



Universidad de los Andes

Facultad de Ingeniería

Postgrado de Matemática Aplicada

a la Ingeniería (EMMA-I)

**SIMULACIÓN DE UN MANIFOLD DE SEPARACIÓN
DE LÍQUIDO-GAS MEDIANTE ECUACIONES DE
DINÁMICA DE FLUJO CON SUPERFICIE LIBRE**

**Tesis para optar al título de Magister Scientiae en “Matemática
Aplicada a la Ingeniería” por
Jesús Adrián Muñoz Guerrero**

Tutor: Dr. Jean François Dulhoste V.

Mérida – Venezuela

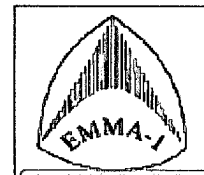
Junio, 2005



Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)



Universidad de los Andes
Facultad de Ingeniería
Postgrado de Matemática Aplicada
a la Ingeniería (EMMA-I)



**SIMULACIÓN DE UN MANIFOLD DE SEPARACIÓN
DE LÍQUIDO-GAS MEDIANTE ECUACIONES DE
DINÁMICA DE FLUJO CON SUPERFICIE LIBRE**

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

**Tesis para optar al título de Magíster Scientiae en “Matemática
Aplicada a la Ingeniería” por
Jesús Adrián Muñoz Guerrero**

Tutor: Dr. Jean François Dulhoste V.

Mérida – Venezuela

Junio, 2005

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a todas las personas que contribuyeron en la realización de este trabajo, especialmente al profesor **Jean François Dulhoste** por su preocupación y valiosa orientación en el desarrollo y culminación de este trabajo. También quiero agradecer a los profesores Rafael Santos, Manuel Ávila y José Rujano por sus valiosas e importantes orientaciones. Gracias especiales a Mayira por su apoyo y a mis estimadas amigas Magaly y Ana.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

A nuestro *Padre Celestial*

A mis *abuelos* que me acompañan desde el cielo

A mi *Madre Eciodila, a Mayira y Jesús Ricardo.*

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

RESUMEN

Este trabajo presenta el estudio teórico de un manifold de separación de líquido-gas, modificando un simulador de la dinámica de flujo en canales abiertos con sección transversal rectangular, presentado por J-F Dulhoste como tesis de doctorado, cuyo modelo matemático se fundamenta en las ecuaciones de Saint-Venant. Estas ecuaciones se resuelven mediante un método de diferencias finitas implícito, específicamente el método de Preissmann y se emplea un método de optimización para la solución del sistema de ecuaciones. El simulador se adapta inicialmente a secciones circulares y se añadieron las ecuaciones para la determinación de las salidas de fondo mediante balances de energía. Para la fase gaseosa se usó la ecuación de conservación de la masa, acoplada con la ecuación de energía y se resolvió mediante el método de Runge-Kutta para calcular la presión interna, considerada uniforme en el manifold, con el propósito de introducir el efecto de la misma y analizar la interacción entre las fases. El simulador desarrollado permite simular el flujo en canales de sección circular, determinar los caudales de salida de líquido, determinar los caudales de salida de gas y analizar en forma dinámica la interacción entre las fases líquida y gaseosa ante diferentes condiciones. Además se desarrolló un modelo iterativo capaz de predecir los caudales de salida de líquido y de gas para comparar sus resultados con los del simulador. Los resultados de simulación obtenidos presentaron buena estabilidad y son similares a los resultados obtenidos con el modelo iterativo siendo considerados satisfactorios.

Palabras Clave: Distribuidor de líquido, Simulación, Canal Abierto, Separador de Líquido-Gas, Manifold, Modelado Computacional.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS.....	iii
DEDICATORIA.....	iv
RESUMEN.....	v
LISTA DE FIGURAS.....	ix
NOMENCLATURA.....	xi
CAPÍTULO 1	1
INTRODUCCIÓN.....	
CAPÍTULO 2	6
ANTECEDENTES.....	
CAPÍTULO 3	9
FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	
3.1 MANIFOLD.....	9
3.2 FLUJO EN CANALES ABIERTOS.....	11
3.2.1 DEFINICIÓN DE CANAL ABIERTO.....	11
3.2.2 ELEMENTOS GEOMÉTRICOS DE UNA SECCIÓN DE CANAL.....	12
▪ ELEMENTOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS.....	13
3.2.3 GEOMETRÍA DE UN CANAL.....	15
3.2.4 CAUSAS QUE PRODUCEN EL FLUJO.....	16
3.2.5 EFECTO DE LA VISCOSIDAD. INFLUENCIA DEL NÚMERO DE REYNOLDS.....	17
3.2.6 EFECTO DE LA GRAVEDAD. INFLUENCIA DEL NÚMERO DE FROUDE.....	17
3.2.7 TIPOS DE FLUJO EN CANALES ABIERTOS.....	19

3.2.8 ECUACIONES DE SAINT-VENANT.....	21
▪ ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.....	22
▪ ECUACIÓN DINÁMICA PARA FLUJO NO PERMANENTE.....	25
• INTERPRETACIÓN DE LOS TÉRMINOS DE LA ECUACIÓN DINÁMICA.....	27
• FORMULACIÓN EN CAUDAL DE LA ECUACIÓN DINÁMICA.....	28
• TÉRMINO DE FRICCIÓN.....	29
▪ CONDICIONES DE FRONTERA Y CONDICIONES INICIALES.....	31
3.2.9 MODELADO COMPUTACIONAL.....	32
▪ MODELOS DE DIMENSIÓN FINITA.....	33
▪ DISCRETIZACIÓN USANDO EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS IMPLÍCITO EN EL TIEMPO.....	35
3.3 ECUACIONES DE CONSERVACIÓN DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS PARA EL TRATAMIENTO DE LA FASE GASEOSA	36
3.3.1 TEOREMA DE TRANSPORTE DE REYNOLDS.....	37
3.3.2 CLASIFICACIÓN DEL FLUJO.....	40
3.3.3 BALANCES MACROSCÓPICOS DE MASA, ENERGÍA Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO.....	42
 CAPÍTULO 4	
IMPLEMENTACIÓN DE METODOLOGÍA PARA LA SIMULACIÓN DE UN MANIFOLD DE SEPARACIÓN DE LÍQUIDO-GAS.....	51
4.1 ADAPTACIÓN DEL SIMULADOR A SECCIONES CIRCULARES.....	51
4.2 CONDICIONES DE FRONTERA Y CONDICIONES INICIALES.....	53
4.3 DISCRETIZACIÓN DE LA FORMULACIÓN EN CAUDAL DE LAS ECUACIONES DE SAINT-VENANT MEDIANTE EL ESQUEMA DE PREISSMANN.....	54
4.4 ENTRADAS Y SALIDAS DE LÍQUIDO.....	56
4.5 CALCULOS DE LOS CAUDALES DE SALIDA DE FONDO DEL MANIFOLD.....	57
4.6 CÁLCULO DE LA PRESIÓN EN EL MANIFOLD A PARTIR DE LAS	

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

ECUACIONES DE CONSERVACIÓN APLICADAS A LA FASE GASEOSA.....	60
4.7 MODELO ITERATIVO PARA LA SIMULACIÓN DE UN MANIFOLD DE SEPRACIÓN DE LÍQUIDO-GAS.....	65
4.7.1 CONSERVACIÓN DE LA MASA.....	66
4.7.2 PROFUNDIDAD DE FLUJO A LO LARGO DEL MANIFOLD.....	67
4.7.3 DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN A LO LARGO DEL MANIFOLD.....	69
CAPÍTULO 5	73
RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	
5.1 PARÁMETROS FIJOS EN LAS SIMULACIONES.....	73
5.2 CASOS ESTUDIADOS EN LAS SIMULACIONES.....	75
5.2.1 EFECTO DE LA RUGOSIDAD DE LAS PAREDES DEL MANIFOLD EN EL FLUJO DE LÍQUIDO.....	75
5.2.2 EFECTO DEL CAUDAL DE GAS QUE ENTRA AL MANIFOLD.....	78
5.2.3 EFECTO DEL INCREMENTO EN LA RESISTENCIA AL FLUJO DE AIRE .	81
5.2.4 EFECTO DEL DIÁMETRO DE SALIDA DE LÍQUIDO.....	84
5.2.5 EFECTO DE LA SIMETRÍA O ASIMETRÍA EN LAS ENTRADAS DE LÍQUIDO.....	87
5.3 COMPARACIÓN DE RESULTADOS ENTRE EL SIMULADOR Y EL MODELO ITERATIVO.....	92
CAPÍTULO 6	94
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	
BIBLIOGRAFÍA.....	98

LISTA DE FIGURAS

Figura

3.1 Esquema de un manifold.....	9
3.2 Flujo estratificado en un manifold de separación de líquido-gas.....	10
3.3 Elementos geométricos de la sección longitudinal de canal.....	15
3.4 Tipos de flujo (a) Flujo uniforme permanente. (b) Flujo uniforme no permanente.....	20
3.5 Esquema de los tipos de flujo en canales abiertos.....	21
3.6 Continuidad del flujo no permanente.....	23
3.7 Infiltración por lluvia en una parte del canal.....	24
3.8 Representación simplificada de la energía en el flujo no permanente.....	25
3.9 Discretización de un tramo de canal abierto.....	34
3.10 Esquema de discretización de Preissmann.....	35
3.11 Volumen de control unidimensional.....	38
3.12 Volumen de control arbitrario.....	39
3.13 Volumen de control unidimensional correspondiente a un tramo de tubería recta.....	46
4.1 Sección transversal circular.....	52
4.2 Balance de energía en una salida de fondo de líquido.....	57
4.3 Volumen de control para la fase gaseosa.....	60
4.4 Balance de energía en una salida de gas del manifold.....	62
4.5 Esquema simplificado del manifold.....	65
5.1 Posición de las entradas y salidas de líquido y de gas en el manifold.....	73
5.2 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-1.....	76
5.3 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-2.....	76
5.4 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-3.....	76
5.5 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-4.....	79
5.6 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-5.....	80
5.7 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-6.....	80
5.8 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-7.....	82

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

5.9 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-8.....	83
5.10 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-9.....	83
5.11 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-10.....	85
5.12 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-11.....	86
5.13 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-12.....	86
5.14 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-13.....	89
5.15 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-14.....	89
5.16 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-15.....	89
5.17 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-16.....	90
5.18 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-17.....	90

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

NOMENCLATURA

A	Área de flujo, (m^2)
B	Ancho superficial, (m). Variable muda
d_0	Diámetro de la tubería principal del manifold, (m)
D	Diámetro de tubería, (m)
e	Energía específica, (J/kgmK)
f	Factor de fricción de Moody, (adimensional)
g	Aceleración de la gravedad, (m/s^2)
h_f	Pérdida de carga, (m)
I	Pendiente del fondo, (adimensional)
J_f	Término de introducción de la energía de fricción, (adimensional)
K	Coefficiente de resistencia, coeficiente de Strickler, ($m^{1/3}s^{-1}$)
K_{sl}	Coefficiente de resistencia, (adimensional)
L	Longitud característica, longitud de tubo mas longitud equivalente de los tubos de salida de gas, (m)
ne	Número de entradas
ns	Número de salidas
P	Presión, (N/m^2)
P_{known}	Presión conocida, (N/m^2)
P_m	Perímetro mojado, (m)
Q	Caudal, (m^3/s)
Q_{Te}	Caudal total entrante, (m^3/s)
Q_{Ts}	Caudal total saliente, (m^3/s)
q	Caudal lateral por unidad de longitud (infiltración), (m^2/s)
Q_l	Caudal lateral, (m^3/s)
R	Constante del gas, (J/KgK)
R_h	Radio hidráulico, (m)
S	Sección transversal, (m^2)
t	Tiempo, (s)
T	Temperatura del gas, (K)

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

U	Velocidad de flujo, (m/s)
v_{sl}	Velocidad en la salida, (m/s)
V	Velocidad promedio, (m/s)
∇	Volumen, (m ³)
$V(y)$	Velocidad de flujo calculada en función de la profundidad (y), (m/s)
x	Variable espacial en el sentido del flujo, (m)
y	Profundidad de flujo, (m)
z	Cota absoluta de la superficie, (m)

Subíndices

g	Gas
l	Líquido
m	Manifold, posición en el espacio (discretización)
sl	Salida de líquido
sg	Salida de gas
el	Entrada de líquido
eg	Entrada de gas

Letras griegas

β	Variable muda, relación de diámetros, (adimensional)
γ	Peso específico, (N/m ³)
ε	Rugosidad, (m)
θ	Ángulo de la sección circular, (radianes)
θ_p	Coefficiente de ponderación, (adimensional)
μ	Viscosidad absoluta, (kg/ms)
ρ	Densidad, (m ³)
π	Constante = 3.141592654, (adimensional)
τ_w	Esfuerzo cortante, (N/m ³)
ν	Viscosidad cinemática, (m ² /s)

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Las necesidades de la industria petrolera relacionadas con los procesos de separación de flujo cuando más de una fase se encuentra presente en el sistema, ha impulsado la necesidad de estudiar las características de la separación de flujo. Convencionalmente se han planteado separadores basados en el efecto de la gravedad sobre las fases presentes. Un manifold se usa para separar fases distintas de flujo y se fundamenta en el efecto gravitatorio sobre las mismas, es un dispositivo en el cual se tienen varias te de unión conectadas a un tubo principal horizontal.

La industria petrolera ha buscado alternativas menos costosas y más eficientes para la separación de líquido-gas, y se han planteado nuevas alternativas como los sistemas compactos de separación cilíndricos ciclónicos de Gas-Líquido, conocidos en inglés como Gas-Liquid Cylindrical Cyclone (GLCC) [3]. Este sistema presenta como etapa de preseparación un manifold que permite incrementar las ventajas de la posterior separación ciclónica, minimizando problemas operacionales que se pueden presentar aguas abajo en el GLCC, mediante la amortiguación de grandes variaciones en el flujo.

En este trabajo se simuló un manifold de separación mediante la dinámica de flujo con superficie libre, para ello, se cumplieron los siguientes objetivos:

1. Se estudió un simulador existente, que es un simulador unidimensional de la dinámica del flujo en canales abiertos mediante las ecuaciones de Saint-Venant, para una sección de canal rectangular.

2. Se amplió el simulador de flujo en canales abiertos a secciones transversales circulares y se introdujo el modelo teórico para su funcionamiento como manifold de separación de líquido-gas.
3. Se simuló el manifold mediante el simulador desarrollado.
4. Se analizó el funcionamiento del manifold a partir de los resultados de simulación obtenidos.

La simulación de un manifold mediante ecuaciones con superficie libre como son las ecuaciones de Saint-Venant, requiere la aplicación conceptos inherentes a la dinámica de flujo en canales abiertos. Las ecuaciones de Saint-Venant están conformadas por un par de ecuaciones: La Ecuación de Conservación de la Masa, frecuentemente llamada Ecuación de Continuidad y La Ecuación de Conservación de la Energía, frecuentemente llamada Ecuación Dinámica. Estas ecuaciones deducidas considerando fundamentalmente flujo no permanente, unidimensional, gradualmente variado, fueron publicadas por primera vez por Saint-Venant [26]. La validez de estas ecuaciones ha sido verificada mediante muchas observaciones y experimentos; sin embargo, debido a su complejidad matemática, es imposible la integración exacta de estas ecuaciones. Para aplicaciones prácticas, puede obtenerse una solución mediante métodos de paso aproximados o basados en suposiciones simplificativas. Para modelar el flujo en canales abiertos, las ecuaciones de Saint-Venant constituyen el modelo matemático que describe el flujo y existen varios métodos para resolver estas ecuaciones y transformarlas en un sistema de dimensión finita.

Para la solución del problema planteado, se modifica un simulador de la dinámica de flujo en canales abiertos [7],[8], que permite estudiar fenómenos hidráulicos en canales de sección transversal rectangular, con régimen de flujo subcrítico y baja pendiente. El simulador se basa en un esquema de programación desarrollado en Matlab, FORTRAN y Simulink. Este simulador resuelve las ecuaciones de Saint-Venant usando el método de colocación ortogonal y métodos de

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

diferencias finitas implícito y explícito [4], [24] en el tiempo. Se emplea el esquema de Preissmann para la discretización implícita, por ser el más conocido en canales abiertos [19].

El simulador inicialmente se amplió a secciones circulares resultando satisfactoria la formulación y resolución de las ecuaciones de Saint-Venant para esta geometría, y se adaptó para que simule en forma dinámica un colector-distribuidor de líquido desarrollando las ecuaciones para predecir los caudales de salida de fondo ante condiciones de entrada determinadas. Para esto, se decidió usar sólo el método de Preissmann, el cual, aunque representa una solución más compleja, es más ventajoso. En cuanto a la fase gaseosa se consideró una atmósfera de presión de gas provocada por la entrada de dicha fase. Esta presión se supone uniforme y se utiliza el método de Runge-Kutta para resolver la ecuación diferencial resultante de acoplar la ecuación de conservación de la masa y la ecuación de energía. Con el simulador desarrollado fue posible analizar en forma dinámica el funcionamiento de un manifold de separación de líquido-gas, con flujo estratificado, observar la evolución temporal y espacial del nivel y caudal y se calculó el flujo a través de los orificios de descarga, siendo posible analizar su comportamiento ante diferentes condiciones como la rugosidad, diferentes entradas de líquido-gas, etc.

Adicionalmente se desarrolló un modelo iterativo que funciona como manifold de separación de líquido-gas basado en un modelo presentado en [3], el cual, en este trabajo se implementó de manera generalizada en cuanto al número de entradas y salidas. Este modelo es capaz de predecir la condición estable del nivel y de los caudales de salida sin ofrecer la posibilidad de hacer análisis dinámico sobre la evolución de los mismos.

Los resultados obtenidos con ambos modelos (simulador y modelo iterativo) son similares y presentaron buena estabilidad numérica, pudiendo ser comparados con otros modelos, como el desarrollado en [3].

El trabajo esta organizado de la manera siguiente: en el capítulo dos se presentan los antecedentes del problema a partir de los cuales se han desarrollado metodologías y herramientas de solución, para lo cual se ha realizado una revisión bibliográfica que permite presentar el estado del arte del análisis de los sistemas de separación.

En el capítulo tres se desarrollan los fundamentos teóricos del problema. Para la fase líquida se obtienen las ecuaciones de Saint –Venant, se plantean las diferentes relaciones constitutivas inherentes a la hidráulica sobre dinámica de canales abiertos y los métodos de solución numérica, específicamente el método implícito basado en el esquema de Preissmann. Para la fase gaseosa se desarrollan las ecuaciones básicas de conservación y las relaciones inherentes.

En el capítulo cuatro se presenta la implementación de la metodología para el desarrollo del simulador como manifold de separación de líquido-gas y finalmente, se presenta el desarrollo del modelo iterativo que también simula el comportamiento del manifold, para determinar los caudales de separación de líquido-gas, esto con el propósito, de comparar con el simulador desarrollado basado en las ecuaciones con superficie libre.

En el capítulo cinco se presentan los resultados y el análisis de los resultados de las simulaciones ante diferentes condiciones específicas para cada caso, las cuales expresan características relevantes y representativas de la solución al problema de separación de líquido-gas bajo las condiciones del modelo desarrollado. También se presenta la comparación de los resultados obtenidos con el simulador y el modelo iterativo.

Por último, en el capítulo seis se presentan las conclusiones del trabajo donde se discuten las ventajas, inconvenientes y mejoras futuras a realizar sobre los modelos teóricos.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

CAPÍTULO 2

ANTECEDENTES

Este capítulo presenta la descripción de estudios pertinentes relacionados con canales y separadores de flujo.

Inicialmente se tiene un simulador de la dinámica de canales abiertos desarrollado para secciones transversales rectangulares de canal [7],[8] que considera flujo unidimensional, régimen de flujo subcrítico y baja pendiente, las ecuaciones de Saint -Venant se resuelven usando tres métodos de solución: método de colocación ortogonal y métodos de diferencias finitas, uno explícito y el otro implícito utilizando el método de Preissmann. Este simulador fue diseñado para estudiar una gran cantidad de fenómenos hidráulicos en un tramo de canal abierto, permitiendo hacer estudios con diferentes condiciones de frontera y aplicar técnicas de control de nivel. A partir de este simulador fueron introducidos los modelos teóricos necesarios para el modelado del flujo en un manifold de separación de líquido-gas, desarrollando así un modelo dinámico de estudio en el cual el uso de las ecuaciones de Saint-Venant para modelar el comportamiento de la fase líquida constituye un aporte importante en esta área.

Existe un modelo desarrollado para simular un manifold de separación de líquido-gas, el cual está basado en el Método de Hardy-Cross [3], con este modelo se obtienen resultados similares entre el modelo teórico y los datos experimentales para las diferentes condiciones de flujo en la entrada. En este trabajo se destaca una característica importante del manifold relacionada con la capacidad que tienen para minimizar el efecto del flujo en paquetes, produciendo amortiguamiento y funcionando como pre-separador. En este mismo trabajo se obtiene mediante

experimentación, una ecuación que relaciona el coeficiente de resistencia de la salida de líquido con el número de Reynolds considerando diámetros de salida iguales al diámetro del tubo principal del manifold. Aspectos como el modelo mecánico presentado en este trabajo se toma como base para el desarrollo del modelo iterativo, el cual se emplea para comparar con el simulador. Estudios relacionados con patrones de flujo distintos al de flujo estratificado se presenta en [9] donde se desarrolló un modelo mecánico capaz de predecir la hidrodinámica del flujo en paquetes. En [27] también se presenta un estudio amplio de éste tipo de flujo.

En [1] se muestra que aspectos como el ángulo entre el tubo principal y los tubos laterales, la relación de diámetros entre ellos y el grado de redondeo de las esquinas puede afectar las relaciones de flujo de líquido y de gas y la caída de presión en una te de unión.

En [17] se presentan estudios experimentales realizados en manifolds. Una conclusión importante sobre el flujo de una sola fase está relacionada con la interacción que ocurre entre las uniones si la distancia entre ellas es menor a tres diámetros del tubo principal. Para el flujo de dos fases no se presenta información, sin embargo, resulta obvia la posible interacción entre las uniones.

En [28] se analizó la hidrodinámica cerca de la salida de la tubería que transporta gas y líquido en flujos horizontales estratificados siendo importante para este trabajo de tesis, la definición de variables inherentes a la determinación de pérdidas de flujo para cada fase, las cuales se relacionan con las utilizadas en canales abiertos.

En [14] se presentan estudios teóricos y experimentales acerca del flujo subcrítico en uniones. Se realizaron experimentos para explorar la configuración del flujo en uniones de canal, mejorar los métodos computacionales mediante el análisis de hipótesis y avanzar en los diseños y aproximaciones de uniones de canal.

Las referencias presentadas anteriormente contemplan aspectos importantes que constituyen los principales antecedentes. No se encontraron análisis previos de manifolds de separación fundamentados en la resolución de ecuaciones con superficie libre y por lo tanto que consideren la dinámica de canales abiertos. Se puede encontrar una gran cantidad de estudios relacionados con manifolds que no están enfocados hacia el estudio que se presenta en este trabajo y solo se consideran como referencia bibliográfica. En estos trabajos se estudian aspectos importantes relacionados con diferentes patrones de flujo y se consideran detalles sobre la hidrodinámica del flujo, un aspecto importante en flujos bifásicos es la mezcla de las fases, lo cual complica el problema.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

CAPITULO 3

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En este capítulo se presenta la descripción de un manifold y las simplificaciones inherentes sobre las cuales se fundamenta el modelo matemático; se presentan los fundamentos físicos y matemáticos del modelo teórico desarrollado para la simulación del manifold de separación de líquido-gas, en cuanto a aspectos importantes de la dinámica de flujo en canales abiertos para el tratamiento de la fase líquida, el desarrollo de las ecuaciones con superficie libre, como son las ecuaciones de Saint-Venant y aspectos fundamentales de la mecánica de fluidos para el tratamiento de la fase gaseosa.

3.1 MANIFOLD

Un manifold como separador de flujo de dos fases es un separador de líquido-gas influenciado por el efecto gravitatorio sobre las fases presentes. Este tipo de manifold esquematizado en la figura (3.1), es un dispositivo que funciona como un colector-distribuidor de líquido y gas, es un canal cerrado a una determinada presión, en el cual se tienen varias te de unión conectadas a un tubo principal horizontal, donde se reúnen corrientes de líquido y de gas y se separan ambas fases en diferentes salidas.

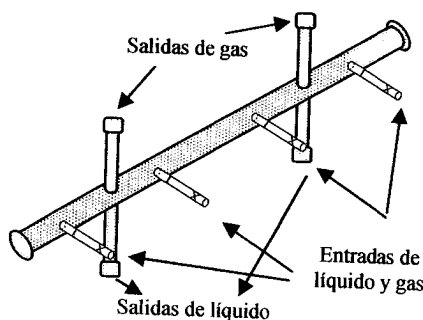


Fig. 3.1 Esquema de un manifold de separación de líquido-gas

En un manifold de separación de dos fases, la diferencia principal respecto al flujo monofásico es la distribución de las fases en la tubería, la cual puede tomar una variedad de configuraciones que dependen de la topografía de la interfase, determinando lo que se conoce como el patrón de flujo. Cada patrón de flujo tiene un nombre descriptivo y en el diseño de sistemas de flujo de dos fases es deseable conocer el patrón o patrones sucesivos de flujo, de tal forma que se pueda aplicar una teoría hidrodinámica apropiada según el patrón de flujo [2].

De los tipos de patrones de flujo que se pueden presentar en el flujo de dos fases, se considera sólo un patrón de flujo claramente distinguido y reconocido por la mayoría de los investigadores, tal patrón es el de flujo estratificado. Este patrón de flujo en una tubería horizontal, se puede producir a muy bajas velocidades de gas y líquido, fluyendo las dos fases separadas por una interfase relativamente lisa, en un manifold de separación de líquido –gas se puede esquematizar, tal como se muestra en la figura (3.2).

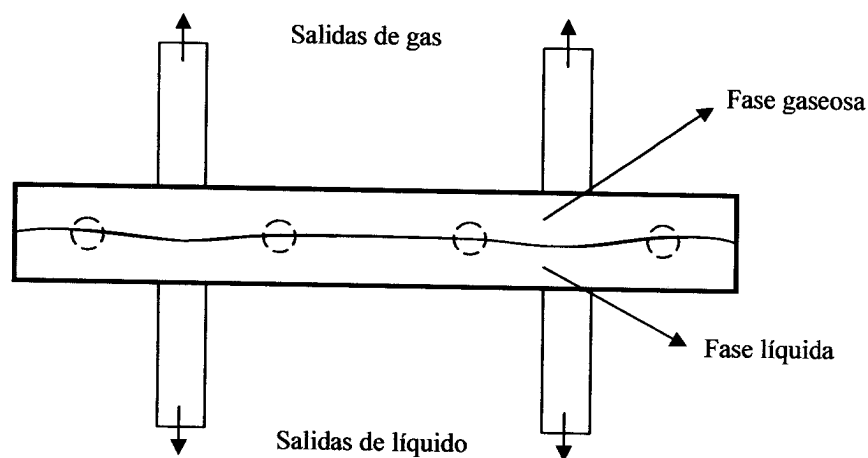


Fig. 3.2 Flujo estratificado en un manifold de separación de líquido-gas

En este trabajo no se consideran aspectos como: la influencia del patrón flujo que entra al manifold, el esfuerzo de corte interfacial que se origina por el

movimiento relativo entre las fases, el cual puede contribuir en algunos casos significativamente, a la caída de presión en el sistema, además, no se contempla posibilidad alguna de mezcla entre las fases, específicamente un aspecto como la factibilidad de que parte del líquido puede ser arrastrado en forma de gotas por la fase gaseosa, complicando la hidrodinámica del flujo.

3.2 FLUJO EN CANALES ABIERTOS

3.2.1 DEFINICIÓN DE CANAL ABIERTO

Un canal abierto es cualquier conducto en el cual fluye líquido con una superficie libre. En general, se usan para conducir agua de irrigación o de tormentas o para la navegación [5]. Sus principios básicos pueden ser aplicados para el tratamiento de flujos estratificados en separadores de líquido-gas tal como ocurre en un manifold. El flujo en un canal abierto y el flujo en una tubería, aunque son similares en muchos aspectos, tienen varias características que los distinguen, tal como se describe en la tabla 3.1.

En general, el tratamiento del flujo en canales abiertos es más empírico que el correspondiente a flujo en tuberías. El flujo en un conducto cerrado no es necesariamente flujo en tuberías. Si tiene una superficie libre, puede clasificarse como flujo en canal abierto.

TABLA 3.1 DIFERENCIAS ENTRE FLUJO EN TUBERÍAS Y EN CANALES ABIERTOS

Flujo en Tubería	Flujo en Canal Abierto
El líquido debe llenar completamente el conducto	El flujo en canal abierto debe tener superficie libre
El fluido está sometido solo a la presión hidráulica.	Una superficie libre está sometida a la presión atmosférica
La fuerza accionadora del flujo es una diferencia de presión, a la cual se le opone una fuerza de fricción sobre las fronteras sólidas.	La fuerza accionadora del flujo es la Gravedad, a la cual se le opone una fuerza de fricción sobre las fronteras sólidas del canal
En tubería no se presentan complicaciones debido a la	Es más difícil resolver problemas de flujo en canales abiertos

inexistencia de superficie libre ni problemas de profundidad de flujo. Se pueden obtener datos experimentales más confiables y las condiciones físicas varían muy poco	porque la posición de la superficie libre puede cambiar con el tiempo y con el espacio y también por el hecho de que la profundidad de flujo, el caudal y las pendientes del fondo del canal y de la superficie libre son interdependientes.
La sección transversal de flujo es fija, debido a que está completamente definida por la geometría del conducto.	La sección transversal de un canal puede ser de cualquier forma, desde circular hasta las formas irregulares de las corrientes naturales que varían en función de la profundidad del agua.
En tuberías, la superficie interior por lo general tiene rugosidades que varían desde aquellas correspondientes a tuberías nuevas de latón liso o de madera machambrada, por un lado hasta las de tubería de hierro o acero, viejas y corroídas por el otro.	En canales abiertos, la superficie varía desde la correspondiente a metales pulidos utilizados en canaletas de prueba, hasta la correspondiente a lechos rugosos e irregulares en ríos. Además, la rugosidad en un canal abierto varía con la posición de la superficie libre.

De acuerdo con su origen, un canal puede ser **artificial** que son aquellos contruidos o desarrollados mediante el esfuerzo humano: canales de navegación, canales de centrales hidroeléctricas; o **natural**, como son los cursos de agua que existen de manera natural en la Tierra.

3.2.2 ELEMENTOS GEOMÉTRICOS DE UNA SECCIÓN DE CANAL

Los elementos geométricos son propiedades de una sección de canal que pueden ser definidos por la geometría de la sección y la profundidad de flujo. Estos elementos se usan en el cálculo de flujo.

Para secciones de canal regulares y simples, los elementos geométricos pueden expresarse matemáticamente en términos de la profundidad de flujo y de otras dimensiones de la sección. Para secciones complicadas y secciones de corrientes naturales, no se puede escribir una ecuación simple para expresar estos elementos, pero pueden prepararse curvas que representen la relación entre estos elementos y la profundidad del flujo para uso de cálculos hidráulicos.

ELEMENTOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS [5]

- **Profundidad de flujo, y :** es la distancia vertical desde el punto más bajo de un sección de canal hasta la superficie libre, por ejemplo la altura de la sección del canal que contiene el agua.
- **Profundidad de flujo de la sección, d :** es la profundidad de flujo perpendicular a la dirección de éste, o la altura de la sección del canal que contiene el agua.
- **Nivel z :** es la elevación o distancia vertical desde un nivel de referencia hasta la superficie libre. Si el punto más bajo de la sección de canal se escoge como nivel de referencia, el nivel es idéntico a la profundidad de flujo.
- **Ancho superficial, B :** Es el ancho de la sección del canal en la superficie libre.
- **Área mojada, A :** Es el área de la sección transversal del flujo perpendicular a la dirección de flujo.
- **Perímetro mojado, P_m :** es la longitud de contacto mojada entre la corriente que fluye y las fronteras sólidas.
- **Radio hidráulico, R_h :** es la relación del Área Mojada A con respecto a su Perímetro Mojado P_m , así:

$$R_h = \frac{A}{P_m} \quad (3.1)$$

- **Profundidad hidráulica, h :** Es la relación entre el Área Mojada y el ancho en la superficie, así:

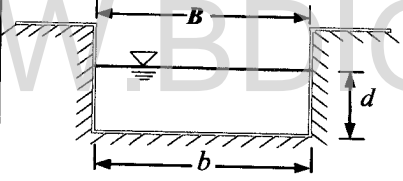
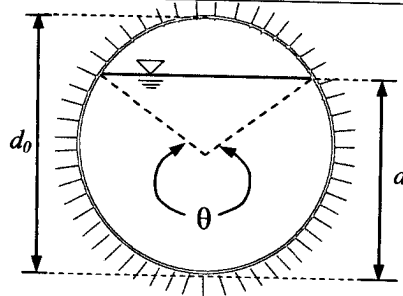
$$h = \frac{A}{B} \quad (3.2)$$

- **Factor de sección para el cálculo del flujo crítico, Z :** es el producto del Área Mojada y la raíz cuadrada de la Profundidad Hidráulica, así:

$$Z = A\sqrt{h} \quad (3.3)$$

- **Factor de sección para el cálculo de flujo uniforme, $AR_h^{2/3}$,** es el producto del Área Mojada y el Radio Hidráulico elevado a la potencia 2/3

TABLA 3.2 ELEMENTOS GEOMÉTRICOS DE DOS SECCIONES TRANSVERSALES COMUNES DE CANAL

	SECCIÓN	ÁREA S	PERÍMETRO MOJADO P	RADIO HIDRÁULICO R_h
Rectángulo		bd	$b + 2d$	$\frac{bd}{b + 2d}$
		ANCHO SUPERFICIAL B	PROFUNDIDAD HIDRÁULICA h	FACTOR DE SECCIÓN Z
		b	y	$by^{1.5}$
Círculo		ÁREA S	PERÍMETRO MOJADO P	RADIO HIDRÁULICO R_h
		$1/8(\theta - \text{sen}\theta)d_0^2$	$\frac{\theta d_0}{2}$	$\frac{d_0}{4} \left(1 - \frac{\text{sen}\theta}{\theta}\right)$
		ANCHO SUPERFICIAL B	PROFUNDIDAD HIDRÁULICA h	FACTOR DE SECCIÓN Z
		$(\text{sen}(\theta/2)d_0$ $\circ$ $2\sqrt{y(d_0 - y)}$	$\frac{1}{8} \left(\frac{\theta - \text{sen}\theta}{\text{sen}(\theta/2)} \right) d_0$	$\frac{\sqrt{2}}{32} \frac{(\theta - \text{sen}\theta)^{1.5}}{(\text{sen}(\theta/2))^{0.5}} d_0^{2.5}$

3.2.3 GEOMETRÍA DE UN CANAL

Un canal construido con una sección transversal invariable y una pendiente de fondo constante, se conoce como **canal prismático**. De otra manera, el canal es **no prismático**, como un vertedero de ancho variable y alineamiento curvo.

El término sección de canal, se refiere a la sección transversal de un canal tomada en forma perpendicular a la dirección del flujo.

Los canales artificiales a menudo se diseñan con secciones de figuras geométricas regulares. El trapecio es la forma más común para canales con banquetas en tierra sin recubrimiento, debido a que proveen las pendientes necesarias para estabilidad. El rectángulo y el triángulo son casos especiales del trapecio. El rectángulo que tiene lados verticales, se utiliza para canales construidos con materiales estables como mampostería, roca, metal o madera. La sección triangular solo se utiliza para pequeñas acequias, cunetas a lo largo de carreteras y trabajos de laboratorio. El círculo es la sección más común para alcantarillados y alcantarillas. Las secciones geométricas cerradas como la circular es característica en el diseño de un manifold de separación de dos fases y las diferentes al círculo, se utilizan en alcantarillados de aguas negras, de manera particular para alcantarillas suficientemente grandes que permitan la entrada de un hombre.

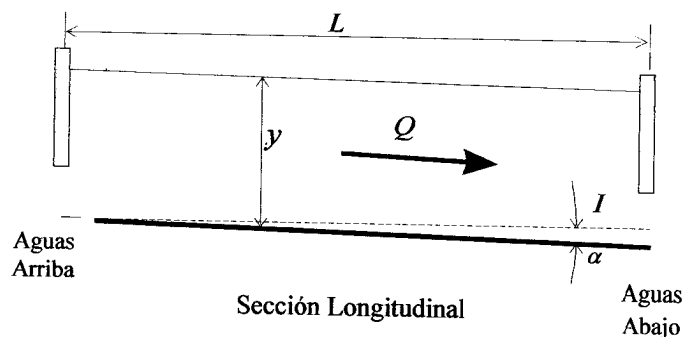


Fig. 3.3 Elementos geométricos de sección longitudinal de canal

La sección longitudinal es un plano, vertical y paralelo al corte dentro del flujo medio. Los perfiles longitudinales pueden ser, rectos con pendiente o sin pendiente, con pendiente alta o con pendiente baja; pueden ser curvos, con curvatura cóncava o convexa. En la figura (3.3) se definen valores geométricos para un perfil longitudinal recto de pendiente baja, tales como la longitud (L), la profundidad de flujo (y) y la pendiente del fondo (I), expresado en general según el ángulo (α) que forman el fondo con la horizontal: $I = \tan \alpha \cong \sin \alpha$ el ángulo (α) en general es pequeño. No obstante es más frecuente usar el valor del ángulo I expresado como porcentaje, notando que es válido para ángulos menores que 10° ($\approx 10\%$) el valor angular en grados es aproximadamente el valor expresado como porcentaje. En este caso la profundidad de flujo (y) es aproximadamente igual a la profundidad de flujo de la sección (d).

3.2.4 CAUSAS QUE PRODUCEN EL FLUJO

Como ya se expresó anteriormente, a diferencia del flujo en un conducto cerrado, en el cual el flujo se mantiene por una diferencia de presión, la fuerza accionadora para el flujo en canal abierto es la gravedad y en ausencia de componente de esta en la dirección de flujo (pendiente cero), una diferencia de nivel provocada por caudales de entrada y salida. Al movimiento se opone una fuerza de fricción sobre las fronteras sólidas del canal. En general, el estado o comportamiento del flujo en canales abiertos, está gobernado básicamente por los efectos de viscosidad y gravedad, en relación con las fuerzas inerciales de flujo. La tensión superficial del agua, puede afectar el comportamiento del flujo bajo ciertas circunstancias, pero no juega un papel significativo en la mayor parte de los problemas de canales abiertos que se presentan en ingeniería.

3.2.5 EFECTO DE LA VISCOSIDAD. INFLUENCIA DEL NÚMERO DE REYNOLDS

El flujo puede ser *laminar, turbulento o transicional*, según el efecto de viscosidad en relación con la inercia. El flujo es **laminar** si las fuerzas viscosas son muy fuertes en relación con las fuerzas inerciales, la estructura del flujo se caracteriza por el movimiento en láminas o capas. El flujo es **turbulento** si las fuerzas viscosas son débiles en relación con las fuerzas inerciales, las partículas se mueven en trayectorias irregulares, que no son suaves ni fijas, pero que en conjunto todavía representan el movimiento hacia delante de la corriente entera.

Entre los estados de flujo laminar y turbulento existe un estado *mixto o transicional*. El número de Reynolds es un parámetro adimensional que representa la relación entre fuerzas de inercia y fuerzas viscosas. Este parámetro permite determinar el régimen de flujo (laminar o turbulento).

$$Re = \frac{\rho V^2 L^2}{\mu V L} = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (3.4)$$

El flujo en canales abiertos es laminar, si el Re es pequeño ($Re < 1500$) y turbulento si Re es grande ($Re > 1500$), se toma como longitud característica el radio hidráulico del canal calculado con la Ec. (3.1).

3.2.6 EFECTO DE LA GRAVEDAD. INFLUENCIA DEL NÚMERO DE FROUDE

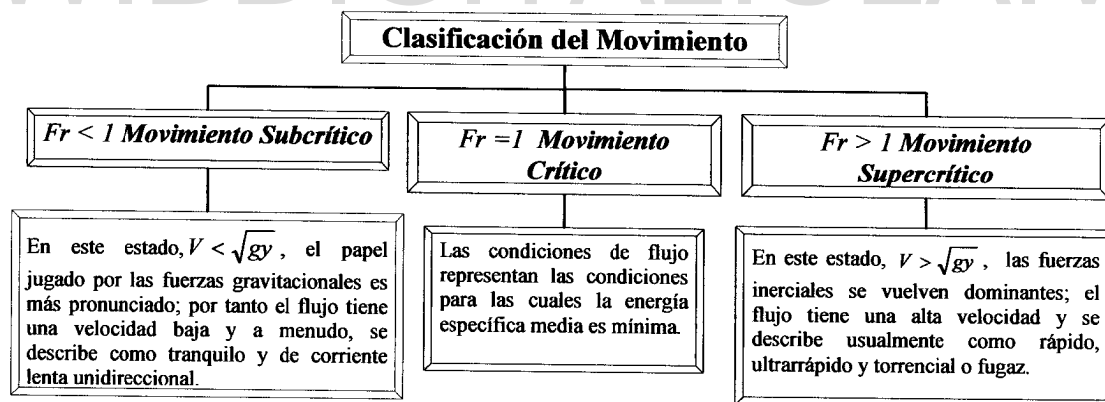
El efecto de la gravedad sobre el estado de flujo se representa por la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas gravitacionales. Esta relación está dada por el Número de Froude (Fr) que es un número adimensional proporcional a la raíz cuadrada de la relación de las fuerzas inerciales con respecto al peso del fluido:

$$Fr = \sqrt{\frac{\rho V^2 A}{\rho g A L}} \quad (3.5)$$

Donde L es una dimensión característica, V es la velocidad media del flujo y g la gravedad. En el flujo en canales abiertos la dimensión característica se hace igual a la profundidad hidráulica. Para canales rectangulares esta es igual a la profundidad de la sección de flujo y el Fr se define como:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gd}} \quad (3.6)$$

La clasificación del movimiento según el valor del Fr , para un canal rectangular muy ancho, permite encontrar tres regímenes de movimiento según se muestra en el siguiente esquema:



En la mecánica de las ondas de agua, la velocidad crítica $\sqrt{gh}$ es igual a la celeridad de pequeñas ondas gravitacionales que pueden ocurrir en aguas poco profundas en canales como resultado de cualquier cambio momentáneo en la profundidad local del agua. Un cambio de este tipo puede ser causado por perturbaciones u obstáculos en el canal, que causan un desplazamiento del agua por

encima y por debajo del nivel medio de la superficie y, por consiguiente, crean ondas que ejercen peso o fuerza gravitacional. Una onda gravitacional puede propagarse hacia aguas arriba en un canal con flujo subcrítico pero no puede hacerlo en un canal con flujo supercrítico, debido a que la celeridad es mayor que la velocidad de flujo en el primer caso y menor en el segundo. Por consiguiente, la posibilidad, o imposibilidad de que una onda gravitacional se propague hacia aguas arriba puede utilizarse como un criterio para diferenciar entre los flujos subcrítico y supercrítico.

3.2.7 TIPOS DE FLUJO EN CANALES ABIERTOS

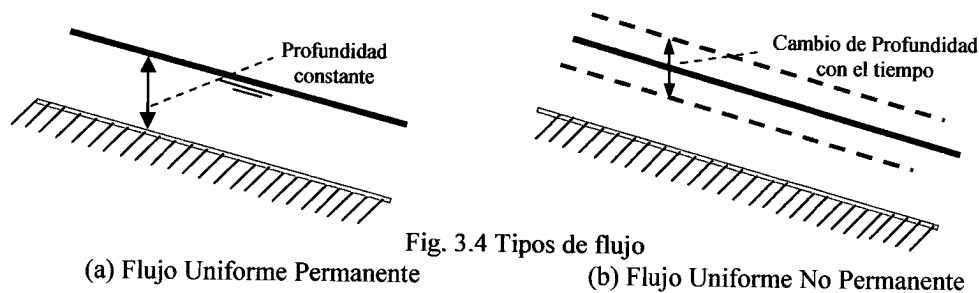
La siguiente clasificación se hace de acuerdo con el cambio en la profundidad de flujo con respecto al tiempo y al espacio [4].

Cuando se considera el tiempo como criterio de clasificación, se tiene: *flujo permanente y flujo no permanente*. Se dice que el flujo en un canal abierto es permanente, si la profundidad de flujo no cambia o puede suponerse constante durante el intervalo de tiempo en consideración. El flujo es no permanente si la profundidad cambia con el tiempo.

Cuando se considera el espacio como criterio de clasificación se tiene: *Flujo Uniforme y Flujo Variado*. Se dice que el flujo en canales abierto es uniforme, si la profundidad del flujo es la misma en cada sección del canal. Un flujo uniforme puede ser permanente o no permanente, según cambie o no la profundidad respecto al tiempo.

El flujo uniforme permanente es el tipo de flujo fundamental que se considera en la hidráulica de canales abiertos. La profundidad del flujo no cambia durante el intervalo de tiempo bajo consideración. El establecimiento de un flujo uniforme no permanente, requeriría que la superficie del agua fluctuara de un tiempo a otro, pero permaneciendo paralela al fondo del canal. En efecto, esto es una condición

prácticamente imposible, el término de *Flujo Uniforme* se utiliza para designar el flujo uniforme permanente.

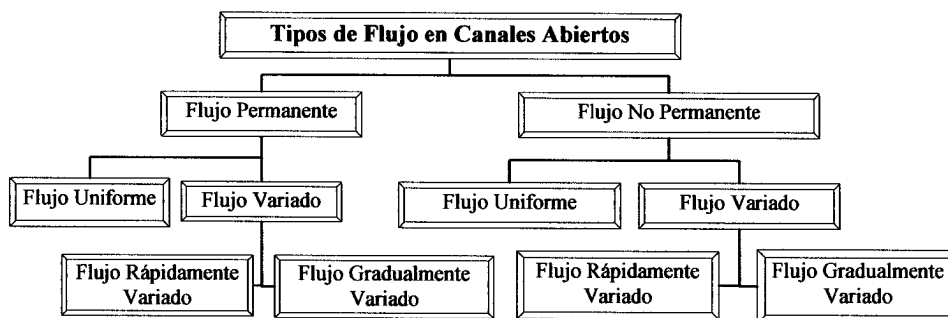


El *flujo* es *variado*, si la profundidad de flujo cambia a lo largo del canal. El flujo variado puede ser permanente o no permanente. Debido a que el flujo uniforme no permanente es poco frecuente, el término flujo no permanente se utiliza para designar exclusivamente el flujo variado no permanente.

El caudal de un flujo permanente *no es uniforme* a lo largo del canal, cuando parte del agua sale o entra a lo largo del curso del flujo. Este tipo de flujo es *Flujo Espacialmente Variado o Discontinuo*, como ocurre en canales principales de riego y drenaje de sistemas de irrigación.

El *flujo variado* puede clasificarse además, como *rápidamente variado* o *gradualmente variado*. El flujo es rápidamente variado si la profundidad del agua cambia de manera abrupta en distancias comparativamente cortas; de otro modo, es gradualmente variado. Un flujo rápidamente variado también se conoce como *fenómeno local*; algunos ejemplos son el resalto hidráulico y la caída hidráulica.

Para mayor claridad, la clasificación de flujo en canales abiertos, se resume de la siguiente manera:



Los diferentes tipos de flujo se esquematizan en la figura (3.5):

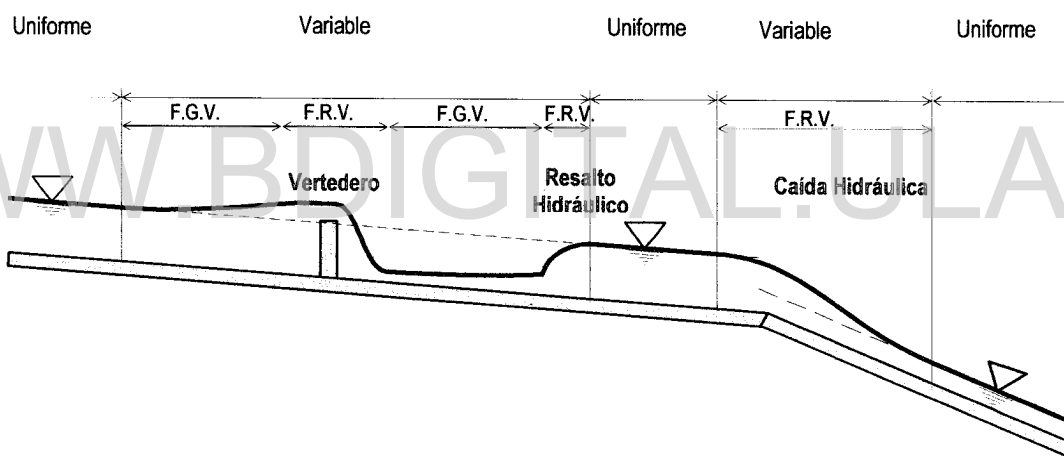


Fig. 3.5 Esquema sobre los tipos de flujo en canales abiertos

3.2.8 ECUACIONES DE SAINT-VENANT

En los métodos hidráulicos la formulación de estas ecuaciones viene de la aplicación de dos leyes de la mecánica de los fluidos para calcular las características en el desplazamiento de la onda. Este par de ecuaciones conforman las así llamadas ecuaciones de Saint-Venant:

- La conservación de la masa, frecuentemente llamada Ecuación de continuidad.

- La Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, frecuentemente llamada ecuación dinámica.

Estas ecuaciones se obtienen bajo las siguientes hipótesis:

- El flujo es unidimensional, es decir la profundidad y velocidad varían sólo en la dirección del escurrimiento.
- El flujo varía gradualmente en la canalización, lo que equivale a decir que la distribución de presiones a lo largo de la vertical es hidrostática, o que la aceleración vertical es pequeña (se puede despreciar las aceleraciones verticales).
- La pendiente media en el fondo del canal es tan pequeña que $\sin\theta \approx \tan\theta$ y $\cos\theta \approx 1$; y el fondo es fijo, de modo que los efectos de deposición y socavación son despreciables.
- Las pérdidas por fricción en el flujo no permanente son esencialmente iguales a las del flujo permanente.
- El fluido es incompresible, tiene una densidad ρ constante a través del flujo.
- Los efectos de la viscosidad interna son despreciables en relación con la fricción externa.

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

La ley de continuidad para flujo no permanente puede establecerse considerando la conservación de masa en un espacio infinitesimal entre dos secciones de canal [4].

En flujo no permanente el caudal cambia con la distancia a una tasa $\frac{\partial Q}{\partial x}$

La profundidad cambia con el tiempo a una tasa de $\frac{\partial y}{\partial t}$

El cambio en el caudal a través del espacio en el tiempo dt es $\frac{\partial Q}{\partial x} dx dt$

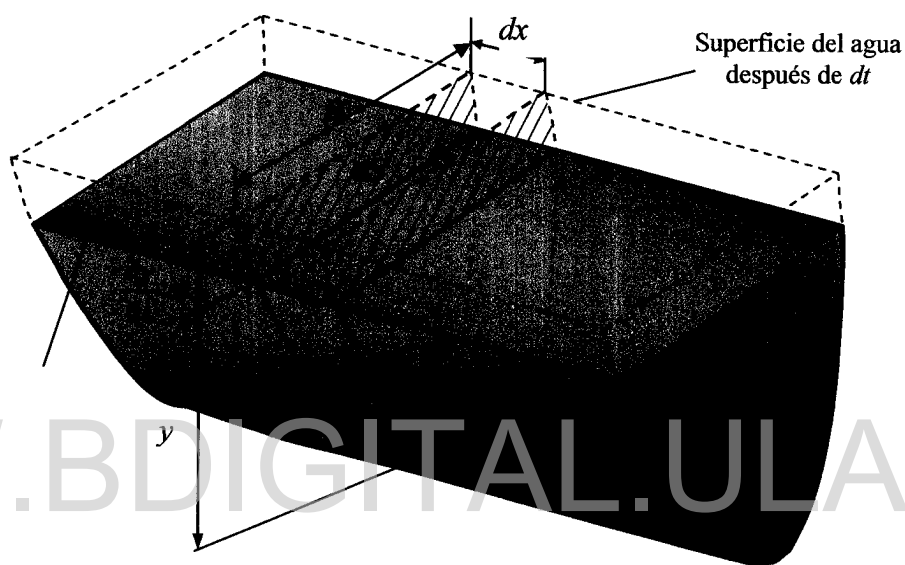


Fig. 3.6 Continuidad del flujo no permanente

El cambio correspondiente en el almacenamiento dentro del canal en el espacio es

$$B dx \frac{\partial y}{\partial t} dt = dx \frac{\partial S}{\partial t} dt \quad (3.7)$$

Debido a que el agua es incompresible, el cambio neto en el caudal más el cambio en el almacenamiento debería ser cero; es decir,

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right) dx dt + dx \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right) dt = 0 \quad (3.8)$$

Al simplificar se obtiene la **formulación en Caudal**:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \quad (3.9)$$

En una sección determinada el caudal es $Q = US$, entonces la ecuación (3.9), se convierte en

$$\frac{\partial(US)}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \quad (3.10)$$

De esta manera se obtiene la **formulación en velocidad**:

$$U \frac{\partial S}{\partial x} + S \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \quad (3.11)$$

Es posible añadir a estas ecuaciones un término que tiene en cuenta la infiltración (q) [16] que puede representar, fugas distribuidas, lluvia o evaporación, en este caso la ecuación de continuidad puede escribirse de la siguiente manera:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial t} = q(t) \quad (3.12)$$

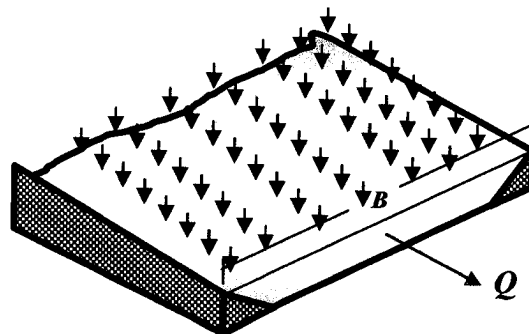


Fig. 3.7 Infiltración por lluvia en una parte de un canal

ECUACIÓN DINÁMICA PARA FLUJO NO PERMANENTE

En el flujo no permanente se considera la variable tiempo, la cual tiene en cuenta la variación en la velocidad de flujo y por consiguiente representa la aceleración, que produce fuerza y causa pérdidas de energía adicionales en el flujo [5].

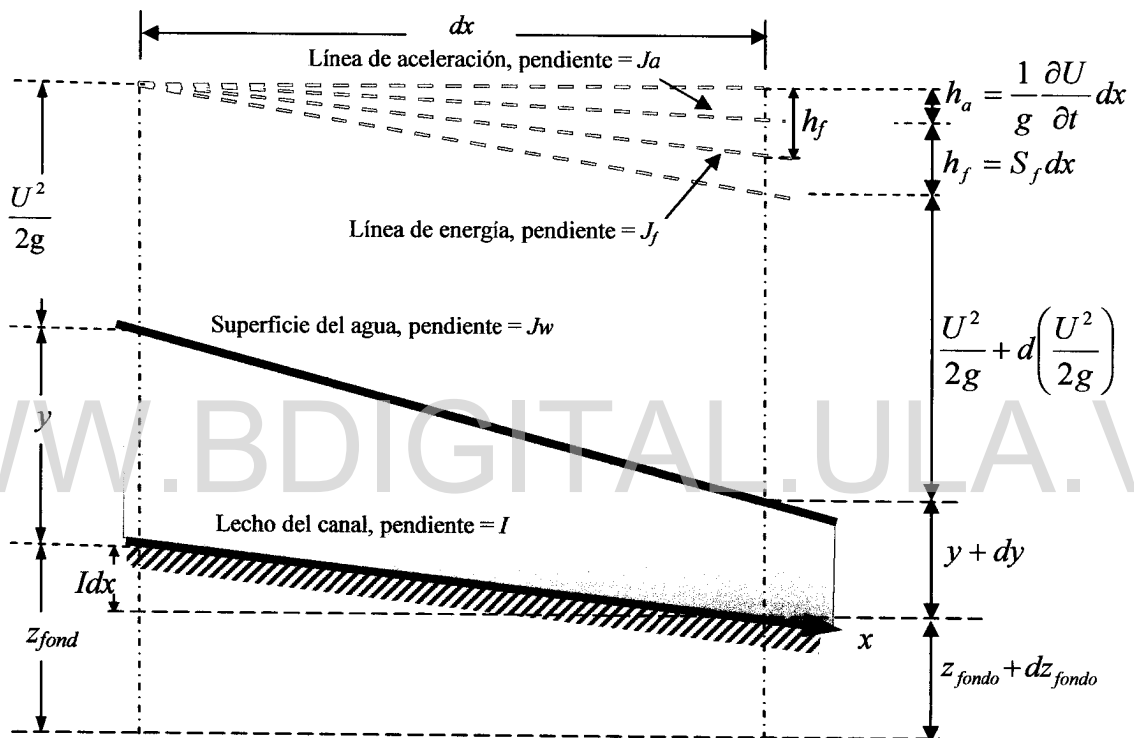


Fig 3.8 Representación simplificada de la energía en flujo no permanente

Con referencia a la figura (3.8), la fuerza debida a la aceleración $\frac{\partial U}{\partial t}$ que actúa sobre un peso unitario w de agua es igual a $(w/g) \frac{\partial U}{\partial t}$; es decir, Fuerza = Masa $\times$ Aceleración.

El trabajo hecho por la fuerza debida a la aceleración del flujo en la dirección x a lo largo de la distancia dx entre dos secciones del canal, como las que se muestran en la figura (3.8) es $(w/g) \frac{\partial U}{\partial t} dx$. Esta cantidad de trabajo es igual a la pérdida de energía debida a la aceleración. Al dividir por w , la pérdida en altura se expresa mediante $(1/g) \frac{\partial U}{\partial t} dx$.

El cambio total de altura en la longitud infinitesimal dx puede tratarse exactamente, igual que el caso de flujo permanente, excepto que debe incluirse una pérdida adicional debida a la aceleración. La pérdida total de altura consta de dos partes:

1. La pérdida debida a la fricción $h_f = J_f dx$, donde J_f es la pendiente de la línea de energía.
2. La pérdida debida a la aceleración $h_a = (1/g) \frac{\partial U}{\partial t} dx$. La línea que indica esta última se conoce como línea de aceleración; su pendiente es $J_a = (1/g) \frac{\partial U}{\partial t}$ (pendiente de aceleración).

Mediante el principio de energía puede escribirse lo siguiente:

$$z_{fondo} + y + \frac{U^2}{2g} = z_{fondo} + dz_{fondo} + y + dy + \frac{U^2}{2g} + d\left(\frac{U^2}{2g}\right) + \frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} dx + J_f dx \quad (3.13)$$

Al simplificar se obtiene:

$$d\left(z_{fondo} + y + \frac{U^2}{2g}\right) = -J_f dx - \frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} dx \quad (3.14)$$

Esta ecuación establece que el cambio de altura total en un flujo no permanente gradualmente variado depende de los efectos de fricción y aceleración. En flujo permanente gradualmente variado, el cambio de altura depende por completo de la fricción, siempre y cuando las pérdidas por remolino sean insignificantes.

Al dividir por dx la ecuación (3.14) y al utilizar derivadas parciales,

$$\frac{\partial(z_{fond} + y)}{\partial x} + J_f + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{2g} \right) + \frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (3.15)$$

La **formulación en velocidad** de la ecuación dinámica es:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{g} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial z_{fondo}}{\partial x} = -J_f \quad (3.16)$$

INTERPRETACIÓN DE LOS TÉRMINOS DE LA ECUACIÓN DINÁMICA

La ecuación dinámica contiene los términos de los procesos físicos que controlan el flujo de momentum. Estos, en el mismo orden que aparecen en la Ec. (3.16), son los términos de:

Aceleración local, que describe el cambio de momentum debido a cambios de la velocidad con respecto al tiempo.

Aceleración convectiva, que describe el cambio de momentum debido a cambios espaciales de la velocidad.

Término de la fuerza de presión, proporcional a la variación de la profundidad del agua en la canalización.

Fuerza de la gravedad, proporcional a la pendiente del lecho I .

Fuerza de fricción, proporcional a la pendiente de la línea de energía J_f .

Los términos de aceleración local y convectiva representan el efecto de las **fuerzas de inercia en el flujo**.

FORMULACIÓN EN CAUDAL DE LA ECUACIÓN DINÁMICA

Es una formulación que toma en cuenta el caudal y la sección como variables principales. Sustituyendo $Q = \frac{U}{S}$ se obtiene [7]:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{g} \frac{\partial (Q^2 / S)}{\partial x} + S \frac{\partial y}{\partial x} + S \frac{\partial z_{fondo}}{\partial x} = -SJ_f \quad (3.17)$$

Es posible añadir a estas ecuaciones un término que tiene en cuenta la infiltración (q) [16] en este caso la ecuación dinámica puede escribirse de la siguiente manera:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial (Q^2 / S)}{\partial x} + gS \left(\frac{\partial z}{\partial x} + J_f \right) = k_q q(t) \frac{Q}{S} \quad (3.18)$$

Porque:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial z_{fond}}{\partial x} \quad (3.19)$$

Donde $k_q = 0$ si $q > 0$, y $k_q = 1$ si $q < 0$. Se supone que las contribuciones son perpendiculares al flujo y no traen cantidad de movimiento (lluvia por ejemplo), y se supone que las pérdidas son paralelas al sentido del flujo y disminuyen la cantidad de movimiento (infiltración y evaporación por ejemplo).

TÉRMINO DE FRICCIÓN

El término de fricción J_f puede ser evaluado de varias maneras [7]:

- Ecuación de Weisbach-Darcy, muy usada para secciones circulares:

$$J_f = f \frac{1}{4R_h} \frac{U^2}{2g} \quad (3.20)$$

Con f el coeficiente de fricción, que depende del número de Reynolds y de la rugosidad relativa. Puede obtenerse con el diagrama de Moody-Stanton o, para flujos turbulentos, por la ecuación de Colebrook y White [12].

- Ecuación de Chézy :

$$J = \frac{8g}{C^2} \frac{1}{4R_h} \frac{U^2}{2g} \quad (3.21)$$

Donde C es el coeficiente de Chézy que puede ser calculado con las formulas de Bazin o de Kutter:

$$C = \frac{100}{1 + \left(m_k / \sqrt{R_h}\right)} \quad (3.22)$$

El coeficiente de Kutter m_k depende de la rugosidad de las paredes, y por lo tanto del material.

- Ecuación de Manning-Strickler :

$$J = \frac{|U|U}{R_h^{4/3}} n^2 \quad (3.23)$$

Donde n es el coeficiente de Manning ($n = 1/K$, K coeficiente de Strickler), el coeficiente de Manning depende de la rugosidad de las paredes.

TABLA 3.3 COEFICIENTE DE STRICKLER Y DE KUTTER [7]

Material (Más rugoso, Menos rugoso)	Coeficiente de Strickler ($m^{1/3}s^{-1}$)		Coefficient de Kutter ($m^{1/2}$)	
	Más rugoso	Menos rugoso	Mas rugoso	Menos rugoso
Canales naturales	20	45	4	1.25
Canales de tierra	30	52	2.25	0.95
(piedra bruta)	38	80	1.7	0.25
Concreto (rugoso, liso)	50	96	1	0.04
Acero	62	100	0.62	0
Madera	65	96	0.55	0.04
Fundición	64	88	0.60	0.14
Asbesto	90	93	0.12	0.08
Vidrio	96	100	0.04	0

Esta ecuación puede escribirse también en caudal como:

$$J = \frac{Q|Q|n^2}{S^2 R^{4/3}} \quad (3.24)$$

O mientras se use el coeficiente de Strickler como:

$$J = \frac{Q|Q|}{K^2 S^2 (S/P)^{4/3}} \quad (3.25)$$

CONDICIONES DE FRONTERA Y CONDICIONES INICIALES

Las condiciones de frontera expresan los perfiles temporales de las variables para los valores extremos de las coordenadas espaciales, y las condiciones iniciales expresan sus perfiles espaciales para el instante inicial.

Para las ecuaciones de Saint-Venant, en base a las condiciones físicas reales, existen varias posibilidades para las condiciones de frontera, según el régimen: para un canal de poca pendiente (régimen fluvial) se debe usar una condición de frontera para la corriente aguas abajo y una condición de frontera aguas arriba, por tanto se presentan cuatro posibilidades [7]:

$$\begin{aligned} Q(x=0,t) = Q_1(t) \quad \text{o} \quad Q(x=L,t) = Q_n(t) \\ y(x=0,t) = y_1(t) \quad \text{o} \quad y(x=L,t) = y_n(t) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Para un canal de gran pendiente (régimen torrencial) se deben aplicar dos condiciones de frontera aguas arriba, porque la condición aguas abajo no puede transmitirse por sí misma en el canal, en este caso la única posibilidad es:

$$\begin{aligned} Q(x=0,t) = Q_1(t) \\ y(x=0,t) = y_1(t) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Para las condiciones iniciales, se formula:

$$\begin{aligned} y(x,0) &= y(0) \\ Q(x,0) &= Q(0) \quad \forall x \in [0, L] \end{aligned} \quad (3.28)$$

Las condiciones de equilibrio se obtienen cuando se coloca en las ecuaciones de Saint-Venant:

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (3.29)$$

Al sustituir las condiciones de equilibrio en las ecuaciones de Saint –Venant se obtienen las ecuaciones para flujo uniforme, las cuales representan el tipo de flujo inicial en la resolución de las ecuaciones mediante la aplicación de un método de dimensión finita.

3.2.9 MODELADO COMPUTACIONAL

Para modelar los canales abiertos (es necesario tener un modelo matemático que describa el flujo no permanente unidimensional, gradualmente variado. La selección del modelo es muy importante porque de este depende en gran parte la precisión y la simplicidad del método que será desarrollado a continuación.

El modelado de los canales abiertos se puede hacer de dos maneras diferentes, el primero es el uso de un *modelo de representación* y el segundo es el uso de un *modelo de conocimiento*. El *modelo de conocimiento* comúnmente utilizado es el conformado por las ecuaciones de Saint-Venant, que constituye el modelo de base conocido para este tipo de sistemas. La complejidad de estas ecuaciones y la ausencia de una solución analítica en la actualidad, hace muy difícil el uso directo de estas ecuaciones, y es esta la razón por la cual se propone un modelo de dimensión finita basado en estas ecuaciones.

MODELOS DE DIMENSIÓN FINITA

A partir del modelo analítico representado por las ecuaciones de Saint-Venant, cuya solución analítica no es conocida hoy en día, excepto para casos particulares muy simples, es necesario desarrollar un modelo de dimensión finita. Para esto se usan métodos numéricos que permiten obtener una solución aproximada de las ecuaciones de Saint-Venant. Existen varios métodos numéricos para la solución de sistemas de este tipo, los más conocidos son el método de las características [12], los métodos de elementos finitos, los métodos de diferencias finitas [19],[4],[24] y los métodos de los residuos ponderados del cual se destaca el llamado "Método de colocación ortogonal" [7],[8].

Los métodos más usados para canales abiertos son los métodos de diferencias finitas, porque estos son los más simples y se adaptan bien a un modelo unidimensional. En este método se presentan dos posibilidades: el uso de una discretización explícita en el tiempo y el uso de una discretización implícita en el tiempo [7]. La primera opción es una solución más simple, pero la estabilidad depende de la selección del intervalo de tiempo, la segunda opción es más compleja y requiere más tiempo de cálculo, pero es incondicionalmente numéricamente estable. En la discretización implícita, el método de discretización de Preissmann, es el más usado para modelar canales abiertos de una dimensión, con poca variación espacial del nivel, es decir, si el flujo es gradualmente variado. En este trabajo se utiliza el método implícito usando el esquema de Preissmann por ser más ventajoso y permitir obtener resultados con la inclusión de las tomas laterales y las salidas de fondo [7], aunado a las ventajas propias del método. El método implícito a diferencia del explícito tiene las siguientes características fundamentales:

- Las variables de interés quedan expresadas implícitamente.

- Este esquema tiene la particularidad de producir una solución numéricamente estable con cualquier intervalo de tiempo usado en el cálculo, con una gran precisión, pero por otro lado es más difícil de resolver.
- En la aplicación de una condición de frontera en particular, contrariamente con la discretización explícita, las ecuaciones permanecen inalteradas para cualquiera de las condiciones de frontera. Simplemente es suficiente indicar en el algoritmo de la simulación el valor de la condición para la que esta corresponde.

El primer paso en cualquier análisis numérico es subdividir el medio de interés en un número de pequeñas regiones y se asigna a cada una un punto de referencia, punto nodal o simplemente nodo, y el agregado de puntos se conoce como red nodal. En el caso de 20 secciones se tienen 21 nodos, tal como se muestra en la figura (3.9) para una dimensión.

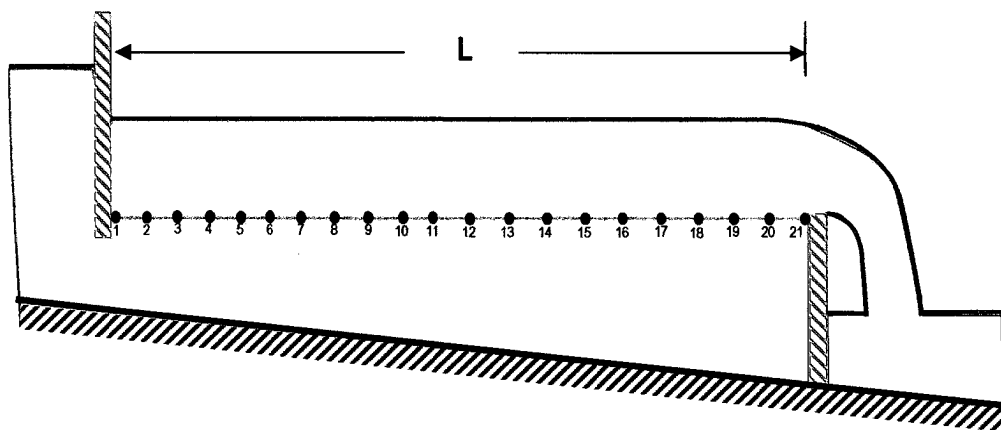


Fig. 3.9 Discretización de un tramo de canal abierto

DISCRETIZACIÓN USANDO EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS IMPLÍCITO EN EL TIEMPO

Existen varios esquemas para la discretización implícita de las ecuaciones de Saint-Venant, el diagrama que se presenta en la figura (3.10) es muy usado en la literatura para estas ecuaciones [19].

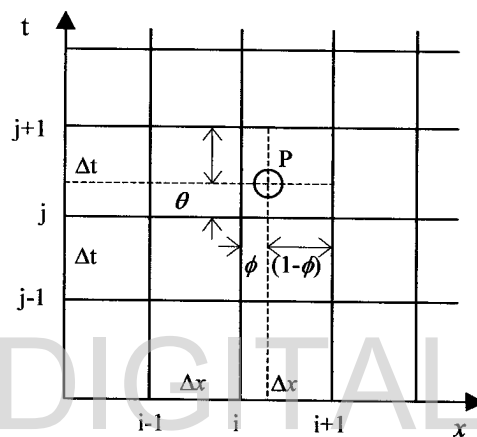


Fig. 3.10 Esquema de discretización de Preissmann

El método de discretización puede describirse de la siguiente manera:

Para una función f como el caudal Q o el nivel z , es posible hacer una aproximación de ésta y de sus derivadas en el espacio y en el tiempo, siguiendo el diagrama de la figura. Esta aproximación, con la notación $f_i^j = f(x_i, t_j)$, esta dada por:

$$f(x, t) \cong \theta p (\phi f_{i+1}^{j+1} + (1-\phi) f_i^{j+1}) + (1-\theta p) (\phi f_{i+1}^j + (1-\phi) f_i^j) \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial x} \cong \frac{1}{\Delta x} (\theta p (f_{i+1}^{j+1} - f_i^{j+1}) + (1-\theta p) (f_{i+1}^j - f_i^j)) \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial f(x,t)}{\partial t} \cong \frac{1}{\Delta t} (\phi(f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j) + (1-\phi)(f_i^{j+1} - f_i^j)) \quad (3.32)$$

Los coeficientes de nivelación o ponderación, temporal (θ_p) y espacial (ϕ), toma algunos valores entre 0 y 1 como se puede observar en la figura, y el valor de θ_p depende del grado de implícidad del esquema. De manera que:

Para $\theta_p = 0$, el esquema es explícito.

Para $\theta_p = 0.5$, corresponde al clásico esquema de Preissmann, centrado en cuatro puntos.

Para, $\theta_p = 1$ El esquema es totalmente implícito.

De este grado de implícidad depende también la estabilidad numérica de la solución, el sistema será incondicionalmente estable si $0.5 < \theta_p < 1$, y será incondicionalmente inestable si $\theta_p < 0.5$ [16]. Esto es independiente de los valores de Δt y Δx , lo que permite una gran libertad en la selección de estos valores. El paso de tiempo particularmente puede ser escogido muy grande respecto a los pasos de tiempo usados en el método explícito. El valor de $\theta_p = 0.66$ se recomienda para que el esquema permanezca numéricamente estable y preciso [15]. El valor de ϕ puede ser cualquiera, un valor de 0.5 es el más adecuado para el cálculo [7].

3.3 ECUACIONES DE CONSERVACIÓN DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS PARA EL TRATAMIENTO DE LA FASE GASEOSA

Las ecuaciones de Saint-Venant representan las ecuaciones fundamentales de conservación para el tratamiento de problemas de flujo con superficie libre. La mecánica de fluidos tiene un conjunto de leyes de conservación convenientemente aplicables a regiones específicas en lugar de a masas concretas, la deducción de las

mismas se obtiene al relacionar la formulación de sistemas con un volumen de control mediante el teorema de transporte de Reynolds, el cual será aplicado a la fase gaseosa presente en el manifold.

La formulación de las ecuaciones de conservación aplicable a un volumen de control, que es una región específica del campo de flujo seleccionada para el estudio, se puede justificar en base a los siguientes aspectos fundamentales [11]:

1. Es difícil identificar y seguir la misma masa de fluido todo el tiempo.
2. Es de interés el efecto del movimiento del fluido en algún dispositivo o estructura.
3. Es importante para analizar la interacción mutua entre un objeto y el fluido que conforma su entorno.

3.3.1 TEOREMA DE TRANSPORTE DE REYNOLDS

Considerando el flujo unidimensional que se muestra en la figura (3.11), el volumen de control seleccionado es una porción del conducto que tiene una sola entrada y una sola salida y en un instante de tiempo t coincide con el sistema 2. En el instante $t+dt$ parte del sistema 2 a comenzado a salir del volumen de control y parte del sistema 1 ha ingresado al volumen de control por la izquierda.

Sea B una propiedad extensiva cualquiera (masa, cantidad de movimiento, energía) y sea β el valor intensivo de B [29]. La cantidad total de B en el volumen de control es:

$$B_{vc} = \int_{vc} \beta \rho dV \quad (3.33)$$

$$\beta = \frac{dB}{dm} \quad (3.34)$$

Donde ρdV es la masa de un elemento diferencial de fluido.

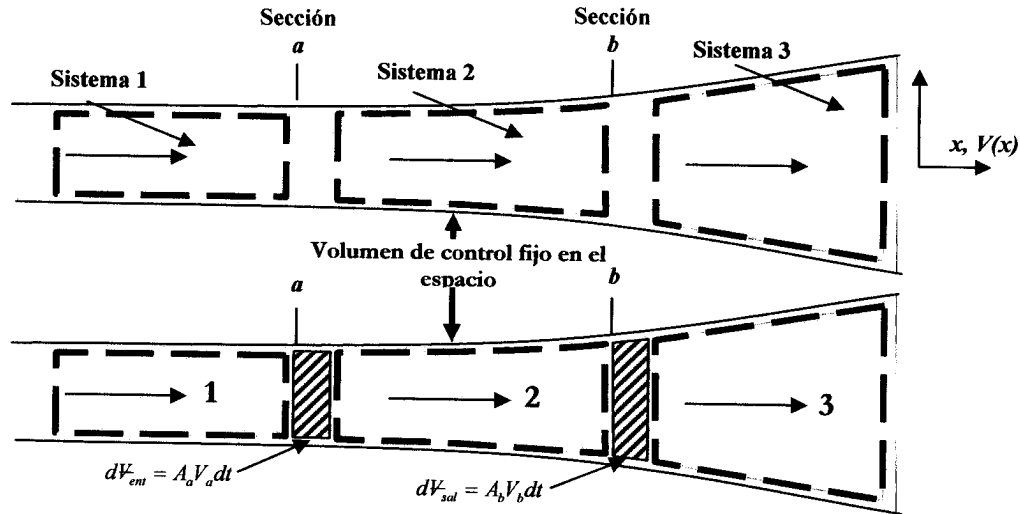


Fig. 3.11 Volumen de control unidimensional

La relación entre la formulación de sistema y la formulación para un volumen de control se puede obtener de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}(B_{vc}) &= \frac{B_{vc}(t+dt) - B_{vc}(t)}{dt} = \\
 &= \frac{1}{dt} [B_2(t+dt) - (\beta \rho dV)_{sal} + (\beta \rho dV)_{ent}] - \frac{1}{dt} [B_2(t)] = \\
 &= \frac{1}{dt} [B_2(t+dt) - B_2(t)] - (\beta \rho AV)_{sal} + (\beta \rho AV)_{ent} \\
 \frac{d}{dt}(B_{sist}) &= \frac{d}{dt} \left(\int_{vc} \beta \rho dV \right) + (\beta \rho AV)_{sal} - (\beta \rho AV)_{ent} \quad (3.35)
 \end{aligned}$$

Esta es la formula de conversión para relacionar las variaciones de cualquier propiedad de un sistema concreto en movimiento unidimensional con lo que ocurre en el volumen de control fijo que en cierto instante encierra al sistema.

En el caso de un volumen arbitrario hay zonas de entrada y salida a lo largo de la superficie de control, cada elemento diferencial de área dA tendrá una velocidad diferente V que formará un ángulo θ también distinto con el vector local normal a dA .

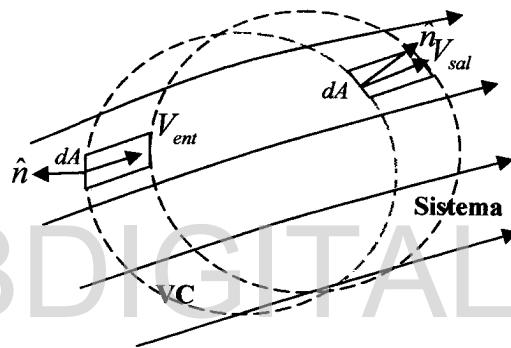


Fig. 3.12 Volumen de control arbitrario

El término $\vec{V} \cdot d\vec{A}$ es el flujo volumétrico o caudal Q que pasa a través de la superficie de control.

$$\vec{V} \cdot d\vec{A} = V dA \cos \theta \quad (3.36)$$

Por convención se considera que $\hat{n}$ es el vector unitario normal hacia el exterior, por lo tanto el signo de $\vec{V} \cdot \hat{n}$ permite distinguir entre flujo entrante y flujo saliente:

$$\text{Flujo saliente } (\vec{V} \cdot d\vec{A})_{sal} = V_n dA$$

$$\text{Flujo entrante } (\vec{V} \cdot d\vec{A})_{ent} = -V_n dA$$

Donde V_n es la velocidad normal al diferencial de área.

La ecuación del teorema de transporte de Reynolds para un volumen de control arbitrario es:

$$\underbrace{\frac{d}{dt}(B_{sist})}_{\text{Variación temporal de B en el sistema}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{VC} \beta \rho dV \right)}_{\text{Variación temporal de B dentro del VC}} + \underbrace{\int_{SC} \beta \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}}_{\text{Relación neta de flujo de B a través de la SC.}} \quad (3.37)$$

Cuando la propiedad B es la masa, la cantidad de movimiento, el momento cinético o la energía, se obtienen las leyes básicas en forma de volumen de control o forma integral.

3.3.2 CLASIFICACIÓN DEL FLUJO

El flujo de fluidos se puede clasificar como **unidimensional**, **bidimensional** o **tridimensional** dependiendo del número de coordenadas espaciales requerido para especificar todas las propiedades del fluido. En muchos casos para resolver el término de flujo de la ecuación del teorema de transporte de Reynolds, éste se puede aproximar como flujo unidimensional. En este caso las propiedades varían sólo en la dirección de flujo, razón por la cual resulta conveniente introducir la noción de **flujo uniforme** en una sección transversal determinada. En un flujo que es uniforme en una sección transversal dada, las propiedades como la presión, la velocidad, etc., son constantes en cualquier elemento de dicha sección. El término **campo de flujo uniforme**, se emplea para describir un flujo en el cual las propiedades se consideran independientes de todas las coordenadas espaciales, a través de todo el campo de flujo [11].

Asumiendo que las propiedades varían solo en la dirección de flujo (flujo unidimensional) el término de flujo de la ecuación del teorema de transporte de Reynolds puede integrarse fácilmente:

$$\int_{sc} \beta \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = \sum (\beta_i \rho_i V_i A_i)_{sal} - \sum (\beta_i \rho_i V_i A_i)_{ent} \quad (3.38)$$

El flujo de fluidos también se puede clasificar como **viscoso y no viscoso**. En el caso de flujos viscosos es necesario considerar las pérdidas de energía asociadas con el movimiento de los fluidos. El flujo viscoso puede ser **laminar, turbulento o transicional**, según el efecto de la viscosidad en relación con la inercia.

El número de Reynolds permite estimar el régimen de flujo, el valor de diseño aceptado para transición en tubos es 2300 usando como longitud característica el diámetro de la tubería.

Los flujos pueden clasificarse como **compresibles** si la variación de densidad es importante y como **incompresible** si la densidad permanece constante. Se consideran flujos compresibles el flujo de gases a alta velocidad. Un parámetro adimensional que permite caracterizar la compresibilidad del flujo es el Número de Mach, el cual representa la relación entre la fuerza de inercia y la fuerza de compresibilidad. Puede escribirse como la relación entre la velocidad del flujo y la velocidad del sonido determinada con las condiciones termodinámicas del flujo. El flujo de gas con número de Mach mayor o igual que 0.3 debe considerarse compresible, cuando el número de Mach es menor que 0.3, el flujo se puede aproximar como incompresible lo cual representa velocidades menores que 100 m/s en condiciones estándar. Los flujos de líquidos son esencialmente flujos incompresibles.

3.3.3 BALANCES MACROSCÓPICOS DE MASA, ENERGÍA Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

De la ecuación del teorema de transporte de Reynolds Ec. (3.37) con B igual a la masa y $\beta=1$, se obtiene la **ecuación de conservación de la masa**, también conocida como ecuación de continuidad:

$$0 = \frac{\partial \int_{\mathcal{V}_C} \rho dV}{\partial t} + \int_{\mathcal{S}_C} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.39)$$

Considerando flujo estable el primer término de la ecuación se anula. Si el flujo es unidimensional con una entrada (1) y una salida (2) el término de flujo se resuelve fácilmente:

$$\int_{\mathcal{S}_C} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = (\rho V A)_2 - (\rho V A)_1 = 0 \quad (3.40)$$

La cantidad $\rho A V$ se denomina flujo másico ($\dot{m}$) que pasa a través de una sección transversal.

La ecuación de conservación de la masa puede escribirse entonces

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} \quad (3.41)$$

De la ecuación del teorema de transporte de Reynolds Ec. (3.37) con $B = E$ y $\beta = e$ se obtiene la **primera ley de la termodinámica**. La ecuación se puede escribir para un volumen de control en la forma siguiente:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{\partial \int_{\mathcal{V}_C} e \rho dV}{\partial t} + \int_{\mathcal{S}_C} e \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.42)$$

Con $\dot{Q}$ positivo significa calor comunicado al sistema y $\dot{W}$ positivo significa trabajo realizado por el sistema.

La energía del sistema por unidad de masa puede ser de varios tipos:

$$e = e_{\text{interna}} + e_{\text{cinética}} + e_{\text{potencial}} + e_{\text{otras}}$$

Donde e_{otras} se refiere a cambios de composición química, reacciones nucleares y efectos electrostáticos y magnéticos. Despreciando este término con z vertical positiva hacia arriba se obtiene:

$$e = u + \frac{1}{2}V^2 + gz \quad (3.43)$$

El término de trabajo se refiere fundamentalmente a trabajo de partes móviles $\dot{W}_s$ suministrado por una máquina cuyo eje atraviesa la superficie de control hacia el interior del volumen de control; y, el trabajo de las fuerzas de presión $\dot{W}_p$, conocido también como trabajo de flujo, representa el trabajo requerido para empujar la masa dentro o fuera del volumen de control, este trabajo puede escribirse con la siguiente ecuación:

$$\dot{W}_p = \int_{\text{SC}} P \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.44)$$

Este término puede incorporarse a los términos de flujo de energía, ya que ambos incluyen integrales de superficie. La ecuación de la energía para un volumen de control queda entonces

$$\dot{Q} - \dot{W}_s = \frac{\partial \int_{\text{C}} e \rho dV}{\partial t} + \int_{\text{SC}} \left(e + \frac{P}{\rho} \right) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.45)$$

Tomando e de la ecuación vemos que en la integral de superficie aparece la entalpía $h = u + P/\rho$. La forma final de la ecuación de energía para un volumen de control es pues

$$\dot{Q} - \dot{W}_s = \frac{\partial \int_V \left(u + \frac{1}{2} V^2 + gz \right) \rho dV}{\partial t} + \int_{SC} \left(h + \frac{1}{2} V^2 + gz \right) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.46)$$

Asumiendo las mismas condiciones para las cuales se obtuvo la ecuación de continuidad Ec. (3.41), sin considerar calor ($\dot{Q} = 0$) ni trabajo de partes móviles ($\dot{W}_s = 0$) la ecuación de energía se puede escribir:

$$\int_{SC} \left(h + \frac{1}{2} V^2 + gz \right) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = \dot{m} \left(h + \frac{1}{2} V^2 + gz \right)_2 - \dot{m} \left(h + \frac{1}{2} V^2 + gz \right)_1 = 0 \quad (3.47)$$

Dividiendo todo entre $\dot{m}$ se obtiene:

$$h_1 + \frac{1}{2} V_1^2 + gz_1 = h_2 + \frac{1}{2} V_2^2 + gz_2 \quad (3.48)$$

Cada término de la ecuación tiene unidades de energía por unidad de masa. Si se divide por g cada término es una altura o carga. Si además se separa la entalpía, la ecuación queda:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{1}{2g} V_1^2 + z_1 - \left(\frac{u_2 - u_1}{g} \right) = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{1}{2g} V_2^2 + z_2 \quad (3.49)$$

$$\text{El término} \quad h_f = \left(\frac{u_2 - u_1}{g} \right) \quad (3.50)$$

considera las pérdidas por disipación viscosa que tienen lugar en los flujos reales (flujos viscosos), que convierte energía mecánica en energía interna, no recuperable, y transferencia de calor, se indicará con el término h_f para señalar pérdidas debido a fricción.

De la Ec. (3.49) $Ho = P/\gamma + V^2/2g + z$ es la carga total de Bernoulli. De esta manera se puede observar que en ausencia de calor y trabajo de partes móviles la carga total puede variar de 1 a 2 debido a pérdidas por fricción causadas en tramos rectos de un conducto, en cambios de dirección del flujo y en general en toda forma difícil al flujo. Finalmente la Ec. (3.49) se puede escribir en la siguiente forma:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{1}{2g}V_1^2 + z_1 - h_f = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{1}{2g}V_2^2 + z_2 \quad (3.51)$$

La aplicación del teorema de transporte de Reynolds Ec. (3.37) con $B = m\vec{V}$ y $\beta = \vec{V}$, proporciona la **ecuación de cantidad de movimiento** para un volumen de control deformable.

$$\frac{d(m\vec{V})}{dt} = \sum F = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V \vec{V} \rho dV \right) + \int_{sc} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.52)$$

La integral de superficie de la ecuación se denomina flujo de cantidad de movimiento. Asumiendo las mismas condiciones para las cuales se obtuvieron las ecuaciones de conservación de la masa Ec. (3.41) y la ecuación de energía Ec. (3.51), se aplica la ecuación de cantidad de movimiento al volumen de control de la figura (3.13), teniendo en cuenta como fuerzas aplicadas las de presión gravedad y fricción en la pared.

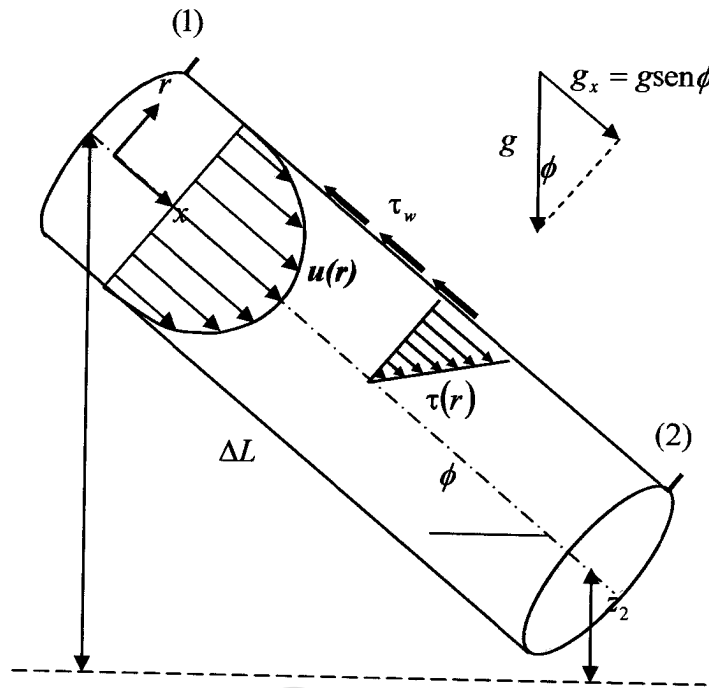


Fig. 3.13 Volumen de control unidimensional correspondiente a un tramo de tubería recta

El término transitorio de la ecuación de cantidad de moviendo se anula debido a la condición de flujo estable.

$$\sum F = \Delta P \pi R^2 + \gamma (\pi R^2) \Delta L \text{sen} \phi - \tau_w (2\pi R) \Delta L = \dot{m}(V_1 - V_2) \quad (3.53)$$

Por continuidad Ec. (3.41), considerando flujo incompresible se tiene:

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (3.54)$$

De la figura (3.13) $A_1 = A_2 \rightarrow V_1 = V_2$. De la Ec. (3.53) se obtiene:

$$\Delta z + \frac{\Delta P}{\gamma} = \frac{2\tau_w}{\gamma} \frac{\Delta L}{R} \quad (3.55)$$

Aplicando la ecuación de energía Ec. (3.51) entre 1 y 2 se obtiene:

$$\Delta z + \frac{\Delta P}{\gamma} = h_f \quad (3.56)$$

De esta manera al combinar las Ecs. (3.55) y (3.56) se obtiene la siguiente ecuación:

$$h_f = \frac{2\tau_w}{\gamma} \frac{\Delta L}{R} \quad (3.57)$$

El esfuerzo cortante en la pared se puede correlacionar con las condiciones de flujo para determinar la pérdida de carga en tubos. Funcionalmente se puede suponer que:

$$\tau_w = F_1(\rho, V, \mu, D, \varepsilon) \quad (3.58)$$

Donde ε es la altura de rugosidad de la pared. Del análisis dimensional se obtiene:

$$\frac{8\tau_w}{\rho V^2} = f = F_2(\text{Re}_D, \varepsilon / D) \quad (3.59)$$

El parámetro adimensional f se denomina coeficiente de fricción de Darcy. Combinando las ecuaciones (3.57) y (3.59) se obtiene la expresión adecuada para calcular las pérdidas de carga.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (3.60)$$

Esta es la ecuación de Darcy-Weisbach, válida tanto para flujos laminares como turbulentos. La función F_2 para determinar el coeficiente de fricción de Darcy

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

se ha dibujado en el diagrama de Moody [11],[29]. Algunas de las ecuaciones que se presentan en la bibliografía [11],[29] para el cálculo del coeficiente de fricción de Darcy son, según el caso:

Ecuaciones para el cálculo del coeficiente de fricción:

- **Régimen Laminar**

$$f = \frac{64}{\text{Re}_D} \quad (3.61)$$

La ecuación de Darcy se puede escribir entonces:

$$h_f = \frac{64}{\text{Re}_D} \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (3.62)$$

Sustituyendo $V = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2}$ en la ecuación de Darcy Ec. (3.60) se puede escribir en función del caudal:

$$h_f = \frac{128\mu L}{\gamma \pi D^4} Q \quad (3.63)$$

La Ec. 3.63 se puede escribir:

$$h_f = R_h Q \quad (3.64)$$

Donde, R_h es el coeficiente de resistencia de la tubería.

Esto se cumple en Régimen Laminar tanto para tuberías lisas como rugosas.

- **Régimen Turbulento**

La ecuación de Darcy Ec. (3.60) en función del caudal es:

$$h_f = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} Q^2 \quad (3.65)$$

La Ec. (3.65) se puede escribir:

$$h_f = R_h Q^2 \quad (3.66)$$

El coeficiente de fricción se puede calcular usando las siguientes ecuaciones según el caso:

- Cálculo de f en Régimen Turbulento, tuberías lisas $\varepsilon = 0$ para $2000 < Re_D < 100000$

$$f = \frac{0.316}{Re_D^{1/4}} \quad (3.67)$$

Para canales abiertos considerando canal liso la ecuación de Blasius es [3]:

$$f = \frac{C}{Re^n} \quad (3.68)$$

Donde, $C = 64$ y $n = 1$ para flujo laminar y $C = 0.184$ y $n = 0.2$ para flujo turbulento. El número de Reynolds está basado en el diámetro hidráulico del flujo asumiendo flujo estratificado.

- Cálculo de f en Régimen Turbulento, tuberías lisas $\varepsilon = 0$ para $Re > 100000$: se aplica la 1era ecuación de Karman-Prandtl:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log_{10}(\text{Re}_D \sqrt{f}) - 0.8 \quad (3.69)$$

- Tuberías comerciales o de rugosidad natural. En la zona de transición en que se cumple Ecuación de Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}_D \sqrt{f}} \right) \quad (3.70)$$

- Tuberías Comerciales o de rugosidad natural a número de Reynolds tanto más elevados cuando el flujo se encuentra en la región totalmente turbulenta, en donde el factor de fricción no depende de Re se cumple la segunda ecuación de Karman-Prandtl

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log_{10} \left(\frac{1}{2\varepsilon/D} \right) + 1.74 \quad (3.71)$$

CAPÍTULO 4

IMPLEMENTACIÓN DE METODOLOGÍA PARA LA SIMULACIÓN DE UN MANIFOLD DE SEPARACIÓN DE LÍQUIDO-GAS

En este capítulo se desarrolla el modelo teórico para la simulación del flujo estratificado a través de un manifold de separación de líquido-gas. Se presentan además los fundamentos del modelo iterativo desarrollado.

4.1 ADAPTACIÓN DEL SIMULADOR A SECCIONES CIRCULARES

El simulador de la dinámica de canales abiertos desarrollado [7],[8], para canales abiertos de sección transversal rectangular, se adaptó inicialmente a secciones transversales con geometría circular, desarrollando las formulaciones para esta geometría.

A continuación se presentan las ecuaciones diferenciales parciales no lineales de Saint-Venant, formuladas en caudal y sección transversal, considerando el término de infiltración [16]:

Ecuación de Continuidad:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (4.1)$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial (Q^2 / S)}{\partial x} + gS \left(\frac{\partial z}{\partial x} + J \right) = k_q q \left(\frac{Q}{S} \right) \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial z_{fondo}}{\partial x} \quad (4.3)$$

El término de la energía de fricción, se ha calculado usando la ecuación de Manning-Strickler y el coeficiente de Strickler:

$$J = \frac{Q|Q|}{K^2 S^2 \left(\frac{S}{P_m} \right)^{4/3}} \quad (4.4)$$

Para secciones transversales circulares, la sección transversal de flujo se expresa en función de θ que se muestra en la figura (4.1).

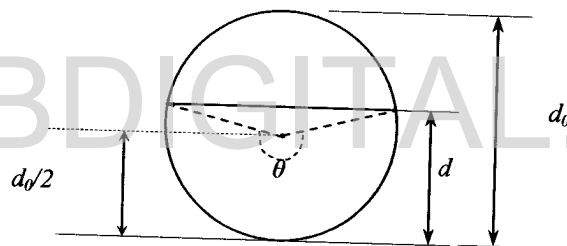


Fig. 4.1 Sección transversal circular

El área de la sección transversal [5] es igual a:

$$S = \frac{d_0^2}{8} (\theta - \sin(\theta)) \quad (4.5)$$

El perímetro mojado, se puede obtener con la siguiente ecuación [5]:

$$P_m = \frac{\theta d_0}{2} \quad (4.6)$$

Para el funcionamiento del simulador como manifold, se considera pendiente igual a cero, de esta manera se simula la condición del tubo principal horizontal, el ángulo θ puede escribirse en función de la profundidad de flujo y , la cual resulta igual a la profundidad de sección d .

$$\theta = 2\arccos\left(1 - 2\frac{y}{d_0}\right) \quad (4.7)$$

4.2 CONDICIONES DE FRONTERA Y CONDICIONES INICIALES

Al considerarse régimen fluvial (subcrítico) se debe utilizar una condición de frontera aguas arriba y una condición de frontera aguas abajo. De las cuatro posibilidades, para este trabajo se selecciona la condición de frontera Q,Q y se establecen estos caudales iguales a cero, garantizando de esta manera cero flujo en los extremos del manifold. De esta forma se tiene:

$$Q(x=0,t) = Q_1(t) \quad Q(x=L,t) = Q_n(t) \quad (4.8)$$

Donde $Q_1 = 0$ y $Q_n = 0$ en cualquier instante de simulación.

También se tienen las condiciones iniciales siguientes:

$$y(x,0) = y_e(0) \quad Q(x,0) = Q_e(0) \quad \forall x \in [0, L] \quad (4.9)$$

Donde $y_e(0)$ y $Q_e(0)$ representan la profundidad de flujo y el caudal de equilibrio, permitiendo iniciar la simulación a partir de condiciones de flujo uniforme.

4.3 DISCRETIZACIÓN DE LA FORMULACIÓN EN CAUDAL DE LAS ECUACIONES DE SAINT-VENANT MEDIANTE EL ESQUEMA DE PREISSMANN

Partiendo de la formulación en caudal de las ecuaciones de Saint Venant y siguiendo las ecuaciones descritas en el capítulo 3, Ecs. (3.30) hasta (3.32) para la discretización según el método de Preissmann, en cada punto de discretización las ecuaciones se transforman en:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{S_{i+1}^{j+1} - S_{i+1}^j}{2\Delta t} + \frac{S_i^{j+1} - S_i^j}{2\Delta t} + \left[\theta p \frac{(Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1})}{\Delta x} + (1 - \theta p) \frac{(Q_{i+1}^j - Q_i^j)}{\Delta x} \right] - q = 0 \quad (4.10)$$

Ecuación dinámica:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i+1}^j}{2\Delta t} + \frac{Q_i^{j+1} - Q_i^j}{2\Delta t} \right] + \left[\frac{\theta p}{\Delta x} \left(\left(\frac{Q^2}{S} \right)_{i+1}^{j+1} - \left(\frac{Q^2}{S} \right)_i^{j+1} \right) + \frac{(1 - \theta p)}{\Delta x} \left(\left(\frac{Q^2}{S} \right)_{i+1}^j - \left(\frac{Q^2}{S} \right)_i^j \right) \right] + \\ & 0.5g \left[\theta p (S_{i+1}^{j+1} + S_i^{j+1}) + (1 - \theta p) (S_{i+1}^j + S_i^j) \right] \left[\frac{\theta p}{\Delta x} (z_{i+1}^{j+1} - z_i^{j+1}) + \frac{(1 - \theta p)}{\Delta x} (z_{i+1}^j - z_i^j) \right] + \\ & 0.5g \left[\theta p (S_{i+1}^{j+1} J_{i+1}^{j+1} + S_i^{j+1} J_i^{j+1}) + (1 - \theta p) (S_{i+1}^j J_{i+1}^j + S_i^j J_i^j) \right] - \\ & 0.5k_q q \left[\theta p \left(\left(\frac{Q}{S} \right)_{i+1}^{j+1} + \left(\frac{Q}{S} \right)_i^{j+1} \right) + (1 - \theta p) \left(\left(\frac{Q}{S} \right)_{i+1}^j + \left(\frac{Q}{S} \right)_i^j \right) \right] = 0 \quad (4.11) \end{aligned}$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

Donde:

$$J_m^n = \frac{Q_m^n |Q_m^n|}{K^2 (S_m^n)^2 \left(\frac{S_m^n}{P_{mm}^n} \right)^{4/3}} \quad (4.12)$$

$$m = i, i+1; \quad n = j, j+1$$

De la Ec. (4.12) se obtienen cuatro términos que forman parte de la ecuación discretizada de Saint-Venant Ec. (4.11).

Se utiliza el valor óptimo del coeficiente de ponderación temporal θp igual a 0.66 y un valor de ϕ igual a 0.5 para el cálculo.

En las ecuaciones discretizadas los subíndices son relativos a la variable espacial x o posición, y los superíndices representan la variable tiempo. De la discretización de las variables de interés para secciones circulares se obtiene:

$$S_m^n = \left(\frac{D_m^2}{8} \right) [\theta_m^n - \arcsen(\theta_m^n)] \quad (4.13)$$

$$P_{mm}^n = \frac{\theta_m^n d_0}{2} \quad (4.14)$$

$$\theta_m^n = 2 \arccos \left(1 - 2 \cdot \frac{y_m^n}{d_0} \right) \quad (4.15)$$

Donde igualmente respecto a la Ec. (4.12), $m = i, i+1$ y $n = j, j+1$

Se obtienen cuatro términos de cada una de las ecuaciones (4.13) hasta (4.15) los cuales forman parte de la Ec. (4.12) y de las ecuaciones discretizadas de Saint-Venant Ecs. (4.10) y (4.11).

Las ecuaciones de Saint-Venant se transforman así en un sistema de ecuaciones discretas implícitas no lineales. Para la solución de tal sistema es necesario usar un método de optimización, por ejemplo el método de Gauss-Newton o el de Levenberg-Marquardt (o cualquier método de la misma familia). En este trabajo, el método usado en las simulaciones es el método de optimización de Levenberg-Marquardt (LM). Este algoritmo (LM) es un algoritmo iterativo de optimización en el que el método de iteración presenta una ligera modificación sobre el método tradicional de Newton. Este algoritmo parece ser más rápido y se puede encontrar su codificación en Internet [29]. El principal inconveniente de este algoritmo es su elevado uso de memoria para su implementación.

4.4 ENTRADAS Y SALIDAS DE LÍQUIDO

El funcionamiento del simulador como manifold, requiere la inclusión de las entradas (tomas laterales) y las ecuaciones que permitan determinar los caudales salientes. Para modelarlas es necesario añadir una condición de frontera interna, en el punto donde ocurre la entrada y/o salida se añade la siguiente ecuación:

$$Q = Q + Q_{el} - Q_{sl} \quad (4.16)$$

Donde Q es el caudal en el punto donde ocurre la entrada y/o salida de fondo, Q_{el} es una entrada lateral y Q_{sl} representa una salida de fondo.

4.5 CÁLCULO DE LOS CAUDALES DE SALIDA DE FONDO DEL MANIFOLD

Para determinar los caudales en las salidas de fondo se aplica la ecuación de Bernoulli a cualquier línea de corriente sobre la superficie libre del líquido o nivel de líquido en cada salida para relacionar la energía potencial disponible y la presión (expresados en términos de altura dentro del manifold) con la velocidad del líquido en la salida tal como se observa en la figura (4.2), de esta manera se obtiene:

$$\frac{P}{\gamma_l} + y - K_{sl} \frac{V_{sl}^2}{2g} = \frac{V_{sl}^2}{2g} \quad (4.17)$$

Donde y es la altura promedio del líquido en una salida del manifold y P es la presión en la superficie libre del líquido.

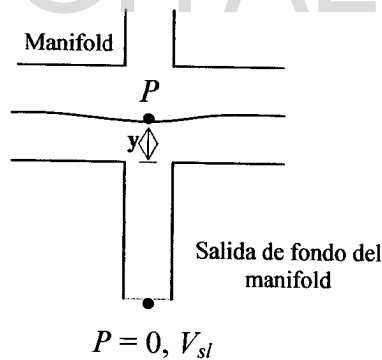


Fig. 4.2 Balance de energía en una salida de fondo de líquido del manifold

Manipulando la Ec. (4.17) la velocidad en la salida de líquido se puede calcular con la ecuación:

$$V_{sl} = \sqrt{\frac{2g(y + P/\gamma_l)}{1 + K_{sl}}} \quad (4.18)$$

Para determinar las salidas de fondo del manifold es importante considerar la resistencia al flujo de salida, factor que afecta el flujo de líquido y a su vez la capacidad de distribución del manifold. Una elevada resistencia en el flujo de líquido significa un incremento en el nivel de líquido dentro del manifold, disminuyendo la capacidad del sistema, al incrementar la oportunidad de producir líquido arrastrado por el gas a través de las salidas. Para predecir el flujo de líquido en cada salida de fondo del manifold se utiliza una ecuación para el coeficiente de resistencia relacionada con el número de Reynolds [3], la cual se considera apropiada.

El coeficiente de resistencia de las salidas con igual diámetro que la tubería principal del manifold, determinado experimentalmente en [3] se calcula usando la siguiente ecuación:

$$K_{sl} = 9.6277 \cdot 10^6 * Re_D^{-1.3741} \quad (4.19)$$

Para salidas con diámetros menores que la tubería principal se plantea la siguiente variable que representa la relación entre el diámetro de la salida de líquido y el diámetro del manifold:

$$\beta = \frac{D_{sl}}{d_0} \quad (4.20)$$

La Ec. (4.19) se modifica, obteniendo la siguiente expresión para considerar relaciones de diámetro β menores que 1.

$$K_{sl} = \frac{9.6277 \cdot 10^6}{\beta} Re_D^{-1.3741} \quad (4.21)$$

Esta ecuación se determinó teóricamente a partir de la ecuación (4.19) en base a curvas de comportamiento del coeficiente de resistencia para distintos valores de β

menores que uno. Esta ecuación ofrece valores congruentes con el comportamiento de la resistencia al flujo cuando se disminuye el diámetro de la salida de fondo; sin embargo, se requiere experimentación para determinar con precisión el coeficiente de resistencia para relaciones de diámetro menores que uno, lo cual permitiría establecer el modelo apropiado.

El número de Reynolds en la salida de líquido se calcula con la ecuación:

$$\text{Re}_D = \frac{V_{sl} D_{sl}}{\nu_l} \quad (4.22)$$

Para calcular los caudales en las salidas el simulador proporciona en forma dinámica el nivel y la presión interna en el manifold, en cada instante de tiempo determinado en intervalos de tiempo Δt . En el código se plantea un procedimiento iterativo en el cual se asume un valor inicial del coeficiente de resistencia al flujo en las salidas K_{sl} , que junto con la distribución de nivel permite calcular una velocidad inicial, usando la Ec. (4.18), luego se calcula el número de Reynolds y un nuevo coeficiente de resistencia con la Ec. (4.21), con esto se calcula una nueva velocidad de salida, el procedimiento se repite hasta que se satisface un criterio de convergencia para esta velocidad. Esto se aplica en cada una de las salidas y en cada Δt escogido en el método de Preissmann. El caudal en cada salida se calcula con la siguiente ecuación:

$$Q_{sl} = V_{sl} \frac{\pi D_{sl}^2}{4} \quad (4.23)$$

4.6 CÁLCULO DE LA PRESIÓN EN EL MANIFOLD A PARTIR DE LAS ECUACIONES DE CONSERVACIÓN APLICADAS A LA FASE GASEOSA

Para la fase gaseosa, se supone su comportamiento como gas ideal y se consideró un campo de flujo uniforme para las propiedades como la densidad y la presión, a partir del volumen de control seleccionado que se muestra en la figura (4.3), la ecuación de continuidad Ec. (3.39), aplicada a este volumen de control es igual a:

$$\frac{d(\rho V)}{dt} + \sum (\rho VA)_{sal} - \sum (\rho VA)_{ent} = 0 \quad (4.24)$$

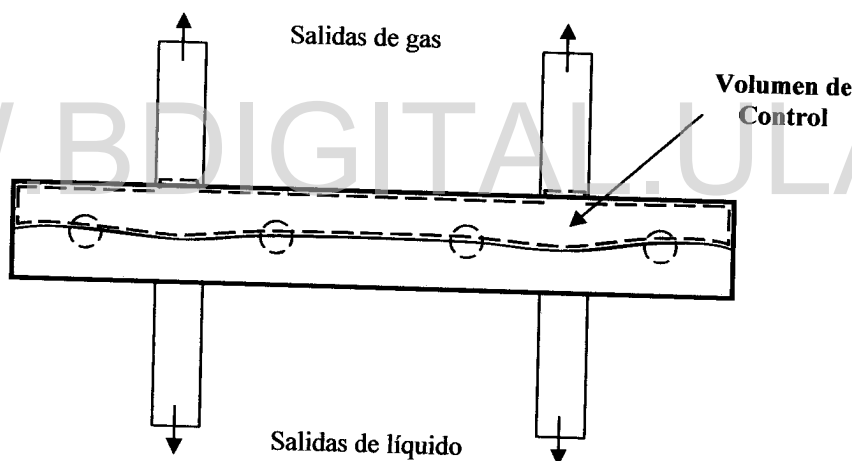


Fig. 4.3 Volumen de control para la fase gaseosa

Dado que el volumen que ocupa la fase gaseosa varía con el tiempo en función del volumen de líquido, en un instante el volumen ocupado por el gas es constante y se calcula mediante el complemento del volumen ocupado por el líquido dentro del manifold. Este volumen se determina en cada instante de tiempo Δt seleccionado en el método de Preissmann.

$$V_g = V_m - V_l \quad (4.25)$$

Entonces, la Ec. (4.24) se puede escribir de la siguiente manera:

$$V_g \frac{d\rho}{dt} + \sum (\rho VA)_{sal} - \sum (\rho VA)_{ent} = 0 \quad (4.26)$$

El término $\sum (\rho VA)_{ent}$ representa el flujo másico total de gas que entra al manifold, la condición de campo de flujo uniforme permite escribir este término de la siguiente manera:

$$\sum (\rho VA)_{ent} = \rho \sum_{i=1}^{n_{eg}} Q_{egi} \quad (4.27)$$

Donde n_{eg} es el número de entradas de gas y $\sum_{i=1}^{n_{eg}} Q_{egi}$ es el caudal total de gas que entra al manifold.

El término $\sum (\rho VA)_{sal}$ representa el flujo másico total de gas que sale del manifold. La condición de campo de flujo uniforme permite escribir este término de la siguiente manera:

$$\sum (\rho VA)_{sal} = \rho \sum_{i=1}^{n_{sg}} Q_{sg_i} \quad (4.28)$$

Donde n_{sg} es el número de salidas de gas y $\sum_{i=1}^{n_{sg}} Q_{sg_i}$ es la sumatoria de los caudales de salida de gas.

La densidad se puede expresar en términos de la presión empleando la ecuación de estado de los gases ideales:

$$\rho = \frac{P}{RT} \quad (4.29)$$

Sustituyendo las Ecs. (4.27), (4.28 y (4.29) en la Ec. (4.26) se tiene:

$$\frac{V_g}{RT} \frac{dP}{dt} + \frac{P}{RT} \sum_{i=1}^{n_{sg}} Q_{sg_i} - \frac{P}{RT} \sum_{i=1}^{n_{eg}} Q_{eg_i} = 0 \quad (4.30)$$

La configuración del sistema y la presión en los tubos de salida de gas son conocidas. El caudal en una salida de gas Q_{sg_i} debe ser determinado en función de la presión interna del manifold y de la resistencia al flujo correspondiente. Para esto se aplica un balance de energía desde un punto en el interior del manifold con presión P hasta un punto donde la presión es conocida P_{known} , tal como se muestra en la figura (4.4)

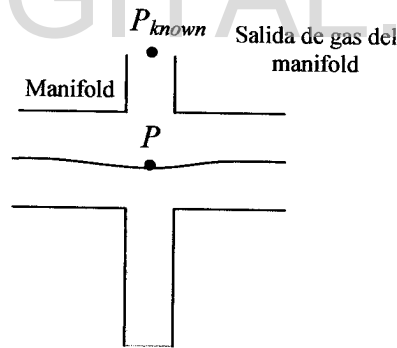


Fig. 4.4 Balance de energía en una salida de gas del manifold

De la ecuación de Bernoulli aplicada entre los puntos mostrados en la figura (4.4) se tiene:

$$\frac{P}{\gamma_g} - K_{sg_i} \frac{Q_{sg_i}^2}{2gA_{sg_i}^2} - Rh_{sg_i} Q_{sg_i}^2 = \frac{P_{known}}{\gamma_g} + \frac{Q_{sg_i}^2}{2gA_{sg_i}^2} \quad (4.31)$$

Donde K_{sg_i} es la resistencia en la salida, A_{sg_i} es el área del tubo de salida de gas y Rh_{sg_i} es el coeficiente de resistencia hidráulica en el tubo de salida de gas. Se ha despreciado la variación de energía potencial de la fase gaseosa y la velocidad del aire en el interior del manifold comparada con la velocidad en la salida y con la presión de gas en el interior del mismo.

El área del tubo de salida es igual a:

$$A_{sg_i} = \frac{\pi D_{sg_i}^2}{4} \quad (4.32)$$

Donde D_{sg_i} es el diámetro de la salida.

El coeficiente de resistencia hidráulica en el tubo de salida se puede escribir usando la Ec. (3.65) para flujo turbulento.

$$Rh_{sg_i} = \frac{8 f_i L_i}{g \pi^2 D_{sg_i}^5} \quad (4.33)$$

Donde L_i es la longitud de tramo recto más la longitud equivalente de los accesorios en los tubos de salida de gas. Por simplicidad, el coeficiente de fricción de Darcy f_i se calcula suponiendo tubería lisa y se usa la ecuación de Blasius Ec. (3.67). Este coeficiente también puede ser calculado con otras ecuaciones que consideren el efecto de la rugosidad como la Ec. (3.70) o con ecuaciones más sencillas como las que se presentan en [20].

$$f_i = \frac{0.316}{Re_D^{1/4}} \quad (4.34)$$

Sustituyendo las Ecs. (4.32), (4.33) y (4.34) en la Ec. (4.31) y manipulando esta ecuación se obtiene:

$$Q_{sg_i} = \sqrt{\frac{(P - P_{known})RT}{P \left(\frac{8K_{sg_i}}{\pi^2 D_{sg_i}^4} + \frac{8f_i L_i}{\pi^2 D_{sg_i}^5} - \frac{8}{\pi^2 D_{sg_i}^4} \right)}} \quad (4.35)$$

Sustituyendo las Ec. (4.35) en la Ec. (4.30) y manipulando esta ecuación se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{P}{V_g} \sum_{i=1}^{n_{eg}} Q_{egi} - P \sqrt{\frac{P - P_{known}}{P}} \frac{\sqrt{RT}}{V_g} R_T \quad (4.36)$$

Donde:

$$R_T = \sum_{i=1}^{n_{sg}} \sqrt{\frac{1}{\frac{8K_{sg_i}}{\pi^2 D_{sg_i}^4} + \frac{8f_i L_i}{\pi^2 D_{sg_i}^5} - \frac{8}{\pi^2 D_{sg_i}^4}}} \quad (4.37)$$

R_T es la resistencia total al flujo de salida del sistema y es igual a la suma de las resistencias de cada salida.

La Ec. (4.36) es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden en la que P es la variable dependiente. Es un problema de valor inicial porque se tiene una condición complementaria que satisface la ecuación diferencial, dicho valor en un instante es el valor de presión en el instante anterior. De esta manera se resuelve la ecuación en cada Δt y se determina la presión en función del caudal total de gas que entra, el volumen de gas disponible en el manifold (función del volumen de líquido) y de la resistencia al flujo en cada una de las salidas de gas, lo cual determina el valor del flujo en cada una de ellas.

El problema que plantea la solución de la Ec. (4.36) no se puede resolver mediante los procedimientos de solución de ecuaciones diferenciales siendo preferible obtener valores aproximados de la solución. Un método numérico bastante exacto para la solución del tipo de ecuación que representa la Ec. (4.36) es el método de Runge-Kutta de cuarto orden, siendo éste el método utilizado para resolver esta ecuación en cada Δt de tiempo y obtener así el valor de presión P dentro del manifold y las correspondientes salidas de gas. La presión P en el interior del manifold expresada en altura equivalente de líquido interviene en la determinación de las salidas de fondo de líquido del manifold calculadas con las Ecs. (4.18) y (4.23).

4.7 MODELO ITERATIVO PARA LA SIMULACIÓN DE UN MANIFOLD DE SEPARACIÓN DE LÍQUIDO-GAS

Este modelo fue desarrollado para predecir el comportamiento hidrodinámico y la condición estable de los caudales en las salidas del manifold, con el propósito de comparar sus resultados con el simulador. Este método iterativo está basado en un modelo mecanístico basado en el método de Hardy-Cross [3], el cual en este trabajo se plantea de forma generalizada.

El modelo necesita un valor inicial en n_s-1 de los caudales de salida de líquido y de gas. La figura (4.5) muestra un esquema simplificado de la tubería principal, los nodos, las entradas y las salidas de líquido y de gas.

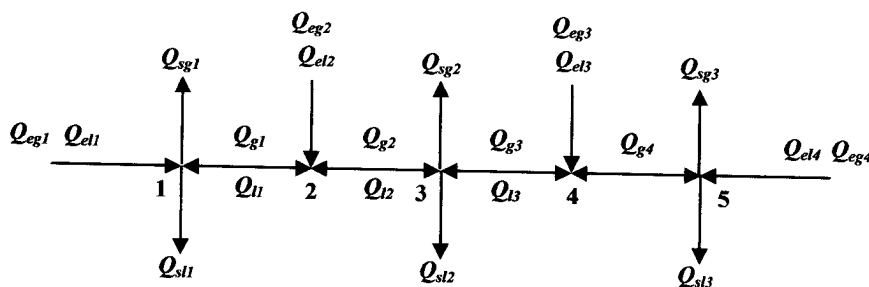


Fig. 4.5 Esquema simplificado del manifold

4.7.1 CONSERVACIÓN DE LA MASA

Una vez asumidos valores arbitrarios iniciales para los caudales de salida de líquido y de gas a través de los nodos “1” y “3” (salidas “1” y “2”), se hace un balance de masa siguiendo las ecuaciones descritas a continuación:

$$Q_{l1} = Q_{sl1} - Q_{el1}$$

$$Q_{g1} = Q_{sg1} - Q_{eg1}$$

$$Q_{l2} = Q_{el2} - Q_{l1}$$

$$Q_{g2} = Q_{eg2} - Q_{g1}$$

$$Q_{l3} = Q_{sl2} - Q_{l2}$$

$$Q_{g3} = Q_{sg2} - Q_{g2}$$

$$Q_{l4} = Q_{el3} - Q_{l3}$$

$$Q_{g4} = Q_{eg3} - Q_{g3}$$

$$Q_{sl3} = Q_{el4} + Q_{l4}$$

$$Q_{sg3} = Q_{eg4} + Q_{g4}$$

$$Q_{Tel} = Q_{el1} + Q_{el2} + Q_{el3} + Q_{el4}$$

$$Q_{Teg} = Q_{eg1} + Q_{eg2} + Q_{eg3} + Q_{eg4}$$

$$Q_{Tsl} = Q_{sl1} + Q_{sl2} + Q_{sl3}$$

$$Q_{Tsg} = Q_{sg1} + Q_{sg2} + Q_{sg3}$$

$$Q_{Tel} = Q_{Tsl}$$

$$Q_{Teg} = Q_{Tsg}$$

(4.38)

Conocidos los diámetros y los caudales iniciales en las salidas, se calcula el área y la velocidad en las salidas de líquido. La ecuación de Bernoulli se puede aplicar al nivel de líquido en cada salida para relacionar la presión y la energía

potencial disponible con la velocidad del líquido en las salidas [3]. Para el nodo 1, aplicando la ecuación de Bernoulli a cualquier línea de corriente sobre la superficie libre del líquido se obtiene:

$$\frac{P_1}{\gamma_l} + y_1 - \frac{K_{sl1} V_{sl1}^2}{2g} = \frac{V_{sl1}^2}{2g} \quad (4.39)$$

Se asume inicialmente que no hay gas, por lo tanto la presión P_l es igual a cero. Se usa la Ec. (4.21) para determinar el coeficiente de resistencia en las salidas.

De la Ec. (4.39) el nivel se calcula con la siguiente ecuación:

$$y_1 = \frac{V_{sl1}^2}{2g} (1 + K_{sl1}) - \frac{P_1}{\gamma_l} \quad (4.40)$$

4.7.2 PROFUNDIDAD DE FLUJO A LO LARGO DEL MANIFOLD

Las pérdidas de carga se calculan usando la formulación de Darcy-Weisbach y la ecuación de Blasius para calcular el coeficiente de fricción si se considera canal liso (modelo 1, Ecs. (3.60) y (3.68)), y la ecuación de Manning-Strickler para considerar canal liso o rugoso (modelo 2, Ec. (3.25)). Una vez calculadas las pérdidas en el primer tramo (usando en la primera iteración el nivel en el nodo 1) se hacen balances de masa y energía para calcular el nivel en el nodo siguiente (nodo 2). Un promedio entre el nivel en el nodo 1 y el nivel en el nodo 2 permite recalculas las pérdidas y así un nuevo valor del nivel en el nodo 2. El procedimiento se repite hasta alcanzar un valor definitivo en el nivel según un criterio de error. El procedimiento se repite en los tramos siguientes, hasta determinar el nivel en el último nodo, obteniendo así la distribución de nivel a lo largo del manifold. Para el caso de la Fig. 1, las ecuaciones correspondientes a los balances de masa y energía del tramo 1 son:

$$V_{1(y_1)} S_{1(y_1)} = V_{1(y_1)} S_{2(y_2)} \quad (4.41)$$

$$\frac{P_1}{\gamma_l} + y_1 + \frac{V_1^2(y_1)}{2g} + h_{f1} = y_2 + \frac{V_2^2(y_2)}{2g} + \frac{P_2}{\gamma_l} \quad (4.42)$$

El área de flujo $S_{(y)}$ se calcula con las siguientes ecuaciones:

$$S_{(y)} = \frac{d_0^2}{8} (\theta - \sin(\theta)) \quad (4.43)$$

$$\theta = 2 \arccos \left(1 - 2 \frac{y}{d_0} \right) \quad (4.44)$$

La pérdida de carga en los tramos se calcula usando la formulación de Darcy (Modelo 1) o la ecuación de Strickler (Modelo 2):

$$h_{f1} = f \frac{L_1}{d_0} \frac{V_{(y1)} |V_{(y1)}|}{2g} \quad (4.45)$$

$$h_{f1} = \frac{Q_1 |Q_1|}{K^2 S_{(y1)}^2 \left(\frac{S_{(y1)}}{P_{m1}} \right)^{4/3}} L_1 \quad (4.46)$$

Las Ecs. (4.41) y (4.42) acopladas con las Ecs. (4.43) y (4.44) conforman un sistema de dos ecuaciones no lineales con dos incógnitas (y_2 y $V_{2(y2)}$) las cuales se resuelven fácilmente usando uno de los métodos para sistemas de ecuaciones no lineales como Newton-Rhapson.

4.7.3 DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN A LO LARGO DEL MANIFOLD

La presión en las salidas de los tubos de gas (P_{known}) y la configuración física del sistema es conocida. En este modelo la presión se considera variable a lo largo del manifold, según el esquema de la figura (4.5), las presiones al comienzo de las tuberías de salidas de gas aguas abajo del manifold pueden ser calculadas con las siguientes ecuaciones:

$$P_{s1} = P_{known} + \rho_g \left(f_1 \frac{L_1}{D_{sg1}} \right) \frac{Q_{sg1}^2}{2gA_{sg1}^2} \quad (4.47)$$

$$P_{s2} = P_{known} + \rho_g \left(f_2 \frac{L_2}{D_{sg2}} \right) \frac{Q_{sg2}^2}{2gA_{sg2}^2} \quad (4.48)$$

$$P_{s3} = P_{known} + \rho_g \left(f_3 \frac{L_3}{D_{sg3}} \right) \frac{Q_{sg3}^2}{2gA_{sg3}^2} \quad (4.49)$$

Donde P_{s1}, P_{s2}, P_{s3} son las presiones al comienzo de los tubos de salida de gas, aguas abajo del manifold.

El área de flujo de gas dentro del manifold se calcula mediante el complemento del área de flujo de líquido en cada nodo mediante la siguiente ecuación:

$$S_{g(y)} = \frac{\pi d_0^2}{4} - S_{(y)} \quad (4.50)$$

Con la distribución inicial de nivel se calculan las presiones en los nodos internos ubicados en las salidas de gas (nodos 1, 3 y 5 según el esquema de la figura (4.5)) mediante las siguientes ecuaciones:

$$P_1 + \rho_g \frac{(Q_{eg1}^2 + Q_{g1}|Q_{g1}|)}{2S_{g(y_1)}^2} = P_{s1} + \rho_g (1 + K_{sg1}) \frac{Q_{sg1}^2}{2S_{sg1}^2} \quad (4.51)$$

$$P_3 + \rho_g \frac{(Q_{g2}|Q_{g2}| + Q_{g3}|Q_{g3}|)}{2S_{g(y_3)}^2} = P_{s2} + \rho_g (1 + K_{sg2}) \frac{Q_{sg2}^2}{2S_{sg2}^2} \quad (4.52)$$

$$P_5 + \rho_g \frac{(Q_{eg4}^2 + Q_{g4}|Q_{g4}|)}{2S_{g(y_5)}^2} = P_{s3} + \rho_g (1 + K_{sg3}) \frac{Q_{sg3}^2}{2S_{sg3}^2} \quad (4.53)$$

Se hacen balances de energía aplicando la ecuación de Bernoulli para la fase gaseosa desde el nodo 1 a partir de la presión calculada con la Ec. (4.51) hasta el último (nodo 5):

$$P_1 + \rho_g \frac{Q_{g1}|Q_{g1}|}{2S_{g(y_1)}^2} + h_{f1-2} = P_2 + \rho_g \frac{Q_{g1}|Q_{g1}|}{2S_{g(y_2)}^2} \quad (4.54)$$

$$P_2 + \rho_g \frac{Q_{g2}|Q_{g2}|}{2S_{g(y_2)}^2} + h_{f2-3} = P_3 + \rho_g \frac{Q_{g2}|Q_{g2}|}{2S_{g(y_3)}^2} \quad (4.55)$$

Se obtiene dos valores de P_3 de los cuales se toma el mayor.

$$P_3 + \rho_g \frac{Q_{g3}|Q_{g3}|}{2S_{g(y_3)}^2} + h_{f3-4} = P_4 + \rho_g \frac{Q_{g3}|Q_{g3}|}{2S_{g(y_4)}^2} \quad (4.56)$$

$$P_4 + \rho_g \frac{Q_{g4}|Q_{g4}|}{2S_{g(y_4)}^2} + h_{f4-5} = P_5 + \rho_g \frac{Q_{g4}|Q_{g4}|}{2S_{g(y_5)}^2} \quad (4.57)$$

Seguidamente se hacen balances de energía aplicando la ecuación de Bernoulli para la fase gaseosa desde el nodo 5 a partir de la presión calculada con la Ec. (4.53) hasta el primer nodo (nodo 1):

$$P_5 + \rho_g \frac{Q_{g4}|Q_{g4}|}{2S_{g(y_5)}^2} + h_{f5-4} = P_4 + \rho_g \frac{Q_{g4}|Q_{g4}|}{2S_{g(y_4)}^2} \quad (4.58)$$

$$P_4 + \rho_g \frac{Q_{g3}|Q_{g3}|}{2S_{g(y_4)}^2} + h_{f4-3} = P_3 + \rho_g \frac{Q_{g3}|Q_{g3}|}{2S_{g(y_3)}^2} \quad (4.59)$$

Se obtiene dos valores de P_3 de los cuales se toma el mayor.

$$P_3 + \rho_g \frac{Q_{g2}|Q_{g2}|}{2S_{g(y_3)}^2} + h_{f3-2} = P_2 + \rho_g \frac{Q_{g2}|Q_{g2}|}{2S_{g(y_2)}^2} \quad (4.60)$$

$$P_2 + \rho_g \frac{Q_{g1}|Q_{g1}|}{2S_{g(y_2)}^2} + h_{f2-1} = P_1 + \rho_g \frac{Q_{g1}|Q_{g1}|}{2S_{g(y_1)}^2} \quad (4.61)$$

Se toma un promedio de las presiones calculadas de 1-5 y de 5-1. En las primeras iteraciones las presiones calculadas de 1-5 y de 5-1 presentan diferencias, las cuales se minimizan durante el proceso hasta resultar iguales.

Con los niveles en las salidas calculados mediante los balances de masa y energía, se calculan los caudales de salida de líquido en los nodos 3 y 5 usando la siguiente ecuación obtenida a partir de la Ec. (4.39), la cual resulta igual a la Ec. (4.18):

$$V_{sl} = \sqrt{\frac{2g(y + P/\gamma_l)}{1 + K_{sl}}} \quad (4.62)$$

El caudal de salida en el nodo 1 se determina con la siguiente ecuación:

$$Q_{sl1} = Q_{Tel} - (Q_{sl2} + Q_{sl5}) \quad (4.63)$$

Se calcula el nuevo nivel de líquido en el nodo 1 y con los niveles de líquido en las salidas se calculan nuevos caudales de salida de gas usando las ecuaciones que resultan de combinar las Ecs. (4.47), (4.48) y (4.49) con las Ecs. (4.51), (4.52) y (4.53). Para el nodo 1 se obtiene:

$$Q_{sg1} = \sqrt{\frac{P_1 - P_{known} + \rho_g \frac{(Q_{eg1} + Q_{g1}|Q_{g1}|)}{2S_{g(y_1)}^2}}{\frac{\rho_g}{2A_{sg1}^2} \left(f_1 \frac{L_{eq1}}{D_{sg1}} + K_{sg1} + 1 \right)}} \quad (4.64)$$

Igualmente para Q_{sg2} y Q_{sg3} . Con los nuevos caudales de salida de líquido y de gas se repite el proceso. Los niveles calculados mediante los balances de masa y energía Ecs. (4.41) y (4.42) en los nodos de las salidas distintas a la primera (nodo "1") son comparados con aquellos obtenidos con la Ec. (4.40) aplicadas a estas salidas. Estos niveles deben resultar iguales, de lo contrario, se repite el proceso hasta que la diferencia entre los niveles satisfaga un criterio definido de convergencia. Con los niveles definitivos y las áreas respectivas de los tubos de salida se calculan los caudales de salida a partir de la Ec. (4.62). Este proceso iterativo es fácilmente programable considerando ne número de entradas y $ns = ne - 1$ número de salidas.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados de las simulaciones para el análisis del comportamiento del simulador. Se consideran resultados que expresan características relevantes y representativas de la solución del problema de separación de líquido-gas bajo las condiciones del modelo desarrollado. También se presentan comparaciones entre los resultados arrojados por el simulador y el modelo iterativo.

5.1 PARÁMETROS FIJOS EN LAS SIMULACIONES

Longitud total del manifold = 2438.4 mm.

Diámetro del manifold $d_0 = 76.2$ mm.

Número de entradas de líquido y de gas $ne = 4$

Número de salidas de líquido y de gas $ns = 2$

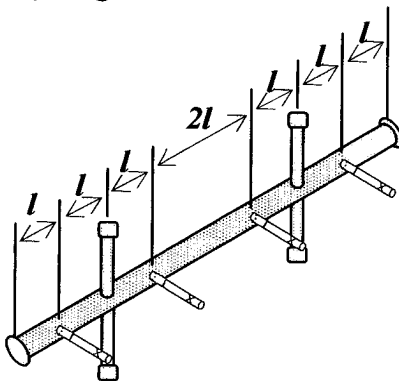


Fig. 5.1 Posición de las entradas y salidas de líquido y de gas en el manifold

$l = 304.8$ mm.

Diámetros de las salidas de gas:

$$D_{sg1} = (2/3)d_0; D_{sg2} = D_{sg1}$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

Parámetros para la simulación:

El tiempo en el cual se inician las entradas de líquido y de gas así como las salidas de los mismos es igual a 1 min.

Intervalo de tiempo $\Delta t = 1 \text{ s}$

Tiempo total de simulación igual a 5 min.

Número de nodos = 100

Propiedades del líquido

Peso específico del líquido (agua) $\gamma_l = 9810 \text{ N/m}^3$

Propiedades del gas

Constante del gas (aire): $R = 287.0 \text{ J/kgmK}$

Temperatura del gas $T = 293.0 \text{ K}$

Viscosidad cinemática del aire $\nu = 1,51 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

La densidad del aire se calcula en función de la presión usando la ecuación de estado, Ec. (4.29).

Presión en las salidas de los tubos de gas

$P_{known} = 101000.0 \text{ Pa}$, igual a la presión atmosférica a nivel del mar.

Coefficiente adimensional de pérdida de carga secundaria para las salidas de gas

$K_{sg1} = 2.5$; $K_{sg2} = K_{sg1}$

5.2 CASOS ESTUDIADOS EN LAS SIMULACIONES

5.2.1 EFECTO DE LA RUGOSIDAD DE LAS PAREDES DEL MANIFOLD EN EL FLUJO DE LÍQUIDO

El efecto de la rugosidad de las paredes del manifold se estudia variando el coeficiente de Strickler (K) en $\text{m}^{1/3}\text{s}^{-1}$ según los datos de la tabla 3.3. Las variables que se mantienen constantes en este caso son:

Longitud de los tubos de salida de gas más la longitud equivalente para las pérdidas:

$$L_1 = 1 \text{ m}; L_2 = L_1$$

$$D_{sl1} = (2/3)d_0; D_{sl2} = D_{sl1}$$

$$y_e = 0.5d_0$$

$$Q_{reg} = 78 \text{ l/s}$$

TABLA 5.1 EFECTO DE LA RUGOSIDAD DE LAS PAREDES DEL MANIFOLD

Caudales de líquido (l/s)	Caudal total de gas que entra al manifold (l/s)	Caudales de salida de líquido (l/s)	Caudales de salida de gas (l/s)	Presión interna en el manifold (Pa)
$Q_{el1} = 0.2$ $Q_{el2} = 0.05$ $Q_{el3} = 0.05$ $Q_{el4} = 0.2$	C-1 Rugoso ($K=20$)	$Q_{sl1} = 0.2512$ $Q_{sl2} = 0.2488$	$Q_{sg1} = 39$ $Q_{sg2} = 39$	$P_g = 101420.00$
	C-2 Rugosidad Media ($K=62$)	$Q_{sl1} = 0.2501$ $Q_{sl2} = 0.2499$	$Q_{sg1} = 39$ $Q_{sg2} = 39$	$P_g = 101420.00$
	C-3 Liso ($K=100$)	$Q_{sl1} = 0.2499$ $Q_{sl2} = 0.2501$	$Q_{sg1} = 39$ $Q_{sg2} = 39$	$P_g = 101420.00$

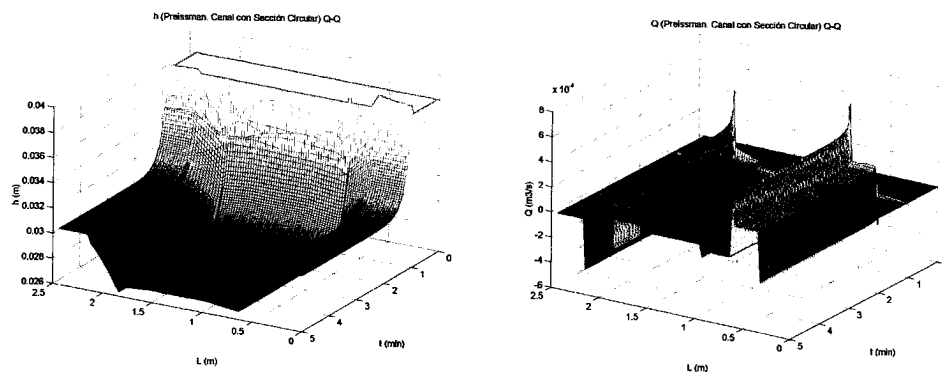


Fig. 5.2 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-1

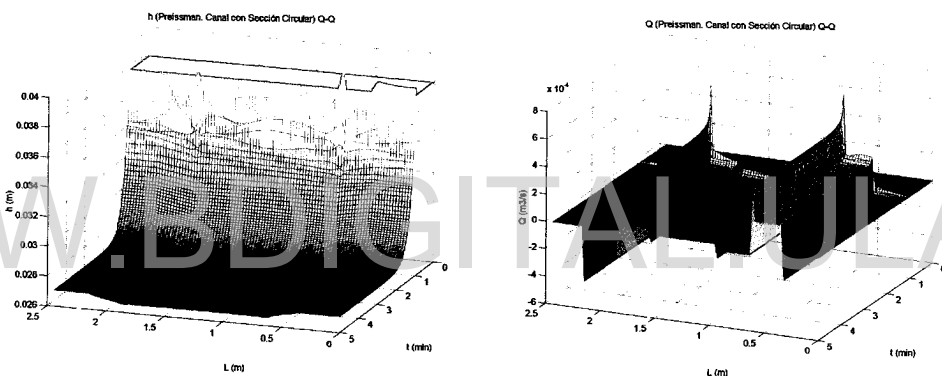


Fig. 5.3 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-2

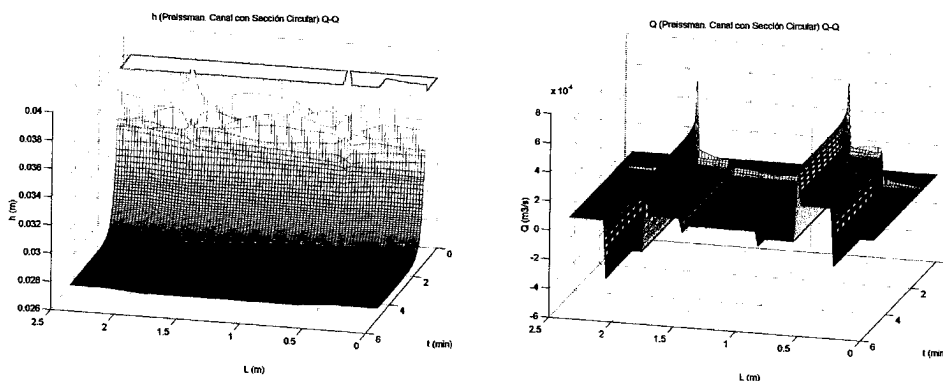


Fig. 5.4 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-3

En los casos mostrados en la tabla 5.1 y en las figuras correspondientes, se presentan resultados en los cuales se muestra el efecto de la rugosidad de las paredes en la distribución de nivel en el manifold y sobre los valores de caudal en las salidas de líquido. Los resultados gráficos permiten observar el descenso en el nivel a partir del valor inicial de equilibrio producto de las salidas de líquido y de la presión existente en el manifold como consecuencia del volumen de gas en litros por segundo que ingresa en éste. Específicamente se analizan tres casos con distinta rugosidad, comenzando con la mayor rugosidad correspondiente a un material equivalente a un canal natural, condición que, aunque no existe realmente en un dispositivo como el que se está estudiando, permite simplemente observar la profunda variación en el nivel ocasionada por el incremento en la resistencia al flujo y como consecuencia de esto una mayor acumulación de líquido en las zonas donde entra mayor caudal. El segundo valor de rugosidad es equivalente a un material de acero, se observa una menor variación en el nivel congruente con una menor rugosidad y por lo tanto menor resistencia al flujo; y finalmente, el tercer valor corresponde al caso del tubo principal del manifold liso, equivalente a vidrio, observándose una distribución de nivel prácticamente uniforme.

El efecto de la rugosidad también se manifiesta provocando ligeras variaciones en los caudales de salida de líquido, no observándose, en la mayoría de los casos estudiados, una diferencia notable entre los resultados obtenidos con los valores de rugosidad de los casos C-2 y C-3. Es importante destacar que la variación gradual de nivel en los tres casos esta determinada por el efecto de la rugosidad y por la distribución de las magnitudes de los caudales de líquido que ingresan al manifold. Se observa el descenso en el nivel desde el valor inicial hasta alcanzar una condición estable, esto está determinado por la presión y por la magnitud de los caudales de salida, estos últimos dependientes del tamaño de los tubos de salida y de la resistencia al flujo.

El comportamiento de la evolución espacial y temporal del caudal muestra la existencia de flujos de diferentes magnitudes en función de las entradas y salidas y con direcciones iguales y opuestas, tal como era de esperarse por las condiciones de flujos entrantes y salientes en el manifold, sin pendiente en el tubo principal, la cual de existir, podría ser determinante para establecer una dirección de flujo preponderante en la dirección de la proyección de la fuerza gravitatoria. Las condiciones de estudio en cada caso presentan una configuración en los gráficos de caudal que no permite distinguir características particulares sobre el comportamiento del manifold, siendo más relevante la evolución espacial y temporal del nivel. La configuración gráfica mostrada en la evolución del nivel se presenta tanto en estos casos como en los casos presentados a continuación, mostrando configuraciones semejantes, dependientes fundamentalmente de la distribución de los caudales de líquido entrantes y de las magnitudes de estos.

5.2.2 EFECTO DEL CAUDAL DE GAS QUE ENTRA AL MANIFOLD

Se pretende obtener resultados, incrementando en cada caso el caudal de gas que entra al manifold. Las variables que se mantienen constantes en este caso son:

Rugosidad Media ($K=62 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$)

$$L_1 = 1 \text{ m}; \quad L_2 = L_1$$

$$D_{sl1} = (2/3)d_0; \quad D_{sl2} = D_{sl1}$$

$$y_e = 0.75d_0$$

TABLA 5.2 EFECTO DEL CAUDAL DE GAS QUE ENTRA AL MANIFOLD

Caudales de líquido (l/s)	Caudal total de gas que entra al manifold (l/s)		Caudales de salida de líquido (l/s)	Caudales de salida de gas (l/s)	Presión interna en el manifold (Pa)
$Q_{el1} = 0.2$	C-4	$Q_{Teg} = 13$	$Q_{sl1} = 0.2500$	$Q_{sg1} = 6.5$	$P_g = 101010.06$
$Q_{el2} = 0.05$			$Q_{sl2} = 0.2500$	$Q_{sg2} = 6.5$	
$Q_{el3} = 0.05$			$Q_{sl1} = 0.2500$	$Q_{sg1} = 13$	
$Q_{el4} = 0.2$	C-5	$Q_{Teg} = 26$	$Q_{sl2} = 0.2500$	$Q_{sg2} = 13$	$P_g = 101050.00$
	C-6	$Q_{Teg} = 78$	$Q_{sl1} = 0.2501$	$Q_{sg1} = 39$	$P_g = 101420.00$
			$Q_{sl2} = 0.2499$	$Q_{sg2} = 39$	

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

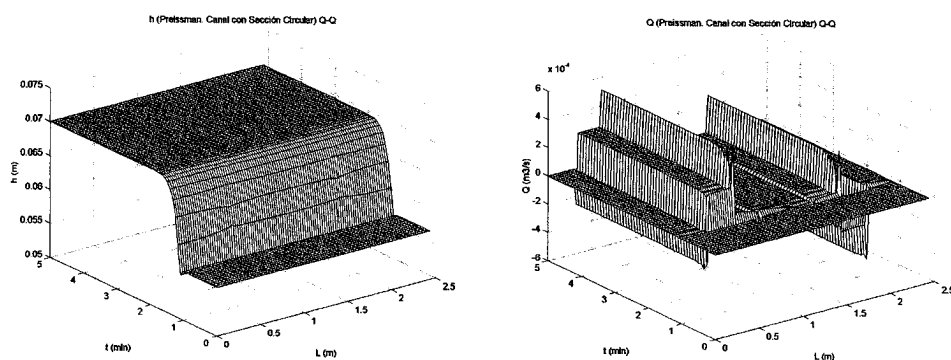


Fig. 5.5 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-4

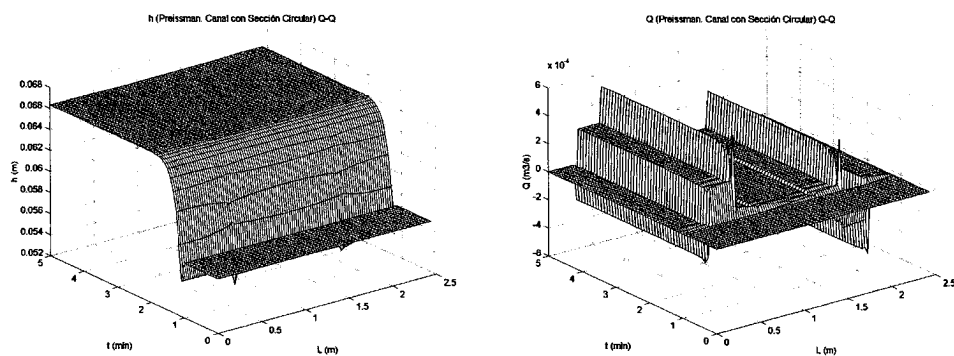


Fig. 5.6 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-5

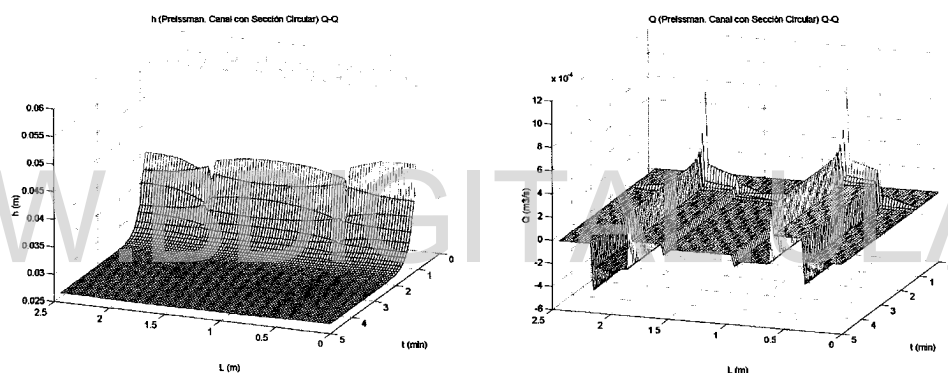


Fig. 5.7 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-6

En este caso se muestra el efecto del incremento en el flujo de gas que entra al manifold, manifestándose efectivamente en un incremento de la presión interna en el mismo, lo que produce un descenso mayor en la distribución de nivel de líquido en cada caso. Sin embargo, esta disminución en el nivel como consecuencia del incremento en la presión no afecta efectivamente los caudales de salida de líquido, lo cual se puede justificar de la siguiente manera. Aunque el caudal de salida es directamente proporcional al nivel de líquido disponible en la posición de la salida, viéndose disminuido debido a la presión, éste caudal también es proporcional a la altura equivalente de líquido determinada por la presión de gas, lo cual compensa la

disminución en el nivel de líquido real, y por lo tanto, mantiene el valor de caudal de salida relativamente constante. También se observa que con este valor de rugosidad los caudales de salida resultan prácticamente iguales, lo que se puede justificar por la simetría en la distribución de los caudales que ingresan al manifold; sólo se observa una pequeña diferencia en éstos debido a la alta presión en el caso C-6. Se observa en las tablas la igualdad en los caudales de salida de gas congruente con el establecimiento de iguales resistencias en el flujo de salida y el incremento en la magnitud de las mismas en cada caso.

5.2.3 EFECTO DEL INCREMENTO EN LA RESISTENCIA AL FLUJO DE AIRE

En este caso se estudia el efecto del incremento de la resistencia hidráulica en el flujo de salida de gas. Las variables que se mantienen fijas en este caso son:

Liso ($K=100 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$)

$$Q_{Teg} = 26 \text{ l/s}$$

$$D_{sl1} = 2/3 d_0 ; D_{sl2} = D_{sl1}$$

$$y_e = 0.5 d_0.$$

TABLA 5.3 EFECTO DEL INCREMENTO EN LA RESISTENCIA AL FLUJO DE AIRE

Caudales de líquido (l/s)	Caudal total de gas que entra al manifold (l/s)	Caudales de salida de líquido (l/s)	Caudales de salida de gas (l/s)	Presión interna en el manifold (Pa)
$Q_{el1} = 0.2$ $Q_{el2} = 0.05$ $Q_{el3} = 0.05$ $Q_{el4} = 0.2$	C-7 $L_1 = 1 \text{ m}$ $L_2 = 1 \text{ m}$	$Q_{sl1} = 0.2500$ $Q_{sl2} = 0.2500$	$Q_{sg1} = 13$ $Q_{sg2} = 13$	$P_g = 101050.00$
	C-8 $L_1 = 4 \text{ m}$ $L_2 = 4 \text{ m}$	$Q_{sl1} = 0.2500$ $Q_{sl2} = 0.2500$	$Q_{sg1} = 13$ $Q_{sg2} = 13$	$P_g = 101090.00$
	C-9 $L_1 = 4 \text{ m}$ $L_2 = 1 \text{ m}$	$Q_{sl1} = 0.2500$ $Q_{sl2} = 0.2500$	$Q_{sg1} = 11.1$ $Q_{sg2} = 14.9$	$P_g = 101070.00$

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

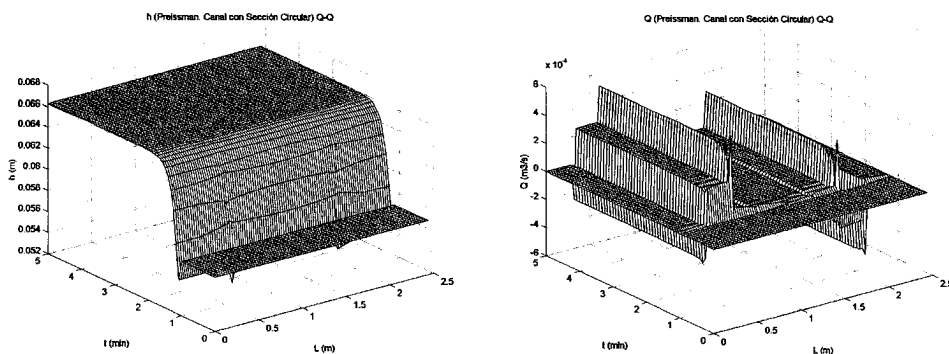


Fig. 5.8 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-7

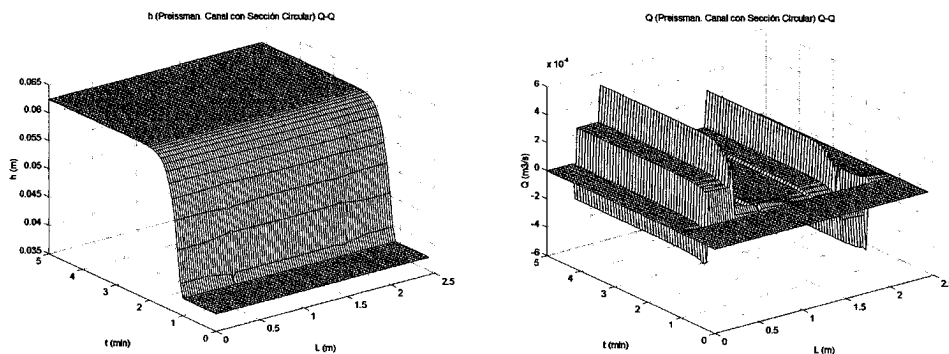


Fig. 5.9 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-8

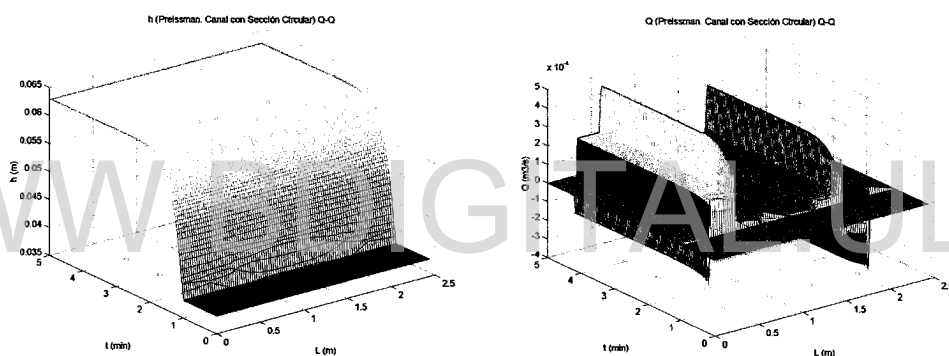


Fig. 5.10 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-9

En este caso se muestra el efecto de la resistencia al flujo de salida de gas. En el caso C-7 ambas salidas tienen la misma resistencia y como consecuencia de esto se obtienen valores iguales en los caudales de salida de gas congruentes con los requerimientos de conservación de la masa. La resistencia al flujo determinada por el valor de los diámetros de los tubos de salida de gas los cuales se mantienen constantes en este estudio y también por las longitudes de tramo recto y longitud equivalente, determinan la presión interna dentro del manifold. En el caso C-8 se obtiene una mayor presión en el manifold respecto al caso siete, como consecuencia del incremento en la resistencia al flujo de gas, lo cual afecta la distribución de nivel

provocando un ligero descenso sin afectar como se explicó anteriormente los caudales de salida de líquido. Se puede observar en el caso C-9, que valores de resistencia desigual provocan consecuentemente una desigual salida de gas y también se obtiene en este caso, un valor de presión interna intermedio respecto a los dos casos anteriores como era de esperarse. Se observa igualdad en las salidas de líquido producto de la distribución de las magnitudes de los caudales de líquido entrantes y por considerar canal liso con salidas de igual diámetro.

5.2.4 EFECTO DEL DIÁMETRO DE SALIDA DE LÍQUIDO

En este caso se pretende mostrar el efecto de la variación del diámetro de los tubos de salida de líquido del manifold. Las variables que se mantienen fijas en este caso son:

Rugosidad media ($K=62 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$)

$$Q_{Teg} = 67.6 \text{ l/s}$$

$$L_1 = 1 \text{ m}; L_2 = 1 \text{ m}$$

$$y_e = 0.5d_0.$$

TABLA 5.4. EFECTO DEL DIÁMETRO DE LAS SALIDAS DE LÍQUIDO.

Caudales de líquido (l/s)	Caudal total de gas que entra al manifold (l/s)	Caudales de salida de líquido (l/s)	Caudales de salida de gas (l/s)	Presión interna en el manifold (Pa)
$Q_{el1} = 0.2$ $Q_{el2} = 0.2$ $Q_{el3} = 0.2$ $Q_{el4} = 0.2$	C-10 $D_{sl1} = 2/3d_0$ $D_{sl2} = D_{sg1}$	$Q_{sl1} = 0.4001$ $Q_{sl2} = 0.3999$	$Q_{sg1} = 33.8$ $Q_{sg2} = 33.8$	$P_g = 101320.00$
	C-11 $D_{sl1} = 3/4d_0$ $D_{sl2} = D_{sg1}$	$Q_{sl1} = 0.4011$ $Q_{sl2} = 0.3987$	$Q_{sg1} = 33.8$ $Q_{sg2} = 33.8$	$P_g = 101320.00$
	C-12 $D_{sl1} = 2/3d_0$ $D_{sl2} = 3/4d_0$	$Q_{sl1} = 0.3114$ $Q_{sl2} = 0.4886$	$Q_{sg1} = 33.8$ $Q_{sg2} = 33.8$	$P_g = 101320.00$

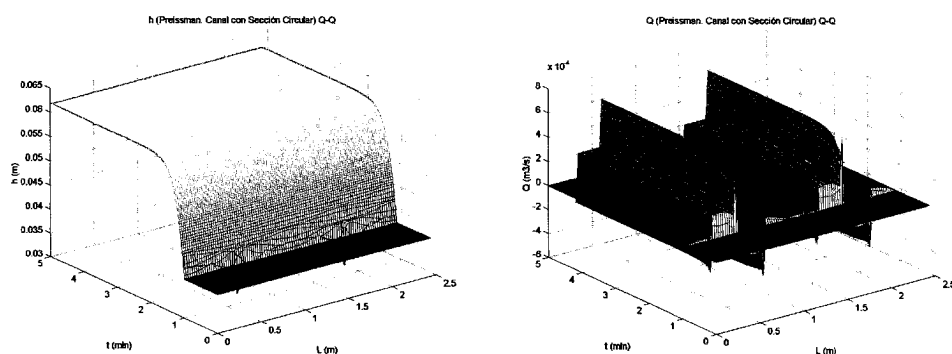


Fig. 5.11 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-10

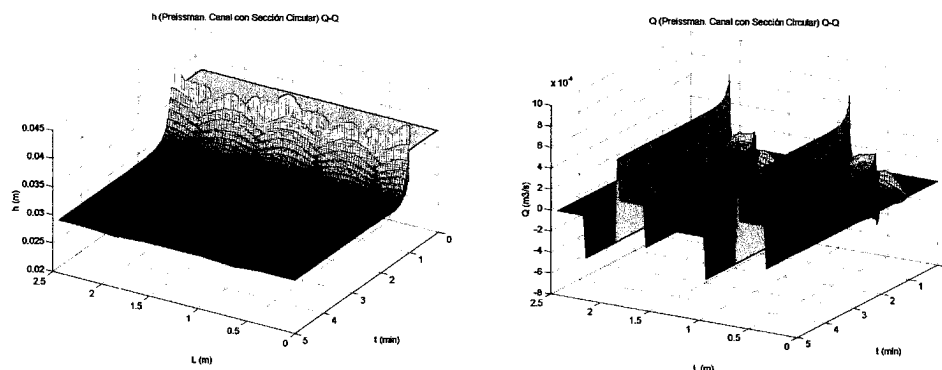


Fig. 5.12 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-11

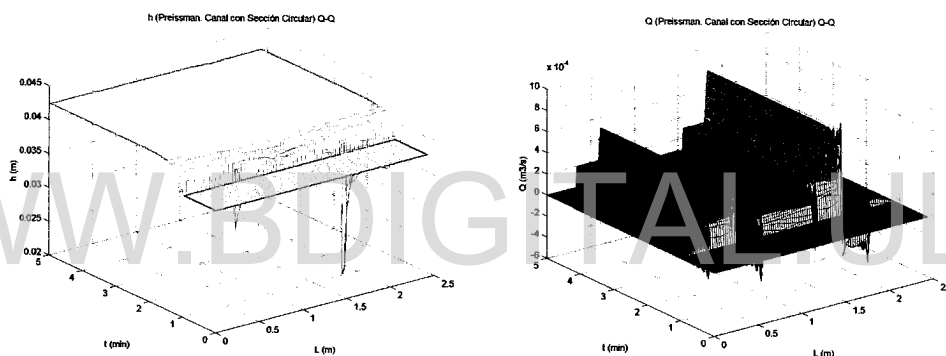


Fig. 5.13 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-12

En este caso se muestra el efecto del diámetro de las salidas de líquido con igual entrada de caudal de líquido en cada una de las entradas. En el caso C-10 se observa una distribución prácticamente uniforme de nivel producto de iguales diámetros de salida y la igualdad en las entradas de líquido. Los caudales de salida son muy cercanos entre sí. En el caso C-11 se observa un descenso en el nivel hasta alcanzar un valor estable con variación gradual en el nivel en las zonas cercanas a las salidas como consecuencia del incremento en el diámetro de las mismas, lo que incrementa el flujo a través de éstas; al igual que en el caso anterior los caudales de salida de líquido se mantienen cercanamente iguales por las condiciones de caudal de

líquido entrante y como consecuencia de la igualdad en las condiciones geométricas de las salidas. En el caso C-12 se observa notablemente la variación gradual del nivel en todo el manifold con un mayor descenso de éste en la zona correspondiente a la salida con mayor diámetro y por lo tanto donde se obtiene un mayor caudal de salida. Esto también se puede apreciar en los gráficos de caudal, observándose un incremento notable en el flujo mostrado en el caso doce correspondiente a la salida con mayor diámetro, comparativamente respecto al caso once.

También se puede observar que la presión interna del manifold se mantiene constante en función de la entrada de gas y en función de la resistencia al flujo de salida de gas, siendo importante destacar que la presión no responde de manera sensible a la variación del volumen disponible para el gas, en función del volumen ocupado por la fase líquida presente en el manifold.

5.2.5 EFECTO DE LA SIMETRÍA O ASIMETRÍA EN LAS ENTRADAS DE LÍQUIDO

En este caso se pretende mostrar el efecto de la variación en la distribución de las magnitudes de flujo en las entradas de líquido. Las variables que se mantienen fijas son:

Rugoso ($K=20 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$)

$$Q_{reg} = 72.8 \text{ l/s}$$

$$L_1 = 1 \text{ m}; L_2 = 1 \text{ m}$$

$$D_{sl1} = 3/4 d_0; D_{sl2} = D_{sl1}$$

$$y_e = 0.5 d_0.$$

TABLA 5.5. EFECTO DE LA VARIACIÓN EN LA DISTRIBUCIÓN DE LAS MAGNITUDES DE FLUJO EN LAS ENTRADAS DE LÍQUIDO

Caudales de líquido (l/s)	Caudal total de gas que entra al manifold (l/s)	Caudales de salida de líquido (l/s)	Caudales de salida de gas (l/s)	Presión interna en el manifold (Pa)
$Q_{el1} = 0.225$ $Q_{el2} = 0.225$ $Q_{el3} = 0.225$ $Q_{el4} = 0.225$	C-13 Simétrico con entradas iguales de líquido	$Q_{sl1} = 0.4504$ $Q_{sl2} = 0.4496$	$Q_{sg1} = 13.0$ $Q_{sg2} = 13.0$	$P_g = 101050.00$
$Q_{el1} = 0.35$ $Q_{el2} = 0.10$ $Q_{el3} = 0.10$ $Q_{el4} = 0.35$	C-14 Simétrico con mayor entrada de líquido en los extremos	$Q_{sl1} = 0.4515$ $Q_{sl2} = 0.4485$	$Q_{sg1} = 13.0$ $Q_{sg2} = 13.0$	$P_g = 101050.00$
$Q_{el1} = 0.10$ $Q_{el2} = 0.35$ $Q_{el3} = 0.35$ $Q_{el4} = 0.10$	C-15 Simétrico con mayor entrada de líquido en la región intermedia	$Q_{sl1} = 0.4488$ $Q_{sl2} = 0.4512$	$Q_{sg1} = 13.0$ $Q_{sg2} = 13.0$	$P_g = 101050.00$
$Q_{el1} = 0.35$ $Q_{el2} = 0.30$ $Q_{el3} = 0.15$ $Q_{el4} = 0.10$	C-16 Asimétrico con mayor entrada de líquido por la izquierda	$Q_{sl1} = 0.4692$ $Q_{sl2} = 0.4308$	$Q_{sg1} = 13.0$ $Q_{sg2} = 13.0$	$P_g = 101050.00$
$Q_{el1} = 0.10$ $Q_{el2} = 0.15$ $Q_{el3} = 0.30$ $Q_{el4} = 0.35$	C-17 Asimétrico con mayor entrada de líquido por la derecha	$Q_{sl1} = 0.4310$ $Q_{sl2} = 0.4690$	$Q_{sg1} = 13.0$ $Q_{sg2} = 13.0$	$P_g = 101050.00$

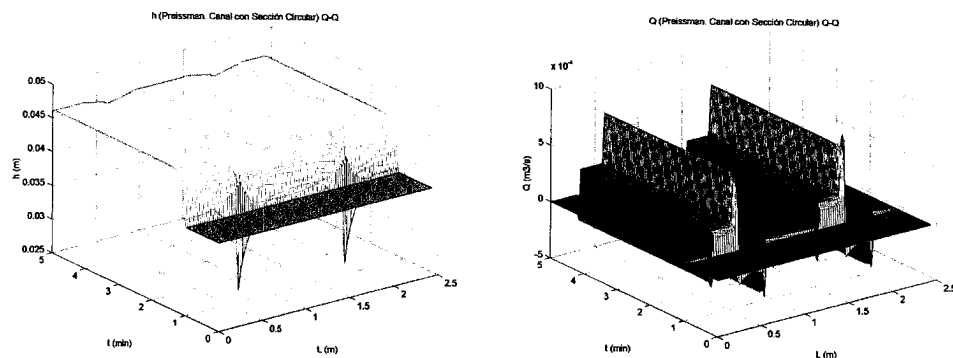


Fig. 5.14 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-13

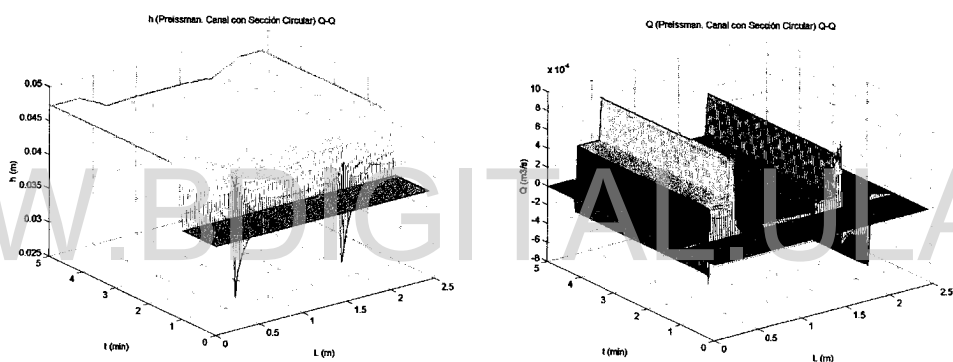


Fig. 5.15 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-14

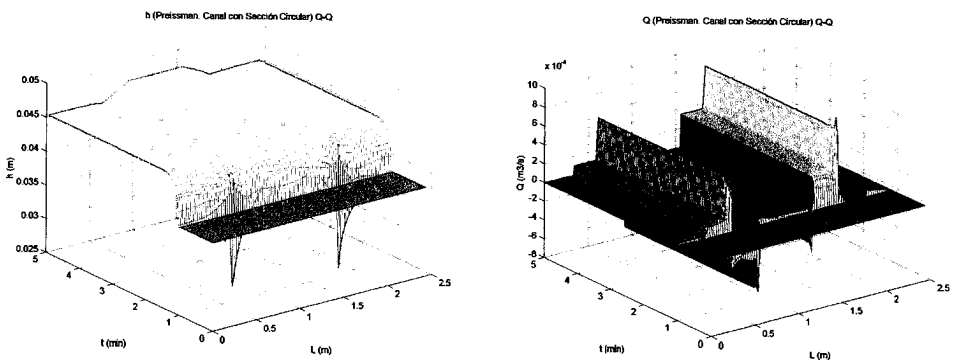


Fig. 5.16 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-15

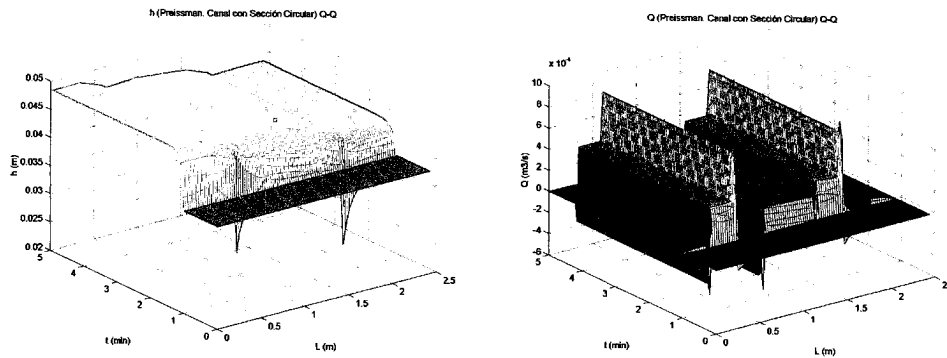


Fig. 5.17 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-16

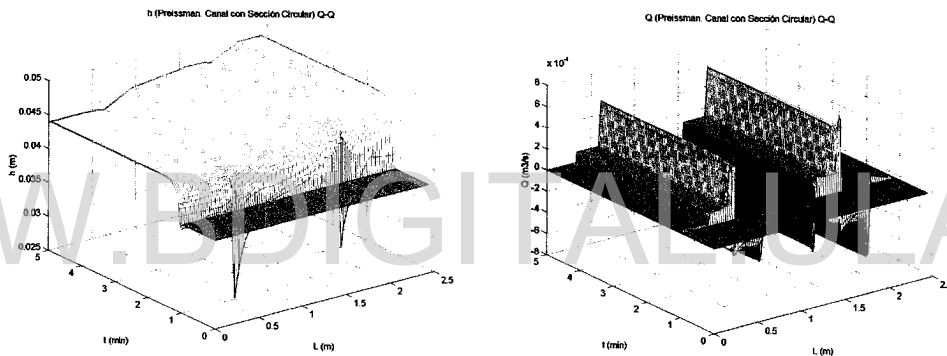


Fig. 5.18 Evolución del nivel y del caudal en el caso C-17

En este caso de estudio se muestra el efecto de la distribución de las magnitudes de los flujos que entran al manifold, en donde se han analizado dos casos generales: entradas simétricas y entradas asimétricas.

En el caso de entradas simétricas, se pueden presentar los casos de entradas iguales y entradas desiguales, en este último con mayor entrada de líquido en los extremos del manifold y con una mayor entrada de flujo en la zona intermedia del mismo; y finalmente, en los casos asimétricos se puede tener mayor flujo de entrada por un extremo, considerándose dos casos, uno con mayor entrada de caudal en el

extremo izquierdo y otro con mayor entrada en el extremo derecho. Se usó en estas simulaciones la mayor rugosidad posible con el propósito de obtener resultados con variaciones notablemente graduales de nivel, las cuales representen efectivamente cada uno de los casos en estudio. El caso C-13 muestra los resultados con entradas simétricas iguales, donde se puede observar un flujo prácticamente uniforme, con variación gradual en las posiciones correspondientes a las salidas. El caso C-14 muestra los resultados con entradas simétricas y mayor entrada de caudal en los extremos, se observa una notable variación gradual del nivel en las salidas con un incremento notable del mismo en los extremos debido a la mayor entrada de flujo y al efecto rugoso que se opone notablemente al flujo, causando mayor acumulación de masa en estas zonas. El caso quince muestra el efecto de una mayor entrada de flujo en la región intermedia, siendo notable, el incremento en el nivel correspondiente a la zona intermedia. Finalmente, los casos de distribución de flujo de entrada asimétricos, muestran resultados con variación notablemente gradual de nivel en todo el manifold e incrementado en las salidas, gracias al efecto rugoso, con mayor nivel de líquido en el extremo correspondiente a mayor entrada de caudal. Los materiales de construcción de un manifold difícilmente alcanzarían la condición de rugosidad simulada en este caso, por lo tanto, se esperaría una distribución de nivel mas uniforme, la cual aún como se plantea y se muestra en este caso, no causa un importante efecto de difusión en la fase gaseosa, en caso contrario, se tendrían gradientes de presión dentro del manifold; esto puede justificar la suposición de campo de flujo uniforme para las propiedades de esta fase, lo que respalda especialmente, la suposición de campo de flujo uniforme para la presión, basamento sobre el cual se ha tratado la fase gaseosa en este trabajo.

5.3 COMPARACIÓN DE RESULTADOS ENTRE EL SIMULADOR Y EL MODELO ITERATIVO

TABLA 5.6 COMPARACIÓN ENTRE EL SIMULADOR Y EL MODELO ITERATIVO

Caudal total de entrada de gas l/s	Caudales de Entrada de líquido l/s	Simulador		Met. Iterativo	
		Caudales Salientes l/s		Caudales Salientes l/s	
		Líquido	Gas	Líquido	Gas
		Caso I (K=20)			
0.0	$Q_{el1} = 2.10^{-5}$ $Q_{el2} = 8.10^{-3}$ $Q_{el3} = 5.10^{-2}$ $Q_{el4} = 2.10^{-1}$	$Q_{sl1} = 0.1295$ $Q_{sl2} = 0.1305$	$Q_{sg1} = 0.0$ $Q_{sg2} = 0.0$	$Q_{sl1} = 0.1298$ $Q_{sl2} = 0.1302$	$Q_{sg1} = 0.0$ $Q_{sg2} = 0.0$
		Caso II (K=20)			
32		$Q_{sl1} = 0.1295$ $Q_{sl2} = 0.1305$	$Q_{sg1} = 16$ $Q_{sg2} = 16$	$Q_{sl1} = 0.1290$ $Q_{sl2} = 0.1310$	$Q_{sg1} = 16$ $Q_{sg2} = 16$
		Caso III (K=100)			
0.0		$Q_{sl1} = 0.1300$ $Q_{sl2} = 0.1300$	$Q_{sg1} = 0.0$ $Q_{sg2} = 0.0$	$Q_{sl1} = 0.1300$ $Q_{sl2} = 0.1300$	$Q_{sg1} = 0.0$ $Q_{sg2} = 0.0$
		Caso IV (K=100)			
32		$Q_{sl1} = 0.1300$ $Q_{sl2} = 0.1300$	$Q_{sg1} = 16$ $Q_{sg2} = 16$	$Q_{sl1} = 0.1300$ $Q_{sl2} = 0.1300$	$Q_{sg1} = 16$ $Q_{sg2} = 16$

Los resultados comparativos presentados muestran valores notablemente similares entre el simulador y el método iterativo, más pruebas realizadas ratifican esta afirmación, lo cual puede validar en cierto grado el comportamiento del simulador en base a dos aspectos: se ha resuelto el mismo problema usando dos

métodos distintos y el modelo iterativo esta basado en un modelo mecánico presentado en [3], el cual fue validado experimentalmente. Es importante destacar la sensibilidad del método iterativo respecto a los caudales iniciales que se suponen para iniciar el proceso, los cuales pueden determinar el número de iteraciones hasta que se cumplan los criterios de convergencia, en función de lo lejos o cercanos que se encuentran respecto a la solución, también es importante destacar que este método también responde efectivamente en la simulación del efecto rugoso, como se puede apreciar en los resultados de caudal de líquido presentados, sin embargo, este método no permite hacer análisis dinámico del comportamiento del flujo. Ambos métodos de solución funcionan bajo condiciones coherentes de entrada de líquido y caudal, acordes con las dimensiones geométricas establecidas para el manifold. Especialmente en el simulador basado en las ecuaciones de Saint-Venant, es necesario garantizar condiciones en las cuales se tenga un nivel mayor que cero, condiciones de flujo uniforme o gradualmente variado y condiciones de superficie libre.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El estudio del simulador inicial de canales abiertos y la metodología empleada, permitieron desarrollar un modelo teórico para obtener una herramienta capaz de modelar en forma dinámica el flujo estratificado en un manifold de separación de líquido-gas. El simulador desarrollado permite obtener la evolución espacial y temporal del nivel y del caudal en el manifold correspondiente a la fase líquida y determinar los caudales de salida de líquido y de gas bajo diferentes condiciones en las variables de entrada. Todo lo anterior tomando en cuenta la interacción entre las dos fases estratificadas.

Se demostró que los métodos numéricos aplicados, constituyen herramientas numéricas de solución que permiten modelar efectivamente el problema y obtener resultados satisfactorios bajo las condiciones supuestas en el modelo teórico. De esta manera se puede estudiar la influencia de las variables que constituyen este tipo de sistema.

El simulador obtenido presenta buena estabilidad numérica, obteniéndose resultados satisfactorios bajo condiciones coherentes de las variables de entrada, en función de las condiciones geométricas del manifold que se desea simular. Los métodos de solución para modelar el flujo de la fase líquida, requieren condiciones en las cuales se tenga un nivel mayor que cero en cualquier posición a lo largo del manifold, condiciones de flujo uniforme o gradualmente variado y condiciones de superficie libre, no se obtienen resultados cuando se producen condiciones distintas.

El modelo iterativo desarrollado es una herramienta alternativa de solución, que logra simular efectivamente el problema y determinar los caudales salientes de

líquido y de gas. Los resultados obtenidos con esta herramienta, comparados con el simulador son semejantes, lo que permite validar en cierto grado el comportamiento del simulador basado en la dinámica de flujo con superficie libre.

El simulador es aplicable en aquellos problemas en los que se cumplan las condiciones supuestas en el modelo teórico, las cuales son fundamentalmente, flujo estratificado, sin la posibilidad de mezcla entre las fases. Estas condiciones se pueden cumplir en muchos problemas como por ejemplo, el flujo a bajas velocidades de petróleo y gas.

En lo referente a los resultados se pueden señalar las siguientes conclusiones:

La rugosidad influye efectivamente en la distribución de nivel, provocando la ocurrencia de un flujo gradualmente variado, más notable en la medida en que la rugosidad de las paredes sea mayor, debido al incremento en la resistencia al flujo. Cuando se tienen entradas simétricas de líquido, la rugosidad influye ligeramente en las magnitudes de los caudales de salida de líquido, en el caso del manifold estudiado, una rugosidad significativa, provoca una pequeña diferencia entre los caudales de salida, debido a la distribución no uniforme de nivel que ocasiona. Valores de rugosidad media y lisa producen una leve variación en el nivel. En estos casos el flujo es prácticamente uniforme y es difícil apreciar la diferencia en el comportamiento del flujo con valores de rugosidad en este intervalo, especialmente con flujo a baja presión.

Acerca del efecto del incremento en el flujo de gas que entra al manifold, se observa que a mayor flujo de gas hacia el interior del manifold mayor es la presión interna en el mismo, siendo ésta determinante en la distribución de nivel de líquido, sin embargo, afecta muy poco los caudales de salida de líquido, ya que el descenso en el nivel real de líquido y el incremento en la altura equivalente de presión se compensan.

En muchos de los resultados obtenidos se puede apreciar que la presión interna del manifold no depende de manera sensible de la variación del volumen disponible para el gas, que es función del volumen ocupado por la fase líquida presente en el manifold. Se observó que es más relevante la magnitud total de gas entrante y la resistencia en el flujo de salida de gas, determinada por el valor de los diámetros de los tubos de salida y también por las longitudes de tramo recto y longitud equivalente de accesorios. Una mayor resistencia en el flujo de salida de gas implica mayor presión, afectando la distribución de nivel, valores de resistencia desigual provocan consecuentemente una desigual salida de gas.

El diámetro de las salidas es determinante en la magnitud del flujo de líquido, esto puede afectar profundamente el nivel en la posición correspondiente, provocando variaciones graduales de nivel y en algunos casos, variaciones rápidas de nivel, según las condiciones de entrada, impidiendo la posibilidad de obtener una solución.

Acerca de la distribución de las magnitudes de los flujos que entran al manifold, con entradas simétricas o asimétricas, el flujo resulta gradualmente variado con un mayor nivel en las zonas donde entra más caudal, rasgo que es más notable en la medida en que el efecto de la rugosidad sea más importante. Con entradas asimétricas la distribución gradual de nivel implica una diferencia notable en los valores de caudal de salida de líquido.

Los materiales usados en la construcción de dispositivos como un manifold tienen rugosidades medias y bajas, razón por lo cual es de esperarse una distribución de nivel muy gradual tendiendo a ser uniforme, minimizando la posibilidad de variaciones de presión, como consecuencia del efecto de difusión en la fase gaseosa, lo que justifica la suposición de un campo de flujo uniforme para la presión.

Como recomendación, trabajos futuros pueden contemplar la construcción de un banco de pruebas experimental de una manifold de separación, con el propósito de

realizar experimentos que permitan mejorar los modelos teóricos del simulador, especialmente para mejorar o simplemente determinar un mejor modelo para los coeficientes de resistencia de los flujos de salida.

Para mejorar el modelo contemplado en este trabajo, es importante introducir modelos teóricos que consideren aspectos más complejos de la hidrodinámica del flujo de dos fases, tales como, la mezcla de la fases, introducir la determinación de la posibilidad de tener líquido arrastrado por el gas y considerar patrones de flujo en las entradas diferentes al de flujo estratificado.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Azzopardi, B. “*Two-Phase Flows at T-Junctions*”. International Journal of Multiphase Flow. Vol.18, No.6. Noviembre, 1992. pp. 677-713.
- [2] Alarcón, Gabriel. “*Flujo de dos fases Parte I*”. Universidad de los Andes. Facultad de Ingeniería. Publicaciones.
- [3] Bustamante, Angel. “*Design and performance of multiphase distribution manifold*”. Thesis for the Degree of Master of Science in the Discipline of Mechanical Engineering, The University of Tulsa. Tulsa, 2003.
- [4] Cunge, J.A., Holly, F.M. y Verwey, A. “*Practical Aspects of Computational River Hydraulics*”, Pitman ADVANCED Publishing Program, 1980.
- [5] Chow V. T. “*Hidráulica de Canales Abiertos*”. McGraw Hill, Santafé de Bogotá, Colombia, 1994.
- [6] Chanson, Hubert. “*Hidráulica de Flujo en Canales Abiertos*”, 1era Edición. Mc Graw Hill, 2002
- [7] Dulhoste J-F. “*Contribution à la Commande non linéaire de systèmes d’irrigation*”, Thèse Docteur de L’Inpg. Institut National Polytechnique de Grenoble. France, 2001.
- [8] Dulhoste J – F. “*Non-linear Control of Water Flow Dynamics by Input-Output Linearization based on a Collocation Method Model*”. European Control Conference (ECC2001), Porto, Portugal. September, 2001.
- [9] Dukler, A. y Hubbard, M.: “*A Model for Gas-Liquid Slug Flow in Horizontal and Near Horizontal Tubes*”. Ind. Eng. Chem. Fund., 14, 1975, pp. 337-347.

- [10] Fletcher C.A.J. “*Computational Galerkin Methods*”. Springer Series in Computational Physics. Springer-Verlag, 1984.
- [11] Fox, Robert y McDonald, Alan. “*Introducción a la Mecánica de los Fluidos*”. 4ta Edición. Mc Graw Hill. México, 1995.
- [12] Graf W.H. y Altinakar. “*Hydraulique Fluviale*”, Tome I: *Ecoulement permanent uniforme et non uniforme*. Collection traitée de génie civil. Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. Presses polytechniques et universitaires Romandes, 1993.
- [13] Hong, K.C. y Griston, S.: “*Two-Phase Flow Splitting at an Impacting Tee*”. SPE Production & Facilities, Vol.10, No.3. Agosto, 1995. pp. 184-190.
- [14] Kumar G.S., Karki K.S. y Hager W.H. 1997, “*Subcritical junction flow*”, *Journal of Hydraulic Engineering*. Vol. 123, No. 5. May, pp 447-455.
- [15] Liggett J. y Cunge J. 1975, *Numerical methods of solution of the unsteady flow equations in unsteady flow in open channels*, K. Mahmood et al (Ed.) Water Res. Publ., Fort Collins, CO, USA.
- [16] Malaterre P.O. 1994, “*Modelisation, analyse et commande LQG d’un canal d’irrigation*”, Ph.D. Thesis LAAS-CNRS-ENGREF-Cemagref, ISBN 2-85362-368-8.
- [17] Miller, D.S.: “*Internal Flow, A Guide to Losses in Pipe and Duct Systems*”. BHRA Cranfield, Bedford. UK, 1971.
- [18] Oliveto G., Biggiero V. y Hager W.H. “*Bottom outlet for sewers*”, *Journal of Irrigation and drainage Engineering*. Vol. 123, No. 4. May/August 1997. pp. 246-252.

- [19] Preissmann A. *Difficultés rencontrées dans le calcul des ondes de translation à front raide*. 11^{ème} congrès IAHR, Leningrad, Vol 3, 1965.
- [20] Potter, Merle y Wiggert, David. *“Mecánica de Fluidos”*. Segunda Edición. Prentice Hall. México, 1998.
- [21] Rubio, SanJuan, I. *“Elementos de Hidráulica General y Aplicada”*. Editorial Labor, S. A.
- [22] Russell, George, *“Hidráulica”*. 1era Edición. C.E.C.S.A, 1974.
- [23] Reimann, J. y Khan, M.: *“Flow through a Small Break at the Bottom of a Large Pipe with Stratified Flow”*. 2da Edición. Topical Meeting on Nuclear Reactors Thermohydraulics. Santa Barbara, California, 1984.
- [24] Stelkoff T. 1970, *“Numerical solution of Saint-Venant equation, Journal of Hydraulical Engineering”*. Division ASCE, Vol. 96, No. HY1, pp. 223-252.
- [25] Streeter, V., Wylie, B. y Bedford, K., *“Fluid Mechanics”*. 9th Edition. McGraw Hill. Colombia, 1997.
- [26] Saint-Venant (de) Barré A. J. C. *“Théorie du mouvement non-permanent des eaux avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit”*. Académie de Sciences de Paris, Comptes rendus Vol. 73, p 148-154, 237-240, 1871.
- [27] Taitel, Y. y Barnea, D.: *“Two-Phase Slug Flow”*. Academic Press Inc. 1990.
- [28] Taitel, Y. y Dukler, A.: *“Effect of Pipe Length on the Transition Boundaries for High-Viscosity Liquids”*. International Journal of Multiphase Flow, Vol.13, No. 4. Jul-Aug 1987. pp. 577-581.

[29] White, Frank M., “*Mecánica de Fluidos*”. Primera Edición. McGraw-Hill. España, 1983.

[30] Wang, S. y Shoji, M.: “*Fluctuation Characteristics of Two-phase Flow Splitting at a Vertical Impacting T-junction*”. International Journal of Multiphase Flow, Vol. 28, No.12. Diciembre, 2002. pp. 2007-2016.

Referencias Electrónicas:

[29] <http://www.netlib.org>

WWW.BDIGITAL.ULA.VE