 + 4\alpha_2 x_2^3) - 6Da_2^2 Da_3 x_2^4 - 12Da_2 Da_3^2 x_2^4]$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$-6Da_3^3x_2^4 + (1 - \alpha_2 + \alpha_1)x_3 - W \operatorname{sign}(s)]$$

La Figura 3.21 muestra las trayectorias controladas del estado del sistema para valores de $Da_1 = 3$; $Da_2 = 0.5$; $Da_3 = 1$ $\alpha_1=9$, $\alpha_2=5.4$ y $W=5$. El punto de equilibrio para el vector de estado resulta ser, $x_1(U) = 0.3467$ $x_2(U) = 0.8796$ y $x_3(U) = 0.7737$. Las trayectorias convergen asintóticamente a estos valores.

La Figura 3.22 muestra la variable de control u , la cual converge a su punto de equilibrio. La Figura 3.23 muestra la evolución de la superficie de deslizamiento s .

EJEMPLO 3.3.3- CONTROL DE UN TANQUE CONTINUAMENTE AGITADO DONDE OCURRE UNA REACCION EXOTERMICA.

El modelo matemático del sistema es:

$$x_1' = \frac{F}{V} (C_0 - x_1) - ax_1 e^{-\frac{b}{x_2}}$$

$$x_2' = \frac{F}{V} (T_i - x_2) + \frac{aL}{C_p} x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{h}{VC_p} (x_2 - u)$$

$$y = x_2 - T_d$$

donde:

x_1 = Concentración del producto

x_2 = Temperatura del reactor

u = Variable de control. Temperatura del agua en la chaqueta (deg R)

F = Flujo másico lb/hr

C_0 = Concentración del flujo de entrada lb/lb

T_i = Temperatura del flujo de entrada (deg R)

C_p = Capacidad calorífica BTU/lbhr

V = Volumen "holdup" lb

L = Calor de reacción BTU/lb

h = Parámetro transferencia de calor BTU/hrR

b = Constante de activación (deg R)

a = factor hr^{-1}

El objetivo del control es mantener la temperatura del reactor en un valor estable, lo que indirectamente controla la concentración x_1 en su valor de equilibrio.

Diferenciando la salida obtenemos:

$$y' = \frac{F}{V} (T_i - x_2) + \frac{aL}{C_p} x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{h}{VC_p} (x_2 - u)$$

Es fácil verificar que el rango del sistema es $R = 2$:

$$\text{DET} \frac{\partial(y, y')}{\partial x} = \text{DET} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{aL}{C_p} e^{-\frac{b}{x_2}} & \left(-\frac{F}{V} - \frac{h}{VC_p}\right) + \frac{aL}{C_p x_2^2} x_1 (-b) e^{-\frac{b}{x_2}} \end{bmatrix} \neq 0$$

La representación entrada-salida del sistema por eliminación

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

del vector estado de las expresiones se muestra a continuación:

$$y'' = \left(\frac{F}{V} - \frac{abL}{Cp} \frac{x_1}{x_2^2} e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{h}{VCp} \right) \left(\frac{F}{V} (Ti - x_2) - \frac{aL}{Cp} x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{h}{VCp} (x_2 - u) \right) \\ + \frac{aL}{Cp} e^{-\frac{b}{x_2}} \left(\frac{F}{V} (Co - x_1) - ax_1 e^{-\frac{b}{x_2}} \right)$$

donde x_1 y x_2 son expresados como:

$$x_2 = y + Td \\ x_1 = \frac{y' - \frac{F}{V} (Ti - x_2) + \frac{h}{VCp} (x_2 - u)}{\frac{aL}{Cp} e^{-\frac{b}{x_2}}}$$

Haciendo $y=y'=y''=0$, obtenemos la dinámica de los ceros asociada:

$$u' = -\frac{F}{V} \left(1 + \frac{V}{F} a e^{-\frac{b}{Td}} \right) \left[u - Td + \frac{CpF}{h} (Ti - Td) + \frac{aLV}{h} \frac{Coe^{-\frac{b}{Td}}}{1 + \frac{V}{Fae^{-\frac{b}{Td}}}} \right]$$

Si se le impone a la salida la siguiente dinámica asintóticamente estable:

$$s=y'+\alpha_1 y=0; \alpha_1 > 0$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

La superficie de deslizamiento queda:

$$s = \frac{F}{V} (Ti - x_2) + \frac{aL}{Cp} x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{h}{Vcp} (x_2 - u) + \alpha_1 (x_2 - Td)$$

Con el objeto de obtener un comportamiento asintóticamente estable a cero de y , le imponemos la dinámica de régimen deslizante dada por:

$$s' = -W \text{sign}(s)$$

Al diferenciar s , escribimos la expresión anterior de la siguiente manera:

$$u' \frac{h}{Vcp} - \left(\frac{F}{V} - \frac{abL}{Cp} \frac{x_1}{x_2^2} e^{-\frac{b}{x_2}} + \frac{h}{Vcp} - \alpha_1 \right) \left(\frac{F}{V} (Ti - x_2) - \frac{aL}{Cp} x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{h}{Vcp} (x_2 - u) \right)$$

$$+ \frac{aL}{Cp} e^{-\frac{b}{x_2}} \left(\frac{F}{V} (Co - x_1) - ax_1 e^{-\frac{b}{x_2}} \right) = -W \text{sign}(s)$$

Despejando u' de la ecuación anterior, obtenemos la expresión del controlador dinámico por régimen deslizante:

$$u' = \frac{Vcp}{h} \left[\left(\frac{F}{V} + \frac{h}{Vcp} - \frac{abL}{Cp} e^{-\frac{b}{x_2}} \frac{x_1}{x_2^2} - \alpha_1 \right) \left[\frac{F}{V} (Ti - x_2) \right] \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{VCp}{h} \left[\frac{aL}{Cp} x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{h}{VCp} (x_2 - u) \right] \\
 & - \frac{VCp}{h} \left[\frac{aL}{Cp} e^{-\frac{b}{x_2}} \left(\frac{F}{V} (Co - x_1) - ax_1 e^{-\frac{b}{x_2}} \right) - W \operatorname{sign}(s) \right]
 \end{aligned}$$

La Figura 3.31 y 3.32 muestra las trayectorias controladas del estado del sistema para valores de $F= 2000$ lb/hr, $Co= 0.50$ lb/lb, $V= 2400$ lb, $a= 7.08 \times 10^{10}$ hr⁻¹, $b= 15080$ deg R, $L= 600$ BTU/lb, $Cp= 0.75$ BTU/lb.R, $h= 15000$ BTU/hr.R ; $\alpha_1= 8$; $W=50$. El punto de equilibrio para el vector de estado resulta ser, $x_2=T=600$ R y $x_1(T) = 0.246$ lb/lb. Las trayectorias convergen asintóticamente a estos valores.

La Figura 3.33 muestra la variable de control u y la Figura 3.34 muestra la evolución de la superficie de deslizamiento s .

EJEMPLO 3.3.4 - CONTROL DE UN EVAPORADOR DE DOBLE EFECTO.

El modelo matemático del sistema es:

$$x_1' = \delta_1 Fo (Co - x_1) + \delta_2 x_1 u$$

$$x_2' = \delta_3 Fo (x_1 - x_2) + [\delta_4 x_1 + \delta_5 x_2] u$$

$$y = x_2 - x_2 d$$

donde:

x_1 = Concentración del producto en la primera etapa del evaporador.

x_2 = Concentración de salida en la segunda etapa del evaporador.

u = Variable de control que representa el flujo de vapor proveniente de un intercambiador.

Los demás parámetros del sistema son conocidos.

Diferenciando la salida obtenemos:

$$y' = \delta_3 Fo (x_1 - x_2) + (\delta_4 x_1 + \delta_5 x_2) u$$

Es fácil verificar que el rango del sistema es $R = 2$:

$$DET \frac{\partial (y, y')}{\partial x} = DET \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \delta_3 Fo + \delta_4 u & \delta_3 Fo + \delta_5 u \end{bmatrix} \neq 0$$

La representación entrada-salida del sistema por eliminación del vector estado de las expresiones se muestra a continuación:

$$y'' = (\delta_3 Fo + \delta_4 u) \delta_1 Fo Co + ((\delta_5 u - \delta_3 Fo) (\delta_5 u - \delta_3 Fo) + \delta_5 u') (y + x_2 d) \\ + (\delta_2 u - \delta_1 Fo) ((\delta_3 Fo - \delta_5 u) (y + x_2 d) + y') + (\delta_5 u - \delta_3 Fo) ((\delta_3 Fo - \delta_5 u) (y + x_2 d) + y') \\ + \frac{u' \delta_4 ((\delta_3 Fo - \delta_5 u) (y + x_2 d) + y')}{\delta_3 Fo + \delta_4 u}$$

Haciendo $y=y'=y''=0$, obtenemos la dinámica de los ceros asociada:

$$\frac{\delta_3 F_0 (\delta_4 + \delta_5) x_2 d}{\delta_3 F_0 + \delta_4 u} u' + (\delta_2 u - \delta_1 F_0) [(\delta_3 F_0 - \delta_5 u) x_2 d] + C \delta_1 F_0 (\delta_3 F_0 + \delta_4 u) = 0$$

Si se le impone a la salida la siguiente dinámica asintóticamente estable:

$$s = y' + \alpha_1 y = 0; \alpha_1 > 0$$

La superficie de deslizamiento queda:

$$s = \delta_3 F_0 (x_1 - x_2) + [\delta_4 x_1 + \delta_5 x_2] u + \alpha_1 (x_2 - x_2 d)$$

Con el objeto de obtener un comportamiento asintóticamente estable a cero de (y), le imponemos la dinámica de régimen deslizante dada por:

$$s' = -W \text{sign}(s)$$

Al diferenciar s , escribimos la expresión anterior de la siguiente manera:

$$u' (\delta_4 x_1 + \delta_5 x_2) + (\delta_3 F_0 + \delta_4 u) (\delta_1 F_0 (C_0 - x_1) + \delta_2 x_1 u) + (\delta_5 u - \delta_3 F_0 + \alpha_1) (\delta_3 F_0 (x_1 - x_2) + (\delta_4 x_1 + \delta_5 x_2) u) = -W \text{sign}(s)$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

Despejando u' de la ecuación anterior, obtenemos la expresión del controlador dinámico por régimen deslizante:

$$u' = \frac{1}{(\delta_4 x_1 + \delta_5 x_2)} [-(\delta_3 F_0 + \delta_4 u) (\delta_1 F_0 (C_0 - x_1) + \delta_2 x_1 u) - (\delta_5 u - \delta_3 F_0 + \alpha_1) (\delta_3 F_0 (x_1 - x_2) + (\delta_4 x_1 + \delta_5 x_2) u) - W \text{sign}(s)]$$

La Figura 3.41 muestra las trayectorias controladas del estado del sistema para valores de $F_0 = 2.525$ Kg/min, $C_0 = 0.04$, $\delta_1 = 0.0105$, $\delta_2 = 8.509 \times 10^{-3}$, $\delta_3 = 9.523 \times 10^{-3}$, $\delta_4 = -7.699 \times 10^{-3}$, $\delta_5 = 10.304 \times 10^{-3}$, $W = 8 \times 10^{-4}$, $\alpha_1 = 0.1$.

La Figura 3.42 muestra la variable de control u . La Figura 3.43 muestra la superficie de deslizamiento s .

CAPITULO 4

CONTROL ADAPTATIVO POR REGIMENES DESLIZANTES

4.1 INTRODUCCION

Los controladores de estructura variable que hemos propuesto en los capítulos anteriores están basados en la cancelación exacta de las no-linealidades del sistema, lo cual no siempre es logrado, ya que por lo general los modelos matemáticos de los sistemas reales no son perfectos. Una de las imperfecciones más comunes consiste en la imposibilidad física de tener un conocimiento exacto de los valores reales de los parámetros que definen los sistemas dinámicos.

La adaptación de los parámetros de acuerdo a una ley de variación que garantice los objetivos del control, se usa como una técnica para robustecer la cancelación exacta de los términos no-lineales.

En este capítulo será expuesto un esquema de control adaptativo por regímenes deslizantes libre de "chattering" que garantice al menos tal cancelación de manera asintótica. Deberíamos hacer notar que, aunque tradicionalmente, la técnica de control de modo deslizante ha sido especialmente aconsejada para regular eficientemente sistemas con incertidumbre paramétrica y externa, la clase de sistemas en los cuales la superficie de conmutación no depende de los parámetros del sistema puede ser muy limitada. El

control de modo deslizando (no-adaptivo) dinámico, para sistemas no-lineales, descrito en el capítulo anterior, exhibe la ventajosa posibilidad de proveer señales de entrada de control suavizadas (libres de "chattering"). Sin embargo, los modos deslizantes dinámicos son creados en forma natural sobre superficies deslizantes adecuadas, dependientes de la entrada, las cuales generalmente dependen, de manera crucial, de los parámetros del sistema. Estos parámetros pueden conocerse en forma imprecisa o, aún peor, ser completamente desconocidos. Este hecho hace que la superficie deslizando sea pobremente definida, y los cambios no pueden tener lugar. Esta clase de problemas de control discontinuo sera manejada desde la perspectiva de control adaptativo.

La efectividad del controlador de realimentación dinámico, es entonces altamente dependiente del perfecto conocimiento de los parámetros del sistema Θ . Está claro que la cancelación exacta de las no-linealidades no sería generalmente posible si el controlador dinámico se calculó usando valores estimados de tales parámetros, los cuales se sabe que tienen cierto error con respecto a sus valores reales. En este capítulo asumimos que los componentes de Θ son constantes, pero de todas formas desconocidos, y presentan una aproximación adaptativa a la linealización de realimentación discontinua dinámica. Denotamos los valores estimados del vector parámetro como Θ^1 .

4.2 ESQUEMA DE REGULACION ADAPTATIVA

Considere el siguiente sistema no lineal de una entrada y una salida:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \theta) + g(x, \theta)u \\ y &= h(x, \theta) \end{aligned} \quad (4.1)$$

con f , g , h todas C^∞ , se asume que el sistema tiene grado relativo $r < n$, y debe ser de fase mínima. El vector de parámetros θ se asume constante y f , g , h son funciones lineales de θ .

La i -ésima derivada con respecto al tiempo de la función de salida puede escribirse, en términos del vector de estado (x) y de la entrada de control (u), como:

$$\begin{aligned} y^{(i)} &= b_i(x, \theta) \quad \text{para } i < r; \text{ con } b_0(x, \theta) = h(x, \theta) \\ y^{(i)} &= b_i(x, \theta, u, u_{(1)}, \dots, u_{(i-r-1)}) + a(x, \theta)u_{(i-r)} \\ &\quad \text{para } r \leq i \leq n \end{aligned} \quad (4.2)$$

En particular, la n -ésima derivada de (y) con respecto al tiempo puede obtenerse como:

$$y^{(n)} = b_n(x, \theta, u, u_{(1)}, \dots, u_{(n-r-1)}) + a(x, \theta)u_{(n-r)} \quad (4.3)$$

Asumimos como en el capítulo anterior que la matriz de "observabilidad", constituida por los gradientes (vector fila), con respecto a x , de $y^{(i)}$ ($i=0,1,\dots,n-1$) es de rango completo.

Esta suposición implica que (4.1) puede describirse por una ecuación diferencial escalar de entrada y salida de orden n . En otras palabras, existe un conjunto de funciones v_i , implícitamente definidas en (4.2), tales que:

$$x_i = v_i(y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, u, u^{(1)}, \dots, u^{(n-r-1)}) \quad (4.4)$$

donde $i=1,2,\dots,n$

En general, se obtiene **localmente** una representación de (4.1) de la forma:

$$y^{(n)} = c(y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, \theta, u, u^{(1)}, \dots, u^{(n-r)}) \quad (4.5)$$

Como se mencionó al inicio, el sistema debe ser de fase mínima, quiere decir que la dinámica de los ceros asociada con (4.1), se define como:

$$c(0, \theta, u, u^{(1)}, \dots, u^{(n-r)}) = 0 \quad (4.6)$$

El controlador dinámico obtenido en el capítulo anterior lo podemos expresar de la siguiente manera:

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$\begin{aligned}
 & a(x, \theta) u^{(n-r)} = \\
 & -b_n(x, \theta, u^{[n-r-1]}) - \sum_{i=1}^{r-1} \alpha_i b_j(x, \theta) - \sum_{j=r}^{n-1} \alpha_j [b_j(x, \theta, u^{[j-r-1]}) + a(x, \theta) u^{[j-r]}] \\
 & - w \operatorname{sign} \left(\sum_{i=1}^r \alpha_i b_{i-1}(x, \theta) + \sum_{j=r+1}^n \alpha_j [b_{j-1}(x, \theta, u^{(j-r-2)}) + a(x, \theta) u^{(j-r-1)}] \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

y conduce a la salida del sistema (4.1) a satisfacer, en tiempo finito, una dinámica linealizada de la forma:

$$Y_{(n-1)} + \alpha_{n-1} Y_{(n-2)} + \dots + \alpha_1 Y = 0 \tag{4.8}$$

Por lo tanto, la salida auxiliar está dada por la siguiente expresión:

$$S = Y_{(n-1)} + \alpha_{n-1} Y_{(n-2)} + \dots + \alpha_1 Y \tag{4.9}$$

La ecuación diferencial escalar variante en el tiempo (4.7) define un controlador de realimentación dinámico que puede lograr la estabilización de la salida exponencial a cero, de una manera completamente prescrita por el conjunto de los coeficientes de diseño elegidos $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}\}$, dado que el sistema es de fase mínima. Típicamente, uno elige los α 's para obtener una dinámica estable asintóticamente exponencial por (4.9). El conjunto de derivadas de entrada $u^{[n-r-1]}$, en (4.7), naturalmente califica como un vector de estado, por el controlador dinámico, el cual se puede medir.

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

Podemos ver que la discontinuidad asociada al control de estructura variable, impuesta en la función auxiliar (s), directamente afecta la (n-r)-ésima derivada de la señal de entrada (u). La salida del controlador dinámico (4.7) es, por lo tanto, una señal suavizada. Sin embargo, nuestro principal objetivo en este capítulo es proponer un esquema de regulación que retenga la suavidad, y la robustez, inherentes en (4.7) para aquellos casos en los que el vector de parámetros del sistema, Θ , es desconocido.

Se puede verificar que la linealidad de f, g y h con respecto a Θ implica que las cantidades $b_i(x, \Theta)$ ($i=0, 1, \dots, n-1$) y $a(x, \Theta)$, en (4.2), son funciones multilineales de los componentes Θ_i de Θ . Por lo tanto, si definimos un vector de gran dimensión Θ^1 que contenga, como componentes individuales, todas las posibles expresiones de los Θ_i 's, de grado menor que n, es decir, creamos nuevos parámetros, totalmente independientes. En ese caso podemos decir que las expresiones para b_i ($i=0, 1, \dots, n-1$) y a son funciones **lineales** de Θ^1 . Esta observación y el proceso involucrado, conocido como "sobreparametrización", nos permite extender las técnicas de control adaptivo recientemente propuestas, desarrolladas para sistemas linealizables por realimentación estática, a sistemas linealizables por realimentación dinámica (ver Fliess [6] y [7]).

Consideremos la derivada en función del tiempo de la cantidad (s), ecuación (4.9):

$$s' = \sum_{j=1}^{r-1} \alpha_j b_j(x, \theta) + \sum_{j=r}^n \alpha_j [b_j(x, \theta, u^{[j-r-1]}) + a(x, \theta) u^{(j-r)}] \quad (4.10)$$

Sea (se) la estimada de la superficie deslizando, definida como:

$$se = \sum_{j=1}^r \alpha_j b_{j-1}(x, \theta^1) + \sum_{j=r+1}^n \alpha_j [b_j(x, \theta^1, u^{[j-r-2]}) + a(x, \theta^1) u^{(j-r-1)}] \quad (4.11)$$

Explícitamente asumimos que la superficie deslizando especificada originalmente es "robusta" con respecto a pequeñas perturbaciones paramétricas, en el sentido que los movimientos restringidos a su valor estimado (se) no resultan en dinámica restringida inestable. Esta suposición significa que las pequeñas perturbaciones paramétricas no resultan en grandes discrepancias entre las funciones de coordenadas de superficie deslizando actuales y las perturbadas. Si la imprecisión de los parámetros del sistema es tan grande que los valores estimados de la superficie deslizando no garantizan la estabilidad de la correspondiente dinámica deslizando ideal, entonces, seguramente, el método presentado no es aplicable.

Si definimos el siguiente controlador de realimentación discontinuo dinámico, basados en estimados de los parámetros del sistema:

$$\begin{aligned}
& a(x, \theta^1) u^{(n-r)} = -b_n(x, \theta^1, u^{[n-r-1]}) \\
& -\sum_{i=1}^{r-1} \alpha_i b_i(x, \theta^1) - \sum_{j=r}^{n-1} \alpha_j [b_j(x, \theta^1, u^{[j-r-1]}) + a(x, \theta^1) u^{(j-r)}] \\
& -W \text{sign} \left[\sum_{i=1}^r \alpha_i b_{j-1}(x, \theta^1) + \sum_{j=r+1}^n \alpha_j [b_{j-1}(x, \theta^1, u^{[j-r-2]}) + a(x, \theta^1) u^{(j-r-1)}] \right]
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Entonces, si usamos este controlador dinámico de la forma (4.12) para regular la evolución de ds/dt , la expresión (4.10) quedaría, después de algunas manipulaciones:

$$\begin{aligned}
s &= -W \text{sign} s + \sum_{i=1}^{r-1} \alpha_i [b_i(x, \theta) - b_i(x, \theta^1)] \\
&+ \sum_{j=r}^{n-1} \alpha_j [b_j(x, \theta, u^{[j-r-1]}) - b_j(x, \theta^1, u^{[j-r-1]}) + [a(x, \theta) - a(x, \theta^1)] u^{(j-r)}] \\
&+ b_n(x, \theta, u^{[n-r-1]}) - b_n(x, \theta^1, u^{[n-r-1]}) + [a(x, \theta) - a(x, \theta^1)] u^{(n-r)}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

La expresión (4.13) se puede escribir como una función lineal del error de estimación de parámetros $\Theta - \Theta_1 = \Phi$, entonces

$$s' = -W \text{sign} s + (\Theta - \Theta_1)_T W_r(x, u_{[n-r]}) = -W \text{sign} s + \Phi_T W_r(x, u_{[n-r]})$$

Licencia Creative Commons: (4.14)

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

donde W_r es el vector regresor no-lineal dependiente del estado, y dependiente también del "estado" del controlador dinámico, representado por (u) y las derivadas de (u) de orden mayor que $(n-r-1)$, y $u^{(n-r)}$ dado en (4.12). Así, el vector regresor W_r es actualmente de la forma $W_r(x, \theta^1, u^{[n-r-1]})$, pero preferimos usar la forma más simple: $W_r(x, u^{[n-r]})$.

El error de estimación de las superficies s - se está dado por:

$$s - se = \sum_{j=1}^r \alpha_j [b_{j-1}(x, \theta) - b_{j-1}(x, \theta^1)] +$$

$$\sum_{j=r+1}^n \alpha_j [b_{j-1}(x, \theta, u^{[j-r-2]}) - b_{j-1}(x, \theta^1, u^{[j-r-2]}) + [a(x, \theta) - a(x, \theta^1)] u^{[j-r-1]}]$$

$$= (\theta - \theta^1)^T W_s(x, u^{[n-r-1]}) = \Phi^T W_s(x, u^{[n-r-1]})$$

(4.15)

donde $W_s(x, u^{[n-r]})$ es el vector regresor de la superficie de conmutación la cual no depende de los parámetros estimados.

Lema 4.1- Si se supone que Φ y su derivada en función del tiempo Φ' son funciones acotadas y que (u) y todas sus derivadas en función del tiempo de orden mayor que $n-r$ son también funciones acotadas. Entonces, la derivada en el tiempo del estimado de la función de

Licencia Creative Commons
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

coordenadas de superficie deslizante, ds/dt también está acotada. Así, (s) es uniformemente continua.

4.3 DETERMINACION DE LA LEY DE ACTUALIZACION DE LOS PARAMETROS

Sea K una matriz definida positiva, de enteros K_i y consideremos la función Lyapunov dada por:

$$V(s, \Phi) = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} \Phi^T K \Phi$$

WWW.BDIGITAL.ULA.VE (4.16)

La derivada en el tiempo de dicha función de Lyapunov se obtiene, luego de usar (4.14) y (4.15), como:

$$\begin{aligned} V(s, \Phi) &= ss' + \Phi_T K \Phi' = -W s \operatorname{sign} se + \Phi_T [s W_r(x, u_{[n-r]}) + K \Phi'] \\ &= -W s_e + \Phi_T [W_r(x, u_{[n-r]}) (se + \Phi_T W_s(x, u_{[n-r-1]})) - \\ &\quad W W_s(x, u_{[n-r-1]}) \operatorname{sign} se + K \Phi'] \end{aligned}$$

Seleccionando las variaciones del error de adaptación del parámetro de acuerdo a la ley:

$$\Phi' = -\Theta_1' = -K_{-1} \{ [se + \Phi_T W_s(x, u_{[n-r-1]})] W_r(x, u_{[n-r]}) - W W_s(x, u_{[n-r-1]}) \operatorname{sign} se \}$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$(4.17)$$

se obtiene:

$$V'(s, \Phi) = -W \text{ se sign se} = -W \text{ se} \leq 0 \quad (4.18)$$

La función de Lyapunov (4.16) decrece a lo largo de las trayectorias del sistema controlado y, por esto, tanto la coordenada de superficie deslizante (s) como el error de estimación Φ están acotados. El acotamiento de (s) y Φ implica, por integración de ambos lados de (4.18), que la función de la superficie deslizante estimada se es absolutamente integrable.

También podemos decir de la definición de (s), que un (s) acotado implica valores límites para y y para todas sus derivadas en el tiempo, hasta el orden $n-1$. Esto, junto con la suposición de fase mínima, significa, por la condición de rango completo, que el vector de estado x es acotado. El vector regresor W es acotado y las derivadas parciales del vector W_s son también acotadas. Como Φ es acotado, y por el lema 4.1, se deduce que $d(se)/dt$, la derivada en el tiempo de (se), también es acotada y, por lo tanto, (se) es uniformemente continua. Evidentemente, este resultado implica que el valor absoluto de (se) es también uniformemente continuo. El siguiente lema, similar al de Lyapunov y basado en el lema de Barbalat (ver Slotine y Li [8]) garantiza la convergencia de se a cero.

Lema 4.2. Si la función escalar $V(s, \Phi)$ tiene límite inferior, y su primera derivada en el tiempo $V'(s, \Phi)$ es negativa, semidefinida y uniformemente continua en el tiempo, entonces $V'(s, \Phi)$ tiende a cero cuando el tiempo tiende a infinito.

Evidentemente, la función de Lyapunov (4.16) satisface todas las suposiciones del Lema 4.2 y, por tanto, se tiende asintóticamente a cero mientras el tiempo tiende a infinito.

Sea W_s se asintóticamente tendiente a cero. Entonces, la dinámica linealizada (4.9) no será exactamente satisfecha, y la siguiente dinámica de salida, obtenida de (4.15) y de la definición de W_s , será válida cuando $W_s = 0$:

$$Y_{(n-1)} + \alpha_{n-1}Y_{(n-2)} + \dots + \alpha_1 Y = \Phi^T W_s(x, u_{[n-r-1]}) \quad (4.19)$$

La elección de los α 's en s es tal que el sistema (4.19) es exponencialmente estable cuando el lado derecho se hace cero. Por un conocido teorema de entrada límite - salida límite para sistemas lineales, se deduce que el sistema (4.19) es uniformemente acotado a la entrada y a la salida. Esto significa que y , y todas sus derivadas en el tiempo, son uniformemente acotadas, siempre y cuando la entrada escalar $\Phi^T W_s(x, u_{[n-r-1]})$ es uniformemente acotada.

Más aún, (y) y todas sus derivadas en el tiempo tienden a cero si se conoce que la entrada escalar acotada converge a cero cuando t tiende a infinito.

De la ecuación (4.15) y las consideraciones anteriores, se obtiene que si el error de estimación de parámetro Φ converge a cero entonces el valor actual de la superficie de deslizamiento s convergerá a cero. Sin embargo, la convergencia del error de estimación Φ a cero está muy relacionada con una condición de persistencia de excitación (ver [9], [10]). Esta condición puede derivarse, en este caso, como sigue: Considérese que $\dot{s} = 0$. Entonces, se podría reescribir (4.17) como:

$$\dot{\Phi} = -K_{-1} W_s(x, u_{[n-1]}) W_s^T(x, u_{[n-1]}) \Phi \quad (4.20)$$

esto es, la ley de actualización de parámetros está representada por una ecuación diferencial lineal variante en el tiempo con solución dada por:

$$\Phi(t) = \left[\exp\left(-K^{-1} \int W(x, u^{[n-r]}) W_s^T(x, u^{[n-r-1]}) dt\right) \right] \Phi(0)$$

Es bien conocido que si los vectores regresores están persistentemente excitados, esto es, si existen a_1 , a_2 y δ , todos positivos y constantes, tales que, para todo t :

$$a_1 I \geq \int W(x, u^{[n-r]}) W_s^T(x, u^{[n-r-1]}) dt \geq a_2 I$$

entonces, tanto s como Φ convergen exponencialmente a cero.

Como es estándar en la teoría de control adaptiva no lineal, debería forzarse a la ecuación (4.17) a ser un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales variantes en el tiempo (discontinuas), en los componentes desconocidos del vector de error de estimación de parámetro Φ y el vector de estimación de parámetro Θ :

$$\begin{aligned}\Phi' &= -K_{-1} \{ [se + \Phi_T W_s(x, u_{[n-r-1]})] W_r(x, u_{[n-r]}) - W W_s(x, u_{[n-r-1]}) \} \text{sign}(se) \\ \Theta_1' &= K_{-1} \{ [se + \Phi_T W_s(x, u_{[n-r-1]})] W_r(x, u_{[n-r]}) - W W_s(x, u_{[n-r-1]}) \} \text{sign}(se)\end{aligned}\quad (4.23)$$

Las condiciones iniciales para el sistema acoplado (4.23) son generalmente elegidas arbitrariamente de los componentes no conocidos del vector compuesto $[\Phi_T, \Theta_T]_T$. Se asume entonces que las ecuaciones de parámetro actualizadas se resuelven en línea, y sus trayectorias de solución generadas inmediatamente se envían al controlador adaptativo dinámico (Ecuación 4.12).

A continuación se presentan los cuatro (4) ejemplos químicos desarrollados en los capítulos anteriores, siguiendo el esquema de regulación adaptativa explicado anteriormente.

4.4 EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

En los ejemplos tratados a continuación, haciendo uso de la teoría expuesta anteriormente, se muestran los resultados obtenidos al utilizar control adaptativo dinámico por modo deslizante.

EJEMPLO 4.4.1 - CONTROL DE UN TANQUE CONTINUAMENTE AGITADO

El modelo matemático del sistema es:

$$\dot{x}_1 = -(1+Da_1)x_1 + u$$

$$\dot{x}_2 = Da_1x_1 - x_2 - Da_2x_2^2$$

$$y = x_1 + x_2 - Y_d$$

donde:

x_1 = Concentración normalizada C_p/C_{p0} de la especie P en el reactor.

x_2 = Concentración normalizada C_q/C_{p0} de la especie Q en el reactor.

F = Rata volumétrica en m^3s^{-1}

u = Relación de la rata de alimentación molar por unidad volumétrica de la especie P, designada mediante N_{pf} , y la concentración deseada C_{p0} .

C_{p0} = Concentración deseada de las especies P y Q
($mol \cdot m^{-3}$).

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$Da1 = K1V/F$ (V es el volumen del reactor en m^3 y K1 es la constante de tiempo de primer orden en s^{-1})

$Da2 = K2VCpo/F$ (V es el volumen del reactor en m^3 y K2 es la constante de tiempo de primer orden en s^{-1})

El objetivo del control es regular la concentración total a fin de evitar problemas de corrosión en el equipo aguas abajo .es altamente ácido mientras que la especie R es neutra.

Adicionalmente, se supone que la variable de control u se encuentra naturalmente acotada en el intervalo cerrado $[0, U_{max}]$ lo cual refleja los límites de la rata de alimentación molar de la especie P.

En este ejemplo se estudia la posibilidad de establecer una estabilización a cero de la señal de salida Y que representa el error de concentración total de las especies.

Modelo matemático expresado en función de los parámetros:

$$x' = \theta_1 f_1(x) + \theta_2 f_2(x) + \theta_3 f_3(x) + \theta_4 g_1(x) u$$

$$\theta_1 = 1; \theta_2 = Da1; \theta_3 = Da2; \theta_4 = 1$$

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} -x_1 \\ -x_2 \end{bmatrix}; f_2(x) = \begin{bmatrix} -x_1 \\ x_1 \end{bmatrix}; f_3(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -x_2^2 \end{bmatrix}; g_1(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

Igualmente podemos expresar la ecuación del controlador dinámico obtenida en el ejemplo 3.3.1 en función de los parámetros de la siguiente manera:

$$u' = -(1 - \alpha_1) (x_1 + x_2 + \theta_3 x_2^2 - u) + 2\theta_2 \theta_3 x_1 x_2 - 2\theta_3 x_2^2 - 2\theta_5^2 x_2^3 - w \text{sign}(s)$$

y la expresión de la superficie de deslizamiento:

$$s = -x_1 - x_2 - \theta_3 x_2^2 + u + \alpha_1 (x_1 + x_2 - Yd)$$

Debido al desconocimiento de los parámetros del sistema, en lugar de utilizar el controlador obtenido en el ejemplo 3.3.1, se utilizara un controlador dinámico de estructura variable, basado en los estimados de los parámetros:

$$u' = -(1 - \alpha_1) (x_1 + x_2 + \theta_3^1 x_2^2 - u) + 2\theta_4^1 x_1 x_2 - 2\theta_3^1 x_2^2 - 2\theta_5^1 x_2^3 - w \text{sign}[-x_1 - x_2 + u - \theta_3^1 x_2^2 + \alpha_1 (x_1 + x_2 - Yd)]$$

Donde los nuevos parámetros θ_{3_1} , θ_{4_1} y θ_{5_1} son los estimados de los parámetros θ_3 , $\theta_{3\theta_2}$ y θ_{3_2} . Este proceso, de definir nuevos parámetros recibe el nombre de sobreparametrización, y se hace con el objeto de lograr linealidad y que los parámetros tengan identidad propia.

También podemos expresar la superficie de deslizamiento en

función de los parámetros estimados, como:

$$se = -x_1 - x_2 - \theta_3^1 + u + \alpha_1 (x_1 + x_2 - Yd)$$

Si definimos el error de estimación paramétrica como $\phi = \theta - \theta^1$, la dinámica de la superficie de deslizamiento puede ser expresada como:

$$s' = -W \text{sign}(se) + \phi^T W = -W \text{sign}(se) + [\phi_3 \ \phi_4 \ \phi_5] \begin{bmatrix} (3 - \alpha_1) x_2^2 \\ -2x_1 x_2 \\ 2x_2^3 \end{bmatrix}$$

de donde se obtienen los componentes del vector regresor:

$$W = [\phi_3 \ \phi_4 \ \phi_5] \begin{bmatrix} (3 - \alpha_1) x_2^2 \\ -2x_1 x_2 \\ 2x_2^3 \end{bmatrix}$$

El vector regresor del modo deslizante es expresado como:

$$s - se = \phi^T W s = -\phi_3 x_2^2$$

$$W s = \begin{bmatrix} -x_2^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Usando los resultados anteriores, podemos escribir la ley de estimación del error paramétrico para cada uno de los parámetros del sistema de la siguiente forma:

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$\dot{\phi}_3 = -\theta_3^{1'} = -\frac{1}{k1} [(se - \phi_3 x_2^2) (3 - \alpha_1) x_2^2 + W x_2^2 \text{sign}(se)]$$

$$\dot{\phi}_4 = -\theta_4^{1'} = -\frac{1}{k2} [(se - \phi_3 x_2^2) (-2x_1 x_2)]$$

$$\dot{\phi}_5 = -\theta_5^{1'} = -\frac{1}{k3} [(se - \phi_3 x_2^2) (2x_2^3)]$$

La Figura 4.11 muestra las trayectorias controladas del estado del sistema para valores de $Da1 = 1$; $Da2 = 1$; $W=5$, $\alpha_1=3$. El punto de equilibrio para el vector de estado resulta ser $x_1(U) = 2$ y $x_2(U) = 1$. Las trayectorias convergen asintóticamente a estos valores.

La Figura 4.12 muestra la variable de control u , la cual converge a su punto de equilibrio. El valor para U_{max} fue de 8.

La Figura 4.13 muestra la evolución de la superficie de deslizamiento real s y la superficie de deslizamiento estimada se .

La Figura 4.14 muestra los parámetros estimados, los cuales aunque convergen a valores constantes no coinciden con sus valores reales.

**EJEMPLO 4.4.2 - CONTROL DE UN TANQUE CONTINUAMENTE AGITADO
EN EL QUE SE REALIZA UNA REACCION QUIMICA
ISOTERMICA, EN FASE LIQUIDA DE VARIOS
COMPONENTES.**

El modelo matemático del sistema es:

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$x_1' = 1 - (1 + Da_1)x_1 + Da_2x_2^2$$

$$x_2' = Da_1x_1 - x_2 - (Da_2 + Da_3)x_2^2 + u$$

$$x_3' = Da_3x_2^2 - x_3$$

$$y = x_3 - Y_d$$

donde:

x_1 = Concentración normalizada C_a/C_{af} de la especie A en el reactor.

x_2 = Concentración normalizada C_b/C_{af} de la especie B en el reactor.

x_3 = Concentración normalizada C_c/C_{af} de la especie C en el reactor.

F = Rata volumétrica en m^3s^{-1}

u = Relación de la rata de alimentación molar por unidad volumétrica de la especie B, designada mediante N_{bf} , y la concentración deseada C_{af} de la especie C ($mol.m^{-3}$).

$Da_1 = K_1V/F$ (V es el volumen del reactor en m^3 y K_1 es la constante de tiempo de primer orden en s^{-1})

$Da_2 = K_2VC_{af}/F$ (V es el volumen del reactor en m^3 y K_2 es la constante de tiempo de primer orden en s^{-1})

$Da_3 = K_3VC_{af}/F$ (V es el volumen del reactor en m^3 y

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

K_3 es la constante de tiempo de primer orden en s^{-1})

El objetivo del control es el de regular la concentración normalizada C_c/C_{af} en un valor especificado por la constante Y_d .

Se supone que la variable de control u se encuentra naturalmente acotada en el intervalo cerrado $[0, U_{max}]$ lo cual refleja los límites físicos de la rata de alimentación de la especie B.

Modelo matemático expresado en función de los parámetros:

$$\dot{x} = \theta_1 f_1(x) + \theta_2 f_2(x) + \theta_3 f_3(x) + \theta_4 f_4(x) + \theta_5 f_5(x) + \theta_6 g_1(x) u$$

$$\theta_1 = 1; \theta_2 = 1; \theta_3 = Da_1; \theta_4 = Da_2; \theta_5 = Da_3; \theta_6 = 1$$

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; f_2(x) = \begin{bmatrix} -x_1 \\ -x_2 \\ -x_3 \end{bmatrix}; f_3(x) = \begin{bmatrix} -x_1 \\ x_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$f_4(x) = \begin{bmatrix} x_2^2 \\ -x_2^2 \\ 0 \end{bmatrix}; f_5(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -x_2^2 \\ x_2^2 \end{bmatrix}; g_1(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Igualmente podemos expresar la ecuación del controlador dinámico obtenida en el ejemplo 3.3.2 en función de los parámetros de la siguiente manera:

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$\begin{aligned}
u' = & \frac{1}{2\theta_5 x_2} [\theta_5 (8x_2 u - (7 + \alpha_1) x_2^2 - 2u^2 - 4\alpha_2 x_2 u + 6\alpha_2 x_2^2) \\
& + \theta_3 \theta_5 ((10 - 4\alpha_2) x_1 x_2 - 2x_2 - 4x_1 u) + \theta_3^2 \theta_5 (2x_1 x_2 - 2x_1^2) \\
& + \theta_3 \theta_4 \theta_5 (8x_1 x_2^2 - 2x_2^3) + \theta_3 \theta_5^2 (8x_1 x_2^2) + \theta_4 \theta_5 (8x_2^2 u - 12x_2^2 + 4\alpha_2 x_2^3) \\
& + \theta_5^2 (8x_2^2 u - 12x_2^2 + 4\alpha_2 x_2^3) - 6\theta_4^2 \theta_5 x_2^4 - 12\theta_4 \theta_5^2 x_2^4 \\
& - 6\theta_5^3 x_2^4 + (1 - \alpha_2 + \alpha_1) x_3 - W \text{sign}(s)]
\end{aligned}$$

y la expresión de la superficie de deslizamiento:

$$\begin{aligned}
s = & - [(3 - \alpha_2) x_2^2 - 2x_2 u] \theta_5 - 2\theta_3 \theta_5 x_1 x_2 - 2\theta_4 \theta_5 x_2^3 - 2\theta_5^2 x_2^3 \\
& + (1 - \alpha_2) x_3 + \alpha_1 (x_3 - Yd) = 0
\end{aligned}$$

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Debido al desconocimiento de los parámetros del sistema, en lugar de utilizar el controlador obtenido en el ejemplo 3.3.2, se utilizará un controlador dinámico de estructura variable, basado en los estimados de los parámetros:

$$\begin{aligned}
u' = & \frac{1}{2\theta_5^1 x_2} [\theta_5^1 (8x_2 u - (7 + \alpha_1) x_2^2 - 2u^2 - 4\alpha_2 x_2 u + 6\alpha_2 x_2^2) \\
& + \theta_6^1 ((10 - 4\alpha_2) x_1 x_2 - 2x_2 - 4x_1 u) + \theta_7^1 (2x_1 x_2 - 2x_1^2) \\
& + \theta_8^1 (8x_1 x_2^2 - 2x_2^3) + \theta_9^1 (8x_1 x_2^2) + \theta_{10}^1 (8x_2^2 u - 12x_2^2 + 4\alpha_2 x_2^3) \\
& + \theta_{11}^1 (8x_2^2 u - 12x_2^2 + 4\alpha_2 x_2^3) - 6\theta_{12}^1 x_2^4 - 12\theta_{13}^1 x_2^4 \\
& - 6\theta_{14}^1 x_2^4 + (1 - \alpha_2 + \alpha_1) x_3 - W \text{sign}(s)]
\end{aligned}$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

También podemos expresar la expresión de la superficie de deslizamiento en función de los parámetros, como:

$$se = -[(3 - \alpha_2)x_2^2 - 2x_2u] \theta_5^1 - 2\theta_6^1 x_1 x_2 - 2\theta_{10}^1 x_2^3 - 2\theta_{11}^1 x_2^3 \\ + (1 - \alpha_2)x_3 + \alpha_2(x_3 - Yd) = 0$$

Para definir los nuevos parámetros se utilizó el proceso de sobreparametrización, a fin de lograr independencia entre los parámetros y lograr linealidad. Donde los nuevos parámetros son los estimados de los parámetros del sistema:

$$\theta_5^1 = \theta_5, \theta_6^1 = \theta_5 \theta_3, \theta_7^1 = \theta_5 \theta_3^2, \theta_8^1 = \theta_3 \theta_4 \theta_5, \theta_9^1 = \theta_5^2 \theta_4$$

$$\theta_{10}^1 = \theta_5 \theta_4, \theta_{11}^1 = \theta_5^2, \theta_{12}^1 = \theta_4^2 \theta_5, \theta_{13}^1 = \theta_5^2 \theta_4, \theta_{14}^1 = \theta_5^3$$

Si definimos el error de estimación paramétrica como $\phi = \theta - \theta^1$, la dinámica de la superficie de deslizamiento puede ser expresada como:

$$s^1 = -W \text{sign}(se) + \phi^T W =$$

$$-W \text{sign}(se) +$$

$$[\phi_5 \ \phi_6 \ \phi_7 \ \phi_8 \ \phi_9 \ \phi_{10} \ \phi_{11} \ \phi_{12} \ \phi_{13} \ \phi_{14}] *$$

$$\begin{bmatrix} (7+\alpha_1-6\alpha_2)x_2^2-(8-4\alpha_2)x_2u+2u^2+2x_2u \\ 2x_2+4x_1u-(10-4\alpha_2)x_1x_2 \\ 2x_1^2-2x_1x_2 \\ 2x_2^3-8x_1x_2^2 \\ -8x_1x_2^2 \\ 4(3-\alpha_2)x_2^3-8x_2^2u \\ 4(3-\alpha_2)x_2^3-8x_2^2u \\ 6x_2^4 \\ 12x_2^4 \\ 6x_2^4 \end{bmatrix}$$

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

El vector regresor del modo deslizante es:

$$\begin{bmatrix} (2x_2u-(3-\alpha_2)x_2^2) \\ 2x_1x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2x_2^3 \\ -2x_2^3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Usando los resultados anteriores, podemos escribir la ley de estimación del error paramétrico para cada uno de los parámetros del sistema de la siguiente forma:

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$\phi'_5 = -\theta_5^{1'} = -\frac{1}{k1} [[(se + \phi_5 (2x_2 u - (3 - 2\alpha_2) x_2^2) + 2\phi_6 x_1 x_2 - 2\phi_{10} x_2^3 - 2\phi_{11} x_2^3)] \\ * [(7 - 6\alpha_2 - \alpha_1) x_2^2 - (8 - 2\alpha_2) x_2 u + 2u^2 + 2x_2 u'] - W(2x_2 u - (3 - \alpha_2) x_2^2) \text{sign}(se)]$$

$$\phi'_6 = -\theta_6^{1'} = -\frac{1}{k2} [[(se + \phi_5 (2x_2 u - (3 - 2\alpha_2) x_2^2) + 2\phi_6 x_1 x_2 - 2\phi_{10} x_2^3 - 2\phi_{11} x_2^3)] \\ * [2x_2 - (10 - 2\alpha_2) x_1 x_2 + 4x_1 u] - 2Wx_1 x_2 \text{sign}(se)]$$

$$\phi'_7 = -\theta_7^{1'} = -\frac{1}{k3} [[(se + \phi_5 (2x_2 u - (3 - 2\alpha_2) x_2^2) + 2\phi_6 x_1 x_2 - 2\phi_{10} x_2^3 - 2\phi_{11} x_2^3)] \\ * [2x_1^2 - 2x_1 x_2]]$$

$$\phi'_8 = -\theta_8^{1'} = -\frac{1}{k4} [[(se + \phi_5 (2x_2 u - (3 - 2\alpha_2) x_2^2) + 2\phi_6 x_1 x_2 - 2\phi_{10} x_2^3 - 2\phi_{11} x_2^3)] \\ * [2x_2^3 + 8x_1 x_2^2]]$$

$$\phi'_9 = -\theta_9^{1'} = -\frac{1}{k5} [[(se + \phi_5 (2x_2 u - (3 - 2\alpha_2) x_2^2) + 2\phi_6 x_1 x_2 - 2\phi_{10} x_2^3 - 2\phi_{11} x_2^3)] 8x_1 x_2^2]$$

$$\phi'_{10} = -\theta_{10}^{1'} = -\frac{1}{k6} [[(se + \phi_5 (2x_2 u - (3 - 2\alpha_2) x_2^2) + 2\phi_6 x_1 x_2 - 2\phi_{10} x_2^3 - 2\phi_{11} x_2^3)]$$

$$* [(12-2\alpha_2)x_2^3 - 8x_2^2u] + 2Wx_2^3 \text{sign}(se)$$

$$\phi'_{11} = -\theta'_{11} = -\frac{1}{k7} [[(se + \phi_5(2x_2u - (3-2\alpha_2)x_2^2) + 2\phi_6x_1x_2 - 2\phi_{10}x_2^3 - 2\phi_{11}x_2^3)]$$

$$* [(12-2\alpha_2)x_2^3 - 8x_2^2u] + 2Wx_2^3 \text{sign}(se)$$

$$\phi'_{12} = -\theta'_{12} = -\frac{1}{k8} [[(se + \phi_5(2x_2u - (3-2\alpha_2)x_2^2) + 2\phi_6x_1x_2 - 2\phi_{10}x_2^3 - 2\phi_{11}x_2^3)] 6x_2^4]$$

$$\phi'_{13} = -\theta'_{13} = -\frac{1}{k9} [[(se + \phi_5(2x_2u - (3-2\alpha_2)x_2^2) + 2\phi_6x_1x_2 - 2\phi_{10}x_2^3 - 2\phi_{11}x_2^3)] 12x_2^4]$$

$$\phi'_{14} = -\theta'_{14} = -\frac{1}{k10} [[(se + \phi_5(2x_2u - (3-2\alpha_2)x_2^2) + 2\phi_6x_1x_2 - 2\phi_{10}x_2^3 - 2\phi_{11}x_2^3)] 6x_2^4]$$

La Figura 4.21 muestra las trayectorias controladas del estado del sistema para valores de $Da1 = 3$; $Da2 = 0.5$; $Da3 = 1$ $\alpha_1=9$, $\alpha_2=5.4$ y $W=5$. El punto de equilibrio para el vector de estado resulta ser, $x_1(U) = 0.3467$ $x_2(U) = 0.8796$ y $x_3(U) = 0.7737$. Las trayectorias convergen asintóticamente a estos valores.

La Figura 4.22 muestra la variable de control u , la cual converge a su punto de equilibrio. La Figura 4.23 muestra la evolución de la superficie de deslizamiento real (s) y estimada (se). En las Figuras 4.24A-4.24G se observan los parámetros estimados.

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

**EJEMPLO 4.4.3 - CONTROL DE UN TANQUE CONTINUAMENTE AGITADO
DONDE OCURRE UNA REACION EXOTERMICA.**

El modelo matemático del sistema es:

$$x_1' = \frac{F}{V} (C_0 - x_1) - a x_1 e^{-\frac{b}{x_2}}$$

$$x_2' = \frac{F}{V} (T_i - x_2) + \frac{aL}{C_p} x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{h}{VC_p} (x_2 - u)$$

$$y = x_2 - T_d$$

donde:

x_1 = Concentración del producto

x_2 = Temperatura del reactor

u = Variable de control. Temperatura del agua en la chaqueta (deg R)

F = Flujo másico lb/hr

C_0 = Concentración del flujo de entrada lb/lb

T_i = Temperatura del flujo de entrada (deg R)

C_p = Capacidad calorífica BTU/lbhr

V = Volumen "holdup" lb

L = Calor de reacción BTU/lb

h = Parámetro transferencia de calor BTU/hrR

b = Constante de activación (deg R)

a = factor hr^{-1}

El objetivo del control es mantener la temperatura del reactor en un valor estable, lo que indirectamente controla la concentración x_1 en su valor de equilibrio.

Modelo matemático expresado en función de los parámetros:

$$\begin{aligned} x' = & \theta_1 f_1(x) + \theta_2 f_2(x) + \theta_3 f_3(x) + \theta_4 f_4(x) + \theta_5 f_5(x) \\ & + \theta_6 f_6(x) + \theta_7 f_7(x) \end{aligned}$$

$$\theta_1 = \frac{FCO}{V}; \theta_2 = \frac{F}{V}; \theta_3 = a; \theta_4 = \frac{FTI}{V}$$

$$\theta_5 = \frac{aL}{Cp}; \theta_6 = \theta_7 = \frac{h}{VCp}$$

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; f_2(x) = \begin{bmatrix} -x_1 \\ -x_2 \end{bmatrix}; f_3(x) = \begin{bmatrix} -x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} \\ 0 \end{bmatrix}; f_4(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$f_5(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{b}{x_2} \\ x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} \end{bmatrix}; f_6(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -x_2 \end{bmatrix}; g_1(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Igualmente podemos expresar la ecuación del controlador dinámico obtenida en el ejemplo 3.3.3 en función de los parámetros de la siguiente manera:

$$u' = \frac{1}{\theta_6} [\theta_2 \theta_4 - \theta_2^2 x_2 + \theta_2 \theta_5 (2x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} + x_1 b e^{-\frac{b}{x_2}}) - \theta_5 \theta_1 e^{-\frac{b}{x_2}}]$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$\begin{aligned}
& -\theta_2\theta_6(2x_2-u) + \theta_5\theta_3x_1e^{-\frac{b}{x_2}} - \theta_4\theta_4\frac{x_1be^{-\frac{b}{x_2}}}{x_2^2} - \frac{\theta_5^2x_1^2}{x_2^2}be^{-2\frac{b}{x_2}} \\
& + \theta_5\theta_6\left(\frac{x_1be^{-\frac{b}{x_2}}}{x_2} - \frac{x_1bu}{x_2^2}e^{-\frac{b}{x_2}} + x_1e^{-\frac{b}{x_2}}\right) + \theta_4\theta_4 - \theta_6^2(x_2-u) \\
& - \theta_6\alpha_1(x_2-u) - \theta_4\alpha_1 + \theta_2\alpha_1x_2 - \theta_5\alpha_1x_1e^{-\frac{b}{x_2}} - W\text{sign}(s)
\end{aligned}$$

y la expresión de la superficie de deslizamiento:

$$s = \theta_4 - \theta_2x_2 + \theta_5x_1e^{-\frac{b}{x_2}} - \theta_6(x_2-u) + \alpha_1(x_2 - Td)$$

Debido al desconocimiento de los parámetros del sistema, en lugar de utilizar el controlador obtenido en el ejemplo 3.3, se utilizará un controlador dinámico de estructura variable, basado en los estimados de los parámetros:

$$\begin{aligned}
u' = & \frac{1}{\theta_6^1} [\theta_7^1 - \theta_{10}^1x_2 + \theta_8^1(2x_1e^{-\frac{b}{x_2}} + x_1be^{-\frac{b}{x_2}}) - \theta_{11}^1e^{-\frac{b}{x_2}} \\
& - \theta_9^1(2x_2-u) + \theta_{12}^1x_1e^{-\frac{b}{x_2}} - \theta_{13}^1\frac{x_1be^{-\frac{b}{x_2}}}{x_2^2} - \frac{\theta_{15}^1x_1^2}{x_2^2}be^{-2\frac{b}{x_2}} \\
& + \theta_{14}^1\left(\frac{x_1be^{-\frac{b}{x_2}}}{x_2} - \frac{x_1bu}{x_2^2}e^{-\frac{b}{x_2}} + x_1e^{-\frac{b}{x_2}}\right) + \theta_{16}^1 - \theta_{17}^1(x_2-u)
\end{aligned}$$

$$+\theta_6^1 \alpha_1 (x_2 - u) - \theta_4^1 \alpha_1 + \theta_3^1 \alpha_1 x_2 - \theta_5^1 \alpha_1 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - W \text{sign}(se)]$$

Nota: El unico parámetro del sistema que se considerará conocido sera la constante de activación (b).

También podemos expresar la expresión de la superficie de deslizamiento en función de nuevos los parámetros, como:

$$se = \theta_4^1 - \theta_3^1 x_2 + \theta_5^1 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \theta_6^1 (x_2 - u)$$

Para definir los nuevos parámetros se utilizó el proceso de sobreparametrización, a fin de lograr independencia entre los parámetros y lograr linealidad. Donde los nuevos parámetros son los estimados de los parámetros del sistema:

$$\theta_2^1 = \theta_3; \theta_4^1 = \theta_4; \theta_5^1 = \theta_5; \theta_6^1 = \theta_6; \theta_7^1 = \theta_2 \theta_4; \theta_8^1 = \theta_2 \theta_5; \theta_9^1 = \theta_2 \theta_6; \theta_{10}^1 = \theta_2^2$$

$$\theta_{11}^1 = \theta_1 \theta_5; \theta_{12}^1 = \theta_3 \theta_5; \theta_{13}^1 = \theta_4 \theta_5; \theta_{14}^1 = \theta_5 \theta_6; \theta_{15}^1 = \theta_5^2; \theta_{16}^1 = \theta_4 \theta_6; \theta_{17}^1 = \theta_6^2$$

Si definimos el error de estimación paramétrica como $\phi = \theta - \theta^1$, la dinámica de la superficie de deslizamiento puede ser expresada como:

$$s' = -W \text{sign}(se) + \phi^T W =$$

$$-W \text{sign}(se) +$$

$$+ [\phi_3 \ \phi_4 \ \phi_5 \ \phi_6 \ \phi_7 \ \phi_8 \ \phi_9 \ \phi_{10} \ \phi_{11} \ \phi_{12} \ \phi_{13} \ \phi_{14} \ \phi_{15} \ \phi_{16} \ \phi_{17}] *$$

$$\begin{aligned}
 & -\alpha_1 x_2 \\
 & \alpha_1 \\
 & \alpha_1 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} \\
 & u' - \alpha_1 (x_2 - u) \\
 & -1 \\
 & -(2x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} + \frac{x_1}{x_2} b e^{-\frac{b}{x_2}}) \\
 & 2x_2 - u \\
 & x_2 \\
 & e^{-\frac{b}{x_2}} \\
 & -x_1 e^{-2\frac{b}{x_2}} \\
 & -\left(\frac{x_1}{x_2} b e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{x_1}{x_2^2} b u e^{-\frac{b}{x_2}} + x_1 e^{-\frac{b}{x_2}}\right) \\
 & \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 b e^{-2\frac{b}{x_2}} \\
 & -1 \\
 & (x_2 - u)
 \end{aligned}$$

El vector regresor del modo deslizante es:

$$W_s = \begin{bmatrix} x_2 \\ -1 \\ -\frac{b}{x_2} \\ (x_2 - u) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Usando los resultados anteriores, podemos escribir la ley de estimación del error paramétrico para cada uno de los parámetros del sistema de la siguiente forma:

$$\hat{\phi}_3' = -\theta_3' = -\frac{1}{kI} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u))) (-\alpha_1 x_2) - x_2 W_s \text{sign}(se)]$$

$$\phi'_4 = -\theta'_4 = -\frac{1}{k2} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u))) \alpha_1 + Wsign(se)]$$

$$\phi'_5 = -\theta'_5 = -\frac{1}{k3} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u))) (\alpha_1 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} + 8 + x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} Wsign(se))]$$

$$\phi'_6 = -\theta'_6 = -\frac{1}{k4} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u))) (u' - \alpha_1 (x_2 - u)) - (x_2 - u) Wsign(se)]$$

$$\phi'_7 = -\theta'_7 = -\frac{1}{k5} [-(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u)))]$$

$$\phi'_8 = -\theta'_8 = -\frac{1}{k6} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u))) (-2x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} + \frac{x1}{x_2} b e^{-\frac{b}{x_2}})]$$

$$\phi'_9 = -\theta'_9 = -\frac{1}{k7} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u))) (2x_2 - u)]$$

$$\phi'_{10} = -\theta'_{10} = -\frac{1}{k8} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u))) x_2]$$

$$\phi'_{11} = -\theta'_{11} = -\frac{1}{k9} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u))) e^{-\frac{b}{x_2}}]$$

$$\phi'_{12} = -\theta'_{12} = -\frac{1}{k10} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u))) (-x_1 e^{-\frac{2b}{x_2}})]$$

$$\phi'_{13} = -\theta'_{13} = -\frac{1}{k11} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u))) (\frac{x_1}{x_2^2} b e^{-\frac{b}{x_2}})]$$

$$\phi'_{14} = -\theta'_{14} = -\frac{1}{k12} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u)))$$

$$* (-\frac{x1}{x_2} b e^{-\frac{b}{x_2}} + \frac{x1}{x_2^2} b u e^{-\frac{b}{x_2}} - x_1 e^{-\frac{b}{x_2}}]$$

$$\phi'_{15} = -\theta'_{15} = -\frac{1}{k13} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u))) ((\frac{x1}{x_2})^2 b e^{-\frac{2b}{x_2}})]$$

$$\phi'_{16} = -\theta'_{16} = -\frac{1}{k14} [-(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u)))]$$

$$\phi'_{17} = -\theta'_{17} = -\frac{1}{k15} [(se + (\phi_4 - \phi_3 x_2 + \phi_5 x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \phi_6 (x_2 - u))) (x_2 - u)]$$

La Figura 4.31 y 4.32 muestra las trayectorias controladas del estado del sistema para valores de $F= 2000 \text{ lb/hr}$, $Co= 0.50 \text{ lb/lb}$, $V= 2400 \text{ lb}$, $a= 7.08 \times 10^{10} \text{ hr}^{-1}$, $b= 15080 \text{ deg R}$, $L= 600 \text{ BTU/lb}$, $Cp= 0.75 \text{ BTU/lb.R}$, $h= 15000 \text{ BTU/hr.R}$; $\alpha_1= 8$; $W=50$. El punto de equilibrio para el vector de estado resulta ser, $x_2=T=600 \text{ R}$ y $x_1(T)$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

= 0.246 lb/lb. Las trayectorias convergen asintóticamente a estos valores.

La Figura 4.33 muestra la variable de control u y la Figura 4.34 muestra la evolución de la superficie de deslizamiento real (s) y estimada (se).

EJEMPLO 4.4.4 - CONTROL DE UN EVAPORADOR DE DOBLE EFECTO.

El modelo matemático del sistema es:

$$\dot{x}_1 = \delta_1 FO(CO - x_1) + \delta_2 x_1 u$$

$$\dot{x}_2 = \delta_3 FO(x_1 - x_2) + [\delta_4 x_1 + \delta_5 x_2] u$$

$$y = x_2 - x_2 d$$

donde:

x_1 = Concentración del roducto en la primera etapa del evaporador.

x_2 = Concentración de salida en la segunda etapa del 11 del evaporador.

u = Variable de control que representa el flujo de vapor proveniente de un intercambiador.

Modelo matemático expresado en función de los parámetros:

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$x' = \theta_1 f_1(x) + \theta_2 f_2(x) + (\theta_3 g_3(x) + \theta_5 g_5(x) + \theta_6 g_6(x)) u$$

$$\theta_1 = \delta_1 FOCO; \theta_2 = \delta_1 FO; \theta_3 = \delta_2; \theta_4 = \delta_3 FO; \theta_5 = \delta_4; \theta_6 = \delta_5$$

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; f_2(x) = \begin{bmatrix} -x_1 \\ 0 \end{bmatrix}; f_4(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ x_1 - x_2 \end{bmatrix}$$

$$g_3(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \end{bmatrix}; g_5(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ x_1 \end{bmatrix}; g_6(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Igualmente podemos expresar la ecuación del controlador dinámico obtenida en el ejemplo 3.3.4 en función de los parámetros de la siguiente manera:

$$u' = \frac{1}{(\theta_5 x_1 + \theta_6 x_2)} [-\theta_4 \theta_1 + \theta_4 \theta_2 x_1 - \theta_3 \theta_4 x_1 u - \theta_5 \theta_1 u + \theta_5 \theta_2 x_1 u - \theta_5 \theta_3 x_1 u^2$$

$$- \theta_6 \theta_4 (x_1 u - 2x_2 u) + \theta_4^2 (x_1 - x_2) - \theta_4 \alpha_1 (x_1 - x_2) - \theta_6 \theta_5 x_1 u^2$$

$$- \theta_6^2 x_2 u^2 + \theta_4 \theta_5 x_1 u - \alpha_1 \theta_5 x_1 u - \theta_6 \alpha_1 x_2 u - W \text{sign}(s)]$$

y la expresión de la superficie de deslizamiento:

$$s = \theta_4 (x_1 - x_2) + [\theta_5 x_1 + \theta_6 x_2] u + \alpha_1 (x_2 - x_2 d)$$

Debido al desconocimiento de los parámetros del sistema, en lugar de utilizar el controlador obtenido en el ejemplo 3.3.4, se

utilizará un controlador dinámico de estructura variable, basado en los estimados de los parámetros:

$$u' = \frac{1}{(\theta_5^1 x_1 + \theta_6^1 x_2)} [-\theta_7^1 + \theta_8^1 x_1 - \theta_9^1 x_1 u - \theta_{11}^1 u + \theta_{12}^1 x_1 u - \theta_{13}^1 x_1 u^2 - \theta_{14}^1 (x_1 u - 2x_2 u) + \theta_6^1 (x_1 - x_2) - \theta_4^1 \alpha_1 (x_1 - x_2) - \theta_{15}^1 (x_1 u^2) - \theta_{17}^1 x_2 u^2 + \theta_{10}^1 x_1 u - \theta_5^1 \alpha_1 x_1 u - \theta_6^1 \alpha_1 x_2 u - W \text{sign}(se)]$$

También podemos expresar la expresión de la superficie de deslizamiento en función de nuevos los parámetros, como:

$$se = \theta_4^1 (x_1 - x_2) + \theta_5^1 x_1 u + \theta_6^1 x_2 u + \alpha_1 (x_2 - x_2 d)$$

Para definir los nuevos parámetros se utilizó el proceso de sobreparametrización, a fin de lograr independencia entre los parámetros y lograr linealidad. Donde los nuevos parámetros son los estimados de los parámetros del sistema:

$$\theta_4^1 = \theta_4; \theta_5^1 = \theta_5; \theta_6^1 = \theta_6; \theta_7^1 = \theta_4 \theta_1; \theta_8^1 = \theta_4 \theta_2; \theta_9^1 = \theta_3 \theta_4; \theta_{10}^1 = \theta_4 \theta_5$$

$$\theta_{11}^1 = \theta_1 \theta_5; \theta_{12}^1 = \theta_2 \theta_5; \theta_{13}^1 = \theta_3 \theta_5; \theta_{14}^1 = \theta_6 \theta_4; \theta_{15}^1 = \theta_6 \theta_5; \theta_{16}^1 = \theta_4^2; \theta_{17}^1 = \theta_6^2$$

Si definimos el error de estimación paramétrica como $\phi = \theta - \theta^1$, la dinámica de la superficie de deslizamiento puede ser expresada como:

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$s' = -W \text{sign}(se) + \Phi^T W =$$

$$-W \text{sign}(se) +$$

$$+ [\phi_4 \ \phi_5 \ \phi_6 \ \phi_7 \ \phi_8 \ \phi_9 \ \phi_{10} \ \phi_{11} \ \phi_{12} \ \phi_{13} \ \phi_{14} \ \phi_{15} \ \phi_{16} \ \phi_{17}] *$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 (x_1 - x_2) \\ \alpha_1 x_1 u + x_1 u' \\ \alpha_1 x_2 u + x_2 u' \\ 1 \\ -x_1 \\ x_1 u \\ -x_1 u \\ u \\ -x_1 u \\ x_1 u^2 \\ x_1 u - 2x_2 u \\ x_1 u^2 \\ -(x_1 - x_2) \\ x_2 u^2 \end{bmatrix}$$

El vector regresor del modo deslizante es:

$$WS = \begin{bmatrix} (x_1 - x_2) \\ x_1 u \\ x_2 u \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Usando los resultados anteriores, podemos escribir la ley de estimación del error paramétrico para cada uno de los parámetros del sistema de la siguiente forma:

$$\phi_4' = \theta_4' = -\frac{1}{k_1} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) \alpha_1 (x_1 - x_2) - (x_1 - x_2) W \text{sign}(se)]$$

$$\phi'_5 = \theta_{5'} = -\frac{1}{k2} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) \alpha_1 x_1 u + x_1 u'] - x_1 u \text{sign}(se)$$

$$\phi'_6 = \theta_{6'} = -\frac{1}{k3} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) (\alpha_1 x_2 u + x_2 u') - x_2 u \text{sign}(se)]$$

$$\phi'_7 = \theta_{7'} = -\frac{1}{k4} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u))]$$

$$\phi'_8 = \theta_{8'} = -\frac{1}{k5} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) - x_1]$$

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

$$\phi'_9 = \theta_{9'} = -\frac{1}{k6} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) x_1 u]$$

$$\phi'_{10} = \theta_{10'} = -\frac{1}{k7} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) (-x_1 u)]$$

$$\phi'_{11} = \theta_{11'} = -\frac{1}{k8} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) u]$$

$$\phi'_{12} = \theta_{12'} = -\frac{1}{k9} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) (-x_1 u)]$$

$$\phi'_{13} = \theta'_{13} = -\frac{1}{k_{10}} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) x_1 u^2]$$

$$\phi'_{14} = \theta'_{14} = -\frac{1}{k_{11}} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) (x_1 u - 2x_2 u)]$$

$$\phi'_{15} = \theta'_{15} = -\frac{1}{k_{12}} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) x_1 u^2]$$

$$\phi'_{16} = \theta'_{16} = -\frac{1}{k_{13}} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) (-x_1 + x_2)]$$

$$\phi'_{17} = \theta'_{17} = -\frac{1}{k_{14}} [(se + (\phi_4(x_1 - x_2) + \phi_5 x_1 u + \phi_6 x_2 u)) x_2 u^2]$$

La Figura 4.41 muestra las trayectorias controladas del estado del sistema para valores de $F_o = 2.525$ Kg/min, $C_o = 0.04$, $\delta_1 = 0.0105$, $\delta_2 = 8.509 \times 10^{-3}$, $\delta_3 = 9.523 \times 10^{-3}$, $\delta_4 = -7.699 \times 10^{-3}$, $\delta_5 = 10.304 \times 10^{-3}$, $W = 8 \times 10^{-4}$, $\alpha_1 = 0.1$.

La Figura 4.42 muestra la variable de control u . La Figura 4.43 muestra la superficie de deslizamiento real (s) y estimada (se). Las Figuras 4.44A-4.44K muestran los parámetros estimados.

CAPITULO 5
CONTROL ADAPTATIVO POR REGIMENES DESLIZANTES
UTILIZANDO LA TECNICA "BACKSTEPPING"

5.1 INTRODUCCION

En la literatura se ha enfocado de diversas maneras el desarrollo de controladores adaptativos para sistemas con incertidumbre paramétrica.

En este capítulo se presenta un esquema de control adaptativo aplicando la técnica denominada "backstepping" (Kanellakopoulos, Kokotovic y Morse [11]) para una clase de sistemas no-lineales linealizables por realimentación. Los sistemas a los cuales es aplicable esta técnica deben ser poder transformados a la forma "paramétrica pura de realimentación".

Primero se presenta la clase de sistemas no-lineales y las condiciones que deben cumplir para aplicar el método, posteriormente se describe paso a paso el esquema de control adaptativo mediante regímenes deslizantes, y finalmente se anexan algunos ejemplos didácticos como complemento del capítulo.

**5.2 SISTEMAS NO-LINEALES Y CONDICIONES QUE DEBEN CUMPLIR
PARA APLICAR LA TECNICA**

El esquema de control adaptativo es aplicable a sistemas linealizables de una entrada y una salida donde los parámetros del sistema son lineales:

$$\dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^n \theta_i f_i(x) + [g_0(x) + \sum_{i=1}^n \theta_i g_i] u \quad (5.1)$$

donde x son los estados y $x \in R_n$, $u \in R$ y es el control y $[\theta_1, \dots, \theta_n]^T$ es el vector de los parámetros desconocidos del sistema y f_i, g_i , son campos vectoriales suaves en la vecindad del origen $x=0$, con $f_i(0) = 0$ y $g_i(0) \neq 0$ donde $0 \leq i \leq n$.

El esquema de control adaptativo asume que se puede generar una transformación, $z = \phi(x)$, invertible y además diferenciable que permita llevar el sistema a la forma de realimentación paramétrica pura :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 + \theta^T \gamma_1(z_1, z_2) \\ \dot{z}_2 &= z_3 + \theta^T \gamma_2(z_1, z_2, z_3) \\ &\vdots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n + \theta^T \gamma_{n-1}(z_1, z_2, \dots, z_n) \\ \dot{z}_n &= \gamma_n(z) + \theta^T \gamma_n(z) + [\beta_0(z) + \theta^T \beta(z)] u \end{aligned} \quad (5.2)$$

con:

$$\gamma_0(0)=0 ; \gamma_1(0)=\dots=\gamma_n(0)=0 ; \beta_0 \neq 0$$

A tales transformaciones se les da en la literatura el nombre de difeomorfismo.

Las condiciones necesarias y suficientes para que exista este difeomorfismo se exponen a continuación:

1- Condición de linealización

El subconjunto de campos vectoriales:

$$\xi^0 = \text{span}\{g_0, \text{ad}_{f_0} g_0, \dots, \text{ad}_{f_0}^i g_0\}, \quad 0 \leq i \leq n-1$$

es localmente involutivo y de rango $i+1$.

2- Condición de realimentación paramétrica pura

$$g_i = \xi^0 \quad [x, f_i] \in \xi^{i+1}, \forall x \in \xi^j \quad 0 \leq j \leq n-3 ; 1 \leq i \leq p$$

La condición 1 es suficiente para la existencia del difeomorfismo $z = \phi(x)$.

La expresión "realimentación paramétrica pura" indica que las no-linealidades que multiplican a los parámetros desconocidos pueden depender únicamente de las variables de estado que son retroalimentadas, cuando el sistema es escrito en coordenadas z .

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

5.3 ESQUEMA ADAPTATIVO

Las condiciones mencionadas anteriormante para la existencia del difeomorfismo nos dan una idea de la clase de sistemas no-lineales para los cuales este esquema es aplicable.

Si asumimos que la transformación del sistema (5.1) en (5.2) es posible, el esquema de control adaptativo es diseñado para el siguiente sistema en forma de realimentación paramétrica pura:

$$\begin{aligned} z'_i &= z_{i+1} + \theta^T \gamma_i(z_i, \dots, z_{i+1}) ; 1 \leq i \leq n-1 \\ z'_n &= \gamma_0(z) + \theta^T \gamma_n(z) + [\beta_0(z) + \theta^T \beta(z)] u \end{aligned}$$

con:

$$\gamma_0(0) = 0 ; \gamma_1(0) = \dots = \gamma_n(0) = 0 ; \beta_0 \neq 0$$

α_0 , β_0 y los componentes de β y α_i , $1 \leq i \leq n$, son funciones no-lineales suaves .

A continuación se presenta el procedimiento a seguir para aplicar la tecnica de "backstepping" en un esquema de regulación adaptativa por regimenes deslizantes. Esta tecnica consiste en llevar cada una de las variables de estado a su punto de equilibrio, con una ley de realimentación obteniendose en cada paso una ley de estimación paramétrica. Posteriormente el control u es calculado para llevar el sistema a su equilibrio.

Paso 1: Se define $s_1 = z_1$ y $s_1' = c_1 z_1$, donde c_1 es un

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

coeficiente a ser seleccionado para el sistema dado.

Paso 2: La expresión de s_1' la podemos expresar de la siguiente manera:

$$s_1' = z_2 + \theta^T \gamma_1(z_1, z_2) \quad (5.3)$$

si z_2 fuera el control y θ fuera conocido, la ley de control que estabilizaria el sistema la podemos escribir:

$$z_2 = -c_1 z_1 - \theta^T \gamma_1(z_1, z_2) \quad (5.4)$$

pero como los parámetros del sistema son desconocidos, escribimos la ecuación anterior en función de los estimados:

$$z_2 = -c_1 z_1 - \hat{\theta}^T \gamma_1(z_1, z_2) \quad (5.5)$$

y s_1' lo podemos expresar como:

$$s_1' = -c_1 s_1 + (\theta - \hat{\theta})^T \gamma_1(z_1, z_2) \quad (5.6)$$

Si escogemos la siguiente función de Lyapunov:

$$V(s, \phi) = \frac{1}{2} s_1^2 + \frac{1}{2} \phi^T \phi \quad (5.7)$$

La derivada en el tiempo de dicha función de Lyapunov se obtiene, usando la ecuación (5.6), como:

$$v'(s, \phi) = s_1(-c1s_1 + \phi^T \gamma_1(z_1, z_2) + \phi^T \phi') \quad (5.8)$$

de donde podemos obtener la primera ley de adaptación de los parámetros, expresada como:

$$\phi' = -\theta^{1'} = -s_1 \gamma_1 \quad (5.9)$$

Definiendo una transformación de coordenadas en espacio de estado:

$$s_1 = z_1$$

$$s_2 = z_2 + c1s_1 + \theta_1^{1T} \gamma_1(z_1, z_2)$$

(5.10)

podemos expresar s_1' , s_2' y $\theta_1^{1'}$ de la siguiente manera:

$$s_1' = -c1s_1 + s_2 + (\theta - \theta_1^1)^T \omega_1(s_1, s_2, \theta_1^1) \quad (5.11)$$

$$\theta_1^{1'} = s_1 \omega(s_1, s_2, \theta_1^1) \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} s_2' &= c1[-c1s_1 + s_2 + (\theta - \theta_1^1)^T \omega_1(s_1, s_2, \theta_1^1)] \\ &+ z_3 + \theta^T \gamma_2(z_1, z_2, z_3) + s_1 \omega_1(s_1, s_2, \theta_1^1)^T \gamma_1(z_1, z_2) \\ &+ \theta_1^{1T} \left[\frac{\partial \gamma_1}{\partial z_1}(z_2 + \theta^T \gamma_1) + \frac{\partial \gamma_1}{\partial z_2}(z_3 + \theta^T \gamma_2) \right] \end{aligned}$$

(5.13)

La ecuación 5.13 puede ser expresada de la siguiente manera:

$$s_2' = \left(1 + \theta_1^{1T} \frac{\partial \gamma_1}{\partial z_1}\right) [z_3 + \theta^T \gamma_2(z_1, z_2, z_3)] \\ + \varphi_2(s_1, s_2, \theta_1^1) + \theta^T \psi_2(s_1, s_2, \theta_1^1) \quad (5.14)$$

Si ahora vemos a z_3 como el control, se necesita una nueva ley para la adaptación de los parámetros. De acuerdo a la transformación de estado definimos la nueva variable s_3 donde aparecen los nuevos estimados de θ .

$$s_3 = c_2 s_2 + \left(1 + \theta_1^{1T} \frac{\partial \gamma_1}{\partial z_1}\right) [z_3 + \theta^T \gamma_2(z_1, z_2, z_3)] \\ + \varphi_2(s_1, s_2, \theta_1^1) + \theta_2^{1T} \psi_2(s_1, s_2, \theta_1^1) \quad (5.15)$$

y s_2' lo podemos expresar:

$$s_2' = -c_2 s_2 + s_3 + (\theta - \theta_2^1)^T \omega_2(s_1, s_2, s_3, \theta_1^1, \theta_2^1) \quad (5.16)$$

Igual que para la ley anterior se considera una función de Lyapunov y su derivada en el tiempo, obteniéndose la siguiente ley:

$$\theta_2^{1'} = s_2 \omega_2(s_1, s_2, s_3, \theta_1^1, \theta_2^1) \quad (5.17)$$

Paso i: $2 \leq i \leq n-1$

En forma general podemos expresar s_i como:

$$s_i' = \left(1 + \theta_1^{1T} \frac{\partial \gamma_1}{\partial z_1}\right) \dots \dots \left(1 + \theta_{(i-1)}^{1T} \frac{\partial \gamma_{i-1}}{\partial z_i}\right)$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$\begin{aligned}
& * [z_{i+1} + \theta_i^T \gamma_i(z_1, \dots, z_{i+1})] \\
& + \phi_i(s_1, \dots, s_i, \theta_1^1, \dots, \theta_{i-1}^1) + \theta_i^T \psi_i(s_1, \dots, s_i, \theta_1^1, \dots, \theta_{i-1}^1)
\end{aligned}
\tag{5.18}$$

Los nuevos estados $i+1$ están expresados en función de los nuevos estimados de los parámetros:

$$s'_{i+1} = c_i s_i + \left(1 + \theta_i^{1T} \frac{\partial \gamma_1}{\partial z_2}\right) \dots \left(1 + \theta_{(i-1)}^{1T} \frac{\partial \gamma_{i-1}}{\partial z_i}\right)$$

$$* [z_{i+1} + \theta_i^T \gamma_i(z_1, \dots, z_{i+1})]$$

$$+ \phi_i(s_1, \dots, s_i, \theta_1^1, \dots, \theta_{i-1}^1) + \theta_i^T \psi_i(s_1, \dots, s_i, \theta_1^1, \dots, \theta_{i-1}^1)$$

(5.19)

Sustituyendo (5.19) en (5.18) se obtiene:

$$s'_i = -c_i s_i + s_{i+1} + (\theta - \theta_i^1)^T \left[\psi_i + \left(1 + \theta_i^{1T} \frac{\partial \gamma_i}{\partial z_2}\right) \dots \left(1 + \theta_{i-1}^{1T} \frac{\partial \gamma_{i-1}}{\partial z_i}\right) \gamma_i \right]$$

(5.20)

$$s'_i = -c_i s_i + s_{i+1} + (\theta - \theta_i^1)^T \omega_i(s_1, \dots, s_{i+1}, \theta_1^1, \dots, \theta_i^1)$$

(5.21)

y la ley de adaptación de los parámetros es expresada como:

$$\theta_2^{1'} = s_2 \omega_2 (s_1, s_2, s_3, \theta_1^1, \theta_2^1)$$

(5.22)

Paso n:

Usando las expresiones anteriores podemos definir s_n como:

θ

$$s_n' = \left(1 + \theta_1^{1'} \frac{\partial \gamma_1}{\partial z_2}\right) \dots \dots \left(1 + \theta_{(n-1)}^{1'} \frac{\partial \gamma_{n-1}}{\partial z_n}\right) [\beta_o(x) + \theta_n \beta(x)] u$$

$$+ \varphi_n(s_1, \dots, s_n, \theta_1^1, \dots, \theta_{n-1}^1) + \theta^T \psi_n(s_1, \dots, s_n, \theta_1^1, \dots, \theta_{n-1}^1)$$

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

(5.23)

En este paso se le impone a s_n la siguiente dinámica de deslizamiento $s_n' = -W \text{sign}(s_n)$. La expresión del controlador puede ser obtenida de la ecuación (5.23) considerando los nuevos estimados de los parámetros:

$$u = \frac{-W \text{sign}(s_n) - \varphi_n - \theta_n^{1'} \psi_n}{\left[\left(1 + \theta_1^{1'} \frac{\partial \gamma_i}{\partial z_2}\right) \dots \left(1 + \theta_{n-1}^{1'} \frac{\partial \gamma_{n-1}}{\partial z_n}\right) \right] * [\beta_o(x) + \theta_n^{1'}(x)]}$$

(5.24)

Sustituyendo (5.24) en (5.23) se obtiene:

$$s_n' = -W \text{sign}(s_n) - \frac{(\theta - \theta_n^1)^T}{\beta_o + \theta_n \beta} [\psi_n \beta - \varphi_n \beta_o + W \text{sign}(s_n) \beta]$$

(5.25)

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$s_n' = -W \text{sign}(s_n) + (\theta - \theta_n^1)^T W_n(s, \theta_1^1, \dots, \theta_n^1) \quad (5.26)$$

y la ley de adaptación de los parámetros la expresamos:

$$\theta_n^{1'} = s_n W_n(s, \theta_1^1, \dots, \theta_n^1)$$

Dado que la clase de sistemas donde este metodo es aplicado es bastante limitado, se desarrollaron algunos ejemplos didácticos como complemento de este capítulo, los cuales se presentan a continuación.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

5.4- EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

A continuación se presentan los ejemplos desarrollados, utilizando la técnica de "BACKSTEPPING".

EJEMPLO 5.4.1:

Ecuación del sistema:

$$\dot{x}_1 = x_2 + \theta_1 x_1^2$$

Paso 0: $z_1 = -x_1$; $z_1' = -W \text{sign}(z_1)$

Paso 1:

$$z_1' = u + \theta_1 x_1^2$$

si theta fuera conocido, podemos expresar el controlador como:

$$u = -W \text{sign}(z_1) - \theta_1 x_1^2$$

Pero como θ es desconocido, podemos definir el controlador en función del estimado del parámetro, como:

$$u = -W \text{sign}(z_1) - \hat{\theta}_1^1 x_1^2$$

Entonces, z_1' lo podemos expresar de la siguiente manera:

$$z_1' = -W \text{sign}(z_1) + (\theta_1 - \hat{\theta}_1^1) x_1^2$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

Para el cálculo de la ley de estimación del parámetro, se considero la siguiente función de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} (\theta_1 - \theta_1^1)^T \Gamma (\theta_1 - \theta_1^1)$$

Derivando la función de Lyapunov, obtenemos:

$$V' = z_1 z_1' + \phi_1^1 \phi_1 = z_1 (-w \text{sign}(z_1) + \phi_1 z_1^2) + \phi_1^1 \phi_1$$

De donde obtenemos la siguiente ley de adaptación del parámetro:

$$\phi_1^1 = -\theta_1^1 = -z_1^3$$

En la figura 5.11 se muestra la variable de estado en coordenadas originales. En la figura 5.12 se observa la variable de estado en las coordenadas transformadas. La figura 5.13 muestra la señal de control y en la figura 5.14 se ve el estimado del parámetro del sistema de acuerdo a la ley encontrada.

EJEMPLO 5.4.2

Ecuaciones del sistema:

$$x_1' = x_2 + \theta_1 x_1^2$$

$$x_2' = u$$

Paso 0: $z_1 = x_1$; $z_1' = -c_1 z_1$

Paso 1:

$$z_1' = x_2 + \theta_1 x_1^2$$

si θ fuera conocido, y x_2 fuera el control podemos expresar x_2 como:

$$x_2 = -c_1 z_1 - \theta_1 z_1^2$$

Pero como θ es desconocido, podemos definir el controlador en función del estimado del parámetro, como:

$$x_2 = -c_1 z_1 - \hat{\theta}_1 z_1^2$$

Entonces, z_1' lo podemos expresar de la siguiente manera:

$$z_1' = -c_1 z_1 + (\theta_1 - \hat{\theta}_1) z_1^2$$

Para el calculo de la ley de estimación del parámetro, se considero la siguiente función de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} (\theta_1 - \hat{\theta}_1)^T \Gamma (\theta_1 - \hat{\theta}_1)$$

Derivando la función de Lyapunov, obtenemos:

$$V' = z_1 z_1' + \phi_1 \phi_1' = z_1 (-c_1 z_1 + \phi_1 z_1^2) + \phi_1 \phi_1'$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

De donde obtenemos la siguiente ley de adaptación del parámetro:

$$\dot{\phi}_1' = -\theta_1^{1'} = -z_1^3$$

Paso 2:

Con esto el sistema es estable y se logra regular z_1 . Como z_2 no es el control, definimos un nuevo estado z_2 como la diferencia entre el actual x_2 y el estimado:

$$z_2 = c_1 z_1 + x_2 + \theta_1^1 z_1^2$$

y sustituyendo en la ecuación de z_1' queda:

$$z_1' = -c_1 z_1 + z_2 + (\theta_1 - \theta_1^1) z_1^2$$

Derivando la expresión de z_2 e igualándola a $-w \text{sign}(z_2)$

obtenemos la expresión del controlador:

$$u = -w \text{sign}(z_2) - \varphi - \psi \theta_1^1$$

donde:

$$\psi = c_1 z_1^2 + 2 z_1^3 \theta_1^1$$

$$\varphi = c_1 (-c_1 z_1 + z_2 - \theta_1^1 z_1^2) + z_1^5 + 2 z_1 x_2 \theta_1^1$$

$$x_2 e = -c_1 z_1 + z_2 - \theta_1^1 z_1^2$$

Al igual que en el paso anterior considerando la función de Lyapunov y su derivada obtenemos la segunda ley de estimación del parámetro:

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$\phi_2' = -\theta_2^{1'} = -z_2 (c_1 z_1^2 + 2z_1^3 \theta_1^1)$$

En la figura 5.21 se muestran las variables de estado en coordenadas originales. En la figura 5.22 se observan las variables de estado en las coordenadas transformadas. La figura 5.23 muestra la señal de control y en las figuras 5.24 y 5.25 se ve el estimado del parámetro del sistema de acuerdo a la leyes encontradas.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

CAPITULO 6

CONCLUSIONES

Después de haber realizado las investigaciones y los ejemplos de aplicación presentados que cubren los aspectos teóricos expuestos a lo largo del trabajo, se pueden resumir las siguientes conclusiones y recomendaciones:

El uso de controladores estáticos de estructura variable no tiene mucha aplicación práctica en las aplicaciones de procesos químicos, ya que la naturaleza discontinua de la señal de control ocasiona variaciones bruscas de la variable a manipular para cumplir los objetivos del control, lo que implica desgaste de el elemento final de control (válvula).

El uso de control adaptativo por regímenes deslizantes de sistemas linealizables con incertidumbre lineal paramétrica, conduce a muy buenos resultados como se muestra en las simulaciones, aunque en la mayoría de los casos los parámetros convergen a valores que no necesariamente coinciden con los valores nominales considerados inicialmente.

Se sugieren nuevos trabajos de investigación que extiendan los resultados obtenidos, utilizando las técnicas propuestas, a los sistemas multivariabes.

Por otro lado sería interesante como tópico de trabajos futuros, tratar de generar una ley de adaptación de los parámetros donde estos no sean del tipo lineal paramétrico y lograr la convergencia de los mismos a sus valores reales.

Adicionalmente, sería interesante extender el esquema de regulación adaptativa a otros tipos de sistemas de estructura variable, tales como regímenes deslizantes muestreados o modulación de ancho de pulso.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

BIBLIOGRAFIA

[1] M.Fliess, "NonLinear Control Theory and Differential Algebra" , In Modelling and Adaptive Control, CH. I, Lecture Notes In Control and Information Sciences, Vol. 105, pp. 134-135, New York 1988.

[2] M.Fliess, "Generalized controller canonical form for linear and nonlinear dynamics," IEEE Trans. Automat. Contr. Vol. AC-35 pp. 994-1001, September 1990.

[3] G. Conte, Ch. Moog and A.Perdon, "Un Theoreme sur la Representation Entree-sortie d'un Systeme NonLinearie."C.R.Acad. Sci Paris, 307, Serie I, pp.363-366, 1988.

[4] S. Diop, "Elimination In Control Theory", Mathematics of Control, Signals and Systems, Vol.4, pp.17-32, 1991.

[5] M.Fliess, "What the Kalman State Variable Representation is Good For," 29th IEEE Conference on Decision and Control. Vol.3, pp.1282-1287. Honolulu, Hawaii, December 1990.

[6] M.Fliess, "Generalized Controller Canonical Forms for Linear and Nonlinear Dynamics," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-35, No.9, pp.994-1001, September 1990.

[7] H.Sira-Ramirez, "Dynamical Variable Structure Control Strategies in Asymptotic Output Tracking Problems," IEEE Transactions on Automatic Control. (por aparecer)

[8] J.J.E. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, New Jersey 1991.

[9] S. Sastry and M.Bodson, Adaptive Control, Stability, Convergence and Robustness, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1989.

[10] K.S. Narendra and A.M. Annaswamy, Stable Adaptive System, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1989.

[11] I.Kanellakopoulos, P.V. Kokotovic and A.S.Morse, "Systematic Design of Adaptive Controllers for Feedback Linearizable Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.36, No 11, November 1991.

- [12] S.Sastry and A.Isidori, "Adaptive Control of Linearizable Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-34, No.11, pp.1123-1131. November 1989.
- [13] A.Isidori, Nonlinear Control System, 2nd Edition, Springer-Verlag, Berlin 1989.
- [14] H.Sira-Ramirez, "Dynamical Feedback Strategies in the Regulation of Chemical Processes".
- [15] H.Sira-Ramirez and M.Zribi, "Adaptive Dynamical Variable Structure Feedback Regulation For Nonlinear Uncertain Systems".
- [16] H.Sira-Ramirez, "Dynamical Discontinuous Feedback Control of Non-Linear Systems".
- [17] O.Llanes-Santiago, H.Sira-Ramirez and M.T.Esandi, "Adaptive Chattering-Free Sliding Mode Control of Nonlinear Uncertain Systems".
- [18] H.Sira-Ramirez, "Pulse-Frequency-Modulation Control of Nonlinear Systems".
- [19] H.Sira-Ramirez and O. Llanes-Santiago, "A undefined Approach to Dynamical Discontinuous Feedback Control of Chemical Processes".

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

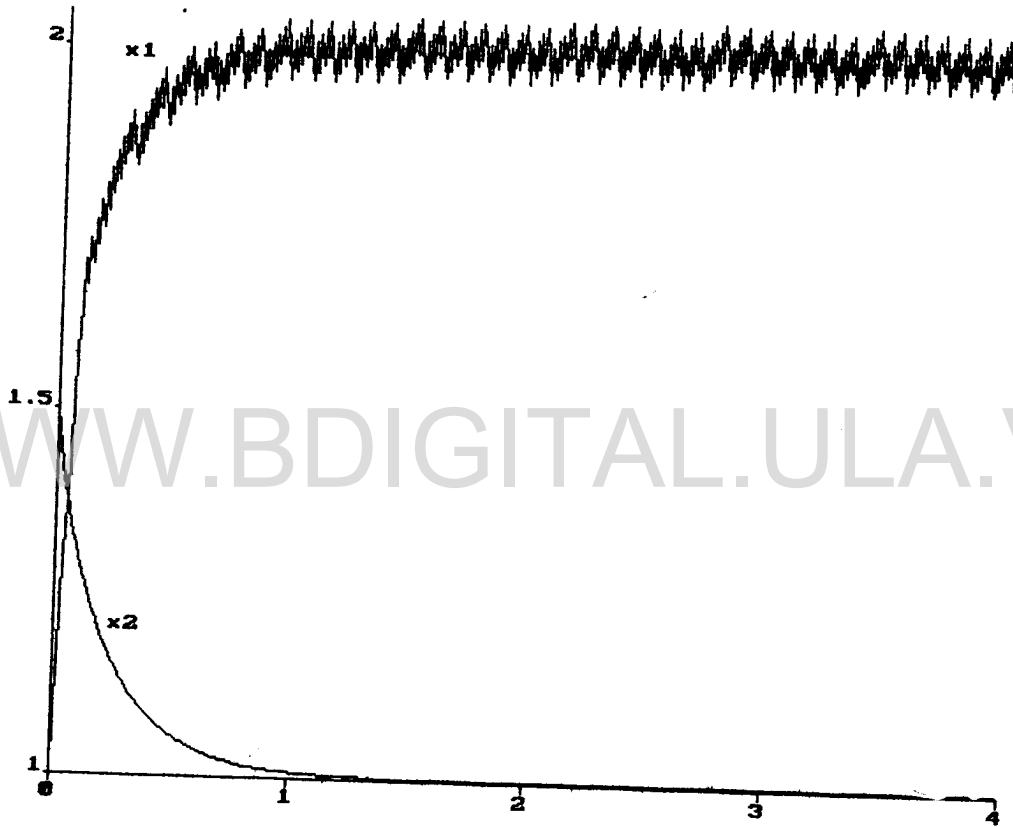
- [20] H.Sira-Ramirez, "Dinamycal Pulse Width Modulation Control of Nonlinear Systems".
- [21] H.Sira-Ramirez, M.Zribi and S.Ahmad, "Adaptive Dynamical Feedback Regulation Strategies for Linearizable Uncertain Systems".
- [22] H.Sira-Ramirez, O.LLanes-Santiago and R.Tarantino, "Adaptive Feedback Stabilization in PWM Controlled DC-to-DC Power Supplies".
- [23] A.Montano and G.Silva, "Design of a Nonlinear Control For a Double Effect Evaporator," European Control Conference, Grenoble, France, July 2-5 1991.
- [24] L.C.Limqueco and J.C.Kantor, "Nonlinear Output Feedback Control of an Exothermic Reactor," Computer Chem. Engng. Vol.14 No.4/5, pp.427-437, 1990.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

ANEXO 1:
FIGURAS

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

FIGURA 2.11- ESTADOS (X1,X2) Us Tiempo



WWW.BDIGITAL.ULA.VE

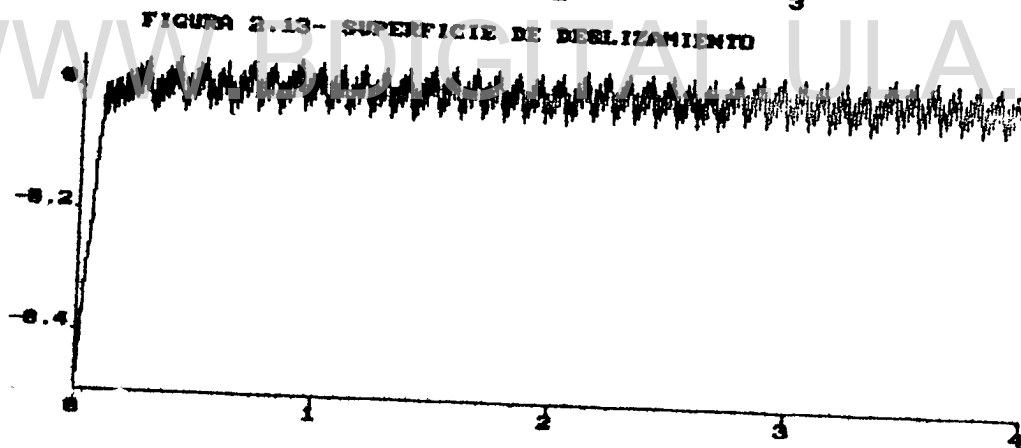
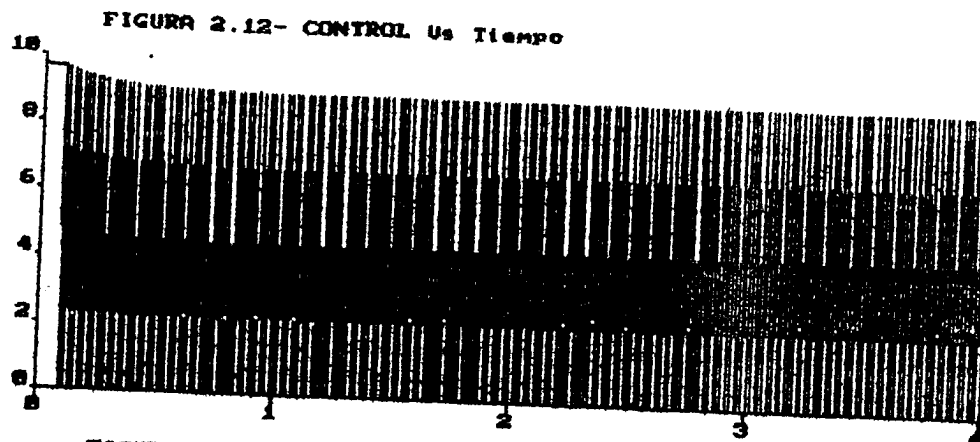


FIGURA 2.21- ESTADOS (x_1, x_2, x_3) Vs Tiempo

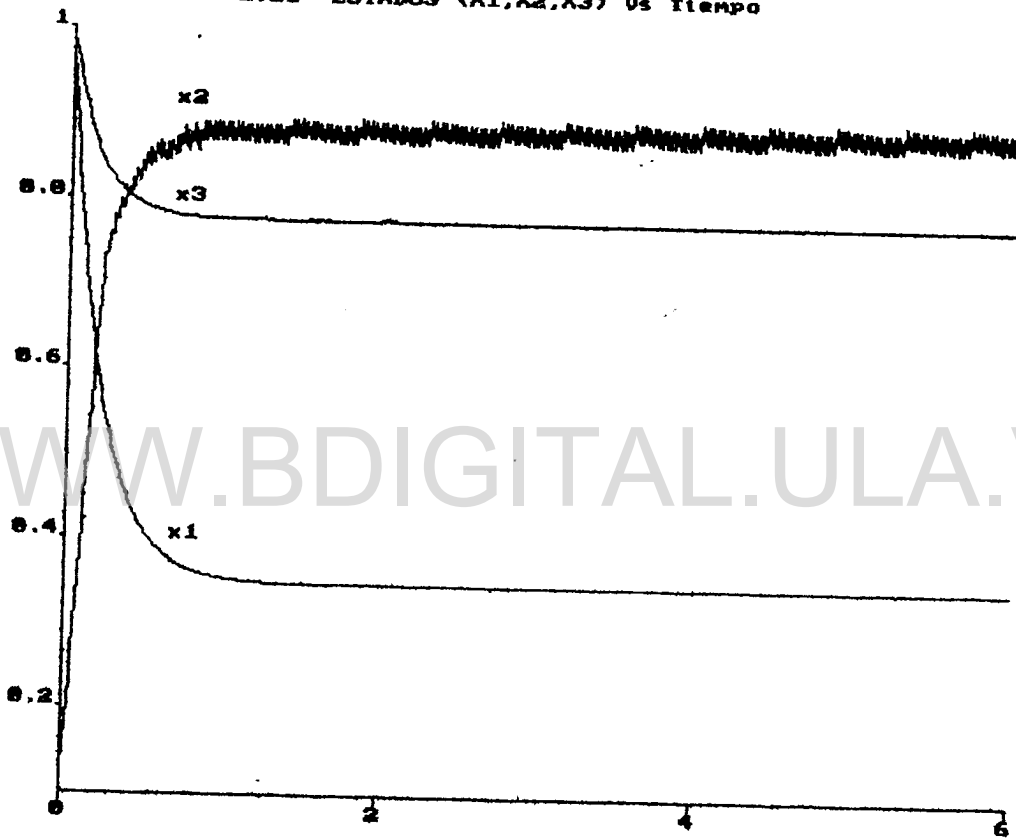


FIGURA 2.22- CONTROL Us Tiempo

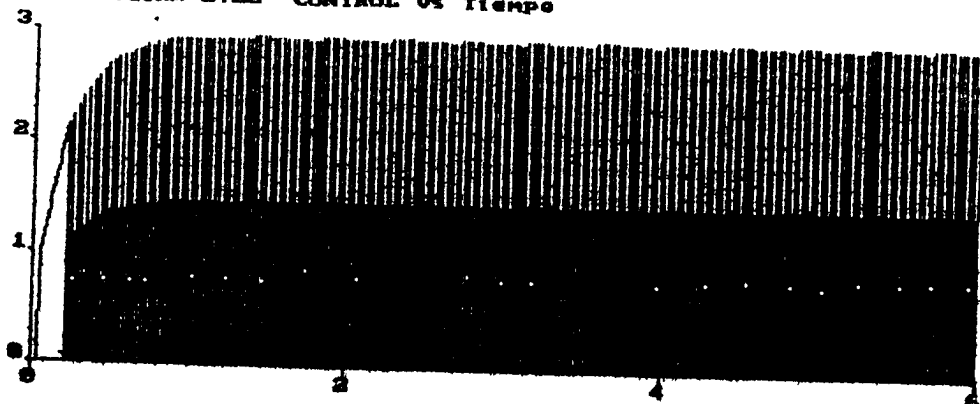
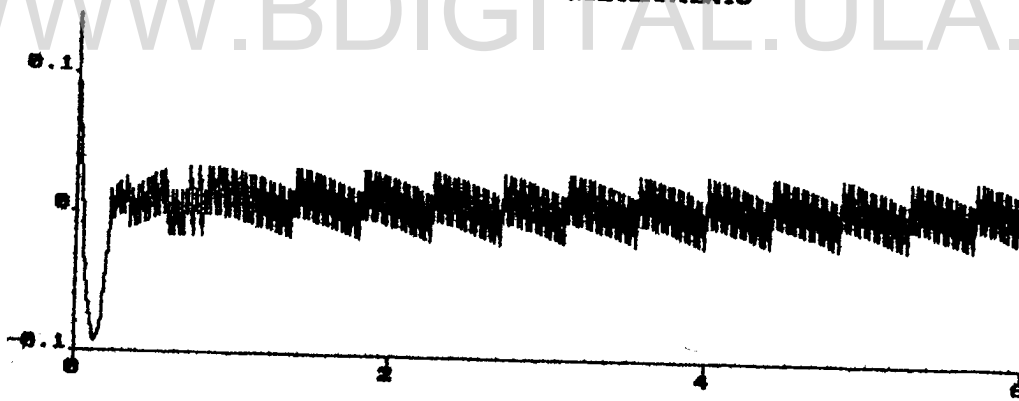


FIGURA 2.23- SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO



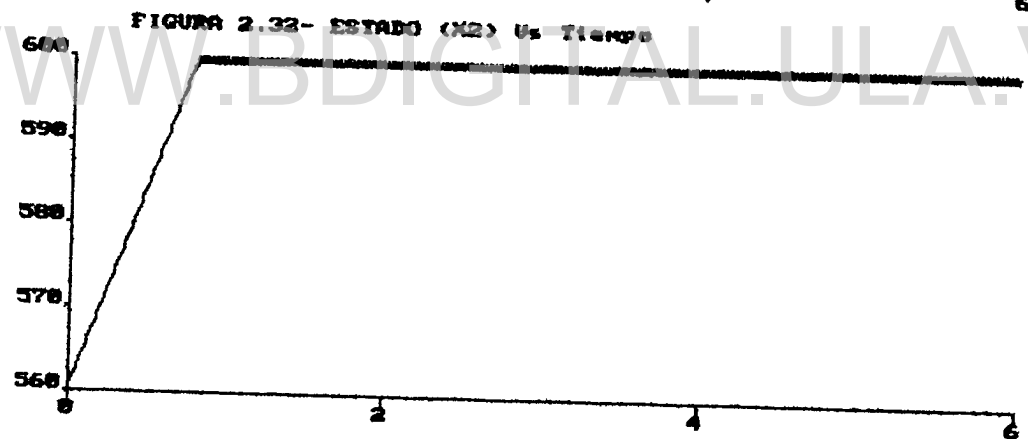
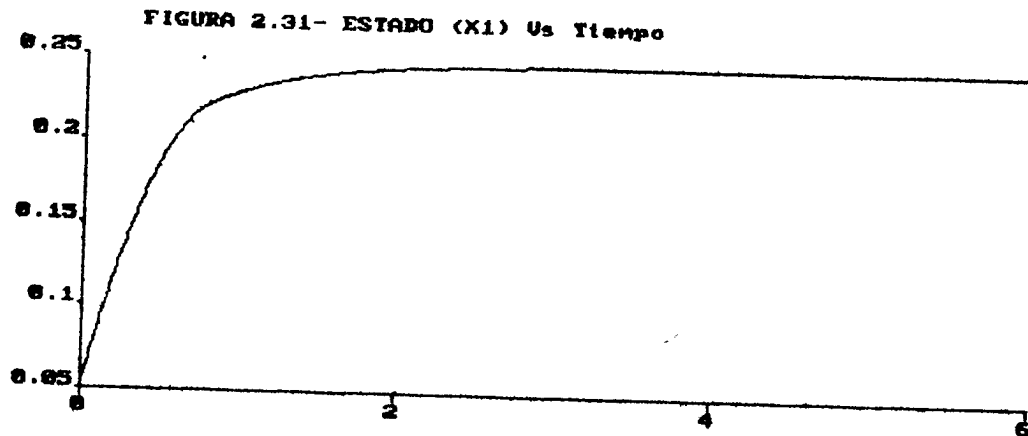


FIGURA 2.33- CONTROL U_s Tiempo

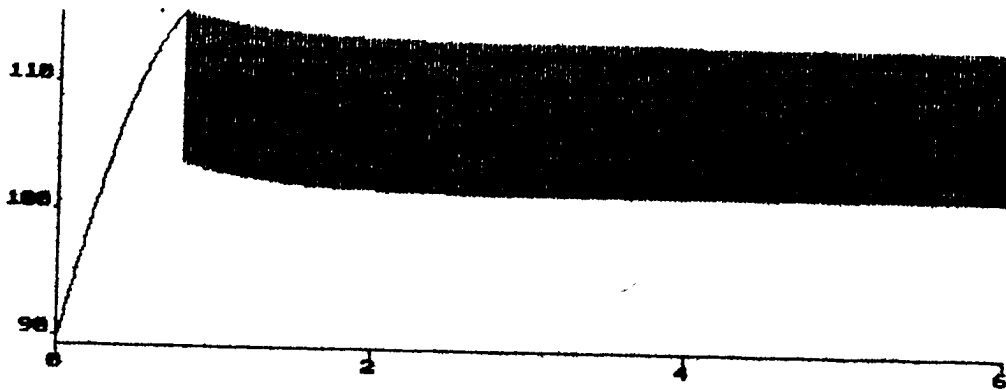


FIGURA 2.34- SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO

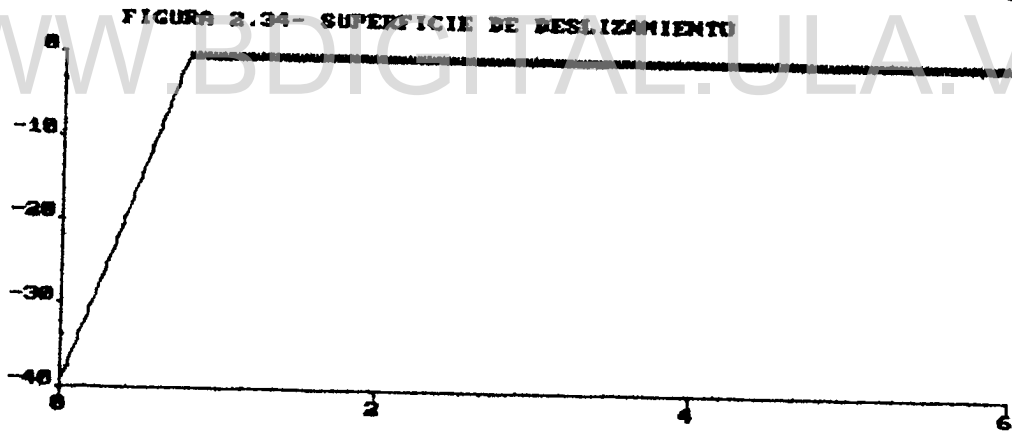


FIGURA 2.41- ESTADOS (X1,X2) Us Tiempo

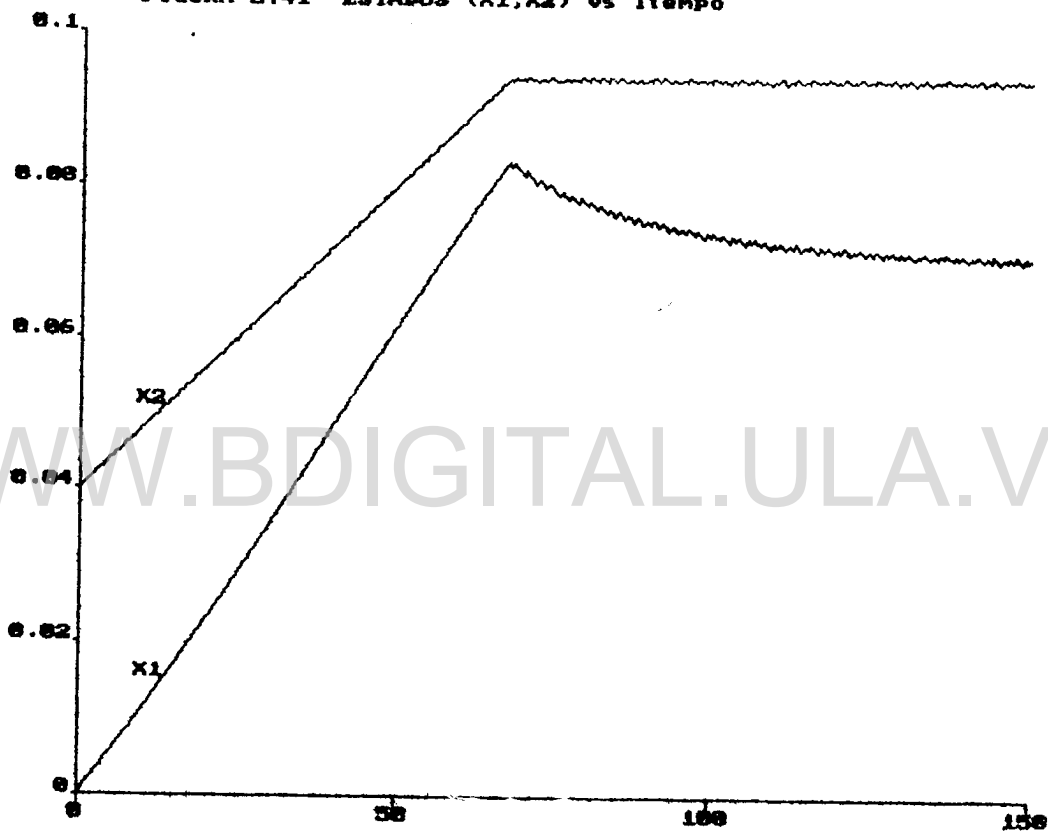


FIGURA 2.42- CONTROL U_s vs Tiempo

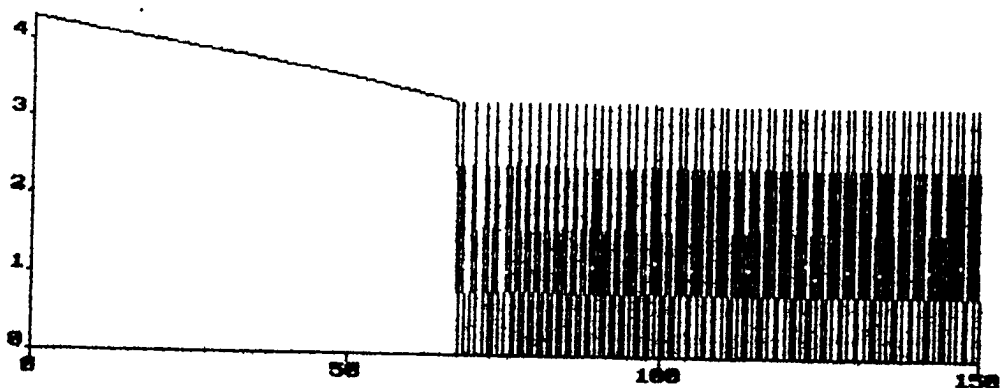


FIGURA 2.43- SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO

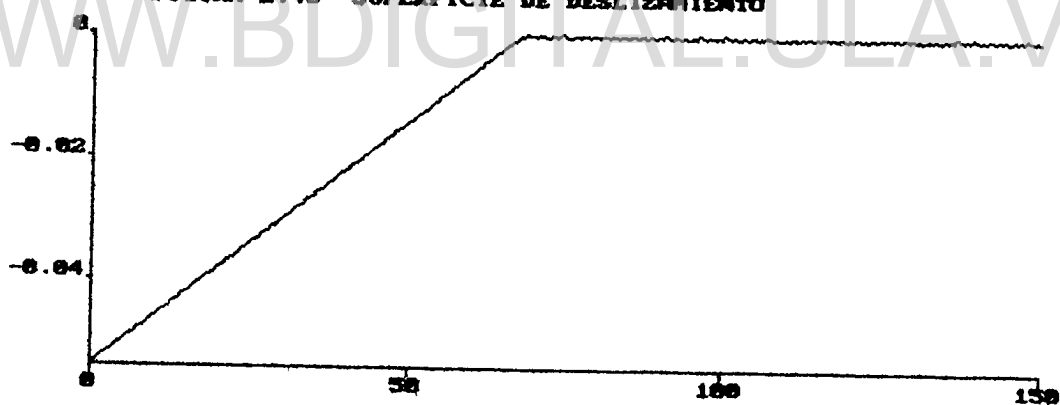


FIGURA 3.11- ESTADOS (x_1, x_2) Us Tiempo

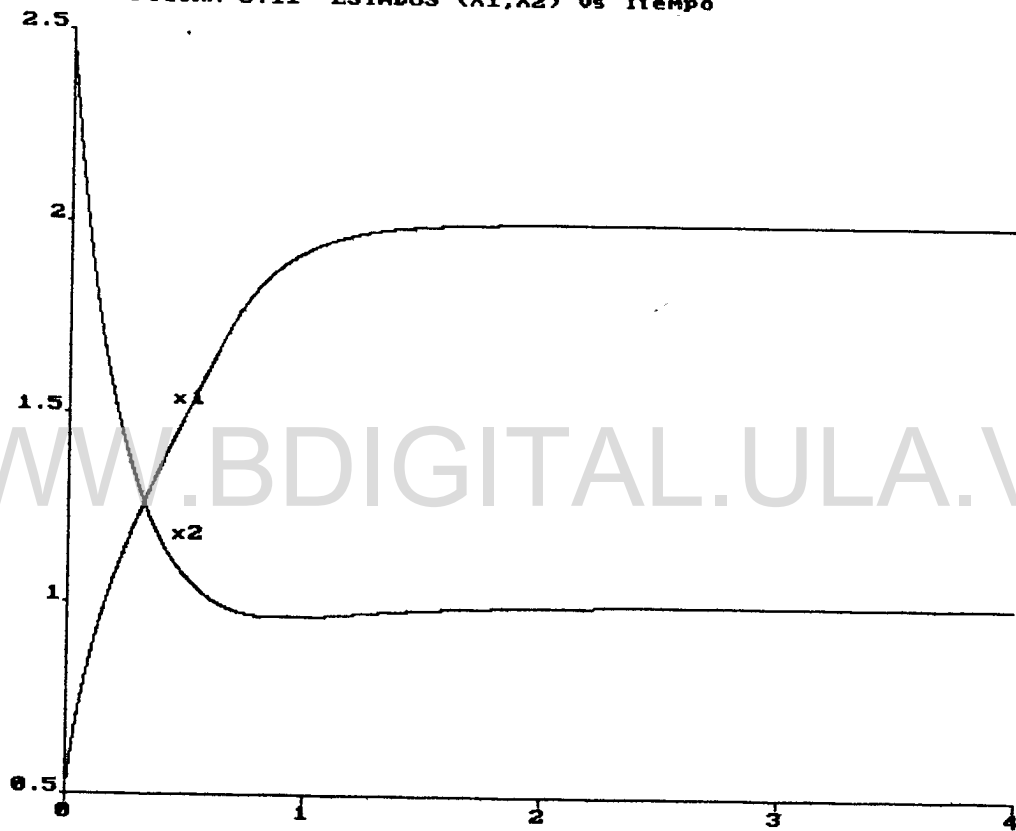


FIGURA 3.12- CONTROL U_s Tiempo

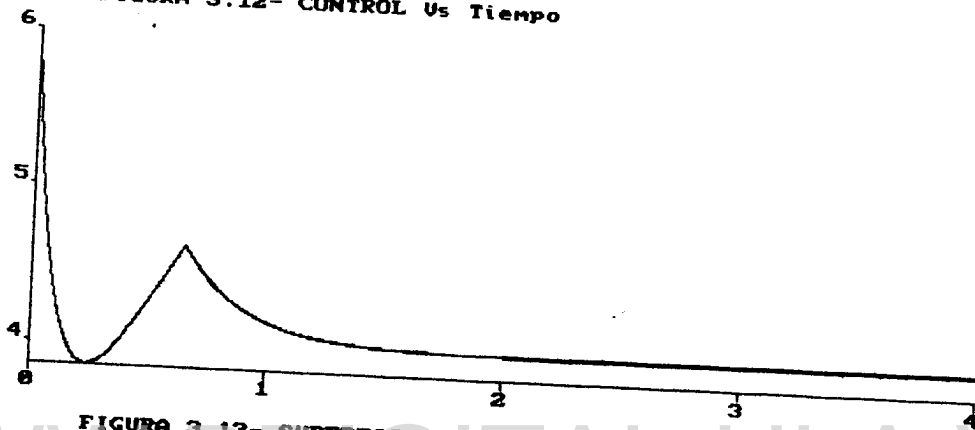


FIGURA 3.13- SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO

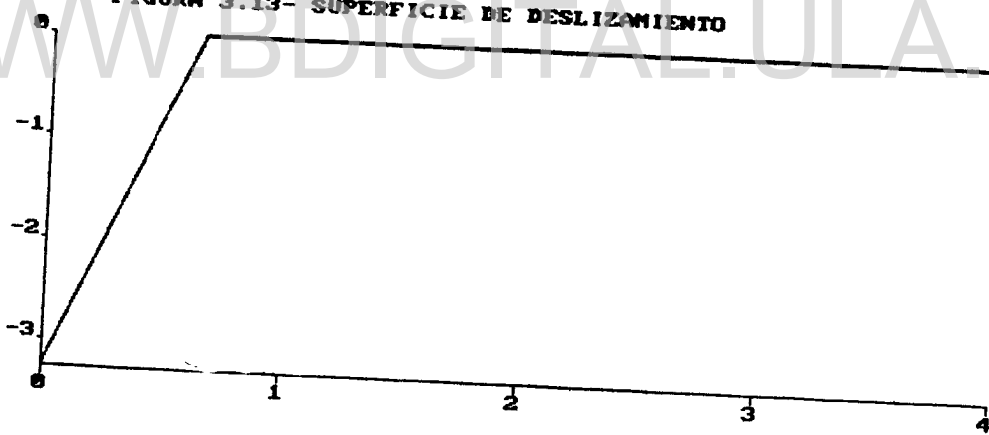
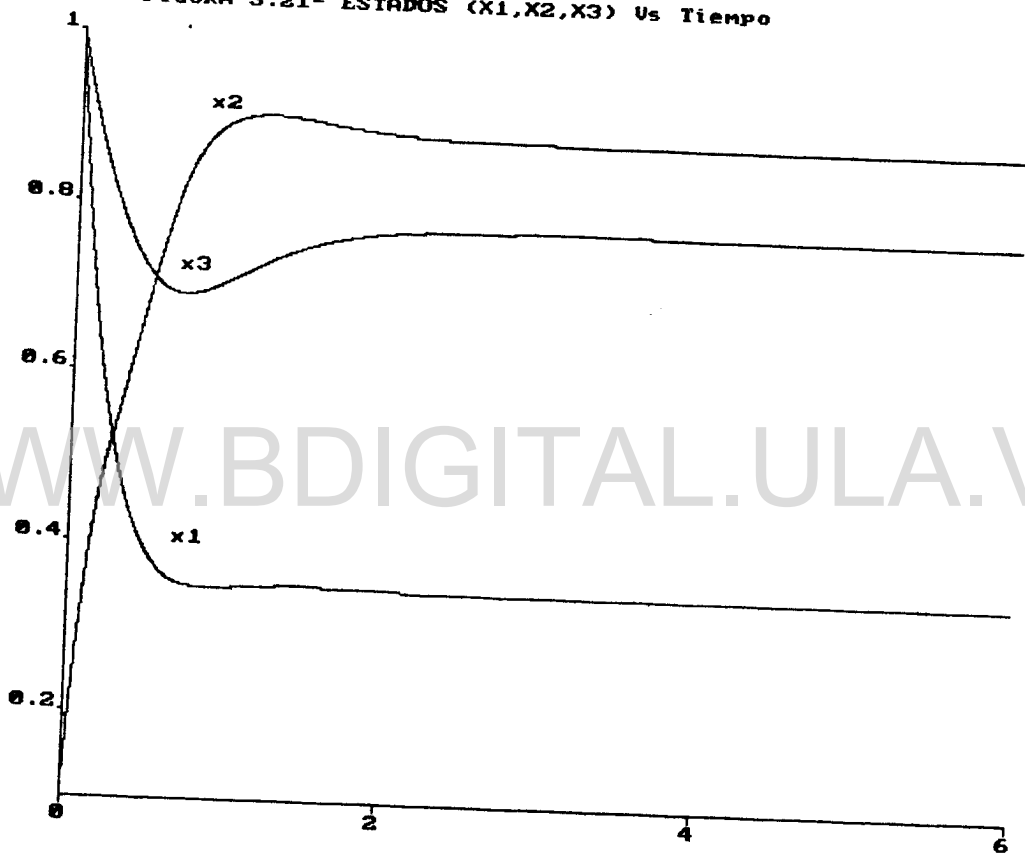


FIGURA 3.21- ESTADOS (X1,X2,X3) Us Tiempo



WWW.BDIGITAL.ULA.VE

FIGURA 3.22- CONTROL U_s Tiempo

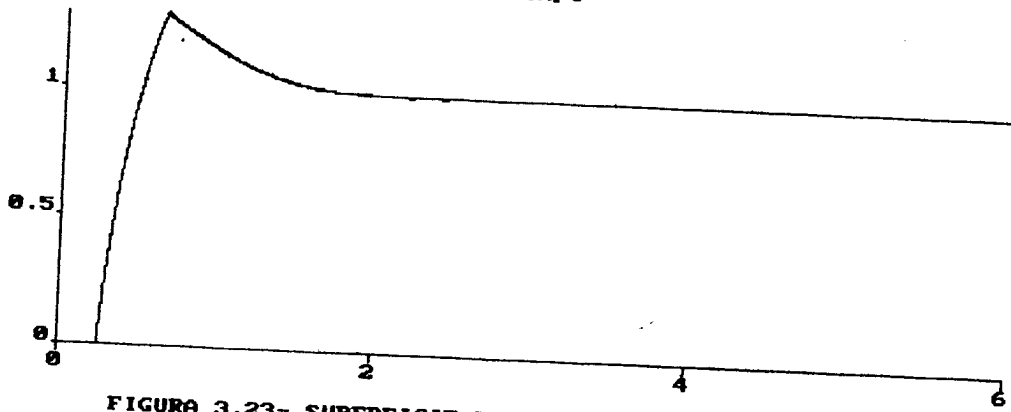
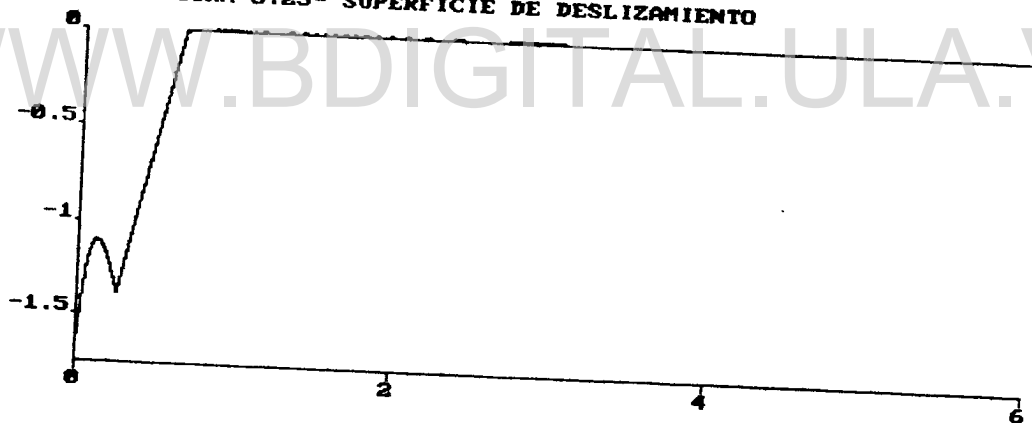


FIGURA 3.23- SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO



WWW.BDIGITAL.ULA.VE

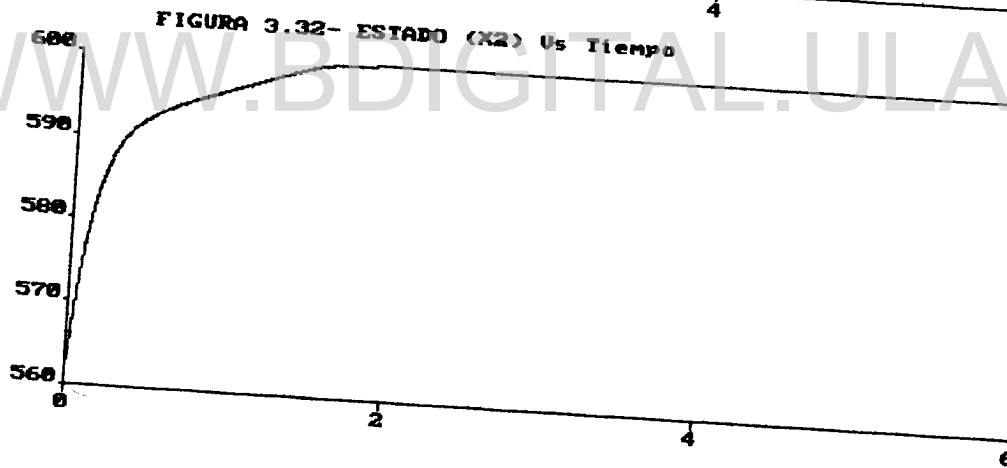
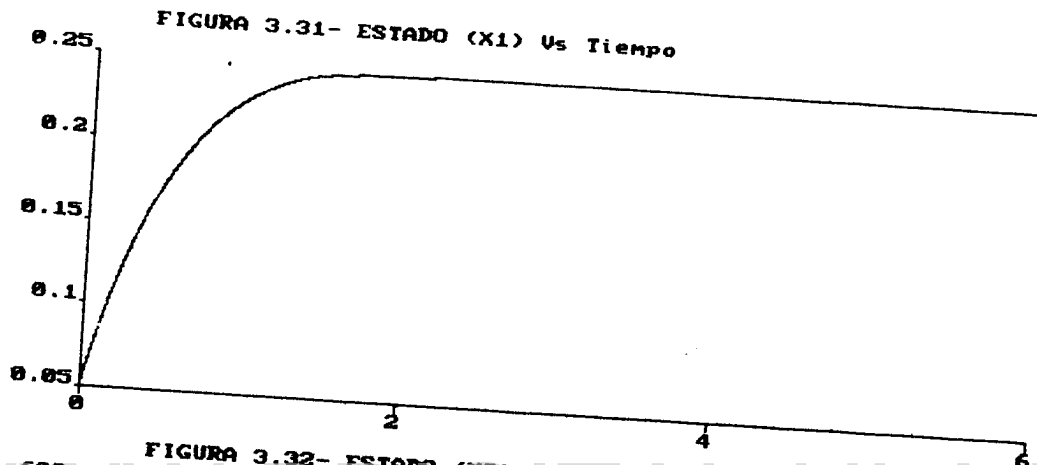


FIGURA 3.33- CONTROL U_s Tiempo

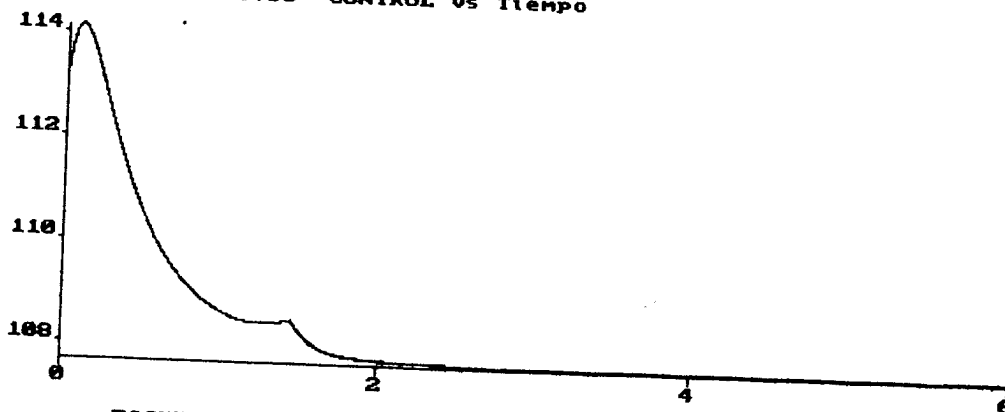


FIGURA 3.34- SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO

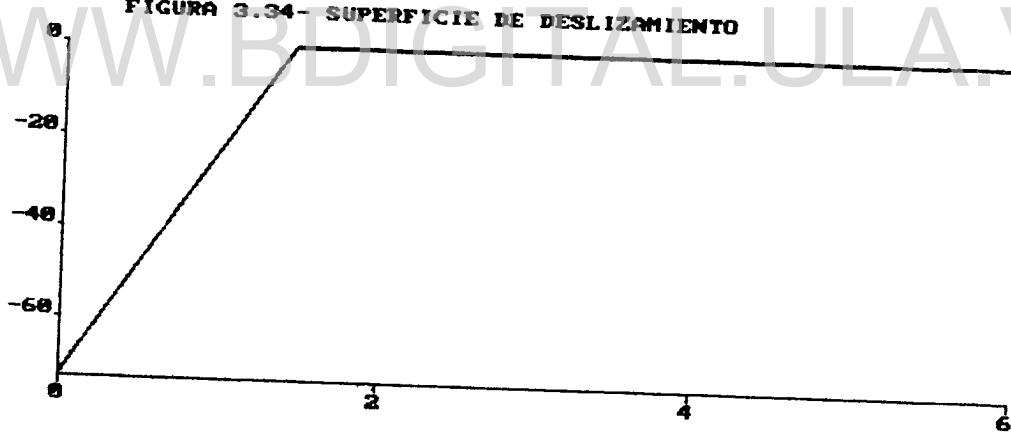


FIGURA 3.41- ESTADOS (X1,X2) Us Tiempo

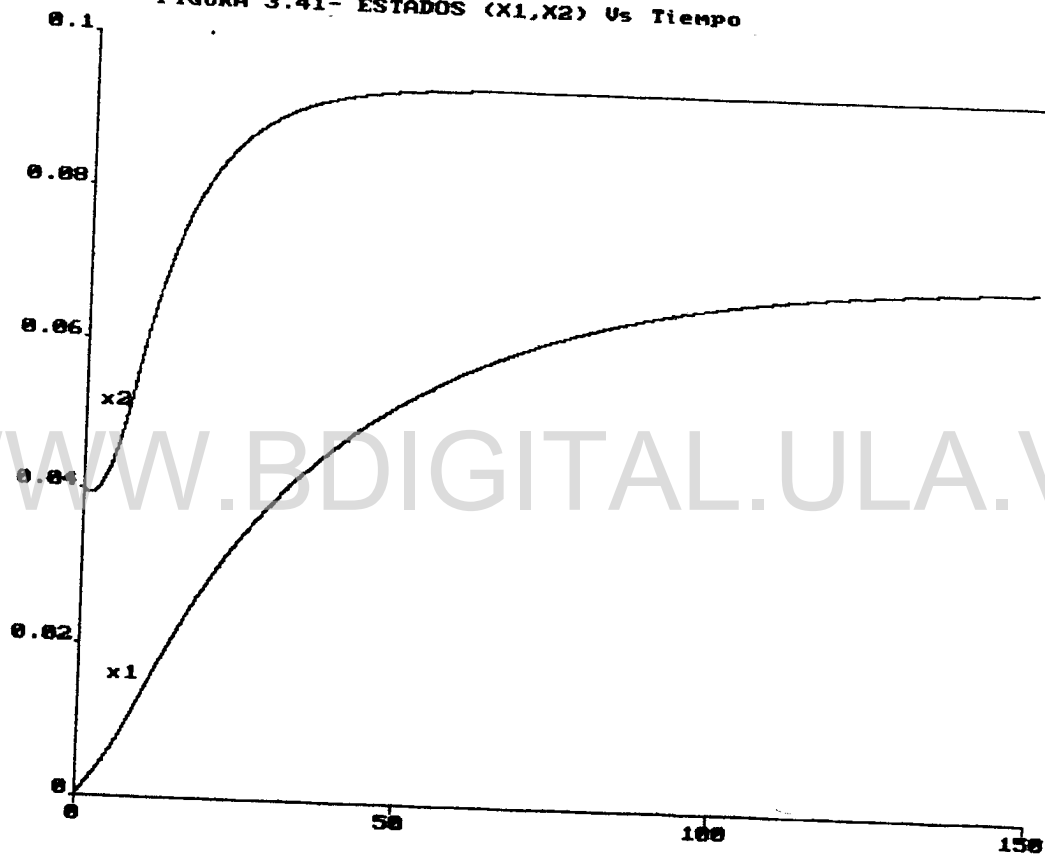


FIGURA 3.42- CONTROL U_s Tiempo

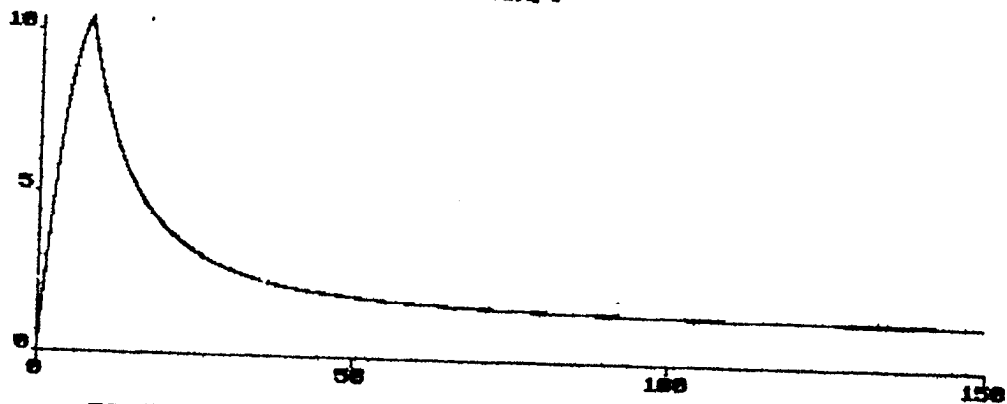
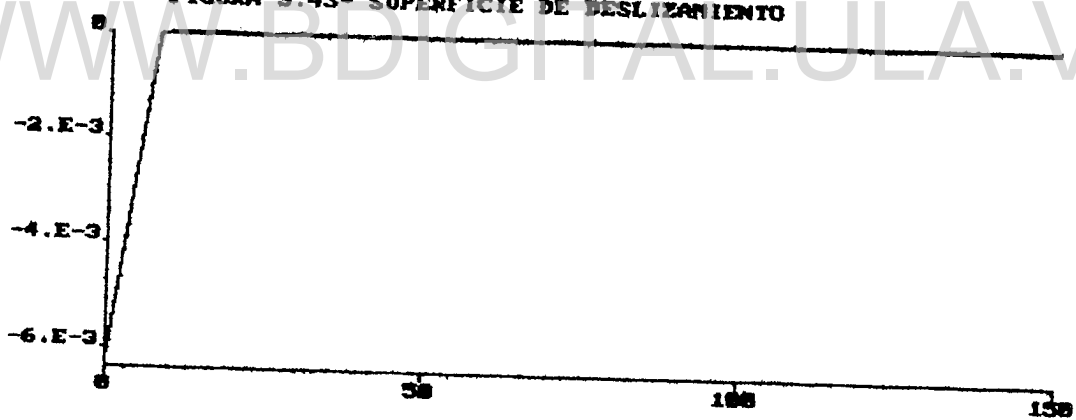
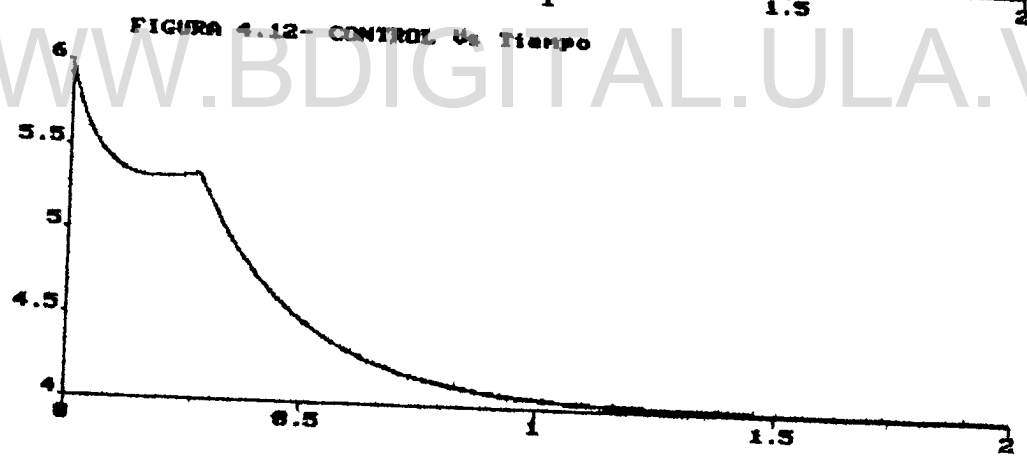
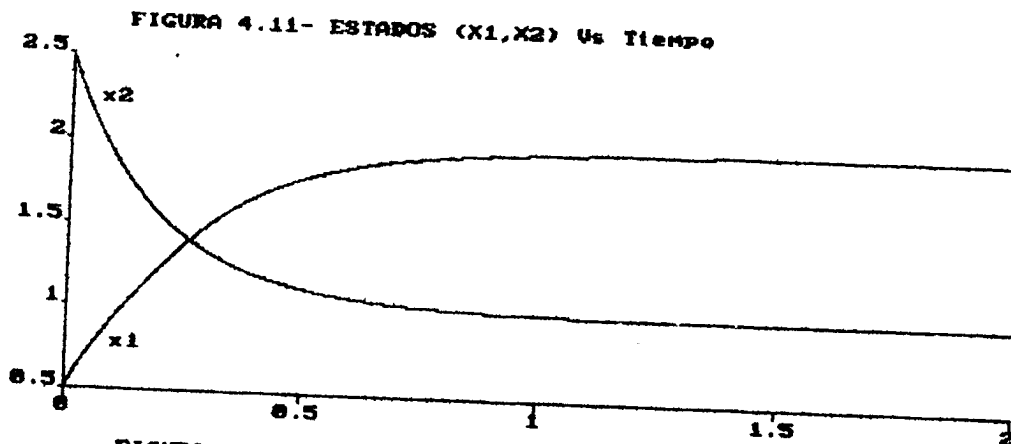
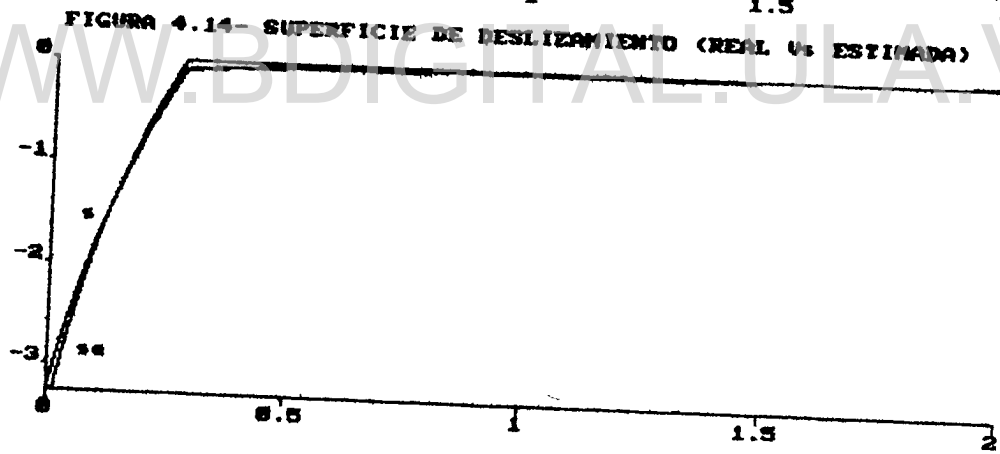
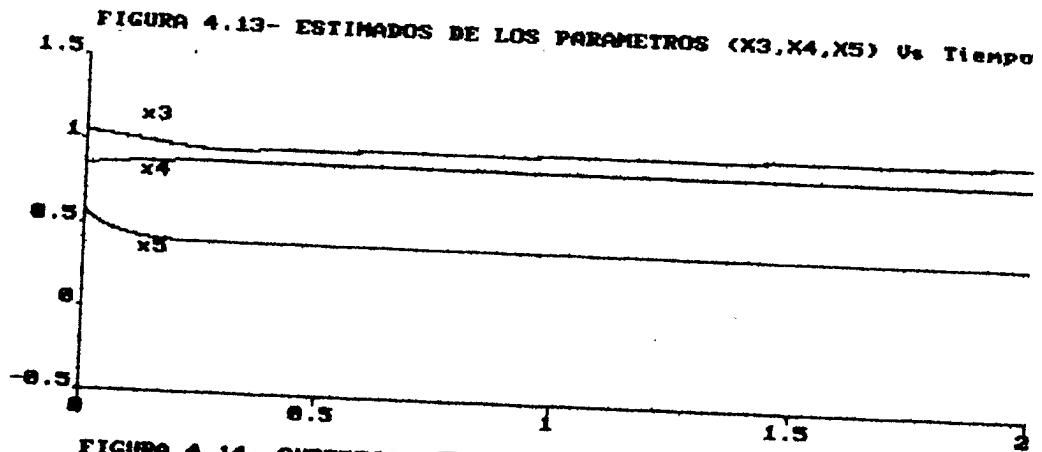


FIGURA 3.43- SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO





WWW.BDIGITAL.ULA.VE



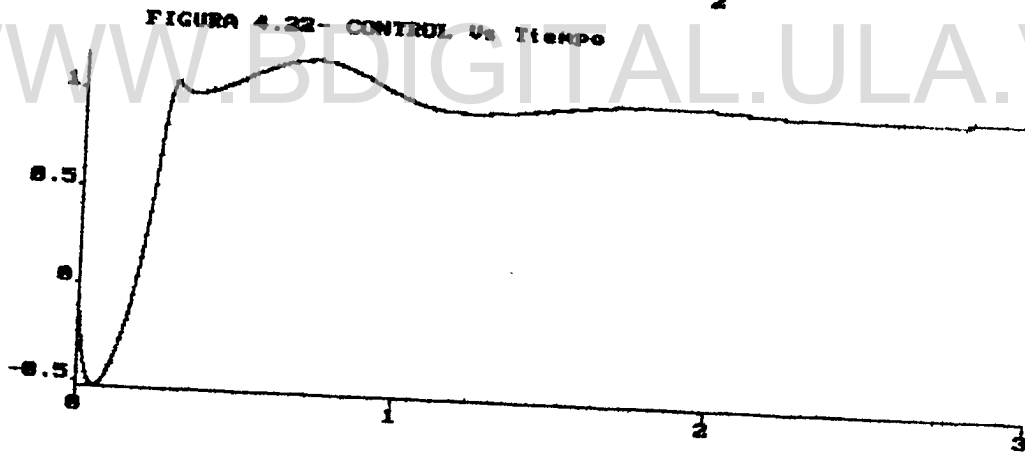
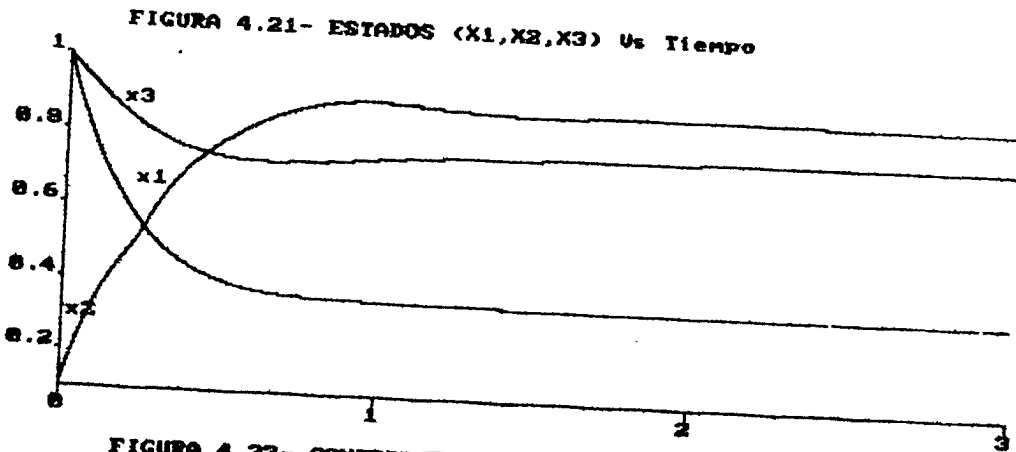


FIGURA 4.23- SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO (REAL/ESTIMADA)

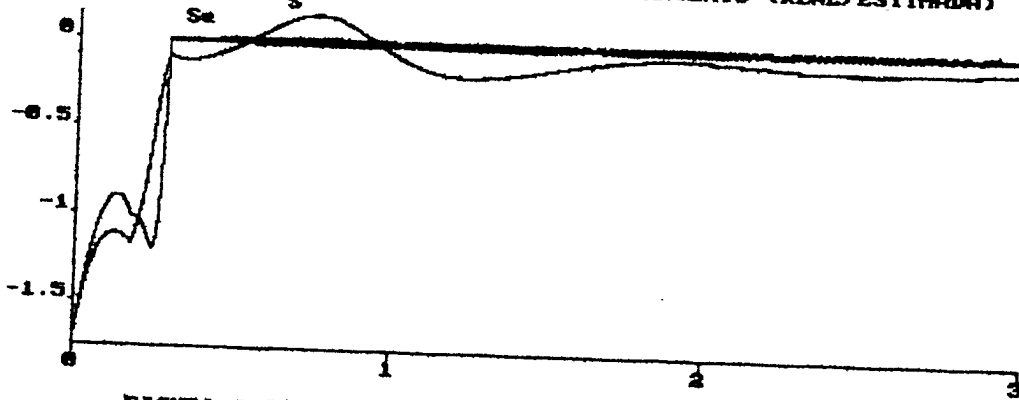


FIGURA 4.24A- ESTIMADOS DE LOS PARAMETROS (x_5, x_6)

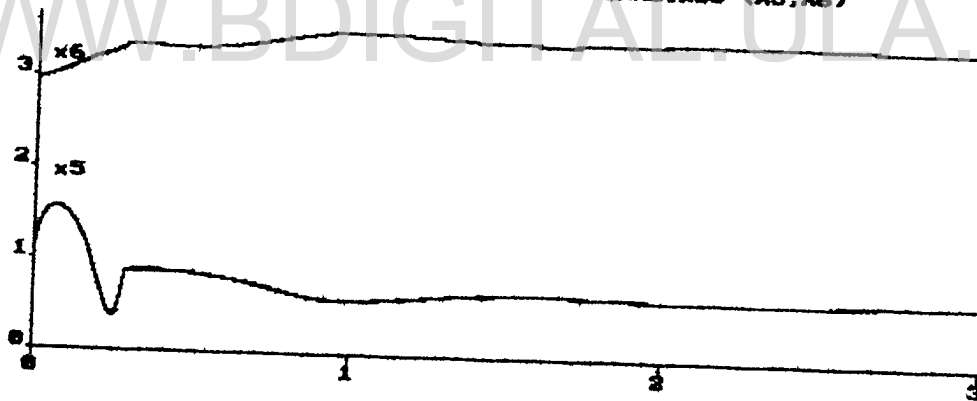


FIGURA 4.24B- ESTIMADO PARAMETRO (X7)

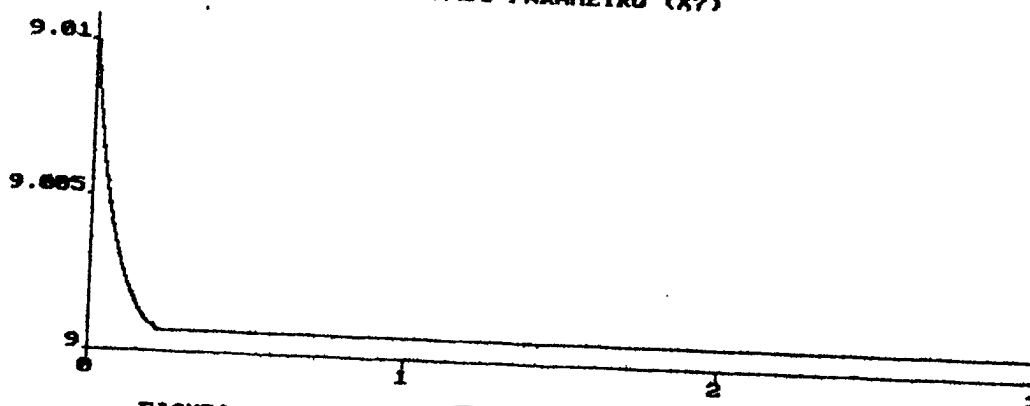


FIGURA 4.24C- ESTIMADO PARAMETRO (X8)

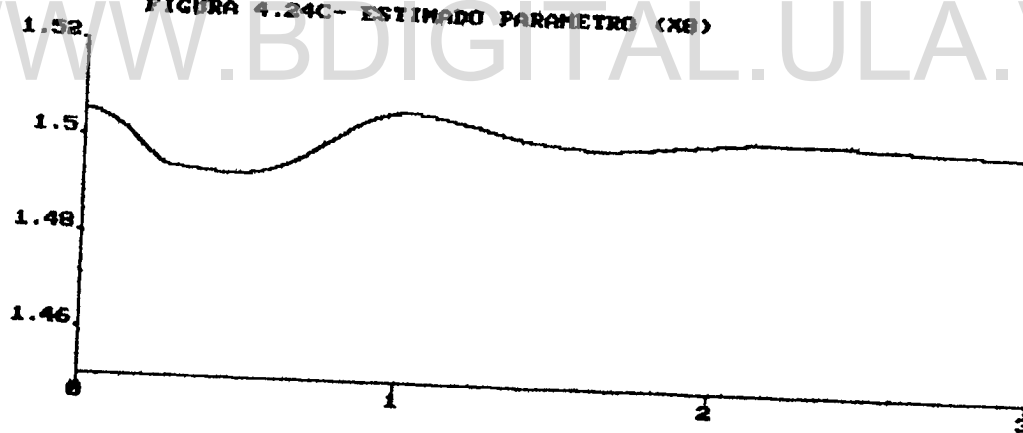


FIGURA 4.24D- ESTIMADO PARAMETRO (X9)

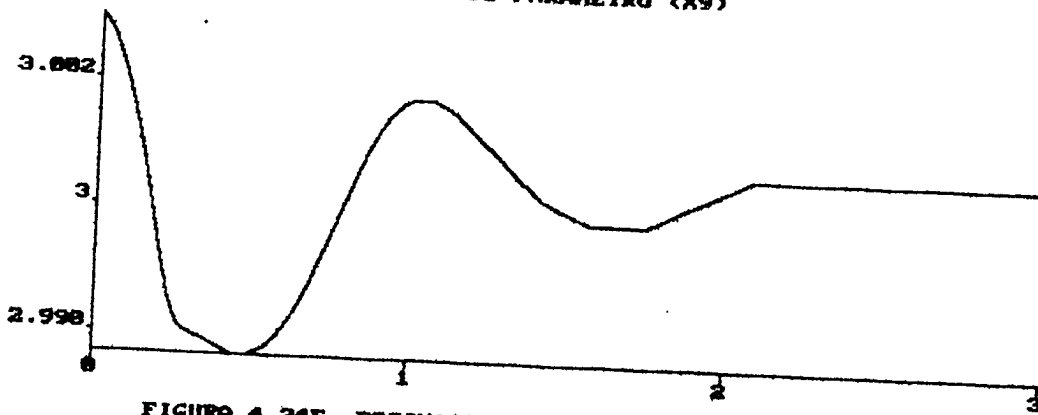
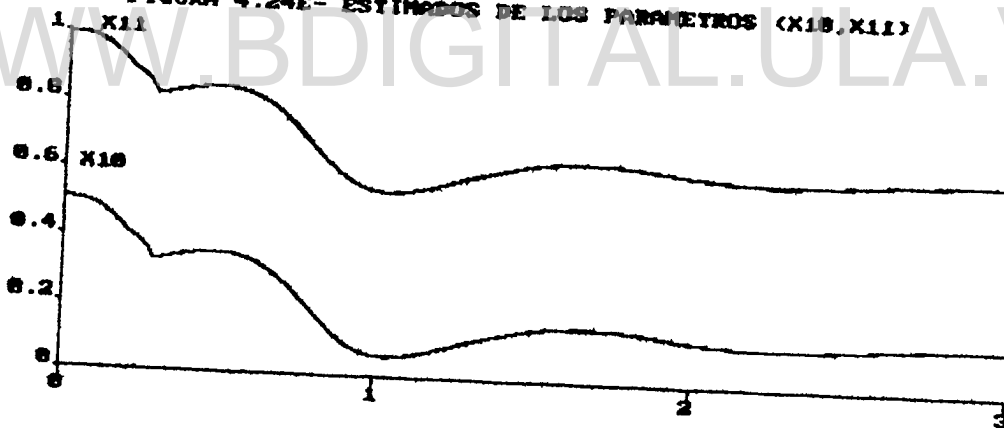
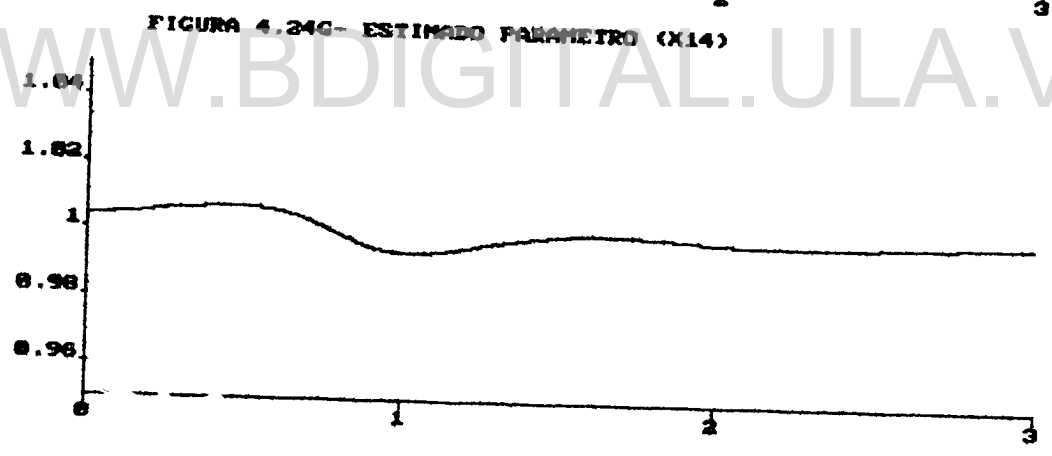
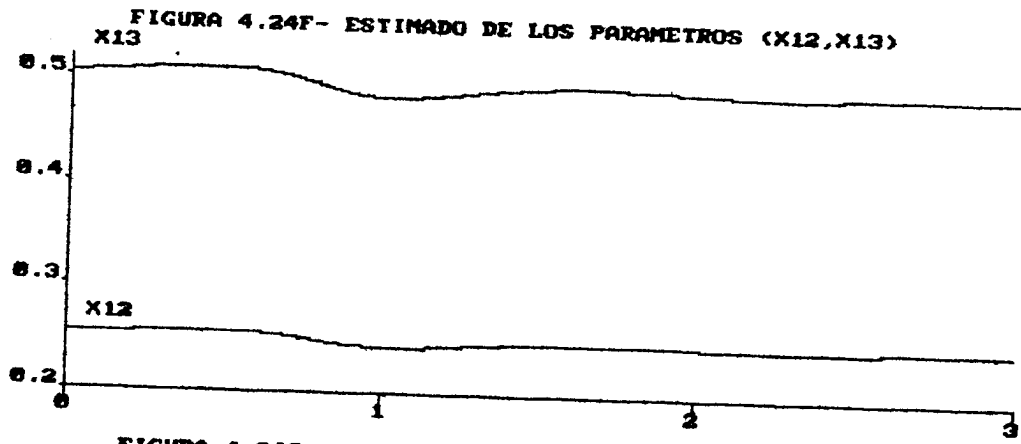
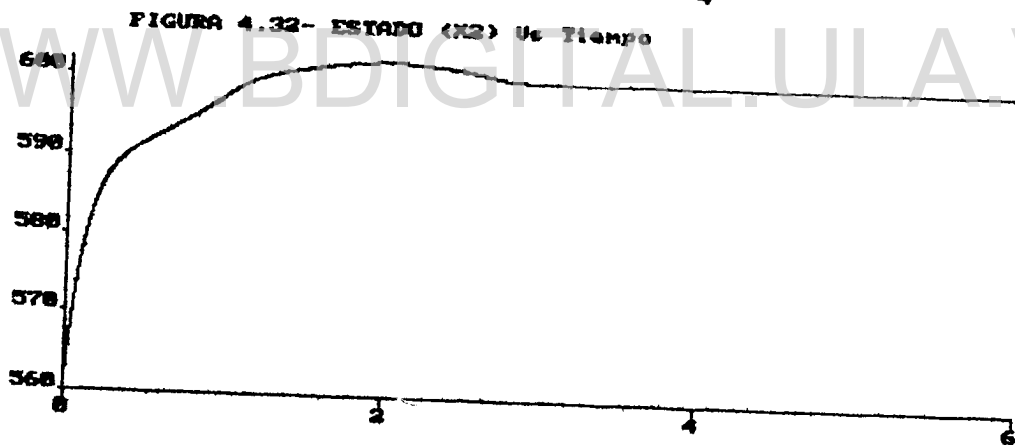
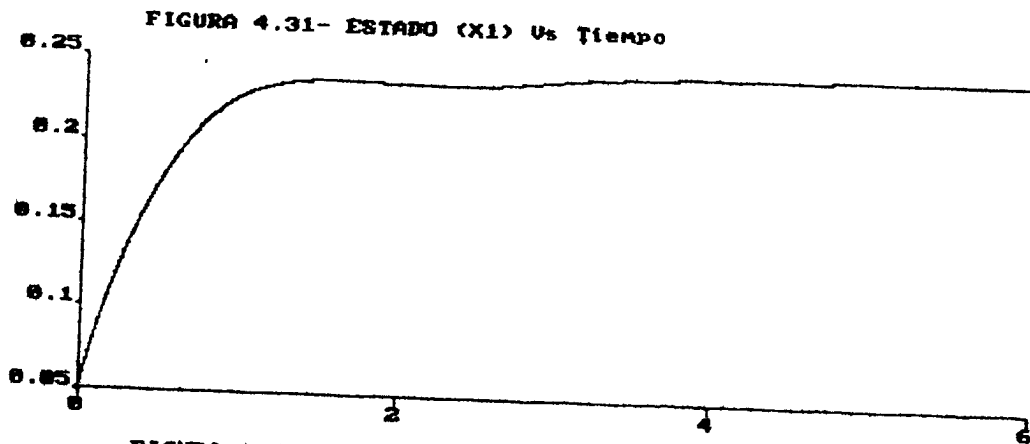
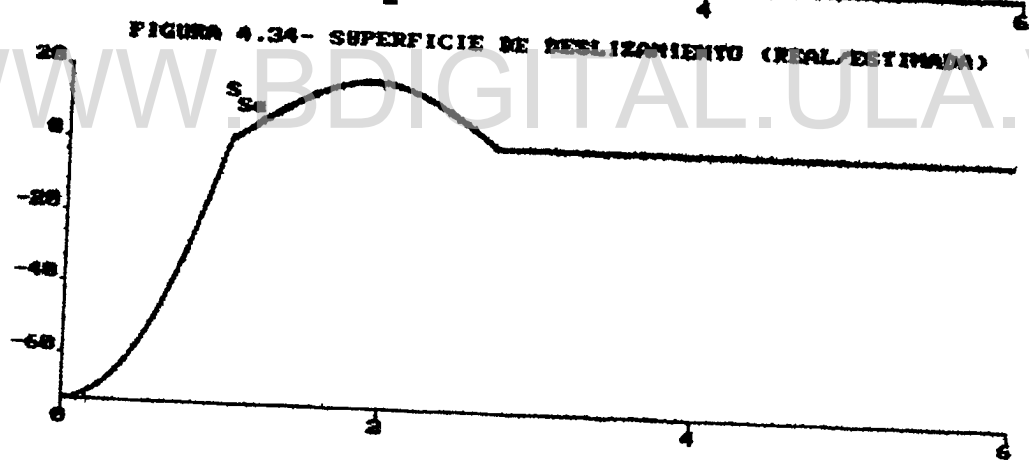
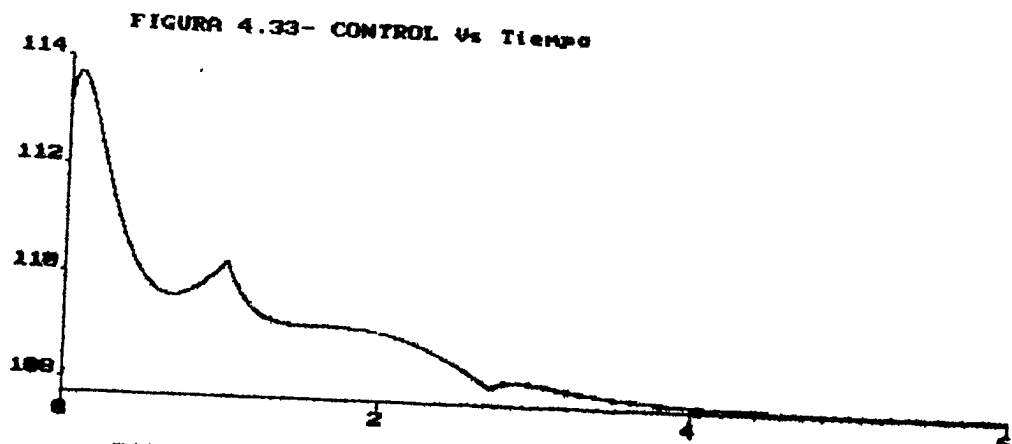


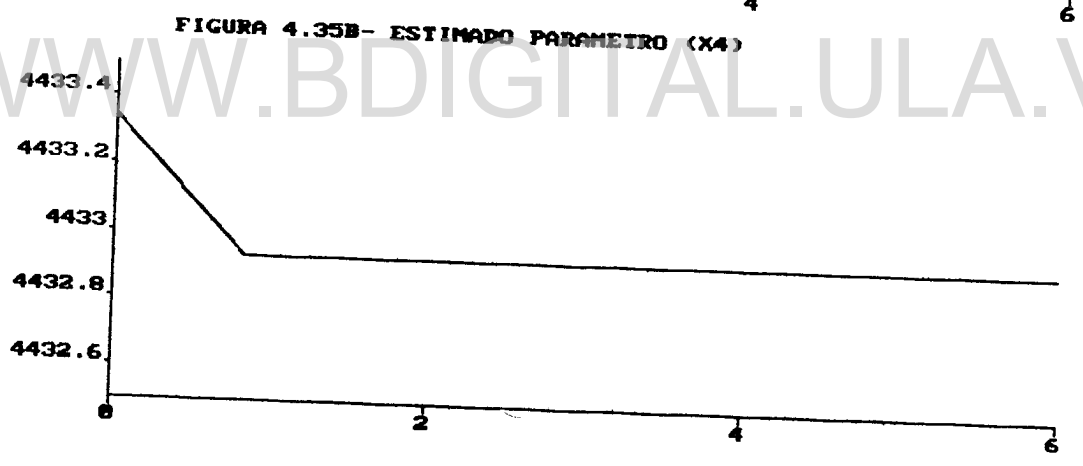
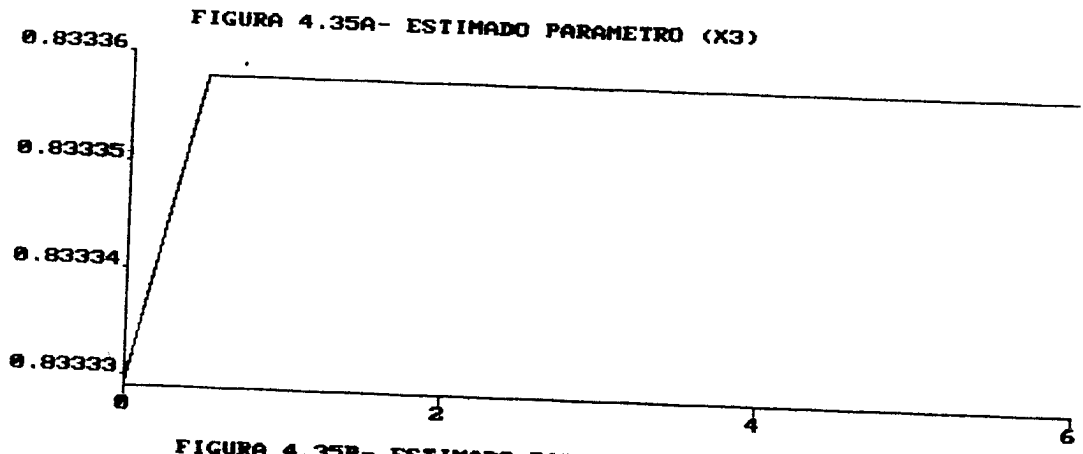
FIGURA 4.24E- ESTIMADOS DE LOS PARAMETROS (X10, X11)



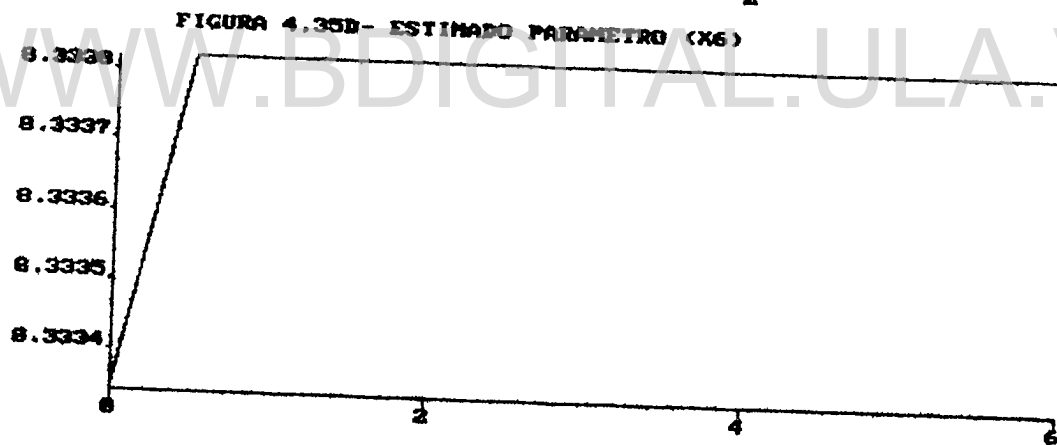
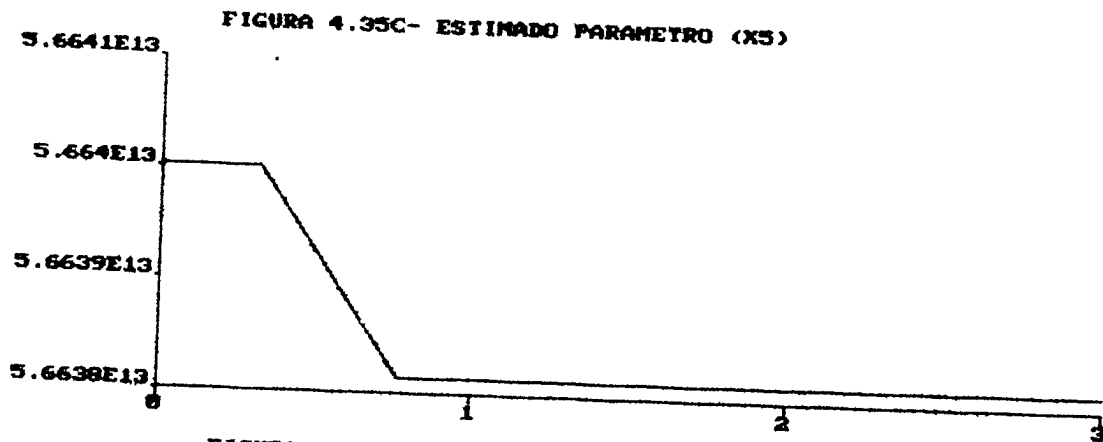








WWW.BDIGITAL.ULA.VE



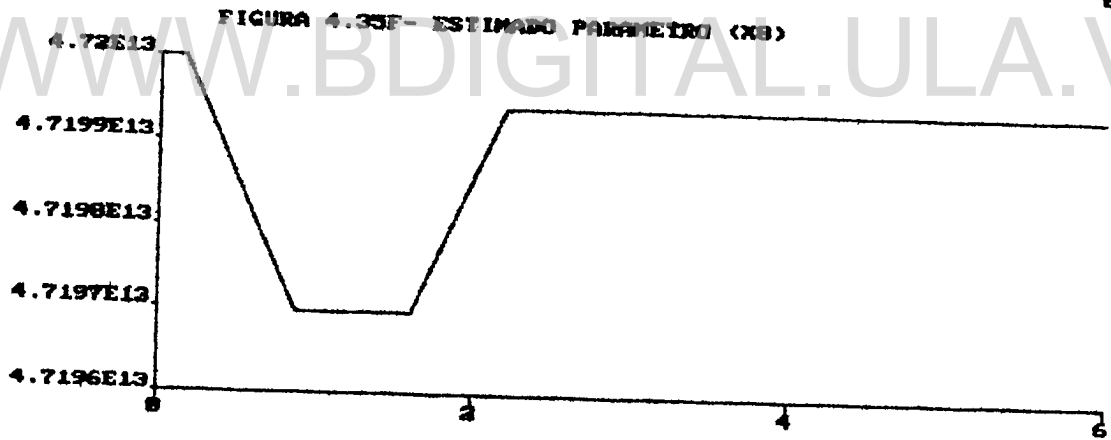
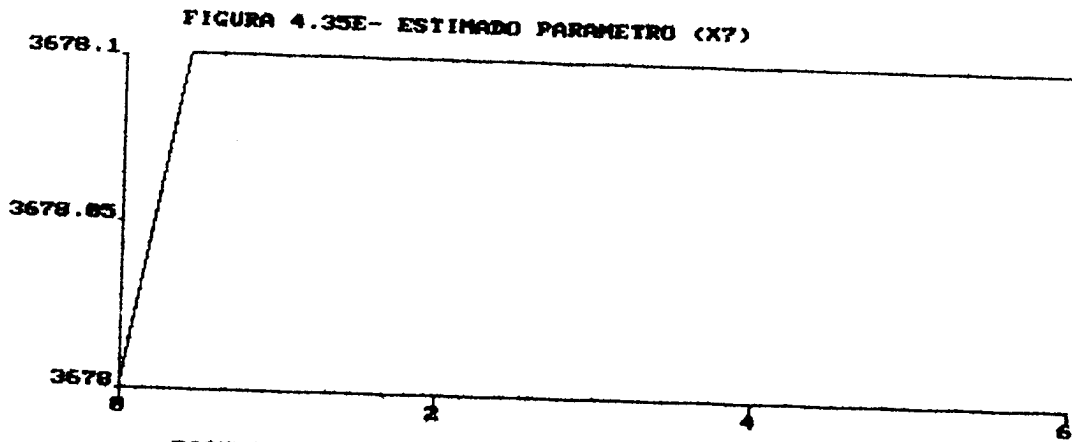


FIGURA 4.44L- ESTIMADO PARAMETRO (X15)

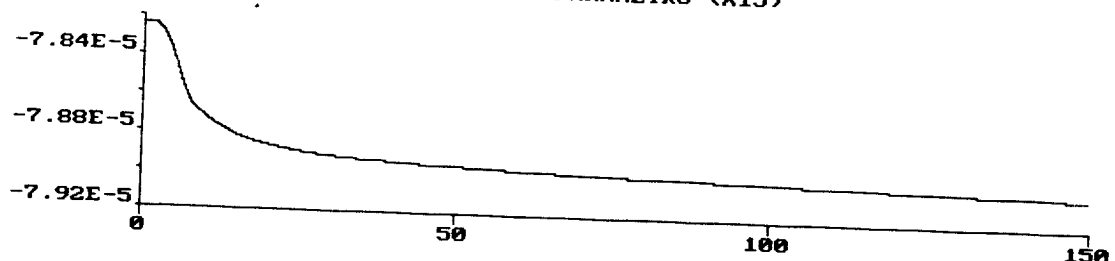


FIGURA 4.44M- ESTIMADO PARAMETRO (X16)

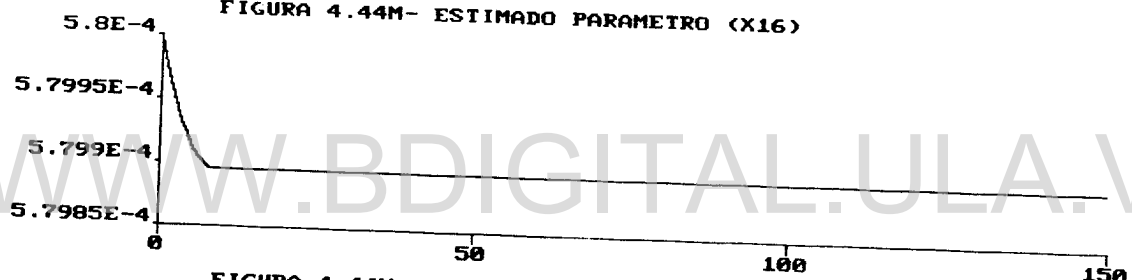
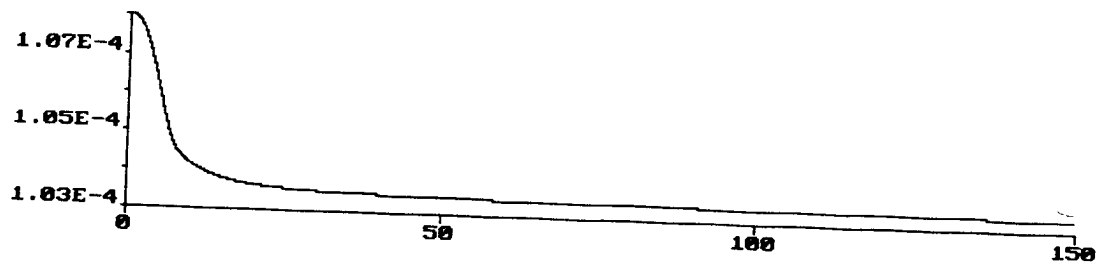
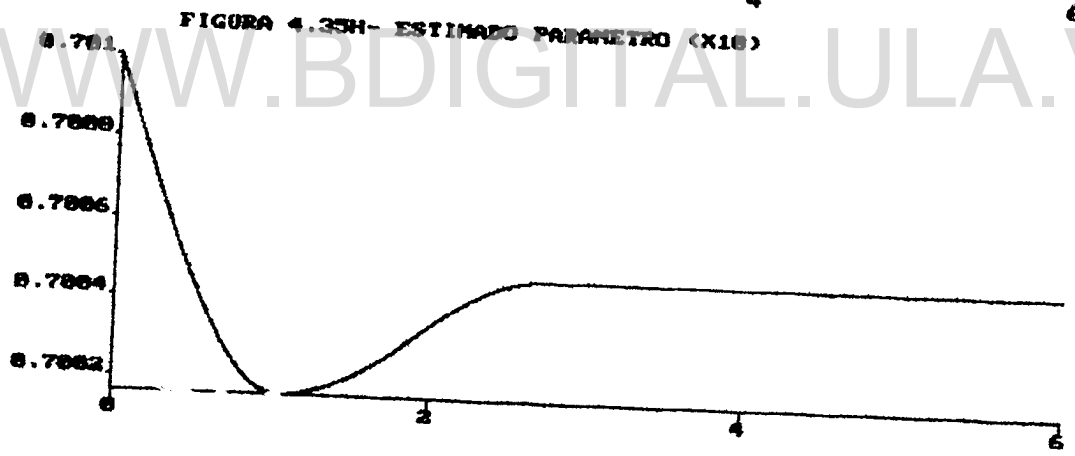
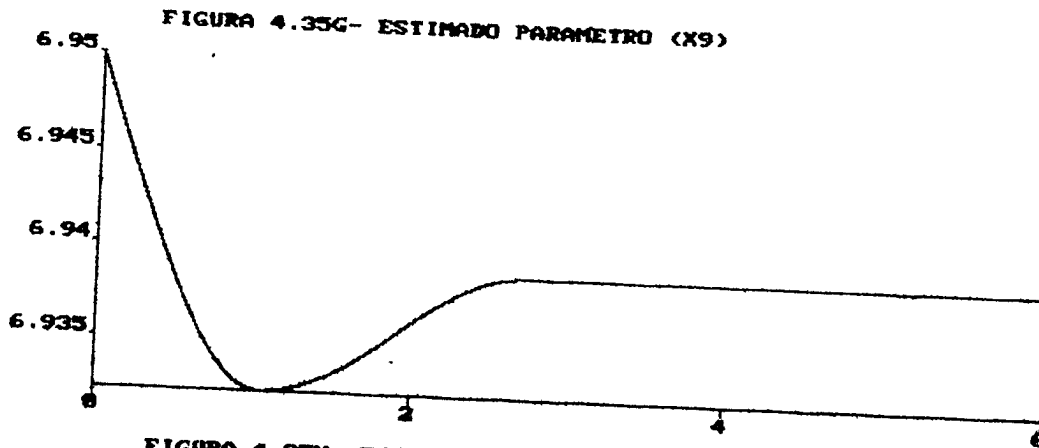
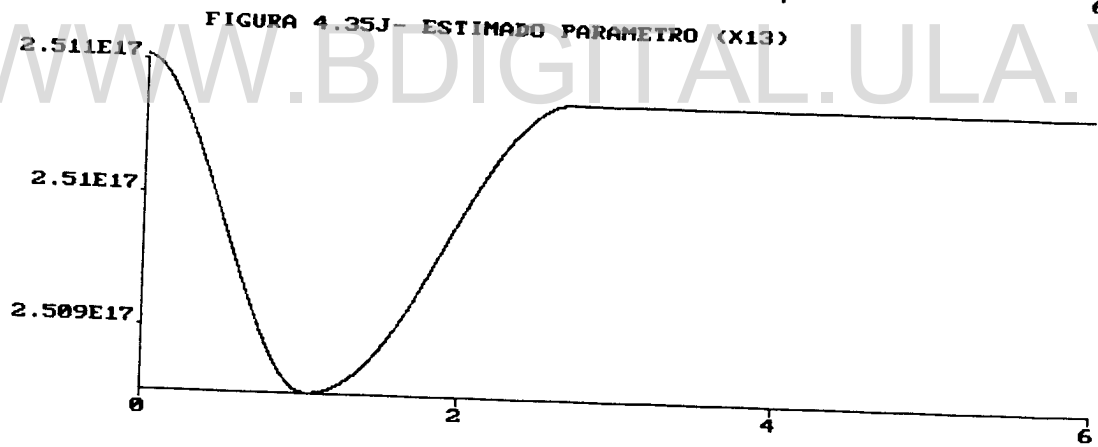
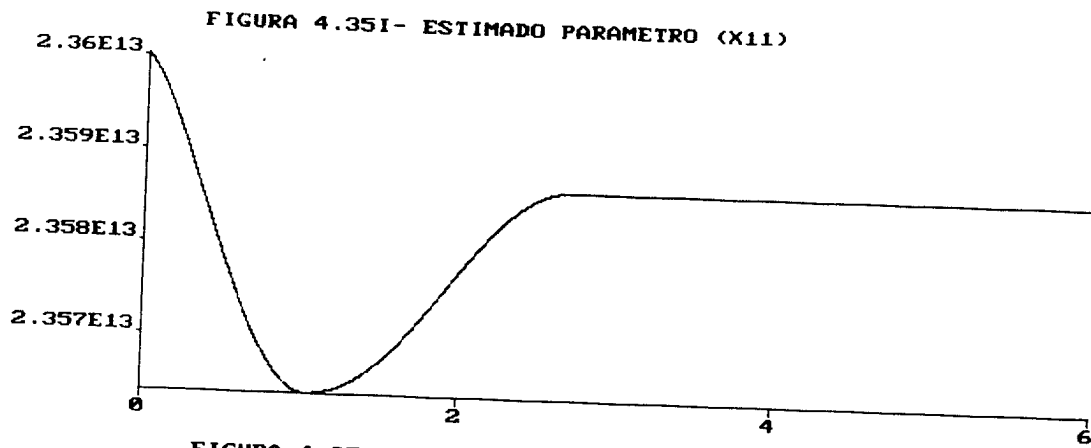
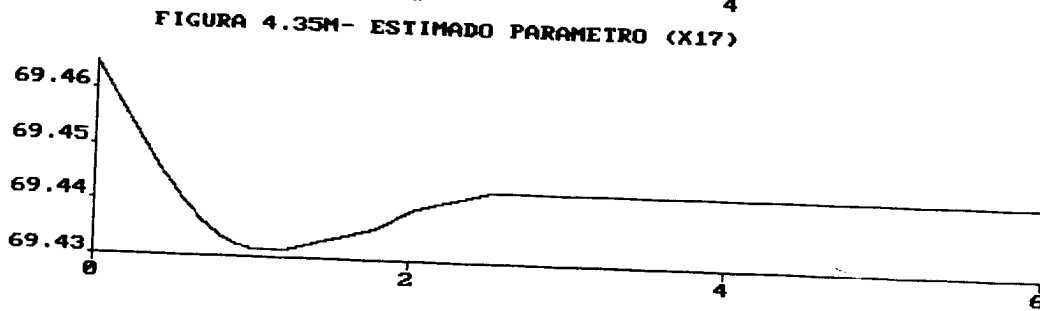
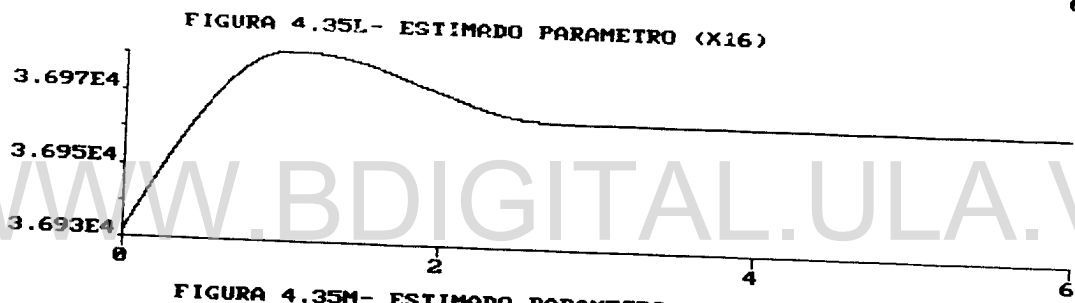
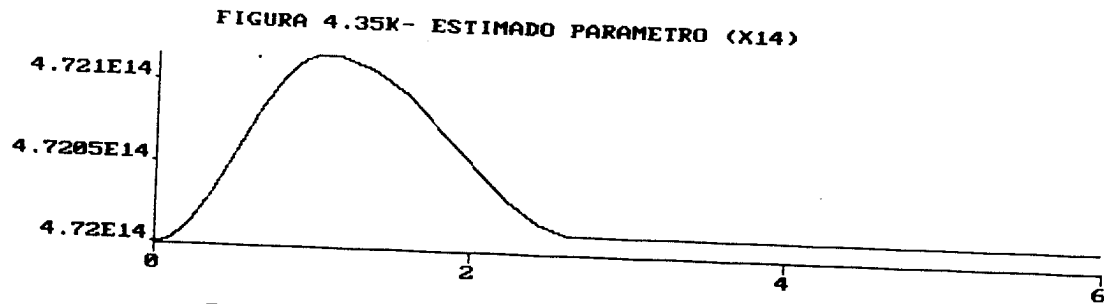


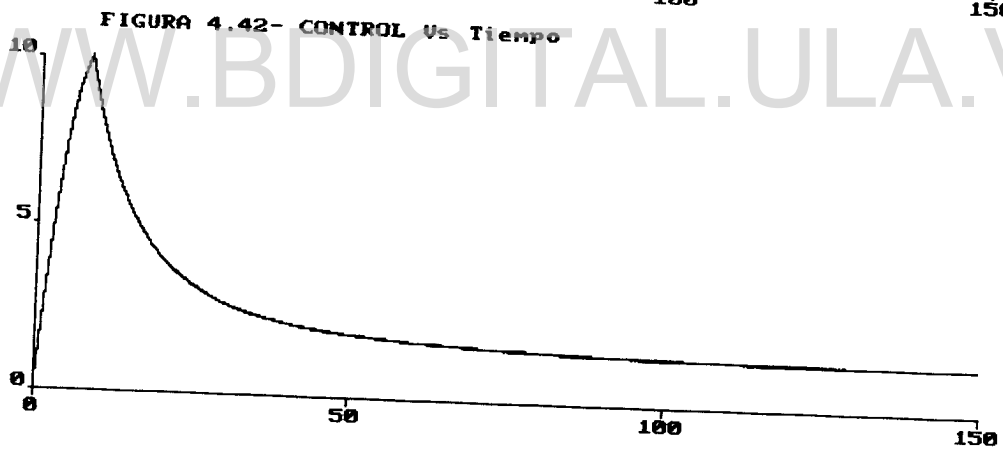
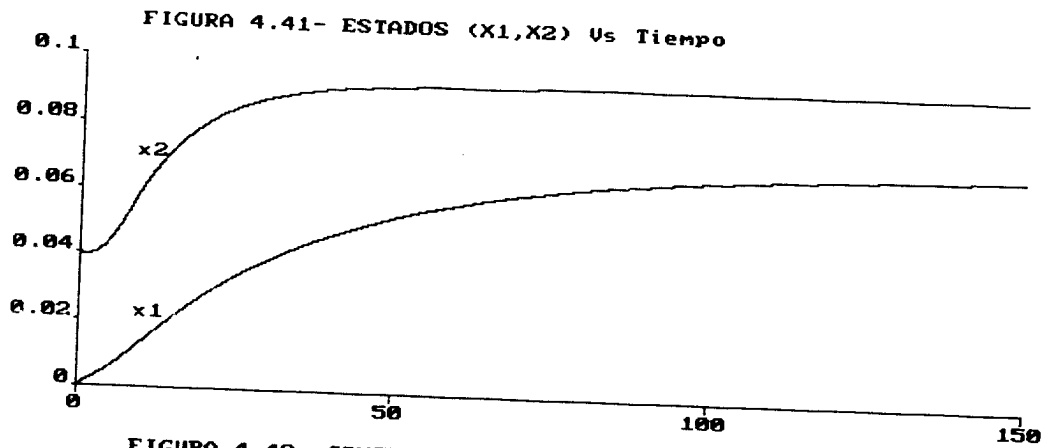
FIGURA 4.44N- ESTIMADO PARAMETRO (X17)

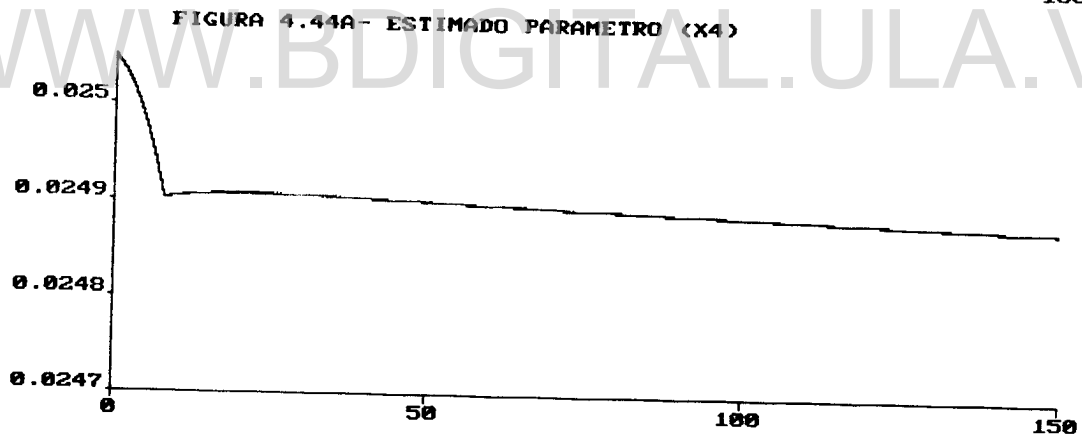
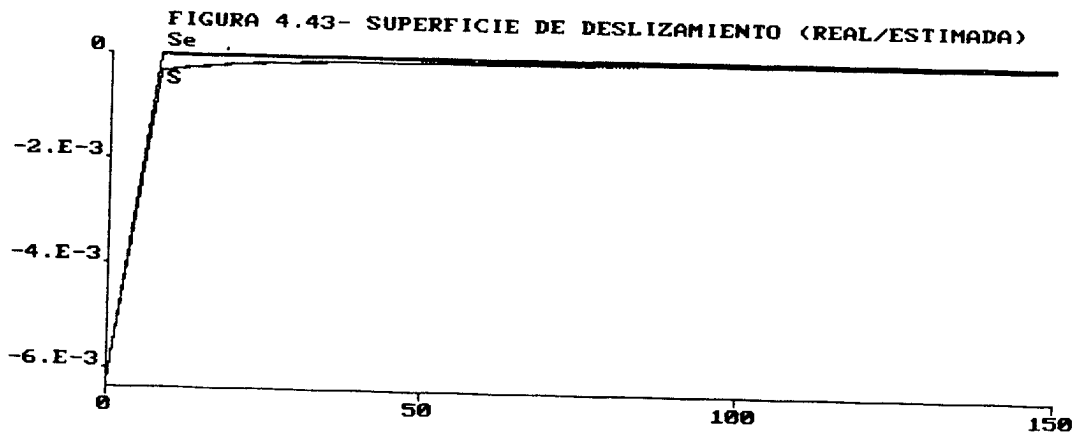


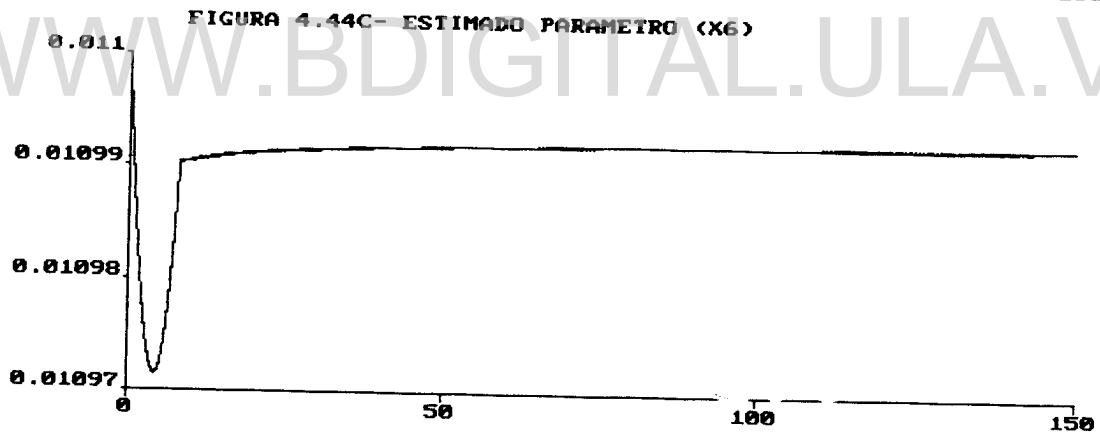
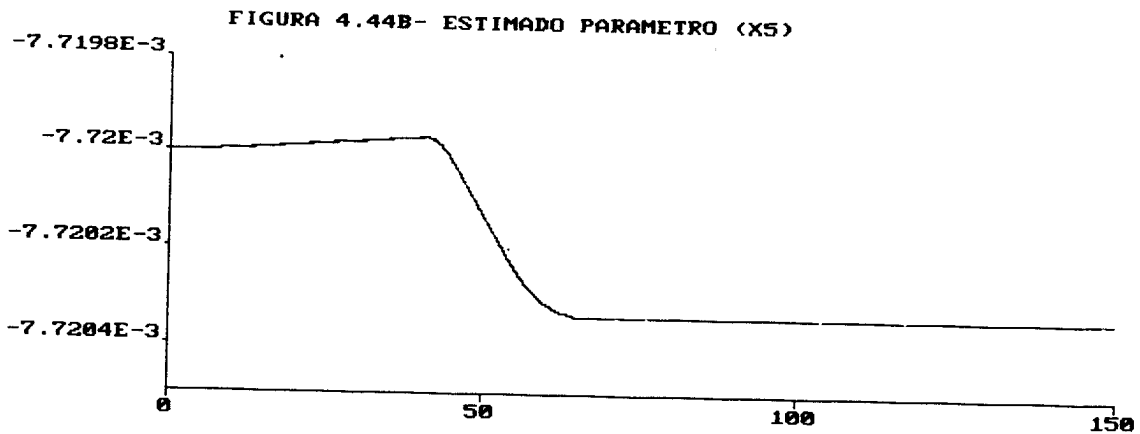


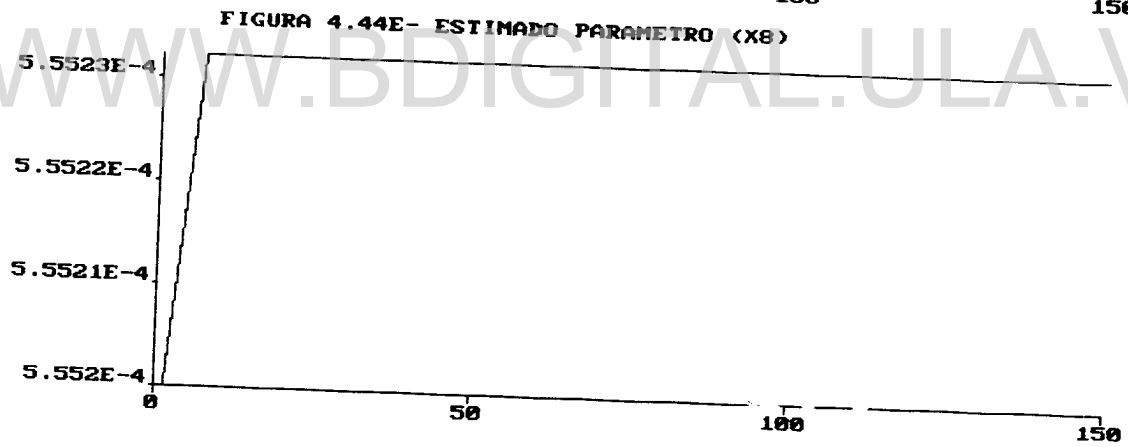
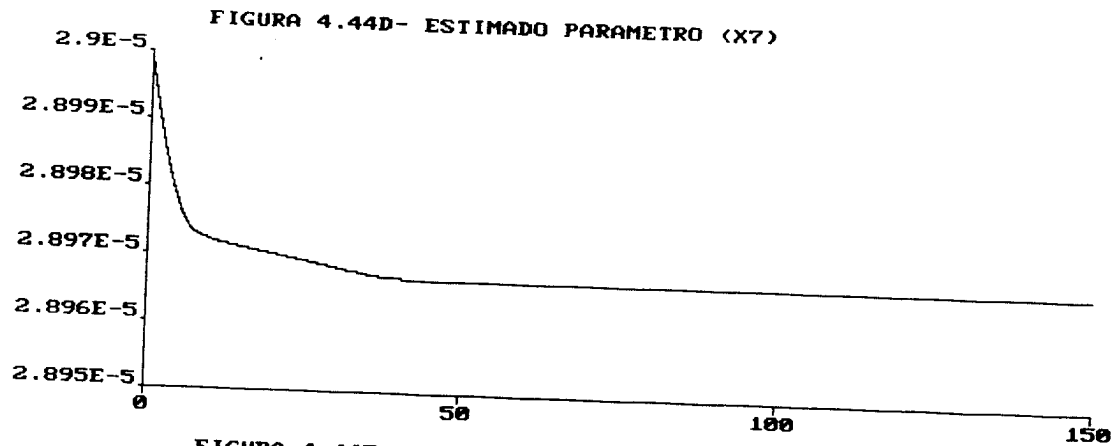












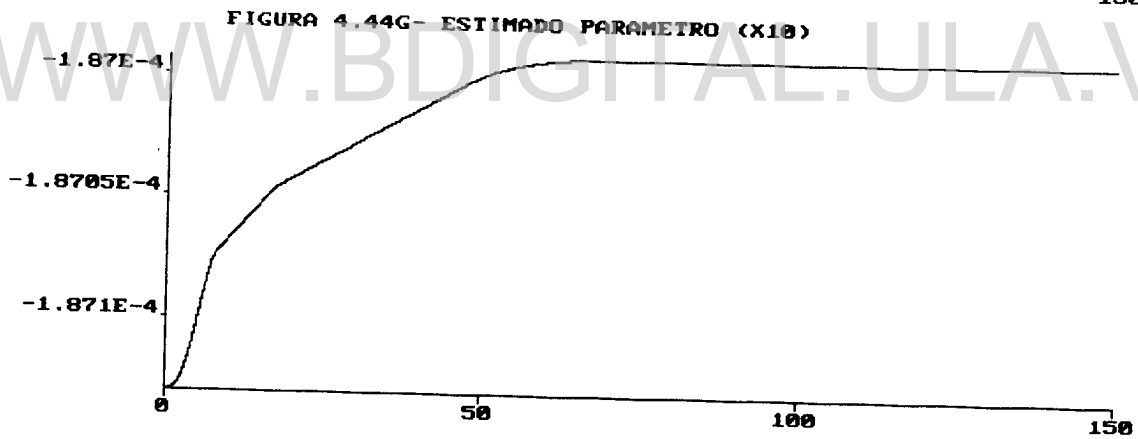
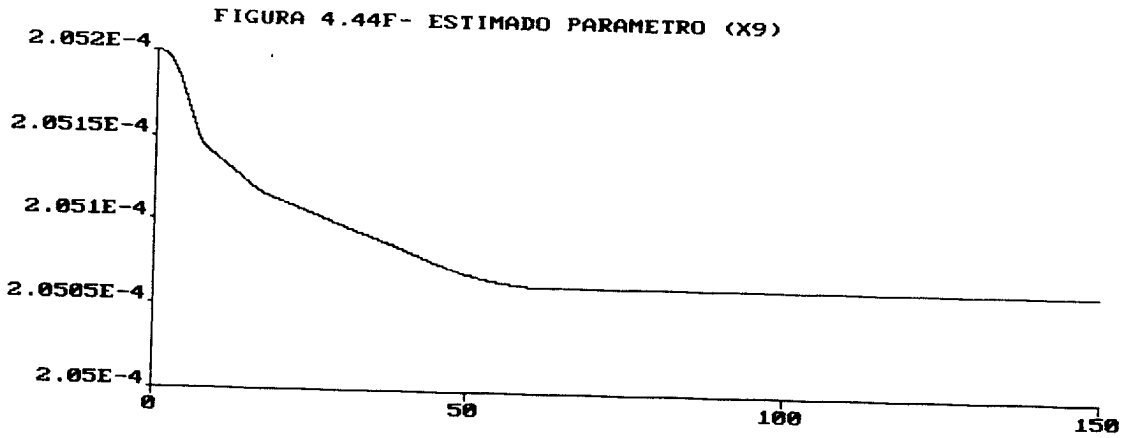


FIGURA 4.44H- ESTIMADO PARAMETRO (X11)

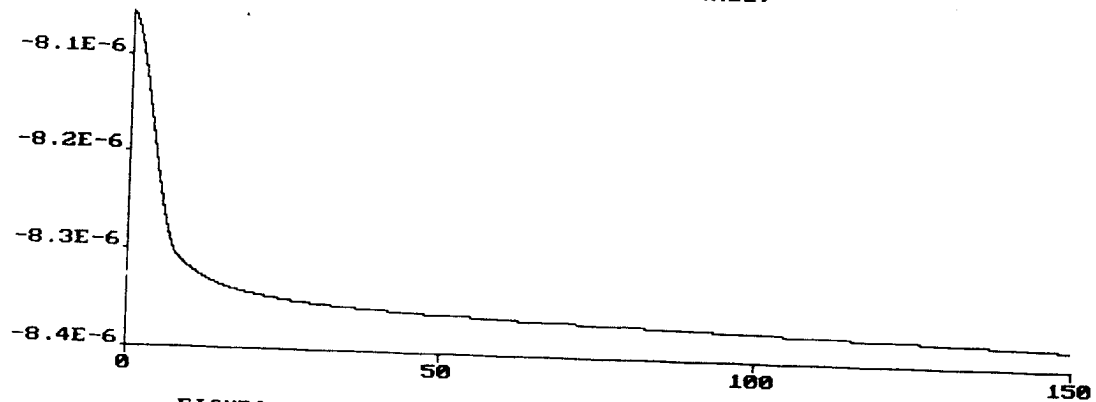
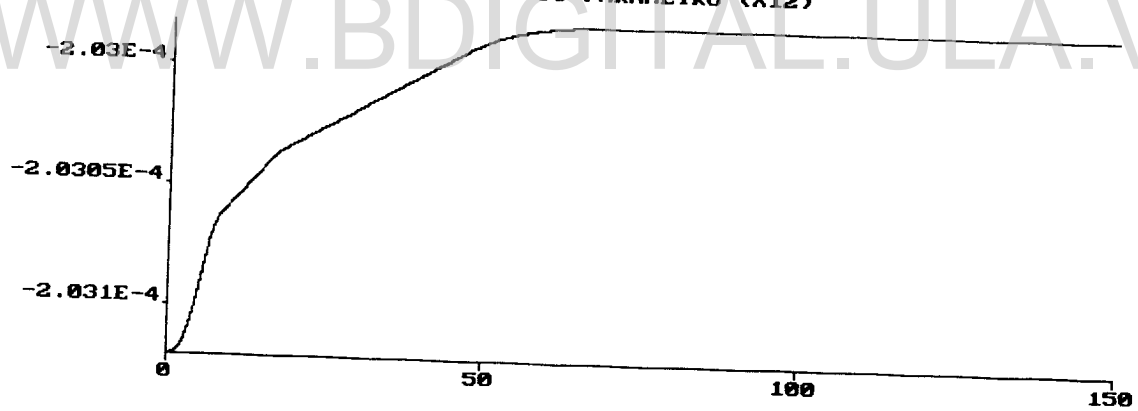
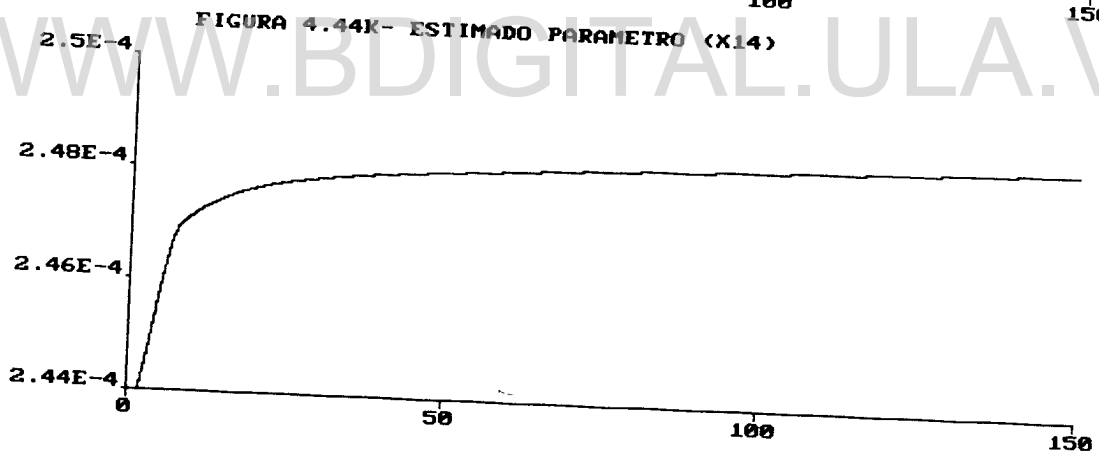
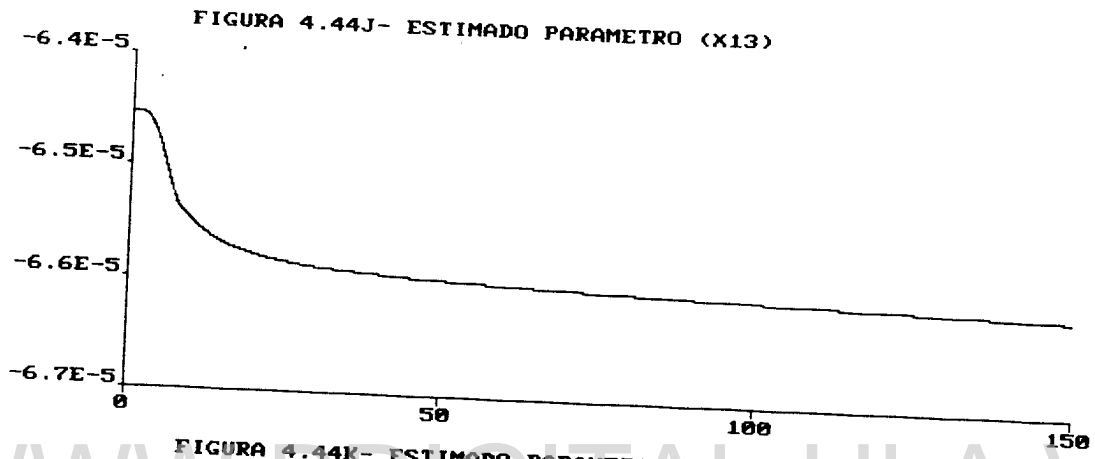
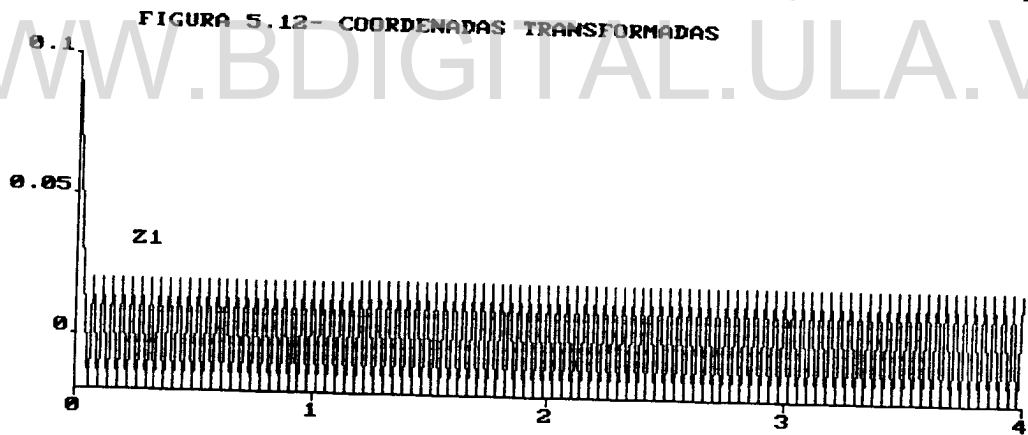
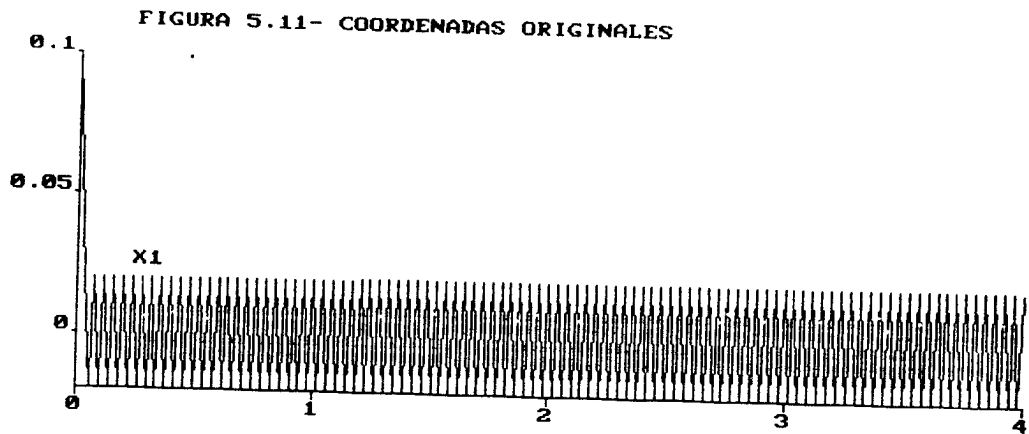
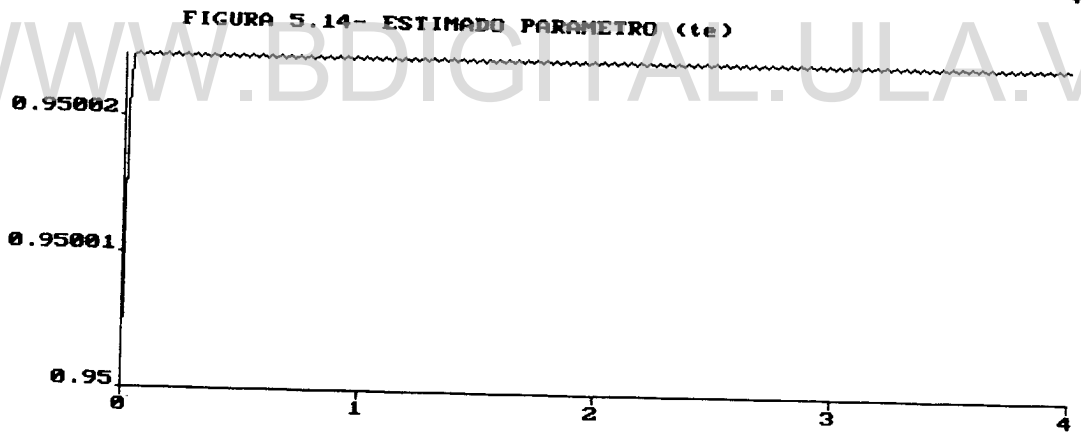
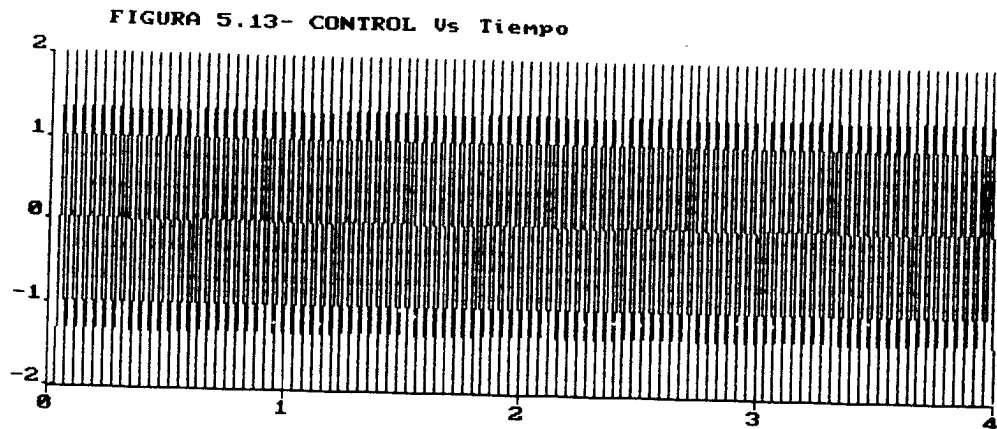


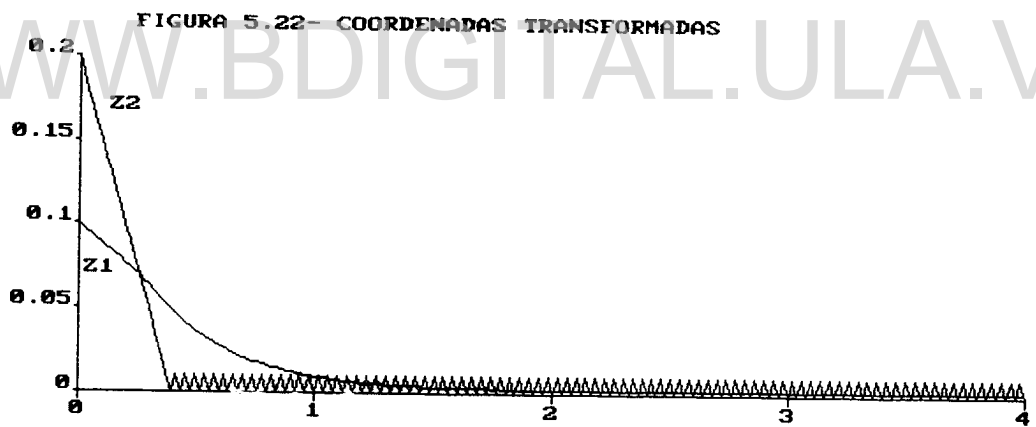
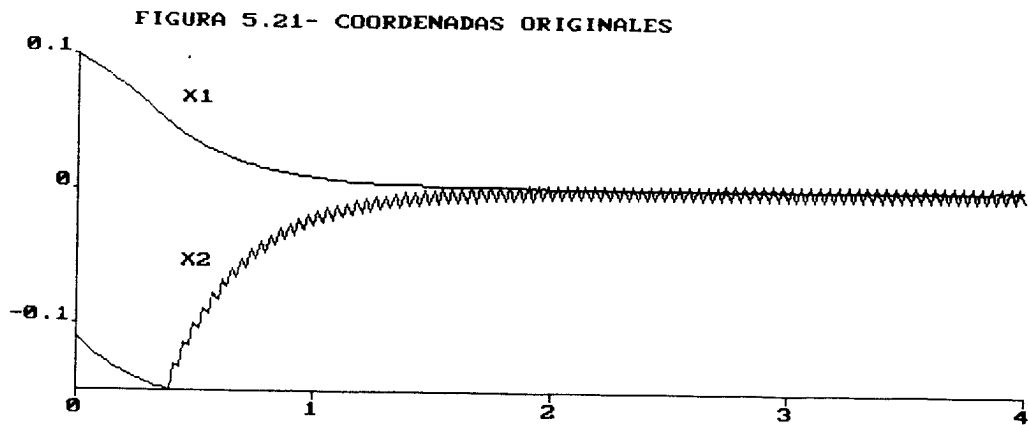
FIGURA 4.44I- ESTIMADO PARAMETRO (X12)

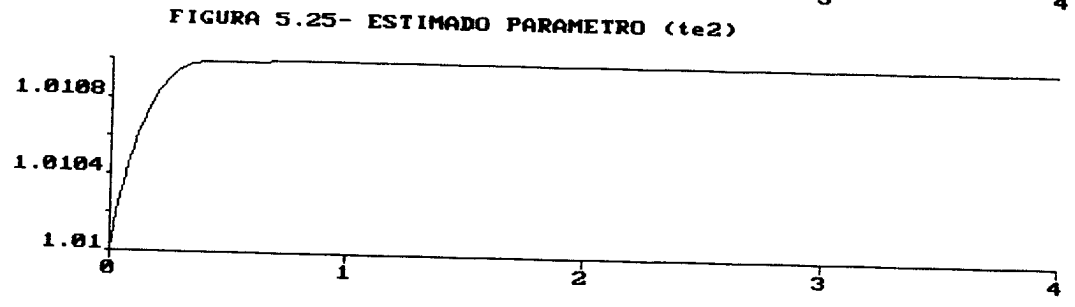
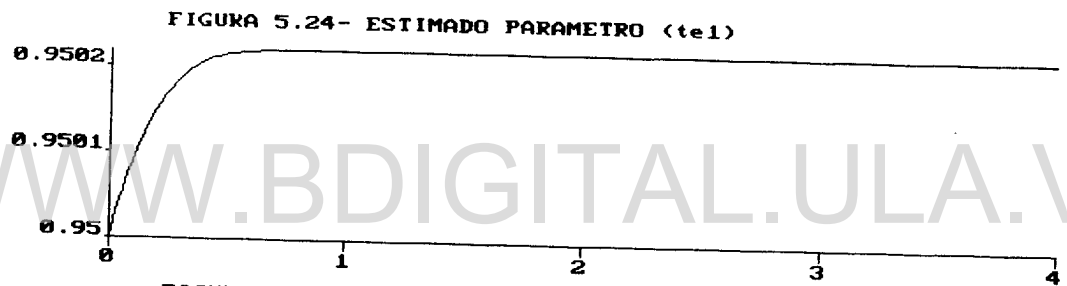
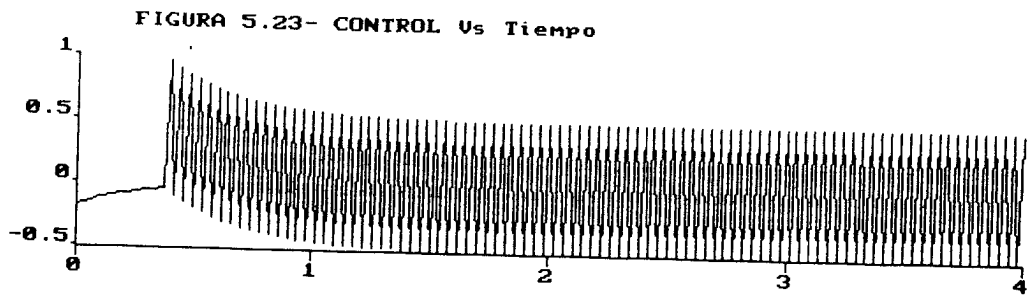












WWW.BDIGITAL.ULA.VE

ANEXO 2:

LISTADO DE PROGRAMAS

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

```

continuous system pqlerd
" Este programa simula el control por regimen deslizante
" de un tanque continuamente agitado por el metodo de
" ISIDORI.

time t
state x1 x2
der dx1 dx2

" Modelo del sistema

dx1= -(1+da1)*x1 + u
dx2= da1*x1-x2-da2*x2^2

" Salida

y = x1+x2-yd

" Superficie de deslizamiento

s= x1+x2-yd

" Controlador del sistema

u= if uc < 0 then 0 else uc

" Ecuacion del control calculado
uc= -W*sign(s)+x1+x2+da2*x2^2

"Parametros del modelo y del controlador

da1:1
da2:1
yd:3
W : 5

" Condiciones iniciales

x1:1
x2:1.5

end

```

```

continuous system pq2erd

" Este programa simula el control por regimen deslizando
" de un tanque continuamente agitado en el que se realiza
" una reaccion quimica isoterica por el metodo de Isidori.

time t
state x1 x2 x3
der dx1 dx2 dx3

" Modelo del sistema

dx1 = 1-(1+Da1)*x1 + Da2*x2^2
dx2 = Da1*x1 - x2 - (Da2+Da3)*x2^2 +u
dx3 = Da3*x2^2-x3

" Salida

y = x3-Yd

" Superficie de deslizamiento

s= da3*x2^2-x3+a1*(x3-Yd)

" Controlador del sistema

u = if uc<0 then 0 else uc

" Controlador calculado

uc= (-W*sign(s)-2*da3*x2*(da1*x1-x2-(da2+da3)*x2^2)+TER1)/2*da3*x2
TER1= da3*x2^2-x3-a1*(da3*x2^2-x3)

" Parametros del modelo y controlador

Da1:3
Da2:0.5
Da3:1
Yd:0.7737
W : 5
a1: 5

" Condiciones iniciales

x1:1
x2:0.1
x3:1

end

```

continuous system pq3erd

" Este programa simula el control por regimen deslizante
" de un tanque continuamente agitado donde ocurre una
" reaccion exotermica por el metodo de Isidori.

time t
state x1 x2
der dx1 dx2

" Modelo del sistema

$dx1 = (f/v)*co - (f/v)*x1 - a*x1*exp(-b/x2)$
 $dx2 = (f/v)*to - (f/v)*x2 + ((a*l)/cp)*x1*exp(-b/x2) + C01$
 $C01 = (h/(v*cp))*(u-x2)$

$t1 = (f/v)*co$
 $t2 = f/v$
 $t3 = a$
 $t4 = (f/v)*to$
 $t5 = (a*l/cp)$
 $t6 = (h/(v*cp))$

" Salida del sistema

$y = x2 - td$

" Superficie auxiliar

$s = x2 - td$

" Controlador del sistema

$u = \text{if } uc < 0 \text{ then } 0 \text{ else } uc$

" Ecuacion para el control calculado

$uc = (-W*sign(s) - t4 + t2*x2 - t5*x1*exp(-b/x2) + t6*x2) / t6$

" Parametros del modelo y del controlador

f:2000
v:2400
a:7.08E10
co:0.5
b:15080
to:5320
l:600
cp:0.75
h:15000
td:600
W:50

" Condiciones iniciales

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

x1:0.05
x2:560

end

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

```

continuous system pq4erd

" Este programa simula el control por regimen deslizante
" de un evaporador de doble efecto por el metodo de Isidori

time t
state x1 x2
der dx1 dx2

" Modelo del sistema

dx1= t1*fo*(co-x1)+t2*x1*u
dx2= t3*fo*(x1-x2)+(t4*x1+t5*x2)*u

" Salida del sistema

y = x2-x2d

" Salida auxiliar

s= x2 - x2d

" Control del sistema

u = if uc<0 then 0 else uc

" Ecuacion del controlador calculado

$$uc = \frac{-W \cdot \text{sign}(s) - t3 \cdot fo \cdot (x1 - x2)}{(t4 \cdot x1 + t5 \cdot x2)}$$


" Parametros del modelo y del controlador

fo:2.525
co:0.04
t1:0.0105
t2:8.509e-3
t3:9.523e-3
t4:-7.699e-3
t5:10.304e-3
W:8e-4
x2d:0.0939

" Condiciones iniciales

x1:0.0
x2:0.04

end

```

```

continuous system pqldrd

" Este programa simula el control dinamico por regimen deslizante
" de un tanque continuamente agitado. El controlador fue encontrado
" aplicando el metodo de Fliess.

time t
state x1 x2 uc
der dx1 dx2 duc

" Modelo del sistema

dx1 = - (1+Da1)*x1+u
dx2 = Da1*x1 - x2 - Da2*x2^2

" Salida del sistema

y = x1 +x2 -Yd

" Superficie de deslizamiento

s = -x1-x2-Da2*x2^2+u+a11*(x1+x2-Yd)

" Control del sistema

u = if uc<0 then 0 else uc

duc = -(1-a11)*(x1+x2-u+da2*x2^2)+ TER1
TER1 = -2*da2*x2^2+2*da1*da2*x1*x2-2*da2^2*x2^3-mu*sign(s)

" Parametros del modelo y del controlador

mu:5
a11:3
Yd: 3
Da1:1
Da2:1

" Condiciones iniciales

uc : 6
x1:0.5
x2:2.5

end

```

continuous system pq2drd

" Este programa simula el control dinamico por regimen deslizando
" de un tanque continuamente agitado en el que se realiza una
" reaccion quimica isotermica. El controlador fue encontrado
" aplicando el metodo del Flies.

time t
state x1 x2 x3 uc
der dx1 dx2 dx3 duc

" Modelo del sistema

$dx1 = 1 - (1 + Da1) * x1 + Da2 * x2^2$
 $dx2 = Da1 * x1 - x2 - (Da2 + Da3) * x2^2 + u$
 $dx3 = Da3 * x2^2 - x3$

" Salida del sistema

$y = x3 - Yd$

$x1p = 1 - (1 + Da1) * x1 + Da2 * x2^2$
 $x2p = Da1 * x1 - x2 - (Da2 + Da3) * x2^2 + u$
 $x3p = Da3 * x2^2 - x3$

" Ssuperficie de deslizamiento

$s = 2 * Da3 * Da1 * x1 * x2 - 3 * Da3 * x2^2 - 2 * Da3 * Da2 * x2^3 - 2 * Da3^2 * x2^3 + TER1$
 $TER1 = 2 * Da3 * x2 * u + x3 + 2 * si * wn * (x3p) + wn^2 * (x3 - Yd)$

" Control del sistema

$u = \text{if } uc < 0 \text{ then } 0 \text{ else } uc$

" Ecuacion para el calculo del controlador

$duc = (-W * \text{sign}(s) - 2 * Da3 * Da1 * x1p * x2 - 2 * Da3 * Da1 * x1 * x2p + TER2) / (2 * Da3 * x2)$
 $TER2 = 3 * Da3 * x2 * x2p + 6 * Da2 * Da3 * x2^2 * x2p + 6 * Da3^2 * x2^2 * x2p + TER3$
 $TER3 = -2 * Da3 * x2p * u - x3p - 4 * si * wn * Da3 * x2 * x2p + 2 * si * wn * x3p - wn^2 * x3p$

" Parametros del modelo y del controlador

Da1:3
Da2:0.5
Da3:1
Yd:0.7737
W : 5
si:0.9
wn:3

" Condiciones iniciales

x1:1
x2:0.1
x3:1

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

continuous system pq3drd

" Este programa simula el control dinamico por regimen deslizando
" de una tanque continuamente agitado donde ocurre una reaccion
" exotermica. El controlador fue encontrado aplicando el metodo
" de Flies.

time t
state x1 x2 uc
der dx1 dx2 duc

" Modelo del sistema

dx1= (f/v)*co-(f/v)*x1-a*x1*exp(-b/x2)
dx2= (f/v)*to-(f/v)*x2+((a*l)/cp)*x1*exp(-b/x2)+CO1
CO1= (h/(v*cp))*(u-x2)

t1 = (f/v)*co
t2 = f/v
t3= a
t4= (f/v)*to
t5= (a*l/cp)
t6= (h/(v*cp))

" Salida del sistema

y = x2-td

x1p= (f/v)*co-(f/v)*x1-a*x1*exp(-b/x2)
x2p= (f/v)*to-(f/v)*x2+((a*l)/cp)*x1*exp(-b/x2)+CO1

" Superficie de deslizamiento

s = t4-t2*x2+t5*x1*exp(-b/x2)-t6*(x2-u)+a1*(x2-td)

" Control del sistema

u = if uc<0 then 0 else uc

" Ecuacion para el calculo del controlador

duc = (-mu*sign(s)-t5*x1p*exp(-b/x2)-CO2)/t6
CO2= (-t2-t6+a1+(t5*x1*b)/(x2^2)*exp(-b/x2))*x2p

" Parametros del modelo y del controlador

f:2000
v:2400
a:7.08E10
co:0.5
b:15080
to:5320
l:600

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

cp:0.75
h:15000
td:600
mu:50
al:8

" Condiciones iniciales

x1:0.05
x2:560
uc:113

end

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

```

continuous system pq4rdd

" Este programa simula el control dinamico por regimen deslizando
" de un evaporador de doble efecto. El controlador fue encontrado
" aplicando el metodo de Fliess.

time t
state x1 x2 uc
der dx1 dx2 duc

" Modelo del sistema

dx1= t1*fo*(co-x1)+t2*x1*u
dx2= t3*fo*(x1-x2)+(t4*x1+t5*x2)*u

" Salida del sistema

y = x2-x2d

x1p= t1*fo*(co-x1)+t2*x1*u
x2p= t3*fo*(x1-x2)+(t4*x1+t5*x2)*u

" Superficie de deslizamiento

s= t3*fo*(x1-x2)+(t4*x1+t5*x2)*u+a1*(x2-x2d)

" Control del sistema
u = if uc<0 then 0 else uc

" Ecuacion para el calculo del controlador

duc= (-mu*sign(s)+C1)/(t4*x1+t5*x2)
C1= (-(t3*fo+t4*u)*x1p)-((t5*u-t3*fo+a1)*x2p)

" Parametros del modelo y del controlador

fo:2.525
co:0.04
t1:0.0105
t2:8.509e-3
t3:9.523e-3
t4:-7.699e-3
t5:10.304e-3
mu:8e-4
a1:0.1
x2d:0.0939

" Condiciones iniciales

x1:0.0
x2:0.04

end

```

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

```

continuous system pqlard

" Este programa simula el control adaptativo por regimen
" deslizante de un tanque continuamente agitado.

time t
state x1 x2 x3 x4 x5 x6 uc
der dx1 dx2 dx3 dx4 dx5 dx6 duc

" Modelo del sistema

dx1 = - (1+Da1)*x1+u
dx2 = Da1*x1 - x2 - Da2*x2^2

" Salida del sistema

y = x1 +x2 -Yd

" Superficie de deslizamiento real

s = -x1-x2-Da2*x2^2+u+al1*(x1+x2-Yd)

" Superficie de deslizamiento estimada

se = -x1-x2-x3*x2^2+u+al1*(x1+x2-Yd)

" Control del sistema

u = if uc<0 then 0 else uc

" Control adaptativo calculado

duc = -(1-al1)*(x1+x2-u+x3*x2^2)+ TER1
TER1 = -2*x3*x2^2+2*x4*x1*x2-2*x5*x2^3-mu*sign(se)

" Ecuaciones de los parametros y de los errores
" (Ley de estimacion de los parametros desconocidos
" del sistema )

dx3 = (1/k1)*((se-x6*x2^2)*(3-al1)*x2^2+mu*x2^2*sign(se))
dx6 = -(1/k1)*((se-x6*x2^2)*(3-al1)*x2^2+mu*x2^2*sign(se))

dx4 = (1/k2)*(-2*(se-x6*x2^2)*x1*x2)

dx5 = (1/k3)*(2*(se-x6*x2^2)*x2^3)

" Parametros del sistema y del controlador

mu:5
k1:30
k2:40
k3:40
al1:4
Da1:1
Da2:1

```

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

Yd:3

" Condiciones iniciales

uc:6

x1:0.5

x2:2.5

x3:1.05

x4: 0.85

x5: 0.57

x6:-0.05

end

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

continuous system pq2ard

" Este programa simula el control adaptativo por regimen
" deslizante de un tanque continuamente agitado donde
" ocurre una reaccion isotermica

```
time t
state x1 x2 x3 x5 u x6 x10 x11 x13
state x15 x16 x17 x18 x7 x8 x9 x12 x14
der dx1 dx2 dx3 dx5 du dx6 dx10 dx11 dx13
der dx15 dx16 dx17 dx18 dx7 dx8 dx9 dx12 dx14
```

" Modelo del sistema

```
dx1 = 1-(1+Da1)*x1 + Da2*x2^2
dx2 = Da1*x1 - x2 - (Da2+Da3)*x2^2 +r
dx3 = Da3*x2^2-x3
```

" Salida del sistema

```
y = x3-Yd
```

```
x1p = 1-(1+Da1)*x1 + Da2*x2^2
x2p = Da1*x1 - x2 - (Da2+Da3)*x2^2 +r
x3p = Da3*x2^2-x3
```

" Superficie de deslizamiento real

```
s = S1 + 2*xi*wn*x3p + wn^2*(x3-Yd)
S1 = 2*Da3*Da1*x1*x2-3*Da3*x2^2+x3+S2
S2 = 2*Da3*x2*r-2*Da3*(Da2+Da3)*x2^3
```

" Superficie de deslizamiento estimada

```
se = x5*(2*x2*r-3*x2^2+2*xi*wn*x2^2)+x6*2*x1*x2+T8
T8 = (-2*x10 -2*x11)*x2^3+(1-2*xi*wn+wn^2)*x3-wn^2*Yd
```

" Control del sistema

```
r = if u < 0 then 0 else u
```

" Ecuacion para el calculo del control adaptativo

```
du = v
v = (M4+M5+M6+M7+M8+M9+M10+M11+M12+M13+M14)/(2*x5*x2)
M4 =-W*sign(se)-2*xi*wn*x3+wn^2*x3+x3
M5 = x5*(-4*xi*wn*x2*r-wn^2*x2^2-7*x2^2+M50)
M50 = 6*xi*wn*x2^2+8*x2*r - 2*r*r
M6 = x6*(10*x1*x2-2*x2-4*x1*r-4*xi*wn*x1*x2)
M7 = x7*(2*x1*x2-2*x1^2)
M8 = x8*(8*x1*x2^2+2*x2^3)
M9 = x9*(8*x1*x2^2)
M10 = x10*(8*x2^2*r-12*x2^3+4*xi*wn*x2^3)
M11 = x11*(8*x2^2*r-12*x2^3+4*xi*wn*x2^3)
M12 = x12*(-6*x2^4)
```

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$M13 = x13*(-12*x2^4)$$

$$M14 = x14*(-6*x2^4)$$

" Ecuaciones de los parametros y de los errores
 " (Ley de estimacion de los parametros desconocidos
 " del sistema)

$$dx5 = (1/k1)*(T20-T4)$$

$$T20 = T1*(7*x2^2-8*x2*r+2*r^2+4*xi*wn*x2*r+T3)$$

$$T3 = -6*xi*wn*x2^2+wn^2*x2^2+2*x2*v$$

$$T4 = mu*(2*x2*r-3*x2^2+2*xi*wn*x2^2)*sign(se)$$

$$dx15 = -(1/k1)*(T21-T23)$$

$$T21 = T1*(7*x2^2-8*x2*r+2*r^2+4*xi*wn*x2*r+T22)$$

$$T22 = -6*xi*wn*x2^2+wn^2*x2^2+2*x2*v$$

$$T23 = mu*(2*x2*r-3*x2^2+2*xi*wn*x2^2)*sign(se)$$

$$dx6 = (1/k2)*(T30-T31)$$

$$T30 = T1*(2*x2-10*x1*x2+4*x1*r+4*xi*wn*x1*x2)$$

$$T31 = mu*2*x1*x2*sign(se)$$

$$dx16 = -(1/k2)*(T24-T25)$$

$$T24 = T1*(2*x2-10*x1*x2+4*x1*r+4*xi*wn*x1*x2)$$

$$T25 = mu*2*x1*x2*sign(se)$$

$$dx10 = (1/k6)*(T26+T27)$$

$$T26 = T1*(12*x2^3-8*x2^2*r-4*xi*wn*x2^3)$$

$$T27 = 2*mu*x2^3*sign(se)$$

$$dx17 = -(1/k6)*(T32+T33)$$

$$T32 = T1*(12*x2^3-8*x2^2*r-4*xi*wn*x2^3)$$

$$T33 = 2*mu*x2^3*sign(se)$$

$$dx11 = (1/k7)*(T34+T35)$$

$$T34 = T1*(12*x2^3-8*x2^2*r-4*xi*wn*x2^3)$$

$$T35 = 2*mu*x2^3*sign(se)$$

$$dx18 = -(1/k7)*(T28+T29)$$

$$T28 = T1*(12*x2^3-8*x2^2*r-4*xi*wn*x2^3)$$

$$T29 = 2*mu*x2^3*sign(se)$$

$$dx7 = (1/k3)*(T1*(2*x1^2-2*x1*x2))$$

$$dx8 = (1/k4)*(T1*(8*x1*x2^2+2*x2^3))$$

$$dx9 = (1/k5)*(T1*(8*x1*x2^2))$$

$$dx12 = (1/k8)*(T1*(-6*x2^4))$$

$$dx13 = (1/k9)*(T1*(-12*x2^4))$$

$$dx14 = (1/k10)*(T1*(-6*x2^4))$$

$$T1 = se+x15*(2*x2*r-3*x2^2+2*xi*wn*x2^2)+x16*(2*x1*x2)+T2$$

$$T2 = -x17*2*x2^3-x18*2*x2^3$$

Licencia Creative Commons:

```
" Parametros del sistema y del controlador
```

```
K1 :0.5  
K2 :1  
k3 :20  
k4 :20  
k5 :40  
K6 :1  
K7 :1  
k8 :20  
k9 :20  
k10:20  
mu :5  
Da1:3  
Da2:0.5  
Da3:1  
Yd:0.7737  
W : 5  
xi:0.9  
wn:3
```

```
" Condiciones iniciales
```

```
x1:1  
x2:0.1  
x3:1  
x5: 1.05  
x6: 2.97  
x7:9.0108  
x8: 1.5055  
x9:3.003  
x10 : 0.507  
x11 : 0.999  
x12 : 0.254  
x13 : 0.505  
x14: 1.0045  
x15 : -0.05  
x16 : 0.03  
x17 : -0.07  
x18 : 0.001
```

```
end
```

continuous system pq3ard

" Este programa simula el control adaptativo por regimen
" deslizando de un tanque continuamente agitado donde
" ocurre una reaccion exotermica.
" simulacion: paso de integracion 0.001 euler

```
time t
state x1 x2 u x3 x4 x5 x6 x18 x19 x20 x21 x7
state x9 x10 x16 x17 x8 x11 x13 x14
state x12 x15
der dx1 dx2 du dx3 dx4 dx5 dx6 dx18 dx19 dx20
der dx21 dx7 dx9 dx10 dx16 dx17 dx8 dx11 dx13
der dx14
der dx12 dx15
```

" Modelo del sistema

```
dx1= (f/v)*co-(f/v)*x1-a*x1*exp(-b/x2)
dx2= (f/v)*to-(f/v)*x2+((a*1)/cp)*x1*exp(-b/x2)+C01
C01= (h/(v*cp))*(r-x2)
```

```
t1 = (f/v)*co
```

```
t2 = f/v
```

```
t3= a
```

```
t4= (f/v)*to
```

```
t5= (a*1/cp)
```

```
t6= (h/(v*cp))
```

```
c1= exp(-b/x2)
```

```
c2= exp((-2*b)/x2)
```

" Salida del sistema

```
y = x2-td
```

" Superficie de deslizamiento real

```
s = t4-t2*x2+t5*x1*exp(-b/x2)-t6*(x2-r)+a1*(x2-td)
```

" Superficie de deslizamiento estimado

```
se= x4-x3*x2+x5*x1*c1-x6*(x2-r)+a1*(x2-td)
```

" Control del sistema

```
r = if u < 0 then 0 else u
```

" Ecuacion para el calculo del control adaptativo

```
du= p
```

```
p= (-mu*sign(se)+C3+C4+C5+C6+C7+C8)/x6
```

```
C3= x7-x10*x2+x8*(2*x1*c1+(x1*b*c1)/x2)
```

```
C4= -x11*c1-x9*(2*x2-r)+t5*t3*x1*c2
```

```
C5= -((x13*x1*b*c1)/(x2^2))-((t5^2)*((x1/x2)^2)*b*c2
```

```
C6= x16-x17*(x2-r)+x6*a1*(x2-r)-x4*a1
```

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

```
C7= x14*((x1*b*c1)/x2-((x1*b*r*c1)/(x2^2))+x1*c1)
C8= x3*a1*x2-x5*a1*x1*c1
```

```
" Ecuaciones de los parametros y de los errores
" (Ley de estimacion de los parametros desconocidos
" del sistema)
```

```
dx3= (1/k1)*(M1*(-a1*x2)-mu*x2*sign(se))
dx18= -(1/k1)*(M1*(-a1*x2)-mu*x2*sign(se))
```

```
dx4= (1/k2)*(M1*a1+mu*sign(se))
dx19= -(1/k2)*(M1*a1+mu*sign(se))
```

```
dx5= (1/k3)*(M1*a1*x1*c1+mu*x1*c1*sign(se))
dx20= -(1/k3)*(M1*a1*x1*c1+mu*x1*c1*sign(se))
```

```
dx6= (1/k4)*(M1*(p-a1*(x2-r))-mu*(x2-r)*sign(se))
dx21= -(1/k4)*(M1*(p-a1*(x2-r))-mu*(x2-r)*sign(se))
```

```
dx7= (1/k5)*(-M1)
```

```
dx8= (1/k6)*(M1*(-2*(x1*c1-(x1*b*c1)/x2)))
```

```
dx9= (1/k7)*(M1*(2*x2-r))
```

```
dx10= (1/k8)*(M1*x2)
```

```
dx11= (1/k9)*(M1*c1)
```

```
dx12= (1/k10)*(M1*(-x1*c2))
```

```
dx13= (1/k11)*(M1*((x1*b*c1)/(x2^2)))
```

```
dx14= (1/k12)*(M1*((-x1*b*c1/x2)+((x1*b*r*c1)/(x2^2))+x1*c1))
```

```
dx15= (1/k13)*(M1*((x1/x2)^2)*b*c2))
```

```
dx16= (1/k14)*(-M1)
```

```
dx17= (1/k15)*(M1*(x2-r))
```

```
M1 = se-x19+x18*x2-x20*x1*c1+x21*(x2-r)
```

```
" Parametros del sistema y del controlador
```

```
f:2000
v:2400
a:7.08E10
co:0.5
b:15080
to:5320
l:600
cp:0.75
h:15000
td:600
```

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

mu:50
al:8

" Condiciones iniciales

u:113
x1:0.05
x2:560
x3:0.833329
x4:4433.34
x5:5.66400000001e13
x6:8.33334
x7:3678
x8:4.7199981000e13
x9:6.95
x10:0.701
x11:2.36001500e13
x12:4.01E24
x13:2.511037800e17
x14:4.71999450e14
x15:3.20E27
x16:36931.5
x17:69.465
x18:0.000004
x19:0.01
x20:-100
x21:-0.00001
k1:1e10
k2:1000
k3:3e-19
k4:5e8
k5:500
k6:1e-18
k7:3e6
k8:3.5e7
k9:1e-20
k10:1e-31
k11:1e-26
k12:1e-20
k13:1e-31
k14:1
k15:7e5

end

```

continuous system pq4ard

" Este programa simula el control adaptativo por regimen
" deslizante de un evaporador de doble efecto.
" Simulacion: algoritmo euler paso de integracion 0.01

time t
state x1 x2 u x4 x5 x6 x18 x19 x20
state x7 x8 x9
state x10 x11 x12
state x13 x14 x15 x16 x17
der dx1 dx2 du dx4 dx5 dx6 dx18 dx19 dx20
der dx7 dx8 dx9 dx10 dx11 dx12
der dx13 dx14 dx15 dx16 dx17

" Modelo del sistema

dx1= t1*fo*(co-x1)+t2*x1*r
dx2= t3*fo*(x1-x2)+(t4*x1+t5*x2)*r

x1p= t1*fo*(co-x1)+t2*x1*r
x2p= t3*fo*(x1-x2)+(t4*x1+t5*x2)*r

" Salida del sistema

y = x2-x2d

" Superficie de deslizamiento real
s= t3*fo*(x1-x2)+(t4*x1+t5*x2)*r+a1*(x2-x2d)

" Superficie de deslizamiento estimada
se= x4*(x1-x2)+(x5*x1*r+x6*x2*r)+a1*(x2-x2d)

" Control del sistema

r = if u < 0 then 0 else u

" Ecuacion para el calculo del control adaptativo

du= v
v= (-mu*sign(se)+C1)/(x5*x1+x6*x2)
C1= -x7+x8*x1+C2
C2= -x9*x1*r-x11*r+x12*x1*r+C3
C3= -x13*x1*(r^2)-x14*(x1*r-2*x2*r)+C4
C4= x16*(x1-x2)-x4*a1*(x1-x2)+C5
C5= -(x15*x1*(r^2))-(x17*x2*(r^2))+C6
C6= x10*x1*r-a1*x5*x1*r-x6*a1*x2*r

" Ecuaciones de los parametros y errores
" (Ley de estimacion de los parametros desconocidos
" del sistema)

```

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

```

dx4= (1/k1)*(M1*a1*(x1-x2)-mu*(x1-x2)*sign(se))
dx18= -(1/k1)*(M1*a1*(x1-x2)-mu*(x1-x2)*sign(se))

dx5= (1/k2)*(M1*(a1*x1*r+x1*v)-mu*x1*r*sign(se))
dx19= -(1/k2)*(M1*(a1*x1*r+x1*v)-mu*x1*r*sign(se))

dx6= (1/k3)*(M1*(a1*x2*r+x2*v)-mu*x2*r*sign(se))
dx20= -(1/k3)*(M1*(a1*x2*r+x2*v)-mu*x2*r*sign(se))

dx7= (1/k4)*(M1)
dx8= (1/k5)*(M1*(-x1))
dx9= (1/k6)*(M1*x1*r)
dx10= (1/k7)*(-M1*x1*r)
dx11= (1/k8)*(M1*r)
dx12= (1/k9)*(M1*(-x1*r))
dx13= (1/k10)*(M1*(x1*(r^2)))
dx14= (1/k11)*(M1*(x1*r-2*x2*r))
dx15= (1/k12)*(M1*(x1*(r^2)))
dx16= (1/k13)*(M1*(-x1+x2))
dx17= (1/k14)*(M1*(x2*(r^2)))

```

```

M1= se+(x18*(x1-x2)+x19*x1*r+x20*x2*r)

```

```

" Parametros del sistema y del controlador

```

```

fo:2.525
co:0.04
t1:0.0105
t2:8.509e-3
t3:9.523e-3
t4:-7.699e-3
t5:10.304e-3
mu:8e-4
a1:0.1
x2d:0.0939

```

```

" Condiciones Iniciales

```

```

x1:0.0
x2:0.04
x4:0.02505
x5:-0.00772
x6:0.011
x7:2.9e-5
x8:5.5520e-4
x9:2.052e-4
x10:-1.8713e-4
x11:-8.0555e-6
x12:-2.0312e-4
x13:-6.4520e-5
x14:2.4355e-4
x15:-7.8232e-5
x16:5.8e-4
x17:1.08e-4
x18:-0.001

```

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

```
x19:0.000101
x20:-0.000696
k1:1
k2:3200
k3:40
k4:1e6
k5:3000
k6:1e4
k7:1e4
k8:5e5
k9:1e4
k10:5000
k11:3000
k12:1e4
k13:1e4
k14:1e4

end
```

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

```

continuous system ejem
" Este programa simula:
"       $x1' = u + \theta x1^2$ 
" por el metodo de BACKSTEPPING

state x1 z1 e te
der dx1 dz1 de dte

dx1 = u + theta*x1*x1
dz1 = -W*sign(z1) + e*z1*z1
u = -W*sign(z1) - te*z1*z1

de = -z1*z1*z1
dte = z1*z1*z1

W : 2
c1: 3
x1:0.1
z1:0.1
theta : 1
te : 0.95
e : 0.05
end

```

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

```

continuous system ejemdd

" Este programa simula:
"      x1' = x2 + theta*x1^2
"      x2' = u
" por el metodo BACKSTEPPING
" Se utiliza Euler con 0.02 de paso de integracion

state x1 x2 z1 z2 e1 e2 tel te2
der dx1 dx2 dz1 dz2 del de2 dtel dte2

dx1 = x2 + theta*x1*x1
dx2 = u

dz1 = -c1*z1 + z2 + e1*z1*z1
dz2 = -W*sign(z2') + e2*landa

landa = c1*z1*z1+2*z1*z1*z1*tel
beta = c1*(-c1*z1+z2-tel*z1*z1)+z15+2*z1*x2e*tel
z15 = z1*z1*z1*z1*z1
x2e = -c1*z1+z2-tel*z1*z1

u = -W*sign(z2)-beta-te2*landa

del = -z1*z1*z1
dtel = z1*z1*z1

de2 = -z2*landa
dte2 = z2*landa

W : 0.5
c1: 3
c2 : 2
x1:0.1
x2:-0.1095
z1:0.1
z2:0.2
theta : 1
tel : 0.95
e1 : 0.05
te2 : 1.01
e2 : -0.01
end

```