

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERIA
POSTGRADO EN INGENIERIA ESTRUCTURAL

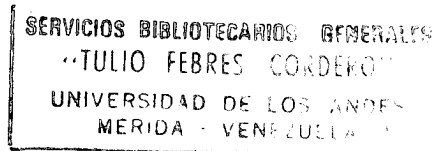
TH672.5
F8P8

**FALLAS POR FATIGA EN ESTRUCTURAS
DE CONCRETO ARMADO**

WWW.BDIGITAL.ULA.VE
por:
Mónica Puglisi Villamediana

Octubre de 1994

Mérida - Venezuela



Fecha: 02 MAR 1995

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

FALLAS POR FATIGA EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO ARMADO

por

Ing. Mónica Puglisi Villamediana

Tesis presentada como requisito parcial para la obtención del grado de
Magister Scientiae en Ingeniería Estructural.

Facultad de Ingeniería
Universidad de Los Andes

28 de Octubre de 1994

Aprobada:

Tutor: Dr. Julio Flórez López



Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Julio Florez López y al Sr. Euno Quintero

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

RESUMEN

Un efecto muy importante a tomar en cuenta para la simulación numérica del comportamiento de estructuras de concreto armado es la fatiga oligocíclica o fatiga durante un pequeño número de ciclos. Este fenómeno ocurre con grandes incrementos de plasticidad a esfuerzos o deformaciones máximas constantes en cada ciclo. Es evidente que este es el único efecto de fatiga significativo durante las sollicitaciones sísmicas. En este artículo se propone un modelo para la caracterización de este fenómeno. Este modelo se basa en la mecánica de la degradación o teoría del daño continuo. Se propone una versión simplificada de esta teoría adaptado al análisis no lineal de estructuras aporticadas. Este modelo se identifica por medio de resultados experimentales obtenidos en laboratorio sobre especímenes que representan uniones viga-columna de pórticos de concreto armado. La precisión del modelo se demuestra al compararlo con resultados experimentales.

INDICE

LISTA DE FIGURAS.....	vii
-----------------------	-----

1.- INTRODUCCION.....	1
2.- REVISION BIBLIOGRAFICA.....	3
2.1.- ANALISIS DE PORTICOS INELASTICOS.....	3
2.1.1.- Variables.....	3
2.1.2.- Ecuaciones.....	6
2.1.3.- Ley de Comportamiento Elástico.....	10
2.1.4.- Ley de Comportamiento Elasto-Plástico Perfecto.....	11
2.1.5.- Ley de Comportamiento Elasto-Plástico con Endurecimiento cinemático.....	14
2.2.- MODELO ELASTO-PLASTICO CON DAÑO.....	14
2.3.- LIMITACIONES DE LOS MODELOS PRESENTADOS.....	28
2.4.- DEFINICION DE LA FATIGA OLIGOCICLICA.....	29

3.- COMPORTAMIENTO EXPERIMENTAL DE MIEMBROS DE	
CONCRETO ARMADO EN FATIGA OLIGOCICLICA.....	30
3.1.- ENSAYOS DE UNIONES VIGA-COLUMNA DE CONCRETO ARMADO.....	30
3.2.- DESCRIPCION DE ENSAYOS DE FATIGA OLIGOCICLICA.....	30
3.2.1.- Diseño del Encofrado.....	30
3.2.2.- Diseño de los Apoyos.....	33
3.2.3.- Medición Experimental.....	33
3.2.4.- Equipo Utilizado.....	39
3.2.5.- Solicitaciones.....	39
3.2.5.- Ensayos realizados.....	41
3.3.- RESULTADOS DE LOS ENSAYOS.....	42
3.4.- OBSERVACIONES GENERALES.....	54
4.- MODELADO MATEMATICO DE LA FATIGA OLIGOCICLICA.....	60
4.1.- EXPRESION DE LA VELOCIDAD DEL DAÑO EN EL MODELO ULA.....	61
4.2.- PRIMERA VERSION DEL MODELO MODIFICADO.....	62
4.3.- VERSION DEFINITIVA DEL MODELO MODIFICADO.....	62
4.4.- EJEMPLO DE APLICACION Y SIMULACIONES NUMERICAS	
DE LOS ENSAYOS.....	64
5.- CONCLUSIONES	75
6.- REFERENCIAS.....	76
ANEXOS: PUBLICACIONES EMANADAS DE ESTA TESIS.....	78

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Fotografía de la unión viga-columna, dañada.....	15
Figura 2. Diagrama de flujo del modelo elasto-plástico con daño.....	27
Figura 3. Fotografía del encofrado de una unión viga-columna.....	31
Figura 4. Fotografía del encofrado de una unión viga-columna mostrando..... la lámina base	32
Figura 5. El sistema de encofrado visto desde otro ángulo.....	34
Figura 6. Fotografía donde se muestran las dos dimensiones de las vigas.....	35
Figura 7. Fotografía donde se muestra una viga y el sistema de apoyo.....	36
Figura 8. Detalle del sistema de apoyo.....	37
Figura 9. Colocación del extensómetro de reloj.....	38
Figura 10. Viga lista para ser cargada.....	40
Figura 11. Ensayo de verificación. Viga tipo A.....	43
Figura 12. Ensayo de verificación. Viga tipo B.....	44
Figura 13. Ensayo de fatiga propiamente dicha.....	46
Figura 14. Ensayo de fatiga propiamente dicha.....	47
Figura 15. Ensayos de fatiga oligocíclica.....	48
Figura 16. Ensayos de fatiga oligocíclica.(TAF4).....	49

Figura 17. Ensayos de fatiga oligocíclica.(TBF7).....	50
Figura 18. Ensayos de fatiga en escalera..(TAF9).....	51
Figura 19. Ensayos de fatiga en escalera.....	52
Figura 20. Ensayos de fatiga en escalera.....	53
Figura 21. Viga fallada.....	55
Figura 22. Viga fallada.....	56
Figura 23. Aplastamiento en la parte superior de las vigas.....	57
Figura 24. Viga fallada.....	58
Figura 25. Equipo utilizado para los ensayos.....	59
Figura 26. Diagrama de flujo del Modelo de Fatiga.....	66
Figura 27. Comparación entre los ensayos y el modelo.....	68
Figura 28. Comparación entre los ensayos y el modelo.....	69
Figura29. Ensayo de verificación, coincide perfectamente con el modelo y tiene un desplazamiento plástico ultimo de 33 mm, la probeta falla en el séptimo ciclo.....	70
Figura 30. La probeta se rompe en el tercer ciclo, con una carga de 4200 Kg. y un desplazamiento plástico último de 64 mm.....	71
Figura 31. Este ensayo tiene tres ciclos, con una fuerza máxima de 4500 Kg. El modelo coincide muy bien y falla a una fuerza de 3900 Kg. con una desplazamiento plástico último de 29 mm.....	72
Figura 32. La probeta se sometió a una carga máxima de 4360 Kg. y ocurrió la falla a 4260 Kg. Falló al tercer ciclo con un desplazamiento plástico último de 60 mm.....	73
Figura 33. Es un ensayo de fatiga en escalera, la primera carga máxima fue de 4100 Kg., la segunda de 4200 Kg. y la última a la que falló la probeta fue de 4280 Kg., con un desplazamiento plástico último de 29 mm.....	74

1.- INTRODUCCION

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Nuestro objetivo es la simulación numérica del colapso de estructuras aporticadas de concreto armado. Para ello hace falta desarrollar un modelo que tome en cuenta los efectos de fatiga. Este modelo se basará en el modelo elasto-plástico perfecto con daño -- [1,2]. Este modelo es una generalización de los modelos elástico y elasto-plástico perfecto. En el modelo elástico las fuerzas son proporcionales a los desplazamientos. En condiciones reales, la rigidez de los elementos disminuye como consecuencia del agrietamiento. Tampoco podemos representar con este modelo la aparición de deformaciones permanentes. En el modelo elasto-plástico perfecto a partir del límite de fluencia, las deformaciones pueden crecer indefinidamente mientras que el esfuerzo permanece constante. Este modelo ignora el aumento del esfuerzo debido al flujo plástico y al endurecimiento por deformación.

El modelo elasto-plástico con daño mejora los modelos nombrados anteriormente, tomando en cuenta el daño, que explicaremos más adelante, pero no toma en cuenta los

efectos de fatiga, que es lo que haremos en nuestro trabajo. Tomaremos solamente los efectos de fatiga oligocíclica. Esto quiere decir, cuando una estructura se encuentra bajo sollicitaciones cíclicas en las cuales la máxima sollicitación del ciclo está muy cerca del momento último de la rótula inelástica. Estos son los que mejor demuestran los efectos de fatiga en momentos de sismos.

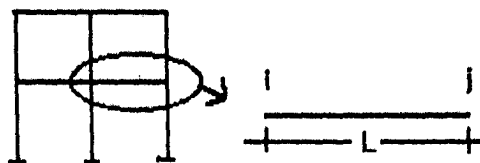
El modelo elasto-plástico con daño está formado por una parte por conceptos de plasticidad concentrada [2], y por otra, por conceptos de la mecánica de la degradación [3]. Esta última es la que me permite los conocimientos necesarios para definir las nuevas variables. En el modelo elasto-plástico con daño se introducen dos nuevas variables internas. El índice de daño que evalúa la pérdida de rigidez y las deformaciones plásticas que cuantifican las deformaciones permanentes. Las cuales se suponen se concentran en rótulas plásticas.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera: Cap.2.Revisión bibliográfica, donde hablamos del análisis de pórticos y de las leyes de comportamiento de los diferentes modelos, previos a nuestro modelo. Definición de fatiga oligocíclica. Cap. 3. Comportamiento experimental de miembros de concreto armado en fatiga oligocíclica, aquí describimos los ensayos realizados y sus resultados. Cap.4. Modelado matemático de la fatiga oligocíclica, donde desarrollamos el modelo definitivo y explicamos las simulaciones hechas a los ensayos.

2.- REVISION BIBLIOGRAFICA

2.1.- ANALISIS DE PORTICOS INELASTICOS.

Considérese un miembro de un pórtico plano entre los nodos i y j como se indica a continuación:

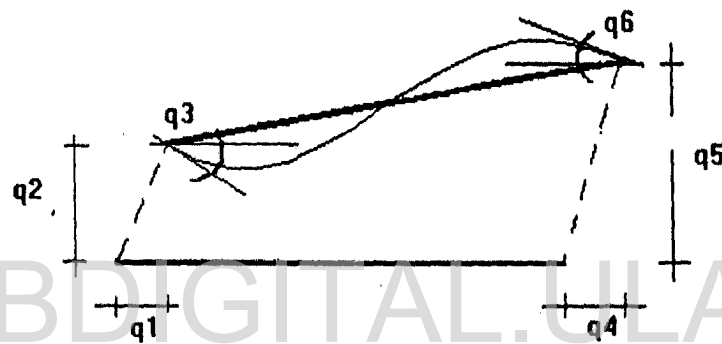


2.1.1.- VARIABLES.

Ahora definiremos las variables que usaremos en el transcurso de este trabajo:

DESPLAZAMIENTOS GENERALIZADOS:

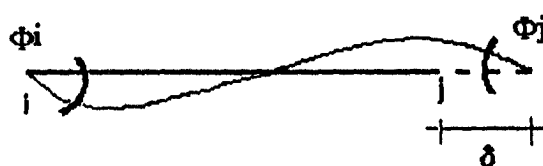
Son los movimientos de los nodos i y j de la barra desplazada con respecto a su posición original, los cuales se denominan: q_1 desplazamiento horizontal, q_2 desplazamiento vertical y q_3 rotación del nodo, estos del nodo i; q_4 desplazamiento horizontal, q_5 desplazamiento vertical y q_6 rotación del nodo, estos del nodo j. Como se muestra en la siguiente figura:



DEFORMACIONES GENERALIZADAS:

Las deformaciones serán los giros en los extremos i y j, dichos giros o deformaciones se denominan Φ_i y Φ_j medidos respecto a la cuerda i-j de la barra desplazada y la deformación axial δ producida por la fuerza axial N, como se muestra en la figura que sigue, y se denominan:

$$\{\Phi\}^T = \{\Phi_i, \Phi_j, \delta\} \quad (2.1)$$



ESFUERZOS GENERALIZADOS:

Son los momentos flectores aplicados en los extremos i y j denominados M_i , M_j y una carga axial N , como se muestra en la siguiente figura, y se denominan:

$$\{M\}^T = \{M_i, M_j, N\} \quad (2.2)$$



FUERZAS INTERNAS:

Son las fuerzas y los momentos actuantes sobre el miembro, y se denominarán:

$$\{Q\}^T = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_6\} \quad (2.3)$$

donde:

Q_1 = Fuerza horizontal del nodo i

Q_2 = Fuerza vertical del nodo i

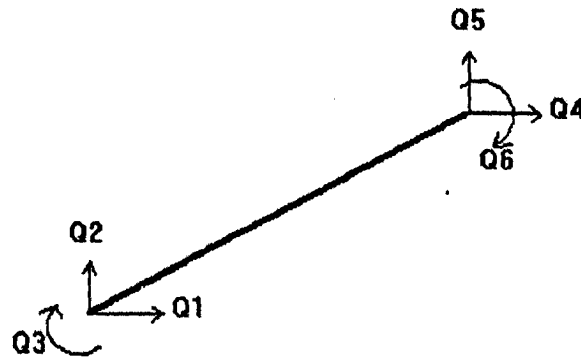
Q_3 = Momento en el extremo i

Q_4 = Fuerza horizontal del nodo j

Q_5 = Fuerza vertical del nodo j

Q_6 = Momento en el extremo j

Este sistema de fuerzas representado en un sistema de ejes globales se muestra en la siguiente figura:



FUERZAS EXTERNAS:

Son las aplicadas sobre los nodos y son datos conocidos:

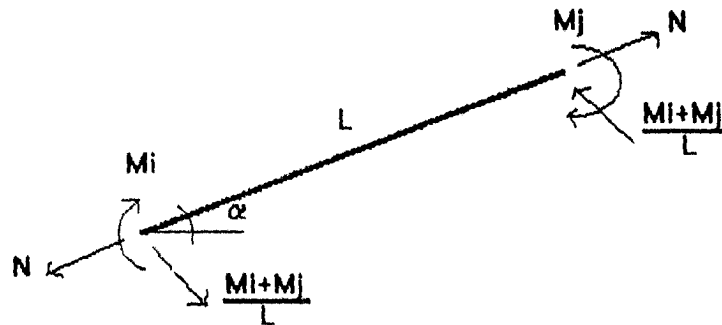
$$\{\mathbf{P}\}^T = \{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots\} \quad (2.4)$$

2.1.2.- ECUACIONES

Las variables antes expuestas se calculan por medio de las siguientes relaciones:

EQUILIBRIO DE LOS MIEMBROS:

Producto del equilibrio de los esfuerzos generalizados $\{\mathbf{M}\}$, aplicados en los nodos de la barra, se pueden expresar las fuerzas generalizadas globales $\{\mathbf{Q}\}$. El equilibrio de los esfuerzos se grafica a continuación:



Donde las fuerzas generalizadas globales se determinan a partir de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= (M_i + M_j) * \sin \alpha / L - N * \cos \alpha \\
 Q_2 &= -(M_i + M_j) * \cos \alpha / L - N * \sin \alpha \\
 Q_3 &= M_i \\
 Q_4 &= -(M_i + M_j) * \sin \alpha / L + N * \cos \alpha \\
 Q_5 &= (M_i + M_j) * \cos \alpha / L + N * \sin \alpha \\
 Q_6 &= M_j
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Estas fuerzas expresadas de manera matricial, quedarían:

$$\{Q\} = [B]^T \{M\} \tag{2.6}$$

donde:

$$[B] = \begin{bmatrix} \sin \alpha / L & \sin \alpha / L & -\cos \alpha \\ \cos \alpha / L & \cos \alpha / L & -\sin \alpha \\ 1 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha / L & -\sin \alpha / L & \cos \alpha \\ \cos \alpha / L & \cos \alpha / L & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

EQUILIBRIO DE LOS NODOS:

Sobre un nodo, que imaginamos aislado del sistema, inciden unas fuerzas externas, y también las fuerzas internas que se producen al separar los elementos de unión y de apoyo, ya que, por definición, todos los elementos de unión y apoyo llevan articulaciones en ambos extremos, por lo que la recta que une dichas articulaciones es siempre la línea de acción de la fuerza interna.

El equilibrio de nodos se calcula por medio de la siguiente ecuación:

$$\{P\} + \sum_{b=1}^n \{Q\}_b = 0 \quad (2.8)$$

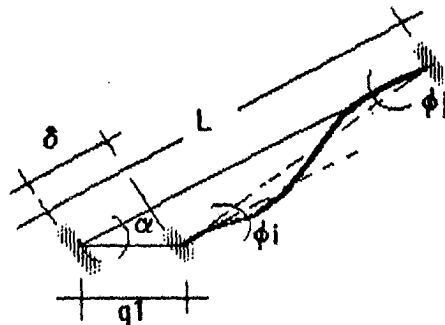
Donde:

P = Fuerzas externas

Q = Fuerzas internas de todas las barras

COMPATIBILIDAD

Las deformaciones generalizadas $\{\Phi_i\}$, se pueden obtener a partir de los desplazamientos generalizados. A continuación se observarán dichas ecuaciones de compatibilidad:

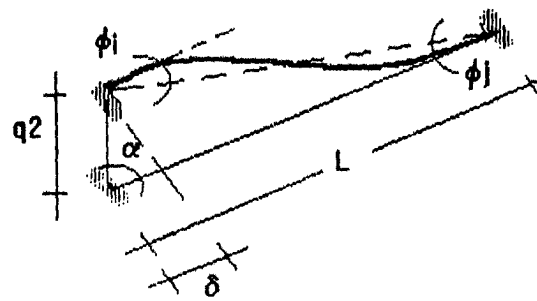


$$\begin{aligned} \phi_i &= q_1 * \sin \alpha / L \\ \phi_l &= q_1 * \sin \alpha / L \\ \delta &= -q_1 * \cos \alpha \end{aligned} \quad (2.9)$$

Deformaciones $\{\Phi_i\}$ debidas a un desplazamiento q_1

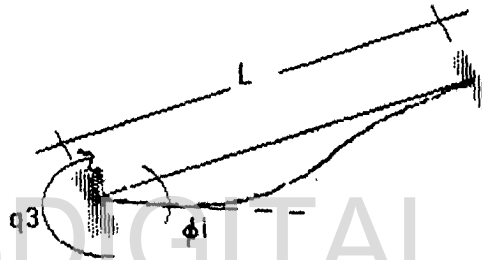
Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)



$$\begin{aligned}\phi_i &= q_2 * \cos \alpha / L \\ \phi_j &= q_2 * \cos \alpha / L \\ \delta &= -q_2 * \sin \alpha\end{aligned}\quad (2.10)$$

Deformaciones $\{\Phi_i\}$ debidas a un desplazamiento q_2



$$\begin{aligned}\phi_i &= q_3 \\ \phi_j &= 0 \\ \delta &= 0\end{aligned}\quad (2.11)$$

Deformaciones $\{\Phi_i\}$ debidas a un desplazamiento q_3

Para calcular las deformaciones $\{\Phi_i\}$ a partir de los desplazamientos q_4 , q_5 y q_6 se procede de manera similar. Luego sumando las deformaciones debidas a los desplazamientos se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\Phi_i &= q_1 \sin \alpha / L + q_2 \cos \alpha / L + q_3 - q_4 \sin \alpha / L + q_5 \cos \alpha / L + 0 \\ \Phi_j &= q_1 \sin \alpha / L + q_2 \cos \alpha / L + 0 - q_4 \sin \alpha / L + q_5 \cos \alpha / L + 1 \\ \delta &= -q_1 \cos \alpha / L - q_2 \sin \alpha / L + 0 + q_4 \cos \alpha / L + q_5 \sin \alpha / L + 0\end{aligned}\quad (2.12)$$

Ahora la relación entre las deformaciones y los desplazamientos se puede expresar matricialmente como:

$$\{\Phi\} = [B]\{q\} \quad (2.13)$$

Donde:

$[B]$ = Matriz definida en la ecuación 2.7

LEY DE COMPORTAMIENTO.

Por definición, es una relación que permite calcular los esfuerzos generalizados a partir de las deformaciones generalizadas o viceversa. En las secciones siguientes mostraremos la Ley de Comportamiento para diferentes casos.

2.1.3.- LEY DE COMPORTAMIENTO ELASTICO

En el caso de pórticos elásticos. En este modelo las deformaciones son proporcionales a los esfuerzos y se relacionan entre sí como:

$$\{M\} = [S_o]\{\Phi\} \quad (2.14)$$

Donde $\{M\} = \{M_i, M_j, N\}$ son los esfuerzos generalizados, $\{\Phi\} = \{\Phi_i, \Phi_j, \delta\}$ son las deformaciones generalizadas, definidas en la sección anterior, y $[S_o]$ es la matriz de

rigidez elástica. En este modelo los coeficientes de la matriz de rigidez permanecen constantes durante la aplicación de la carga.

$$[S_0] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Para el caso particular de una barra de sección transversal constante; de área, "A"; Momento de Inercia, "I"; Módulo de Elasticidad, "E"; y longitud "L", la matriz de rigidez quedaría:

$$[S_0] = \begin{bmatrix} 4EI/L & 2EI/L & 0 \\ 2EI/L & 4EI/L & 0 \\ 0 & 0 & AE/L \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

2.1.4.- LEY DE COMPORTAMIENTO ELASTO-PLASTICO PERFECTO

MODELO DE PLASTICIDAD CONCENTRADA.

Este modelo nos permite tomar en cuenta, la deformación plástica, que ocurre en las barras de un pórtico, sometidos a fuerzas de gran intensidad. En este modelo, la plasticidad, se supone concentrado en los extremos del elemento, tal como se muestra a continuación [2]:



Modelo de plasticidad concentrada.

donde:

- a: Viga elástica
- b: Rótula plástica en el nodo i
- c: Rótula plástica en el nodo j
- d: Rótula plástica axial

LEY DE COMPORTAMIENTO

En el modelo elasto-plástico perfecto, se toman en cuenta las deformaciones plásticas. Este modelo presenta una curva $\{M\} - \{\Phi\}$ bilineal, como se muestra en la siguiente figura. No existe en la realidad materiales que presenten este tipo de curvas.

La ley de comportamiento para este modelo, se escribe como:

$$\{M\} = [S_o]\{\Phi - \Phi_p\} \quad (2.17)$$

Donde:

$\{M\}$ es la matriz de esfuerzos generalizados

$\{\Phi\}$ es la matriz de deformaciones generalizadas

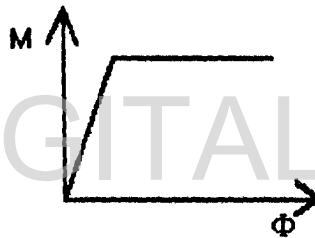
$[S_o]$ es la matriz de rigidez elástica

$\{\Phi_p\}^T = \{\Phi_{pi}, \Phi_{pj}, \delta_p\}$ es la matriz de deformaciones plásticas generalizadas, que se suponen concentrados en las rótulas.

Para determinar los esfuerzos generalizados y la nueva variable interna (la matriz de deformaciones plásticas) necesitamos introducir una ecuación adicional (puesto que hay una incógnita adicional) denominada ley de evolución de las deformaciones plásticas. Esta se escribe usando dos funciones de fluencia o de plasticidad que tienen la siguiente expresión cuando se desprecian los efectos axiales:

$$f_i = |M_i| - M_y \quad (2.18)$$

La gráfica en este caso es:



Entonces:

$$\text{si } \begin{cases} f_i < 0; \Delta\Phi_i^p = 0 & \text{no hay plasticidad} \\ f_i = 0; \Delta\Phi_i^p \neq 0 & \text{hay plasticidad} \end{cases}$$

Esta última relación es la ley de evolución de las deformaciones plásticas.

Estos modelos presentados anteriormente no representan totalmente la realidad puesto que no toman en cuenta el agrietamiento de la sección durante la sollicitación.

2.1.5.-LEY DE COMPORTAMIENTO ELASTO-PLASTICO CON ENDURECIMIENTO CINEMATICO.

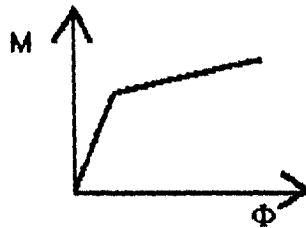
La Ley de Comportamiento en este caso se escribe como:

$$\{\mathbf{M}\} = [\mathbf{S}_0]\{\Phi - \Phi_p\} \quad (2.19)$$

pero la nueva función de fluencia es:

$$f_1 = |\mathbf{M}_t - c\Phi_p| - M_y \quad (2.20)$$

y la gráfica en este caso es:



2.2.- MODELO ELASTO-PLASTICO CON DAÑO.

INTRODUCCION

Este modelo es una fusión de conceptos. Por una parte, la mecánica de la degradación en el marco de los medios continuos [3], y por otra el modelo de plasticidad concentrada, anteriormente presentado. El modelo de plasticidad concentrada, supone que es posible

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

considerar todos los efectos inelásticos (en este caso particular, la plasticidad y el daño), concentrado en rótulas inelásticas; en las barras de un pórtico sometidos a fuerzas de gran intensidad. La mecánica de la degradación clásica, introduce una nueva variable interna que representa el estado de degradación o daño de los miembros del material durante las solicitaciones. Esta variable se denomina “**índice de daño**”. Esta nueva variable interna físicamente representa el agrietamiento de la sección, y su valor puede variar entre 0 para materiales intactos y 1 para materiales totalmente dañados. A continuación las gráficas representan la fusión de conceptos antes explicada.



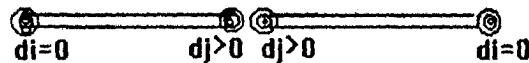
Figura 1. Fotografía de la unión viga-columna, dañada

Esta fotografía nos muestra una viga dañada en uno de sus extremos, como se ve a ambos lados de la cara de la columna.

Ahora, modelando la viga anteriormente mostrada:



Según el modelo de plasticidad concentrada, tenemos la viga elástica, y en sus extremos dos rótulas inelásticas, donde se va a concentrar el daño y la plasticidad. Ahora, aplicando la nueva variable “índice de daño” al modelo, tenemos:



que el daño en el extremo “i” es igual a cero, porque está intacto. El daño en el extremo “j” es mayor que cero, porque representa una sección severamente agrietada.

Para una explicación más detallada de este modelo ver referencias [2,4].

LEY DE COMPORTAMIENTO

En este modelo, se toman en cuenta las deformaciones plásticas y el daño, y la Ley de Comportamiento para este caso, se escribe de la manera siguiente:

$$\{M\} = [S(D)]\{\Phi - \Phi_p\} \quad (2.21)$$

donde:

$\{M\}$ es la matriz de esfuerzos generalizados

$\{\Phi\}$ es la matriz de deformaciones generalizadas

$\{\Phi^p\}$ es la matriz de deformaciones plásticas generalizadas

$[S(D)]$ es la matriz de rigidez del miembro dañado o agrietado

La expresión explícita de la matriz de rigidez de la barra degradada, en función de los coeficientes de la matriz de rigidez inicial, mostrada en la sección 2.1.3. , es:

$$\begin{aligned}
 S(D)_{11} &= \frac{(1-D_i)(D_j S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0) S_{11}^0}{D_i D_j S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0} \\
 S(D)_{12} = S(D)_{21} &= \frac{(1-D_i)(D_j - 1) S_{11}^0 S_{12}^0 S_{22}^0}{D_i D_j S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0} \\
 S(D)_{22} &= \frac{(1-D_j)(D_i S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0) S_{22}^0}{D_i D_j S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0} \\
 S(D)_{33} &= (1-D_s) S_{33}^0 \\
 S(D)_{13} = S(D)_{23} = S(D)_{31} = S(D)_{32} &= 0
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

En el caso de una barra de sección constante A , de momento de inercia I , de longitud L y de módulo de elasticidad E , los coeficientes de la matriz de rigidez de una barra degradada son:

$$\begin{aligned}
 S(D)_{11} &= \frac{(1-D_i)(4-D_j)}{4-D_i * D_j} * 4EI/L \\
 S(D)_{12} = S(D)_{21} &= \frac{4 * (1-D_i)(1-D_j)}{4-D_i * D_j} * 2EI/L \\
 S(D)_{22} &= \frac{(1-D_j)(4-D_i)}{4-D_i * D_j} * 4EI/L \\
 S(D)_{33} &= (1-D_s) * AE/L \\
 S(D)_{13} = S(D)_{23} = S(D)_{31} = S(D)_{32} &= 0
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

La ley de evolución de las deformaciones plásticas se escribe, como en el caso anterior, usando funciones de fluencia:

$$f_i = (M, \Phi_p, D) \quad (2.24)$$

Entonces:

$$\text{si } \begin{cases} f_i < 0; \Delta\Phi_i^p = 0 & \text{no hay plasticidad} \\ f_i = 0; \Delta\Phi_i^p \neq 0 & \text{hay plasticidad} \end{cases}$$

Como se introdujo una nueva variable interna (el daño $\{D\}^T = \{d_i, d_j, d_n\}$), es necesario definir una nueva ley de evolución. La ley de evolución del daño se escribe usando funciones de daño:

$$g_i = (G, \Phi_p, D) \quad (2.25)$$

Entonces:

$$\text{si } \begin{cases} g_i \leq 0, \Delta d_i = 0 & \text{no hay daño} \\ g_i = 0, \Delta d_i > 0 & \text{hay daño} \end{cases}$$

Las funciones inelásticas f y g pueden ser identificadas por los resultados experimentales. Esta identificación puede ser hecha con pruebas en juntas vigas-columnas, ver [1]. Las expresiones de las funciones inelásticas para el caso particular de efectos axiales despreciables son las siguientes:

$$f = \left| M - \left(\frac{1-d}{4-d} \right) c\Phi_p \right| + 4 \left(\frac{1-d}{4-d} \right) M_y \quad (2.26)$$

$$g = G - \left(G_{cr} + q \frac{\ln(1-d)}{(1-d)} \right) \quad (2.27)$$

donde

$$G = \frac{1}{2} \frac{M^2}{(1-d)^2 S_{11}^0} \quad (2.28)$$

G es la fuerza termodinámica asociada al daño, y corresponde a un cuerpo similar al de la tasa de restitución de energía. Los valores de c, M_y , G_{cr} , y q son constantes que no pueden ser determinadas por la teoría clásica del concreto reforzado. Estas pueden ser calculadas, ver referencia [10], en función del momento de agrietamiento, el momento plástico o de cedencia, el momento último y la deformación plástica al momento último, como se muestra a continuación:

1er Paso: CALCULO DE G_{cr}

Cuando por primera vez hay daño, tenemos:

$$M = M_{cr}; \quad d = 0; \quad g = 0$$

$$\frac{1}{2} \frac{M_{cr}^2}{S_{11}^0} - G_{cr} = 0 \Rightarrow \text{CALCULO } G_{cr} \quad (2.29)$$

2do Paso: CALCULO DE q

Durante el proceso de daño, $g=0$.

Despejando y multiplicando por (1-d), tenemos:

$$\frac{1}{2} \frac{M^2}{S^0} = (1-d)^2 G_{cr} - q(1-d)\ln(1-d) \quad (2.30)$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

Cuando $M=Mu$, nos queda:

$$\frac{1}{2} \frac{Mu^2}{S^0} = (1 - du)^2 G_{cr} - q(1 - du) \ln(1 - du) \quad (2.31)$$

en este punto la curva está en máximo, por lo tanto derivando e igualando a cero, tenemos:

$$-2(1 - d)G_{cr} - q \left[-\ln(1 - d) - \frac{1 - d}{1 - d} \right] = 0 \quad (2.32)$$

Resolviendo el sistema de dos ecuaciones (2.31) y (2.32) se calculan las dos incógnitas du y q .

3er Paso: CALCULO DE M_y

Cuando por primera vez hay plasticidad tenemos que:

$$g = 0 ; f = 0; d = d_p; F^p = 0; M = M_p$$

de la ecuación de g , tenemos:

$$g = 0$$

$$\frac{1}{2} \frac{M_p^2}{(1 - d_p)^2 S^0} - G_{cr} - q \frac{\ln(1 - d_p)}{1 - d_p} = 0 \Rightarrow \text{despejo } d_p \quad (2.33)$$

e introduciendolo en la ecuación f, tenemos:

$$M_p - \frac{1-d_p}{4-d_p} - 4M_y = 0 \Rightarrow \text{despejo } M_y \quad (2.34)$$

4to Paso: CALCULO DE c

Cuando

$$M = M_u; \quad d = d_u; \quad F^p = F_u^p \quad \text{y} \quad f = 0$$

NOTA: El modelo de plasticidad dice: Que si f es negativo, no hay incremento de la plasticidad y, si f=0 hay incremento de la plasticidad; f nunca es positivo.

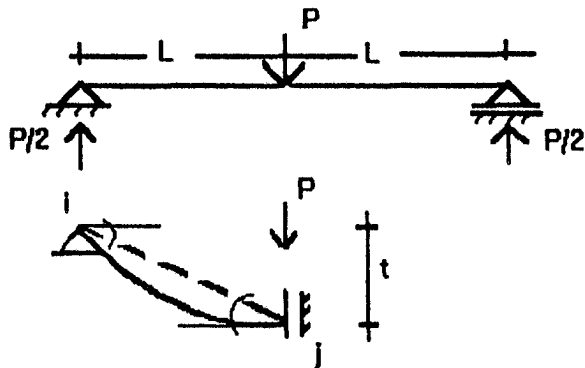
Entonces:

$$M_u - \frac{1-d_u}{4-d_u} (cF_u^p + 4M_y) = 0 \Rightarrow \text{despejo } c \quad (2.35)$$

conozco todas las demás variables.

EJEMPLO DE APLICACION:

Para ilustrar como funciona el modelo elasto-plástico con daño, consideraremos una viga simplemente apoyada, sometida a una fuerza concentrada en el centro, este ejemplo corresponde al caso indicado en la Figura 1. Debido a la simetría de la viga, el modelo se muestra a continuación:



Donde:

P = Carga aplicada en el centro de la viga.

t = Flecha en el punto medio de la viga.

t^p = Flecha permanente en el punto medio de la viga.

La ley de comportamiento para el modelo elasto-plástico con daño, como dijimos

anteriormente es:

$$\{M\} = [S(D)]\{F - F^p\} \quad (2.36)$$

$$\begin{Bmatrix} M_i \\ M_j \\ N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_i - F_i^p \\ F_j - F_j^p \\ d \end{Bmatrix}$$

Desarrollando las operaciones indicadas, tenemos:

$$\begin{aligned} M_i &= S_{11}(F_i - F_i^p) + S_{12}(F_j - F_j^p) \\ M_j &= S_{21}(F_i - F_i^p) + S_{22}(F_j - F_j^p) \\ N &= S_{33}d \end{aligned} \quad (2.37)$$

Definiendo las condiciones de borde de nuestro ejemplo, nos queda:

El momento flector en el extremo "i", es igual a cero por ser un apoyo simple. La fuerza

axial es nula.

$$N = 0; \delta = 0; M_i = 0; M_j = \frac{PL}{2}$$

$$\Phi_i^p = 0; \Phi_j = \frac{t}{L}; \Phi_j^p = \frac{t^p}{L}$$

Sustituyendo en la primera ecuación del sistema, tenemos:

$$0 = S_{11}F_i + \frac{S_{12}}{L}(t - t^p)$$

$$\frac{PL}{2} = S_{21}F_i + \frac{S_{22}}{L}(t - t^p) \quad (2.38)$$

Despejando,

$$F_i = -\frac{S_{12}}{L * S_{11}}(t - t^p) \quad (2.39)$$

introduciendo en la segunda,

$$\frac{PL}{2} = -\frac{S_{21} * S_{12}}{L S_{11}}(t - t^p) + \frac{S_{22}}{L}(t - t^p)$$

$$P = 2 \left[\frac{S_{22} S_{11} - S_{12}^2}{L^2 S_{11}} \right] (t - t^p) \quad (2.40)$$

los coeficientes de la matriz están definidos en la sección anterior. Al sustituir los coeficientes de la matriz en la ecuación anterior, aparecerán dos nuevas variables, que son para nuestro ejemplo: $d_i = 0$; porque en el apoyo “i” no se genera daño, y $d_j = ?$; porque el daño se puede apreciar justo en la cara de la columna.

Quedando en definitiva la siguiente ecuación:

$$P = \frac{4 - 4d}{4 - d} \left(\frac{6EI}{L^3} \right) (t - t^p) \quad (2.41)$$

Donde:

P= Carga aplicada

t= Flecha en el centro de la viga

t^p = Flecha permanente en el centro de la viga.

d=Daño

Esta ecuación me permite graficar la carga “P” contra la flecha “t”, de la manera siguiente:

1.- Comenzamos cuando la carga “P” es igual a cero. Vamos incrementando “P”. Cuando la carga “P” es menor que la carga crítica de agrietamiento “ P_{cr} ”, todavía no existe daño “ $d=0$ ”, tampoco existe flecha permanente “ $t^p=0$ ”. Entonces, la ecuación que me define la gráfica en el primer tramo es:

$$0 \leq P \leq P_{cr} ; d = 0 ; t^p = 0 \Rightarrow P = \left(\frac{6EI}{L^3} \right) t \quad (2.42)$$

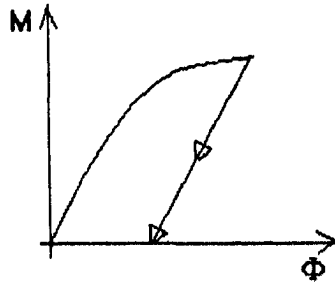
2.- Seguimos incrementando la carga. Cuando la carga está entre la carga crítica y la carga plástica que produce la fluencia del refuerzo. El daño es diferente de cero, pero todavía no existe flecha permanente. La ecuación que define la gráfica, tiene una incognita adicional que es el daño, por lo tanto necesitamos una ecuación adicional. En este caso, es la ley de evolución del daño. Quedando la gráfica, en este tramo, definida por estas ecuaciones:

$$P_{cr} \leq P \leq P_p; \quad d > 0; \quad t^p = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} P = \frac{4-4d}{4-d} \left(\frac{6EI}{L^3} \right) t \\ g = 0 \end{cases} \quad (2.43)$$

3.- Por último, seguimos incrementando la carga. Cuando la carga es mayor que la carga plástica. Aquí el daño y la flecha permanente son diferentes de cero. En este último tramo, la ecuación que define la gráfica, tiene ahora dos incognitas adicionales, que son el daño y la flecha permanente, por consiguiente necesitaremos de ecuaciones adicionales, que serán: La ley de evolución de las deformaciones plásticas y de la ley de evolución del daño. Ahora la gráfica es definida por:

$$P > P_p; \quad t^p > 0; \quad d > 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} P = \frac{4-4d}{4-d} \left(\frac{6EI}{L^3} \right) (t - t^p) \\ f = 0 \\ g = 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

La gráfica en el caso elasto-plástico con daño, quedaría:



Para mayor claridad del ejemplo de aplicación, presentamos en la siguiente página un diagrama de flujo, del proceso de cálculo.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

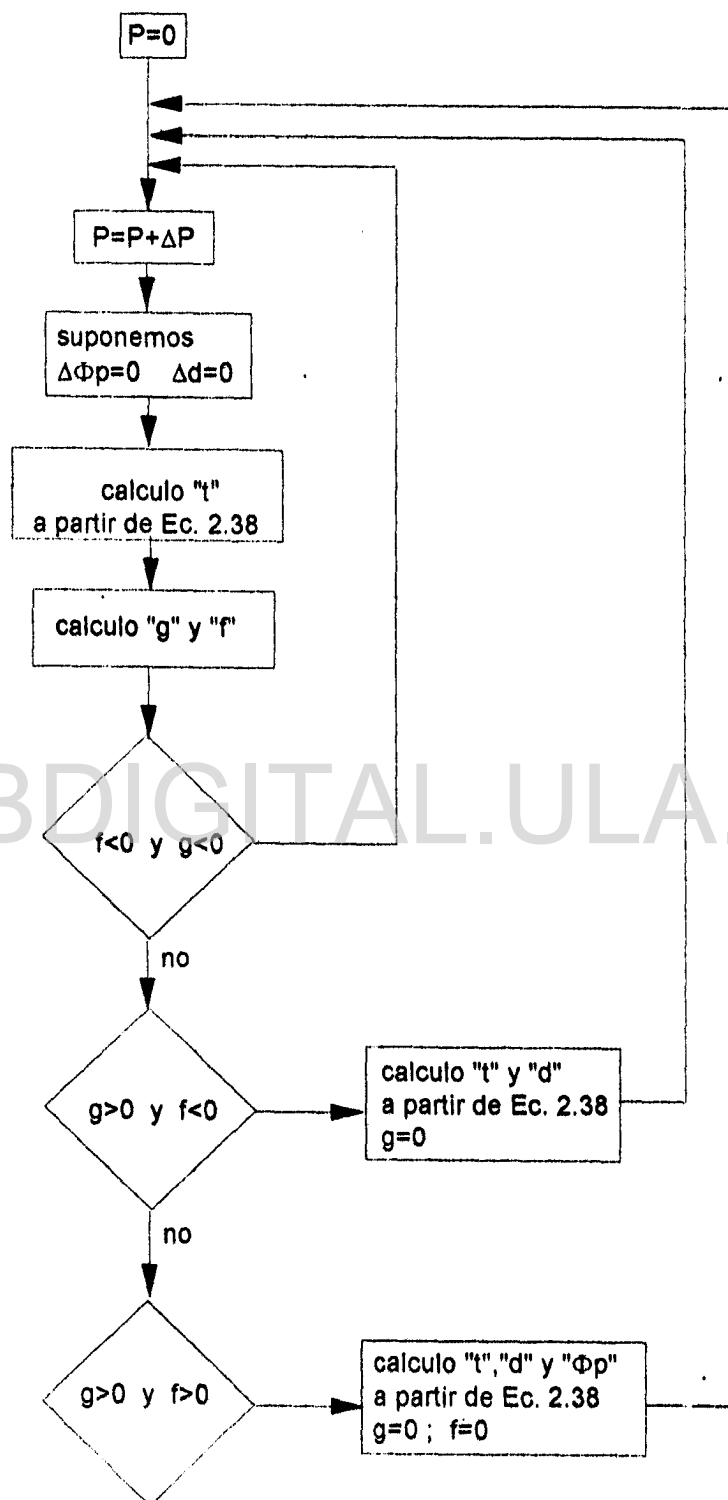


Figura 2. Diagrama de flujo del modelo elastoplástico con daño

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

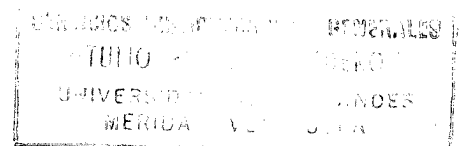
2.3.- LIMITACIONES DE LOS MODELOS PRESENTADOS.

En el modelo elástico las fuerzas son proporcionales a los desplazamientos. En condiciones reales, la rigidez de los elementos disminuye como consecuencia del agrietamiento. Además no podemos representar con este modelo la aparición de las deformaciones permanentes.

En el modelo elasto-plástico perfecto a partir del límite de fluencia, las deformaciones pueden crecer indefinidamente mientras que el esfuerzo permanece constante. Este modelo ignora el aumento de la resistencia debido al flujo plástico y al endurecimiento por deformación.

En el modelo elasto-plástico con endurecimiento se presenta un aumento del límite elástico debido al flujo plástico y al endurecimiento por deformación, pero no toma en cuenta la pérdida de rigidez debido al agrietamiento.

En el modelo elasto-plástico con daño, tomamos en cuenta una nueva variable interna que representa el estado de agrietamiento del miembro, pero solo es recomendable en sollicitaciones monotónicas y además no toma en cuenta los efectos de fuerza axial y los esfuerzos de fatiga. Este modelo tampoco es recomendable; aunque nos va servir de base para crear el nuevo modelo, donde tomamos en cuenta los esfuerzos de fatiga.



Licencia Creative Commons.

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

2.4.- DEFINICION DE LA FATIGA OLIGOCICLICA

Llamamos fatiga oligocíclica, cuando una estructura se encuentra bajo solicitaciones cíclicas en las cuales la máxima sollicitación del ciclo está muy cerca del momento último de la rótula inelástica.

La falla por fatiga se produce en estos casos con muy pocos ciclos; en cada ciclo ocurren incrementos de la deformación plástica y del daño no despreciables. Este concepto debe diferenciarse de la fatiga propiamente dicha, en la cual el comportamiento es elástico en cada ciclo y la falla se produce después de un número muy elevado de ciclos.

Es evidente que para la simulación numérica del comportamiento de estructuras bajo sollicitaciones sísmicas sólo es necesario considerar la fatiga oligocíclica.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

3.- COMPORTAMIENTO EXPERIMENTAL DE MIEMBROS DE CONCRETO ARMADO EN FATIGA OLIGOCICLICA.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

3.1.- ENSAYOS DE UNIONES VIGA-COLUMNA DE CONCRETO ARMADO.

El diseño del tipo de probeta y del encofrado que se usaron en esta tesis, se basaron en diseños previos de otras investigaciones donde podemos citar los ensayos de Park, Kent y Sampson [9], Abrams [6], Saiid, Orié y Douglas [7], y Nijad [8].

3.2.- DESCRIPCION DE ENSAYOS DE FATIGA OLIGOCILCICA.

3.2.1.- DISEÑO DEL ENCOFRADO:

Representa una unión viga-columna (Figura 3). Se realizó en un molde colocado sobre una lámina base, soldada a unos tubos pulidos de 1"×1" (Figura 4) y estos a su vez arriostrados en el otro sentido. El molde en sí se realizó también en lámina dejando una de las tapas fijas y la tapa opuesta es móvil. Este se ajusta a las diferentes medidas por



Figura 3. Fotografía del encofrado de una union viga-columna.

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)



Figura 4. Fotografía del encofrado de una union viga-columna mostrando la lámina base

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

medio de un carril. Tiene agujeros colocados a distancias que definen las diferentes secciones transversales de los especímenes. Las diferentes secciones para nuestro estudio son de 15*15 cm² (Tipo A), 15*20 cm² (Tipo B) y 15*25 cm² (Tipo C). El largo de la viga es variable por medio de planchas que encajan en ranuras existentes en el molde (Figura 5). Estas longitudes son para las vigas Tipo A de 1 metro, para las Tipo B de 1,5 metros, y las Tipo C de 2 metros (Figura 6).

3.2.2.- DISEÑO DE LOS APOYOS:

El aparato de apoyo usado está formado por dos vigas IPN No.12 pareadas (Figura 7). Se le abrieron agujeros a las diferentes longitudes (1 mt., 1,5 mts. y 2 mts.) de las vigas. Se sujetaron aquí unos apoyos hechos con tubos conduven de 10cms*10cms por 25 cms. de alto; con unas planchas en sus extremos para poder levantar la viga. De esta manera la viga no llega a tocar con el aparato de apoyo en el momento que estas se deformen. Sobre estos apoyos de tubo conduven se sujetan los respectivos apoyos de la viga. Un apoyo fijo y un apoyo móvil que representa el rodillo (Figura 8).

3.2.3.- MEDICION EXPERIMENTAL:

Para la medición de las deformaciones se utilizó un extensómetro de reloj (Figura 9). Mide deflexiones hasta dos pulgada (5cms.) con precisión de 1/100 plg. Este se sujeta a un brazo colocado en el punto medio de la viga.



Figura 5. El sistema de encofrado visto desde otro angulo

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)



Figura 6. Fotografía donde se muestran las dos dimensiones de las vigas.

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)



Figura 7. Fotografía donde se muestra una viga y el sistema de apoyo.

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

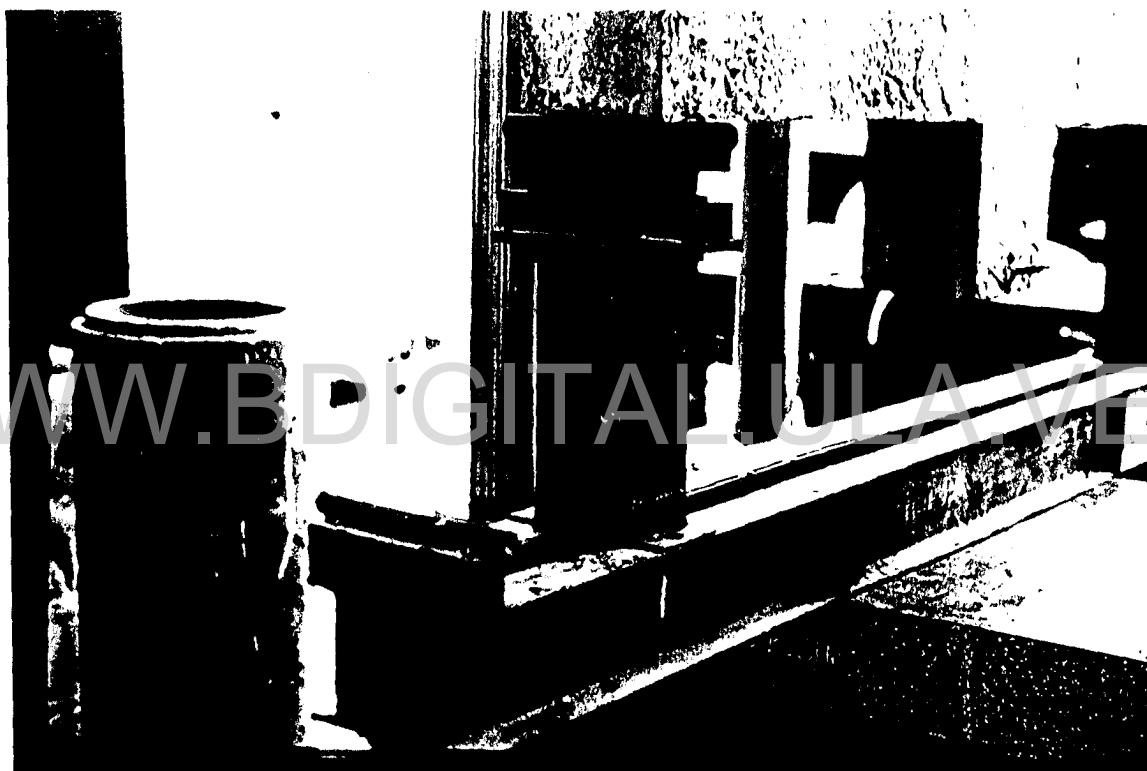


Figura 8. Detalle del sistema de apoyo



Figura 9. Colocación del extensómetro de reloj

Licencia Creative Commons:
Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

3.2.4.- EQUIPO UTILIZADO:

Para la aplicación de la carga sobre el modelo experimental se usó la Máquina Universal TINIUS OLSEN, super L. Capacidad máxima de 200 toneladas. Apreciación por división en la escala menor de 40 Kg. Compuesta de una parte hidráulica y otra eléctrica. La viga es cargada con una fuerza concentrada en el punto medio (Figura 10)^o; para que el daño sea una zona limitada. Esta fuerza es aplicada en la viga mediante ciclos de cargas y descargas.

3.2.5.- SOLICITACIONES:

ENSAYOS DE VERIFICACION:

Aquí la fuerza sobre la viga se aplica mediante ciclos de cargas y descargas de manera creciente. La gráfica de las solicitaciones en este caso es como se muestra a continuación:



Con los resultados obtenidos de estos ensayos se obtuvo aproximadamente la carga a la que se someterían los ensayos de fatiga.



Figura 10. Viga lista para ser cargada

ENSAYOS DE FATIGA:

Para realizar estos ensayos se tomó una fuerza que es constante y tiene un valor entre la carga plástica y la carga última, de los ensayos de verificación. Para estos ensayos la gráfica de las solicitaciones es:



en el caso de fatiga constante, pero en el caso de fatiga en escalera la gráfica de las solicitaciones es:



3.2.6.- ENSAYOS REALIZADOS:

Se realizaron tres tipos de probetas, con las siguientes características:

PROBETA TIPO A: Sección 15*15, Long 1,0 m, acero 4 c. 3/8"

PROBETA TIPO B: Sección 15*20, Long 1,5 m, acero 4 c. 3/8"

PROBETA TIPO C: Sección 15*25, Long 2,0 m, acero 4 c. 3/8"

Para todos los ensayos:

Sección de la Columna: 15*20, acero 4 c. 3/8"

Concreto: $f_c=250 \text{ kg/cm}^2$

Acero: $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$

Estribos de 1/4" cada 7 cms en la viga y cada 4 cms en la columna

3.3.- RESULTADO DE LOS ENSAYOS

ENSAYOS DE VERIFICACION

OBJETIVOS:

- a) Verificación del modelo U.L.A. en junta viga-columna.
- b) Determinación experimental del orden de magnitud de la carga de ruptura.

DESCRIPCIÓN DE LOS ENSAYOS:

El sistema de fuerzas aplicadas fué de cargas y descargas. La carga se varía en cada ciclo.

Se puede observar una zona elástica y una zona plástica perfectamente diferenciable.

También se observa una pérdida de rigidez en cada ciclo de descarga, ya que la pendiente de dicha descarga es cada vez menor, dejando una deformación permanente, hasta la ruptura de la viga.

El modelo propuesto, en el modelo elasto plástico con daño, como se mostrará a continuación tiene una zona elástica perfectamente diferenciable de la zona plástica. El valor máximo de la zona elástica y el máximo de la zona plástica o valor de ruptura nos define el rango de los valores de carga a los cuales vamos a realizar los ensayos de fatiga.

En este caso se realizó un ensayo de verificación en una probeta TIPO A (Figura 11), y uno en una TIPO B (Figura 12), porque los rangos de carga en cada tipo de viga varían, por tener éstas diferentes características.

Como se muestra en las siguientes figuras:

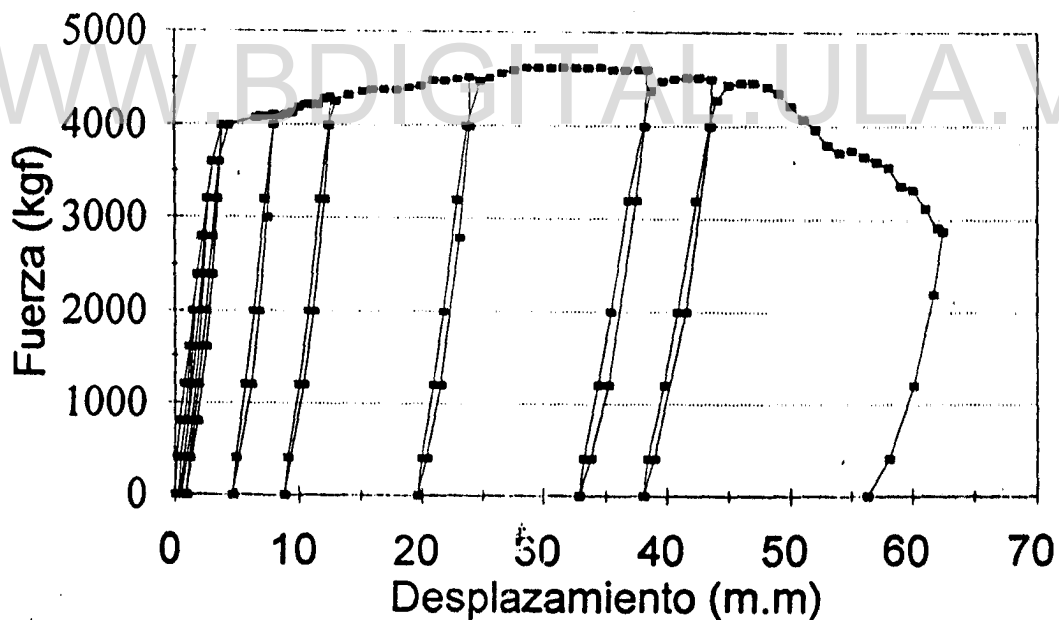


Figura 11. Ensayo de verificación. Viga tipo A

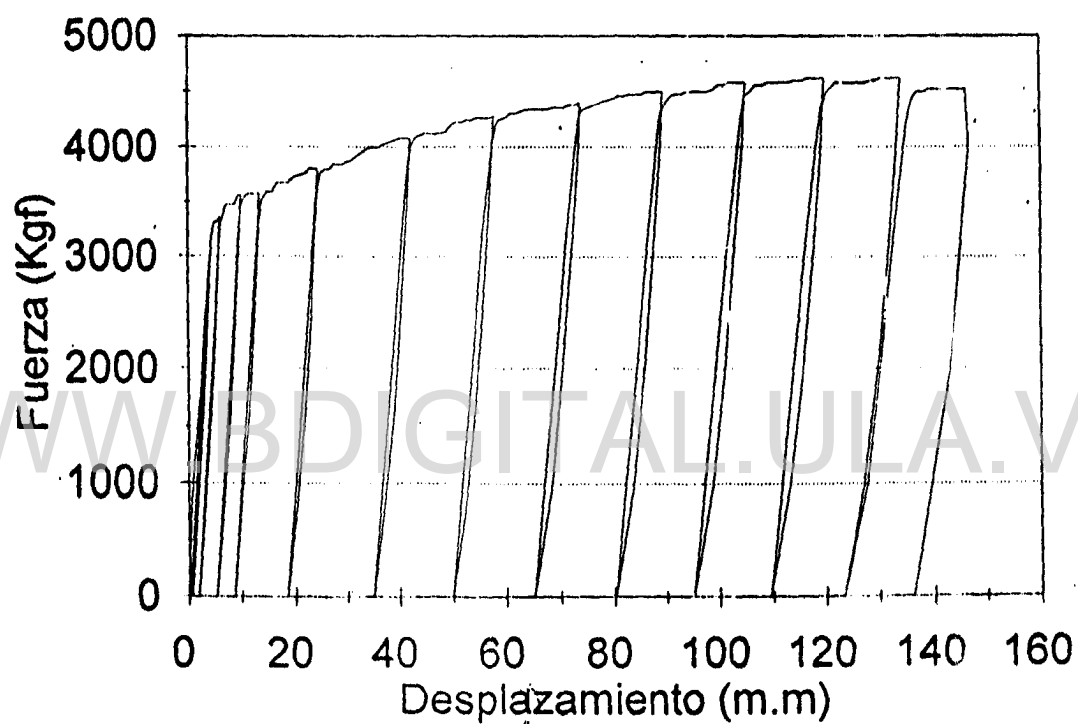


Figura 12. Ensayo de verificación. Viga tipo B

ENSAYOS DE FATIGA

OBJETIVOS:

- a) Base experimental para el desarrollo del nuevo modelo.

DESCRIPCION DE LOS ENSAYOS:

El sistema de fuerzas aplicadas fué de la misma manera, de carga y descargas como en los ensayos de verificación. La carga en cada ciclo permanece constante o sea no aumenta. Esta carga máxima toma un valor entre el momento plástico y el momento último que corresponde a cada tipo de viga. Se puede observar también, la zona elástica y la zona plástica perfectamente diferenciable. Así como la pérdida de rigidez en cada ciclo de descarga, hasta la ruptura de la viga. Podemos observar que los ensayos realizados con valores cerca de la carga plástica o valor máximo de la zona elástica después de unos cuantos ciclos se estabilizan, ocurriendo el caso de fatiga propiamente dicha, que no nos interesa para nuestro estudio.

Como se observa en las siguientes figuras:

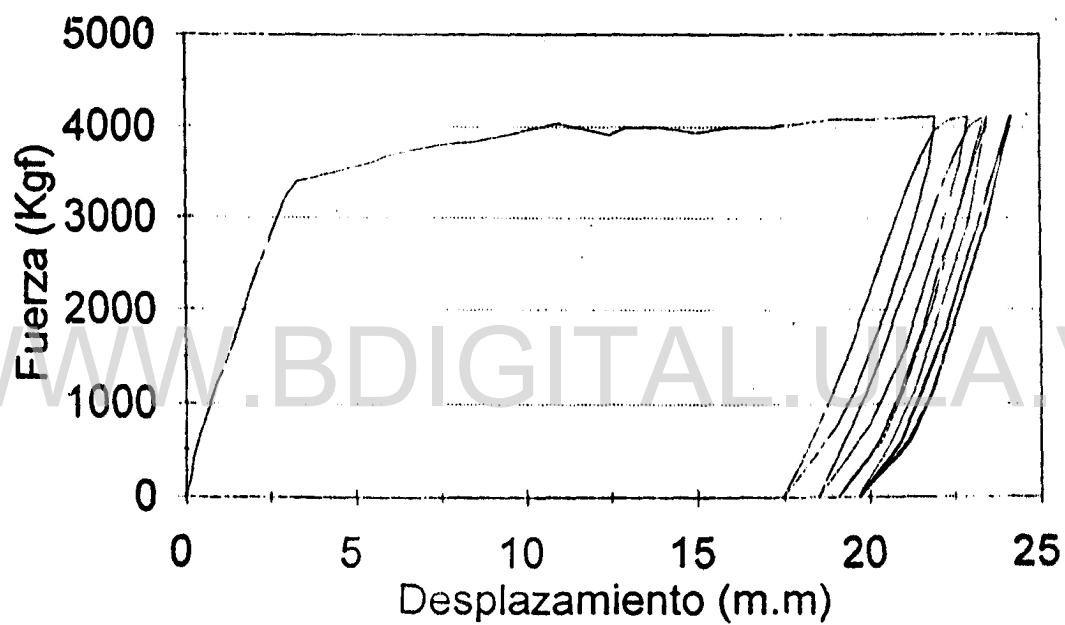


Figura 13. Ensayo de fatiga propiamente dicha.

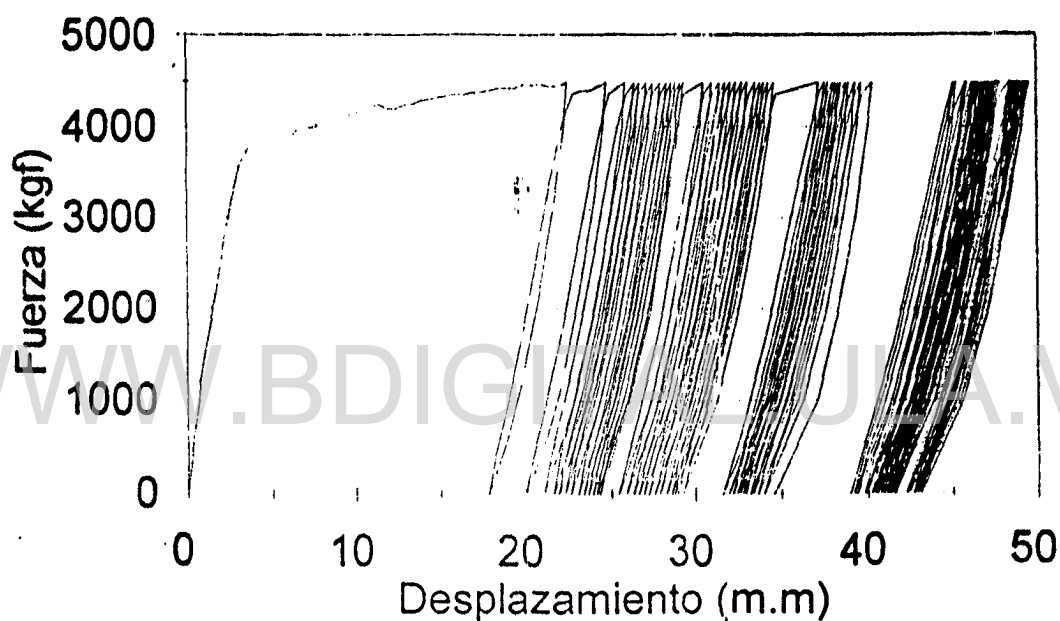


Figura 14. Ensayo de fatiga propiamente dicha.

A consecuencia de esto, se decidió realizar ensayos con una fuerza cercana a la carga última, de esta manera, obtuvimos ruptura a los pocos ciclos y una mejor representación de la falla por fatiga oligocíclica.

Como se muestra en las figuras siguientes:

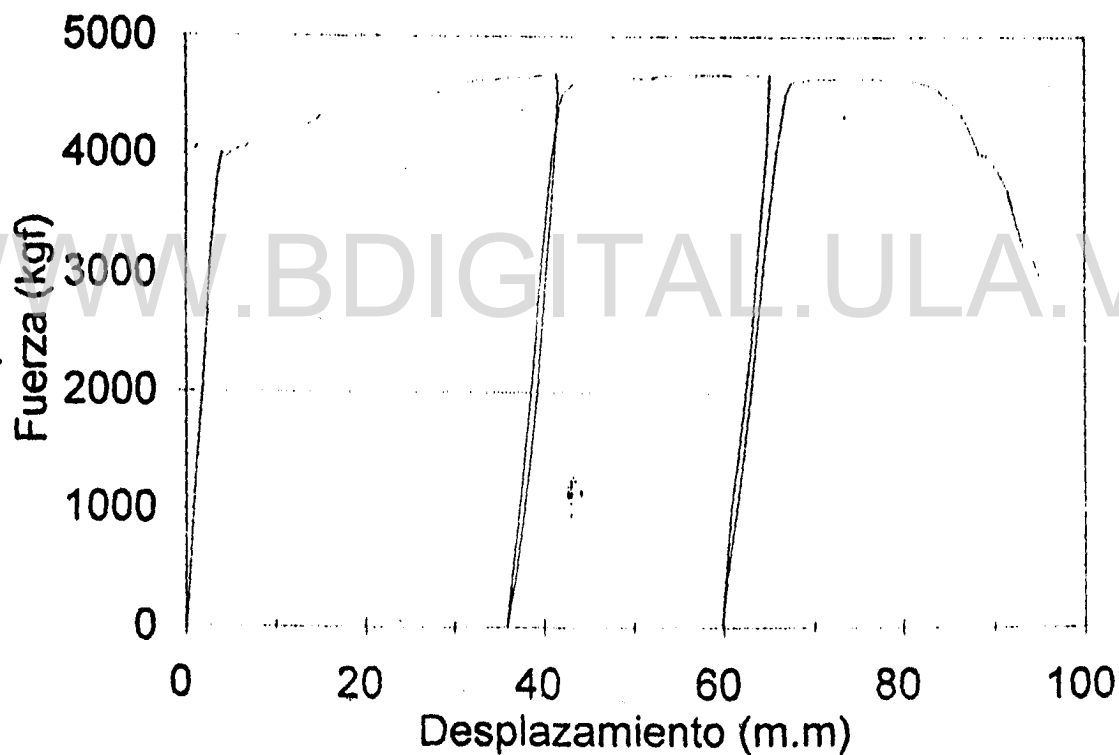


Figura 15. Ensayo de fatiga oligocíclica

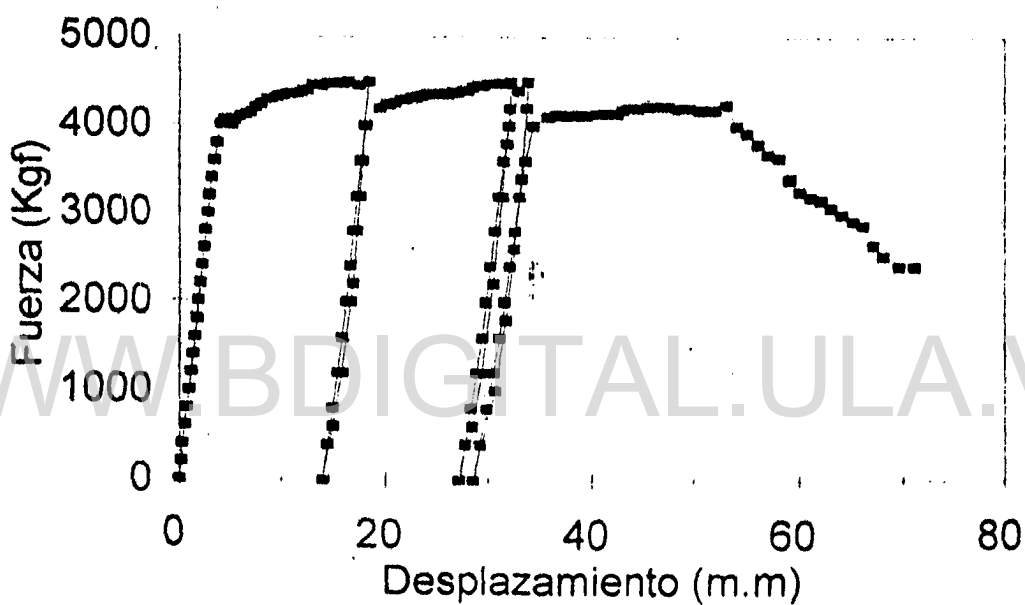


Figura 16. Ensayos de fatiga oligocíclica (TAF4)

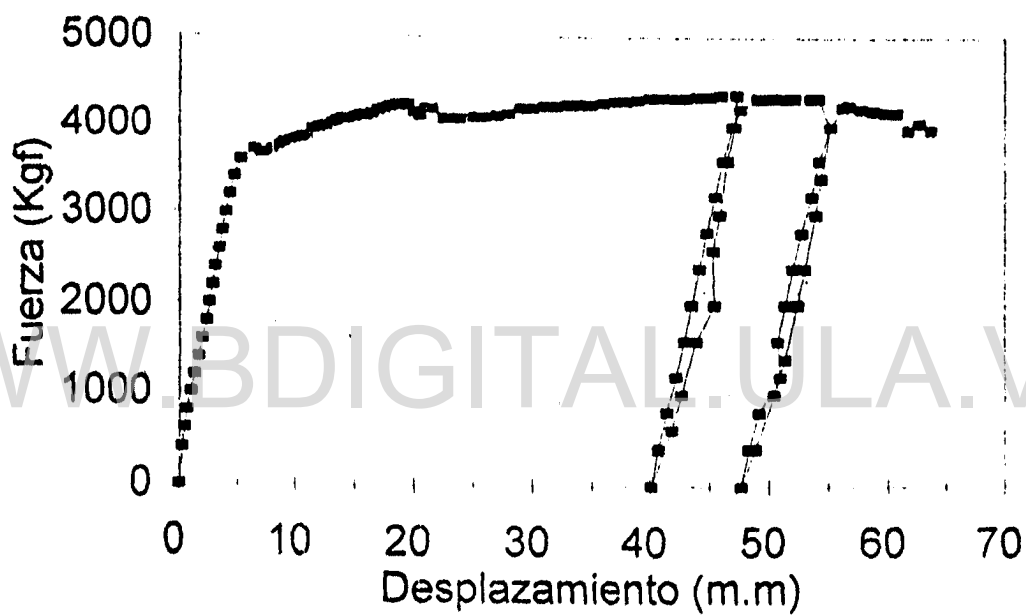


Figura 17. Ensayos de fatiga oligocíclica (TAF7)

Nos ocurrió algunas veces que la probeta se nos rompía inmediatamente, para que esto no ocurriera tomamos una fuerza intermedia, y si los ciclos se llegaban a estabilizar después de varios ciclos, aumentabamos un poco la fuerza hasta obtener la ruptura obteniendo así ensayos de fatiga en escalera. Como mostraremos en las gráficas siguientes. Se realizaron más ensayos que no se muestra aquí porque fallaron por otras razones; por ejemplo dos ensayos que fallaron por el apoyo.

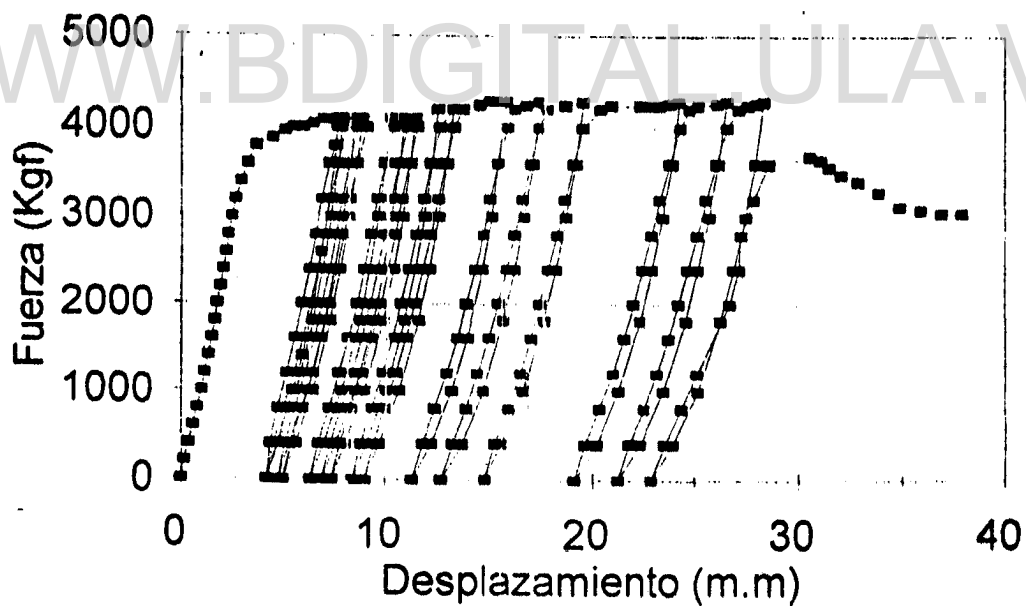


Figura 18. Ensayos de fatiga en escalera (TAF9)

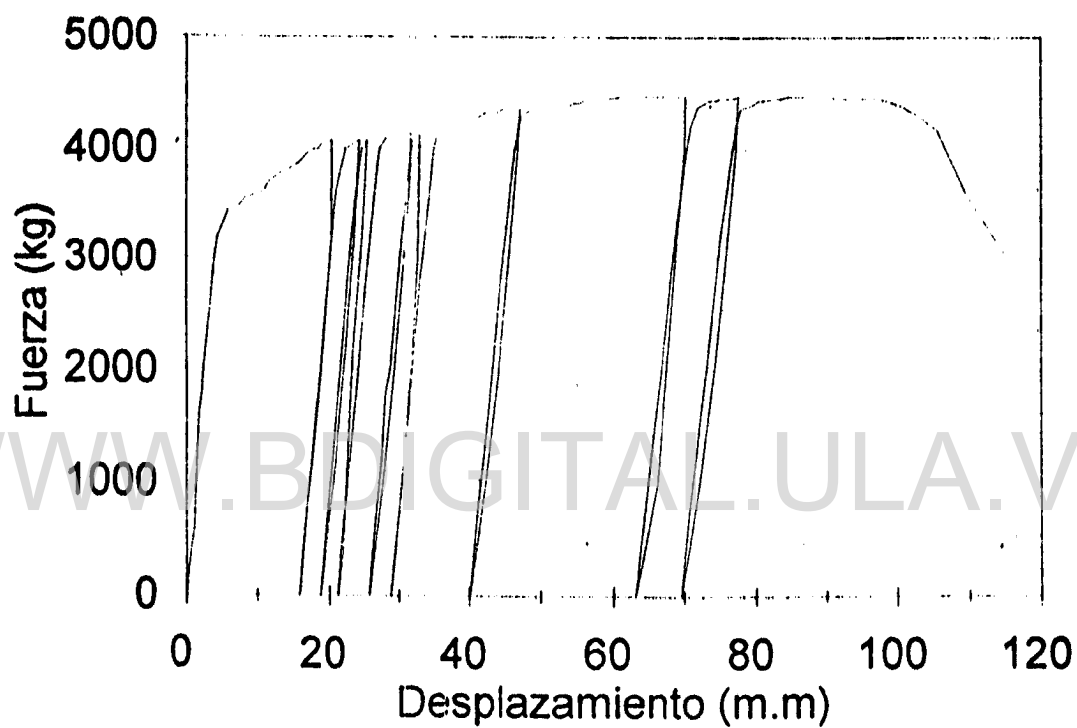


Figura 20. Ensayos de fatiga en escalera

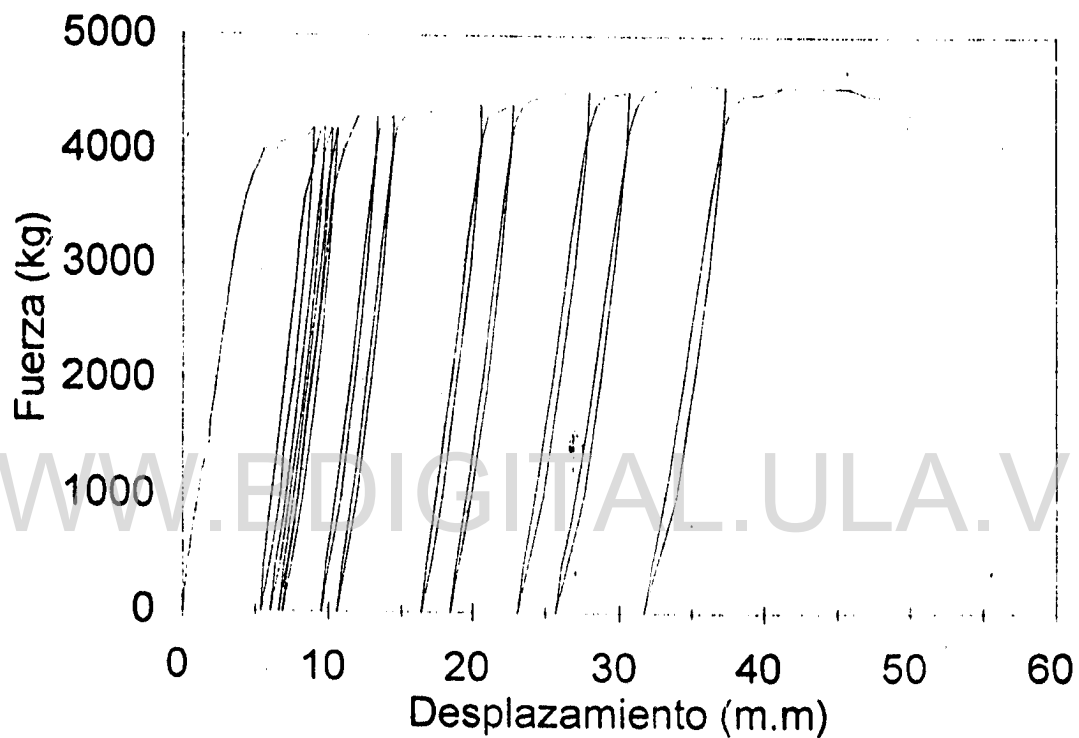


Figura 19. Ensayos de fatiga en escalera

3.4.- OBSERVACIONES GENERALES

De los ensayos; en general, podemos decir que las cargas plásticas no variaron mucho; mientras que si hay bastante diferencia en la deformación plástica última. Como se observa en la siguiente tabla:

ENSAYO	CARGA PLASTICA (Kg)	DEFLEXION PLASTICA ULTIMA (m.m.)

Vigas Tipo "A"		
TAV1	4000	33
TAF3	4000	64
TAF4	4000	29
TAF9	3800	29
Vigas Tipo "B"		
TBF7	3700	60

Además las fallas fueron muy simétricas y justo en la cara de la columna, como se muestra en las Figuras 21 y 22; también observamos los aplastamientos por compresión en la parte superior de las vigas, ver Figura 23.

En la Figura 24, tenemos una viga totalmente dañada, observamos el brazo derecho más levantado, ya que aquí ocurrió la falla, siendo casi todas las veces, porque el primer estribo se reventaba. Permitiendo así que el acero longitudinal terminara de fluir más rápido.

La Figura 25 nos muestra la automatización del sistema, la cual nos permitiría tomar los datos directamente desde la computadora, permitiéndonos mayor precisión y las gráficas de manera inmediata. Este trabajo de automatización se está realizando actualmente.

La evidencia experimental en los ensayos de fatiga, indica que el daño no es despreciable y los incrementos plásticos ocurren antes de alcanzar el valor máximo de la sollicitación del ciclo anterior.



Figura 21. Viga fallada.



Figura 22. Viga fallada.

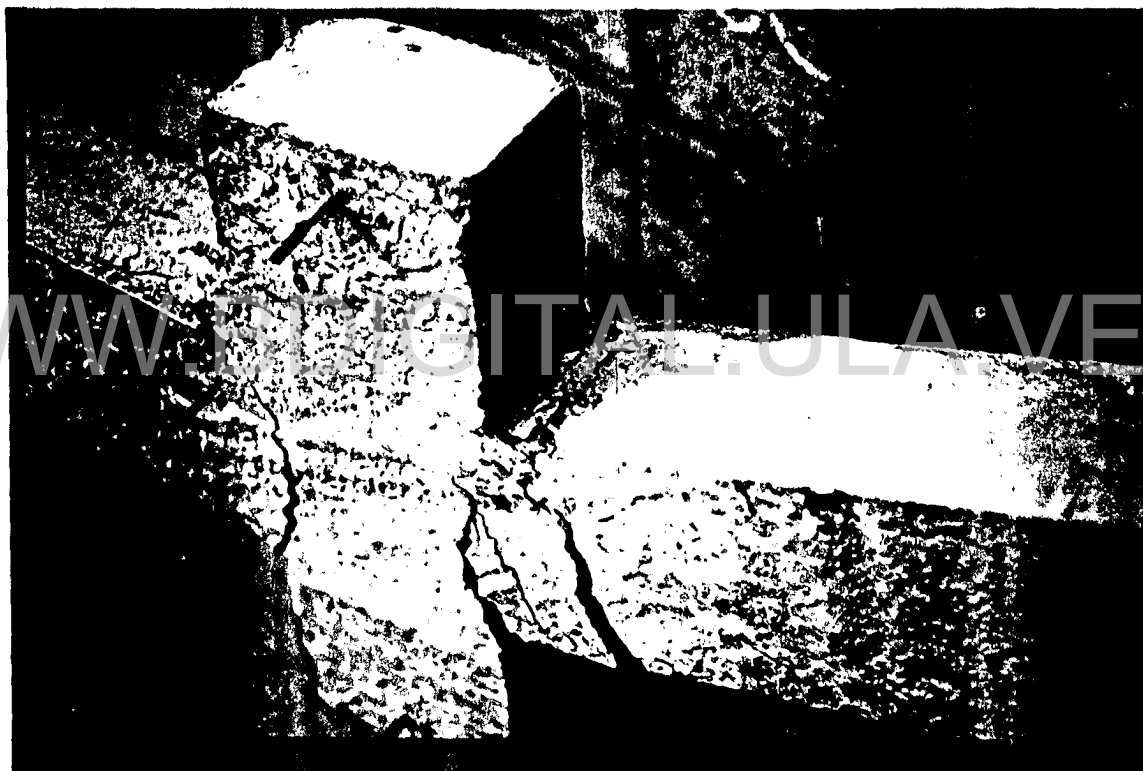


Figura 23. Aplastamiento en la parte superior de la viga.,

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

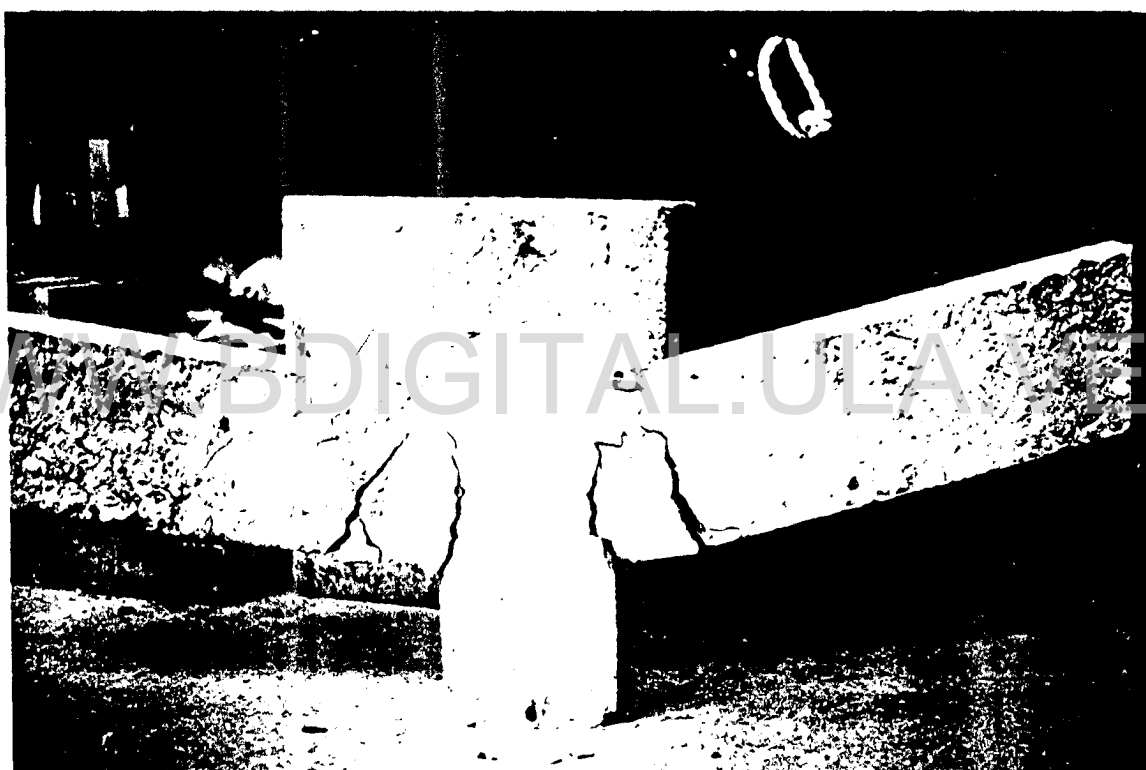


Figura 24. Viga fallada.

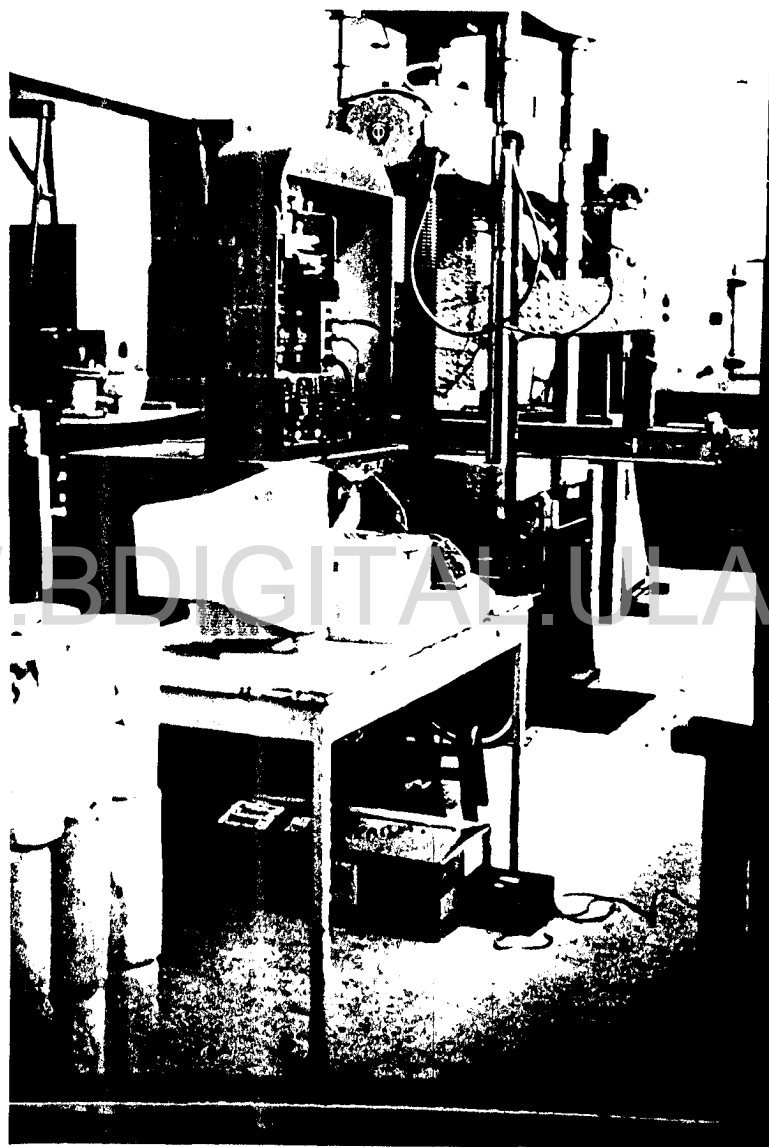


Figura 25. Equipo utilizado en los ensayos.

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

4.- MODELADO MATEMATICO DE LA FATIGA OLIGOCICLICA

INTRODUCCION

En este capítulo, desarrollaremos el nuevo modelo, el cual se fundamenta en el modelo elasto-plástico con daño, presentado en el capítulo 2; y en los resultados experimentales descritos en el capítulo 3.

El nuevo modelo es obtenido suponiendo que: a) No son necesarias variables internas adicionales para describir la fatiga oligocíclica. b) El comportamiento plástico es gobernado por la misma ley de evolución y función de cedencia del modelo previo. c) El incremento del daño es cero durante la descarga elástica. d) Los incrementos del daño si son posibles durante la fase de carga aún si el valor actual de la sollicitación es inferior a la máxima aplicada en cualquier ciclo pasado. e) El nuevo modelo y el modelo elasto-plástico con daño deben coincidir en el caso de sollicitaciones monotónicas.

4.1.- EXPRESION DE LA VELOCIDAD DEL DAÑO EN EL MODELO ULA.

Durante la evolución del daño en el modelo elasto-plástico con daño, la velocidad del daño en el proceso de agrietamiento se obtiene de esta manera:

Por definición, cuando

$$d > 0 \quad \text{entonces} \quad g(G, d) = 0 \quad (4.1)$$

por consiguiente:

$$\begin{aligned} \dot{g} &= 0 \\ \dot{g} &= \frac{\partial g}{\partial G} \dot{G} + \frac{\partial g}{\partial d} \dot{d} = 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

despejando, tenemos:

$$\dot{d} = - \frac{\frac{\partial g}{\partial G}}{\frac{\partial g}{\partial d}} \dot{G} \quad (4.3)$$

Esta ecuación solo es cierta en el ciclo de carga, porque si se aplicase en la descarga el incremento de daño daría menor que cero, y esto físicamente significa que las grietas desaparecen, lo cual no es cierto, por supuesto.

4.2.- PRIMERA VERSION DEL MODELO MODIFICADO.

La relación (4.1) puede ser modificada sustituyendo $\dot{G}$ por la parte positiva de $\dot{G}$: $\langle \dot{G} \rangle$

$$\langle G \rangle = \begin{cases} \dot{G} & \text{si } \dot{G} > 0 \\ 0 & \text{si } \dot{G} < 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

$$\dot{d} = \begin{cases} 0 & \text{si } G < G_{cr} \\ m \langle \dot{G} \rangle & \text{si } G \geq G_{cr} \end{cases}$$

Donde:

$$m = - \frac{\frac{\partial g}{\partial G}}{\frac{\partial g}{\partial d}} \quad (4.5)$$

De ésta manera, obtendríamos una ley de evolución que satisficiera las suposiciones y condiciones a, b, c y d antes mencionadas.

4.3.- VERSION DEFINITIVA DEL MODELO MODIFICADO.

La relación anterior sobrestima la velocidad del daño para valores pequeños de momento, por lo tanto, se propone la siguiente ley de evolución del daño para fatiga oligocíclica:

$$d = \begin{cases} 0 & \text{si } G < G_{cr} \\ (I)^r m(\dot{G}) & \text{si } G \geq G_{cr} \end{cases} \quad (4.6)$$

Donde:

$(I)^r$ =Controlador de la velocidad de daño

Antes de saber de donde sale " I ", primero yo quiero que se cumpla la condición "e", que dice, que ambos modelos coincidan en el caso de cargas monotónicas. Entonces recordemos que en el modelo elasto-plástico con daño, cuando existe daño, tenemos:

$$g = 0$$

$$g = G - G_{cr} - q \frac{\ln(1-d)}{1-d} = 0 \quad (4.6)$$

despejando, nos queda:

$$\frac{G}{G_{cr} + q \frac{\ln(1-d)}{1-d}} = 1 \quad (4.8)$$

Si la sollicitación no es monotónica, o sea, fuera un caso general, tendríamos:

$$g < 0 \quad \text{ó} \quad g = 0 \quad (4.9)$$

con esta condición y recordando que siempre:

$$G \geq 0 \quad (4.10)$$

entonces:

$$0 \leq l \leq 1$$

Este valor de "l" elevado a una constante "r" es el controlador de la velocidad del daño. Cuando "r" aumenta, disminuye el incremento del daño en cada ciclo de fatiga, y de hecho cuando "r" tiende a infinito, no habrá daño en los ciclos de fatiga, antes de alcanzar el máximo valor de la sollicitación del ciclo anterior, y por lo tanto, el modelo elasto-plástico con daño y el modelo modificado coinciden siempre. Debe notarse que todos los parámetros del modelo, excepto "r", pueden calcularse por la teoría clásica de concreto armado para miembros de concreto armado de cualquier sección transversal y reforzamiento, ya que ellos son función del agrietamiento, momento último y la rotación plástica última.

4.4.- EJEMPLO DE APLICACION Y SIMULACIONES NUMERICAS DE LOS ENSAYOS.

Para realizar las simulaciones en la computadora; necesitaremos la misma ecuación de P; del ejemplo de aplicación del modelo elasto-plástico con daño (ec.(4.3)), la misma ley de evolución de la plasticidad (ec.(4.4)), y por último la versión definitiva del modelo modificado como se muestra a continuación:

$$P = \frac{4 - 4d}{4 - d} \left(\frac{6EI}{L^3} \right) (t - t^p) \quad (4.12)$$

$$\begin{cases} f = 0 & \text{hay plasticidad} \\ \text{ó} \\ \Delta\Phi^p = 0 & \text{no hay plasticidad} \end{cases} \quad (4.13)$$

$$\dot{d} = \begin{cases} l' m(d, G) \langle \dot{G} \rangle & \text{si } G > G_{cr} \\ 0 & \text{si } G < G_{cr} \end{cases} \quad (4.14)$$

Esta última ecuación es una ecuación diferencial y para poder usarla en la computadora junto a las otras dos, uso un método numérico que consiste en sustituir la ecuación diferencial por la siguiente expresión:

$$\Delta d = \begin{cases} l' m(\Delta G) & \text{si } G > G_{cr} \\ 0 & \text{si } G < G_{cr} \end{cases} \quad (4.15)$$

El algoritmo para resolver este sistema es el siguiente:

Al inicio la fuerza P es igual a cero, después se realizan incrementos de P, suponiendo que el incremento de las deformaciones plásticas es igual a cero. Calculamos "t" y "d" a partir de las ecuaciones (4.12) y (4.15), después calculamos f:

a) Si f es menor que cero, volvemos a incrementar P y hacemos el ciclo de nuevo.

b) Si f no es menor que cero, calculamos " t ", " d " y " Φ^p " por medio de las ecuaciones (4.12), (4.13) y (4.15), después volvemos a iniciar el ciclo incrementando P . A continuación mostramos el diagrama de flujo para mayor claridad:

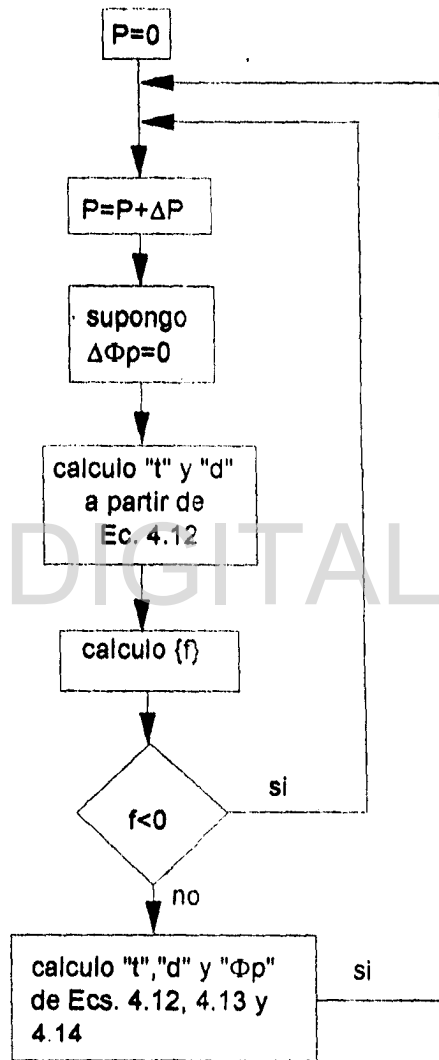


Figura 26. Diagrama de flujo del Modelo de Fatiga

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

SIMULACIONES DE LOS ENSAYOS

MODELO ELASTO PLASTICO CON DAÑO:

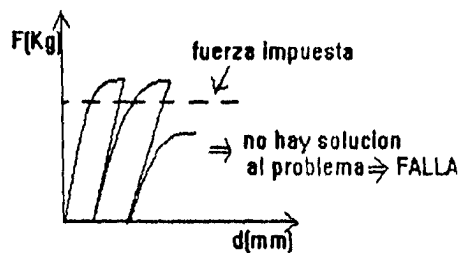
Las figuras 27 y 28, que mostraremos a continuación, muestra los ensayos de verificación y su comparación con el modelo. Observamos como coinciden perfectamente, los cambios entre la zona elástica y la zona plástica y en las descargas se observa la pérdida de rigidez, característica en estos casos.

MODELO DE FATIGA:

A continuación se mostrarán las gráficas de los ensayos, comparadas con el modelo.

Podemos observar como coinciden bastante bien.

La falla de la probeta según la computadora, ocurre de la manera siguiente:



Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

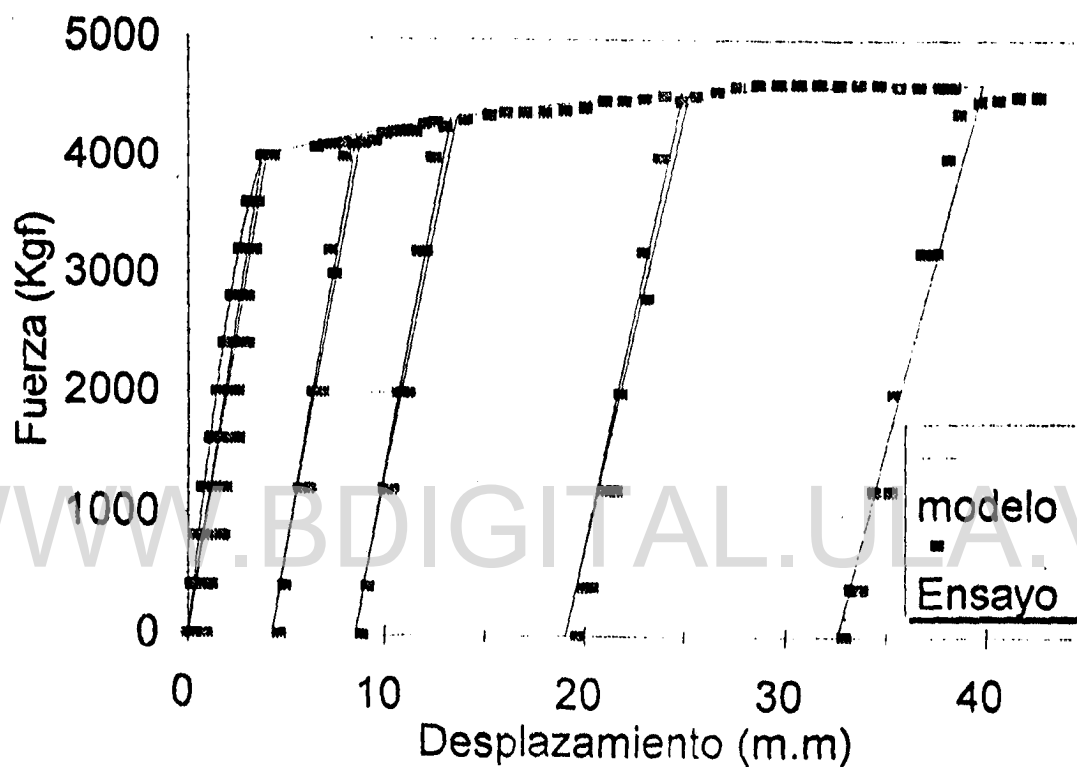


Figura 27. Comparación entre los ensayos y el modelo.

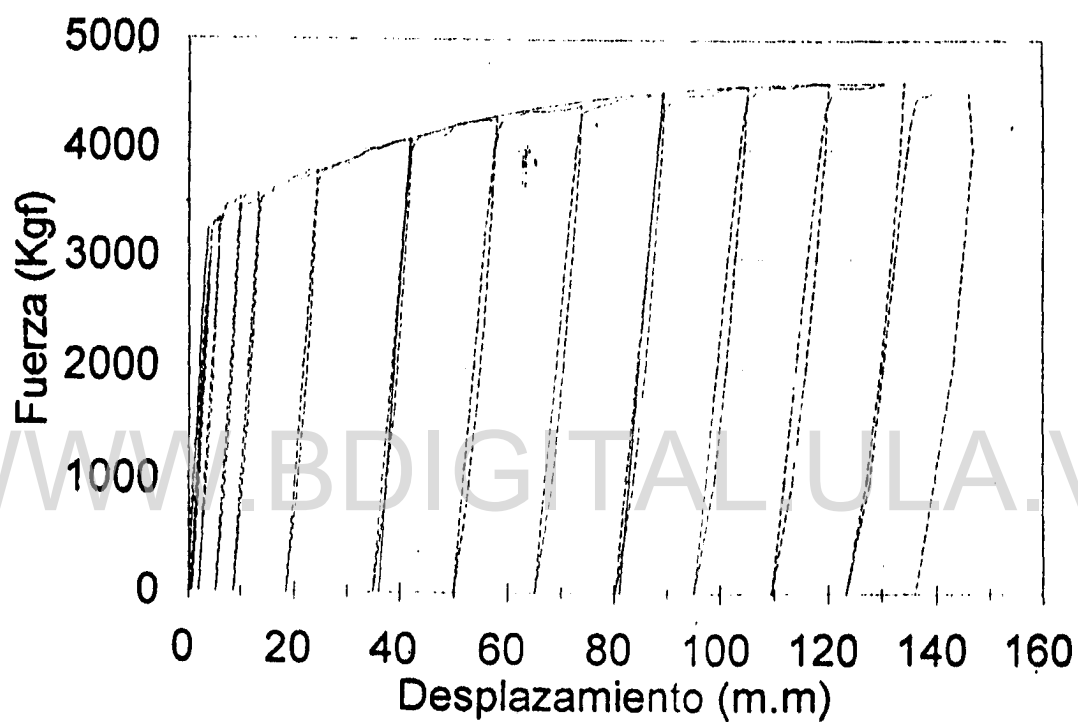


Figura 28. Comparación entre los ensayos y el modelo

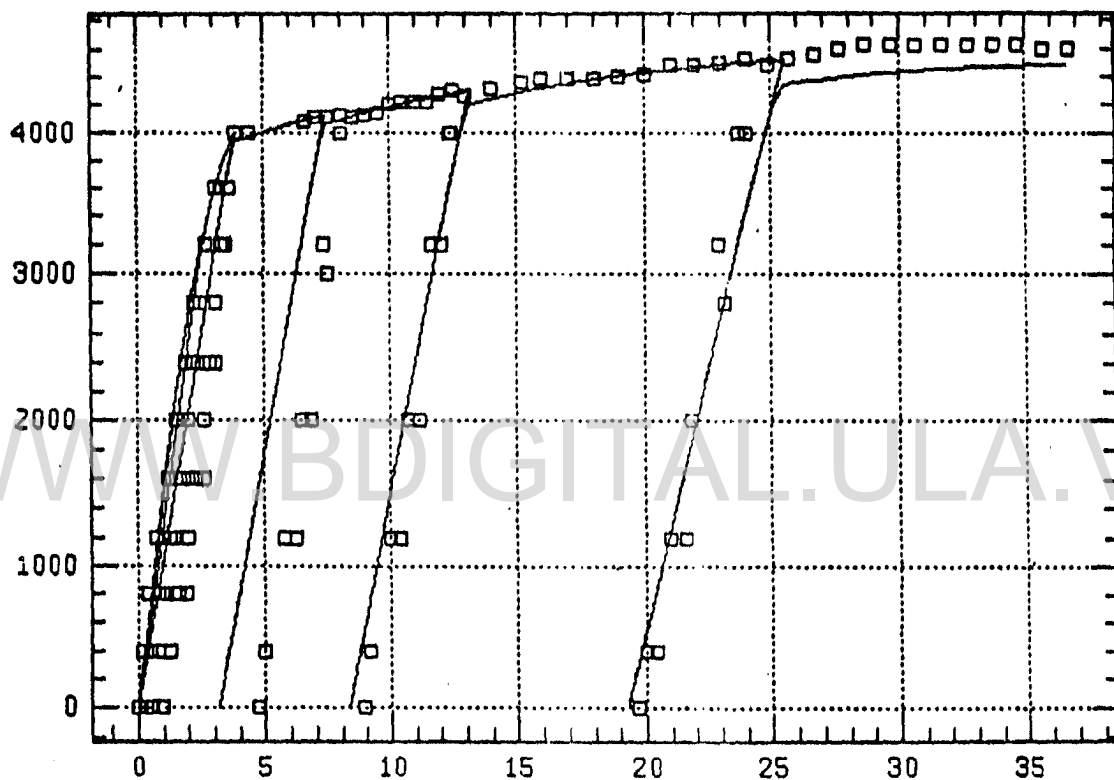


Figura 29. Ensayo de verificación, coincide perfectamente con el modelo y tiene un desplazamiento plástico último de 33 mm, la probeta falla en el séptimo ciclo.

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

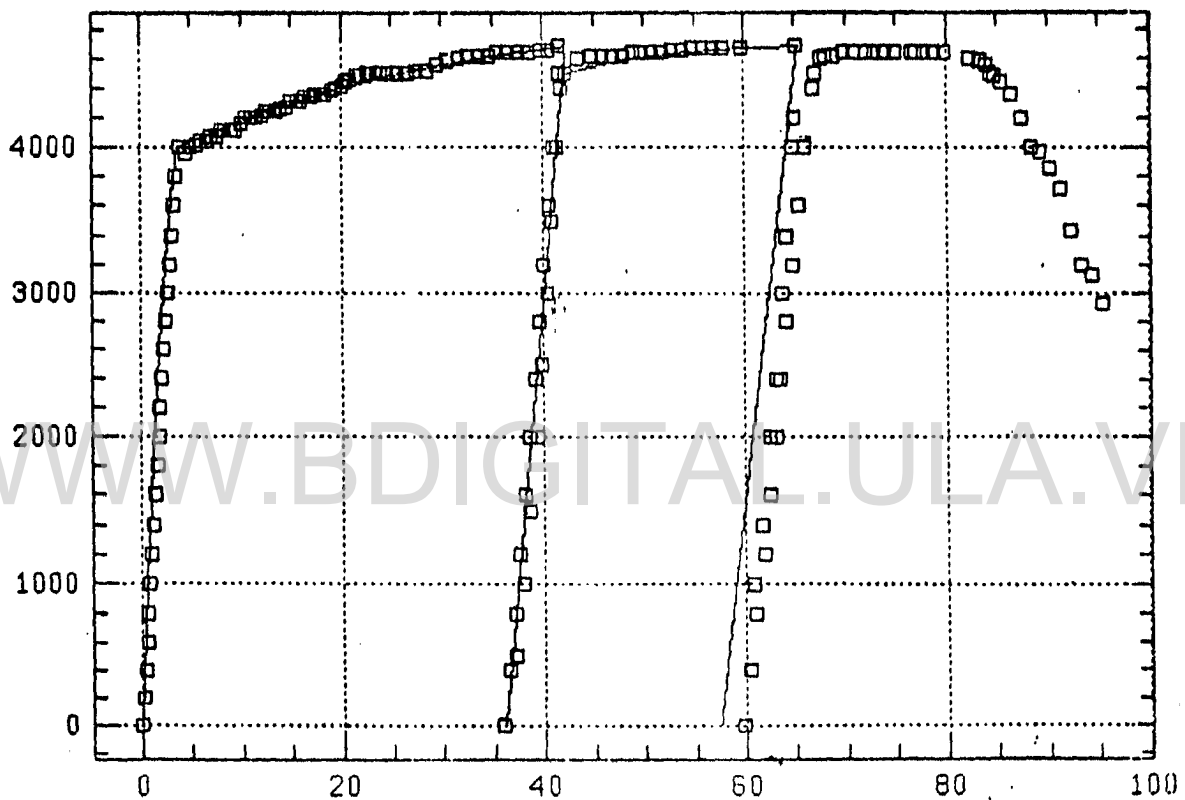


Figura 30. La probeta se rompe en el tercer ciclo, con una carga de 4200 Kg. y un desplazamiento plástico último de 64 mm.

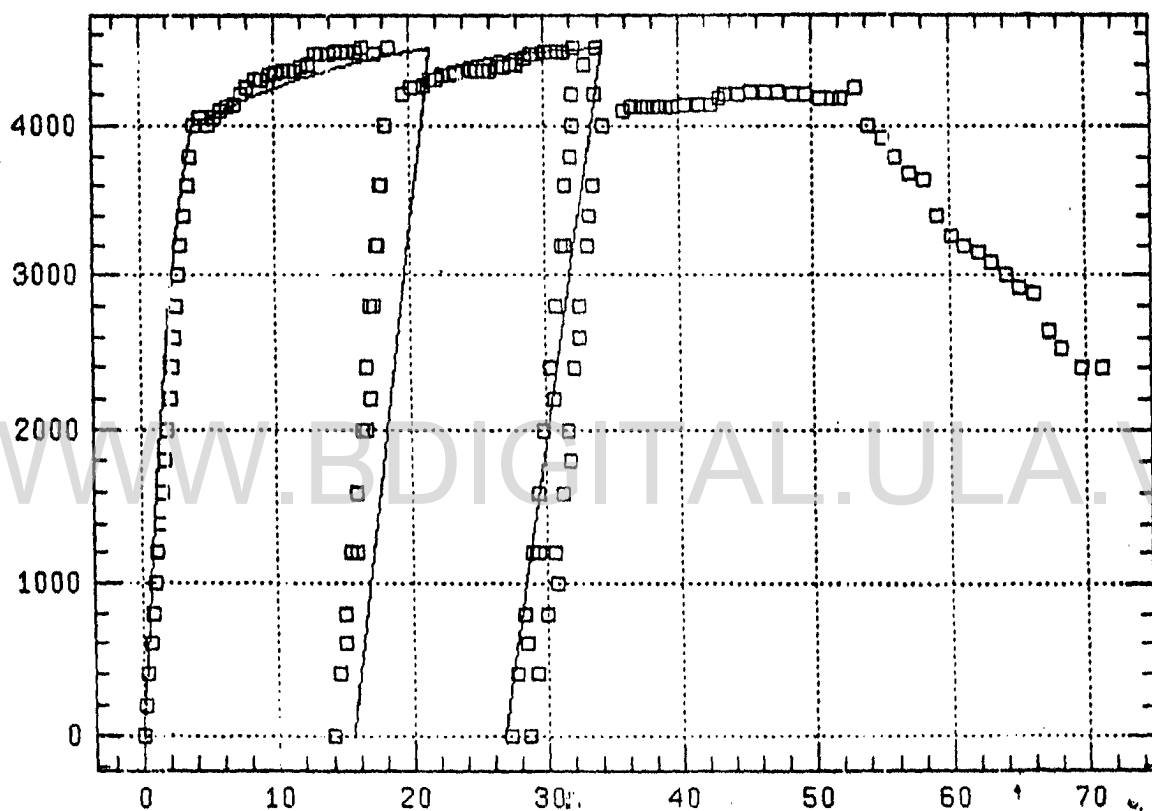


Figura 31. Este ensayo tiene tres ciclos, con una fuerza máxima de 4500 Kg.
El modelo coincide muy bien y falla a una fuerza de 3900 Kg.
con una desplazamiento plástico último de 29 mm.

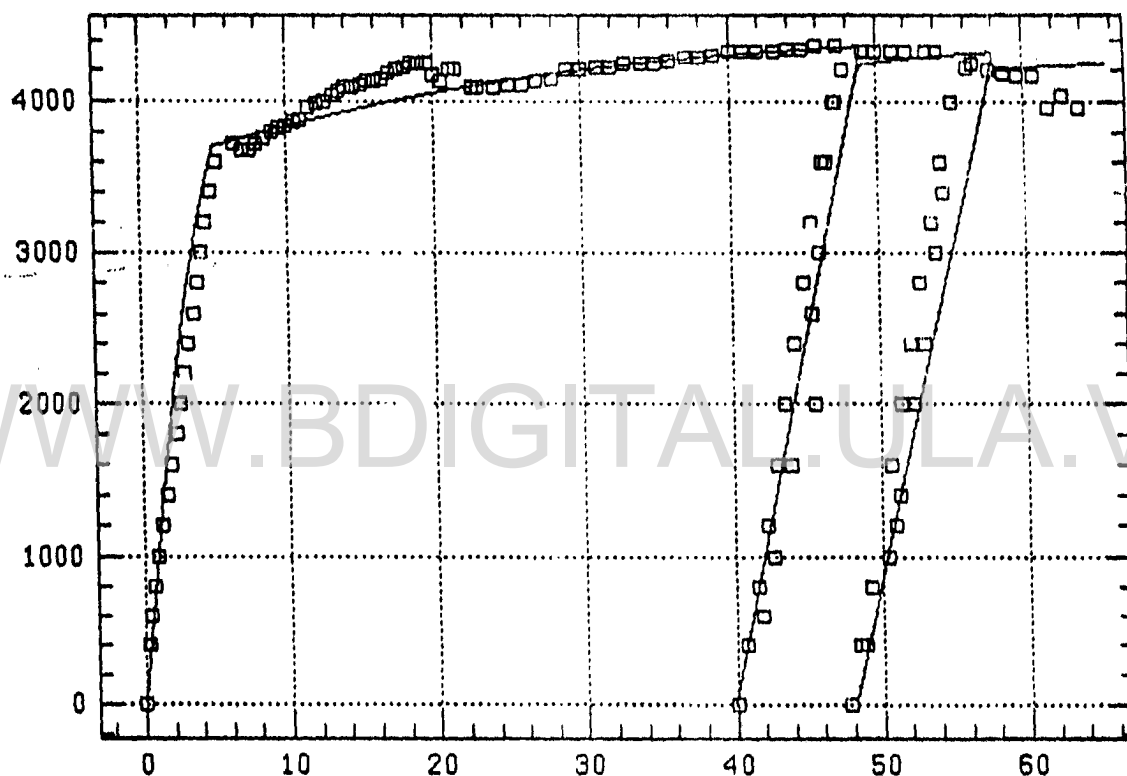


Figura 32. La probeta se sometió a una carga máxima de 4360 Kg. y ocurrió la falla a 4260 Kg. Falló al tercer ciclo con un desplazamiento plástico último de 60 mm.

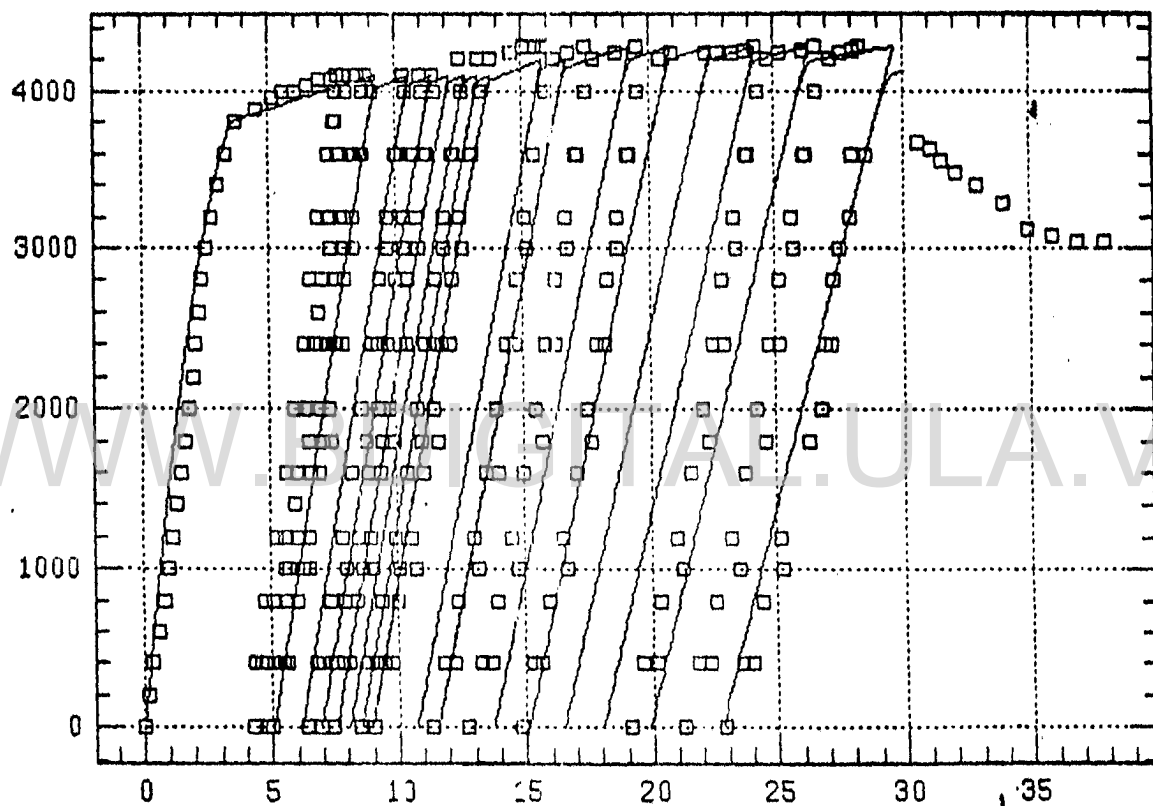


Figura 33. Es un ensayo de fatiga en escalera, la primera carga máxima fue de 4100 Kg., la segunda de 4200 Kg. y la última a la que falló la probeta fue de 4280 Kg., con un desplazamiento plástico último de 29 mm.

5.- CONCLUSIONES

Se ha propuesto un modelo, que toma en cuenta la plasticidad; como consecuencia de la fluencia del refuerzo en miembros de concreto armado, la pérdida de rigidez debido al agrietamiento del concreto y los efectos de fatiga oligocíclica, este último efecto es el que diferencia esta tesis, con respecto a los mostrados en la literatura.

El modelo fue verificado comparando las simulaciones numéricas con resultados experimentales obtenidos en probetas que representan uniones viga-columna.

Este modelo no arroja diferencia sustancial con respecto al modelo elasto-plástico con daño, cuando las cargas máximas de los ciclos son significativamente menores al momento último resistente de la sección. Sin embargo, cuando se esperan ciclos de carga con valores cercanos a esta última, el uso de este modelo se hace conveniente, ya que de otra manera se despreciarían incrementos de plasticidad y daño significativos.

6.- REFERENCIAS

[1] CIPOLLINA DI CARA, Aldo. "Análisis de elementos estructurales de concreto armado mediante la mecánica de la degradación". Tesis de Magister Scientiae en Ingeniería Estructural, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, 1992.

[2] FLOREZ, Julio. "Modelos de daño concentrado para la simulación numérica del colapso de pórticos planos". Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. 9, 2, 123-139 (1993).

[3] FLOREZ, Julio. "Análisis de estructuras aporticadas mediante la mecánica de la degradación". XXV Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural. Porto Alegre, Brasil. Nov. 1991.

[4] CIPOLLINA, A., FLOREZ J., INOJOSA A. "Un modelo simplificado de daño para pórticos de concreto armado", Primeras Jornadas Andinas de Ingeniería Estructural. Mérida, Venezuela, 1993.

[5] FLOREZ L., Julio. "Calcul Simplifié de portiques endommageables", Revue européenne des éléments finis/European Journal of finite elements, Vol. 2, 1, 47-74 (1993).

[6] ABRAMS, Daniel P. "Scale relations for reinforced concrete beam-column joints". ACI Structural Journal. Nov-Dec, 1987.

[7] SAIID M., ORIE J.L., DOUGLAS B. "Lateral load response of reinforced concrete bridge columns with a one-way pinned end". ACI Structural Journal. Nov-Dec, 1989.

[8] NIJAD Y. Fattehi, BARRY P. Hughes. "Ductility of reinforced concrete corbels containing either steel fiber or stirrups". ACI Structural Journal. Nov-Dec, 1989.

[9] PARK R., KENT D.Ch., SAMPSON R. "Reinforced concrete members with cyclic loading". Journal of the Structural Division. July, 1972.

[10] PARK R., PAULEY T. "Estructuras de Concreto Reforzado". Editorial Limusa.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

ANEXOS:
PUBLICACIONES EMANADAS DE ESTA TESIS

“Lumped Damage Models for Oligocyclic Fatigue in RC Frames”. Proceeding of
Localized Damage 94, Udine, Italia. 1994.

“Modelado de la Fatiga Oligocíclica en Estructuras de Concreto Armado”.
Memorias del II Congreso Venezolano de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias
Aplicadas. Maracaibo, Venezuela. 30 de Nov. al 02 de Dic. 1994.

Lumped Damage Models for Oligocyclic Fatigue in RC Frames

Monica Puglisi and Julio Flórez-López

Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

ABSTRACT

This paper presents a simplified damage theory for the nonlinear analysis of frames based on the lumped plasticity models and continuum damage mechanics. Based on this formulation, a particular model for RC frames under oligocyclic fatigue is proposed.

INTRODUCTION

Classic damage mechanics has been developed within the framework of continuum mechanics, but this is not the most suitable framework for the analysis of many civil engineering structures. These are often modeled as trusses or frames because continuum models can be used only for relatively simple structures. Plasticity theories have been successfully adapted to frame analysis through the notion of "lumped plasticity models" which consists in assuming that plastic effects are concentrated in some special locations called "plastic hinges". In this paper we present a formulation that generalizes these lumped plasticity models to include damage effects. This formulation can be considered as a simplified damage or fracture mechanics for frames. A time-independent model for reinforced concrete (RC) structures under monotonic loading is then presented. Based on this model a damage evolution law for frames under oligocyclic fatigue (i.e. loading that produce failure at a low number of cycles) is proposed. These simplified models can be used, for instance, in the numerical simulation of the collapse of civil engineering structures, off-shore platforms, etc. under seismic loading, waves and so on. In these models, damage is assumed to concentrate in inelastic hinges, so localization problem such as defined in continuum mechanics, does not arise. For a given set of inelastic hinges it is expected that only a finite number of solutions for the first rate problem can appear. It can be noticed that the location of inelastic hinges in frames can be intuitively stated in many engineering problems.

SIMPLIFIED DAMAGE MODELS FOR FRAMES

For the sake of simplicity, let us consider a member of a planar frame in the small deformations case (see Flórez [1] for a more general presentation). Generalized stresses and deformations of the member are denoted respectively by $\{M\}^t = (M_i, M_j, N)$ and $\{\Phi\}^t = (\Phi_i, \Phi_j, \delta)$ (see figure 1).

Under severe overloads, the member undergoes damage, plasticity and other energy-dissipation phenomena. In order to characterize these inelastic effects, we considered the "lumped dissipation model" of the member shown in figure 1c.

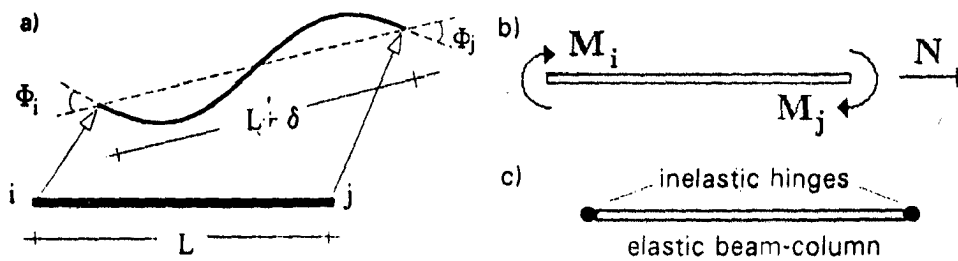


Figure 1: a) Generalized deformations b) Generalized stresses c) Lumped dissipation model of a member

The member is represented as the assemblage of an elastic beam-column and two zero-length inelastic hinges. All inelastic effects are assumed to concentrate in the hinges while beam-column behavior remains always elastic. This representation is similar to that used in the construction of plastic theories for frames.

We postulate the existence of two sets of internal variables, the plastic deformations $\{\Phi^p\}^t = (\Phi_i^p, \Phi_j^p, \delta^p)$ and the damage $\{D\}^t = (d_i, d_j, d_n)$, so that the potential energy of a member can be expressed as (see references [1,2] for a justification of equation (1) based in continuum damage mechanics):

$$U(\Phi, \Phi^p, D) = \frac{1}{2} \{\Phi - \Phi^p\}^t [S(D)] \{\Phi - \Phi^p\} \quad (1)$$

where the $[S(D)]$ is the stiffness matrix of a damaged member whose coefficients are given by:

$$S_{11} = \frac{(1-d_i)(d_j S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0) S_{11}^0}{d_i d_j S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0}, \quad S_{12} = \frac{(1-d_i)(d_j - 1) S_{11}^0 S_{12}^0 S_{22}^0}{d_i d_j S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0}$$

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$S_{22} = \frac{(1-d_j)(d_i S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0) S_{22}^0}{d_i d_j S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0}; \quad S_{33} = (1-d_n) S_{33}^0; \quad S_{13} = S_{23} = 0$$

S_{ij}^0 are the coefficients of the stiffness matrix of the elastic beam-column.

The first internal variable contains the plastic rotations and permanent elongation of the inelastic hinges such as defined in standard plastic theories for frames. The last internal variable has three parameters that measure respectively the state of damage of hinges "i" and "j" under flexural actions and the state of damage of the member under axial effects. These parameters can take values in the interval [0,1] as in the classic continuum damage theory. If a flexion parameter takes the value zero (no damage), we have a plastic hinge as that of standard plastic models. If it takes the value one (totally damaged) the hinge has the same behavior of an internal hinge in an elastic frame.

The use of the potential energy as thermodynamic potential allows to determine the stress-deformation relationship and the definition of the thermodynamic forces conjugated to the internal variables:

$$\{M\} = \left\{ \frac{\partial U}{\partial \Phi} \right\} = - \left\{ \frac{\partial U}{\partial \Phi^p} \right\} = [S(D)] \{\Phi - \Phi^p\} \quad \{G\} = - \left\{ \frac{\partial U}{\partial D} \right\} \quad (2)$$

Forces $\{G\}$ are the equivalent of the energy release rate introduced in fracture mechanics and continuum damage mechanics. The constitutive model consists of the state laws (2) and the evolution laws of the internal variables. In the next section a time-independent model for monotonic loading is presented. In this model the damage evolution law is expressed as a function of the thermodynamic force $\{G\}$. This model was first proposed in [3] and is fully described in [4]. This model can be included in the library of finite elements of standard structural analysis software (see [1,4]). Based on this model an evolution law for oligocyclic fatigue in RC frames is proposed in the last section.

A TIME-INDEPENDENT DAMAGE MODEL FOR RC FRAMES

Two sets of inelastic (plastic and damage) functions: $\{f\} = \{f(M, \Phi^p, D)\} = (f_i, f_j)$

and $\{g\} = \{g(G, \Phi^p, D)\} = (g_i, g_j)$ are introduced. Each set have two functions, one for every hinge. Internal variables evolution laws are now defined in the following way:

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

$$\dot{\Phi}_i^p = \dot{\lambda}_i^p \frac{\partial f_i}{\partial M_i} \quad \dot{\Phi}_j^p = \dot{\lambda}_j^p \frac{\partial f_j}{\partial M_j} \quad \dot{\delta}^p = \dot{\lambda}_i^p \frac{\partial f_i}{\partial N} + \dot{\lambda}_j^p \frac{\partial f_j}{\partial N}$$

$$\dot{\lambda}^p \begin{cases} =0 & \text{if } f < 0 \quad \text{or } f < 0 \quad (\text{no plasticity}) \\ \neq 0 & \text{if } f = 0 \quad \text{and } \dot{f} = 0 \quad (\text{plastic increment}) \end{cases} \quad (3)$$

$$\dot{d}_i = \dot{\lambda}_i^d \frac{\partial g_i}{\partial G_i} \quad \dot{d}_j = \dot{\lambda}_j^d \frac{\partial g_j}{\partial G_j} \quad \dot{d}_n = \dot{\lambda}_i^d \frac{\partial g_i}{\partial G_n} + \dot{\lambda}_j^d \frac{\partial g_j}{\partial G_n}$$

$$\dot{\lambda}^d \begin{cases} =0 & \text{if } g < 0 \quad \text{or } g < 0 \quad (\text{no damage}) \\ >0 & \text{if } g = 0 \quad \text{and } \dot{g} = 0 \quad (\text{damage increment}) \end{cases}$$

where the "plastic" ($\dot{\lambda}^p$) and "damage" ($\dot{\lambda}^d$) multipliers are calculated by the consistence condition.

In equation (3) only inelastic functions $\{f\}$ and $\{g\}$ must be identified from experimental results. This identification can be performed with civil engineering standard tests on beam-column joints.

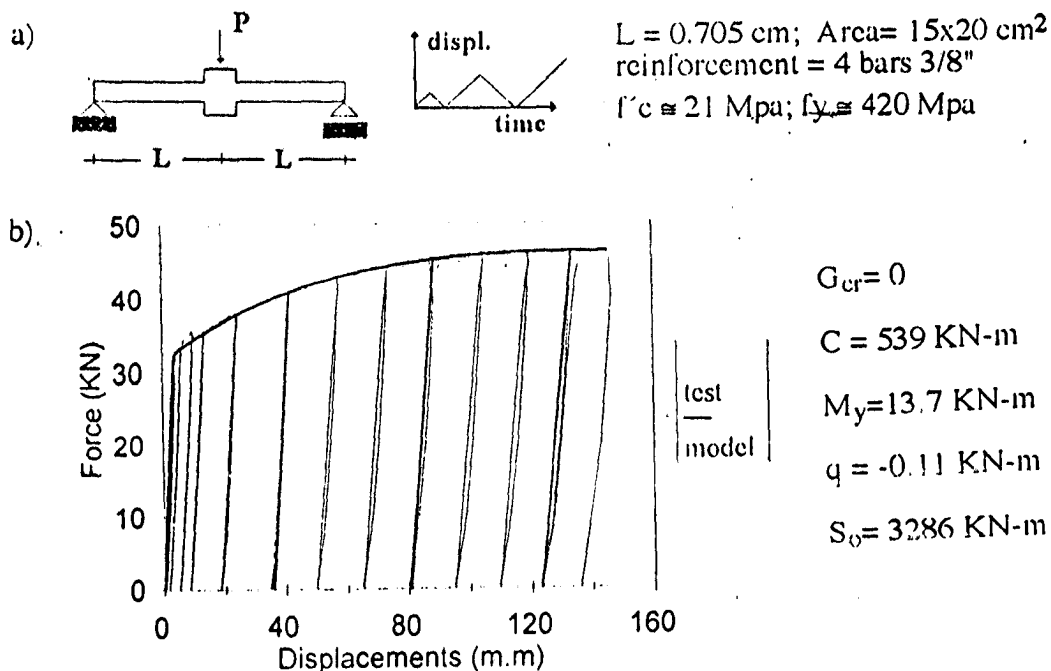


Figure 2 Test on a beam-column joint. a) specimen and loading b) experiment and numerical simulations

The expression of the inelastic functions for the particular case of negligible axial effects (i.e. $\delta^p = 0$ and $d_n = 0$) is proposed in references [3,4]. These expressions are:

$$f = \left[M - \left(\frac{1-d}{4-d} \right) c \Phi^p \right] + 4 \left(\frac{1-d}{4-d} \right) M_y \quad g = G - \left(G_{cr} + q \frac{\ln(1-d)}{(1-d)} \right) \quad (4)$$

where "c", " M_y ", " G_{cr} ", and "q" are constants that can be calculated as function of the cracking moment, the yield or plastic moment, the ultimate moment and the plastic deformation at the ultimate moment (see [4]). These properties of the member can be determined from classic reinforced concrete theory. Figure 2(b) shows the experimental results of a test performed in the specimen indicated in figure 2 (a). A numerical simulation of the test is indicated in figure 2(b).

MODELING OF OLIGOCYCLIC FATIGUE IN RC FRAMES

From equations (3-4), it can be noticed that a damage parameter "d" can evolve if and only if the actual value of the corresponding thermodynamic force is also the maximum value of "G" at this time of the loading (see [5] for a proof of this statement in the context of continuum damage models):

$$d(t) > 0 \quad \text{only if} \quad G(t) = \text{Sup}(G(\tau)) \quad (5) \\ -\infty \leq \tau \leq t$$

where $G(t)$ represents the actual value of the thermodynamic moment and $G(\tau)$ is the value of the same variable at a past time " τ ". This means that in the model, it is assumed that damage is a function of the "maximum loading" represented by the $\text{Sup}(G(\tau))$. This hypothesis is not valid if the behavior of the structure is studied during a long span of time (time-dependent effects, fatigue) or under a short cyclic loading where the maximum solicitation of the cycles is very close to the ultimate moment of the inelastic hinge (oligocyclic fatigue). In the latter case, the experimental evidence indicates that non-negligible damage and plastic increments occur before the actual value of "G" reach the Sup of "G" (see figure 3 and other experimental results reported in [6]).

The purpose of this section is the proposition of a model for oligocyclic fatigue based on the time-independent model presented in the previous section.

The new model is obtained assuming that: a) No additional internal variables are needed to describe oligocyclic fatigue. b) Plastic behavior is governed by the same evolution law and yield function of the previous model. c) Damage increment is zero during elastic unloadings d) Damage increments are possible during the loading phases even if the actual value of "G" is inferior to the Sup of "G".

The new damage evolution law must be modified taking into account assumptions "c" and "d" but must give the same results of the previous model in the case of monotonic loading. This can be done following the procedure presented in references [7,2] that is briefly described in this section:

During damage evolution, the rate of damage has the following expression in the previous model:

$$\dot{d} = -\frac{1}{\partial g / \partial d} \dot{G} \quad (6)$$

During an elastic unloading this equation is, of course, no valid since it would imply a negative rate of damage. Relation (6) could be modified substituting $\dot{G}$ by the positive part of $\dot{G}$: $\langle \dot{G} \rangle$. In this way, we obtain an evolution law that check the assumptions and conditions previously listed. However, it overestimates the damage rate for low values of the moment. Therefore the following damage evolution law for oligocyclic fatigue is proposed:

$$\dot{d} = -\frac{(A(G,d))^p}{\partial g / \partial d} \langle \dot{G} \rangle \quad \text{if } G \geq G_{cr}; \quad \dot{d} = 0 \quad \text{otherwise} \quad (7)$$

$$\text{where } A(G,d) = \frac{G}{B(d)}; \quad \text{and} \quad B(d) = G_{cr} + q \frac{\ln(1-d)}{(1-d)}$$

The terms " G_{cr} " and " q " are the same parameters that were defined in the time-independent model described in the previous section. A new parameter " p " is included in the model in order to control the increment of damage during each cycle. It can be notice that the function $A=A(G,d)$ derives from the inelastic function $g(G,d) = G-B(d)$ defined in the previous model. As stated in the preceding section, the function " g " is always negative, therefore the function " A " can take values only in the interval $[0,1]$. This is why damage evolution (7) tends to model (3-4) when parameter " p " tends to infinite, i.e.:

$$\text{when } p \rightarrow \infty; \quad \dot{d} \approx 0 \quad \text{if } G(t) < \text{Sup } G(\tau); \quad \dot{d} = -\frac{G}{\partial g / \partial d} \quad \text{if } G(t) = \text{Sup } G(\tau)$$

The rate of damage in the phase of loading where $G(t) < \text{Sup } G(\tau)$ increases when parameter " p " decreases. This parameter must be chosen to fit experimental results. Whatever the value of " p ", there is no difference in the expression of the damage rate in both models during the phases of loading when $G(t) = \text{Sup } G(\tau)$. Comparison between a numerical simulation with the

oligocyclic fatigue model and experimental results is shown in figure 3. It must be underlined that all parameters of the new model, except "p", can be calculated for RC members of any shape or reinforcement since they are functions of the cracking, yield and ultimate moment; and the ultimate plastic rotation which can be calculated with the standard RC theory. The model can be extended to include unilateral effects due to the change of sign of the loading by the addition of a new set of damage parameters (see [1]).

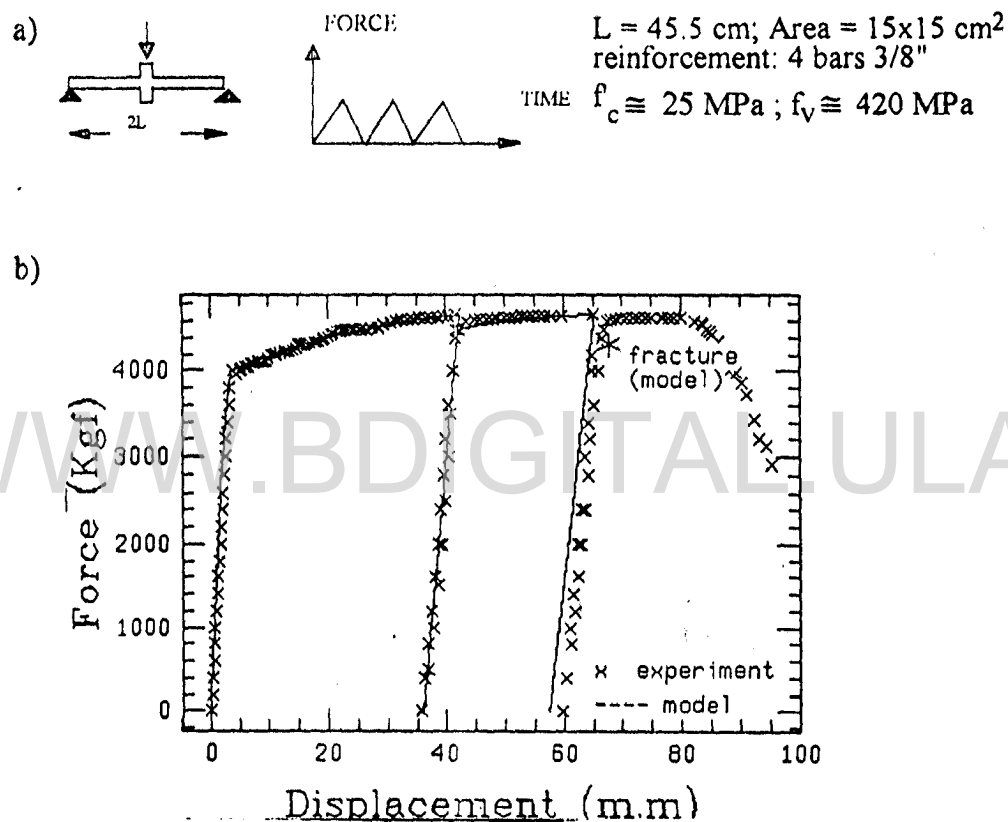


Figure 3 Oligocyclic fatigue test on a beam-column joint. a) specimen and loading b) experiment and numerical simulations.

CONCLUSIONS AND FINAL REMARKS

The framework presented in this paper introduces the methods of continuum damage and fracture mechanics in the analysis of nonlinear frames. The new model for oligocyclic fatigue reproduces qualitative and quantitatively the experimental behavior of RC members under oligocyclic fatigue. Most of the parameters of the model can be calculated from the standard theory of RC structures and this is very important in the practical applications. This model can be easily included as a finite element in the library of standard structural analysis programs.

REFERENCES

1. Flórez-López J. 'Calcul Simplifié de Portiques Endommageables' (in French) *Revue Européenne des Éléments Finis/European Journal of Finite Elements*, Vol 2, pp 47-74 , 1993
2. Flórez-López J. 'Modelos de Daño Concentrado para la Simulación Numérica del Colapso de Pórticos Planos' (in Spanish) *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*. Vol 9, pp. 123-139, 1993
3. Cipollina A., Fébres-Cedillo R. and Flórez-López J. 'A Model of Plasticity Coupled to Damage for RC Frames' *Proceedings of the X World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, 1992.
4. Cipollina A., López-Inojosa A. and Flórez-López J. 'A Simplified Damage Mechanics Approach to Nonlinear Analysis of Frames' *Computers & Structures*. Submitted.
5. Flórez-López J, Benallal A., Geymonat G., Billardon R. 'A Two-field Finite Element Formulation for Elasticity Coupled to Damage' *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. To appear.
6. Puglisi M. Fallas por Fatiga en Estructuras de Concreto Armado (in Spanish) *Thesis for partial fulfillment of the requirements for the degree of Magister Scientie in Structural Engineering*, Universidad de Los Andes, Venezuela.
7. Marigo J.J. 'Modelling of Brittle and Fatigue Damage for Elastic Material by Growth of Microvoids', *Engrg Fracture Mechanics*, Vol 21(4) pp. 861-874, 1985.

MODELADO DE LA FATIGA OLIGOCÍCLICA EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO ARMADO

Monica Puglisi Y Julio Flórez López

Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

RESUMEN

Este artículo presenta una teoría del daño simplificada para el análisis no-lineal de estructuras aporticadas a partir de en los modelos de plasticidad concentrada y la mecánica de la degradación clásica. Basándose en esta formulación, se propone un modelo particular para pórticos de concreto armado sometidos a fatiga oligocíclica.

ABSTRACT

This paper presents a simplified damage theory for the nonlinear analysis of frames based on the lumped plasticity models and continuum damage mechanics. Based on this formulation, a particular model for RC frames under oligocyclic fatigue is proposed.

INTRODUCCIÓN

Las teorías clásicas de la mecánica de la degradación y de la ruptura han sido desarrolladas en el marco de la mecánica de los medios continuos. Sin embargo este no es el formalismo más adecuado para el análisis de muchas estructuras de Ingeniería civil. Con frecuencia estas son representadas como pórticos puesto que se trata de un modelo mucho más simple que permite el análisis de estructuras muy complejas de una manera muy sencilla.

En trabajos precedentes [1,2] se propuso una teoría simplificada del daño para estructuras aporticadas. Esta teoría es similar a la del análisis de pórticos elasto-plásticos en el sentido de que todos los efectos inelásticos tales como plasticidad, endurecimiento, daño, etc. se suponen concentrados en rótulas inelásticas. Basado en este formalismo general, han sido propuestos modelos independientes del tiempo para el análisis de pórticos de concreto armado bajo solicitaciones de un sólo signo [3,4] y solicitaciones cíclicas [5,6]. Estos modelos pueden ser usados para la simulación numérica del colapso de obras civiles o estructuras costafuera bajo solicitaciones sísmicas, oleaje, etc.

Sin embargo en estos modelos el daño depende de la máxima solicitación de cada ciclo y no del número de ciclos, por lo tanto los efectos de fatiga oligocíclica (*low cycle fatigue*) no pueden ser representados. En este artículo se propone un modelo basado en la

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

teoría simplificada del daño que generaliza estos modelos independientes del tiempo puesto que permite tomar en cuenta los efectos de fatiga oligocíclica.

Este artículo contiene básicamente una versión extendida y en español de los resultados anteriormente presentados en [7].

ENERGÍA DE DEFORMACIÓN DE UN MIEMBRO ELASTO-PLÁSTICO DEGRADABLE.

Considérese un miembro de un pórtico plano en pequeñas deformaciones y desplazamientos. Los esfuerzos y deformaciones generalizados del miembro son representados como $\{M\}^t = (M_i, M_j, N)$ y $\{\Phi\}^t = (\Phi_i, \Phi_j, \delta)$ respectivamente. Donde estos símbolos tienen el significado indicado en la figura 1a y 1b.

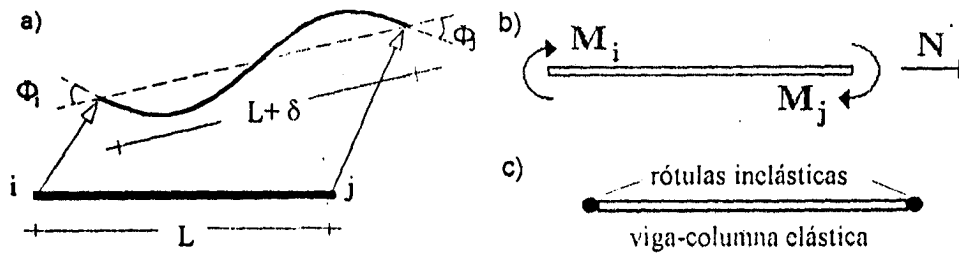


Figura 1: a) Deformaciones generalizadas b) Esfuerzos generalizados c) Modelo de disipación concentrada.

Un modelo constitutivo para un miembro de un pórtico es una expresión que relaciona los esfuerzos generalizados a un cierto instante t con la historia de deformaciones generalizadas.

Para tomar en cuenta los efectos inelásticos, se considera el modelo de "disipación de energía concentrada" que se indica en la figura 1c. En este modelo el miembro es representado como el ensamble de una viga-columna elástica y dos rótulas inelásticas de longitud nula. Esta representación es similar a la empleada en la construcción de teorías de la plasticidad para pórticos.

Se postula la existencia de dos conjuntos de variables internas, las deformaciones plásticas $\{\Phi^p\}^t = (\Phi_i^p, \Phi_j^p, \delta^p)$ y el daño $\{D\}^t = (d_i, d_j, d_n)$, tales que la energía potencial del miembro puede ser expresada como (ver referencias [1,2] para una justificación de la ecuación (1) basada en la mecánica de la degradación clásica):

$$U(\Phi, \Phi^p, D) = \frac{1}{2} \{\Phi - \Phi^p\}^t [S(D)] \{\Phi - \Phi^p\} \quad (1)$$

donde $[S(D)]$ es la matriz de rigidez de un miembro dañado cuyos coeficientes son:

$$S_{11} = \frac{(1-d_i)(d_j S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0) S_{11}^0}{d_i d_j S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0}, \quad S_{12} = \frac{(1-d_i)(d_j - 1) S_{11}^0 S_{12}^0 S_{22}^0}{d_i d_j S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0}$$

$$S_{22} = \frac{(1-d_j)(d_i S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0) S_{22}^0}{d_i d_j S_{12}^0 S_{12}^0 - S_{11}^0 S_{22}^0}, \quad S_{33} = (1-d_n) S_{33}^0, \quad S_{13} = S_{23} = 0$$

Los términos S_{ij}^0 corresponden a los coeficientes de la matriz de rigidez de la viga-columna elástica.

Los elementos de la matriz $\{\Phi^p\}$ corresponden a las rotaciones plásticas y el alargamiento permanente de las rótulas plásticas tal y como se define en la teoría clásica de la plasticidad. La variable interna $\{D\}$ contiene tres parámetros que miden el estado de daño de las rótulas "i" y "j" bajo acciones de flexión y el daño axial respectivamente. Estos parámetros pueden tomar valores entre cero y uno. El valor cero corresponde a una rótula rígido-plástica no dañada como en la teoría clásica de la plasticidad. El valor uno indica una rótula completamente dañada. En este caso la rótula se comporta como las articulaciones internas de los pórticos elásticos clásicos.

El uso de la energía potencial como potencial termodinámico permite la obtención de la relación esfuerzos-deformaciones generalizados y la definición de las fuerzas termodinámicas asociadas a las variables internas:

$$\{M\} = \left\{ \frac{\partial U}{\partial \Phi} \right\} = - \left\{ \frac{\partial U}{\partial \Phi^p} \right\} = [S(D)]\{\Phi - \Phi^p\} \quad \{G\} = - \left\{ \frac{\partial U}{\partial D} \right\} \quad (2)$$

Las fuerzas $\{G\}$ son por lo tanto el equivalente de la tasa de restitución de energía que es un concepto clásico empleado en las teorías convencionales del daño y la fractura.

Las ecuaciones constitutivas del modelo están compuestas por las relaciones (2) y las leyes de evolución de las variables internas que serán introducidas en las próximas secciones.

UN MODELO DE DAÑO INDEPENDIENTE DEL TIEMPO PARA PÓRTICOS DE CONCRETO ARMADO.

Con el objeto de definir las leyes de evolución se introducen dos conjuntos de funciones de fluencia inelástica: $\{f\} = \{f(M, \Phi^p D)\} = (f_i, f_j)$ $\{g\} = \{g(G, \Phi^p D)\} = (g_i, g_j)$. Cada conjunto posee dos funciones, una para cada rótula inelástica. El primer conjunto contiene las "funciones plásticas" que son similares en significado a las funciones de fluencia plástica de la teoría clásica de la plasticidad en pórticos. El segundo conjunto está compuesto por las "funciones de daño" cuya función es la de indicar cuando se producen incrementos de daño en el miembro. Las leyes de evolución de las variables internas se definen ahora mediante la ley de la normalidad de la siguiente manera:

$$\Phi_i^p = \lambda_i^p \frac{\partial f_i}{\partial M_i} \quad \Phi_j^p = \lambda_j^p \frac{\partial f_j}{\partial M_j} \quad \delta^p = \lambda_i^p \frac{\partial f_i}{\partial N} + \lambda_j^p \frac{\partial f_j}{\partial N}$$

$$\lambda^p = \begin{cases} 0 & \text{si } f < 0 \quad \text{o } f < 0 \quad (\text{no hay incrementos plásticos}) \\ \neq 0 & \text{si } f = 0 \quad \text{y } f = 0 \quad (\text{aumento de la plasticidad}) \end{cases} \quad (3)$$

$$d_i = \lambda_i^d \frac{\partial g_i}{\partial G_i} \quad d_j = \lambda_j^d \frac{\partial g_j}{\partial G_j} \quad d_n = \lambda_i^d \frac{\partial g_i}{\partial G_n} + \lambda_j^d \frac{\partial g_j}{\partial G_n}$$

$$\lambda^d = \begin{cases} 0 & \text{si } g < 0 \quad \text{o } g < 0 \quad (\text{no hay incremento del daño}) \\ > 0 & \text{si } g = 0 \quad \text{y } g = 0 \quad (\text{aumento del daño}) \end{cases}$$

donde los multiplicadores "plásticos" (λ^p) y del "daño" (λ^d) se calculan mediante las condiciones de consistencia convencionales.

En la ecuación (3) sólo queda por definir la expresión matemática de las funciones de fluencia inelástica. Estas se obtienen a partir de resultados experimentales en ensayos realizados en juntas viga-columna de concreto armado.

La expresión de estas funciones para el caso particular de miembros rectos de concreto armado, de sección constante y despreciando los efectos inelásticos axiales (es decir $\delta^p = 0$ y $d_n = 0$) ha sido propuesta en las referencias [3,4]:

$$f = |M - X(d, \Phi^p)| - R(d) \quad g = G - B(d) \quad (4)$$

donde $X(d, \Phi^p) = \left(\frac{1-d}{4-d}\right)c\Phi^p$; $R(d) = 4\left(\frac{1-d}{4-d}\right)M_y$; $B(d) = G_{cr} + q\frac{\ln(1-d)}{(1-d)}$

los términos "c", " M_y ", " G_{cr} " y "q" son constantes que dependen de la geometría de la sección transversal, del refuerzo y de las propiedades del concreto y el acero del miembro. Estas constantes pueden ser calculadas a partir del momento de agrietamiento, momento plástico, momento último y el factor de ductilidad de la sección (ver [4]). Todas estas propiedades de la sección transversal pueden ser calculadas utilizando, por ejemplo, la teoría clásica del concreto armado. La figura 2b muestra los resultados experimentales y la simulación numérica de un ensayo realizado en una junta viga-columna.

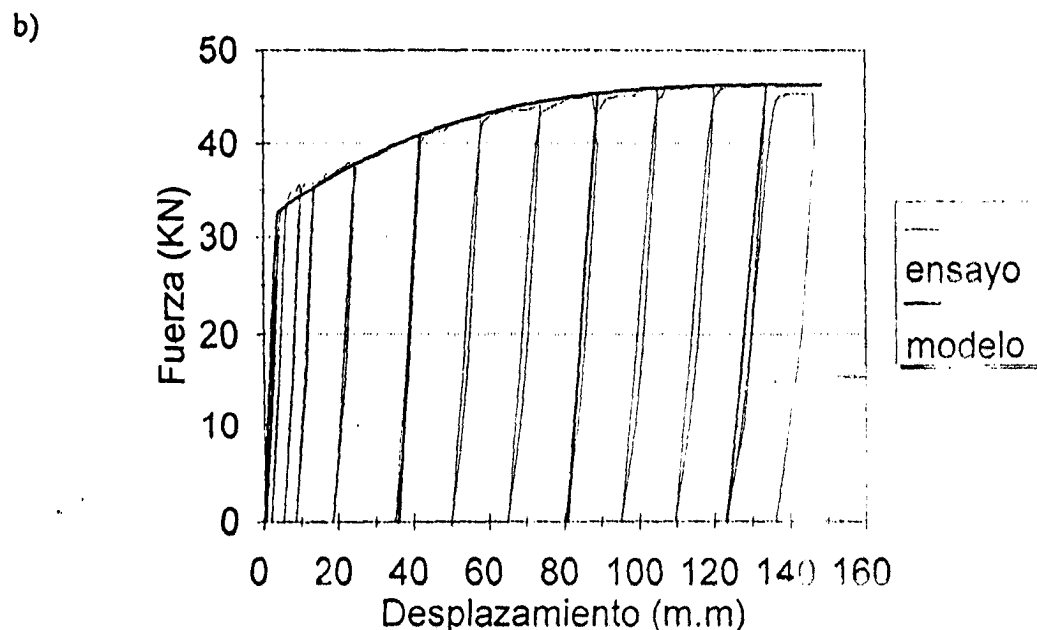
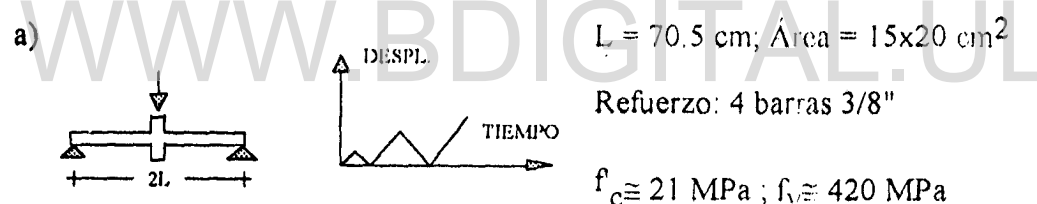


Figura 2 ensayo en una junta viga-columna. a) probeta y solicitación b) resultados experimentales y simulación numérica.

MODELADO DE LA FATIGA OLIGOCÍCLICA EN PÓRTICOS DE CONCRETO ARMADO

Puede demostrarse a partir de las ecuaciones (3-4) que una variable de daño "d" sólo puede aumentar si y sólo si el valor actual de la fuerza termodinámica "G" es igual al máximo valor de esta en toda la historia anterior:

$$d(t) > 0 \quad \text{sólo si} \quad G(t) = \text{Sup}(G(\tau)) \quad (5)$$

$$-\infty \leq \tau \leq t$$

donde $G(t)$ representa al valor de la fuerza termodinámica en el instante actual "t", $G(\tau)$ es el valor de la misma fuerza termodinámica en un instante pasado " τ ". y $d(t)$ es la derivada con respecto al tiempo del daño en el instante actual "t". Ello significa que en el modelo independiente del tiempo presentado en la sección precedente se supone que el daño es una función de la máxima sollicitación representada por el $\text{Sup}(G(\tau))$.

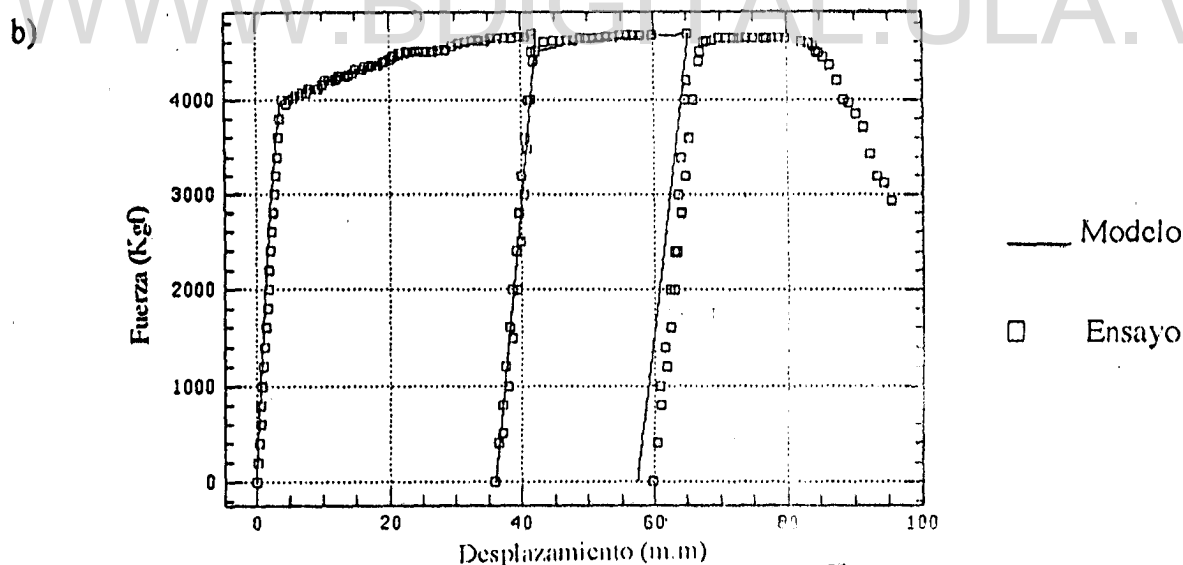
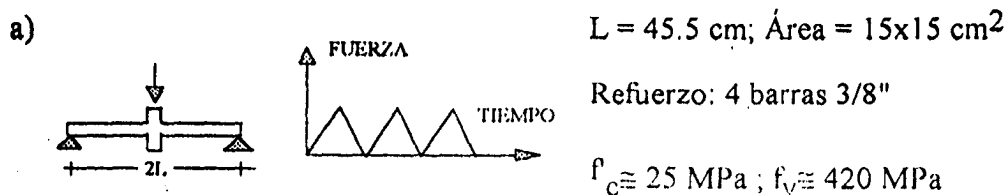


Figura 3. Ensayo de fatiga oligocíclica en una junta de concreto armado. a) Probeta y sollicitación b) Resultados experimentales y simulación numérica del ensayo

Esta hipótesis evidentemente no es válida si la estructura es estudiada durante un largo intervalo de tiempo (efectos dependientes del tiempo, fatiga a un gran número de ciclos) o bajo sollicitaciones cíclicas breves en las cuales la máxima sollicitación del ciclo está muy cerca del momento último de la rótula inelástica (fatiga oligocíclica). En este último caso la evidencia experimental indica que ocurren incrementos significativos del daño y la plasticidad aun cuando el valor actual de "G" no ha alcanzado el Sup de "G" (ver figuras 3, 4 y otros resultados experimentales presentados en [8]).

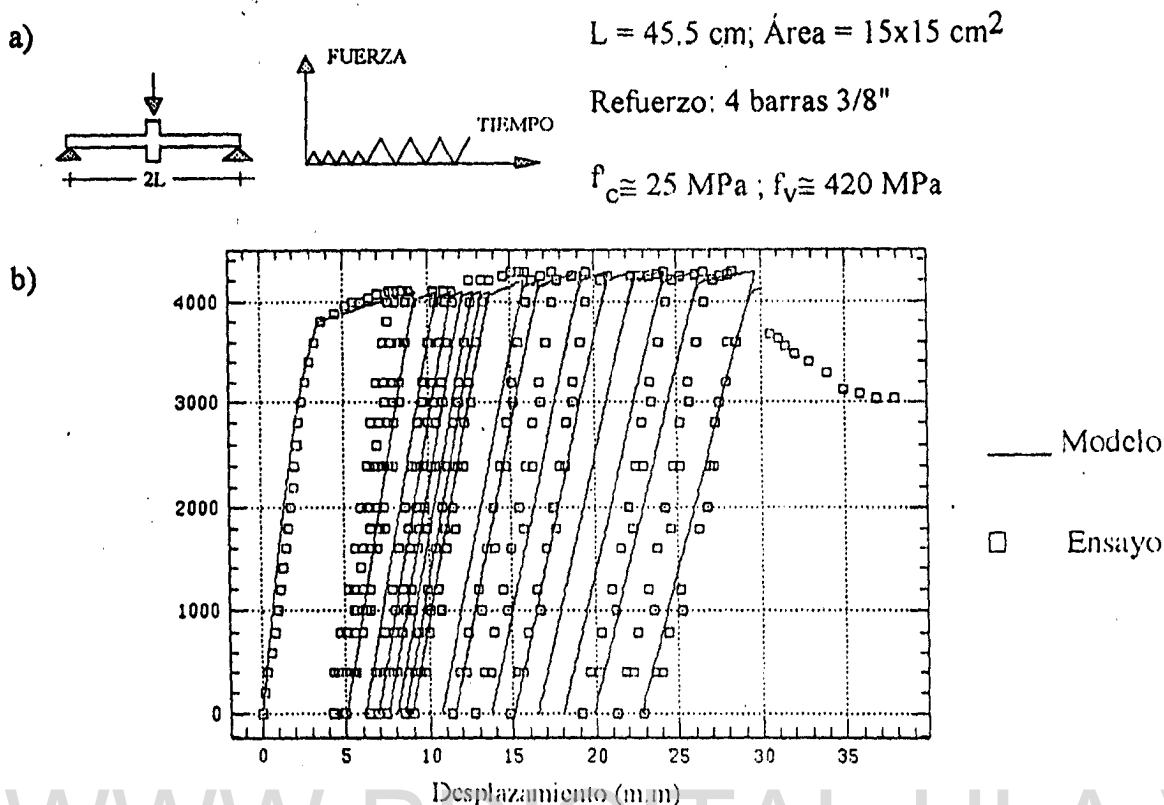


Figura 4. Ensayo de fatiga oligocíclica en una junta de concreto armado. a) Probeta y sollicitación b) Resultados experimentales y simulación numérica del ensayo

El objetivo de esta sección es el de proponer un modelo para la fatiga oligocíclica basado en el modelo independiente del tiempo presentado en la sección precedente. Para ello se supondrá que: a) no son necesarias nuevas variables internas. b) El comportamiento plástico puede ser descrito por la misma ley de evolución del modelo independiente del tiempo. c) El incremento del daño es nulo durante las descargas elásticas. d) Son posibles incrementos del daño inclusive si el valor actual de "G" es inferior al máximo experimentado por la rótula.

La nueva ley de evolución del daño debe por lo tanto tomar en cuenta las hipótesis "c" y "d" pero debe arrojar los mismos resultados del modelo independiente del tiempo para el caso particular de sollicitaciones monotónicas. Ello puede ser logrado empleando el procedimiento propuesto en [9,2] que es brevemente descrito en esta sección:

Para incrementos de daño positivos, el modelo independiente del tiempo da la siguiente expresión para la velocidad de daño de una rótula inelástica:

$$\dot{d} = -\frac{1}{\partial G / \partial I} \dot{G} \quad (6)$$

Durante las descargas elásticas esta última expresión no es, por supuesto válida puesto que ella implicaría una velocidad de daño negativa (agrietamiento negativo). La ecuación (6)

puede ser modificada substituyendo $\dot{G}$ por la parte positiva de $\dot{G}$: $\langle \dot{G} \rangle$. De esta manera, se obtiene una ley de evolución que cumple con las condiciones requeridas en el

párrafo anterior. Sin embargo la ley de evolución obtenida de esta manera sobrestima la velocidad de daño observada en los ensayos. Teniendo en cuenta este hecho se propone la siguiente ley de fatiga oligocíclica:

$$\dot{d} = -\frac{(A(G,d))^p}{\partial g / \partial d} < \dot{G} > \quad \text{si } G \geq G_{cr}; \quad \dot{d} = 0 \quad \text{si no} \quad (7)$$

$$\text{donde } A(G,d) = \frac{G}{B(d)}; \quad B(d) = G_{cr} + q \frac{\ln(1-d)}{(1-d)}$$

Los términos " G_{cr} " " q " son los mismos coeficientes que fueron introducidos en el modelo de la sección precedente. La nueva constante " p " es incluida en el modelo para controlar el incremento de daño en cada ciclo. Puede constatarse que la función $A=A(G,d)$ proviene de la función de daño definida en el modelo precedente: $g(G,d) = G-B(d)$. Tal y como se indicó en la sección anterior, la función " g " es negativa por definición, por lo tanto el término " A " sólo puede tomar valores entre cero y uno. Ello implica que la ley de evolución (7) tiende a coincidir con la ley de evolución del daño del modelo independiente del tiempo cuando " p " tiende a infinito, es decir:

$$\text{cuando } p \rightarrow \infty; \quad \dot{d} \cong 0 \quad \text{si } G(t) < \text{Sup } G(\tau); \quad \dot{d} = -\frac{G}{\partial g / \partial d} \quad \text{si } G(t) = \text{Sup } G(\tau)$$

La velocidad de daño en la fase de la sollicitación durante la cual $G(t) < \text{Sup } G(\tau)$ aumenta cuando la constante " p " disminuye. Este parámetro debe ser escogido para ajustar los resultados experimentales. Cualquiera que sea el valor de " p ", no hay diferencia entre este modelo y el de la sección precedente si $G(t) = \text{Sup } G(\tau)$. En las figuras 3 y 4 puede observarse la comparación entre el modelo para fatiga oligocíclica y resultados experimentales. Este modelo puede ser extendido al caso de sollicitaciones histeréticas combinando esta ley de evolución del daño con el modelo propuesto en las referencias [5,6].

CONCLUSIONES

El formalismo presentado en este artículo permite la introducción de los conceptos y métodos de la mecánica de la degradación y la ruptura en el análisis de estructuras aporticadas. El nuevo modelo de fatiga oligocíclica propuesto en este artículo reproduce cualitativa y cuantitativamente el comportamiento experimental observado en miembros estructurales de concreto armado.

REFERENCIAS

1. Flórez-López J. 'Calcul Simplifié de Portiques Endommageables' *Revue Européenne des Eléments Finis/European Journal of Finite Elements*, Vol 2, pp 47-74, 1993
2. Flórez-López J. 'Modelos de Daño Concentrado para la Simulación Numérica del Colapso de Pórticos Planos' *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*. Vol 9, pp. 123-139, 1993

Licencia Creative Commons:

Atribución - No Comercial - Compartir Igual 3.0 Venezuela
(CC BY-NC-SA 3.0 VE)

3. Cipollina A., Fébres-Cedillo R. y Flórez-López J. 'A Model of Plasticity Coupled to Damage for RC Frames' *Proceedings of the X World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, España, 1992.
4. Cipollina A., López-Inojosa A. y Flórez-López J. 'A Simplified Damage Mechanics Approach to Nonlinear Analysis of Frames' *Computers & Structures*. De próxima publicación.
5. Flórez López J. 'A Simplified Model of unilateral Damage for RC Frames' *J.Struc.Div. ASCE* 1994, Sometido a arbitraje
6. Flórez López J. 'Simulación Numérica del Comportamiento Cíclico de Estructuras de Concreto Armado' *Memorias del II Congreso Venezolano de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas*. Maracaibo 1994
7. Puglisi M. y Flórez López J. 'Lumped Damage Models for Oligocyclic Fatigue in RC Frames' *Proceedings of Localized Damage 94*, Udine, Italia 1994
8. Puglisi M. Fallas por Fatiga en Estructuras de Concreto Armado. *Tesis de Maestría en Ingeniería Estructural* Universidad de Los Andes, Venezuela. En preparación.
9. Marigo J.J. 'Modelling of Brittle and Fatigue Damage for Elastic Material by Growth of Microvoids', *Engrg Fracture Mechanics*, Vol 21(4) pp. 861-874, 1985.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE