

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES
INSTITUTO DE ESTADÍSTICA APLICADA Y COMPUTACIÓN
MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA**

**FACTORES ASOCIADOS AL RENDIMIENTO EN LA
PRUEBA DE COMPETENCIAS GENÉRICAS SABER PRO
2011-2, UTILIZANDO MODELOS DE REGRESIÓN
MULTINIVEL**

Manuel Johany Ariza Osma

DOYACION

Mérida, 2013

SERBIULA
Tullio Fobres Cordero

GA2,79
A7



**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES
INSTITUTO DE ESTADÍSTICA APLICADA Y COMPUTACIÓN
MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA**

**FACTORES ASOCIADOS AL RENDIMIENTO EN LA
PRUEBA DE COMPETENCIAS GENÉRICAS SABER PRO
2011-2, UTILIZANDO MODELOS DE REGRESIÓN
MULTINIVEL**

Autor: Manuel Johany Ariza Osma

Tutor: Rafael Borges

TRABAJO DE GRADO

Presentado ante la Ilustre Universidad de Los Andes
como requisito final para optar al Grado Académico de
Magíster Scientiae en Estadística

Mérida, 2013

DEDICATORIA

Este trabajo no hubiese sido posible sin mi esfuerzo y es dedicado a mi hijo Juan Manuel y a mis padres que siempre han estado ahí, cuando los he necesitado.

AGRADECIMIENTOS

Mi eterno agradecimiento a Dios por permitirme vivir esta experiencia, lejos de mis seres queridos.

Dios siempre fuiste esa luz que ilumina mi camino, me diste fortaleza para seguir adelante.

Agradecerte por darme todo lo que necesito para vivir, unos padres ejemplares, y hermanos luchadores.

Al profesor Rafael Borges, por su valiosa ayuda y orientación

A los profesores Elizabeth Torres, Arnaldo Goitia, Luciano Maldonado y a todo el personal docente y administrativo del Instituto de Estadística Aplicada y Computación, por su asistencia.

La profesora Ana Tedesco, fue esencial para la corrección del trabajo y estoy profundamente agradecido.

Mi tía María, que me ha colaborado en mi estadía en Mérida, más aún a eso del mediodía, mis amigos pueden dar Fé de eso.

Y no podía faltar mi novia, que ha sido una persona muy especial e incondicional.

ÍNDICE DE CONTENIDO

CAPÍTULO I.....	13
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	13
1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	13
1.2 OBJETIVOS.....	14
1.2.1 <i>Objetivo General</i>	14
1.2.2 <i>Objetivos Específicos</i>	15
1.3 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	15
1.4 DELIMITACIÓN DEL ESTUDIO.....	17
CAPÍTULO II.....	18
MARCO TEÓRICO.....	18
2.1 LÍNEA DE TIEMPO EN LA TRANSICIÓN DEL EXAMEN DE ESTADO.....	19
2.2 OBJETIVOS DE LOS EXÁMENES SABER PRO.....	20
2.3 EFICACIA ESCOLAR.....	21
2.4 ANTECEDENTES.....	22
2.5. BASE TEÓRICAS.....	23
CAPÍTULO III.....	26
MARCO METODOLÓGICO.....	26
3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	26
3.2 POBLACIÓN Y MUESTRA.....	26
3.3 DEFINICIÓN DE VARIABLES.....	27
3.4 FASES DE LA INVESTIGACIÓN.....	28
3.5 TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE DATOS.....	28
3.6 ANÁLISIS EN COMPONENTES PRINCIPALES PARA DATOS CUALITATIVOS.....	29
3.6.1 <i>Algoritmo de Componentes Principales CATPCA</i>	32
3.6.2 <i>Procedimiento para la construcción de índices</i>	33
3.7 ANÁLISIS DE REGRESIÓN MULTINIVEL.....	34
3.7.1 <i>El Modelo de Regresión Multinivel para una estructura de dos niveles</i>	35
3.7.2 <i>El Modelo Nulo</i>	38
3.7.3 <i>Estimación de Parámetros</i>	41
3.7.4 <i>Parámetros aleatorios</i>	43
3.7.5 <i>Coefficientes fijos</i>	46
3.7.6 <i>Residuos</i>	47
3.7.7 <i>Bondad de Ajuste</i>	49
3.7.8 <i>Pruebas de Significación</i>	50
CAPÍTULO IV.....	52

ANÁLISIS DE RESULTADOS	52
4.1 ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS.	52
4.2 ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES CUALITATIVAS.	54
4.2.1 <i>Índice socioeconómico y cultural</i>	55
4.3 MODELO DE REGRESIÓN MULTINIVEL.	63
4.3.1 Interpretación de Parámetros.....	77
4.3.2 Medidas de la bondad de ajuste.	78
CAPITULO V.....	79
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	79
5.1 CONCLUSIONES	79
5.2 <i>Recomendaciones</i>	80
BIBLIOGRAFÍA.....	81

www.bdigital.ula.ve

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Estructura del examen SABER PRO 2011-2.....	19
Tabla 4.1 Codificación de variables y estadísticas descriptivas.	52
Tabla 4.2 Codificación de variables para calcular el índice socioeconómico.....	55
Tabla 4.3 Codificación de variables para calcular el índice cultural.	55
Tabla 4.4 Resumen del modelo índice socioeconómico.	56
Tabla 4.5 Variables socioeconómicas y cuantificaciones óptimas.	56
Tabla 4.6 Resumen del modelo con siete variables.	58
Tabla 4.7 Resumen del modelo índice cultural.....	59
Tabla 4.8 Reescalado de cuantificaciones para el índice socioeconómico.	60
Tabla 4.9 Reescalado de cuantificaciones para el índice cultural.....	61
Tabla 4.10 Características socioeconómicas familiares del estudiante.....	62
Tabla 4.11 Categorización de las características socioeconómicas e índice.....	62
Tabla 4.12 Estadísticos de ajuste	86
Tabla 4.12 Estimaciones de los parámetros de efectos fijos.....	65
Tabla 4.13 Estimaciones de los parámetros de covarianza.	65
Tabla 4.14 Estadísticos de ajuste Modelo Nulo	66
Tabla 4.15 Estimaciones de los parámetros de efectos fijos.....	68
Tabla 4.16 Estimaciones de los parámetros de covarianza.	69
Tabla 4.17 Estadísticos de ajuste.	70
Tabla 4.18 Estimaciones de los parámetros de efectos fijos.....	71
Tabla 4.19 Estimaciones de los parámetros de covarianza.	73
Tabla 4.20 Estadísticos de ajuste efectos aleatorios.....	73
Tabla 4.21 Estimaciones de los parámetros de efectos fijos.....	75
Tabla 4.22 Estimaciones de los parámetros de covarianza.	76
Tabla 4.23 Estimaciones de los parámetros de efectos fijos.....	76
Tabla 4.24 Estimaciones de los parámetros de covarianza.	77
Tabla 4.25 Estadísticos de ajuste modelo final.	77

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Figura 2.1 Marco de Competencias Genéricas para la Educación Superior.	20
Figura 3.7.1 Matriz de covarianza para tres unidades del nivel 1.....	44
Figura 3.7.2 Matriz de covarianza bloque diagonal del vector respuesta Y.	45
Figura 3.7.3 Notación de la matriz de covarianza bloque diagonal.....	45
Figura 3.7.4 Matriz de covarianza de la respuesta para una unidad del nivel 2....	46
Figura.4.1 Perfil universitario sobre el índice socioeconómico y el rendimiento.	54
Figura.4.2 Perfil universitario sobre el índice socioeconómico y la edad.	55
Figura.4.3 Coordenadas de las componentes, para el índice socioeconómico.....	59
Figura.4.4 Coordenadas de las componentes, para el índice cultural.	60
Figura.4.5 Pruebas para evaluar los supuestos de los residuos para el rendimiento.	78

www.bdigital.ula.ve

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES
INSTITUTO DE ESTADÍSTICA APLICADA Y COMPUTACIÓN
MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA

**FACTORES ASOCIADOS AL RENDIMIENTO EN LA PRUEBA
DE COMPETENCIAS GENÉRICAS, SABER PRO 2011-2
UTILIZANDO MODELOS DE REGRESIÓN MULTINIVEL**

Autor: Manuel Johany Ariza Osma

Tutor: Rafael Borges

Mérida, 2013

RESUMEN

Este trabajo presenta un Modelo Multinivel de dos niveles de jerarquía: estudiantes y universidades, realizado a partir de los datos obtenidos en la prueba de estado, SABER PRO, Examen de Calidad de la Educación Superior colombiana, realizado en el segundo semestre de 2011, y estudia la relación entre el rendimiento, (como resultado del promedio de los cuatro módulos de la prueba de competencias genéricas: Razonamiento Cuantitativo, Lectura Crítica, Escritura e Inglés, de los estudiantes que están próximos a culminar sus estudios universitarios), medido en función de los factores, relacionados con su entorno social, educativo e institucional. De acuerdo a los resultados obtenidos, se determinó que los estudiantes que pertenecen a una universidad pública, de tamaño grande y con nivel socioeconómico promedio alto, además de género masculino y edad promedio indican que tienen mayores posibilidades de obtener un mejor resultado en la prueba de rendimiento de competencias genéricas.

Palabras claves: Competencias, Análisis de Componentes Principales Cualitativo, Regresión Multinivel.

INTRODUCCIÓN

En los últimos años las universidades han experimentado la necesidad de introducir cambios en sus sistemas educativos, ya que el mercado laboral no sólo exige de los graduados conocimientos teóricos, sino también destrezas a nivel profesional, y la capacidad de adaptarse a nuevos ámbitos de desarrollo profesional (CINDA, 2004). Es en este escenario, donde se selecciona el concepto de “competencia” como reflejo de las finalidades perseguidas por los nuevos planes de estudio.

Un desarrollo importante en competencias universitarias de egreso, fue trabajado en Europa y posteriormente se desarrolla en América Latina a través del proyecto Tuning. En el Proyecto Tuning el concepto de las competencias trata de seguir un enfoque integrador, considerando las capacidades por medio de una dinámica combinación de atributos que permiten un desempeño competente como parte del producto final de un proceso educativo. Las competencias y las destrezas se entienden como conocer y comprender el conocimiento teórico, saber cómo actuar en ciertas situaciones, saber cómo ser, como parte integrante de un contexto social. El Proyecto Tuning considera dos tipos de competencias: (1) Competencias genéricas, que en principio son independientes del área de estudio y comprenden las competencias instrumentales e interpersonales. (2) Competencias específicas, aquellas que se relacionan con cada área temática (Beneitone, P. et al., 2007).

La clasificación de las competencias planteadas por Tobón, (2005) el cual define tres tipos: (1) Competencias básicas, como aquellas que son esenciales para desenvolverse en la vida, independientemente de una determinada profesión, y que a su vez son la base para la construcción y el fortalecimiento de otras competencias. (2) Competencias genéricas, son las que posibilitan realizar actividades de diversas ocupaciones y campos profesionales. (3) Competencias específicas, definidas por el

autor mencionado como las que están relacionadas con determinados campos ocupacionales y profesionales.

El Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, ICFES, define competencia como “Un saber hacer en contexto, es decir, el conjunto de acciones que un estudiante realiza en un contexto particular y que cumplen con las exigencias del mismo” (Rocha, 2000:17). Las competencias consideradas fundamentales para los futuros egresados de programas de formación de Educación Superior son competencias genéricas incluidas en los módulos donde se evalúan competencias que deben desarrollar los estudiantes de cualquier programa de formación, y competencias específicas, módulos que evalúan competencias comunes a grupos de programas, ya sean de la misma o de distintas áreas de formación.

Esta investigación se presenta con la finalidad de determinar, cuáles son los factores que ejercen mayor influencia sobre el rendimiento en la prueba de competencias genéricas de los estudiantes evaluados en el segundo semestre de 2011, y está organizado como sigue:

- En el primer capítulo se presentan los aspectos generales y justificaciones de la investigación.
- En el segundo capítulo se muestra la información necesaria acerca del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, y la base de datos SABER PRO.
- En el tercer capítulo, contempla el marco teórico y conceptual en el que se describen los indicadores socioeconómico, cultural y las técnicas multivariadas a usar.

- Por otra parte, en el cuarto capítulo se presenta un análisis descriptivo de las pruebas de estado, procedimientos para calcular los índices planteados, teniendo en cuenta el Análisis de Componentes Principales para datos Cualitativos y el Modelo de Regresión Multinivel que determinará cuáles son los factores que influyen en el rendimiento de la competencia de las pruebas SABER PRO.
- Por último, en el quinto capítulo se presenta la discusión y las conclusiones obtenidas.

www.bdigital.ula.ve

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

1.1 Descripción del Problema.

En el campo educativo, siempre ha sido de gran importancia investigar sobre cuáles son los factores determinantes que explican el rendimiento de los estudiantes, es decir la eficacia escolar. Murillo (2005:25), define, escuela eficaz como aquella que “consigue un desarrollo integral de todos y cada uno de sus alumnos, mayor de lo que sería esperable teniendo en cuenta su rendimiento previo y la situación social, económica y cultural de las familias”.

En Colombia la Constitución Política de 1991, comenta que la educación es un derecho de la persona, la cual busca acceso al conocimiento. De esta manera, le corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, el cumplimiento de sus fines y la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos (Art. 67).

Para dar cumplimiento a este ordenamiento, mediante el Decreto 1781 de junio de 2003, se establecen los Exámenes de Calidad para la Educación Superior, ECAES, más tarde llamados SABER PRO, que serán pruebas de carácter oficial y obligatorio, para valorar las competencias de las personas que están próximas a culminar sus estudios de educación superior, y será el Instituto Colombiano para la Evaluación de

la Educación, ICFES, la entidad que dirija y coordine el diseño, la aplicación, la obtención y el análisis de los resultados.

Los exámenes SABER PRO se estructuran por módulos de evaluación en dos tipos de competencias: Competencias específicas y Competencias genéricas. Teniendo en cuenta los resultados de estas últimas, publicados por el ICFES, en la página www.icfes.gov.co/investigacion se plantean algunos interrogantes:

- ¿Existen diferencias significativas en el rendimiento promedio en la prueba de competencias genéricas, entre los estudiantes de las diferentes universidades colombianas?
- ¿Cuáles son los factores que más influyen sobre los estudiantes en su desempeño en la prueba de competencias genéricas?
- ¿Cuál es el modelo que mejor explica la variabilidad sobre el rendimiento promedio en la prueba de competencias genéricas de las pruebas SABER PRO?

1.2 Objetivos.

1.2.1 Objetivo General.

Identificar cuáles son los factores que más influyen en el rendimiento de los estudiantes de las diferentes universidades colombianas que presentan la prueba de competencias genéricas SABER PRO 2011-2, utilizando modelos de regresión multinivel.

1.2.2 Objetivos Específicos.

1. Realizar un análisis descriptivo de las variables que integran la base de datos de las pruebas SABER PRO 2011-2.
2. Construir los Índices Socioeconómico y Cultural de los estudiantes, teniendo en cuenta las variables necesarias para cada índice.
3. Ajustar un modelo estadístico que permita determinar cuáles de las variables exploradas en la base de datos SABER PRO 2011-2 tienen mayor efecto sobre el rendimiento de los estudiantes de las diferentes universidades colombianas.

1.3 Justificación de la Investigación.

Para la institución universitaria, es necesario conocer los factores que influyen en el rendimiento estudiantil. En primer lugar, ha de tenerse claro, que el rendimiento académico depende no sólo de las aptitudes intelectuales, sino de una serie de factores interrelacionados, tanto internos como externos al estudiante. Está condicionado de manera significativa por las características personales del estudiante, por variables de tipo académico, institucional, por el entorno social, familiar y cultural, entre otros.

El rendimiento académico es un indicador de eficacia y calidad educativa. Los resultados del rendimiento en la prueba de competencias genéricas interesan tanto al estudiante como a la institución educativa, ya que son un criterio para otorgar beneficios educativos a los estudiantes, como becas y premios; así como también a la institución educativa, pues de existir un alto rendimiento, la evaluación de los establecimientos educativos en función de sus proyectos educativos y planes de mejoramiento será favorable.

Los factores contextuales que agrupan todas las variables que estudian aspectos relacionados con el nivel socioeconómico y cultural del estudiante, así como las variables de tipo institucional están relacionadas con el rendimiento académico: según De'Meulemeester, (2001) el cual afirma que en la universidad, las tasas de éxito para los estudiantes de medios menos favorecidos, presentan mayores índices de abandono de sus estudios, frente a los estudiantes con mejores medios sociales y culturales. Asimismo, las investigaciones han demostrado que cuando la madre ha realizado estudios universitarios y el estudiante dispone de libros, computador e Internet, los estudiantes alcanzan mejores resultados académicos. Galand, Frenay y Bourgeois, (2004), García, (1986). La institución educativa también tiene influencia con el rendimiento académico, tiene que ver con el tipo y tamaño del centro educativo. González Fontao, (1996) afirma que el carácter público o privado, urbano o rural, de una institución educativa, determina sus características y la calidad de los servicios que ofrece. Municio, (1982) afirma que el tamaño de la institución puede afectar el rendimiento dado a que los centros más grandes tienden a disponer de mejores recursos, a atraer profesores mejor preparados y a estar situados en zonas donde hay más facilidades educativas para los estudiantes.

Los modelos de regresión multinivel o de estructura jerárquica, son una de las técnicas de análisis considerada en la actualidad por investigadores en contextos educativos y sociales. Esto se debe a la estructura de los datos, que se da en muchos contextos: los individuos están agrupados en familias, éstas en barrios y éstos en ciudades; los estudiantes están agrupados en aulas y éstas en universidades; etc.

Desde el punto de vista del análisis estadístico de datos, el hecho importante de este tipo de estructuras, es que los individuos de la misma familia o los estudiantes de la misma universidad, cabe esperar que sean más parecidos entre sí que los individuos de diferentes familias, o los estudiantes de diferentes universidades. Esto significa que los sujetos que pertenecen al mismo subgrupo, probablemente, no son independientes entre sí y esto constituye un serio incumplimiento de un supuesto

básico del modelo lineal general: la independencia entre observaciones, (Pardo et al., 2007).

Los modelos jerárquicos permiten abordar este tipo de estructuras multinivel prestando atención a la covarianza existente en los datos. En particular, los modelos de dos niveles permiten diferenciar la variabilidad del rendimiento atribuible a factores relacionados con las características del estudiante, de las de factores provenientes de la universidad. Adicionalmente, los modelos de regresión multinivel permiten obtener estimadores insesgados y consistentes de los determinantes del rendimiento educativo, razón por la que se han utilizado ampliamente para estructuras educativas de escuelas y estudiantes (Piñeros y Rodríguez, 1998; Gertel et al., 2006; Casas et al., 2002; Duarte et al., 2009).

Tomando en cuenta que la base de datos SABER PRO 2011-2, tiene una estructura jerárquica, es decir variables explicativas a nivel de los estudiantes y universidades, que nos permitirá ajustar la variable rendimiento en la prueba de competencias genéricas. De esta manera obtener resultados del análisis de regresión multinivel que nos permitirá, entre otros objetivos, probar si hay variación significativa en el rendimiento promedio entre universidades.

1.4 Delimitación del Estudio.

El estudio estará conformado por los estudiantes que están próximos a graduarse en carreras de nivel profesional, es decir ubicados en los últimos semestres, que contestaron las cuatro pruebas de las competencias genéricas: Razonamiento Cuantitativo, Lectura Crítica, Escritura e Inglés, y además pertenecen a una universidad en la que tiene un mínimo de 100 estudiantes participantes en la prueba SABER-PRO.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

Pruebas SABER PRO 2011-2.

La base de datos SABER PRO, contiene variables predictoras relacionadas con las características de la universidad, características socioeconómicas relacionadas con el estudiante y con el grupo familiar. Además de los resultados de las cuatro competencias genéricas: Razonamiento Cuantitativo, Lectura Crítica, Escritura e Inglés, cuyo promedio se considera como variable dependiente denominado rendimiento en competencias genéricas

En los datos de la universidad se incluye información sobre el programa al que pertenece el estudiante, la institución de educación superior en la cual estudia, el carácter académico de la institución (pública o privada). En los datos del estudiante, información personal del evaluado como fecha de nacimiento, género, estado civil, discapacidades (si presenta), datos socio-demográficos. Información que reporta cada evaluado sobre las condiciones de su hogar, ingresos económicos, ocupación y nivel educativo de los padres, además de los resultados de cada estudiante en las pruebas de competencias genéricas (ICFES, 2011).

A continuación en la tabla 2.1 se presenta la estructura de la prueba de competencias genéricas SABER PRO 2011-2.

Tabla 2.1 Estructura del examen SABER PRO 2011-2

Prueba de Competencias genéricas	Tipo de preguntas	Tiempo
1. Escritura	Un escrito	40 minutos
2. Razonamiento Cuantitativo	Opción múltiple con única respuesta	3 horas 50 minutos
3. Lectura Crítica		
4. Inglés		
		4 horas 30 minutos

2.1 Línea de tiempo en la transición del examen de estado.

En el 2003 se establecen los Exámenes de Calidad para la Educación Superior, ECAES, que deberán ser presentados en forma obligatoria, por todos los estudiantes que hayan aprobado por lo menos el 75% de los créditos académicos del programa correspondiente. Además, el Ministerio de Educación Nacional, MEN, propone al Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, ICFES, la entidad que coordine el diseño, la aplicación, la obtención y análisis de los resultados.

Para el 2009 se aplican los primeros ECAES, estos comprendían dos pruebas: una de competencias específicas por áreas de conocimiento y otra de competencia genérica las cuales fueron: Inglés y Comprensión de lectura, pero existían programas académicos que no tenían ECAES en competencias específicas.

En el 2010 se adopta el nombre de SABER PRO para el Examen de Estado de la Educación Superior.

Para el 2011 en el primer semestre, se aplican las primeras pruebas de competencias comunes por áreas de formación: Ciencias de la educación, Ingenierías y Ciencias básicas, examen nombrado SABER PRO 2011-1.

En el 2011 en el segundo semestre, se crean 30 Grupos de Referencia para agrupar los programas académicos afines y poder generar resultados comparables y diferenciar el nivel universitario, técnico y tecnológico. Además todos los programas presentarán una prueba de competencia genérica con módulos de: Razonamiento Cuantitativo, Lectura Crítica, Escritura e Inglés, examen nombrado SABER PRO 2011-2 y sobre el cual desarrollaremos el trabajo de investigación.

Para el 2012 en el primer semestre, se introducen nuevos módulos para los Grupos de Referencia del nivel Técnico y Tecnológico, además se incluye un nuevo módulo de Competencias Ciudadanas a la prueba de Competencias Genéricas, ver figura 2.1.



Figura 2.1 Marco de Competencias Genéricas para la Educación Superior
Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2012

2.2 Objetivos de los exámenes SABER PRO

De acuerdo con el Decreto 3963 de octubre de 2009, son objetivos de los exámenes SABER PRO:

1. Comprobar el desarrollo de competencias de los estudiantes próximos a culminar los programas académicos de pregrado que ofrecen las instituciones de educación superior

2. Producir indicadores de valor agregado de la Educación Superior con relación al nivel de competencias de quienes ingresan a ella, proporcionar información para la comparación entre programas, instituciones y metodologías, y para mostrar cambios en el tiempo.
3. Servir de fuente de información para la construcción de indicadores de evaluación de la calidad de los programas e instituciones de educación superior así como del servicio público educativo. Se espera que estos indicadores fomenten la cualificación de los procesos institucionales, la formulación de políticas y soporten el proceso de toma de decisiones en todos los órdenes y componentes del sistema educativo.

2.3 Eficacia Escolar.

El concepto de eficacia escolar lo define Coleman, (2012) como:

Al análisis de los procesos que pueden explicar que se consigan mejor los resultados educativos esperados. Esto ha llevado a estudiar, por una parte, el efecto de los centros escolares en los resultados académicos de los estudiantes (es decir, su peso específico en comparación con otros factores determinantes como el nivel educativo de los padres o el nivel socioeconómico) y, por otra, los factores o variables específicas que se relacionan con mejores resultados educativos. (p. 3)

El inicio de la eficacia escolar lo marca el Informe Coleman, (1966), centrado en la problemática de la desigualdad de resultados en educación y, desde su publicación, la investigación sobre este tema ha experimentado un cambio en cuanto a modelos, técnicas de análisis utilizadas, variables incluidas, instrumentos para la recogida de datos, etc.

Entre las variables que se tienen en cuenta y que hacen referencia a las características de los estudiantes se encuentran la estructura familiar, el material de la casa donde se vive, el género y la variable que hace referencia a nivel socioeconómico, y cultural tanto del alumno como de la escuela a la que acude Martínez González, (1992). Además variables referidas a la titularidad y tamaño del centro. Dronkers y Robert (2003), en un trabajo en el que se utilizaron los datos de PISA 2000, analizan la efectividad de universidades públicas y privadas, con resultados que indican que las universidades privadas son más efectivas que las escuelas públicas, y grupos de estudiantes que trabajan con grupos más pequeños alcanzarían mayores índices de rendimiento que aquellos que trabajan en grupos más numerosos.

2.4 Antecedentes.

Para esta época, son muchos las investigaciones que se hacen en educación que siguen la metodología de los Modelos de Regresión Multinivel, ya que es una de las técnicas que permite el estudio adecuado de estructuras de datos anidados, como ocurre en el caso de datos educativos, es decir los estudiantes agrupados dentro de instituciones educativas y estas organizaciones pueden estar anidadas dentro de municipios, departamentos y países.

En el caso de Colombia, el ICFES fomenta la investigación sobre los resultados de las pruebas que aplica, ya que estas pruebas son un filtro para la Educación Superior y un indicador de la calidad de la educación. En el trabajo de Casas et al, (2002) se muestran los resultados por estudiante de las pruebas ICFES (SABER 11) y se comparan los colegios de acuerdo al puntaje promedio obtenido por cada uno de ellos, además tiene en cuenta las diferencias en el contexto socioeconómico, a nivel estudiantil, e institucional.

Por otra parte, a nivel internacional, Ruiz y Castro, (2006), presentan un modelo multinivel que incluye tres niveles jerárquicos: estudiantes, escuelas y países. Realizados a partir de los datos obtenidos en el estudio PISA 2003, utilizando como variable dependiente, las notas de los estudiantes en matemáticas. Los resultados obtenidos permiten concluir que variables como estructura familiar, sexo, nivel socioeconómico, recursos educativos del hogar, calidad de los recursos de la escuela, expectativas educativas del alumno, tamaño de la escuela, formación del profesorado y recursos económicos que el país destina a la educación, influyen notable sobre el rendimiento de los alumnos en el área de matemáticas.

2.5. Base Teóricas.

Se presentan algunas definiciones formales, sobre competencias que el ICFES, dispone en su página Web: <http://www.icfes.gov.co/ciudadano/glosario>

- **Competencia:** Capacidad compleja que integra conocimientos, potencialidades, habilidades, destrezas, prácticas y acciones que se manifiestan en el desempeño en situaciones concretas, en contextos específicos (saber hacer en forma pertinente). Las competencias se construyen, se desarrollan y evolucionan permanentemente.
- **Competencia Genéricas:** Son aquellas que deben desarrollar todas las personas, independiente de su formación, y que son indispensables para el desempeño académico y laboral
- **Competencia Transversales:** Son comunes a las áreas curriculares y del conocimiento (disciplinas); se desarrollan a través del trabajo concreto en una o más áreas y pueden ser transferidas a otros contextos.

- **Competencia Longitudinales:** Están presentes en todos los niveles y su complejidad es creciente a lo largo de toda la trayectoria educativa
- **Módulos de competencias genéricas:** Son Razonamiento Cuantitativo, Lectura Crítica, Escritura e Inglés y Competencias ciudadanas (esta última, se inicia su aplicación: junio de 2012)
- **Módulo de Razonamiento cuantitativo:** Se refieren a los desempeños relacionados con uso de lenguaje cuantitativo y solución de problemas, comprensión de conceptos básicos de las matemáticas para analizar, modelar y resolver problemas, aplicando métodos y procedimientos cuantitativos y esquemáticos, interpretación de datos, formulación de problemas, la ejecución, evaluación y validación de procedimientos y estrategias.
- **Módulo de Lectura crítica:** Estas relacionados con los desempeños asociados a lectura, pensamiento crítico y entendimiento interpersonal: Leer analítica y reflexivamente, comprender los planteamientos expuestos en un texto e identificar sus perspectivas y juicios de valor. Identificar y recuperar información presente en uno o varios textos, construir su sentido, establecer relaciones entre enunciados y evaluar su intencionalidad.
- **Módulo de Escritura:** Son los desempeños asociados a comunicar ideas por escrito referidas a un tema dado. Los escritos se califican teniendo en cuenta los siguientes criterios: Elaboración de la intención y el propósito, claridad de la estructura y la organización, además manejo del lenguaje y las convenciones.
- **Módulo de Inglés:** Tienen la finalidad de facilitar la comunicación efectiva en inglés, permiten clasificar a los evaluados en cuatro categorías de desempeño, según las bandas del Marco Común Europeo.

- ***Módulo de Competencias ciudadanas:*** Están relacionados con la capacidad de conocer y comprender la Constitución Política y la organización del Estado.
- ***Rendimiento:*** Es el promedio de los resultados obtenidos, en los cuatro módulos de competencia genérica que son: Razonamiento Cuantitativo, Lectura Crítica, Escritura e Inglés de aquellos estudiantes que están próximos a graduarse y presentaron la prueba SABER PRO 2011-2. Además constituirá nuestra variable dependiente.
- ***Variables socioeconómicas y culturales:*** Variables que exploran características relativas a la economía, entorno social y académico de las familias de los estudiantes que presentan la prueba SABER PRO-2011-2.

www.bdigital.ula.ve

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO.

En este capítulo se muestran los siguientes puntos: (1) Tipo de investigación. (2) Población y muestra. (3) Definición de variables. (4) Las fases de la investigación. Y por último las técnicas de análisis de datos.

3.1 Tipo de Investigación.

La investigación correlacional se emplea cuando el investigador desea medir la relación o grado de asociación existente entre un conjunto de variables y sus diferentes categorías respecto de alguna variable o variables dependientes, dado que esto le permite descartar aquellas variables o categorías que no presentan correlación con el tema de interés.

Son muchos los autores que han escrito sobre la investigación correlacional, entre ellos, Salkind, (1999) quien comenta que la investigación correlacional proporciona indicios de la relación que podría existir entre dos o más cosas, o de que tan bien uno o más datos podrían predecir un resultado específico.

3.2 Población y Muestra.

Los datos utilizados en la presente investigación fueron provistos por el ICFES y corresponden a los resultados de la aplicación de la prueba de estado para la Educación Superior en Competencias Genéricas SABER PRO del segundo semestre del 2011. El examen fue presentado por 153.123 estudiantes a punto de culminar sus

carreras de educación superior a nivel técnico, tecnológico y universitario; aunque se analizan sólo 71.923 registros de pruebas a nivel universitario en 151 instituciones, debido a que sólo ellos tenían la información necesaria para llevar a cabo la investigación. Todos los análisis y conclusiones se refieren a esta muestra.

3.3 Definición de Variables.

Las variables utilizadas para la construcción de los índices fueron las siguientes: ocupación del padre y de la madre, si poseen automóvil, estrato familiar, ingreso familiar, material del piso de la vivienda, grupo familiar y si el estudiante trabaja, en el nivel socioeconómico; nivel educativo del padre y de la madre, si posee computador e internet, en el nivel cultural.

En el modelo multinivel, la variable respuesta es el promedio de los módulos de competencias genéricas, denominada rendimiento. Las variables que se incluirán como variables predictoras o independientes en cada uno de los niveles son: en el nivel 1 de los estudiantes: género, edad, nivel socioeconómico y cultural, calculado con la metodología de componentes principales cualitativas; en el nivel 2 de las universidades son: titularidad y tamaño de la universidad y nivel socioeconómico y cultural promedio de las universidades, calculado a partir de los estudiantes que asisten a ella. Se detalla a continuación la matización de algunas variables:

Variabes dummy: son aquellas variables que presentan alternativas categóricas, en el caso de género (1 = femenino; 0 = masculino), titularidad de la universidad (1= privada; 0 = pública), tamaño de la universidad (1 = pequeña; 0 = grande), y el estado civil (1 = otra situación diferente a la de soltero; 0 = soltero).

3.4 Fases de la Investigación

Para determinar la influencia de algunos factores que ejercen sobre el rendimiento, de los estudiantes que presentan la prueba SABER, se llevaron a cabo una serie de pasos.

Teniendo en cuenta las variables de la base de datos SABER PRO, se procede a depurarlas teniendo en cuenta las variables que cuentan con información necesaria para el análisis.

1. Se realizan estadísticas descriptivas, y se lleva a cabo un Análisis de Componentes Principales para datos Cualitativos, para calcular los índices socioeconómico y cultural, lo cual permitirá determinar en una primera fase, las variables que se incluirán en el modelo de regresión multinivel.
2. Posteriormente, se elabora un Modelo de Regresión Multinivel, que determina, cuáles son los factores que ejercen influencia sobre el rendimiento en la prueba de competencias genéricas de los estudiantes evaluados en el segundo semestre de 2011
3. Finalmente se representan los resultados, de los hallazgos encontrados en la investigación.

3.5 Técnicas de Análisis de Datos.

En la aplicación de métodos multivariados de análisis de datos, es usual contar con individuos descritos por variables cuantitativas y cualitativas, estas últimas medidas en escala nominal u ordinal. Esta matriz de datos, se denota por Y .

A partir de la matriz Y se construye la matriz X , cuya estructura contiene las estandarizaciones de las variables cuantitativas, X_c y la matriz en la forma de una tabla disyuntiva completa (TDC), tanto para variables nominales, Z_n como ordinales, Z_o .

3.6 Análisis de Componentes principales para datos Cualitativos CATPCA.

En la construcción de un indicador, como resumen de un conjunto de características, se deben emplear técnicas estadísticas que permitan obtener la máxima información del conjunto de variables seleccionadas. Una solución a este problema es la transformación de variables cualitativas a variables cuantitativas, lo que significa valorar de alguna manera las categorías de cada una de ellas.

En presencia de variables categóricas es necesario cuantificar las categorías para realizar el Análisis en Componentes principales, (ACP) de la matriz X ; para lo cual se recurre a un proceso iterativo de mínimos cuadrados alternantes (ALS) y Cuantificación Óptima (OS) propuesta por Young, (1981). La cuantificación óptima en una matriz de cuantificaciones denotada por X^* y estimación del modelo ACP sobre la matriz X^* cuantificada.

El resultado de este proceso es muy importante y se traduce en que individuos que tienden a tener categorías bajas en las características medidas, por tanto tendrán, un valor también bajo en el indicador final. Contrariamente, los individuos que tienen buenas categorías tenderán a obtener valores altos.

3.6.1 Cuantificación Óptima

La Cuantificación Óptima, es la transformación de una o varias variables categóricas en variables numéricas. Según Castaño et al, (1998) la principal

consecuencia de cuantificar variables cualitativas es la de permitir el uso de técnicas estadísticas, como: Análisis de Componentes Principales, Regresión Múltiple, Análisis Discriminante, etc.

3.6.1.1 Cuantificación Óptima para variables Nominales.

El procedimiento para la cuantificación óptima de variables nominales, utiliza la transformación Opscore, la cual permite asegurar la pertenencia a la categoría de una variable nominal Fisher, (1938).

En la transformación Opscore, se ingresa al análisis la matriz Z_n y se realiza la cuantificación óptima de forma individual para cada una de las variables que conforman la matriz Z_n . La transformación Opscore se define mediante el siguiente algoritmo:

1. Se ingresa al análisis el vector \hat{X}_j , que corresponde a la variable estimada, es decir, es una columna de la matriz \hat{X}_n .
2. Se calcula el vector X_j^u por medio de la ecuación:

$$X_j^u = Z_j(Z_j'Z_j)^{-1}Z_j'\hat{X}_j \quad [3.6.1]$$

Z_j , es la matriz en la forma de una tabla disyuntiva completa (TDC) asociada al vector X_j . El promedio de individuos que seleccionan una categoría es X_j^u y es la cuantificación de \hat{X}_j .

3. Se calcula el factor de normalización denotado por b , Young, (1981):

$$b = \frac{\hat{X}_j'\hat{X}_j}{X_j^{u'}X_j^u}$$

4. Se calcula la variable óptimamente cuantificada $Y_j^* = bX_j^u$.

5. Se estandariza la variable Y_j^* :

$$X_j^* = \frac{Y_j^* - \bar{Y}_j^*}{\sigma_{Y_j^*}} \quad [3.6.2]$$

Con los pasos explicados se obtiene la cuantificación óptima de la primera variable; de la misma forma, se procede para cada una de las variables que integran la matriz.

3.6.1.2 Cuantificación Óptima para variables Ordinales.

En la cuantificación de variables ordinales se sigue un algoritmo similar al que se presentó para variables nominales, considerando ahora las restricciones de orden. La esencia de la cuantificación óptima para variables ordinales consiste en verificar la ordinalidad de las cuantificaciones de forma ascendente.

Si se encuentran dos o más categorías que incumplan la restricción de orden, es decir, dos categorías que tengan la misma cuantificación, se construye una nueva categoría con ellas para ordenarlas, por ejemplo, si los elementos o categorías en las posiciones l y $l + 1$ no están ordenados, se modifica la matriz Z_j uniendo en una sola columna, las columnas l y $l + 1$, para ordenarlas, el algoritmo continua hasta encontrar categorías en desorden, repitiéndose el procedimiento con las demás categorías que presenten ese problema hasta lograr el orden de todos los elementos.

La matriz Z_j en la ecuación [3.6.1], para el caso ordinal tiene ahora una estructura en bloques, que garantiza la restricción de medida impuesta a las categorías, este es el principio de la transformación Monótona del método CATPCA.

3.6.2 Componentes Principales sobre la Matriz Cuantificada.

La matriz X^* , se estructura de la siguiente manera: X_c^* , que es igual X_c ; X_n^* , mediante números entre 0 y el número de categorías menos 1, asegurando la pertenencia a la categoría por medio de la transformación Opscore, y X_o^* , también mediante números entre 0 y el número de categorías menos 1, conservado el orden en las categorías por medio de la transformación Monótona.

1. Se realiza el ACP sobre X^* para estimar \hat{X} , que es la estimación del modelo, el cual se define por medio de la ecuación:

$$\hat{X} = FU' \quad [3.6.3]$$

donde F es una matriz de orden $I \times r$ que contiene los r primeros componentes principales y U , de orden $K \times r$ contiene las ponderaciones de las K variables sobre dichas componentes (vectores propios en el espacio de las filas). Las matrices F y U cumplen:

$$F'F = D; \quad \frac{1}{l} = U'U = I_r \quad [3.6.4]$$

donde D es la matriz diagonal de valores propios asociada al ACP.

2. Se obtienen los datos óptimamente cuantificados y escalados X^* para \hat{X} fijo (Young et al. 1978), respetando las restricciones de medida de cada variable.
3. Se calcula la función objetivo que propone Gifi, (1990):

$$\theta^* = \text{traza}(X^* - \hat{X})'(X^* - \hat{X}) \quad [3.6.5]$$

El cálculo de θ^* se realiza con el fin de verificar la siguiente condición: si θ^* entre la iteración actual y la anterior es menor que un valor ϵ dado, se finaliza el proceso. En caso contrario, el algoritmo vuelve al paso 1.

Los pasos 1 a 3 se realizan iteradamente hasta lograr una convergencia obteniéndose la primera componente principal, que para un individuo i se representa por medio de la siguiente combinación lineal:

$$F_1(i) = \sum_{j \in J, k \in k_j} a_{kj} x_{ijk}^* \quad [3.6.6]$$

donde x_{ijk}^* es la variable óptimamente cuantificada, centrada y reducida, obtenida a partir de $\hat{X} = FU'$. Esta suma ponderada o combinación lineal es la primera componente principal obtenida con el algoritmo, con esta componente se construyen el índice sintético.

3.6.3 Procedimiento para la construcción de índices

Con las cuantificaciones obtenidas, nos permiten construir los índices en base al conjunto de variables, para nuestro caso ordinales, sean a_{kj} las cuantificaciones de las categorías óptimas de las j variables y de la k -ésima categoría dentro de cada variable x .

1. Seleccionar el mínimo de los términos a_{kj} de las categorías que conforman cada variable, este mínimo se denota por mín_{kj} , es decir:

$$\text{mín}_{kj} = \min_{k \in q_j} (a_{kj}) \quad [3.6.7]$$

2. Reescalar cada uno de los términos a_{kj} de cada categoría por medio de

$$r_{kj} = a_{kj} - \text{mín}_{kj} \quad [3.6.8]$$

3. Obtener la suma de los máximos de r_{kj} , es decir:

$$suma x_j = \sum_{j \in J} \max_{k \in q_j} (r_{kj}) \quad [3.6.9]$$

4. Obtener los puntajes de cada una de las categorías:

$$p_{kj} = \frac{r_{kj}}{suma x_j} \times 100 \quad [3.6.10]$$

5. Construir el índice sintético para el individuo i , se obtiene sumando los puntajes que corresponden a una categoría de cada una de las variables, de acuerdo a la respuesta observada en el individuo i :

$$\text{Índice}(i) = \sum_{j \in J, k \in K_j} p_{kj} z_{ikj} \quad [3.6.11]$$

3.7 Análisis de Regresión Multinivel.

Haciendo una revisión exhaustiva sobre el tema, puede encontrarse que los modelos multinivel, también son conocidos en la literatura como modelos de coeficientes aleatorios (Longford, 1993), modelos de componentes de la varianza (Searle et al., 1992), jerárquicos (Raudenbush y Bryk, 2002), modelos de efectos mixtos, (Laird y Ware 1982), o multinivel (Goldstein, 1999). Estos modelos estadísticos son apropiados para datos con fuentes anidadas de variabilidad, es decir, unidades de un nivel inferior, integradas en unidades de un nivel superior.

Los modelos multinivel han sido usados en educación, para estimar separadamente la varianza entre estudiantes de una misma escuela, y la varianza entre escuelas. En aplicaciones psicológicas, los múltiples niveles podrían ser preguntas en un cuestionario, individuos y familias. Diferentes covariables pueden ser relevantes en diferentes niveles. Estos modelos pueden ser usados en estudios longitudinales, como estudios de crecimiento, para separar cambios en un individuo y diferencias entre los individuos.

3.7.1 El Modelo de Regresión Multinivel para una estructura de dos niveles

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} x_{ij} + e_{ij} \quad [3.7.1]$$
$$e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

El subíndice i , se refieren a las unidades de nivel 1, y el j a las unidades de nivel 2. y_{ij} , es el valor que toma la variable dependiente para el i -ésimo individuo o unidad de nivel 1, agrupada dentro de la j -ésima unidad del nivel 2.

Teniendo en cuenta que

$$\beta_{0j} = \gamma_0 + \mu_{0j} \quad \text{y} \quad \beta_{1j} = \gamma_1 + \mu_{1j} \quad [3.7.2]$$
$$E(\mu_{0j}) = E(\mu_{1j}) = 0$$
$$Var(\mu_{0j}) = \sigma_{\mu_0}^2; \quad Var(\mu_{1j}) = \sigma_{\mu_1}^2; \quad Cov(\mu_{0j}, \mu_{1j}) = \sigma_{01}$$

Los parámetros β_{0j} y β_{1j} se interpretan como variables cuyos valores pueden cambiar de una unidad de nivel 2 a otra, es decir, el coeficiente β_{0j} es el intercepto, o valor promedio de la variable dependiente para cada grupo o unidad del nivel 2, y está formado por una parte fija, γ_0 , que representa la media total de la variable dependiente para todos los grupos, y una aleatoria μ_{0j} , que representa la variabilidad de las medias de los distintos grupos en torno a la media global. Del mismo modo, el término β_{1j} es la pendiente o cambio promedio pronosticado en la variable dependiente y por cada unidad que aumenta la variable x , además está formada por una parte fija, γ_1 , que es la pendiente promedio para todos los grupos, y una aleatoria μ_{1j} , que representa la variabilidad de las pendientes de los distintos grupos en torno a la pendiente.

Por último, el término de error aleatorio e_{ij} asociado con el i -ésimo valor que toma la variable dependiente para el i -ésimo individuo o unidad del nivel 1, agrupada dentro del j -ésimo grupo o unidad del nivel 2.

Ahora bien, sustituyendo las ecuaciones del intercepto y de la pendiente que acompaña a la variable independiente en la ecuación [3.7.1], en el segundo nivel, el modelo multinivel lineal básico de 2 niveles toma la forma.

$$y_{ij} = \gamma_0 + \gamma_1 x_{ij} + (\mu_{1j} x_{ij} + \mu_{0j} + e_{ij}) \quad [3.7.3]$$

Este modelo combinado incluye tanto efectos fijos $\gamma_0 + \gamma_1 x_{ij}$ como aleatorios $(\mu_{1j} x_{ij} + \mu_{0j} + e_{ij})$; es, por tanto, un modelo mixto.

El modelo presentado en la ecuación [3.7.1], tiene una sola variable independiente en el primer nivel, es fácil extender este modelo a más de una variable independiente. Cuando se introducen variables independientes en el nivel uno, el efecto sobre las varianzas de un modelo lineal básico de dos niveles es el siguiente: la varianza del segundo nivel puede, aumentar, disminuir o permanecer igual; mientras que la varianza del primer nivel y la variación residual total, pueden permanecer igual o disminuir.

El intercepto y la pendiente que acompaña a la variable independiente son aleatorios, es decir, diferentes para cada unidad del nivel 2, como lo indica el subíndice j . Entonces, cuando el intercepto y la pendiente de una variable independiente son significativamente diferentes para cada una de las unidades del segundo nivel, esto se conoce como variación del segundo nivel, múltiple o compleja, y se introducen variables independientes en este nivel tanto en la ecuación del intercepto como en la de la pendiente, con la intención de explicar o conocer a qué se deben éstas diferencias, de la siguiente manera:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} z_j + \mu_{0j} \quad \text{y} \quad \beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11} z_j + \mu_{1j} \quad [3.7.4]$$

La variable independiente z , que se introdujo en la ecuación del intercepto, podría explicar ahora el comportamiento de la variable dependiente y . Mientras que, la

variable independiente z , que se encuentra en la ecuación de la pendiente, expresa que la relación que existe entre la variable dependiente y la variable independiente de nivel 1 depende de la variable independiente del nivel 2.

γ_{00} , es el intercepto o media total de la variable dependiente. γ_{10} , es la pendiente que acompaña a la variable independiente de nivel 2, que intenta explicar las diferencias entre los interceptos. μ_{0j} , es el efecto de los grupos sobre el intercepto, condicionado a la variable independiente z . γ_{10} , es la pendiente promedio de todos los grupos. γ_{11} , es la pendiente que acompaña a la variable independiente de nivel 2, que se introdujo con la intención de explicar las diferencias entre las pendientes de nivel 1. Por último, μ_{1j} es el efecto de los grupos sobre la pendiente, condicionado a la variable z . Sustituyendo las ecuaciones del intercepto y de la pendiente en la ecuación [3.7.1], el modelo es el siguiente

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}z_j + \gamma_{10}x_{ij} + \gamma_{11}z_jx_{ij} + (\mu_{0j} + \mu_{1j}x_{ij} + e_{ij}) \quad [3.7.5]$$

La expresión z_jx_{ij} que aparece en la ecuación [3.7.5], puede ser interpretada como un término de interacción que aparece en el modelo como consecuencia de modelar la pendiente de la regresión, β_{1j} que acompaña a la variable independiente del nivel de los individuos, con una variable independiente del nivel de los grupos que es z_j . Entonces, la variable independiente z , actúa como moderadora de la relación entre la variable dependiente y , con la variable independiente x_{ij} . Es decir, hay una interacción entre variables explicativas de ambos niveles Hox, (1995).

Asumiendo que existen $P \in \{1, \dots, P\}$ variables independientes o explicativas x en el nivel uno, y $Q \in \{1, \dots, Q\}$ variables explicativas z en el segundo nivel. El modelo general toma la forma

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \sum_{p=1}^P \gamma_{p0} x_{pij} + \sum_{q=1}^Q \gamma_{0q} z_{qj} + \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \gamma_{pq} z_{qj} x_{pij} + \sum_{p=1}^P \mu_{pj} x_{pij} + \mu_{0j} + e_{ij} \quad [3.7.6]$$

Los e_{ij} son los errores del nivel 1, se asume que tienen distribución normal con media cero y varianza común. Los términos μ_{0j} y μ_{pj} representan los términos de error correspondientes al nivel 2, los cuales se asumen como independientes de los e_{ij} y tienen distribución normal multivariante con vector de medias cero.

La varianza de μ_{0j} viene a ser la varianza del intercepto entre los grupos, que se conoce como $\sigma_{\mu_0}^2$. Las varianzas de los errores residuales μ_{pj} son las varianzas de las pendientes entre los grupos $\sigma_{\mu_p}^2$. Las covarianzas entre los términos residuales son generalmente diferentes de cero y son colectadas en la matriz de varianza y covarianza del nivel 2.

Los coeficientes de regresión γ no varían para cada una de las unidades del nivel 2, por lo tanto, es posible referirse a ellos como coeficientes fijos. Toda la variación entre las unidades de nivel 2, que quede en los coeficientes β después de la predicción de estos con la variable independiente de este nivel, que es z_j , se asume que es la variación del error residual, y es capturada por el término de error μ_{pj} , donde el subíndice j indica la unidad del nivel 2 a la que pertenece. Cuando el intercepto y la pendiente son diferentes para cada unidad de nivel 2, como se señaló previamente, se espera poder explicar parte de esta variación introduciendo variables explicativas en este nivel, o niveles superiores.

3.7.2 El Modelo Nulo

El modelo nulo, también conocido como modelo incondicional de medias, permite observar la variación de la variable respuesta alrededor de las unidades del nivel 2 y

también calcular la correlación intraclase que se definirá más adelante. En el nivel 1, el modelo nulo, se plantea de la siguiente manera

$$y_{ij} = \beta_{0j} + e_{ij} \quad [3.7.7]$$

En este nivel, y_{ij} es la variable dependiente, e_{ij} es el término de error aleatorio del nivel 1, se asume que los errores se distribuyen normalmente con media cero y con igual varianza en todas las unidades de segundo nivel.

En el nivel 2, el intercepto o valor promedio de la variable dependiente para cada una de los grupos es β_{0j} , definido por la combinación del intercepto o media total de la variable dependiente γ_{00} y la variación aleatoria de cada unidad de segundo nivel entorno a esa media μ_{0j} .

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \mu_{0j} \quad [3.7.8]$$

Se asume que el componente aleatorio μ_{0j} tiene valor esperado cero y varianza $\sigma_{\mu_0}^2$. Sustituyendo en [3.7.7] el valor de [3.7.8] se obtiene el modelo mixto multinivel o modelo combinado:

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \mu_{0j} + e_{ij} \quad [3.7.9]$$

$$\mu_{0j} \sim N(0, \sigma_{\mu_0}^2) \quad \text{y} \quad e_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$$

El modelo incondicional de medias puede ser visto como un modelo de análisis de varianza de una sola vía con efectos aleatorios (Singer, 1998). Esto, en cuanto a la estructura del modelo, es decir, dicho modelo está formado, como se muestra en la ecuación [3.7.10]. A la izquierda, de la igualdad, está la variable dependiente, a la derecha, la media general de la variable respuesta, el efecto del tratamiento o factor de interés para el i -ésimo nivel y por último el término de error aleatorio.

$$y_{ij} = \mu + \beta_j + e_{ij} \quad [3.7.10]$$

La correlación intraclase o correlación intra-grupo con unidades del segundo nivel, C_{CI} , representa el grado de variabilidad existente entre dos unidades del primer nivel, agrupadas dentro de la misma unidad del segundo nivel, la cual puede interpretarse como la proporción de la varianza total proveniente de las unidades del nivel 2.

Como se mencionó anteriormente, los modelos multinivel pueden ser utilizados cuando las observaciones no son independientes, siendo la correlación intraclase la manera de medir la magnitud de esa dependencia. Dicha correlación es igual a la proporción estimada de la varianza entre grupos comparada con la varianza total estimada, como se muestra a continuación

$$C_{CI} = \rho = \frac{\sigma_{\mu_0}^2}{\sigma_{\mu_0}^2 + \sigma_e^2} \quad [3.7.11]$$

Según Pardo et al (2007), una correlación intraclase con un valor de uno indica que toda la variabilidad se debe al factor, es decir, a la diferencia entre las unidades de segundo nivel, un valor de cero indica que el factor no contribuye en absoluto a explicar la variabilidad, es decir, que toda la varianza esta explicada por las diferencias dentro de cada unidad de segundo nivel.

De la misma manera una correlación intraclase diferente de cero, se debe a que en el modelo existe más de un término residual. Esto ocasiona que los procedimientos tradicionales de estimación, como es el caso del método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (Ordinary Least Squares), utilizados en modelos de regresión múltiple tradicionales, no deban utilizarse. Con la intención de explicar a qué se debe la diferencia entre los interceptos se introducen variables explicativas en el segundo

nivel. En la ecuación [3.7.12] se presenta el modelo nulo, al cual se le agrega una variable independiente del nivel 2.

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}z_j + \mu_{0j} + e_{ij} \quad [3.7.12]$$

Ahora bien, si se introduce más de una variable independiente, el modelo tomaría la forma

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \sum_{q=1}^q \gamma_{0q}z_{qj} + \mu_{0j} + e_{ij} \quad [3.7.13]$$

El modelo incondicional de medias se puede considerar como el primer paso o procedimiento exploratorio, para llevar a cabo un análisis multinivel, con él se puede determinar si los datos requieren un análisis de este tipo o si pueden ser analizados mediante modelos de regresión tradicionales. Este modelo proporciona una base con la que se pueden comparar modelos más complejos. Entonces, si resulta que la variación entre las unidades del nivel 2 es significativa, es decir, que el porcentaje de varianza debido a las unidades del segundo nivel es significativo, se puede proceder a ajustar un modelo por niveles.

3.7.3 Estimación de Parámetros

Hox (1995), señala que en el análisis de regresión multinivel, los estimadores frecuentemente usados son los conocidos como estimadores máximo verosímiles, los cuales se obtienen mediante el método de Máxima Verosimilitud¹. Estos estimadores calculan los parámetros de un modelo, proporcionando estimaciones para los valores poblacionales que maximicen la función de verosimilitud, la cual proporciona la

¹ El Método de Máxima Verosimilitud (Maximum Likelihood) consiste en estimar los parámetros del modelo de manera tal, que la probabilidad de observar los valores dados de la variable dependiente (y), sea lo más grande posible.

probabilidad de observar los datos muestrales, es decir, los valores de y , dadas las estimaciones actuales de los parámetros.

Según Goldstein (1999), el procedimiento de máxima verosimilitud, debido a que no toma en cuenta la variación muestral de los parámetros fijos, produce estimaciones sesgadas de los parámetros aleatorios. Lo que puede ser importante cuando el tamaño de la muestra es pequeño. La solución es utilizar una modificación conocida como Máxima Verosimilitud Restringida (Maximum Likelihood Restricted), mediante la cual se obtienen estimaciones insesgadas de los parámetros aleatorios.

Otros procedimientos de estimación para modelos de regresión multinivel se señalan en Goldstein (1999), y son los siguientes: el método de Mínimos Cuadrados Generalizados Esperados (Expected Generalized Least Squares), el Algoritmo de Puntajes de Fisher (Fisher Scoring), el método de Estimación completamente Bayesiano (The Full Bayes Estimation), el método Empírico de Bayes (Empirical Bayes Estimation) y el método de Cadenas de Markov Monte Carlo (Markov Chain Monte Carlo). El método de Mínimos Cuadrados Esperados, el Algoritmo de Puntajes de Fisher, y el método de Máxima Verosimilitud Restringida, están basados en verosimilitud. Mientras que el método de Estimación Completamente Bayesiano, el método Empírico de Bayes, y el método de Cadenas de Markov Monte Carlo, se basan en estadística Bayesiana.

Se requiere un procedimiento iterativo para obtenerlos valores de los parámetros mediante el Método de Máxima Verosimilitud. El programa genera estimaciones de partida para los diferentes parámetros, en el análisis multinivel estos se basan generalmente en la regresión tradicional. Entonces, mediante un procedimiento de computación ingenioso se mejoran los valores de partida, esto se realiza una serie de veces. Luego de cada iteración, el programa reconoce cuantas estimaciones cambiaron comparadas con las anteriores, si el cambio es muy pequeño, el programa determina que el procedimiento ha convergido y que ha terminado. Cabe destacar,

que este procedimiento no garantiza el detenerse, hay modelos y grupos de datos para los que el programa produce un sinnúmero de iteraciones. Esto se debe a que muchos programas no tienen un límite máximo. La interpretación usual para un modelo que no converge, es que no es un buen modelo, aunque el problema también puede deberse a los datos (Hox, 1995).

Teniendo en cuenta la preferencia de Goldstein (1999) por el método de Máxima Verosimilitud Restringida, sobre el Método de Máxima Verosimilitud; además se favorece el uso del Método de Máxima Verosimilitud Restringida, que es, el que por defecto emplean en la estimación de los parámetros, software como SPSS, SAS y R.

Ahora bien, para cualquier modelo multinivel es necesario conocer los parámetros, que son las varianzas y covarianzas, los coeficientes fijos y los residuos. Estos se presentan en las secciones siguientes.

3.7.4 Parámetros aleatorios

Un Modelo de Intercepto Aleatorio o también conocido como modelo de componentes de varianza, el intercepto va a ser diferente para cada una de las unidades del segundo nivel y la pendiente sería un componente fijo, es decir, la misma pendiente para cada una de las unidades del segundo nivel. En el nivel 1, el modelo, es el siguiente

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_{ij} + \mu_{0j} + e_{ij} \quad [3.7.14]$$

En el nivel 2, el modelo de componentes de varianza se presenta a continuación

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}x_{ij} + (\mu_{0j} + e_{ij}) \quad [3.7.15]$$

La parte fija del modelo está conformada por $\gamma_{00} + \gamma_{01}x_{ij}$, que son, el intercepto o media total de la variable dependiente, y la pendiente o coeficiente de regresión que acompaña a la variable independiente, respectivamente. La parte aleatoria está dada por dos variables aleatorias que son los términos de error del segundo y primer nivel, respectivamente, $\mu_{0j} + e_{ij}$. Además contiene dos parámetros aleatorios a ser estimados, que son $\sigma_{\mu_0}^2$ y σ_e^2 , los cuales conforman la varianza de la variable respuesta, como se muestra a continuación

$$Var(y_{ij}/\beta_0, \beta_1, x_{ij}) = Var(\mu_{0j} + e_{ij}) = \sigma_{\mu_0}^2 + \sigma_e^2 \quad [3.7.16]$$

Como puede observarse en la ecuación anterior, la varianza de la variable dependiente para el modelo de componentes de varianza, está compuesta por la suma de las varianzas de nivel 2 y de nivel 1. La varianza total para cada unidad de nivel 1, es constante, y la covarianza entre dos unidades de dicho nivel pertenecientes al mismo grupo, denotada por i_1, i_2 se representa de la siguiente manera

$$Cov(\mu_{0j} + e_{i_1j}, \mu_{0j} + e_{i_2j}) = Cov(\mu_{0j}, \mu_{0j}) = \sigma_{\mu_0}^2 \quad [3.7.17]$$

Una matriz de covarianza de un modelo de intercepto aleatorio, para tres unidades de nivel 1, que podrían ser tres estudiantes de una escuela agrupados en la misma unidad de nivel 2, se deriva de la expresión anterior, y se muestra a continuación

$$\begin{pmatrix} \sigma_{\mu_0}^2 + \sigma_e^2 & \sigma_{\mu_0}^2 & \sigma_{\mu_0}^2 \\ \sigma_{\mu_0}^2 & \sigma_{\mu_0}^2 + \sigma_e^2 & \sigma_{\mu_0}^2 \\ \sigma_{\mu_0}^2 & \sigma_{\mu_0}^2 & \sigma_{\mu_0}^2 + \sigma_e^2 \end{pmatrix}$$

Figura 3.7.1. Matriz de covarianza para tres unidades del nivel 1 agrupadas dentro de la misma unidad del nivel 2, para un modelo de componentes de varianza.

Fuente: Goldstein, (1999).

Ahora, una matriz de covarianza total, para dos unidades del segundo nivel, digamos A y B , donde A tiene tres unidades del nivel 1 y B sólo dos unidades,

puede observarse en la figura (3.7.2). Su estructura de bloque diagonal refleja, que la diagonal entre las covarianzas de las unidades del segundo nivel, es cero. Esto puede extenderse a cualquier número de unidades del nivel 2.

$$\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} \sigma_{\mu 0}^2 + \sigma_e^2 & \sigma_{\mu 0}^2 & \sigma_{\mu 0}^2 \\ \sigma_{\mu 0}^2 & \sigma_{\mu 0}^2 + \sigma_e^2 & \sigma_{\mu 0}^2 \\ \sigma_{\mu 0}^2 & \sigma_{\mu 0}^2 & \sigma_{\mu 0}^2 + \sigma_e^2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \sigma_{\mu 0}^2 + \sigma_e^2 & \sigma_{\mu 0}^2 \\ \sigma_{\mu 0}^2 & \sigma_{\mu 0}^2 + \sigma_e^2 \end{pmatrix}$$

Figura 3.7.2. Matriz de covarianza bloque diagonal del vector respuesta Y , para un modelo de componentes de varianza de dos niveles con dos unidades del nivel 2.

Fuente: Goldstein, 1999

En la siguiente expresión, se presenta la matriz anterior, de forma más compacta.

$$V_2 = \begin{pmatrix} \sigma_{\mu 0}^2 J_{(3)} + \sigma_e^2 I_{(3)} & 0 \\ 0 & \sigma_{\mu 0}^2 J_{(2)} + \sigma_e^2 I_{(2)} \end{pmatrix}$$

Figura 3.7.3. Notación de la matriz de covarianza bloque diagonal.

Fuente: Goldstein, (1999).

En la expresión anterior, $I_{(n)}$ es la matriz identidad $n \times n$, formada por unos en su diagonal y tiene la propiedad de ser el elemento neutro, $J_{(n)}$ es la matriz identidad $n \times n$, formada por unos, el subíndice 2, en V_2 indica que es un modelo de dos niveles. Para una estructura de datos de un sólo nivel, $\sigma_{\mu 0}^2$ sería cero empleando Mínimos Cuadrados Ordinarios y la matriz de covarianza volvería a ser de la forma estándar $\sigma_e^2 I$, donde la única varianza residual estaría dada por σ_e^2 . Para el modelo básico de dos niveles, donde la pendiente o coeficiente de la variable explicativa X es aleatorio en el nivel 2, corresponde la siguiente estructura típica de bloques, para un bloque de dos niveles con dos unidades del nivel 1. Entonces, en la figura (3.7.4) se puede observar la matriz de covarianza de la variable respuesta para un modelo de dos niveles donde el intercepto y el coeficiente de regresión son aleatorios.

La matriz de covarianza para los coeficientes aleatorios del primer nivel es Ω_1 , está formada por un sólo término; la matriz de covarianza del intercepto y de la pendiente, ambos aleatorios en el segundo nivel, es Ω_2 . Para el grupo de esas matrices de covarianza también puede escribirse $\Omega = \{\Omega_i\}$

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix}$$

$$A = (\sigma_{\mu_0}^2 + 2\sigma_{\mu_01}x_{1j} + \sigma_{\mu_1}^2x_{1j}^2 + \sigma_e^2)$$

$$B = (\sigma_{\mu_0}^2 + \sigma_{\mu_01}(x_{1j} + x_{2j}) + \sigma_{\mu_1}^2x_{1j}x_{2j})$$

$$C = (\sigma_{\mu_0}^2 + 2\sigma_{\mu_01}x_{2j} + \sigma_{\mu_1}^2x_{2j}^2 + \sigma_e^2)$$

donde

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix} = X_j \Omega_2 X_j^T \begin{pmatrix} \Omega_1 & \\ & \Omega_1 \end{pmatrix}$$

$$X_j = \begin{pmatrix} 1 & x_{1j} \\ 1 & x_{2j} \end{pmatrix}, \quad \Omega_2 = \begin{pmatrix} \sigma_{\mu_0}^2 & \sigma_{\mu_01} \\ \sigma_{\mu_01} & \sigma_{\mu_1}^2 \end{pmatrix}, \quad \Omega_1 = \sigma_e^2$$

Figura 3.7.4. Matriz de covarianza de la respuesta para una unidad del nivel 2 con dos unidades del nivel 1, para un modelo de dos niveles con un intercepto aleatorio y un coeficiente de regresión aleatorio en el nivel 2.

Fuente: Goldstein, (1999).

3.7.5 Coeficientes fijos

Teniendo en cuenta el modelo de componentes de varianza presentado en la ecuación [3.7.15] y suponiendo que los valores de las varianzas son conocidos, se aplica el procedimiento de Mínimos Cuadrados Generalizados, mostrado en [3.7.18], para obtener el estimador de los coeficientes fijos.

$$\hat{\beta} = (X^T V^{-1} X)^{-1} X^T V^{-1} Y \quad [3.7.18]$$

Con la matriz de covarianza $(X^T V^{-1} X)^{-1}$ y donde

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} \\ 1 & x_{21} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n_m m} \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} y_{11} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{n_m m} \end{pmatrix} \quad [3.7.19]$$

3.7.6 Residuos

La estimación del término residual e_{ij} de un modelo de un sólo nivel, tal como el que se muestra en la ecuación [3.7.15], es \tilde{y}_i , que se denomina residuo bruto. En un modelo multinivel lineal de dos niveles existen varios residuos que son, el término residual del nivel 1 (e_{ij}) y los términos residuales del nivel 2 (μ_{0j} y μ_{pj}), asociados con el intercepto y con las pendientes o coeficientes de regresión, respectivamente. Cuando los residuos se distribuyen de forma normal, la ecuación [3.7.22], produce estimaciones de Máxima Verosimilitud (Goldstein, 1999). Del procedimiento de estimación iterativo, donde las estimaciones razonables de los parámetros fijos, normalmente son ajustadas por Mínimos Cuadrados Ordinarios asumiendo que la varianza del intercepto es cero, se forman los residuos brutos, como se observa a continuación

$$\tilde{y}_{ij} = y_{ij} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{ij} \quad [3.7.20]$$

donde, el vector de residuos brutos es

$$\tilde{Y} = \{\tilde{y}_{ij}\}$$

Ahora, una vez conocidos los parámetros, se puede predecir un residuo específico, esto se debe a que para cada vector residual, los residuos en cualquier nivel son independientes de los residuos en cualquier otro nivel. Por ejemplo μ_{0j} para un modelo de componentes de varianza, donde se requiere por cada nivel dos unidades, sería

$$\tilde{\mu}_{0j} = E(\mu_{0j}/Y, \hat{\beta}, \hat{\Omega}) \quad [3.7.21]$$

Según Goldstein (1999), la expresión [3.7.21] viene a ser el cálculo o predicción de los residuos. Es como una regresión lineal de μ_{0j} sobre el grupo de $\{\tilde{y}_{ij}\}$ para la j -ésima unidad del segundo nivel. En terminología bayesiana esta expresión se conoce como estimación residual posterior. Ahora, cuando no se tiene en cuenta la variación

muestral asociada a las estimaciones de los parámetros en la expresión [3.7.21], se plantea lo siguiente

$$\begin{aligned} Cov(\tilde{y}_{ij}, \mu_{0j}) &= Var(\mu_{0j}) = \sigma_{\mu_0}^2 \\ Cov(\tilde{y}_{ij}, e_{ij}) &= \sigma_e^2 \\ Var(\tilde{y}_{ij}) &= \sigma_{\mu_0}^2 + \sigma_e^2 \end{aligned} \quad [3.7.22]$$

La cantidad requerida para estimar los coeficientes de regresión y por $\hat{\mu}_{0j}$ está dada en la ecuación [3.7.22]. Para el modelo de componentes de varianza

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_{0j} &= \frac{n_j \sigma_{\mu_0}^2}{(n_j \sigma_{\mu_0}^2 + \sigma_e^2)} \tilde{y}_{ij} \\ \tilde{e}_{ij} &= \tilde{y}_{ij} - \hat{\mu}_{0j} \\ \tilde{y}_{ij} &= \frac{\sum_i \tilde{y}_{ij}}{n_j} \end{aligned} \quad [3.7.23]$$

Donde n_j es el número de unidades del primer nivel que hay en la j -ésima unidad del segundo nivel. Los residuos estimados son consistentes pero no son incondicionalmente insesgados. El factor multiplicador de la media \tilde{y}_{ij} de los residuos brutos para la unidad j , también es conocido como factor de reducción debido a que toma valores menores o iguales a 1. Entonces, cuando n_j aumenta, dicho factor de reducción tiende a uno y cuando n_j disminuye, tiende a cero.

Estos residuos se pueden interpretar de dos maneras. Por un lado su interpretación básica como variables aleatorias, con su propia distribución, donde los valores de los parámetros nos dan información sobre la variación existente entre unidades del nivel 2, también proporcionan estimadores eficientes para los coeficientes fijos de la regresión. Y por otro lado, es una estimación individual para cada una de las unidades del segundo nivel, partiendo del supuesto de que pertenecen a una población de unidades para predecir sus valores. Para las unidades del nivel 2 que tienen pocas unidades del nivel 1, se obtienen estimaciones más precisas, partiendo de que vienen

de una población, que cuando se ignora la suposición de que son una muestra de una población, y se utilizara la información sólo de esas unidades

3.7.7 Bondad de Ajuste

Cuando se ajustan diferentes modelos sobre un conjunto de datos, surge la necesidad de comparar los ajustes y así poder seleccionar un modelo. El procedimiento MIXED de SPSS, ofrece cinco estadísticos de ajuste que indican en qué medida el modelo es capaz de representar la variabilidad observada en los datos, el modelo que presente el menor valor de estos estadísticos, se considera el mejor. Pardo et al (2007, pág. 312).

El primero de estos estadísticos es la Deviance ($-2LL$ McCullag y Nelder, 1989), se utiliza para hallar todos los estadísticos, donde LL , es denotada para el logaritmo de la verosimilitud, el resto son modificaciones de ($-2LL$), que penalizan incrementando su valor, mediante alguna función del número de parámetros. El segundo de estos estadísticos (AIC) es el criterio de información de Akaike, (Akaike, 1974); el tercero (AICC) es el criterio de información de Akaike corregido, (Hurvich y Tsai, 1989); el cuarto (CAIC) es el criterio de información de Akaike consistente, (Bozdogan, 1987); y el quinto (BIC) es el criterio de información bayesiano (Schwarz, 1978):

$$AIC = -2LL + 2d$$

$$AICC = -2LL + \frac{2dn}{n - d - 1}$$

$$CAIC = -2LL + d [\ln(n) + 1]$$

$$BIC = -2LL + d \ln(n)$$

Si se utiliza el Método de Máxima verosimilitud (MV), d es número de parámetros asociados a los efectos fijos más el número de parámetros asociados a los

efectos aleatorios y n es el número total de casos. Si se utiliza el Método de Máxima Verosimilitud Restringido (MVR), d es número de parámetros asociados a los efectos aleatorios y n es el número total de casos menos el número de parámetros asociados a los efectos fijos.

Estos estadísticos de ajuste no tienen una interpretación directa, pero son muy útiles para comparar modelos alternativos siempre que uno de ellos incluya términos del otro. La diferencia entre los estadísticos $-2LL$ correspondientes a dos modelos distintos se distribuye Ji -cuadrado con grados de libertad igual al número de parámetros en que difieren los dos modelos comparados; por tanto, la diferencia entre los estadísticos $-2LL$ correspondientes a dos modelos distintos puede utilizarse para valorar la ganancia que se obtiene en el ajuste cuando se añaden los efectos en que difieren ambos modelos.

3.7.8 Pruebas de Significación

Para la mayoría de las estimaciones, los procedimientos de máxima verosimilitud, producen los errores estándar respectivos. Estos pueden utilizarse en pruebas de significación, para contrastar hipótesis sobre los parámetros del modelo. La prueba de Wald, donde el estadístico Z asociado con la distribución normal estándar, se obtiene dividiendo el valor del parámetro entre su error estándar, establece en la hipótesis nula que determinado parámetro es igual a cero. Los errores estándar son asintóticos, es decir, válidos para muestras grandes². En el análisis de regresión tradicional se requieren diez observaciones por cada coeficiente de regresión. En regresión multinivel, los coeficientes del nivel superior y los componentes de varianza, son estimados sobre una muestra de los grupos, que por lo general no es muy grande (Hox, 1995). Bryk and Raudenbush, citado en Goldstein (1999), argumentan que para los efectos fijos es mejor utilizar una prueba basada en la distribución t , que la prueba de Wald no es apropiada para las varianzas porque la distribución muestral de las

² Cuando la muestra es pequeña la prueba de Waid es poco confiable.

varianzas es sesgada, y proponen utilizar una prueba basada en la distribución *Ji-cuadrado* para los residuos.

Para los componentes de varianza, que serían la varianza del primer nivel, y las varianzas del segundo nivel. En cuanto a la significación, se utiliza la prueba *Z* de Wald, donde la hipótesis nula establece que las varianzas no son significativas y la alternativa que las varianzas del modelo son significativas. Como prueba adicional para los componentes de varianza se puede utilizar la prueba de la razón de la verosimilitud.

En cuanto a la independencia de la varianza del nivel 2, se contrasta con una *Ji-cuadrado*, los grados de libertad resultan de restarle uno a la cantidad de unidades que hay en el segundo nivel, la hipótesis nula establece la independencia de la varianza del nivel 2, y la alternativa, la no independencia. Para los parámetros fijos se utiliza una prueba *t*, la hipótesis nula establece que los parámetros son significativos versus que los parámetros no son significativos, los grados de libertad están dados por las unidades del segundo nivel.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Estadísticas descriptivas.

Con el fin de caracterizar el conjunto de datos objeto de estudio se presenta a continuación la tabla 4.1 que muestra las variables utilizadas a nivel estudiantil y universitario, junto al estudio descriptivo.

Tabla 4.1 Codificación de variables y estadísticas descriptivas.

Nivel	Variable	Categoría	Frecuencia	Media (mínimo; máximo)
Estudiante	Género	Masculino (0)	30694; 42,7%	
		Femenino (1)	41229; 57,3%	
	Edad			26,2 / (19; 66)
	Estado civil	Otros (0)	10179; 14,2%	
		Soltero (1)	61744; 85,8%	
	Índice cultural			(-2,77; 1,38)
	Índice socioeconómico			(-2,48; 3,21)
Universidad	Titularidad	Pública (0)	26387; 36,7%	
		Privada (1)	45536; 63,3%	
	Tamaño de la universidad	Grande (0)	54874; 76,3%	
		Pequeña (1)	17049; 23,7%	
	Índice cultural por universidad			(-1,28 ; 1,03)
Índice socioeconómico por universidad			(-1,18 ; 2,33)	

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

Se observa que de los 71923 estudiantes tomados en la muestra que presentaron la prueba de estado SABER PRO en competencias genéricas, 30694 son de género

masculino y 41229 son de género femenino, que en cifras porcentuales corresponden al 42,7% y 57,3% respectivamente, además el 36,7% corresponden a una institución pública y 63,3% a una institución privada. Con respecto a la edad y estado civil, los estudiante tomados en la muestra, presentan la prueba desde 19 años hasta 66 años, cuyo promedio de edad es 26,2 años y aproximadamente el 85% de los estudiantes es soltero.

En los gráficos de la figura 4.1, en el cual cada punto representa una universidad, se muestran las correlaciones: en la gráfica a, correlación positiva entre índice socioeconómico promedio por universidades con la información de los resultados del rendimiento en la prueba de competencias genéricas y el valor de $R^2 = 0,528$; en la gráfica b, se muestran las correlaciones por titularidad, tanto pública $R^2 = 0,423$ como privada $R^2 = 0,804$, es decir que la relación es más fuerte para universidades privadas en comparación con las universidades públicas. Esta diferencia puede ayudar a encontrar, los factores que inciden en cada una de las universidades.

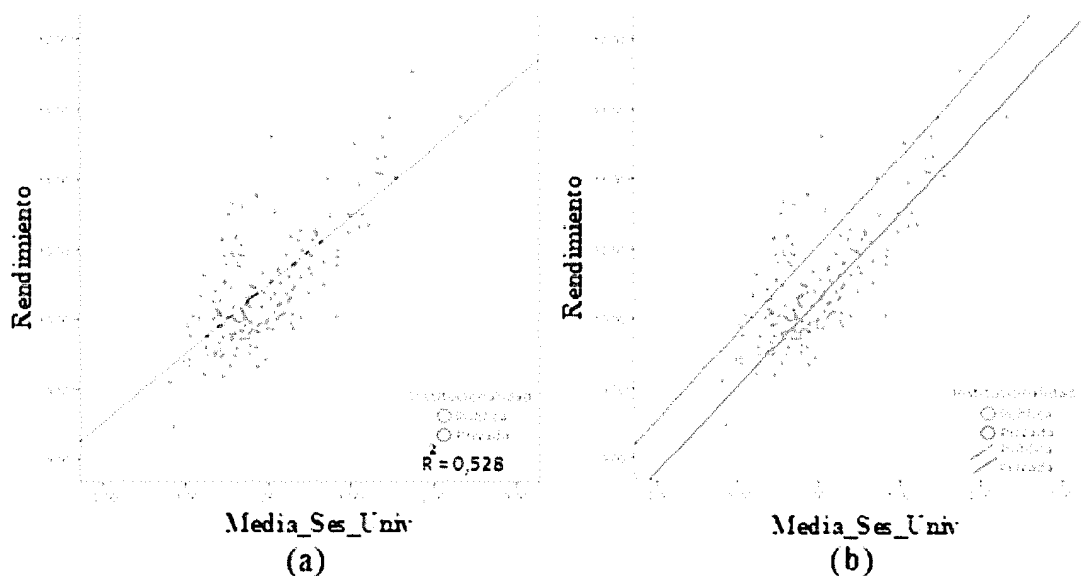


Figura 4.1. Perfil universitario sobre el índice socioeconómico y el rendimiento
Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

En los gráficos de la figura 4.2, se muestran las correlaciones: en la gráfica a, correlación negativa entre la edad promedio por universidades con la información de los resultados del rendimiento en la prueba de competencias genéricas y el valor de $R^2 = 0,310$; esta relación no está fuerte como la del gráfico 4.1; en la gráfica b, se muestran las correlaciones, por Titularidad, tanto pública $R^2 = 0,115$ como privada $R^2 = 0,420$. Es decir el rendimiento en competencias del estudiante está más asociado a la edad en las universidades privadas, que en las públicas.

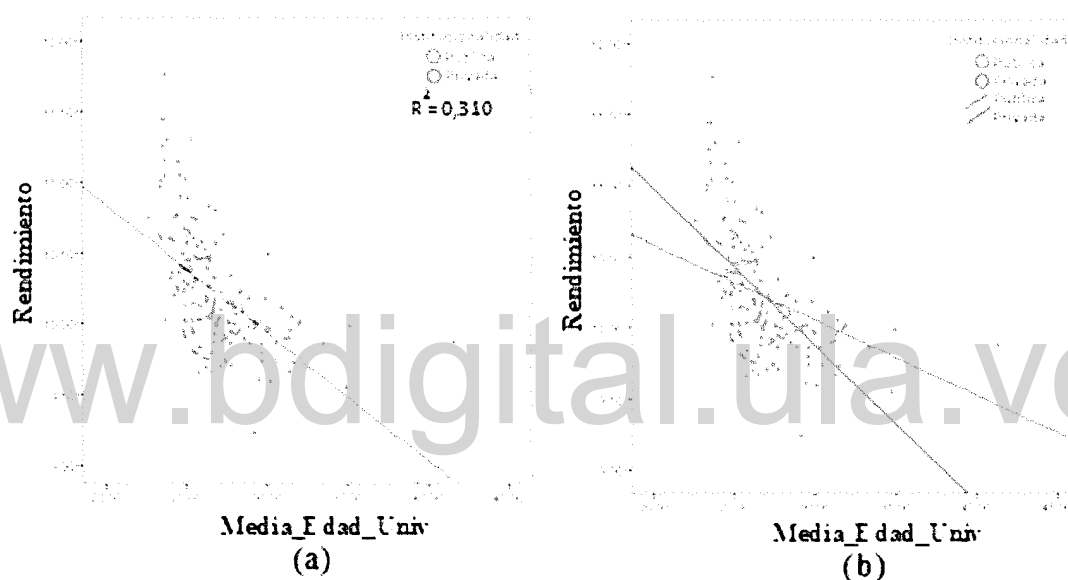


Figura 4.2. Perfil universitario sobre el índice la edad y el rendimiento
Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

4.2 Análisis de Componentes Principales Cualitativas.

El Análisis de Componentes Principales Categóricos es apropiado para la reducción de datos cuando las variables son categóricas (e.g. ordinal) y se desea maximizar la cantidad de varianza representada por los componentes principales. Además, la categorización óptima permite especificar el nivel de medición en las variables escaladas óptimas.

Por tanto, este análisis se utiliza para la construcción de los índices socioeconómico y cultural se utiliza la metodología de componentes principales

cuantitativas, incorporada en el software estadístico SPSS, mediante el paquete CATPCA, (ver anexo B). Se identifican los factores que más importancia tienen sobre el nivel socioeconómico y cultural de las familias de los estudiantes que presentan el examen de estado de manera similar a lo que hace Tapia, (2007) en su trabajo de grado. En la tabla 4.2 y 4.3 se muestran las ocho y cuatro variables que se incluirán para calcular el índice socioeconómico y el índice cultural, respectivamente.

Tabla 4.2 Codificación de variables para calcular el índice socioeconómico.

Variable	1	2	3	4	5
Ocupadre	Hogar, estudia u otra activ.	Obrero o rentista	Técnico empleado o indep.	Profesional o directivo	Empresario o gerente
Ocumadre	Hogar, estudia u otra activ.	Obrero o rentista	Técnico empleado o indep.	Profesional o directivo	Empresario o gerente
Automóvil	No	Si	-	-	-
Estratofam	1 o 8	2 o 3	4	5	6
Ingresofam	Menos de 2 SM	Entre 2 y menos 5 SM	Entre 5 y menos de 7 SM	Entre 7 y menos de 10 SM	10 o más SM
Materpisos	Tierra o arena	Cemento o ladrillo	Madera burda o tablón	Madera pulida, baldosa, tableta	Mármol, alfombra
Grupofam	10 a 12	7 a 9	5 a 6	3 a 4	1 a 2
Trabaja	Si	No	-	-	-

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

Tabla 4.3 Codificación de variables para calcular el índice cultural

Variable	1	2	3	4	5
Nivel educativo del padre	Ninguna o primaria incompleta	Primaria o secundaria incompleta	Técnico o tecnológico	Profesional con o sin título	Postgrado
Nivel educativo de la madre	Ninguna o primaria incompleta	Primaria o secundaria incompleta	Técnico o tecnológico	Profesional con o sin título	Postgrado
Computador	No	Si	-	-	-
Internet	No	Si	-	-	-

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

4.2.1 Índice socioeconómico y cultural.

Inicialmente se presenta a la tabla de resumen del modelo para calcular el índice socioeconómico, utilizando el paquete CAPTCA que muestra: el coeficiente de consistencia interna Alfa de Cronbach³ y el porcentaje de varianza para cada dimensión especificada y la combinación total de ambas dimensiones. El porcentaje de varianza, se calcula, usando los valores propios, se divide el valor propio por el número de variables que se incluyen en el análisis, en nuestro caso ocho variables.

La primera dimensión representa 33,64% de la varianza en la matriz de escala óptima y el modelo con ambas dimensiones representa el 47,47% de la varianza de los elementos de la cuantificación óptima.

Tabla 4.4 Resumen del modelo índice socioeconómico

Dimensión	Alfa de Cronbach	Varianza explicada	
		Total (Autovalores)	% de la varianza
1	0,71	2,69	33,64
2	0,11	1,10	13,83
Total	0,84	3,79	47,47

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

Las cuantificaciones, son el valor asignado a cada categoría de respuesta para cada variable y se muestran en la tabla 4.5.

³ Alfa de Cronbach es cuanto más se aproxime a su valor máximo, 1, mayor es la fiabilidad que hace mediciones estables y consistentes.

Tabla 4.5 Variables socioeconómicas y cuantificaciones óptimas.

Variable	Cuantificación		Variable	Cuantificación	
Ocupación padre			Ingreso familiar		
Hogar, estudia u otra activ.	1	1,039	Menos de 2 SM	1	-,991
Obrero o rentista	2	-,731	Entre 2 y menos 5 SM	2	,032
Técnico empleado o indep.	3	,785	Entre 5 y menos de 7 SM	3	1,176
Profesional o directivo	4	1,353	Entre 7 y menos de 10 SM	4	1,848
Empresario o gerente	5	1,353	10 o más SM	5	2,760
Ocupación Madre			Material de los pisos		
Hogar, estudia u otra activ.	1	-,577	Tierra o arena	1	-2,109
Obrero o rentista	2	-,577	Cemento o ladrillo	2	-1,672
Técnico empleado o indep.	3	1,227	Madera burda o tablón	3	-,200
Profesional o directivo	4	1,905	Madera pulida, baldosa, tableta	4	-,096
Empresario o gerente	5	1,907	Mármol, alfombra	5	2,164
Estrato familiar			Grupo familiar		
1 o 8	1	1,639	10 a 12	1	-2,902
2 o 3	2	-,806	7 a 9	2	-2,213
4	3	-,024	5 a 6	3	-,967
5	4	1,055	3 a 4	4	,409
6	5	2,164	1 a 2	5	1,462
Automóvil			Trabaja		
No	1	-,765	Si	1	-1,148
Si	2	1,308	No	2	,871

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

Dado que algunos de los valores de las cuantificaciones de las categorías de las variables, son iguales para distintas categorías, se construye una nueva categoría con el fin de juntarlas. Este es el caso de la variable ocupación del padre para las categorías de profesional o directivo y empresario o gerente y la variable ocupación de la madre para las categorías de hogar o estudiante y obrero o rentista.

Además la figura 4.3(a), muestra el diagrama de dispersión, teniendo en cuenta las coordenadas para cada una de las ocho variables, en cada dimensión; podemos ver cómo las variables se relacionan entre sí y a las dos dimensiones. Aunque la variable Grupo familiar esta notablemente distante.

Teniendo en cuenta que la variable Grupo familiar, esta alejado de los dos grupos de variables, se incluirá sólo las siete variables restantes, los resultados se muestran en la figura 4.3(b), y en la tabla resumen del modelo de nuestro coeficiente de consistencia interna aumentó de 0.84 con todos los ocho variables a 0,86 con sólo siete variables. Además la varianza de la primera dimensión es 38,29%; y 53.68% con ambas dimensiones, esto se compara con la menor varianza contabilizada de 47,47% total cuando se incluyeron todos los ocho artículos.

Tabla 4.6 Resumen del modelo con siete variables.

Dimensión	Alfa de Cronbach	Varianza explicada	
		Total (Autovalores)	% de la varianza
1	0,73	2,69	38,29
2	0,13	1,07	15,39
Total	0,86	3,76	53,68

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

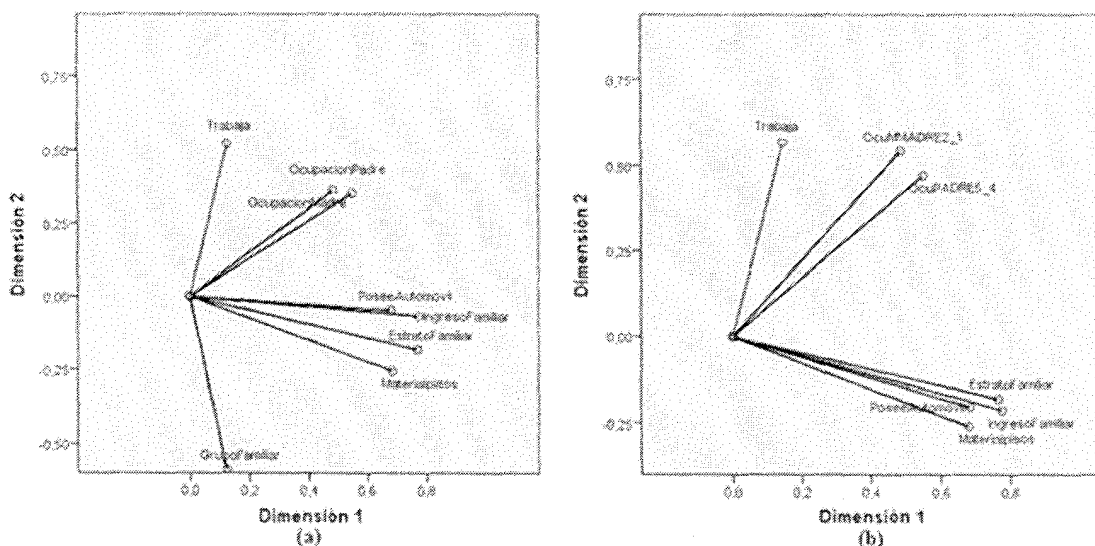


Figura 4.3. Coordenadas de las componentes, para el índice socioeconómico.

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

De la misma manera se calcula el índice cultural, utilizando las cuatro variables con que se relacionan.

Tabla 4.7 Resumen del modelo índice cultural

Dimensión	Alfa de Cronbach	Varianza explicada	
		Total (Autovalores)	% de la varianza
1	0,66	1,99	49,74
2	0,25	1,17	29,26
Total	0,91	3,16	79,0

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

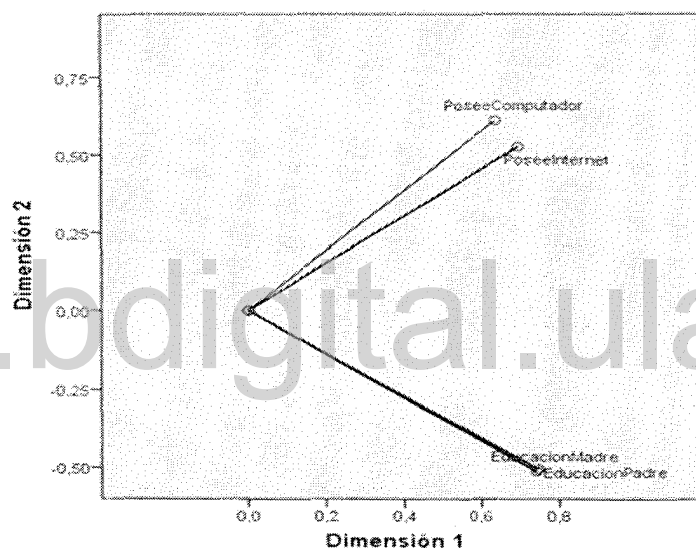


Figura 4.4. Coordenadas de las componentes, para el índice cultural
Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

Usando las cuantificaciones obtenidas, construimos el indicador mediante el mecanismo presentado en el capítulo 3, los valores asignados a cada categoría dentro de cada variable se muestran en las tablas 4.8, y 4.9 el indicador se calcula haciendo una combinación lineal, asignando las cuantificaciones transformadas a cada una de las categorías dentro de cada variable, se calculan los indicadores socioeconómico y cultural, que luego se estandariza, para utilizarse como variable en el modelo de regresión multinivel.

Tabla 4.8 Reescalado de cuantificaciones para el índice socioeconómico

Variable	Cuantificación	Mínimos	Puntajes no negativos	Máximos	Cuantificaciones Transformadas	
Ocupación padre	Categ.	a_{kj}	$mín_{kj}$	r_{kj}	$máx(r_{kj})$	p_{kj}
Hogar, estudia u otra activ.	1	-0,90		0,00		0,00
Obrero o rentista	2	-0,77		0,12		0,61
Técnico empleado o indep.	3	0,88	-0,90	1,77	2,24	8,64
Profesional, gerente o Empresario	4	1,34		2,24		10,88
Ocupación Madre						
Hogar, obrero o rentista	1	-0,58		0,00		0,00
Técnico empleado o indep.	2	1,33	-0,58	1,91	2,46	9,31
Profesional o directivo	3	1,86		2,44		11,88
Empresario o gerente	4	1,88		2,46		11,96
Automóvil						
No	1	-0,76	-1,53	0,00	2,07	0,00
Si	2	1,31		2,07		10,09
Estrato familiar						
1 o 8	1	-1,58		0,00		0,00
2 o 3	2	-0,80		0,77		3,77
4	3	-0,04	-1,58	1,53	3,80	7,46
5	4	1,04		2,61		12,72
6	5	2,22		3,80		18,49
Ingreso familiar						
Menos de 2 SM	1	-1,01		0,00		0,00
Entre 2 y menos 5 SM	2	0,05		1,06		5,14
Entre 5 y menos de 7 SM	3	1,17	-1,01	2,18	3,74	10,61
Entre 7 y menos de 10 SM	4	1,82		2,83		13,78
10 o más SM	5	2,74		3,74		18,23
Material de los pisos						
Tierra o arena	1	-2,11		0,00		0,00
Cemento o ladrillo	2	-1,67		0,39		1,89
Madera burda o tablón	3	-0,20	-2,11	1,80	4,21	8,75
Madera pulida, baldosa, tableta	4	-0,10		1,92		9,34
Mármol, alfombra	5	2,16		4,21		20,51
Trabaja						
Si	1	-1,15	-1,15	0,00	2,02	0,00
No	2	0,87		2,02		9,83
Suma de valores máximos					20,54	100,00
Índice para transformar de 0 a 100					4,86	

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

Tabla 4.9 Reescalado de cuantificaciones para el índice cultural.

Variable	Cuantificación	Mínimos	Puntajes no negativos	Máximos	cuantificaciones Transformadas	
Nivel educativo Padre	Categ.	a_{kj}	$mín_{kj}$	r_{kj}	$máx(r_{kj})$	p_{kj}
Ninguna o primaria incompleta	1	-1,426		0		0
Primaria o secundaria incompleta	2	-0,130	-1,426	1,295	2,972	11,07
Técnico o tecnológico	3	0,459		1,884		16,11
Profesional con o sin título	4	1,0737		2,498		21,35
Postgrado	5	1,547		2,972		25,40
Nivel educativo Madre						
Ninguna o primaria incompleta	1	-1,578		0		0
Primaria o secundaria incompleta	2	-0,153	-1,578	1,426	3,029	12,18
Técnico o tecnológico	3	0,548		2,126		18,17
Profesional con o sin título	4	1,172		2,750		23,50
Postgrado	5	1,451		3,029		25,89
Computador						
No	1	-1,813		0		0
Si	2	0,552	-1,813	2,364	2,364	20,20
Internet						
Si	1	-3,003		0		0
No	2	0,333	-3,003	3,333	3,333	28,49
Suma de valores máximos					11,69	100
Índice para transformar de 0 a 100					8,54	

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

4.2.2 Ejemplo, para la metodología de los índices.

Supongamos que contamos con cinco individuos y las siete variables a nivel socioeconómico, ver tabla 4.10, las cuales describen la ocupación del padre y de la madre, si posee automóvil, el estrato e ingreso familiar, el material del piso del domicilio y si el estudiante trabaja.

Tabla 4.10 Características socioeconómicas familiares del estudiante.

Ind.	Ocupación padre	Ocupación Madre	Automóvil	Estrato familiar	Ingreso familiar	Material de los pisos	Trabaja
1	Obrero	Obrero	No	3	Entre 2 y menos 5 SM	baldosa	No
2	Obrero	Profesional	No	4	Entre 2 y menos 5 SM	baldosa	No
3	Obrero	Hogar	No	2	Menos de 2 SM	cemento	Si
4	Empresario	Gerente	Si	5	Entre 7 y menos de 10 SM	Mármol	No
5	Empresario	Profesional	Si	4	Entre 5 y menos de 7 SM	Mármol	No

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

Dadas las características observadas en la tabla anterior, se categorizan teniendo en cuenta la ordinalidad de esas categorías teniendo en cuenta la tabla 4.2. Las cuantificaciones óptimas transformadas, calculadas en la tabla 4.8, sirven para calcular el índice socioeconómico como combinación lineal de cada una de los valores de las categorías de las siete variables utilizadas, ver tabla 4.11.

Tabla 4.11 Categorización de las características socioeconómicas e índice.

Ind.	Ocupación Padre	Ocupación Madre	Posee Automóvil	Estrato familiar	Ingreso familiar	Material de los pisos	Trabaja	Índice %
1	2	2	1	2	2	4	2	28,69
2	2	3	1	3	2	4	2	41,69
3	2	1	1	2	1	2	1	6,27
4	5	5	2	4	4	5	2	89,77
5	4	3	2	3	3	5	2	78,69

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

4.3 Modelo de Regresión Multinivel.

Para la construcción del Modelo de Regresión Multinivel se utiliza el software estadístico SPSS, mediante el paquete MIXED (ver anexo C.). De esta manera se identifican los factores que más importancia tienen en el rendimiento de los estudiantes de las diferentes universidades colombianas, que presentan la prueba de competencias genéricas SABER PRO 2011-2.

Básicamente, podemos establecer en cinco pasos dicho proceso. Cada uno de ellos dará lugar a un modelo estadístico:

1. Modelo incondicional de medias o Nulo
2. Modelo de efectos del nivel de la universidad
3. Modelo de coeficientes aleatorios
4. Modelo final
5. Interpretación de parámetros
6. Verificación del cumplimiento de los supuestos

4.3.1 Modelo incondicional de medias o Nulo

El modelo nulo o modelo incondicional de medias, es el punto de partida del proceso modelado. Contiene únicamente una variable respuesta y la constante (o intercepto), es decir, ninguna variable predictora. De esta forma, el modelo posee efectos aleatorios en los dos niveles y no incluye variables explicativas en ninguno de ellos. El modelo nulo se establece como línea de base para la estimación de la varianza explicada a partir de la cual se van evaluando las aportaciones de modelos más elaborados.

En el nivel 1 (en el nivel de los estudiantes) este modelo adopta la siguiente forma:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + e_{ij} \quad [4.1]$$

y_{ij} es el rendimiento de un estudiante i de la universidad j .

β_{0j} es el rendimiento promedio para los estudiantes de la universidad j .

e_{ij} es el error o variación aleatoria del rendimiento del estudiante i respecto a la media de la universidad j . Este error se distribuye normal con media cero y varianza constante $e_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$

En el nivel 2 (en el nivel de las universidades) teniendo en cuenta que el intercepto es aleatorio:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \mu_{0j} \quad [4.2]$$

γ_{00} es el rendimiento promedio para todas las universidades.

μ_{0j} es la variación aleatoria del rendimiento de cada universidad respecto a la media de todas las universidades. Este término se distribuye normal con media cero y varianza constante $\mu_{0j} \sim N(0, \sigma_{\mu_0}^2)$

Sustituyendo los coeficientes del nivel dos en la ecuación del primer nivel el modelo toma la siguiente forma

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \mu_{0j} + e_{ij} \quad [4.3]$$

La tabla 4.12 contiene las estimaciones de las constantes o intersecciones del modelo nulo, y un intervalo de confianza para las mismas. Se trata de la estimación de la media poblacional para el rendimiento ($\gamma_{00} = 10,24$) de las 151 universidades. La tabla también ofrece un estadístico t (se obtiene dividiendo el valor estimado entre su error típico) que permite contrastar la hipótesis nula de que el rendimiento promedio vale cero en la población, puesto que el nivel crítico obtenido ($Sig. = 0.00$) es menor que 0,05, se puede rechazar la hipótesis nula y afirmar que el rendimiento promedio es diferente de cero.

Tabla 4.12 Estimaciones de los parámetros de efectos fijos.

Parámetro	Estimación	Error típico	gl	t	Sig.	Intervalo de confianza 95%	
						Límite inferior	Límite superior
Intersección	10,24	0,03	150,37	341,33	0,00	10,18	10,31

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

La Tabla 4.13 ofrece las estimaciones de los parámetros de covarianza del modelo de un factor: la varianza entre las universidades (universidad: $\hat{\sigma}_{\mu_o}^2 = 0,17$) y la varianza dentro de las universidades (residuos: $\hat{\sigma}_e^2 = 0,41$). La tabla incluye el estadístico Z de Wald (se obtiene dividiendo el valor estimado entre su error típico), que permite contrastar la hipótesis nula de que el parámetro vale cero y empleando un nivel de significación del 5%, se rechaza la hipótesis nula, que afirmaba que las varianzas no eran significativas, en los diferentes niveles.

Tabla 4.13 Estimaciones de los parámetros de covarianza.

Parámetro	Estimación	Error típico	Wald Z	Sig.	Intervalo de confianza 95%	
					Límite inferior	Límite superior
Residuos	0,41	0,002	205,0	0,00	0,41	0,42
Universidad Varianza	0,17	0,02	8,50	0,00	0,13	0,21

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

Las estimaciones de la variabilidad inter e intrauniversitario que ofrece la tabla 4.13 están estrechamente relacionadas con el coeficiente de correlación intraclase (C_{CI}):

$$(C_{CI}) = \frac{\hat{\sigma}_{\mu_o}^2}{\hat{\sigma}_{\mu_o}^2 + \hat{\sigma}_e^2} = \frac{0,17}{0,17 + 0,41} = 0,29$$

Este coeficiente indica qué proporción de la varianza total (es decir, de la varianza de la variable dependiente) está explicada por las diferencias entre las universidades.

Los resultados obtenidos indican que las diferencias en el rendimiento promedio de las universidades explican el 29% de la variabilidad del rendimiento. O lo que es lo mismo, que aproximadamente una tercio de la variabilidad del rendimiento se debe simplemente al hecho de que los estudiantes están agrupados en universidades, por consiguiente la modelización multinivel está justificada.

Conviene no olvidar que este modelo incondicional o nulo es la base de comparación del resto de modelos más complejos. Según veremos, estas comparaciones se utilizan para evaluar la significación estadística de los términos en que difieren los modelos comparados, y también los estadísticos de ajuste de la tabla 4.14 que indican en qué medida el modelo propuesto es capaz de representar la variabilidad observada en los datos (el ajuste del modelo a los datos es tanto mejor cuanto menor es el valor de estos estadísticos).

Tabla 4.14 Estadísticos de ajuste Modelo Nulo.

-2 log de la verosimilitud restringida	141084,58
Criterio de información de Akaike (AIC)	141088,58
Criterio de Hurvich y Tsai (AICC)	141088,58
Criterio de Bozdogan (CAIC)	141108,94
Criterio bayesiano de Schwarz (BIC)	141106,94

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

Los valores de los estadísticos Deviance ($-2LL$) asociados al modelo que incluye únicamente el término constante (Ver en anexo A. tabla 1) y al modelo nulo de la tabla 4.14, vale 170018,43 y 141084,58 respectivamente; la diferencia entre los estadísticos ($170018,43 - 141084,58 = 28933,85$) se distribuye Ji -cuadrado con 1 grado de libertad, que es igual al número de parámetros en que difieren los dos modelos comparados. La probabilidad de encontrar valores Ji -cuadrado iguales o mayores que 28933,85 es menor que 0,05; por tanto, se puede rechazar la hipótesis de que el efecto del factor universidad es nulo, confirmando lo dicho de la tabla 4.13 por el estadístico Wald.

4.3.2 Modelo de efectos del nivel de la universidad

Una vez constatada la existencia de diferencias entre las medias de las universidades, el siguiente paso del análisis podría orientarse a indagar si hay alguna variable capaz de dar cuenta de esas diferencias. En la información recolectada de los estudiantes se calculó el índice socioeconómico y el índice cultural, luego hallando el promedio estudiantil de cada índice por universidad (se trata, por tanto, de variables del nivel 2). Se sabe que el índice socioeconómico y cultural están relacionados con el nivel académico: éste tiende a mejorar cuando el índice socioeconómico y cultural es alto.

Puesto que el índice socioeconómico y cultural medio de los estudiantes no son los mismos en todas las universidades, las diferencias observadas en el rendimiento de los estudiantes de distintas universidades podrían estar explicadas, al menos en parte, por estos promedios.

En términos de las ecuaciones de regresión, tenemos lo siguiente, el modelo del nivel 1 no cambia.

$$y_{ij} = \beta_{oj} + e_{ij} \quad [4.4]$$

Y las variables independientes del nivel 2 intervienen en el modelo del nivel 2:

$$\beta_{oj} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Med_SES_Univ_j + \gamma_{02}Med_CULT_Univ_j + \mu_{oj} \quad [4.5]$$

Sustituyendo en [4.4] el valor de β_{oj} en [4.5] se obtiene el modelo combinado:

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Med_SES_Univ_j + \gamma_{02}Med_CULT_Univ_j + (\mu_{oj} + e_{ij}) \quad [4.6]$$

Lo que hace este modelo es pronosticar el rendimiento promedio de cada universidad a partir del índice socioeconómico y cultural medio sus estudiantes. A

diferencia de lo que ocurre en el modelo nulo, aquí el término μ_{0j} no se refiere exactamente al efecto del factor universidad, sino al efecto del factor universidad tras eliminar el efecto debido a las variables del nivel 2 (Med_SES_Univ, Med_CULT_Univ). Del mismo modo, la varianza que recoge la variabilidad entre las universidades, $\sigma_{\mu_0}^2$ ahora es una varianza condicional: indica cómo varían las universidades tras eliminar las diferencias atribuibles a las variables (Med_SES_Univ, Med_CULT_Univ).

Los resultados de las estimaciones se muestran en las tablas 4.15, 4.16 y 4.17. La primera de ellas tabla 4.15 recoge las estimaciones de los tres parámetros de efectos fijos del rendimiento: la intersección ($\hat{\gamma}_{00} = 10,25$), y los coeficiente asociados a las variables y Med_SES_Univ ($\hat{\gamma}_{01} = 0,37$) y Med_CULT_Univ ($\hat{\gamma}_{02} = 0,18$). Puesto que el nivel crítico asociado a estos coeficiente debe ser menor que 0,05, se puede concluir que el rendimiento de los estudiantes está relacionada con el índice socioeconómico y no con el índice cultural, ya que su valor calculado no es significativo.

Tabla 4.15 Estimaciones de los parámetros de efectos fijos

Parámetro	Estimación	Error típico	gl	t	Sig.
Intersección	10,25	0,02	148,98	432,93	0,00
Med_SES_Univ	0,37	0,12	149,24	3,08	0,00
Med_CULT_Univ	0,18	0,15	149,62	1,20	0,23

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

La tabla 4.16 muestra las estimaciones de los parámetros de covarianza para el rendimiento, la varianza de los residuos ($\hat{\sigma}_E^2 = 0,41$), la varianza de las universidades ($\sigma_{\mu_0}^2 = 0,08$), las varianzas de los residuos son idénticas a la obtenida con el modelo nulo (ver Tabla 4.13). Como era de esperar, la variabilidad del nivel 1 no se ha visto afectada por la presencia de las variables del nivel 2. Sin embargo, el

valor estimado para la varianza de las universidades ha experimentado una reducción.

Tabla 4.16 Estimaciones de los parámetros de covarianza.

Parámetro	Estimación	Error típico	Wald Z	Sig.
Residuos	0,41	0,00	189,44	0,00
Intersección [sujeto = Universidad]	Varianza 0,08	0,01	8,49	0,00

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

El coeficiente de correlación intraclase permite precisar qué proporción de la varianza total se debe a diferencias entre las universidades:

$$(C_{CI}) = \frac{\hat{\sigma}_{\mu_0}^2}{\hat{\sigma}_{\mu_0}^2 + \hat{\sigma}_e^2} = \frac{0,08}{0,08 + 0,41} = 0,16$$

Este valor indica que aproximadamente el 16% de la varianza de la variable dependiente rendimiento, todavía es atribuible o puede explicarse por las diferencias entre las medias de las universidades. Pero, ahora, este coeficiente es condicional, está informando de lo que ocurre con las universidades y el rendimiento tras controlar el efecto de la media de los índices.

Comparando las estimaciones de los parámetros de covarianza del modelo nulo y del modelo que incluye las covariables Med_SES_Univ y Med_CULT_Univ, es posible conocer la proporción de varianza explicada en el nivel 2: $(0,17 - 0,08)/0,17 = 0,53$. Es decir, aproximadamente el 53% de las diferencias observadas entre las universidades (diferencias en el rendimiento medio) son diferencias explicadas por las variables Med_SES_Univ y Med_CULT_Univ.

La tabla 4.17 nos ofrece los criterios de información de los estadísticos de ajuste que son muy similares debido a que una de las variables no es significativa, el modelo mejorará si eliminamos esta variable. Los valores de los estadísticos Deviance

($-2LL$) asociados al modelo Nulo (Ver tabla 4.14) y al modelo con variables de nivel 2 de la tabla 4.17, vale 141084,58 y 140982,30 respectivamente; la diferencia entre los estadísticos ($141084,58 - 140982,30 = 102,28$) se distribuye *Ji-cuadrado* con 2 grados de libertad. La probabilidad de encontrar valores *Ji-cuadrado* iguales o mayores que 102,28 es menor que 0,05; por tanto, puede concluirse que, después de controlar el efecto de los índices, el rendimiento medio no es la misma en todos los centros, es decir la varianza de las medias de las universidades es mayor que cero.

Tabla 4.17 Estadísticos de ajuste

-2 log de la verosimilitud restringida	140982,30
Criterio de información de Akaike (AIC)	140986,30
Criterio de Hurvich y Tsai (AICC)	140986,30
Criterio de Bozdogan (CAIC)	141006,66
Criterio bayesiano de Schwarz (BIC)	141004,66

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

4.3.3 Modelo de coeficientes aleatorios

La base de datos SABER PRO incluye la edad de los estudiantes, se sabe que esta variable está relacionada con el rendimiento: este tiende a ser menor a medida que se entra en una edad avanzada, ver figura 4.2. La variable edad puede ayudar a explicar la variabilidad intrauniversidad (variabilidad del nivel 1), es decir, evaluar la relación existente entre el nivel de rendimiento y la edad de los estudiantes, se pudiese obtener una ecuación de regresión para cada universidad y analizar cómo varían las intersecciones y las pendientes de esas ecuaciones. Al proceder de esta manera se está asumiendo, no solo que las universidades pueden diferir el nivel de rendimiento (distintas medias), sino que la relación entre el nivel de rendimiento y las edades puede no ser la misma en todas las universidades (distintas pendientes).

Al modelo que recoge este tipo de variación se le llama de coeficientes aleatorios justamente porque asume que ambos coeficientes (la intersección y la pendiente) pueden variar de universidad a universidad.

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}Edad_Cent_{ij} + e_{ij} \quad [4.7]$$

En el nivel 2, el coeficiente $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \mu_{0j}$ no cambia respecto al modelo nulo. Y el coeficiente β_{1j} como se muestra en la ecuación 4.8.

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \mu_{1j} \quad [4.8]$$

Por tanto, cada centro tiene su propia pendiente (se estiman tantas pendientes como universidades). Sustituyendo, el modelo combinado queda de la siguiente manera:

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}Edad_Cent_{ij} + (\mu_{0j} + \mu_{1j}Edad_Cent_{ij} + e_{ij}) \quad [4.9]$$

Los resultados se muestran en las Tablas 4.18, 4.19 y 4.20. La Tabla 4.18 ofrece las estimaciones de los dos parámetros de efectos fijos que incluye el modelo que estamos ajustando: rendimiento la constante ($\hat{\gamma}_{00} = 10,23$), que sigue siendo una estimación del rendimiento, según la variable edad ($\hat{\gamma}_{10} = -0,02$), que es una estimación de la pendiente media que relaciona la edad con el rendimiento. Este valor indica que, a medida que el estudiante avanza en edad la ecuación de regresión estima una disminución de 0,02 puntos en el rendimiento. El nivel crítico ($Sig. = 0.00$) asociado al estadístico t permite concluir que la pendiente poblacional media es distinta de cero y, consecuentemente, que la edad está relacionada negativamente con el rendimiento.

Tabla 4.18 Estimaciones de los parámetros de efectos fijos.

Parámetro	Estimación	Error típico	gl	t	Sig.
Intersección	10,23	0,03	150,08	332,09	0,00
Edad_Cent	-0,02	0,00	116,07	-18,19	0,00

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

La Tabla 4.19 muestra las tres estimaciones de los parámetros de covarianza que incluye el modelo: (1) la varianza de los residuos ($\hat{\sigma}_e^2$), (2) la varianza de las medias o intersecciones ($\hat{\sigma}_{\mu_0}^2$), (3) la varianza de las pendientes ($\hat{\sigma}_{\mu_1}^2$). Veamos el significado de cada estimación:

1. La varianza de los residuos refleja la variabilidad del rendimiento individual de los estudiantes en torno a la recta de regresión de su universidad. El valor estimado ($\hat{\sigma}_e^2$) = 0,40 es menor que el valor estimado con el modelo nulo (0,41; ver Tabla 4.3); comparando estas dos estimaciones (la del modelo nulo y la del modelo de coeficientes aleatorios) es posible saber cuánto disminuye la variabilidad del nivel 1:

Reducción en la variabilidad del nivel 1:

$$(0,41 - 0,40)/0,41 = 0,024$$

Este resultado indica que, al incluir la edad en el modelo de regresión utilizando una ecuación distinta para cada universidad, la variabilidad intrauniversidad se reduce un 2,4%.

2. La varianza de las medias o intersecciones ($\hat{\sigma}_{\mu_0}^2 = 0,14$) es mayor que cero con (*Sig.* = 0.00). Por tanto, puede concluirse que el rendimiento medio de las universidades, es decir, las intersecciones de las ecuaciones de regresión de las distintas universidades, no son iguales.
3. La varianza de las pendientes ($\hat{\sigma}_{\mu_1}^2 = 0,00$) es nula. Por tanto, puede concluirse que las pendientes de las ecuaciones de regresión son iguales en todas las universidades; es decir, que la relación entre la edad y el nivel de rendimiento no cambia dependiendo de la universidad.

Tabla 4.19 Estimaciones de los parámetros de covarianza.

Parámetro	Estimación	Error típico	Wald Z	Sig.
Residuos	0,39	0,00	189,20	0,00
Intersección [sujeto = Universidad] Varianza	0,14	0,02	8,57	0,00
Edad_Cent [sujeto = Universidad] Varianza	0,00	0,00	6,03	0,00

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

La tercera tabla 4.20 nos ofrece los criterios de información de los estadísticos de ajuste que se reducen respecto al modelo nulo es decir mejoran considerablemente el modelo.

Tabla 4.20 Estadísticos de ajuste efectos aleatorios.

-2 log de la verosimilitud restringida	138747,17
Criterio de información de Akaike (AIC)	138753,17
Criterio de Hurvich y Tsai (AICC)	138753,17
Criterio de Bozdogan (CAIC)	138783,72
Criterio bayesiano de Schwarz (BIC)	138780,72

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

4.3.4 Modelo Final

La base de datos SABER PRO, incluye variables como titularidad de la universidad, género del estudiante y se crea una variable, para el tamaño de la universidad, de acuerdo a los estudiantes que presentan la prueba por universidad. La titularidad de la universidad se codifica con valor de 1 para privadas 0 para públicas, de la misma manera el tamaño, con 1 para pequeña y 0 para grande; para el género del estudiante se codifica con valor de 1 femenino y 0 para masculino.

La relación entre la edad y el nivel de rendimiento es sensiblemente mayor en las universidades públicas que en los privados a partir de cierta edad, ver figura 4.2. Se trata, por tanto, de una variable que, en principio, podría ayudar a explicar, al menos en parte, las diferencias encontradas entre las pendientes.

El modelo de regresión que interpreta las medias (intersecciones) y las pendientes como resultados es, en el nivel 1:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}Género_{ij} + \beta_{2j}Edad_Cent_{ij} + e_{ij} \quad [4.10]$$

Los valores de los parámetros son los siguientes:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Med_SES_Univ_j + \gamma_{02}Titularidad_j + \gamma_{03}Tamaño_j + \mu_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10}$$

$$\beta_{2j} = \gamma_{20} + \gamma_{21}Med_SES_Univ_j + \gamma_{22}Titularidad_j + \mu_{1j} \quad [4.11]$$

El coeficiente γ_{10} representa la pendiente media que relaciona el rendimiento con el género de los estudiantes. Sustituyendo en [4.10] los valores de β_{0j} , β_{1j} y β_{2j} en [4.11] se obtiene el modelo combinado:

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Med_SES_Univ_j + \gamma_{02}Titularidad_j + \gamma_{03}Tamaño_j + \gamma_{10}Género_{ij} + \gamma_{20}Edad_Cent_{ij} + \gamma_{21}Edad_Cent_{ij} * Med_SES_Univ_j + \gamma_{22}Edad_Cent_{ij} * Titularidad_j + (\mu_{0j} + \mu_{1j}Edad_Cent_{ij} + e_{ij}) \quad [4.12]$$

Los resultados se muestran en las Tablas 4.21 y 4.22. La Tabla 4.21 ofrece las estimaciones de los dos parámetros de efectos fijos que incluye el modelo que estamos ajustando, mostrando que todos significativos.

Tabla 4.21 Estimaciones de los parámetros de efectos fijos.

Parámetro	Estimación	Error típico	gl	t	Sig.
Intersección	10,60	0,04	145,52	283,01	0,00
Med_SES_Univ	0,58	0,03	149,27	16,91	0,00
Titularidad (privado=1)	-0,36	0,04	147,15	-8,03	0,00
Tamaño (pequeña=1)	-0,08	0,03	146,24	-2,79	0,01
Género (femenino=1)	-0,12	0,00	71819,47	-24,54	0,00
Edad_Cent	-0,04	0,00	110,33	-16,94	0,00
Edad_Cent * Titularidad	0,02	0,00	104,15	6,41	0,00
Edad_Cent * Med_SES_Univ	-0,02	0,00	134,15	-6,80	0,00

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

Finalmente, la Tabla 4.22 muestra las cuatro estimaciones de los parámetros de covarianza que incluye el modelo: (1) la varianza de los residuos ($\hat{\sigma}_e^2$), (2) la varianza de las medias o intersecciones [$NE(1,1) = \hat{\sigma}_{U_0}^2$], (3) la varianza de las pendientes [$NE(2,2) = \hat{\sigma}_{\mu_1}^2$] y (4) la covarianza entre las medias y las pendientes [$NE(2,1)$]. Las siglas [NE] indican que se ha elegido una matriz G No Estructurada. Veamos el significado de cada estimación:

1. La varianza de los residuos refleja la variabilidad del rendimiento individual de los estudiantes en torno a la recta de regresión de su universidad. El valor estimado ($\hat{\sigma}_e^2 = 0,39$)
2. La varianza de las medias o intersecciones [$NE(1,1) = \hat{\sigma}_{U_0}^2 = 0,04$] es mayor que cero con (sig.= 0,00). Por tanto, puede concluirse que el rendimiento medio de las universidades, es decir, las intersecciones de las ecuaciones de regresión de las distintas universidades, no son iguales.
3. La varianza de las pendientes [$NE(2,2) = \hat{\sigma}_{\mu_1}^2 = 0,00$] es nula. Al igual que en el modelo anterior y que nos llevaron a concluir que las pendientes de las ecuaciones de regresión son iguales en todas las universidades.

4. La covarianza entre las medias y las pendientes [$NE(2,1) = 0,00$] es nula y es razonable asumir que la pendiente es la misma en todas las universidades.

Tabla 4.22 Estimaciones de los parámetros de covarianza

Parámetro		Estimación	Error típico	Wald Z	Sig.
Residuos		0,39	0,00	189,20	0,00
	NE (1,1)	0,04	0,01	8,29	0,00
Intersección + Edad_Cent [sujeto = Universidad]	NE (2,1)	0,00	0,000	-4,25	0,00
	NE (2,2)	0,00	0,000	5,61	0,00

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

El hecho de que la varianza de las pendientes no sea significativamente distinta de cero está indicando, que podemos quitar el efecto aleatorio de la variable, Edad_Cent y utilizar un modelo más simple. Al eliminar de la lista del modelo, en los parámetros de covarianza, el efecto aleatorio de la variable Edad_Cent, se muestra a continuación, los resultados se muestran en las Tablas 4.23, 4.24 y 4.25.

Los valores de la tabla 4.23, son muy similares a los de la tabla 4.21, ya que solo varía de efecto aleatorio a fijo.

Tabla 4.23 Estimaciones de los parámetros de efectos fijos.

Parámetro	Estimación	Error típico	gl	t	Sig.
Intersección	10,62	0,04	146,05	283,01	0,00
Med_SES_Univ	0,59	0,03	149,27	16,91	0,00
Titularidad (privado=1)	-0,36	0,04	147,15	-8,03	0,00
Tamaño (pequeña=1)	-0,09	0,03	146,24	-2,79	0,01
Género (femenino=1)	-0,12	0,00	71846,00	-24,54	0,00
Edad_Cent	-0,04	0,00	71912,53	-16,94	0,00
Edad_Cent * Titularidad	0,02	0,00	71912,34	6,41	0,00
Edad_Cent * Med_SES_Univ	-0,02	0,00	71831,35	-6,80	0,00

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

Tabla 4.24 Estimaciones de los parámetros de covarianza

Parámetro		Estimación	Error típico	Wald Z	Sig.
Residuos		0,40	0,00	189,43	0,00
Intersección [sujeto = Universidad]	Varianza	0,04	0,01	8,32	0,00

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

Tabla 4.25 Estadísticos de ajuste modelo Final.

-2 log de la verosimilitud restringida	138206,83
Criterio de información de Akaike (AIC)	138210,83
Criterio de Hurvich y Tsai (AICC)	138210,83
Criterio de Bozdogan (CAIC)	138231,20
Criterio bayesiano de Schwarz (BIC)	138229,20

Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

4.3.5 Interpretación de parámetros

Se elige el modelo que vemos a continuación:

$$\hat{y}_{ij} = 10,62 + 0,59Med_SES_Univ - 0,36Titularidad - 0,09Tamaño - 0,12Género - 0,04Edad_Cent + 0,02Edad_Cent * Med_SES_Univ - 0,02Edad_Cent * Titularidad + (\mu_{0j} + e_{ij})$$

La constante o intersección ($\hat{\gamma}_{00} = 10,62$) es una estimación del rendimiento medio para todas las universidades, cuando el género del estudiante es femenino, asiste a una universidad pública y el número de estudiantes que presenta la prueba es mayor a valor de la mediana (universidad grande), tiene una edad promedio y los recursos socioeconómicos universitarios coinciden con la media del grupo de universidades. Las universidades privadas obtienen 0,36 puntos menos de la media, que las públicas, aunque si sobrepasa la edad promedio, tendrán 0,02 menos. Los estudiantes con un índice socioeconómico universitario alto, tiene 0,59 puntos más en la media, además, si están en una edad promedio respecto al grupo, tendrán 0,02 más.

4.3.6 Verificación del cumplimiento de los supuestos

Para comprobar los supuestos de normalidad y homocedasticidad del error, se hace mediante el gráfico de residuos. Para verificar la normalidad del error, se analiza el gráfico Q-Q, en el eje Y se representan los residuos del rendimiento estandarizado y en el eje X el respectivo valor esperado de la distribución Normal estandarizada. Cuando los residuos están normalmente distribuidos, los puntos se sitúan en la línea diagonal. Para verificar el supuesto de homocedasticidad de los residuos, graficamos, los pronósticos estandarizados contra los residuos estandarizados y verificamos que no haya tendencia.

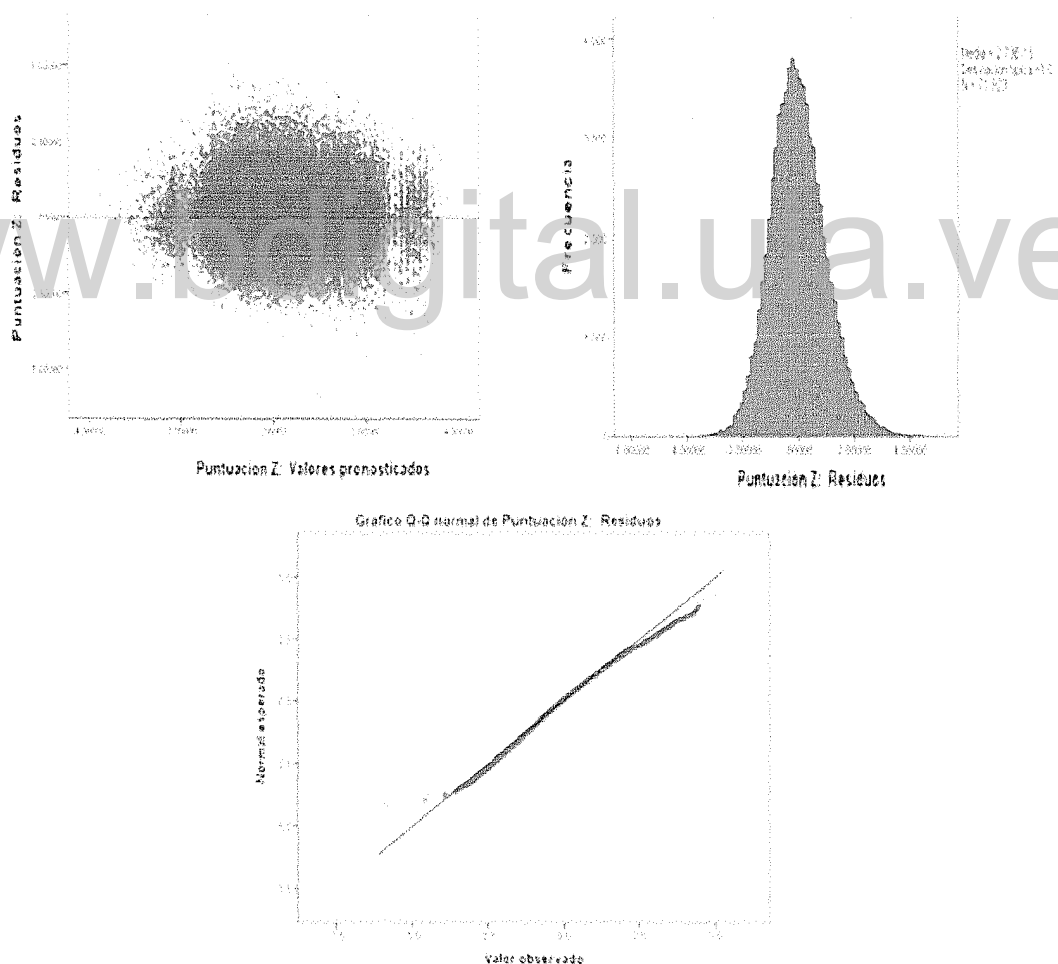


Figura 4.5. Pruebas para evaluar los supuestos de los residuos para el rendimiento.
Fuente: elaborada con base en SABER PRO 2011-2

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

El Análisis de Componentes Principales para datos Cualitativos encontró que las variables ocupación del padre y de la madre, si poseen automóvil, estrato familiar, ingreso familiar, material del piso de la vivienda, y si el estudiante trabaja, en el nivel socioeconómico, aportan más del 50%, en porcentaje de varianza en sus primeras dos dimensiones; de la misma manera, el nivel educativo del padre y de la madre, si posee computador e internet, casi el 80%, en porcentaje de varianza en el nivel cultural.

Del análisis de los datos se observa que entre la variable rendimiento existe una correlación positiva con el nivel socioeconómico promedio de las universidades, pero por el contrario, negativa con la edad promedio por universidades.

De las variables disponibles en la base de datos, se consideraron aquellas que podían tener efecto sobre el Rendimiento en Competencias Genéricas. Los resultados obtenidos determinaron que las variables consideradas, que resultaron tener un efecto significativo sobre el rendimiento fueron: el nivel socioeconómico promedio de las universidades, el tamaño y la titularidad a nivel universitario; el género, la edad centrada a nivel estudiantil.

Los resultados mostraron que los estudiantes que pertenecen a una universidad pública, de tamaño grande y con nivel socioeconómico promedio alto, además de género masculino y edad promedio indican que tienen mayores posibilidades de obtener un mejor resultado en la prueba de rendimiento en la prueba de Competencias Genéricas.

Finalmente, debemos ser conscientes de la dificultad que conlleva intervenir sobre algunas de las variables relacionadas con el rendimiento académico de los estudiantes, fundamentalmente las que hacen referencia al contexto familiar del alumno y a sus habilidades y capacidades, aunque sí pueden darse orientación sobre las variables que más influyen.

5.2 Recomendaciones.

Se recomienda ajustar un modelo multinivel de tres niveles, incorporando variables ya sean por grupos de referencia (carreras del área de la salud, de ingenierías, ciencias y humanidades) o por departamentos (ya que por su tamaño, tienen más estudiantes que otros), para ver si existen diferencia en este tercer nivel.

BIBLIOGRAFÍA

Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control* **19** (6): pp. 716–723

Barrios, M. (2011). *Manual de trabajos de grado de especialización maestría y tesis doctorales (4ª ed.)*. Caracas: Fondo Editorial de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador.

Becerra, M. (2010) Comparación del análisis factorial múltiple (AFM) y del análisis en componentes principales para datos cualitativos (Prinqual), en la construcción de índices Tesis para optar al título de Maestría en Ciencias Estadística, Universidad Nacional de Colombia.

www.bdigital.unal.edu.co/3029/1/832213.2010.pdf

Beneitone, P. et al. (2007). Reflexiones y Perspectivas de la Educación Superior en América Latina. Informe Final Proyecto Tuning-América Latina 2004-2007. España, Universidad de Deusto-Universidad de Groningen.

http://www.tuning.unideusto.org/tuningal/index.php?option=com_docman&task=download&id=54

Bliese, P. (2009). Multilevel Modeling in R. Working Paper.

Bozdogan, H. (1987) Model selection and Akaike's Information Criterion (AIC): The general theory and its analytical extensions. *Psychometrika*, Vol. 52, 345-370.

Casas, Andrés, Luis Gamboa y Luis Piñeiro, 2002, “El efecto escuela en Colombia, 1999-2000”, Rosario, Universidad del Rosario, Colombia (Borradores de investigación).

Castaño, E., Correa C., y Salazar B. (1998). La Construcción de un Indicador de Calidad de Vida para la Ciudad de Medellín, mimeo DNP, Misión Social.

CINDA (2004): Competencias de egresados universitarios, Santiago de Chile.

Coleman, J. (2012) Trayectoria de los estudios de escuelas eficaces. Galeano, E. (coords.) Educación Inclusiva. Iguales en la diversidad. Instituto de Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado.

Coleman, J. S. et al. (1966). *Equality of educational opportunity* (2 vols.). Washington, DC: Government Printing Office.

De'Meulemeester, L. (2001). La democratización de la enseñanza universitaria. Análisis de la evolución de la composición social de la población de la primera generación UCL -. Memoria de Licenciatura en Sociología. Universidad Católica de Louvain-le-Neuve

Dronkers, J. y Robert, P. (2003). *The effectiveness of public and private schools from a comparative perspective*. EUI Working Paper SPS, No 2003/13. En <http://cadmus.iue.it/dspace/retrieve/1505/sps2003-13.pdf>

Duarte, J., Bos, M., y Moreno, M. (2009). Inequidad en los aprendizajes escolares en América Latina. Documentos de Trabajo BID, 54.

Fisher, R. (1938), *Statistical Methods for Research Workers*, 10ma ed., Edinburgh: Oliver and Boyd Press.

Galand, B., Frenay, M. E. Bourgeois, (2004). Factores de éxito en la primera aplicación. Jornada de estudio Cátedra UNESCO en Docencia Universitaria. Universidad Católica de Louvain-le-Neuve

García Llamas, J.L. (1986). El estudio empírico sobre el rendimiento en la enseñanza a distancia. UNED, Madrid.

Gertel, H., Giuliadori, R., Herrero, V., Vera, M., Fresoli, D., y Morra, G. (2006). Análisis multinivel del rendimiento escolar al término de la educación básica en Argentina. Recuperado el 22 de abril de 2011 de [deaaep.org.ar](http://www.aaep.org.ar): <http://www.aaep.org.ar/espaa/anales>

Gifi, A. (1990), *Nonlinear Multivariate Analysis*, John Wiley and Sons Ltd.

Goldstein, H. (1999). *Multilevel Statistical Models*. London: Institute of Education.

González Fontao, M.P. (1996). Factores escolares que determinan el rendimiento de los estudiantes: reflexiones teórico-empíricas. *Innovación Educativa*, N° 6, 25-34.

González, A. (2007). Evaluación del Programa Fray Juan Ramos de Lora con la Aplicación de Métodos Multivariantes. Trabajo de grado de licenciatura en estadística, Mérida: Universidad de Los Andes.

Gubinelli, A. (2012) Modelación del Retraso en los Ascensos de los Profesores de la Universidad de los Andes 2011. Trabajo de grado de maestría en estadística. Mérida: Universidad de Los Andes.

Hox, J. (1995). *Applied Multilevel Analysis*. Amsterdam: TT-Publikaties.
<http://www.geocities.com/joophox/publist/amaboek.pdf>

Hurvich, C. y Tsai, C. (1989) Regression and time series model selection in small samples. *Biometrika*, Vol. 76, 297-307.

ICFES. (2011). Lineamientos SABER PRO Noviembre 2011
http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/file.php/532/Lineamientos_SABER_PRO_2011_2_30_08_1_.pdf

Kruskal, J.B. y Shepard, R.N. (1974). *A Nonmetric Variety of Linear Factor Analysis*, *Psychometrika*, 38, 123-157.

Laird, N. M. and Ware, J. H. (1982). *Random Effects Models for Longitudinal Data*. *Biometrics*, 38, 963-974.

Lineamientos SABER PRO Noviembre 2011,
http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/file.php/532/Lineamientos_SABER_PRO_2011_2_30_08_1_.pdf

Longford, N. (1993) *Random coefficient models*. London: Sage

López Martín, E., Navarro Asencio, E., Ordóñez Camacho, X. G., Romero Martínez, S. J. (2009) Estudio de variables determinantes de eficiencia a través de los modelos jerárquicos lineales en la evaluación PISA 2006: el caso de España. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 17 (16). Recuperado [fecha] de <http://epaa.asu.edu/epaa/>

Luque, M. (2000). Técnicas de análisis de datos en investigación de mercados. Madrid. Ediciones Pirámide.

Maas, C.J.M. & Hox, J.J. (2004). Robustness issues in multilevel regression analysis. *Statistica Neerlandica*, 58, 127-137.

Martínez González, R.A. (1992). Factores familiares que intervienen en el progreso académico de los alumnos. *Aula Abierta*, 60, 23-39.

McCullagh, P. & Nelder, J.A. (1989) *Generalized linear models*, 2nd Edn. Chapman & Hall, London.

Municio, P. (1982). Influencia del tamaño del centro en diversas variables organizativas. Tesis doctoral inédita. Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación.

Murillo, F. (2008). Los Modelos Multinivel Como Herramienta Para La Investigación Educativa. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, Vol. 1, N° 1, pp. 45-62. Bogotá-Colombia.

Pardo, A. et al., (2007). Cómo ajustar e interpretar modelos multinivel con SPSS *Psicothema*, vol. 19, núm. 2, 2007, pp. 308-321, Universidad de Oviedo España

Piñeros, L.J. y Rodríguez Pinzón, A. (1998). Los insumos escolares en la educación secundaria y su efecto sobre el rendimiento académico de los estudiantes: un estudio en Colombia. Washington, D.C.: Banco Mundial.

Raudenbush, S. W. y Bryk, a. S. (2002). *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods*. London: Sage.

Rocha, A.; et al. (2000). Nuevo examen de estado. Cambios para el siglo XXI. Propuesta General. Publicación del Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior. Bogotá.

Ruiz de Miguel, C. y Castro Morera, M. (2006). Un estudio multinivel basado en PISA 2003: factores de eficacia escolar en el área de matemáticas. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 14 (29). Recuperado [fecha] de <http://epaa.asu.edu/epaa/v14n.29>

Salkind, N. (1999). *Métodos de Investigación*. Naucalpan de Juárez. Prentice Hall, Inc.

Schwarz, G. (1978), Estimating the Dimension of a Model, *Annals of Statistics* 6, 461- 464.

Searle, S.R., Casella, G., McCulloch, C.E., 1992. *Variance Components*. Wiley, New York.

Singer, J. (1998). *Using SAS PROC MIXED to Fit Multilevel Models, Hierarchical Models, and Individual Growth Models*. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, Vol. 23, N° 4. pp. 323-355.

Tapia, J. (2007) El Escalamiento Óptimo con base en el Análisis de Componentes Principales no lineal para la Construcción de Índices de Condiciones de Vida y Socioeconómicos. Aplicación en el Ámbito Nacional. Proyecto de Titulación. Facultad de Ciencias. Quito.

Tobón, S. (2005). Formación basada en competencias. Pensamiento complejo, diseño curricular y didáctica, 2 ed. Bogotá: ECOE Ediciones.

Universidad del Norte. (2005). Memorias del Seminario Internacional, Currículo Universitario Basado en Competencias, Barranquilla, Colombia.

Young, F. W. (1981), Quantitative analysis of qualitative data, *Psychometrika* 46(4), 357-388.

ANEXOS

ANEXOS A. Modelo que solo incluye la constante

Tabla 1. Estadísticos de ajuste modelo que solo incluye la constante.

-2 log de la verosimilitud restringida	170018,43
Criterio de información de Akaike (AIC)	170020,43
Criterio de Hurvich y Tsai (AICC)	170020,43
Criterio de Bozdogan (CAIC)	170030,62
Criterio bayesiano de Schwarz (BIC)	170029,42

ANEXOS B. Rutinas en SPSS de las Componentes Principales Cualitativas

[Anexo B.1. Índice Socioeconómico]

```

CATPCA VARIABLES=OcuMPADRES_4 OcuMMADRE2_1 PoseeAutomovil EstratoFamiliar IngresoFamiliar Materialpisos EstudTrabaja
/ANALYSIS=OcuMPADRES_4(WEIGHT=1,LEVEL=ORD) OcuMMADRE2_1(WEIGHT=1,LEVEL=ORD) PoseeAutomovil(WEIGHT=1,LEVEL=ORD)
EstratoFamiliar(WEIGHT=1,LEVEL=ORD) IngresoFamiliar(WEIGHT=1,LEVEL=ORD) Materialpisos(WEIGHT=1,LEVEL=ORD)
EstudTrabaja(WEIGHT=1,LEVEL=ORD)
/MISSING=OcuMPADRES_4(PASSIVE,MODEIMPU) OcuMMADRE2_1(PASSIVE,MODEIMPU) PoseeAutomovil(PASSIVE,MODEIMPU)
EstratoFamiliar(PASSIVE,MODEIMPU) IngresoFamiliar(PASSIVE,MODEIMPU) Materialpisos(PASSIVE,MODEIMPU)
EstudTrabaja(PASSIVE,MODEIMPU)
/DIMENSION=2
/NORMALIZATION=VPRINCIPAL
/MAXITER=100
/CRITER= 00001
/PRINT= CORR DESCRIPT(OcuMPADRES_4 OcuMMADRE2_1 PoseeAutomovil EstratoFamiliar IngresoFamiliar Materialpisos EstudTrabaja) HISTORY LOADING
OBJECT CORR QUANT(OcuMPADRES_4 OcuMMADRE2_1 PoseeAutomovil EstratoFamiliar IngresoFamiliar Materialpisos EstudTrabaja) VAF
/PLOT=BI PLOT(LOADING) (20) OBJECT (20) LOADING((CENTR)) (20).
    
```

[Anexo B.2. Índice Cultural]

```

CATPCA VARIABLES=EducacionPadre EducacionMadre PoseeInternet PoseeComputador
/ANALYSIS=EducacionPadre(WEIGHT=1,LEVEL=ORD) EducacionMadre(WEIGHT=1,LEVEL=ORD) PoseeInternet(WEIGHT=1,LEVEL=ORD)
PoseeComputador(WEIGHT=1,LEVEL=ORD)
/MISSING=EducacionPadre(PASSIVE,MODEIMPU) EducacionMadre(PASSIVE,MODEIMPU) PoseeInternet(PASSIVE,MODEIMPU)
PoseeComputador(PASSIVE,MODEIMPU)
/DIMENSION=2
/NORMALIZATION=VPRINCIPAL
/MAXITER=100
/CRITER= 00001
/PRINT= CORR DESCRIPT(EducacionPadre EducacionMadre PoseeInternet PoseeComputador) HISTORY LOADING
OBJECT CORR QUANT(EducacionPadre EducacionMadre PoseeInternet PoseeComputador) VAF
/PLOT=BI PLOT(LOADING) (20) OBJECT (20) LOADING((CENTR)) (20).
    
```

ANEXOS C. Rutinas en SPSS de los Modelos Multinivel.

[Anexo C.1. Modelo Nulo]

```
MIXED Rendimiento_Competencias_Genericas BY Cod_Universidad  
/CRITERIA=CIN(95) MXITER(100) MXSTEP(10) SCORING(1) SINGULAR(0.000000000001) HCONVERGE(0.  
ABSOLUTE) LCONVERGE(0, ABSOLUTE) PCONVERGE(0.000001, ABSOLUTE)  
/FIXED=| SSTYPE(3)  
/METHOD=REML  
/PRINT=DESCRIPTIVES SOLUTION TESTCOV  
/RANDOM=Cod_Universidad | COVTYPE(V0).
```

[Anexo C.2. Modelo Final]

```
MIXED Rendimiento_Competencias_Genericas WITH Género Institucionalidad Edad_centrada tamaño2 Media_Ses_Univ  
/CRITERIA=CIN(95) MXITER(100) MXSTEP(10) SCORING(1) SINGULAR(0.000000000001) HCONVERGE(0.  
ABSOLUTE) LCONVERGE(0, ABSOLUTE) PCONVERGE(0.000001, ABSOLUTE)  
/FIXED=Media_Ses_Univ Institucionalidad tamaño2 Género Edad_centrada Media_Ses_Univ*Edad_centrada  
Institucionalidad*Edad_centrada | SSTYPE(3)  
/METHOD=REML  
/PRINT=SOLUTION TESTCOV  
/RANDOM=INTERCEPT | SUBJECT(Cod_Universidad) COVTYPE(V0).
```