

# ESTUDIO DE LA PLANICIE INUNDABLE DEL RÍO ESCALANTE A TRAVÉS DE UN MODELO BIDIMENSIONAL

Por: Espinosa Jiménez, Carlos Francisco  
Abel.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Tesis para Optar al Grado de Magister  
Scientiae en Obras Hidráulicas

Centro Interamericano de Desarrollo Integral  
de Aguas y Tierras

Universidad De Los Andes

Mérida - Venezuela

1985

## DEDICATORIA

*"Las ciencias y las artes llevan en si mismas,  
la recompensa de los trabajos y vigili as que se  
les consagra".*

*Andrés Bello.*

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

*A mis padres: Carlos y Milagros  
A Paulanita.*

## AGRADECIMIENTO

El autor desea expresar su sincero agradecimiento al Dr. Hervé Jégat, bajo cuya dirección se realizó este trabajo de investigación; al Dr. Alfredo De León, por su apoyo y valiosas sugerencias durante la ejecución del mismo; al Ing. Tomás A. Bandes R., miembro del comité, por su colaboración.

Al personal directivo del CIDIAT, porque me permitió vivir esta agradable experiencia. A su personal administrativo, docente y obrero por la ayuda prestada. Al personal del Laboratorio de Computación y de la Biblioteca por su valiosa colaboración.

A la familia Abreu Márquez y a mis primos Jorge y Raudo por su apoyo durante este período de mi vida que concluye.

A mi compañero Claude Ambroise por su sincera amistad y compañía en los momentos difíciles.

A Lorenzo Vásquez por su valiosa colaboración en la preparación de los programas.

A la señorita Josefina Chacón, quien con toda la paciencia realizó la difícil tarea de mecanografiar este trabajo.

# INDICE

|                                                                  | Página |
|------------------------------------------------------------------|--------|
| AGRADECIMIENTO . . . . .                                         | i      |
| LISTA DE TABLAS . . . . .                                        | vii    |
| LISTA DE FIGURAS . . . . .                                       | ix     |
| LISTA DE SIMBOLOS . . . . .                                      | xi     |
| RESUMEN . . . . .                                                | xxi    |
| Capítulo                                                         |        |
| I. INTRODUCCION . . . . .                                        | 1      |
| Metodología . . . . .                                            | 3      |
| Objetivos . . . . .                                              | 4      |
| Importancia del estudio . . . . .                                | 4      |
| II. REVISION DE LA LITERATURA . . . . .                          | 5      |
| Modelos en base a ecuaciones bidimensionales . . . . .           | 5      |
| Modelos bidimensionales en base a red de canales . . . . .       | 6      |
| Modelo Carima . . . . .                                          | 9      |
| Descripción general . . . . .                                    | 9      |
| Flujo unidimensional . . . . .                                   | 10     |
| Flujo bidimensional . . . . .                                    | 11     |
| Teoría básica del flujo no-permanente . . . . .                  | 12     |
| Ecuaciones de flujo no-permanente . . . . .                      | 12     |
| Ecuación de continuidad . . . . .                                | 13     |
| Ecuación de cantidad de movimiento . . . . .                     | 14     |
| III. DESARROLLO TEORICO Y RESOLUCION DE LAS ECUACIONES . . . . . | 17     |
| La discretización en los modelos . . . . .                       | 17     |
| Discretización topológica . . . . .                              | 17     |
| Discretización hidráulica . . . . .                              | 22     |
| Ecuaciones del flujo . . . . .                                   | 24     |
| Ecuación de continuidad para cada celda . . . . .                | 24     |
| Relaciones de intercambio entre celdas . . . . .                 | 27     |

## INDICE (Continuación)

|                                                                                                | Página |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| Definición del factor de ponderación $\alpha$ . . . . .                                        | 29     |
| Unión tipo vertedero. . . . .                                                                  | 31     |
| Omisión de los términos de inercia . . . . .                                                   | 34     |
| Formulación numérica . . . . .                                                                 | 36     |
| Condiciones de borde . . . . .                                                                 | 38     |
| El problema de la pequeña profundidad . . . . .                                                | 38     |
| Solución numérica de las ecuaciones . . . . .                                                  | 42     |
| Condición aguas abajo . . . . .                                                                | 47     |
| Condiciones de borde . . . . .                                                                 | 49     |
| Evaluación de los coeficientes . . . . .                                                       | 53     |
| IV. ALGORITMO DEL MODELO BIDIMENSIONAL . . . . .                                               | 59     |
| Algoritmo general . . . . .                                                                    | 59     |
| Variables utilizadas por el programa . . . . .                                                 | 60     |
| V. PRUEBA DE SENSIBILIDAD DE PARAMETROS . . . . .                                              | 69     |
| Análisis de los resultados . . . . .                                                           | 69     |
| Relación ancho cauce-ancho planicie ( $B_o/B$ ) . . . . .                                      | 69     |
| Relación rugosidad del cauce-rugosidad de la planicie (RCA/RPL) . . . . .                      | 71     |
| Intervalo de tiempo de simulación (INTS) . . . . .                                             | 71     |
| Coeficientes de descarga libre y sumergido de los vertederos ( $\phi_L$ y $\phi_S$ ) . . . . . | 73     |
| Conclusiones del análisis de sensibilidad . . . . .                                            | 74     |
| VI. APLICACION A UN CASO REAL. . . . .                                                         | 79     |
| Ubicación de la zona. . . . .                                                                  | 79     |
| Antecedentes de las inundaciones en la zona. . . . .                                           | 80     |
| Discretización topológica de la zona . . . . .                                                 | 80     |
| Elaboración y obtención de la información como entrada al modelo BIDIM. . . . .                | 81     |
| Tablas de elevación contra área superficial para cada celda. . . . .                           | 81     |
| Tablas de elevación contra factor de conducción en uniones tipo río . . . . .                  | 83     |
| Elevación, ancho y coeficientes de descarga de los vertederos. . . . .                         | 83     |

## INDICE (Continuación)

|                                                                                                                  | Página  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| Distancia entre los centros de las celdas y coeficientes de ponderación (ALPHA) en las uniones tipo río. . . . . | 83      |
| Hidrograma de entrada: condición aguas arriba. . . . .                                                           | 84      |
| Curva de gasto: condición aguas abajo. . . . .                                                                   | 84      |
| Condiciones iniciales. . . . .                                                                                   | 84      |
| Metodología usada para transitar el hidrograma . . . . .                                                         | 88      |
| <br>VII. PRESENTACION Y ANALISIS DE RESULTADOS . . . . .                                                         | <br>91  |
| Etapas durante la simulación . . . . .                                                                           | 91      |
| Cauce sin desbordamiento . . . . .                                                                               | 91      |
| Cauce desbordado . . . . .                                                                                       | 91      |
| Influencia del intervalo de tiempo de la simulación INTS durante el desbordamiento . . . . .                     | 94      |
| Mancha de inundación producida. . . . .                                                                          | 98      |
| Comparación del Modelo BIDIM con el modelo PLANICIE . . . . .                                                    | 99      |
| <br>VIII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES . . . . .                                                               | <br>105 |
| Conclusiones . . . . .                                                                                           | 105     |
| Recomendaciones . . . . .                                                                                        | 105     |
| <br>BIBLIOGRAFIA . . . . .                                                                                       | <br>107 |

## LISTA DE TABLAS

| Tabla                                                                | Página |
|----------------------------------------------------------------------|--------|
| 1. Equivalencia de variables utilizadas en el modelo BIDIM. . .      | 61     |
| 2. Variación de la relación $B_o/B$ . . . . .                        | 69     |
| 3. Variación de la relación RCA/RPL. . . . .                         | 71     |
| 4. Variación del intervalo de tiempo de simulación (INTS) . .        | 73     |
| 5. Variación del coeficiente de descarga sumergido ( $\phi_s$ ). . . | 73     |
| 6. Variación del coeficiente de descarga libre ( $\phi_L$ ). . . . . | 74     |
| 7. Hidrograma de entrada . . . . .                                   | 85     |
| 8. Curva de gasto. . . . .                                           | 87     |
| 9. Condiciones iniciales para el modelo . . . . .                    | 87     |
| 10. Etapas del tránsito del hidrograma total. . . . .                | 89     |
| 11. Características de los modelos PLANICIE y BIDIM. . . . .         | 99     |

## LISTA DE FIGURAS

| Figura |                                                                                                                                                | Página |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 1      | Deducción de las ecuaciones de Saint-Venant. . . . .                                                                                           | 13     |
| 2      | Esquematización de una planicie de inundación mediante celdas de flujo y almacenamiento. . . . .                                               | 18     |
| 3      | Discretización de la pendiente de la superficie del agua . . . . .                                                                             | 20     |
| 4      | Esquematización final de la planicie de inundación . . . . .                                                                                   | 21     |
| 5      | Representación gráfica de los tipos de uniones entre celdas. . . . .                                                                           | 21     |
| 6      | División de una sección transversal en elementos discretos. . . . .                                                                            | 23     |
| 7      | Ecuación de continuidad para cada celda. . . . .                                                                                               | 26     |
| 8      | Deducción del coeficiente de ponderación ALFA. . . . .                                                                                         | 30     |
| 9      | Unión tipo vertedero entre las celdas i, k . . . . .                                                                                           | 32     |
| 10     | Definición de conducción en la unión tipo río . . . . .                                                                                        | 40     |
| 11     | Problema de la pequeña profundidad . . . . .                                                                                                   | 40     |
| 12     | Relación entre la descarga y el nivel $Z_i$ para pequeña profundidad. . . . .                                                                  | 40     |
| 13     | División de la zona en estudio en celdas y grupos de celdas. . . . .                                                                           | 43     |
| 14     | Aplicación de la ecuación (3.46) a todas las celdas del grupo central j, coeficientes de las matrices central, siguiente y precedente. . . . . | 45     |
| 15     | Limnigrama como condición de borde . . . . .                                                                                                   | 49     |
| 16     | Relación nivel-caudal para una celda i . . . . .                                                                                               | 52     |
| 17     | Algoritmo general del modelo BIDIM . . . . .                                                                                                   | 59     |
| 18     | Reducción de inestabilidad para relación de $B_o/B > 2$ . . . . .                                                                              | 70     |
| 19     | Variación de la relación RCA/RPL . . . . .                                                                                                     | 72     |
| 20     | Variación del intervalo de tiempo de simulación (INTS) . . . . .                                                                               | 75     |
| 21     | Variación del coeficiente de descarga libre . . . . .                                                                                          | 76     |
| 22     | Variación del coeficiente de descarga sumergido ( $\phi_s$ ) . . . . .                                                                         | 77     |
| 23     | Tipología de la zona a estudiar . . . . .                                                                                                      | 82     |
| 24     | Hidrograma para obtener condiciones iniciales . . . . .                                                                                        | 87     |
| 25     | Limnigramas celdas del cauce e Hidrograma de entrada. . . . .                                                                                  | 92     |
| 26     | Limnigramas celdas de la planicie . . . . .                                                                                                    | 93     |
| 27     | Evolución de los niveles de agua en el tiempo para las celdas del cauce. . . . .                                                               | 95     |

|                                                                                                   | Página |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 28 Ilustración de la influencia de intervalo de la simulación durante del desbordamiento. . . . . | 96     |
| 29 Evolución de la mancha de inundación para $TT = 1.004.400$ seg. . . .                          | 100    |
| 30 Evolución de la mancha de inundación para $TT = 2.008.800$ seg. . . .                          | 101    |
| 31 Evolución de la mancha de inundación para $TT = 2.937.600$ seg. . . .                          | 102    |

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

## LISTA DE SIMBOLOS

Símbolos

Símbolos

|                 |                                                                                                                                                                                                            |
|-----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\rho$          | Densidad                                                                                                                                                                                                   |
| $A ( )$         | Datos tabulares del área superficial para diferentes niveles en cada celda.                                                                                                                                |
| $A (Z_i)$       | Area superficial en la celda correspondiente al nivel $Z_i$ .                                                                                                                                              |
| $A_i (t_n)$     | Area superficial en la celda $i$ correspondiente al tiempo $t_n$ .                                                                                                                                         |
| $A_i (t_{n+1})$ | Area superficial en la celda $i$ correspondiente al tiempo $t_{n+1}$ .                                                                                                                                     |
| $ALFA = \alpha$ | Coeficiente de ponderación entre los niveles $i$ y $k$ .                                                                                                                                                   |
| $AR ( )$        | Valor del área superficial en una celda $i$ correspondiente a un nivel interpolado durante la simulación.                                                                                                  |
| $B$             | Ancho longitudinal del vertedero en el programa.                                                                                                                                                           |
| $BB ( )$        | Vector correspondiente a la operación $[MPAUX] \cdot \{FAUX\}$ en el cálculo del coeficiente $\{F\}$ del doble barrido.                                                                                    |
| $b$             | Ancho efectivo del vertedero.                                                                                                                                                                              |
| $C ( )$         | Matriz correspondiente a la operación $[MPAUX] \cdot [EAUX]$ en el cálculo del coeficiente $[E]$ y $\{F\}$ del doble barrido.                                                                              |
| $CFMV$          | Variable que ofrece la opción de listar durante la simulación los valores de los coeficientes de intercambio de flujo de las matrices y vectores del doble barrido. Si su valor es SI listará lo anterior. |
| $CHSMT$         | Subrutina utilizada para cambiar el signo al coeficiente $[E]$ del doble barrido.                                                                                                                          |
| $CHSV$          | Subrutina utilizada para cambiar el signo al coeficiente $\{F\}$ del doble barrido.                                                                                                                        |
| $COERI$         | Subrutina que controla el cálculo de los coeficientes $PQIK$ , $PQKIK$ , $QIK$ .                                                                                                                           |
| $D ( )$         | Matriz correspondiente a la operación $[MCAUX] + [C]$ en el cálculo de los coeficientes $[E]$ y $\{F\}$ del doble barrido.                                                                                 |
| $DZ ( )$        | Vector correspondiente a los incrementos de nivel en las celdas para cada grupo durante la simulación.                                                                                                     |

## LISTA DE SIMBOLOS (Continuación)

|                    |                                                                                                                  |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| DZI ( )            | Vector auxiliar correspondiente al cálculo de los incrementos de nivel en cada celda.                            |
| DZZ ( )            | Vector auxiliar de los incrementos de nivel en las celdas, calculado en la subrutina SUMV, igual a {G} + {FAUX}. |
| DT                 | Incremento de tiempo durante la simulación.                                                                      |
| DX = ΔX            | Distancia entre centros de las celdas, utilizadas en la unión tipo río.                                          |
| df/dZ <sub>i</sub> | Derivada total de la función curva de gasto de la condición de borde aguas abajo con respecto a la celda i.      |
| dt                 | Derivada total respecto al tiempo.                                                                               |
| dZ <sub>i</sub>    | Derivada total del nivel en la celda i.                                                                          |
| EE ( )             | Matriz auxiliar del coeficiente [E] calculado en la subrutina MULTM.                                             |
| EAUX ( )           | Matriz auxiliar del coeficiente [E] del doble barrido.                                                           |
| E <sub>j</sub>     | Coeficiente del doble barrido correspondiente al grupo central j.                                                |
| E <sub>j-1</sub>   | Coeficiente del doble barrido correspondiente al grupo precedente j-1.                                           |
| E <sub>o</sub>     | Coeficiente del doble barrido correspondiente al grupo precedente o.                                             |
| E <sub>1</sub>     | Coeficiente del doble barrido correspondiente al grupo 1.                                                        |
| ESCRIT             | Subrutina de escritura de los resultados.                                                                        |
| F ( )              | Vector coeficiente del doble barrido.                                                                            |
| FF ( )             | Vector auxiliar del coeficiente {F} calculado en la subrutina MULTV.                                             |
| FAUX ( )           | Vector auxiliar del coeficiente {F}.                                                                             |
| F <sub>j</sub>     | Coeficiente del doble barrido correspondiente al grupo central j.                                                |

## LISTA DE SIMBOLOS (Continuación)

|                         |                                                                                                                                                     |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $F_{j-1}$               | Coeficiente del doble barrido correspondiente al grupo precedente $j-1$ .                                                                           |
| $F_0$                   | Coeficiente del doble barrido correspondiente al grupo precedente 0.                                                                                |
| $F_1$                   | Coeficiente del doble barrido correspondiente al grupo 1 del doble barrido.                                                                         |
| FCH                     | Variable de fecha de ejecución de la simulación, suministrada al programa.                                                                          |
| $FIL = \mu_1 \sqrt{2g}$ | Producto del coeficiente de descarga libre por la raíz cuadrada de dos veces el valor de la constante de gravedad en la unión tipo vertedero.       |
| $FIR = \phi$            | Función $\phi$ en la unión tipo río, calculado en la subrutina R10.                                                                                 |
| $FIRP = d\phi/d\bar{z}$ | Variación de la función $\phi$ con respecto a la profundidad $\bar{z}_{i,k}$ en la unión tipo río, calculado en la subrutina R10.                   |
| $FIS = \mu_2 \sqrt{2g}$ | Producto del coeficiente de descarga sumergido por la raíz cuadrada de dos veces el valor de la constante de gravedad en la unión tipo vertedero.   |
| f                       | Función cualquiera.                                                                                                                                 |
| $G ( )$                 | Vector correspondiente a la operación $ EAUX . \{DZI\}$ , en el cálculo de los incrementos de nivel en las celdas, calculado en la subrutina MULTV. |
| g                       | Constante de gravedad.                                                                                                                              |
| $H ( )$                 | Vector correspondiente a la operación $\{BB\} + \{LIAUX\}$ en el cálculo del coeficiente $\{F\}$ .                                                  |
| $I = i$                 | Indice correspondiente a una celda en el programa.                                                                                                  |
| INFG                    | Variable de información general suministrada al programa.                                                                                           |
| INTAR                   | Subrutina utilizada para calcular el área superficial en una celda $i$ para un nivel dado, mediante interpolación.                                  |
| INTCB                   | Subrutina utilizada para calcular los coeficientes de la condición de borde aguas abajo, mediante interpolación.                                    |
| INTKK                   | Subrutina utilizada para calcular la conducción, y la variación de la misma con respecto a la profundidad en la celda, mediante interpolación'      |

## LISTA DE SIMBOLOS (Continuación)

|                                          |                                                                                                                                     |
|------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| INTS                                     | Intervalo de tiempo de simulación.                                                                                                  |
| INV                                      | Subrutina utilizada para calcular la inversa de una matriz.                                                                         |
| IMP                                      | Variable correspondiente a la unidad de salida de los resultados.                                                                   |
| J                                        | Indice correspondiente al número de orden de los datos tabulares del área y la conducción.                                          |
| j                                        | Indice correspondiente al número de elemento de discretización de una sección transversal del cauce.                                |
| k = k                                    | Indice correspondiente a una celda k adyacente a una celda i.                                                                       |
| kk = k(Z <sub>i</sub> ) = k <sub>i</sub> | Valor de la conducción en una celda i, correspondiente al nivel en la misma, calculado en la subrutina INTKK.                       |
| K <sub>k</sub>                           | Valor de la conducción en una celda k.                                                                                              |
| KCI                                      | Contador de celdas i hasta donde se calcularán los coeficientes en la unión tipo río.                                               |
| KEMV                                     | Contador que controla el salto de página en la opción de escribir las matrices y vectores correspondientes de los grupos de celdas. |
| KEI                                      | Contador que controla el inicio de la escritura de los resultados de cada celda i, por línea, en la subrutina ESCRIT.               |
| KEF                                      | Contador que controla el final de la escritura de los resultados de cada celda i, por línea, en la subrutina ESCRIT.                |
| KIK = K <sub>i,k</sub>                   | Valor de la conducción entre las celdas i y k, calculado en la subrutina R10.                                                       |
| KIKP                                     | Variación de la conducción respecto a la profundidad Z <sub>i,k</sub> , calculado en la subrutina R10.                              |
| KND ( )                                  | Datos tabulares de la conducción para diferentes niveles en cada celda.                                                             |
| KP                                       | Variación de la conducción con respecto al nivel en la celda i, calculado en la subrutina INTKK.                                    |
| KPIMP                                    | Contador para impresión.                                                                                                            |

## LISTA DE SIMBOLOS (Continuación)

|                   |                                                                                                                                                               |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| KPRINT            | Variable que indica cada cuantos intervalos de simulación se imprimirán los resultados.                                                                       |
| KTMX              | Contador de tiempo máximo de simulación.                                                                                                                      |
| KTS               | Contador de los intervalos de simulación.                                                                                                                     |
| KZB               | Indice de la variación tabular de la curva de gasto de la condición de borde aguas abajo.                                                                     |
| L                 | Contador de cálculo de los grupos para: inicialización de las matrices, coeficientes de unión tipo vertedero, coeficientes {E} y {F}, e incrementos de nivel. |
| LI (    )         | Vector del término libre de la ecuación de continuidad.                                                                                                       |
| $L_c$             | Término libre de la ecuación de continuidad para un grupo central.                                                                                            |
| $L_j$             | Término libre de la ecuación de continuidad para el grupo j.                                                                                                  |
| $L_1$             | Término libre de la ecuación de continuidad para un grupo 1.                                                                                                  |
| LEC               | Variable correspondiente a la unidad de entrada de los datos.                                                                                                 |
| LIAUX (    )      | Vector auxiliar del término libre de la ecuación de continuidad.                                                                                              |
| $MC (    ) = M_c$ | Matriz central de coeficientes.                                                                                                                               |
| MCAUX (    )      | Matriz central auxiliar de coeficientes.                                                                                                                      |
| $MP (    ) = M_p$ | Matriz precedente de coeficientes.                                                                                                                            |
| IMPAUX (    )     | Matriz precedente auxiliar de coeficientes.                                                                                                                   |
| $MS (    ) = M_s$ | Matriz siguiente de coeficientes.                                                                                                                             |
| MSAUX (    )      | Matriz siguiente auxiliar de coeficientes.                                                                                                                    |
| MULTM             | Subrutina utilizada para calcular el producto de dos matrices.                                                                                                |

## LISTA DE SIMBOLOS (Continuación)

|                                                |                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| MULTV                                          | Subrutina utilizada para calcular el producto de una matriz por un vector.                                                                      |
| $M_j$                                          | Matriz central de coeficientes para el grupo j.                                                                                                 |
| $M_{j-1}$                                      | Matriz precedente del grupo j.                                                                                                                  |
| $M_0$                                          | Matriz precedente del grupo 1.                                                                                                                  |
| $M_1$                                          | Matriz central del grupo 1.                                                                                                                     |
| m                                              | Número total de elementos de discretización de una sección transversal del cauce.                                                               |
| N                                              | Indice de designación del elemento de la matriz central en los coeficientes de unión vertedero.                                                 |
| NC                                             | Número de celdas del modelo                                                                                                                     |
| NF                                             | Número de filas del modelo.                                                                                                                     |
| NG                                             | Número de grupos del modelo.                                                                                                                    |
| n                                              | Rugosidad de Manning.                                                                                                                           |
| n                                              | Contador de intervalo de tiempo.                                                                                                                |
| OPCN                                           | Variable de comparación de la opción de listar o no, durante la simulación, las matrices y vectores del doble barrido. Su valor asignado es SI. |
| $PQIK = \frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_i}$ | Variación del caudal de la celda k a la celda i, con respecto al nivel de agua en la celda i.                                                   |
| $PQIK = \frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_k}$ | Variación del caudal de la celda k a la celda i con respecto al nivel en la celda k.                                                            |
| $PQKI = \frac{\partial Q_{k,i}}{\partial Z_i}$ | Variación del caudal de la celda i a la celda k con respecto al nivel en la celda i.                                                            |
| $PQKI = \frac{\partial Q_{k,i}}{\partial Z_k}$ | Variación del caudal de la celda i a la celda k con respecto al nivel en la celda k.                                                            |
| PRY                                            | Variable de información del proyecto a simular con el modelo BIDIM.                                                                             |

## LISTA DE SIMBOLOS (Continuación)

|                    |                                                                                                                                                              |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Q                  | Caudal.                                                                                                                                                      |
| QAB ( )            | Valor tabular del caudal en la curva de gasto de la condición de borde aguas abajo.                                                                          |
| QAR ( )            | Valor tabular del caudal del hidrograma en la condición de borde aguas arriba.                                                                               |
| QB                 | Valor del caudal en la curva de gasto de la condición de borde aguas abajo, interpolado para un nivel dado en la celda 3, calculado en la subrutina INTCB.   |
| QPB                | Variación del caudal en la curva de gasto de la condición de borde aguas abajo, con respecto a un nivel dado en la celda 3, calculado en la subrutina INTCB. |
| $Q_{IK} = Q_{i,k}$ | Caudal que fluye de la celda k a la celda i.                                                                                                                 |
| $Q_{KI} = Q_{k,i}$ | Caudal que fluye de la celda i a la celda k.                                                                                                                 |
| R                  | Radio hidráulico.                                                                                                                                            |
| RCA                | Rugosidad del cauce.                                                                                                                                         |
| RIO                | Subrutina utilizada para calcular los coeficientes de la unión tipo río.                                                                                     |
| RPL                | Rugosidad de la planicie.                                                                                                                                    |
| S                  | Pendiente de la superficie de agua.                                                                                                                          |
| $S_f$              | Pendiente de fricción.                                                                                                                                       |
| SGN                | Variable que define el sentido del flujo en la unión tipo río.                                                                                               |
| SUMM               | Subrutina utilizada para calcular la suma de matrices.                                                                                                       |
| SUMV               | Subrutina utilizada para calcular la suma de vectores.                                                                                                       |
| T ( )              | Valores tabulares de los tiempos del hidrograma de entrada.                                                                                                  |
| TT                 | Valores de tiempo transcurrido durante la simulación.                                                                                                        |
| t                  | Tiempo.                                                                                                                                                      |
| U                  | Velocidad uniformemente distribuida en la sección transversal.                                                                                               |
| UNCCEL ( )         | Valores del índice de unión de celdas.                                                                                                                       |

# LISTA DE SIMBOLOS (Continuación)

|                 |                                                                                        |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| $V$             | Volumen.                                                                               |
| $Y ( )$         | Profundidad en la sección de flujo en la celda.                                        |
| $Y$             | Profundidad en la cresta del vertedero.                                                |
| $Z ( ) = Z_i$   | Cota del nivel de agua en la celda referenciada a un datum.                            |
| $ZAB ( )$       | Valor tabular del nivel de la curva de gasto de la condición de borde aguas abajo.     |
| $ZC ( )$        | Valor tabular del nivel en las tablas de nivel VS área superficial para cada celda.    |
| $ZF ( )$        | Cota de fondo en la celda referenciada a un datum.                                     |
| $\bar{Z}_{i,k}$ | Valor ponderado del nivel entre las celdas $i$ y $k$ .                                 |
| $ZK ( )$        | Valores tabulares del nivel en las tablas de nivel VS. factor de conducción.           |
| $ZV = Z_v$      | Elevación de la cresta de los vertederos, en la unión tipo vertedero.                  |
| $\alpha$        | Factor de ponderación físico entre los niveles y conducciones de las celdas.           |
| $\Sigma$        | Sumatoria.                                                                             |
| $\phi$          | Función de conducción entre las celdas $i$ y $k$ .                                     |
| $\phi_s$        | Factor de descarga libre del vertedero.                                                |
| $\phi_1$        | Factor de descarga sumergida del vertedero.                                            |
| $\tau$          | Valor promedio en un intervalo de tiempo.                                              |
| $\theta$        | Factor de ponderación utilizado por los métodos implícitos de las diferencias finitas. |
| $\mu_1$         | Coeficiente de descarga libre del vertedero.                                           |
| $\mu_2$         | Coeficiente de descarga sumergida del vertedero.                                       |
| $\Delta A_i$    | Incremento de área superficial en la celda $i$ .                                       |
| $\Delta t$      | Incremento de tiempo.                                                                  |

## LISTA DE SIMBOLOS (Continuación)

|                  |                                                                                         |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| $\Delta Z_c$     | Incremento de nivel en las celdas de un grupo central.                                  |
| $\Delta Z_p$     | Incremento de nivel en las celdas del grupo precedente.                                 |
| $\Delta Z_j$     | Incremento de nivel en las celdas del grupo central j.                                  |
| $\Delta Z_{j-1}$ | Incremento de nivel en las celdas del grupo j-1                                         |
| $\Delta Z_k$     | Incremento de nivel en la celda k, ficticia para un limnigrama como condición de borde. |
| $\Delta Z_0$     | Incremento de nivel en las celdas del grupo precedente 0.                               |
| $\Delta Z_1$     | Incremento de nivel en las celdas del grupo 1.                                          |
| $\Delta Z_2$     | Incremento de nivel en las celdas del grupo siguiente 2.                                |

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

## RESUMEN

Se presenta la aplicación de un modelo bidimensional de celdas de flujo y almacenamiento a la planicie inundable del Río Escalante.

Las ecuaciones resultantes en el modelo son discretizadas en un esquema de diferencias finitas totalmente implícito, no considerando los términos de inercia para los intercambios de caudal y se utiliza el método del doble barrido para la solución de las ecuaciones.

Durante el desbordamiento el modelo mostró mucha sensibilidad al intervalo de tiempo de simulación.

El modelo presenta gran flexibilidad en el mapeo de planicies inundables, ya que las celdas de flujo y almacenamiento se adaptan fácilmente a cualquier esquema topológico que se pueda presentar en la realidad.

De los resultados obtenidos durante la simulación se concluye que el modelo en cuestión presenta una aproximación satisfactoria al fenómeno en referencia y que puede ser aplicado a situaciones reales donde se desee simular crecientes por ríos con planicies de inundación.

## CAPITULO I

### INTRODUCCION

Ya que el agua es un elemento tan importante para la vida, el hombre, desde tiempos inmemoriales, se ha visto obligado a establecerse en las proximidades de las fuentes naturales de este preciado líquido como son los ríos y los lagos. En el caso de los ríos, los cuales conforman el drenaje superficial natural de grandes extensiones de tierra y debido al exceso de precipitación registrado en determinadas épocas del año, sus caudales se incrementan en gran manera produciendo desbordamientos en zonas donde el caudal de la escorrentía supera la capacidad de conducción del cauce. Estas aguas desbordadas transitan libremente poniendo en peligro la vida, los bienes y propiedades del hombre.

Es necesario por lo tanto tomar medidas tanto ingenieriles como administrativas tendientes a controlar el efecto de las inundaciones, determinando una o más de las siguientes características.

- La máxima elevación alcanzada por una creciente determinada y el tiempo que se mantiene la misma. Esta información es necesaria para el planteamiento y diseño de las estructuras de control y de protección.

- El caudal pico el cual es necesario para el diseño de las secciones de los cauces.

- El volumen total de agua involucrado en la creciente, para el diseño de embalses de control.

- El área inundada, relacionada con la máxima elevación alcanzada por la creciente, para poder evitar y evaluar los daños producidos por la inundación.

— El tiempo de duración de la creciente, que es importante para estimar medidas preventivas tendientes a reducir los daños por la inundación.

Con el fin de predecir las características anteriormente señaladas el hombre ha recurrido a técnicas sofisticadas de modelos analíticos, modelos físicos y modelos de analogía eléctrica.

El flujo de agua en cauces naturales o ríos es un fenómeno muy complejo desde el punto de vista hidráulico y se torna mas complejo aún cuando las aguas desbordan el cauce y se propagan libremente por la planicie de inundación. Por otro lado, las ecuaciones matemáticas que describen este tipo de fenómeno, no tienen hasta la fecha una solución analítica, dada su complejidad. Generalmente las ecuaciones son resueltas utilizando técnicas numéricas que conducen a resultados aproximados aceptables.

Los modelos analíticos para simular las condiciones del flujo en el cauce y la planicie, están basados en la formulación y solución de relaciones matemáticas que expresan principios hidráulicos conocidos.

Existen dos clases de modelos matemáticos bidimensionales para planicies de inundación. Una es realmente bidimensional, basada en las ecuaciones completas escritas en dos direcciones, sin términos de inercia. Y otra basada en una red de canales conectados por leyes de compatibilidad en los nodos y cada canal es tratado como flujo unidimensional. A esta segunda clase pertenecen los modelos de celdas de flujo y almacenamiento, los cuales simulan el flujo bidimensionalmente mediante el intercambio de flujo entre celdas en dos direcciones pero con carácter unidimensional.

### Metodología

La metodología a seguir será la siguiente:

- Revisión de literatura; se revisará la literatura existente sobre modelos para simular el flujo en la planicie y sobre las aplicaciones de este tipo de modelo. La literatura en que se basa y desarrolla el modelo de celdas de flujo y almacenamiento tanto en su aspecto matemático como hidráulico.

- Análisis y sensibilidad del modelo; se realizarán corridas del modelo BIDIM variando uno de los siguientes parámetros y manteniendo los demás fijos: relación ancho cauce- ancho planicie ( $B_o/B$ ), relación rugosidad del cauce-rugosidad de la planicie ( $RCA/RPL$ ), intervalo de tiempo de simulación (INTS) y coeficiente de descarga libre y sumergido de las uniones tipo vertedero ( $\mu_1$  y  $\mu_2$ ). Analizar el comportamiento del modelo a estas variaciones.

- Desarrollar programas de computación que partiendo de topografía básica sean capaces de automatizar la preparación de los datos de entrada al modelo, específicamente la información requerida en las celdas del cauce y la planicie y en las uniones tipo río entre las celdas.

- Aplicación a un caso real; efectuar un reconocimiento de la problemática del Río Escalante debido a las inundaciones. Realizar la discretización topológica de la zona a estudiar y hacer las modificaciones pertinentes al modelo BIDIM, para que admita las condiciones impuestas por la topología de la zona. Aplicar el modelo a la zona en estudio.

- Elaborar conclusiones y recomendaciones.

### Objetivos

- El objetivo principal de este trabajo será comprobar la aplicabilidad de un modelo de celdas de flujo y almacenamiento desarrollado por Domínguez en 1982 y denominado BIDIM, el cual simula el flujo a través del cauce y su planicie de inundación.
- Analizar el comportamiento del modelo BIDIM a la variación de sus parámetros mediante un análisis de sensibilidad.
- Ampliar su capacidad en cuanto al número de grupos y al número de celdas por grupo y modificarlo internamente para que admita otras condiciones de topografía, que impongan situaciones reales.
- Automatizar la preparación de la información requerida como entrada al modelo en las celdas del cauce y la planicie y en las uniones tipo río entre las celdas.

### Importancia del Estudio

Con este estudio se sentarán las bases para futuras aplicaciones del modelo BIDIM, a casos reales donde se desee simular el tránsito de crecientes de ríos por su planicie de inundación. Es oportuno destacar que este tipo de modelo, ha dado muy buenos resultados en otros países de Europa, América y Asia. Por lo tanto, se dispondrá de una herramienta muy útil para el estudio de problemáticas que involucren inundaciones, que podrá aplicarse disponiendo de moderada capacidad de computador, información topográfica básica y convencional y en un tiempo relativamente corto.

Con un modelo bidimensional para planicies inundables se podrá determinar la mancha de inundación asociada a una determinada avenida, lo cual es necesario para la planificación del uso y la explotación de la planicie.

## CAPITULO II

### REVISION DE LA LITERATURA

#### Modelos en base a ecuaciones bidimensionales

Cheng (1979) establece que en situaciones tales como flujo en estuarios o canales irregulares y planicies de inundación, las velocidades del flujo en la dirección transversal y longitudinal son comparables y por lo tanto el flujo es predominantemente bidimensional. Refiere además que una buena aproximación al flujo tridimensional en canales es suponerlo bidimensionalmente en dos direcciones horizontales, promediando en la dirección vertical las propiedades del flujo. Resuelve las ecuaciones así planteadas basándose en un esquema de diferencias finitas y en un esquema de elementos finitos. Hace mención en su estudio que el método de elementos finitos, para flujo no permanente bidimensional, no es apropiado desde el punto de vista práctico debido a que requiere gran capacidad de memoria de computador y tiempo de procesamiento, pese a que ofrece una mejor alternativa para representar la configuración real del cauce, optando por lo tanto por el método de diferencias finitas. Es preciso mencionar que este modelo ha sido desarrollado básicamente para el tránsito de sedimentos.

Chandrashekar, Muir y Unny (1975), basándose en las ecuaciones de Navier - Stokes desarrollan un modelo bidimensional, describiendo la superficie libre del flujo en un sistema fluvial que puede incluir islas y afluentes. Plantean y resuelven las ecuaciones mediante esquema bidimensional de diferencias finitas del tipo implícito con operador central.

Martínez (1981), desarrolla un modelo para simular flujo en riberas y drenaje de áreas planas cercanas a ríos, mediante una aproximación que consiste en considerar dos modelos distintos que interrelacionan uno al otro. Simula el flujo en el cauce mediante un modelo unidimensional aplicando las ecuaciones de Saint-Venant, y el flujo en la planicie mediante un modelo bidimensional utilizando las ecuaciones de movimiento de aguas poco profundas.

El sistema unidimensional es resuelto mediante un esquema de diferencias finitas del tipo implícito, realizando en el mismo un análisis de estabilidad en base al factor de ponderación  $\theta$ . El sistema bidimensional también es tratado bajo un esquema de diferencias finitas conocido como ADI. Los dos modelos al interactuar determinan el intercambio de flujo entre el cauce y la planicie. La interacción de los dos modelos simula conjuntamente el proceso de inundación y drenaje de la planicie.

### Modelos bidimensionales en base a red de canales

Debido a que la velocidad del flujo en la planicie de inundación es relativamente baja, la aproximación más simple para simular el flujo consiste en considerar la misma como zona de almacenamiento muerto. Se han realizado diversos estudios con esta conceptualización de la planicie (Liggett, (1975) y Liggett y Cunge (1970), pero Cunge et al (1980) establece que es muy difícil definir el área viva que contribuye mayormente al caudal.

Fread (1976), desarrolla un modelo matemático de tránsito en planicies inundables, basándose en las ecuaciones de Saint-Venant con algunas modificaciones. Entre las restricciones del modelo de Fread, están:

- No considera directamente la influencia de la variación de velocidades y los diferentes grados de rugosidad en el cauce principal y en la planicie inundable.
- No considera influencia de áreas muertas de almacenamiento.
- No considera pérdidas de energía debido a la interacción del flujo del cauce y la planicie.
- No se puede simular el flujo en curvas del río, debido a la consideración unidimensional del flujo.
- El modelo no se presta para el mapeo de planicies inundables puesto que no representa la verdadera topografía de la planicie.

- Mogollón (1979) desarrolla una investigación donde estudia el tránsito de avenidas en ríos, ubicados en planicies inundables, mediante los métodos de tránsito cinemático y dinámico, ambos basados en un esquema implícito de diferencias finitas de cuatro puntos. Se consideran principalmente las características propias de las planicies inundables, como son: pendiente baja, meandro, irregularidad y carácter compuesto de las secciones transversales del río. Considera el flujo en el cauce y en la planicie separadamente y ambos desde el punto de vista unidimensional. En el estudio concluye que el método cinemático es aplicable a casos de flujo supercrítico propio de ríos ubicados en cuencas montañosas. Escoge para flujo subcrítico, propio de los ríos de planicies inundables, el método dinámico de tránsito. Con relación a lo anterior Jégat (1982) sostiene que para flujo supercrítico la aproximación de la onda cinemática es válida cualquiera que sea el número de flujo cinemático y que para flujo subcrítico, entonces la aproximación de la onda cinemática es válida si el número de flujo cinemático es alto, o sea si el hidrograma es suave. Luego concluye que el método cinemático se puede usar para simular el flujo en ríos de alta pendiente así como el escurrimiento superficial (flujo supercrítico), pero que es aplicable al caso de ríos de poca pendiente, como los ríos de llanura, sólo cuando las variaciones de caudal no son muy rápidas.

Mogollón (1979), no obstante, dentro de las recomendaciones de su estudio, sugiere la consideración de la bidimensionalidad del flujo en la planicie y hacer un análisis comparativo con el modelo por él desarrollado. Ya que el flujo en la planicie de inundación no sigue una dirección predominante, su dirección está condicionada a los accidentes topográficos y condiciones hidráulicas existentes que pudieran modificar el flujo, tales como diques, carreteras, estructuras de control. Por lo tanto, la aproximación utilizada por Mogollón no es siempre aplicable.

La propagación de la avenida por la planicie inundable conduce a la formación de canales y áreas de almacenamiento conectadas entre sí; la distribución del flujo estará condicionada a la capacidad de almacenamiento de estos elementos que podrían llamarse celdas, y a la pendiente de la planicie.

Weiss y Midgley (1978) señalan que una conceptualización de la planicie en celdas es adecuada para el tránsito de avenidas a través de sistemas fluviales complejos, los cuales son tratados como celdas de flujo y almacenamiento a la vez, lo mismo que la planicie de inundación. El intercambio de flujo entre las celdas puede ser representado por leyes hidráulicas conocidas tales como la Ecuación de Manning, ecuaciones de descarga sobre vertederos y orificios.

Vreugdenhil (1973) afirma bajo este mismo concepto que un canal o sistema de canales pueden ser considerados como una serie de celdas de pequeño almacenamiento, en el centro de las cuales los niveles de agua son calculados. Las celdas son llamadas nodos de la red o del sistema. Resuelve las ecuaciones resultantes por medio de un esquema de diferencias finitas.

Servik y Yen (1973); Yen (1979) y Yen y Akan (1976), adoptan conceptos similares para el problema de confluencia de ríos.

Balloffet y Sahagun (1976) en Filipinas, utilizan en el río Bicol el mismo esquema de celdas para estudiar la problemática de inundación de este río; destaca que este esquema puede ser utilizado para analizar problemas bidimensionales. Resuelven las ecuaciones mediante un esquema de diferencias finitas del tipo explícito, justificándolo por el poco número de celdas que esquematizan el río Bicol y por la corta duración de la avenida.

Vincens, Harley y Schaake (1975), dividen la planicie de inundación en segmentos, a los cuales aplican las ecuaciones de flujo no permanente, sin términos de inercia, reduciendo la ecuación de cantidad de movimiento a un balance entre las fuerzas gravitacionales. Utilizan un esquema de elementos finitos para la solución de las ecuaciones, obteniendo así una mejor discretización del área en estudio.

Se establece que la distribución bidimensional del flujo no se refiere a las ecuaciones de flujo no permanente en dos direcciones, sino más bien a una situación física en la cual el cauce y las celdas de almacenamiento con

forman una malla de elementos conectados en dos direcciones en el plano horizontal. Cunge (1980) define esta situación física con el término cuasi bidimensional.

Thirriot y Gaudu (1971), afirman que a pesar de las difíciles hipótesis para considerar el problema bidimensionalmente, el método propuesto para esquematizar la planicie es satisfactorio para propósitos ingenieriles.

SOGREAH (1978) presenta un modelo para simulación de flujo no permanente unidimensional y bidimensionalmente en ríos y sus planicies de inundación. El modelo llamado "El Sistema Carima" será descrito a continuación:

### Modelo Carima

#### Descripción general

El sistema Carima, desarrollado por SOGREAH en 1976-1977 constituye una fuerte herramienta para simulación de flujo en canales abiertos. Reune en un solo modelo muchas técnicas tradicionales de cálculo y otras nuevas desarrolladas por SOGREAH en los últimos años. Los criterios que sirvieron de base al modelo Carima, fueron los siguientes:

- El programa debería ser capaz de tratar simultáneamente por una parte el flujo en el cauce unidimensionalmente con ecuaciones completas con términos de inercia y por otra parte los fenómenos de almacenamiento y flujo en la planicie de inundación, sin ninguna restricción fundamental en la forma según la cual estos dos regímenes son físicamente posibles.

- Debería ser posible para el usuario esquematizar el modelo sin preocuparse de su configuración topológica. Poseer un sistema de verificación automático de datos y parámetros del modelo y poseer cierta flexibilidad en la utilización de la capacidad de memoria del computador.

Carima es una herramienta de simulación. El sistema está implementado para simular el efecto de las modificaciones naturales o artificiales en el cauce del río o en la planicie de inundación y los efectos de estas modificaciones sobre la propagación de la onda de la creciente o sobre el flujo en régimen permanente en el cauce.

Entre los problemas específicos que la utilización del Modelo Carima ayudaría a resolver se mencionan los siguientes:

- La perturbación originada por un terraplén de carretera, un puente o cualquier otra obra hidráulica que intersecte el cauce ordinario de un río o su planicie inundable.
- Dragado de canales y ampliación de éstos.
- El balance de flujo en estiaje.
- La definición de la geometría de un dique de protección para control de inundaciones.
- Las políticas de explotación de las retenciones de agua en embalses artificiales.
- La conservación de cuencas y los problemas de navegación fluvial.

Ecuaciones básicas en que se basa el modelo:

El modelo trata dos regímenes básicos para crecientes:

- Flujo unidimensional según el cauce principal y los cauces menores del río representado por ecuaciones que toman en cuenta términos de inercia.
- Flujo bidimensional representado por ecuaciones sin términos de inercia y ecuaciones para flujo sobre vertederos.

Flujo Unidimensional: El flujo unidimensional está representado por un conjunto de puntos de cálculo definidos. Cada punto corresponde a una

sección transversal cuya geometría ha sido determinada. Estos puntos han sido unidos por tramos de cálculo unidimensionales, promediándose las conducciones entre dos puntos sucesivos de cálculo para considerar el flujo de un punto a otro. Estos puntos pueden formar una red mallada en el caso de bifurcaciones del cauce principal.

Flujo Bidimensional: El flujo bidimensional en la planicie es simulado por medio de celdas que se comunican entre sí; la relación entre volumen de almacenamiento y nivel de agua en cada celda es conocida o estimada.

El flujo entre celdas se supone que obedece o a una ley de resistencia (unión río) o a otra de tipo vertedero.

La delimitación de las celdas y de las uniones entre ellas se determina de ser posible mediante límites naturales tales como terraplenes de carreteras, diques, etc.

El cálculo del flujo bidimensional está basado en la continuidad del volumen para cada celda y sobre leyes que gobiernan el flujo sin términos de inercia.

Domínguez (1982), desarrolla un modelo bidimensional por celdas de flujo y almacenamiento, para el estudio de tránsito de crecidas para cauces naturales con su planicie de inundación. Las ecuaciones resultantes son discretizadas mediante un esquema de diferencias finitas totalmente implícito, no considerando los términos de inercia para los intercambios de caudal. Para la solución de las ecuaciones se aplica el método del Doble Barrido (Double Sweep). Del análisis de los resultados concluye que el modelo bidimensional no presenta problemas de inestabilidad para relaciones de ancho cauce-ancho planicie mayores de 20 y para situaciones en que la planicie no contribuya significativamente con flujo al cauce.

### Teoría básica del flujo no-permanente

El estudio del flujo no permanente se inició hace más de doscientos años cuando Lagrange y Laplace publicaron las primeras ecuaciones del movimiento de pequeñas ondas en aguas poco profundas. No fue sino unos cien años más tarde que Barré de Saint Venant, dedujo y desarrolló las ecuaciones que representan el flujo unidimensional no permanente en canales en 1871. Las ecuaciones de Saint - Venant son ecuaciones diferenciales parciales de tipo hiperbólico que no tienen soluciones analíticas conocidas hasta la fecha.

Se han desarrollado técnicas numéricas para resolverlas. Esas técnicas numéricas se dividen en dos clases principales: las que se basan en la formulación de características de las ecuaciones Saint - Venant y las que usan un método de diferencias finitas aplicado a la forma original de las mencionadas ecuaciones. Existe una tercera clase de métodos que usan aproximaciones o formas simplificadas de esas ecuaciones para resolver el problema del flujo no permanente.

### Ecuaciones de flujo no-permanente

Las hipótesis bajo las cuales se desarrollaron son las siguientes:

- Flujo unidimensional, lo que significa que la velocidad es uniforme a lo largo de una sección transversal. Se desprecian los efectos centrífugos debido a la curvatura del cauce.
- La presión en una sección transversal es hidrostática, por lo cual se desprecia la aceleración vertical. La densidad del flujo es supuesta constante. La superficie del agua es horizontal en la dirección transversal.
- Pueden ser tomados en cuenta el efecto de la fricción en los contornos y la turbulencia a través de la introducción de fuerzas de resistencia.

- Pendiente del fondo suave; la pendiente promedio del fondo es tan pequeña que el coseno del ángulo que forma con la horizontal puede ser reemplazado por la unidad.

Lo anterior significa que cuando no se cumplen una o más de esas hipótesis, las ecuaciones que se van a derivar, no se aplicarán correctamente.

### Ecuación de continuidad

Con referencia al volumen representado en la Figura 1, la ecuación de continuidad expresa que la diferencia entre el volumen de agua entrando por la sección A en el intervalo  $\Delta t$  y el volumen que sale por la sección B es igual al cambio de volumen de agua entre esas dos secciones.

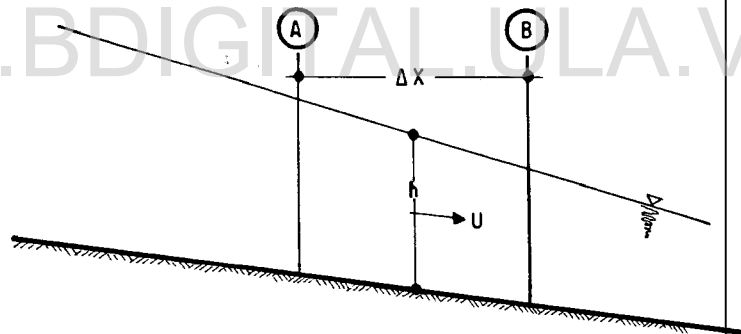


Figura 1. Deducción de las ecuaciones de Saint-Venant

o sea que:

$$\left( U - \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \left( h - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) - \left( U + \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \left( h + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) = - \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x$$

ó;

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Uh) = 0 \quad (2.1)$$

### Ecuación de cantidad de movimiento

Refiriéndose nuevamente a la Figura 1, esta ecuación expresa que la variación de cantidad de movimiento entre las dos secciones más la suma de las fuerzas que actúan sobre el volumen de agua es igual a la variación de cantidad de movimiento del volumen considerado durante el tiempo  $\Delta t$ .

$$C_2 - C_1 + \Sigma F = \frac{\partial C}{\partial t} \Delta x$$

donde;

$$C_1 = \rho \left[ U(Uh) - \frac{\partial}{\partial x} (U(Uh)) \frac{\Delta x}{2} \right]$$

$$C_2 = \rho \left[ U(Uh) + \frac{\partial}{\partial x} (U(Uh)) \frac{\Delta x}{2} \right]$$

$$\Sigma F = F_g + F_p + F_f$$

$$F_g \longrightarrow \text{gravedad}$$

$$F_p \longrightarrow \text{presión}$$

$$F_f \longrightarrow \text{fricción}$$

$$F_g = \rho g h S_o \Delta x$$

$$F_p = \frac{1}{2} \rho g \left[ \left( h^2 - \frac{\partial h^2}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) - \left( h^2 + \frac{\partial h^2}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \right]$$

$$F_f = \rho g h S \Delta x$$

$$C = \rho U h$$

y finalmente;

$$\frac{\partial}{\partial t} (Uh) + \frac{\partial}{\partial x} (U^2 h) + gh \frac{\partial h}{\partial x} = gh (S_o - S)$$

lo que se puede simplificar en:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g (S_0 - S) \quad (2.2)$$

Las ecuaciones (2.1) y (2.2), son las ecuaciones presentadas por Saint - Venant en 1871, y describen el flujo no permanente en canales abiertos.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

# CAPITULO III

## DESARROLLO TEORICO Y RESOLUCION DE LAS ECUACIONES

### La discretizacion en los modelos

Sea que se utilicen modelos unidimensionales, bidimensionales o modelos mixtos, no se obtendrán resultados satisfactorios a menos que los elementos del modelo representen correctamente la realidad física. Cunge, Holly y Verwey (1980), sostienen que en la concepción de un modelo fluvial intervienen dos etapas: la discretización topológica y la discretización hidráulica.

La discretización topológica consiste en un proceso de seleccionar el tipo de elementos que utilizará el modelo para representar la realidad física: tramos de canales como uniones entre las celdas con flujo considerado unidimensionalmente, celdas o áreas de almacenamiento representando la planicie bidimensionalmente, estructuras hidráulicas, nodos o puntos de confluencia.

La discretización hidráulica se refiere al detalle hidráulico y descripción topográfica de las secciones transversales de flujo entre las celdas, configuración de las áreas de almacenamiento o celdas, coeficientes de rugosidad, condiciones de borde y a la escogencia apropiada de las ecuaciones hidráulicas que simularán el flujo de agua.

#### Discretización Topológica

La discretización topológica comienza con la definición de zonas que servirán para representar el flujo unidimensional o bidimensionalmente a través de la planicie. La definición de estas zonas o celdas no es arbitraria y se basa en fronteras naturales tales como terraplenes de carreteras, diques y márgenes naturales. Se considera que el papel de la planicie de inundación en la propagación de una avenida es proporcionar un volu

men de almacenamiento con pequeños intercambios de agua de una parte a otra de la planicie. Esta es precisamente la función que cumplen las celdas: servir de pequeñas zonas de almacenamiento o pequeños embalses, las cuales son capaces tanto de transmitir como de recibir volúmenes de agua de las celdas vecinas.

Al observar la topografía de la zona se podrá dividir esta en cierto número de celdas, donde cada una comparte fronteras físicas comunes con sus vecinas; el intercambio de flujo entre ellas corresponde a una realidad física la cual se ilustra en la Figura 2.

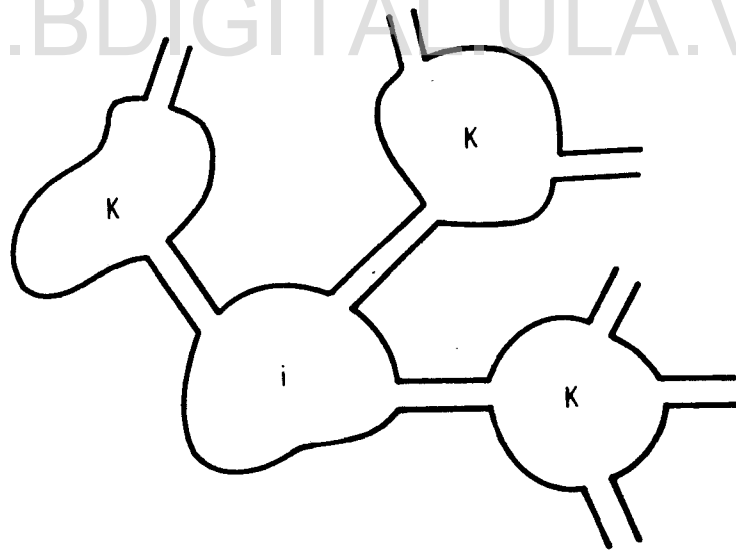


**Figura 2.- Esquematzación de una planicie de inundación mediante celdas de flujo y almacenamiento**

donde;

$i$  representa la celda en estudio y

$K$  las celdas vecinas.

A cada celda  $i$  es asignado un valor característico de su nivel de agua  $Z_i$ , localizado en el centro de la celda, y este es considerado horizontal en toda la celda.

En el caso de no existir fronteras naturales o artificiales para definir a criterio una celda, pudiendo quedar esta celda de tamaño indefinido, deberá realizarse una división para permitir definir la pendiente de la planicie. Este caso se observa en la Figura 3. La superficie ABCD puede ser considerada como una sola celda por sus características naturales, pero debido a que el nivel de agua en la celda  $Z_c$  es supuesto constante en toda ella, no se puede reproducir bien en el modelo la pendiente de la superficie del agua. Por esta razón el área ABCD debe ser dividida en dos celdas ABEF y FECD, donde existirán dos niveles de agua característicos,  $Z'_c$  y  $Z''_c$ , en cada una de las nuevas celdas. Por lo tanto, la pendiente de la superficie del agua será definida por:

$$S = \frac{Z'_c - Z''_c}{L} \quad (3.1)$$

donde;

$L$  representa la distancia entre los centros de las celdas

Luego de dividir el área inundable en cierto número de celdas, esta podría lucir como se presenta en la Figura 4.

Es necesario además indicar el tipo de unión que existe entre cada una de las celdas conectadas, esquematizando de alguna manera si esta unión es tipo vertedero, tipo alcantarilla o tipo río. En el presente trabajo se considerarán dos tipos de uniones: unión tipo río y unión tipo vertedero.

## Discretización Hidráulica

Involucra dos aspectos:

- 1.- Suministrar para cada celda una función  $V(Z_i)$ , en otras palabras el volumen de la celda en función del nivel de agua en ella.
- 2.- Definir la geometría y coeficiente de rugosidad de las fronteras comunes entre las celdas, a través de las cuales las celdas intercambiarán caudales.

La manera más sencilla de suministrar una función  $V(Z_i)$  es construyendo una curva elevación-volumen, con la ayuda de levantamientos topográficos de curvas de nivel, a escala apropiada, y un planímetro, tal como se realiza en los proyectos de presas de embalse; así para obtener los volúmenes sólo se integra verticalmente.

En la unión tipo río es necesario establecer el concepto de factor de conducción, el cual según Chow (1959) es una medida de la capacidad de transporte de una sección de canal o cauce natural. Este factor de conducción es una función de la profundidad,  $K(Z_i)$ , definiéndose como:

$$K(Z_i) = \frac{1}{n} A(Z_i) R(Z_i)^{2/3} \quad (3.2)$$

donde;

$n$  es el coeficiente de rugosidad de Manning

$A(Z_i)$  es el área hidráulica de la sección transversal correspondiente al nivel  $Z_i$ .

$R(Z_i)$  es el radio hidráulico de la sección transversal correspondiente al nivel  $Z_i$ .

Cunge, et al (1980), sostienen que en la realidad las secciones transversales de los cauces de los ríos son irregulares y con relación a la Figura 6, se puede definir el factor de conducción como:

$$K(Z_i) = \sum_{j=1}^m K(Z_i)_j = \sum_{j=1}^m \frac{1}{n_j} A(Z_i)_j R(Z_i)_j^{2/3} \quad (3.3)$$

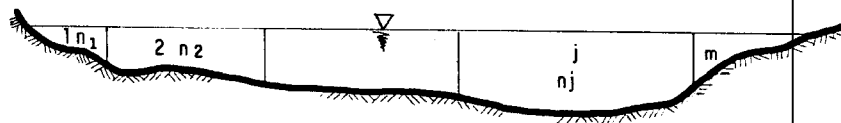


**Figura 6.- División de una sección transversal en elementos discretos**

En la discretización hidráulica de una unión tipo vertedero se tendría que definir: la elevación de la cresta, su ancho y el coeficiente de descarga. La unión tipo vertedero en la realidad sucede cuando el agua pasa sobre carreteras, diques o terraplenes, por lo que se aplica la ecuación para vertederos de cresta ancha, la cual según King (1939) es:

$$Q = CLH^{3/2} \quad (3.4)$$

donde;

L es la longitud de la cresta del vertedero

H es la carga hidráulica sobre la cresta

C es el coeficiente de descarga del vertedero

En el caso de que los vertederos sean de sección compuesta, se calcu-

lará el caudal por separado para cada sección, y luego estos caudales serán sumados para obtener el caudal total. Se deberá considerar la condición de sumergencia del vertedero.

Se podría decir que es prácticamente imposible que la discretización topológica y la hidráulica se desarrollen como actividades independientes una de la otra.

### Ecuaciones del flujo

#### Ecuación de continuidad para cada celda

Suponiendo que a cada celda  $i$  le corresponde un nivel de agua característico  $Z_i$ , en el centro de la celda y además que la superficie del agua en toda la celda es horizontal, existirán dos hipótesis fundamentales en las cuales se basarán las ecuaciones del flujo.

1.- El volumen de agua almacenado en una celda  $i$  será función del nivel de agua en la celda  $Z_i$ ,  $V_i = V(Z_i)$

2.- La descarga  $Q_{i,k}^n$  entre dos celdas adyacentes  $i$  y  $k$ , en un tiempo  $n$ .  $\Delta t$  es sólo función de los niveles  $Z_i^n$  y  $Z_k^n$ . Esto es equivalente a escribir  $Q_{i,k}^n = Q(Z_i^n, Z_k^n)$ , despreciando las fuerzas de inercia producto del flujo de agua entre las dos celdas.

Estas hipótesis permiten desarrollar la ecuación de continuidad para una celda  $i$ . Considérese la celda  $i$  mostrada en la Figura 7. Suponiendo un intervalo de tiempo constante  $\Delta t$ , para cualquier tiempo  $t_n = n \cdot \Delta t$  el nivel de agua en la celda es  $Z_i(t_n)$  y su área superficial correspondiente es  $A_i(t_n)$ ; esta área es la demarcada por ABCD. La superficie del nivel de agua es supuesta horizontal en la celda.

Para otro tiempo  $t_{n+1} = t_n + \Delta t = (n + 1)\Delta t$  el nivel de agua será

$Z_i(t_{n+1})$  y su área superficial será  $A'B'C'D'$ , equivalente a  $A_i(t_{n+1}) = A_i(t_n) + \Delta A_i$ .

El incremento en el volumen de agua almacenado en la celda durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , puede ser definido de dos diferentes maneras:

Por consideraciones geométricas:

$$\Delta V_i = \int_{Z_i(t_n)}^{Z_i(t_n+\Delta t)} A_i(Z_i) dZ_i \quad (3.5)$$

Por condiciones de caudal:

$$\Delta V_i = \sum_k \int_{t_n}^{t_n+\Delta t} Q_{i,k}(Z_i, Z_k) dt \quad (3.6)$$

el subíndice  $i$  indica la celda en estudio y el  $k$  las celdas adyacentes.

Suponiendo que la superficie  $A_i$  no varía al cambiar el nivel de agua  $Z_i$  al  $Z_i + \Delta Z_i$ . Entonces:

$$V_i = V_{ABCD A'B'C'D'} \approx V_{ABCD A''B''C''D''} = A_i(t_n) \cdot \Delta Z_i \quad (3.7)$$

Esta relación puede utilizarse para computar el incremento de volumen mediante consideraciones geométricas definidas en la ecuación (3.5) y corresponde a una aproximación de primer orden es decir  $\Delta A_i/A_i \ll 1$ .

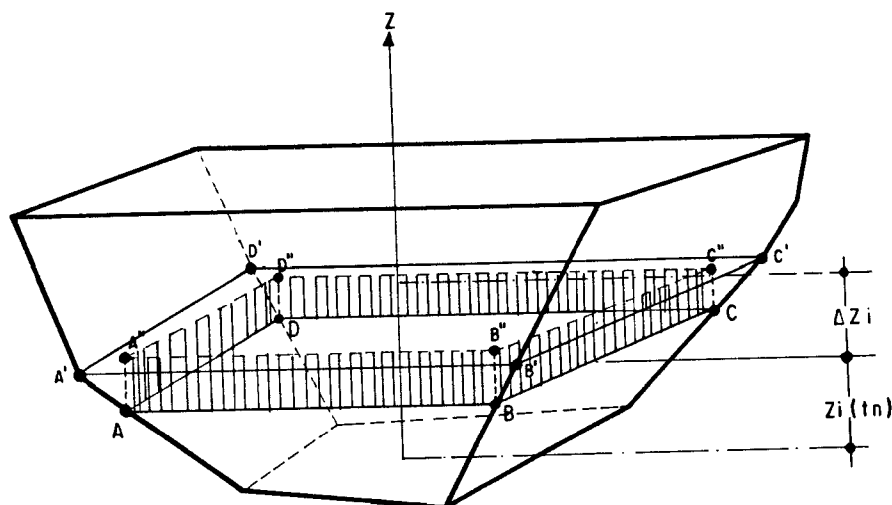


Figura 7.- Ecuación de continuidad para cada celda.

Evalutando las integrales de las ecuaciones (3.5) y (3.6) sobre un intervalo de tiempo  $\Delta t$  e igualando dichas ecuaciones, ya que se refieren al mismo volumen, se tiene:

$$A_i(Z_i) \cdot \Delta Z_i = \sum_k Q_{i,k}(Z_i, Z_k) \cdot \Delta t \quad (3.8)$$

Considerando un tiempo  $\tau$ , tal que  $n \cdot \Delta t < \tau < (n+1) \cdot \Delta t$ , la ecuación (3.8) se puede escribir como:

$$A_i(Z_i) \cdot \Delta Z_i = \Delta t \cdot \sum_k Q_{i,k}(Z_i(\tau), Z_k(\tau)) \quad (3.9)$$

Haciendo que  $\Delta Z \rightarrow 0$  y  $\Delta t \rightarrow 0$  la ecuación (3.9) se puede escribir en forma diferencial como:

$$A_i \frac{dZ_i}{dt} = \sum Q_{i,k}(Z_i, Z_k) \quad (3.10)$$

Las ecuaciones (3.9) y (3.10) representan la ecuación de continuidad para cada celda  $i$ .

Habrán tantas ecuaciones (3.9) y (3.10) como celdas en el modelo, como también igual número de incógnitas  $Z_i(t)$  correspondientes a los niveles de agua.

La ecuación (3.10) aplicada en todas las celdas del modelo forma un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, cuya solución existe y es única, si un conjunto de condiciones iniciales  $Z_i(t = 0)$ , y condiciones de borde variables con el tiempo son definidas. Una vez el conjunto de condiciones iniciales es conocido, la función  $Z_i(t)$  puede ser evaluada numéricamente y las descargas  $Q_{i,k}$  pueden ser calculadas ya que dependen únicamente de los niveles  $Z_i$  y  $Z_k$ .

### Relaciones de intercambio entre celdas

Dos tipos de relaciones de intercambio entre celdas son generalmente consideradas.

1.- Unión tipo río donde no se presentan obstáculos locales al flujo y por lo tanto no se desarrollan pérdidas de carga singulares y donde puede ser considerado un coeficiente medio de resistencia para una sección transversal del flujo.

2.- Unión tipo vertedero donde carreteras o diques conforman las fronteras comunes entre las celdas, produciendo pérdidas de carga singulares al producirse el flujo.

Unión tipo río:

En el caso de las uniones tipo río, la fórmula de Manning puede ser utilizada para evaluar la descarga.

$$Q_{i,k} = \frac{1}{n} \cdot A_{i,k} \cdot R_{i,k}^{2/3} \cdot S^{1/2} \quad (3.11)$$

donde;

$n$  es el coeficiente de rugosidad de Manning

$A_{i,k}$  es el área hidráulica de la sección transversal de flujo entre las celdas  $i$  y  $k$

$R_{i,k}$  es el radio hidráulico de la sección transversal del flujo entre las celdas  $i$  y  $k$ .

$S$  es la pendiente de la superficie del agua entre las celdas  $i$  y  $k$ .

En la ecuación (3.11) los parámetros  $A_{i,k}$  y  $R_{i,k}$  son función del nivel de agua  $\bar{Z}_{i,k}$  en la sección de flujo entre dos celdas  $i$  y  $k$ , definiéndose  $\bar{Z}_{i,k} = \alpha Z_i + (1-\alpha)Z_k$

Aplicando el concepto anterior al factor de conducción dado por la ecuación (3.2) se tiene:

$$K(\bar{Z}_{i,k}) = \frac{1}{n} A_{i,k} \cdot R_{i,k}^{2/3} \quad (3.12)$$

donde;

$$\bar{Z}_{i,k} = \alpha Z_i + (1 - \alpha)Z_k \quad (3.13)$$

siendo  $\alpha$  un factor de ponderación entre los niveles de las celdas  $Z_i$  y  $Z_k$ , localizados en los centros de las celdas.



La pendiente de la superficie del agua  $S$  de la ecuación (3.11) se puede evaluar como:

$$S = \frac{Z_k - Z_i}{\Delta X} \quad (3.14)$$

donde;

$\Delta X$  es la distancia entre los centros de las celdas  $i$  y  $k$

Definición del factor de ponderación  $\alpha$ .

Con relación a la Figura 8, se puede decir que:

$$\frac{Z_k - Z_i}{Z_k - \bar{Z}_{i,k}} = \frac{\Delta X}{X_k}$$

$$Z_k - Z_i = (Z_k - \bar{Z}_{i,k}) \frac{\Delta X}{X_k}$$

$$(Z_k - Z_i) \frac{X_k}{\Delta X} = Z_k - \bar{Z}_{i,k}$$

$$\bar{Z}_{i,k} = Z_k - Z_k \frac{X_k}{\Delta X} + Z_i \frac{X_k}{\Delta X}$$

$$\bar{Z}_{i,k} = Z_k \left(1 - \frac{X_k}{\Delta X}\right) + Z_i \frac{X_k}{\Delta X}$$

como:

$$\frac{X_k}{\Delta X} + \frac{X_i}{\Delta X} = 1$$

$$\frac{X_i}{\Delta X} = 1 - \frac{X_k}{\Delta X} \quad \text{y} \quad \frac{X_k}{\Delta X} = 1 - \frac{X_i}{\Delta X}$$

entonces;

$$\bar{Z}_{i,k} = Z_k \frac{X_i}{\Delta X} + \left(1 - \frac{X_i}{\Delta X}\right) Z_i$$

haciendo;  $\frac{X_i}{\Delta X} = \alpha$ , se tiene que:

$$\bar{Z}_{i,k} = \alpha Z_k + (1 - \alpha) Z_i$$

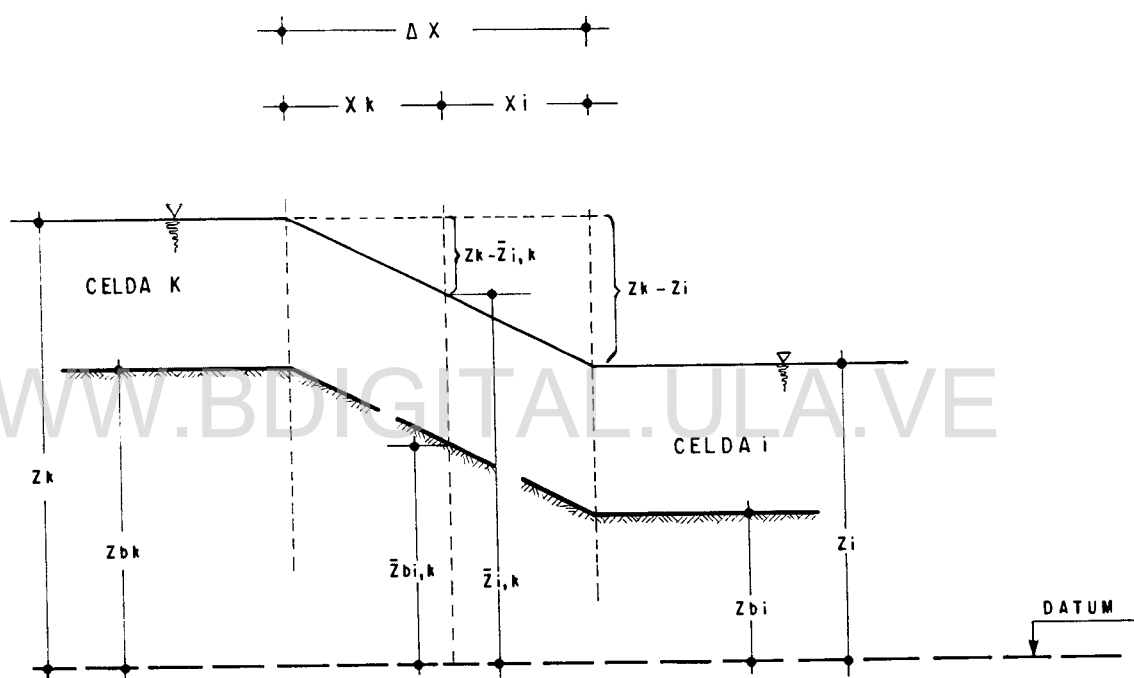


Figura 8.- Deducción del coeficiente de ponderación  $\alpha$

donde;

$X_i$  es la distancia del centro de la celda I, a la frontera con su celda vecina K.

$\Delta X$  es la distancia entre los centros de las celdas I - k.

Unión tipo vertedero:

En este caso la fórmula clásica de descarga de vertederos de cresta ancha es utilizada. Con relación a la Figura 9 y suponiendo que  $Z_k$  es mayor que  $Z_i$ , dos fórmulas de descarga son posibles.

Para condiciones de flujo libre sobre el vertedero.

$$Q_{i,k} = \phi_L \cdot (Z_k - Z_v)^{3/2} \quad (3.15)$$

Para condiciones de flujo sumergido sobre el vertedero:

$$Q_{i,k} = \phi_S \cdot (Z_i - Z_v) \cdot (Z_k - Z_i)^{1/2} \quad (3.16)$$

donde;

$Z_k$  es el nivel de agua en la celda aguas arriba

$Z_i$  es el nivel de agua en la celda aguas abajo

$Z_v$  es la elevación de la cresta del vertedero

$\phi_S$  es el factor de descarga sumergido del vertedero

$\phi_L$  es el factor de descarga libre del vertedero

Estos factores de descarga pueden evaluarse como:

$$\phi_L = \mu_1 \cdot b \cdot \sqrt{2g} \quad (3.17)$$

$$\phi_S = \mu_2 \cdot b \cdot \sqrt{2g} \quad (3.18)$$

donde:

$b$  es el ancho de la cresta del vertedero

$\mu_1$  y  $\mu_2$  son los coeficientes de descarga libre y sumergido respectivamente.

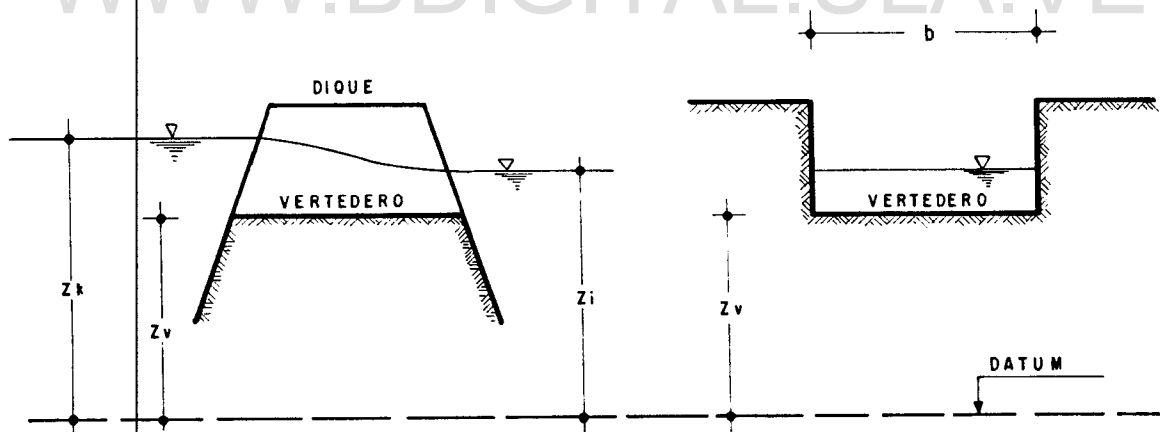


Figura 9. - Unión tipo vertedero entre las celdas i, K

Los dos flujos presentados en las ecuaciones (3.15) y (3.16) pueden ser diferenciados mediante el siguiente criterio: si  $Z_i - Z_k < \frac{2}{3} (Z_k - Z_v)$

el flujo sobre el vertedero es libre; si  $z_i - z_v > 2/3 \cdot (z_k - z_v)$  la descarga es ahogada o sumergida. Para el caso crítico  $(z_i - z_v) = 2/3 (z_k - z_v)$  e igualando los caudales de las ecuaciones (3.15) y (3.16).

$$\phi_L (z_k - z_v)^{3/2} = \phi_S (z_i - z_v) \cdot (z_k - z_i)^{1/2}$$

$$\phi_L = \frac{(z_i - z_v) \cdot (z_k - z_i)^{1/2}}{(z_k - z_v)^{3/2}} \phi_S$$

ya que:  $(z_i - z_v) = 2/3 \cdot (z_k - z_v)$

$$\phi_L = \frac{2/3 (z_k - z_v) \cdot (z_k - z_i)^{1/2}}{(z_k - z_v)^{3/2}} \phi_S = \frac{2}{3} \frac{(z_k - z_i)^{1/2}}{(z_k - z_v)^{1/2}} \phi_S \quad (3.19)$$

$$\text{pero } z_i - z_v = \frac{2}{3} z_k - \frac{2}{3} z_v \longrightarrow z_v = 3z_i - 2z_k$$

y sustituyendo en la ecuación (3.19)

$$\phi_L = \frac{2}{3} \frac{(z_k - z_i)^{1/2}}{(3z_k - 3z_i)^{1/2}} \phi_S = \frac{2}{3} \frac{(z_k - z_i)^{1/2}}{\sqrt{3} (z_k - z_i)^{1/2}}$$

entonces:

$$\phi_L = \frac{2}{3\sqrt{3}} \phi_S \quad (3.20)$$

La ecuación (3.20) denota una relación que puede ser observada cuando  $(z_i - z_k) = \frac{2}{3} (z_k - z_v)$ .

En el caso de vertederos de sección compuesta, la descarga será calculada por separado para cada parte de la sección. La descarga total será la suma de las descargas parciales de cada parte.

En conclusión, la relación general  $Q_{i,k} = f(Z_i, Z_k)$ , puede ser una de las siguientes tres expresiones dependiendo del tipo de unión y de las condiciones del flujo:

Unión tipo río:

$$Q_{i,k} = \frac{1}{n} A_{i,k} \cdot R_{i,k}^{2/3} \cdot S^{1/2} \quad (3.21)$$

Unión tipo vertedero, flujo libre:

$$Q_{i,k} = \phi_L \cdot (Z_k - Z_i)^{3/2} \quad (3.22)$$

Unión tipo vertedero, flujo sumergido:

$$Q_{i,k} = \phi_S (Z_i - Z_v) \cdot (Z_k - Z_i)^{1/2} \quad (3.23)$$

#### Omisión de los términos de inercia

Las relaciones de intercambio dadas por las ecuaciones (3.21), (3.22) y (3.23) son en realidad más complejas cuando los efectos de la inercia son considerados. Estas ecuaciones son válidas sólo para condiciones de flujo donde los efectos de las fuerzas de inercia y por lo tanto las variaciones de la velocidad del flujo sobre la descarga son ignoradas, suponiendo entonces una lenta propagación de la avenida.

La relación de intercambio tipo río deberá corresponder a la ecuación dinámica de Saint-Venant:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g (S_o - S) \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial(Q/A)}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial(Q/A)}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_o - S) \quad (3.25)$$

ó

$$\frac{1}{g} \left[ \frac{\partial(Q/A)}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial(Q/A)}{\partial x} \right] + \frac{\partial h}{\partial x} = S_o - S \quad (3.26)$$

donde los dos primeros términos son las fuerzas de inercia local y convectiva que han sido omitidos en la ecuación (3.21).

Por otra parte, es necesario que se cumpla para la relación de intercambio tipo vertedero con descarga libre, lo siguiente:

$$Q_{i,k} = \phi_L \cdot \left( Z_k + \frac{U_k^2}{2g} - Z_v \right)^{3/2} \quad (3.27)$$

y para flujo sumergido:

$$Q_{i,k} = \phi_S (Z_i - Z_v) \cdot \left( Z_k + \frac{U_k^2}{2g} - Z_i \right)^{1/2} \quad (3.28)$$

donde:

$U_k$  es la velocidad del flujo en la celda  $i$

Los términos de inercia de la ecuación dinámica de Saint Venant han sido despreciados, lo cual a juicio de Jégat (1982), no disminuye su aplicabilidad para el tránsito de avenidas, ganándose sencillez en las ecuaciones

y facilidad de solución para las mismas. Mogollón (1979) corrobora lo antes expuesto.

### Formulación Numérica

La ecuación (3.9) deducida anteriormente, plantea que:

$$A_i(Z_i) \cdot \Delta Z_i = \Delta t \cdot \sum_k Q_{i,k}(Z_i(\tau), Z_k(\tau)) \quad (3.29)$$

En dicha ecuación el valor de  $\tau$  se ha supuesto como un tiempo intermedio entre el intervalo de tiempo  $n \cdot \Delta t$  y  $(n+1) \cdot \Delta t$ , lo que quiere decir que el caudal  $Q_{i,k}(Z_i(\tau), Z_k(\tau))$  es un caudal intermedio entre  $Q_{i,k}^n$  y  $Q_{i,k}^{n+1}$ .

En estas condiciones los niveles de agua  $Z_i^{n+1}$  no pueden ser determinados de una manera explícita puesto que los mismos dependen de los valores  $Q_{i,k}^{n+1}$  contenidos en el lado derecho de la ecuación. Por lo tanto un valor intermedio para el caudal  $Q_{i,k}(\tau)$  se debe definir de la siguiente manera:

$$Q_{i,k}(Z_i(\tau), Z_k(\tau)) = \theta \cdot Q_{i,k}^{n+1} + (1 - \theta) \cdot Q_{i,k}^n \quad (3.30)$$

para  $(0 \leq \theta \leq 1)$

donde:

$\theta$  es un factor de ponderación.

Sustituyendo la ecuación (3.30) en la ecuación (3.9), resulta:

$$\Delta Z_i \cdot A_i(Z_i) = \Delta t \left[ \theta \cdot \sum_k Q_{i,k}^{n+1} + (1 - \theta) \cdot \sum_k Q_{i,k}^n \right] \quad (3.31)$$

Si se supone que las variaciones de nivel,  $\Delta Z_i$ , en un intervalo de tiempo son pequeñas, se puede desarrollar en series de Taylor las funciones de descarga, y despreciando los términos de orden superior se puede escribir:

$$Q_{i,k}^{n+1} = Q_{i,k}^n + \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_i} \cdot \Delta Z_i + \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_k} \cdot \Delta Z_k \quad (3.32)$$

sustituyendo la ecuación (3.32) en la ecuación (3.31)

$$A_i \frac{\Delta Z_i}{\Delta t} = \sum_k Q_{i,k}^n + \theta \left[ \sum_k \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_i} \cdot \Delta Z_i + \sum_k \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_k} \cdot \Delta Z_k \right] \quad (3.33)$$

en la cual;

$$Q_{i,k}^n, \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_i}, \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_k} \text{ son conocidos en el tiempo } t = n \cdot \Delta t$$

Los valores  $\Delta Z_i$ ,  $\Delta Z_k$ , son los incrementos de nivel en las celdas a determinar en el tiempo  $n \cdot \Delta t$ .

La ecuación (3.33) contiene el valor  $\Delta Z_i$  en ambos lados de la ecuación y por lo tanto es imposible resolverla explícitamente.

Adoptando un valor de  $\theta = 1$ , para asegurar la estabilidad del sistema para cualquier intervalo de tiempo  $\Delta t$ , se convierte el esquema de diferencias finitas al tipo implícito, resultando:

$$A_i \frac{\Delta Z_i}{\Delta t} = \sum_k \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_i} \cdot \Delta Z_i + \sum_k \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_k} \cdot \Delta Z_k + \sum_k Q_{i,k}^n \quad (3.34)$$

### Condiciones de borde

La ecuación (3.34) escrita para todas las celdas conforma un sistema de ecuaciones diferenciales parciales lineales para  $\Delta Z_i$ , cuya solución existe y es única, siendo necesario y suficiente el conocer la variación de los niveles  $Z(t)$  en las fronteras geográficas del área en estudio, es decir, las condiciones de borde y las condiciones iniciales que son los niveles en las celdas y el caudal en el tiempo cero.

Tres tipos de condiciones de borde pueden ser utilizadas:

1.- Limnigrama, es decir el nivel dado como una función del tiempo;  
 $Z = f(t)$ .

2.- Hidrograma, es decir, caudal dado como una función del tiempo;  
 $Q = f(t)$ .

3.- Curva de gasto, es decir, una relación entre el nivel y el caudal;  $Q = f(Z)$ .

### El problema de la pequeña profundidad

La relación de intercambio tipo río entre celdas presenta una característica especial cuando ocurre una condición de celda seca o profundidad cero, la cual tiene mucha importancia práctica. Esta condición puede suceder principalmente en la planicie de inundación la cual antes del desbordamiento del cauce se encuentra en condición seca, o también durante el receso de la avenida, en donde una celda  $i$  puede llegar a vaciarse en un intervalo de tiempo determinado.

El factor de conducción entre dos celdas  $i$  y  $k$  es  $K_i$  y  $K_k$  respectivamente. Con relación a la Figura 10 se puede deducir el factor de conducción como función de dos celdas adyacentes, conforme a la siguiente relación:

$$K_{i,k} = \alpha K_k + (1 - \alpha) K_i \quad (3.35)$$

siendo;

$$K_{i,k} \text{ una función de } \bar{Z}_{i,k} \text{ definida por:} \quad (3.36)$$

$$\bar{Z}_{i,k} = \alpha Z_k + (1 - \alpha) Z_i$$

en la cual  $\alpha$  es un factor de ponderación entre los niveles de las celdas  $Z_i$  y  $Z_k$  localizados en los centros de las celdas, y definido anteriormente. Por lo tanto:

$$K_{i,k} = f(\bar{Z}_{i,k}) \quad (3.37)$$

Cuando la profundidad del agua es pequeña, la definición de la conducción puede constituir una fuente de problemas en la simulación, y en el caso extremo de que la profundidad en la celda  $i$  tienda a cero o sea que tienda a vaciarse, la función de conducción viene a ser indeterminada.

Si el nivel de agua en una celda  $K$  permanece constante mientras que el nivel en una celda  $i$  adyacente disminuye hasta quedar vacía (Figura 11), para la superficie inicial del agua  $ab$  corresponde una descarga  $Q_{ab}$  menor que la descarga correspondiente a la superficie  $ac$ . Si el nivel en la celda  $i$  continúa disminuyendo, permaneciendo el nivel en la celda  $k$  constante, la descarga aumentará hasta un máximo  $Q_{i,k}^{MAX}$ , para el cual la profundidad del flujo entre las celdas será la profundidad crítica. Si la profundidad en la celda  $i$  llega a ser menor que la profundidad crítica, la descarga o caudal entre las celdas será menor que  $Q_{i,k}^{MAX}$ , tal como se muestra en la Figura 12.

Ya que la relación de caudales en la unión tipo río entre dos celdas fue definida por medio de una ecuación de flujo uniforme en canales que tome en cuenta la rugosidad, como es la ecuación de Manning, esta no puede simular correctamente la situación de pequeña profundidad, provocando una situación de inestabilidad.

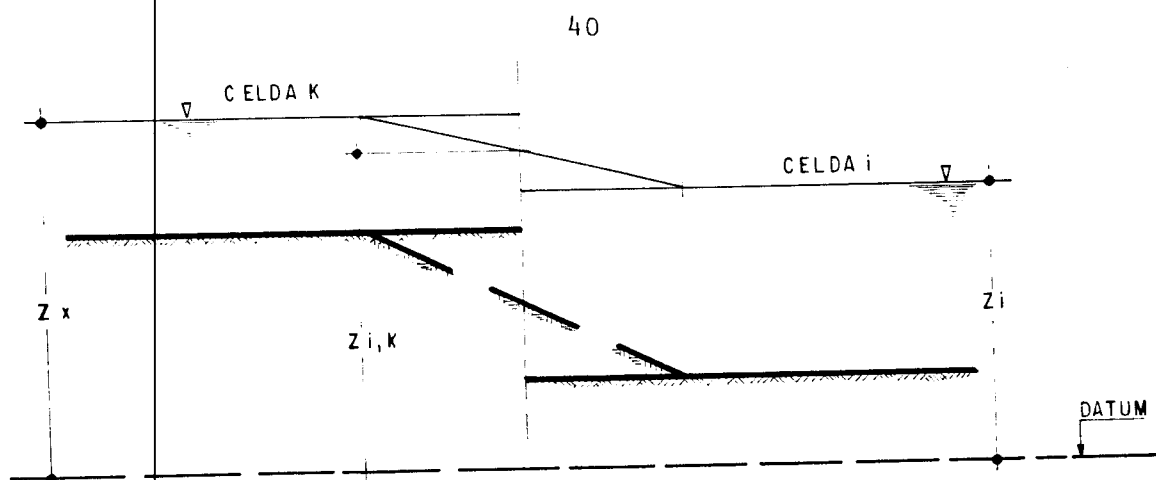


Figura 10.- Definición de conducción en la unión tipo Río

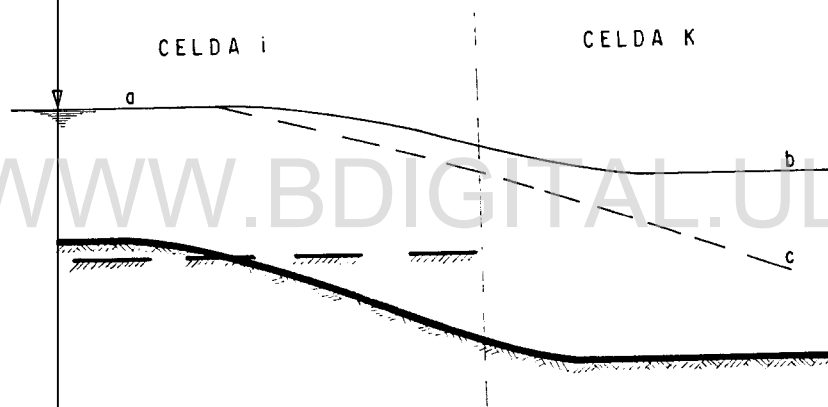


Figura 11.- Problema de pequeña profundidad.

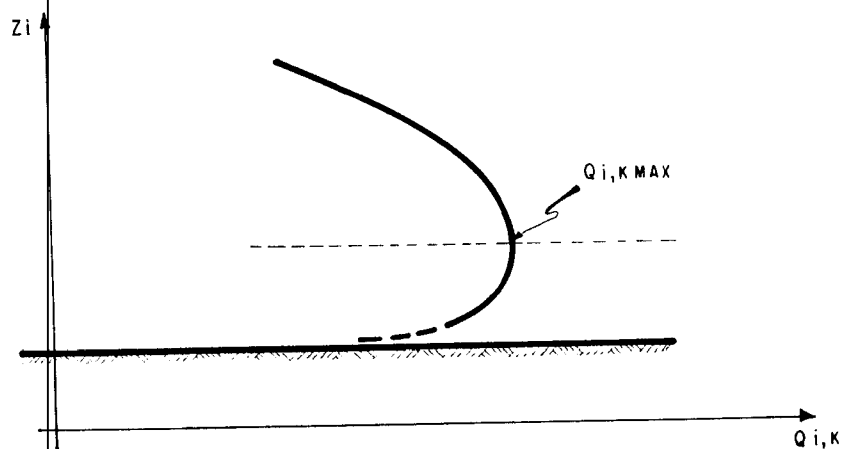


Figura 12.- Relación entre la descarga y el nivel  $Z_i$  para pequeña profundidad.

Con el fin de evitar esta situación se procede al siguiente análisis:

$$Q_{i,k} = \frac{1}{n} A_{i,k} R_{i,k}^{2/3} S^{1/2}$$

$$Q_{i,k} = \frac{1}{n} A_{i,k} R_{i,k}^{2/3} \frac{\sqrt{Z_k - Z_i}}{\sqrt{\Delta X}} \quad (3.38)$$

en la cual:

$\Delta X$  es la distancia entre los centros de las celdas.

Definiendo una función  $\emptyset$  tal que:

$$\emptyset(\bar{Z}_{i,k}) = \frac{1/n \cdot A_{i,k} \cdot R_{i,k}^{2/3}}{\sqrt{\Delta X}} \quad (3.39)$$

donde:

$$\bar{Z}_{i,k} = \alpha Z_k + (1 - \alpha) Z_i \quad (3.40)$$

entonces se puede decir que:

$$Q_{i,k} = \emptyset(\bar{Z}_{i,k}) \sqrt{Z_k - Z_i} = \emptyset(\bar{Z}_{i,k}) (Z_k - Z_i)^{1/2} \quad (3.41)$$

por lo tanto:

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_i} = \frac{d\emptyset(\bar{Z}_{i,k})}{dZ_i} \cdot \frac{d\bar{Z}_{i,k}}{dZ_i} \sqrt{Z_k - Z_i} - \frac{\emptyset(\bar{Z}_{i,k})}{2\sqrt{Z_k - Z_i}} \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_i} = (1 - \alpha) \frac{d\emptyset(\bar{Z}_{i,k})}{dZ_i} \sqrt{Z_k - Z_i} - \frac{\emptyset(\bar{Z}_{i,k})}{2\sqrt{Z_k - Z_i}} \quad (4.43)$$

Ocurren tres posibilidades para cuando  $Z_i$  disminuye:

- 1.-  $\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_i} < 0$ , el caudal  $Q_{i,k}$  aumentará.
- 2.-  $\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_i} = 0$ , el caudal  $Q_{i,k}$  será máximo.
- 3.-  $\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_i} > 0$ , el caudal  $Q_{i,k}$  disminuirá.

Con la finalidad de evitar que  $\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_i}$  sea positiva, habrá que probar el signo de  $\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_i}$  y cuando este llegue a ser positivo se hará el factor de ponderación  $\alpha$  igual a la unidad lo que equivale a eliminar la influencia de la profundidad aguas abajo sobre la descarga.

Para tal caso:

$$\bar{Z}_{i,k} = Z_k \quad (3.44)$$

y por tanto;

$$Q_{i,k} = \phi(Z_k) \sqrt{Z_k - Z_i} \quad (3.45)$$

### Solución numérica de las ecuaciones

Las celdas que constituyen la topología del modelo conforman un arreglo en forma de mallado. Este arreglo puede ser considerado en cierto número de grupos de tal forma que una celda perteneciente a un grupo  $j$  se pueda relacionar sólo con las otras celdas que conforman su mismo grupo  $j$ , o con un grupo  $j-1$  precedente o un grupo  $j+1$  siguiente tal como se ilustra en la Figura 13.

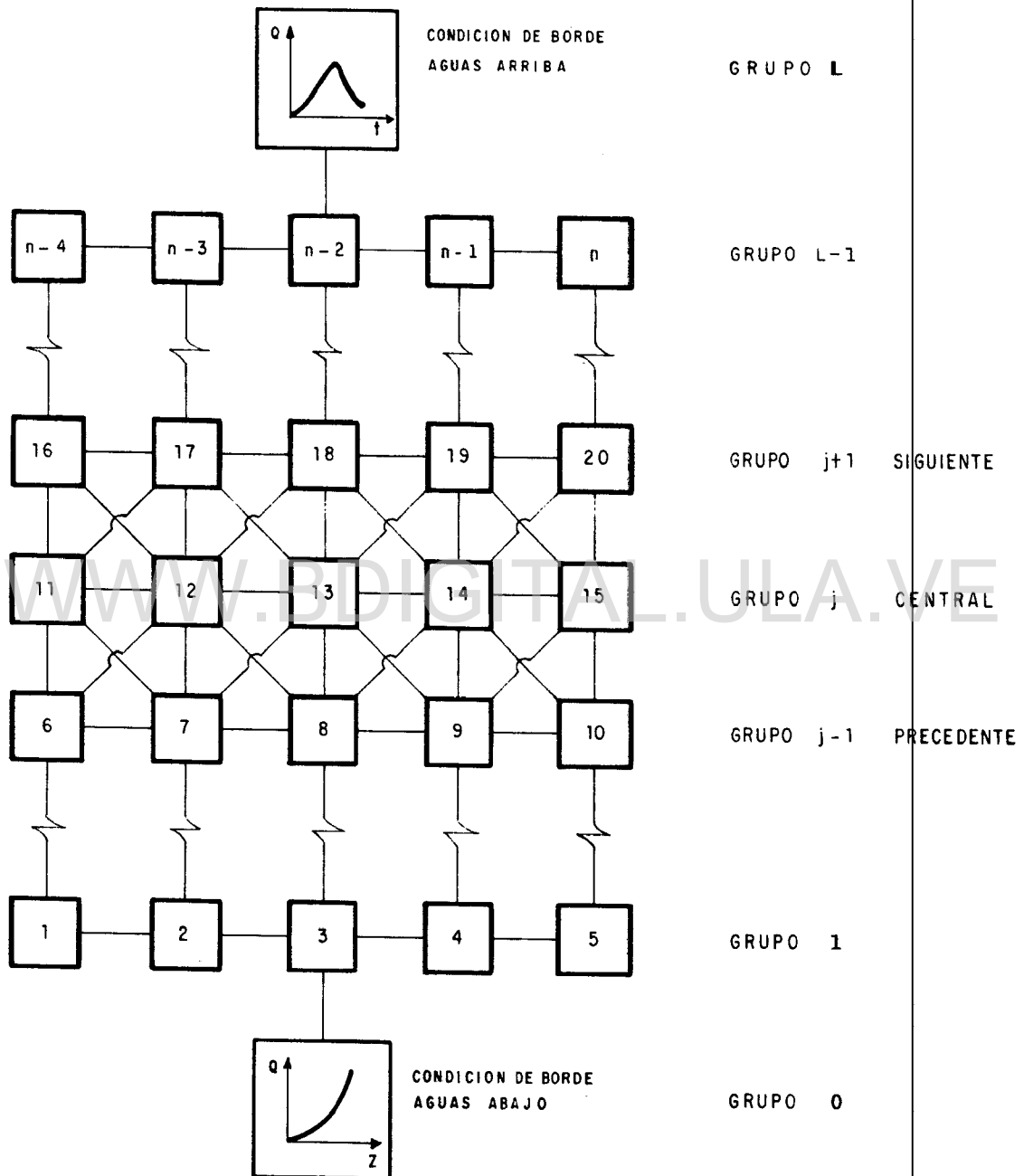


Figura 13.— División de la zona en estudio en celdas y grupos de celdas.

La ecuación (3.34):

$$A_i \frac{\Delta Z_i}{\Delta t} = \sum_k \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_i} \cdot Z_i + \sum_k \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_k} \cdot Z_k + \sum_k Q_{i,k}^n$$

arreglada de la siguiente manera:

$$\Delta Z_i \left[ -\frac{A_i}{\Delta t} + \sum_k \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_i} \right] + \sum_k \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_k} Z_k + \sum_k Q_{i,k}^n = 0 \quad (3.46)$$

puede ser aplicada a todas las celdas del grupo central  $j$ , del grupo precedente  $j-1$  y del grupo siguiente  $j+1$ , tal como lo muestra la Figura 14.

Utilizando notación matricial para las mismas, se obtiene:

$$[M_c] \cdot \{\Delta Z_c\} + [M_s] \cdot \{Z_s\} + [M_p] \cdot \{\Delta Z_p\} + \{L_c\} = 0 \quad (3.47)$$

donde;

$[M_c]$ : Matriz del grupo central de orden  $m_j \times m_j$

$[M_s]$ : Matriz del grupo siguiente de orden  $m_{j+1} \times m_j$

$[M_p]$ : Matriz del grupo precedente de orden  $m_{j-1} \times m_j$

$\{L_c\}$ : Vector libre central de orden  $1 \times m_j$

En la matriz del grupo central, que aparece en la Figura 14 los coeficientes  $\alpha_{i,i}$  que aparecen numéricamente iguales a:

$$\begin{aligned} & \Delta z_{11} \left\{ -\frac{A_{11}}{\Delta t} + \frac{Q_{11,16}^n}{\Delta z_{11}} + \frac{Q_{11,17}^n}{\Delta z_{11}} + \frac{Q_{11,12}^n}{\Delta z_{11}} + \frac{Q_{11,7}^n}{\Delta z_{11}} + \frac{Q_{11,6}^n}{\Delta z_{11}} \right\} + \frac{Q_{11,16}^n}{\Delta z_{16}} \cdot \Delta z_{16} + \frac{Q_{11,17}^n}{\Delta z_{17}} \cdot \Delta z_{17} \\ & + \frac{Q_{11,12}^n}{\Delta z_{12}} \cdot \Delta z_{12} + \frac{Q_{11,7}^n}{\Delta z_7} \cdot \Delta z_7 + \frac{Q_{11,6}^n}{\Delta z_6} \cdot \Delta z_6 + Q_{11,16}^n + Q_{11,17}^n + Q_{11,12}^n + Q_{11,7}^n + Q_{11,6}^n = 0 \\ & \Delta z_{12} \left\{ -\frac{A_{12}}{\Delta t} + \frac{Q_{12,17}^n}{\Delta z_{12}} + \frac{Q_{12,18}^n}{\Delta z_{12}} + \frac{Q_{12,13}^n}{\Delta z_{12}} + \frac{Q_{12,8}^n}{\Delta z_{12}} + \frac{Q_{12,7}^n}{\Delta z_{12}} + \frac{Q_{12,6}^n}{\Delta z_{12}} + \frac{Q_{12,11}^n}{\Delta z_{12}} + \frac{Q_{12,16}^n}{\Delta z_{12}} \right\} \\ & + \frac{Q_{12,17}^n}{\Delta z_{17}} \cdot \Delta z_{17} + \frac{Q_{12,18}^n}{\Delta z_{18}} \cdot \Delta z_{18} + \frac{Q_{12,13}^n}{\Delta z_{13}} \cdot \Delta z_{13} + \frac{Q_{12,8}^n}{\Delta z_8} \cdot \Delta z_8 + \frac{Q_{12,7}^n}{\Delta z_7} \cdot \Delta z_7 + \frac{Q_{12,6}^n}{\Delta z_6} \cdot \Delta z_6 + \frac{Q_{12,11}^n}{\Delta z_{11}} \cdot \Delta z_{11} \\ & + \frac{Q_{12,16}^n}{\Delta z_{16}} \cdot \Delta z_{16} + Q_{12,17}^n + Q_{12,18}^n + Q_{12,13}^n + Q_{12,8}^n + Q_{12,7}^n + Q_{12,6}^n + Q_{12,11}^n + Q_{12,16}^n = 0 \\ & \Delta z_{13} \left\{ -\frac{A_{13}}{\Delta t} + \frac{Q_{13,18}^n}{\Delta z_{13}} + \frac{Q_{13,19}^n}{\Delta z_{13}} + \frac{Q_{13,14}^n}{\Delta z_{13}} + \frac{Q_{13,9}^n}{\Delta z_{13}} + \frac{Q_{13,8}^n}{\Delta z_{13}} + \frac{Q_{13,7}^n}{\Delta z_{13}} + \frac{Q_{13,12}^n}{\Delta z_{13}} + \frac{Q_{13,17}^n}{\Delta z_{13}} \right\} \\ & + \frac{Q_{13,18}^n}{\Delta z_{18}} \cdot \Delta z_{18} + \frac{Q_{13,19}^n}{\Delta z_{19}} \cdot \Delta z_{19} + \frac{Q_{13,14}^n}{\Delta z_{14}} \cdot \Delta z_{14} + \frac{Q_{13,9}^n}{\Delta z_9} \cdot \Delta z_9 + \frac{Q_{13,8}^n}{\Delta z_8} \cdot \Delta z_8 + \frac{Q_{13,7}^n}{\Delta z_7} \cdot \Delta z_7 \\ & + \frac{Q_{13,12}^n}{\Delta z_{12}} \cdot \Delta z_{12} + \frac{Q_{13,17}^n}{\Delta z_{17}} \cdot \Delta z_{17} + Q_{13,18}^n + Q_{13,19}^n + Q_{13,14}^n + Q_{13,9}^n + Q_{13,8}^n + Q_{13,7}^n + Q_{13,12}^n + Q_{13,17}^n \\ & \Delta z_{14} \left\{ -\frac{A_{14}}{\Delta t} + \frac{Q_{14,19}^n}{\Delta z_{14}} + \frac{Q_{14,20}^n}{\Delta z_{14}} + \frac{Q_{14,15}^n}{\Delta z_{14}} + \frac{Q_{14,10}^n}{\Delta z_{14}} + \frac{Q_{14,9}^n}{\Delta z_{14}} + \frac{Q_{14,8}^n}{\Delta z_{14}} + \frac{Q_{14,13}^n}{\Delta z_{14}} + \frac{Q_{14,18}^n}{\Delta z_{14}} \right\} \\ & + \frac{Q_{14,19}^n}{\Delta z_{19}} \cdot \Delta z_{19} + \frac{Q_{14,20}^n}{\Delta z_{20}} \cdot \Delta z_{20} + \frac{Q_{14,15}^n}{\Delta z_{15}} \cdot \Delta z_{15} + \frac{Q_{14,10}^n}{\Delta z_{10}} \cdot \Delta z_{10} + \frac{Q_{14,9}^n}{\Delta z_9} \cdot \Delta z_9 + \frac{Q_{14,8}^n}{\Delta z_8} \cdot \Delta z_8 + \frac{Q_{14,13}^n}{\Delta z_{13}} \cdot \Delta z_{13} \\ & + \frac{Q_{14,18}^n}{\Delta z_{18}} \cdot \Delta z_{18} + Q_{14,19}^n + Q_{14,20}^n + Q_{14,15}^n + Q_{14,10}^n + Q_{14,9}^n + Q_{14,8}^n + Q_{14,13}^n + Q_{14,18}^n = 0 \\ & \Delta z_{15} \left\{ -\frac{A_{15}}{\Delta t} + \frac{Q_{15,10}^n}{\Delta z_{15}} + \frac{Q_{15,9}^n}{\Delta z_{15}} + \frac{Q_{15,14}^n}{\Delta z_{15}} + \frac{Q_{15,19}^n}{\Delta z_{15}} + \frac{Q_{15,20}^n}{\Delta z_{15}} \right\} + \frac{Q_{15,10}^n}{\Delta z_{10}} \cdot \Delta z_{10} + \frac{Q_{15,9}^n}{\Delta z_9} \cdot \Delta z_9 + \frac{Q_{15,14}^n}{\Delta z_{14}} \cdot \Delta z_{14} \\ & + \frac{Q_{15,19}^n}{\Delta z_{19}} \cdot \Delta z_{19} + \frac{Q_{15,20}^n}{\Delta z_{20}} \cdot \Delta z_{20} + Q_{15,10}^n + Q_{15,9}^n + Q_{15,14}^n + Q_{15,19}^n + Q_{15,20}^n = 0 \end{aligned}$$
[illegible]

$$\alpha_{1,1} = \left[ -\frac{A_{11}}{\Delta t} + \frac{\partial Q_{11,16}^n}{\partial Z_{11}} + \frac{\partial Q_{11,17}^n}{\partial Z_{11}} + \frac{\partial Q_{11,12}^n}{\partial Z_{11}} + \frac{\partial Q_{11,7}^n}{\partial Z_{11}} + \frac{\partial Q_{11,6}^n}{\partial Z_{11}} \right]$$

$$\alpha_{2,2} = \left[ -\frac{A_{12}}{\Delta t} + \frac{\partial Q_{12,17}^n}{\partial Z_{12}} + \frac{\partial Q_{12,18}^n}{\partial Z_{12}} + \frac{\partial Q_{12,13}^n}{\partial Z_{12}} + \frac{\partial Q_{12,8}^n}{\partial Z_{12}} + \frac{\partial Q_{12,7}^n}{\partial Z_{12}} + \frac{\partial Q_{12,7}^n}{\partial Z_{12}} + \frac{\partial Q_{12,6}^n}{\partial Z_{12}} + \frac{\partial Q_{12,11}^n}{\partial Z_{12}} + \frac{\partial Q_{12,16}^n}{\partial Z_{12}} \right]$$

$$\alpha_{3,3} = \left[ -\frac{A_{13}}{\Delta t} + \frac{\partial Q_{13,18}^n}{\partial Z_{13}} + \frac{\partial Q_{13,19}^n}{\partial Z_{13}} + \frac{\partial Q_{13,14}^n}{\partial Z_{13}} + \frac{\partial Q_{13,9}^n}{\partial Z_{13}} + \frac{\partial Q_{13,8}^n}{\partial Z_{13}} + \frac{\partial Q_{13,7}^n}{\partial Z_{13}} + \frac{\partial Q_{13,12}^n}{\partial Z_{13}} + \frac{\partial Q_{13,17}^n}{\partial Z_{13}} \right]$$

$$\alpha_{4,4} = \left[ -\frac{A_{14}}{\Delta t} + \frac{\partial Q_{14,19}^n}{\partial Z_{14}} + \frac{\partial Q_{14,20}^n}{\partial Z_{14}} + \frac{\partial Q_{14,15}^n}{\partial Z_{14}} + \frac{\partial Q_{14,10}^n}{\partial Z_{14}} + \frac{\partial Q_{14,9}^n}{\partial Z_{14}} + \frac{\partial Q_{14,8}^n}{\partial Z_{14}} + \frac{\partial Q_{14,13}^n}{\partial Z_{14}} + \frac{\partial Q_{14,18}^n}{\partial Z_{14}} \right]$$

$$\alpha_{5,5} = \left[ -\frac{A_{15}}{\Delta t} + \frac{\partial Q_{15,10}^n}{\partial Z_{15}} + \frac{\partial Q_{15,9}^n}{\partial Z_{15}} + \frac{\partial Q_{15,14}^n}{\partial Z_{15}} + \frac{\partial Q_{15,19}^n}{\partial Z_{15}} + \frac{\partial Q_{15,20}^n}{\partial Z_{15}} \right]$$

Los vectores  $\{\Delta Z_c\}$ ,  $\{\Delta Z_s\}$  y  $\{\Delta Z_p\}$  son los vectores correspondientes a los incrementos de nivel en las celdas, los cuales son las incógnitas.

La ecuación (3.46) se escribe para todos los grupos de celdas incluyendo el grupo N° 1, de tal forma que:

$$\begin{bmatrix} M_1 \end{bmatrix} \cdot \{\Delta Z_1\} + \begin{bmatrix} M_2 \end{bmatrix} \cdot \{\Delta Z_2\} + \begin{bmatrix} M_0 \end{bmatrix} \cdot \{\Delta Z_0\} + \{L_1\} = 0 \quad (3.48)$$

Por lo tanto, existen  $L-1$  ecuaciones de este tipo y  $L+1$  vectores incógnitas  $\{\Delta Z_i\}$ , completando el sistema de ecuaciones con dos condiciones de borde, una aguas abajo en el grupo  $N^\circ 0$  y otra aguas arriba en el grupo  $L$ .

### Condición aguas abajo

Los componentes del vector  $\{\Delta Z_0\}$  pueden ser expresados con la ayuda de la condición de borde aguas abajo, en el grupo  $N^\circ 0$ , como una función de los componentes del vector  $\{\Delta Z_1\}$ , conforme a la siguiente relación:

$$\{\Delta Z_0\} = [E_0] \cdot \{\Delta Z_1\} + \{F_0\} \quad (3.49)$$

pudiéndose encontrar los elementos de la matriz  $[E_0]$  y del vector  $\{F_0\}$  siempre y cuando las condiciones de borde sean aceptables físicamente.

Sustituyendo la ecuación (3.38) en la ecuación (3.37), se obtiene:

$$[M_1] \cdot \{\Delta Z_1\} + [M_2] \cdot \{\Delta Z_2\} + [M_0][E_0] \cdot \{\Delta Z_1\} + [M_0]\{F_0\} + \{L_1\} = 0$$

y despejando:  $\{\Delta Z_1\}$

$$\{\Delta Z_1\} = - \left[ [M_1] + [M_0] \cdot [E_0] \right]^{-1} [M_2] \{\Delta Z_2\} - \left[ [M_1] + [M_0] \cdot [E_0] \right]^{-1} \cdot \left\{ [M_0] \cdot \{F_0\} + \{L_1\} \right\} \quad (3.50)$$

Se puede observar que la ecuación (3.50), toma una forma de recurrencia del tipo de la ecuación (3.49), es decir:

$$\{\Delta Z_1\} = [E_1] \cdot \{\Delta Z_2\} + \{F_1\} \quad (3.51)$$

donde:

$$[E_1] = - \left[ [M_1] + [M_0] \cdot [E_0] \right]^{-1} [M_2] \quad (3.52)$$

y

$$\{F_1\} = - \left[ [M_1] + [M_0] [E_0] \right]^{-1} \left\{ [M_0] \cdot \{F_0\} + \{L_1\} \right\} \quad (3.53)$$

y generalizando para un grupo  $j$  las ecuaciones (3.51), (3.52) y (3.53) se tiene que:

$$\{\Delta Z_j\} = [E_j] \cdot \{\Delta Z_{j+1}\} + \{F_j\} \quad (3.54)$$

$$[E_j] = - \left[ [M_j] + [M_{j-1}] \cdot [E_{j-1}] \right]^{-1} [M_{j+1}] \quad (3.55)$$

$$\{F_j\} = - \left[ [M_j] + [M_{j-1}] [E_{j-1}] \right]^{-1} \left\{ [M_{j-1}] \cdot \{F_{j-1}\} + \{L_j\} \right\} \quad (3.56)$$

Con la ayuda de las ecuaciones (3.54) y (3.55), se pueden calcular en un proceso hacia aguas arriba, las matrices  $[E_j]$  y los vectores  $\{F_j\}$  desde el grupo  $N^\circ 1$  hasta el grupo  $N^\circ L-1$ .

Para el grupo  $N^\circ 1$  la matriz  $[M_0]$  y el vector  $\{F_0\}$  son evaluados de la condición de borde aguas abajo. Para el grupo  $N^\circ L-1$ , la condición de borde aguas arriba proveerá el vector  $\{\Delta Z_L\}$ .

Luego en un proceso hacia aguas abajo se podrán determinar los vectores de incrementos de nivel para los demás grupos, generalizando la ecuación (3.40) como sigue:

$$\{\Delta Z_{j-1}\} = [E_{j-1}] \{\Delta Z_j\} + \{F_{j-1}\} \quad (3.57)$$

Los valores calculados de  $\Delta Z_j$  son sumados a los niveles  $Z_j^n$  conocidos en el tiempo  $t = n \cdot \Delta t$ , y así se encuentra el estado del modelo para el tiempo  $t = (n+1) \Delta t$ . El proceso es entonces repetido para el siguiente intervalo de tiempo.

El procedimiento de cálculo descrito anteriormente se conoce con el nombre de "DOBLE BARRIDO", ("DOUBLE SWEEP") y tiene mucha aplicación en este tipo de ecuaciones ya que requiere de menos tiempo de computación para resolver el sistema de ecuaciones planteado que un método convencional de inversión de matrices.

### Condiciones de borde

Como se mencionó anteriormente tres condiciones de borde pueden ser usadas:

- 1.- Un limnigrama, es decir, el nivel dado como función del tiempo;  $Z = f(t)$ .
- 2.- Un hidrograma, es decir, el caudal dado como una función del tiempo;  $Q = f(t)$ .
- 3.- Una curva de gasto, es decir, una relación entre el nivel y el caudal;  $Q = f(z)$ .

Para la condición de limnigrama, una celda imaginaria K es introducida en el modelo, en donde el nivel  $Z_k$  es conocido en el tiempo  $t = (n+1)\Delta t$  tal como se muestra en la Figura 15.

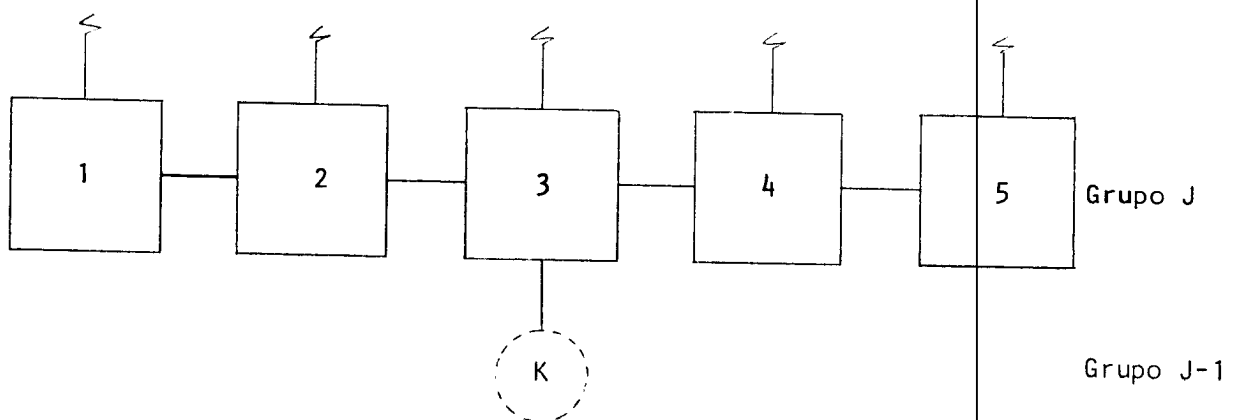


Figura 15. Limnigrama como condición de borde.

Al dividir el modelo en celdas y grupos de celdas, se supone que la celda K es situada en el grupo j-1, precedente a un grupo central j, y aplicando la ecuación (3.56) a la celda K en estudio se tiene que

$$\{\Delta Z_k\} = [E_k] \cdot \{\Delta Z_j\} + \{F_k\} \quad (3.58)$$

y entonces:

$$\{\Delta Z_k\} = \{F_k\} \quad \text{ya que} \quad [E_{k,1}] = [E_{k,2}] = [E_{k,3}] = [E_{k,4}] = \\ [E_{k,5}] = 0$$

lo cual indica que el nivel en la celda k en un tiempo  $t = n$ . t es independiente del nivel en el grupo j.

Para la condición de un hidrograma, basta solamente sumar el incremento de caudal del hidrograma  $\Delta Q = Q^{n+1} - Q^n$  al vector libre  $\{L\}$  en el grupo donde se impone la condición.

Para la condición de curva de gasto se tiene que:

$$Q_{i,k}^n = f(Z_i^n) \quad (3.59)$$

y por tanto:

$$\frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_i} = f'(Z_i) \quad (3.60)$$

y ya que  $Q_{i,k}$  no depende de  $Z_k$ , siendo el flujo de i a k:

$$\frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_k} = 0 \quad (3.61)$$

Cuando el flujo es de la celda  $k$  a la celda  $i$  esta condición de borde no puede ser usada.

La Figura 16, muestra una gráfica de la función  $Q_{i,k} = f(Z_i)$ . Para un nivel de agua dado en la celda  $i$ , igual a  $Z_{i1}$ , se encuentra que  $Q_{i,k} = Q_1$ , llenando la celda. Luego de un intervalo de tiempo  $\Delta t$  el nuevo nivel  $Z_i$  será igual a  $Z_{i2} > Z_{i1}$  al cual corresponderá un caudal  $Q_{i,k} = Q_2 > Q_1$ , también en dirección hacia la celda  $i$ .

La situación anterior es imposible ya que para un nivel de agua mayor en la celda  $i$ , el caudal hacia la misma disminuirá.

En el presente trabajo se han considerado como condiciones de borde aguas arriba un hidrograma y aguas abajo, una curva de gasto, ya que para estas condiciones es más factible encontrar registros y datos hidrológicos.

Entonces para el grupo N° 1:

$$[E] = [M_{c1}]^{-1} [M_{s1}] \quad \text{y} \quad \{F\} = [M_{c1}]^{-1} \{L\} \quad (3.62)$$

y para el grupo  $L-1$

$$[E_{L-1}] = 0 \quad (3.63)$$

y:

$$\{F_{L-1}\} = - \left[ [M_{cL-1}] + [M_{pL-1}] [E_{L-2}] \right]^{-1} \left\{ [M_{pL-1}] \{F_{L-2}\} \right\} + \{L_{L-1}\} \quad (3.64)$$

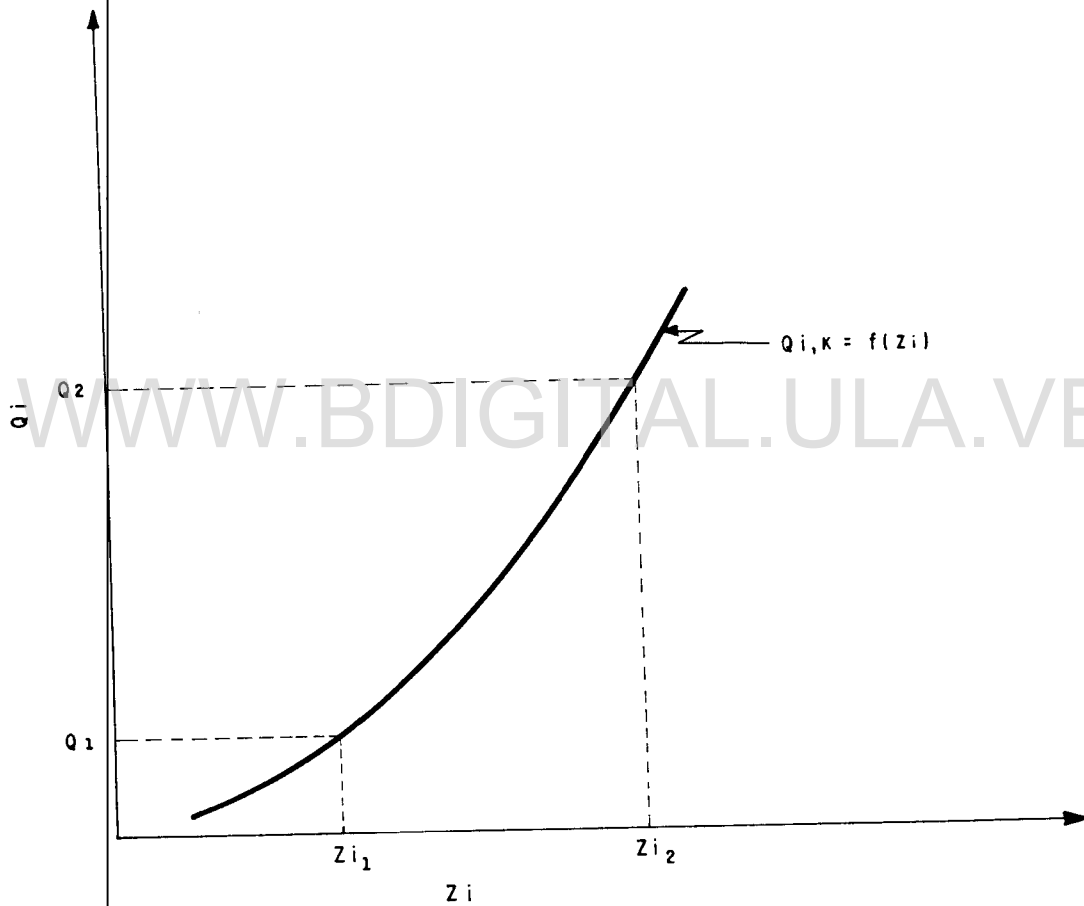


Figura 16.- Relación Nivel - Caudal para una celda  $i$

### Evaluación de los coeficientes

Ahora se procede a evaluar los coeficientes que conforman las matrices central, siguiente y precedente.

Primeramente se compararán los niveles de agua en las celdas  $Z_i$  y  $Z_k$ , si resulta que  $Z_k$  es mayor que  $Z_i$ , entonces el flujo será de  $k$  a  $i$ , por lo que los valores de los coeficientes que representan el flujo de  $i$  a  $k$ , son de signo contrario, siempre y cuando no se presente el problema de la pequeña profundidad en el sentido  $i$  a  $k$  como se verá más adelante.

Considerando lo anterior, la relación de intercambio tipo río se formula de la siguiente manera:

$$Q_{i,k} = \text{SIGNO}(Z_k - Z_i) \times \phi(\bar{Z}_{i,k}) \cdot \sqrt{|Z_k - Z_i|} \quad (3.65)$$

donde el sentido del flujo lo dará el valor del signo de la diferencia de niveles entre las celdas  $k$  e  $i$ , y el valor absoluto dentro del radical prevé que el nivel  $Z_i$  sea mayor que el nivel  $Z_k$ .

Los derivados parciales de la función anterior son: con respecto a  $i$ :

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_i} = (1 - \alpha) \frac{d\phi(\bar{Z}_{i,k})}{dZ_i} \sqrt{|Z_k - Z_i|} - \frac{\phi(\bar{Z}_{i,k})}{2\sqrt{|Z_k - Z_i|}} \quad (3.66)$$

y con respecto a  $k$ :

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_k} = \alpha \frac{d\phi(\bar{Z}_{i,k})}{dZ_k} \sqrt{|Z_k - Z_i|} + \frac{\phi(\bar{Z}_{i,k})}{2\sqrt{|Z_k - Z_i|}} \quad (3.67)$$

De presentarse el problema de la pequeña profundidad el factor de ponderación  $\alpha$  se hace igual a la unidad, y las ecuaciones anteriores se convierten en:

$$Q_{i,k} = \phi(\bar{z}_{i,k}) \cdot \sqrt{|z_k - z_i|} \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial z_i} = - \frac{\phi(\bar{z}_{i,k})}{2\sqrt{|z_k - z_i|}} \quad (3.69)$$

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial z_k} = \frac{d\phi(\bar{z}_{i,k})}{dz_k} \sqrt{|z_k - z_i|} + \frac{\phi(\bar{z}_{i,k})}{2\sqrt{|z_k - z_i|}} \quad (3.70)$$

Si al comparar los niveles de agua  $z_i$  y  $z_k$  resulta que  $z_i$  es mayor que  $z_k$  se probará el signo de  $\frac{\partial Q_{ki}}{\partial z_k}$ , si el signo de esta derivada no es positivo, esto quiere decir  $\frac{\partial Q_{ki}}{\partial z_k}$  que no se ha presentado el problema de la pequeña profundidad y se procede de la misma forma anterior, por lo tanto las ecuaciones (3.64), (3.65), (3.66) son válidos.

De presentarse el problema de la pequeña profundidad, esto es que  $\frac{\partial Q_{ki}}{\partial z_k}$  sea positiva las ecuaciones son las siguientes:

$$Q_{i,k} = - \left( \phi(\bar{z}_{i,k}) \cdot \sqrt{z(i) - z(k)} \right) \quad (3.71)$$

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial z_i} = - \left( \frac{d\phi(\bar{z}_{i,k})}{dz_k} \sqrt{z(i) - z(k)} + \frac{\phi(\bar{z}_{i,k})}{2\sqrt{z(i) - z(k)}} \right) \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial z_k} = - \left( \frac{-\phi(\bar{z}_{i,k})}{2\sqrt{z(i) - z(k)}} \right) \quad (3.73)$$

Analizando la relación de intercambio tipo vertedero, con dirección de flujo de la celda  $k$  a la celda  $i$ , se tiene:

1.- Para flujo libre

$$Q_{i,k} = \phi_L \cdot (z_k - z_v)^{3/2} \quad (3.74)$$

y su derivada con respecto a  $i$  es:

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_i} = 0 \quad (3.75)$$

y con respecto a  $k$  es:

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_k} = \frac{3}{2} \phi_L (Z_k - Z_v)^{1/2} \quad (3.76)$$

2.- Para flujo sumergido:

$$Q_{i,k} = \phi_s \cdot (Z_i - Z_v) (Z_k - Z_i)^{1/2} \quad (3.77)$$

y su derivada con respecto a  $i$  es:

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_i} = \phi_s \left[ (Z_k - Z_i) - \frac{(Z_i - Z_v)}{2 (Z_k - Z_i)^{1/2}} \right] \quad (3.78)$$

y con respecto a  $k$  es:

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_k} = \frac{1}{2} \phi_s \cdot \frac{(Z_i - Z_v)}{(Z_k - Z_i)^{1/2}} \quad (3.79)$$

Considerando una dirección de flujo contrario, o sea que el flujo es de la celda  $i$  a la celda  $k$ , en la relación de intercambio tipo vertedero, resulta:

3.- Para flujo libre:

$$Q_{i,k} = - \phi_L \cdot (Z_i - Z_v)^{3/2} \quad (3.80)$$

y su derivada con respecto a  $i$  es:

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial z_i} = - \frac{3}{2} \phi_L (z_i - z_v)^{1/2} \quad (3.81)$$

y con respecto a  $k$  es:

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial z_k} = 0 \quad (3.82)$$

4.- Para flujo sumergido:

$$Q_{i,k} = - \phi_s (z_k - z_v) (z_i - z_k)^{1/2} \quad (3.83)$$

y su derivada con respecto a  $i$  es:

$$\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial z_i} = - \frac{1}{2} \phi_s \frac{(z_k - z_v)}{(z_i - z_k)^{1/2}} \quad (3.84)$$

y con respecto a  $k$  es:

$$\frac{Q_{i,k}}{z_k} = - \phi_s \left[ (z_i - z_k)^{1/2} - \frac{1}{2} \frac{(z_k - z_v)}{(z_i - z_k)^{1/2}} \right] \quad (3.85)$$

## CAPITULO IV

### ALGORITMO DEL MODELO BIDIMENSIONAL

En este capítulo se hará una descripción detallada desde el punto de vista de programación del Modelo BIDIM; se presenta el flujograma general del modelo y las equivalencias de las variables utilizadas en lenguaje FORTRAN IV.

#### Algoritmo general

El flujograma general del modelo se presenta en la Figura 17. El proceso de suministro de información y cálculo seguido en la programación en FORTRAN IV, se puede detallar de la forma siguiente:

1. Lectura de los datos que definen la configuración física del modelo: número de grupos, número de celdas y número de filas.
2. Lectura de los datos que definen la configuración de las condiciones de borde.
3. Lectura de los datos que definen el intervalo de tiempo de simulación y el tiempo máximo de simulación.
4. Lectura de los datos tabulares que conforman las condiciones de borde aguas arriba y aguas abajo.
5. Lectura de los datos tabulares de elevación contra área superficial  $ZC(I,J)$  Vs  $A(I,J)$  para cada celda.
6. Lectura de las condiciones iniciales: niveles de agua, profundidad de agua y cotas de fondo en cada celda referidas a un datum.
7. Impresión de las condiciones iniciales de nivel y profundidad de agua.

8. Las matrices MC, MP y MS y los vectores LI son inicializados con valor cero para todos los grupos.

9. Los coeficientes de las condiciones de borde aguas abajo y aguas arriba son evaluados y almacenados.

10. Se interpola para todas las celdas el área de las mismas, para las condiciones iniciales, almacenando en la matriz central los coeficientes  $A_i/\Delta t$ , para todos los grupos.

11. Se calculan los coeficientes  $\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_i}$ ,  $\frac{\partial Q_{i,k}}{\partial Z_k}$  y  $Q_{i,k}$ , para las uniones tipo río y tipo vertedero, almacenándolos seguidamente en las matrices y vectores correspondientes.

12. Se calculan las matrices [E] y los vectores {F} para todos los grupos, desde aguas abajo hacia aguas arriba (primer barrido).

13. Se calculan los incrementos de nivel  $\Delta Z_i$  en las celdas para todos los grupos desde aguas arriba hacia aguas abajo (segundo barrido).

14. Se suman los incrementos de nivel calculados en el paso 13 a los niveles correspondientes al intervalo de tiempo anterior.

15. Se escriben los niveles finales calculados en un intervalo de tiempo.

16. Se calcula otro intervalo de tiempo y se repite todo el algoritmo desde el paso 8.

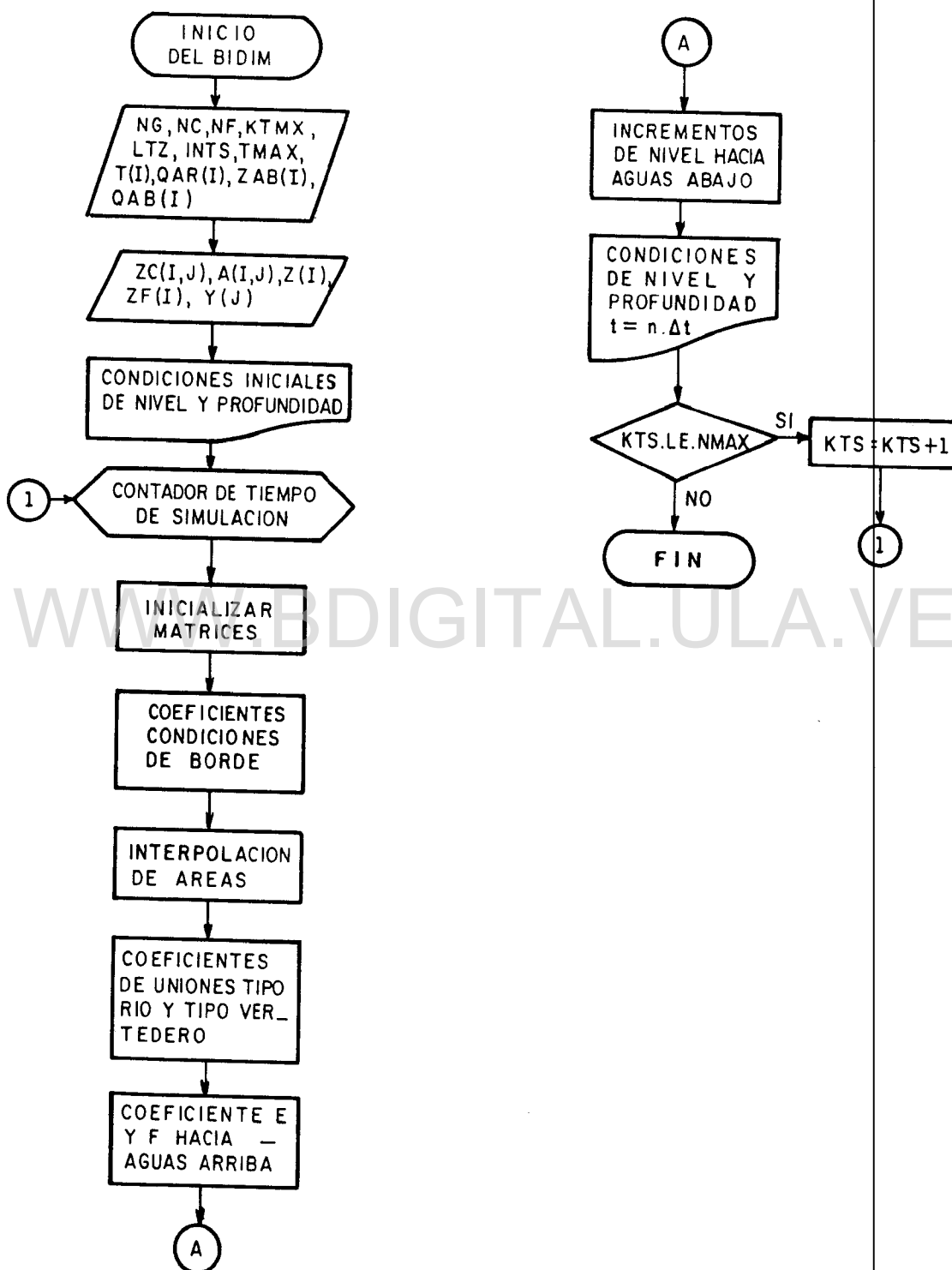


Figura. 17— Flujograma general del modelo BIDIM.

### Variables utilizadas por el programa

Con la finalidad de facilitar una mejor interpretación del modelo BIDIM, se da una equivalencia de las variables utilizadas en la Tabla 1. En el Anexo III, se presenta el instructivo de uso, el listado y el flujoograma detallado del modelo.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Tabla 1. Equivalencia de variables utilizadas en el modelo BIDIM

| <b>CIDINT</b><br><b>BANCO DE PROGRAMAS</b> |          |         | <b>PROGRAMA: BIDIM</b><br><b>CODIGO</b><br><b>LENGUAJE: FORTRAN IV</b><br><b>PAS: 1</b>                                           |                |               |
|--------------------------------------------|----------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------------|
| TARJETA                                    | VARIABLE | FORMATO | DESCRIPCION                                                                                                                       | UNIDADES       | OBSERVACIONES |
|                                            | A( )     |         | Datos tabulares del área superficial para diferentes niveles en cada celda.                                                       | m <sup>2</sup> |               |
|                                            | ALFA     |         | Coefficiente de ponderación entre los niveles de las celdas i, k.                                                                 |                |               |
|                                            | AR( )    |         | Valor del área superficial en una celda i correspondiente a un nivel interpolado durante la simulación.                           | m <sup>2</sup> |               |
|                                            | B        |         | Ancho longitudinal del vertedero                                                                                                  | m              |               |
|                                            | BB( )    |         | Vector correspondiente a la operación $[MPAUX] \cdot \{FAUX\}$ en el cálculo del coeficiente $\{F\}$ del doble barrido.           |                |               |
|                                            | C( )     |         | Matriz correspondiente a la operación $[MPAUX] \cdot [EAUX]$ en el cálculo de los coeficientes $[E]$ y $\{F\}$ del doble barrido. |                |               |
|                                            | CFMV     |         | Variable que ofrece la opción de listar las matrices y vectores del doble barrido. Si su valor es Si listará lo anterior.         |                |               |
|                                            | CHSMT    |         | Subrutina utilizada para cambiar el signo al coeficiente $[E]$ del doble barrido.                                                 |                |               |
|                                            |          |         |                                                                                                                                   |                |               |

Tabla 1. Equivalencia de variables utilizadas en el modelo BIDIM (Continuación)

| <div> <div>CIDINT</div> <div>BANCO DE PROGRAMAS</div> </div> |          |         | <div>PROGRAMA: BIDIM</div> <div> <div>FORMATO</div> <div>FORTRAN IV</div> <div>2</div> </div>                        |          |               |
|--------------------------------------------------------------|----------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|---------------|
| TARJETA                                                      | VARIABLE | FORMATO | DESCRIPCION                                                                                                          | UNIDADES | OBSERVACIONES |
|                                                              | CHSV     |         | Subrutina utilizada para cambiar el signo al coeficiente {F} del doble barrido.                                      |          |               |
|                                                              | COERI    |         | Subrutina que controla el cálculo de los coeficientes PQIK, POKIK, QIK en las uniones tipo río.                      |          |               |
|                                                              | D( )     |         | Matriz correspondiente a la operación $[MCAUX] + [C]$ en el cálculo de los coeficientes [E] y {F} del doble barrido. |          |               |
|                                                              | DZ( )    |         | Vector correspondiente a los incrementos de nivel en las celdas para cada grupo durante la simulación.               |          |               |
|                                                              | DZI( )   |         | Vector auxiliar correspondiente al cálculo de los incrementos de nivel en cada celda.                                |          |               |
|                                                              | DZZ( )   |         | Vector auxiliar de los incrementos de nivel en las celdas, calculado en la subrutina SUMV, igual a {G} + {FAUX}.     |          |               |
|                                                              | DT       |         | Incremento de tiempo durante la simulación                                                                           | SEGS.    |               |
|                                                              | DX       |         | Distancia entre los centros de las celdas en las uniones tipo río.                                                   | m        |               |
|                                                              | E( )     |         | Matriz coeficiente del doble barrido                                                                                 |          |               |
|                                                              | EE( )    |         | Matriz auxiliar del coeficiente [E] calculado en la subrutina MULTM.                                                 |          |               |
|                                                              | EAUX( )  |         | Matriz auxiliar del coeficiente [E] del doble barrido.                                                               |          |               |
|                                                              | ESCRIT   |         | Subrutina de escritura de los resultados.                                                                            |          |               |
|                                                              | F( )     |         | Vector coeficiente del doble barrido                                                                                 |          |               |
|                                                              | FF( )    |         | Vector auxiliar del coeficiente {F} calculado en la subrutina MUTV.                                                  |          |               |

Tabla 1. Equivalencia de variables utilizadas en el modelo BIDIM (Continuación)

| CIDIAT<br>BANCO DE PROGRAMAS |          | PROGRAMA: BIDIM |                                                                                                                                                         |                        |               |
|------------------------------|----------|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|---------------|
|                              |          | CODIGO:         |                                                                                                                                                         | LENGUAJE<br>FORTRAN IV | PAG<br>3      |
| TARJETA                      | VARIABLE | FORMATO         | DESCRIPCION                                                                                                                                             | UNIDADES               | OBSERVACIONES |
|                              | FAUX( )  |                 | Vector auxiliar del coeficiente {F} del <u>do</u> ble barrido.                                                                                          |                        |               |
|                              | FCH      |                 | Variable de fecha de ejecución de la simu-<br>lación, suministrada al programa.                                                                         |                        |               |
|                              | FIL      |                 | Coeficiente de descarga libre de la unión<br>tipo vertedero.                                                                                            |                        |               |
|                              | FIR      |                 | Función $\emptyset$ en la unión tipo río calculada<br>en la subrutina Río.                                                                              |                        |               |
|                              | FIRP     |                 | Variación de la función $\emptyset$ con respecto a la<br>profundidad $Z_{i,k}$ en la unión tipo río cal-<br>culada en la subrutina Río.                 |                        |               |
|                              | FIS      |                 | Coeficiente de descarga sumergida de la<br>unión tipo vertedero.                                                                                        |                        |               |
|                              | G( )     |                 | Vector correspondiente la operación<br>[EAUX]. {DZI}, en el cálculo de los incre-<br>mentos de nivel en las celdas, calculado<br>en la subrutina MULTV. |                        |               |
|                              | H( )     |                 | Vector correspondiente a la operación {BB}<br>+ {LIAUX} en el cálculo del coeficiente {F}                                                               |                        |               |
|                              | IMP      |                 | Variable correspondiente a la unidad de sa-<br>lida de los resultados.                                                                                  |                        |               |
|                              | I        |                 | Indice correspondiente a una celda.                                                                                                                     |                        |               |
|                              | INFG     |                 | Variable de información general suministra-<br>da al modelo.                                                                                            |                        |               |
|                              | INTAR    |                 | Subrutina utilizada para calcular el área<br>superficial en una celda i para un nivel<br>dado mediante interpolación lineal.                            |                        |               |

Tabla 1. Equivalencia de variables utilizadas en el modelo BIDIM (Continuación)

| <div> <div>CIBINT</div> <div>BANCO DE PROGRAMAS</div> </div> |          |         | <div>PROGRAMA: BIDIM</div> <div>CODIGO:</div>                                                                                                         | <div>LANGUAGE</div> <div>FORTRAN IV</div> | <div>PAG</div> <div>4</div> |
|--------------------------------------------------------------|----------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|-----------------------------|
| TARJETA                                                      | VARIABLE | FORMATO | DESCRIPCION                                                                                                                                           | UNIDADES                                  | OBSERVACIONES               |
|                                                              | INTCB    |         | Subrutina utilizada para calcular los coeficientes de la condición de borde aguas abajo, mediante interpolación lineal.                               | SEGS                                      |                             |
|                                                              | INTHID   |         | Subrutina utilizada para interpolar linealmente el caudal correspondiente a un tiempo cualquiera durante la simulación en el hidrograma de entrada.   |                                           |                             |
|                                                              | INTKK    |         | Subrutina utilizada para calcular la conducción, y la variación de la misma con respecto a la profundidad en la celda, mediante interpolación lineal. |                                           |                             |
|                                                              | INTS     |         | Intervalo de tiempo de simulación                                                                                                                     |                                           |                             |
|                                                              | INV      |         | Subrutina utilizada para calcular la inversa de una matriz.                                                                                           |                                           |                             |
|                                                              | K        |         | Indice correspondiente a una celda k adyacente a una celda i.                                                                                         |                                           |                             |
|                                                              | KK       |         | Valor de la conducción en una celda i correspondiente al nivel en la misma calculado en la subrutina INTKK.                                           |                                           |                             |
|                                                              | KEMV     |         | Contador que controla el salto de página en la opción de escribir las matrices y vectores correspondientes a los grupos de celdas.                    |                                           |                             |
|                                                              | KEI      |         | Contador que controla el inicio de la escritura de los resultados de cada celda i, por línea, en la subrutina ESCRIT.                                 |                                           |                             |
|                                                              | KEF      |         | Contador que controla el final de la escritura de los resultados de cada celda i, por línea, en la subrutina ESCRIT.                                  |                                           |                             |

Tabla 1. Equivalencia de variables utilizadas en el modelo BIDIM (Continuación)

| <div>  <div> CENTRO DE INVESTIGACIONES<br/> DE INGENIERIA Y TECNOLOGIA<br/> DE LA UNIVERSIDAD DE LA GUAYANA </div> </div> <div> PROGRAMA: BIDIM </div> |          |         | <div> CODIGO </div> <div> LENGUAJE </div> <div> PAG </div>                                                                    |          |               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|---------------|
| BANCO DE PROGRAMAS                                                                                                                                                                                                                      |          |         | <div> FORTTRAN IV </div> <div> 5 </div>                                                                                       |          |               |
| TARJETA                                                                                                                                                                                                                                 | VARIABLE | FORMATO | DESCRIPCION                                                                                                                   | UNIDADES | OBSERVACIONES |
|                                                                                                                                                                                                                                         | KIK      |         | Valor de la conducción entre las celdas $i$ y $k$ ; calculado en la subrutina R10.                                            |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | KIKP     |         | Variación del factor de conducción respecto a la profundidad $\bar{z}_{i,k}$ , calculado en la subrutina R10.                 |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | KND( )   |         | Datos tabulares del factor de conducción para diferentes niveles en cada celda.                                               |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | KPIMP    |         | Variable que indica cada cuántos intervalos de simulación se imprimirán resultados.                                           |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | KTMX     |         | Variable que define el número de puntos del hidrograma de entrada.                                                            |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | KTS      |         | Contador de los intervalos de simulación.                                                                                     |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | KYZ      |         | Indice de variación tabular de la curva de gasto aguas abajo.                                                                 |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | L        |         | Contador de cálculo de los grupos, para: Inicialización de las matrices, coeficientes $[E]$ y $\{F\}$ e incrementos de nivel. |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | LTZ      |         | Variable que indica el número de puntos que definen la curva de gasto aguas abajo.                                            |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | LI( )    |         | Vector del término libre en la ecuación de continuidad.                                                                       |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | LEC      |         | Variable correspondiente a la unidad de entrada de los datos.                                                                 |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | LIAUX( ) |         | Vector auxiliar del término libre de la ecuación de continuidad.                                                              |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | MC( )    |         | Matriz central de coeficientes.                                                                                               |          |               |
|                                                                                                                                                                                                                                         | MCAUX( ) |         | Matriz central auxiliar de coeficientes.                                                                                      |          |               |

Tabla 1. Equivalencia de variables utilizadas en el modelo BIDIM (Continuación)

| <div> <div>CIDIAT</div> <div>BANCO DE PROGRAMAS</div> </div> |           |         | <div>PROGRAMA: BIDIM</div> <div> <div>CODIGO</div> <div> <div>ENGADE</div> <div>FORTRAN IV</div> </div> </div> <div>PAS 6</div>                 |          |               |
|--------------------------------------------------------------|-----------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|---------------|
| TARJETA                                                      | VARIABLE  | FORMATO | DESCRIPCION                                                                                                                                     | UNIDADES | OBSERVACIONES |
|                                                              | MP( )     |         | Matriz precedente de coeficientes.                                                                                                              |          |               |
|                                                              | MPAUX ( ) |         | Matriz precedente auxiliar de coeficientes.                                                                                                     |          |               |
|                                                              | MS( )     |         | Matriz siguiente de coeficientes.                                                                                                               |          |               |
|                                                              | MSAUX ( ) |         | Matriz siguiente auxiliar de coeficientes.                                                                                                      |          |               |
|                                                              | MULTM     |         | Subrutina que calcula el producto de dos matrices.                                                                                              |          |               |
|                                                              | MULTV     |         | Subrutina que calcula el producto de una matriz por un vector.                                                                                  |          |               |
|                                                              | NC        |         | Número de celdas del modelo.                                                                                                                    |          |               |
|                                                              | NF        |         | Número de filas del modelo                                                                                                                      |          |               |
|                                                              | NG        |         | Número de grupos del modelo.                                                                                                                    |          |               |
|                                                              | NMAX      |         | Número máximo de iteraciones a realizar durante la simulación.                                                                                  |          |               |
|                                                              | OPCN      |         | Variable de comparación en la opción de listar o no, durante la simulación, las matrices y vectores del doble barrido, su valor asignado es SI. |          |               |
|                                                              | PQIIK     |         | Variación del caudal de la celda k a la celda i, con respecto al nivel en la celda i.                                                           |          |               |
|                                                              | PQKIK     |         | Variación del caudal de la celda k a la celda i, con respecto al nivel en la celda k.                                                           |          |               |
|                                                              | PQIKI     |         | Variación del caudal de la celda i a la celda k, con respecto al nivel en la celda i.                                                           |          |               |

Tabla 1. Equivalencia de variables utilizadas en el modelo BIDIM (Continuación)

| <b>CIDINT</b><br><b>BANCO DE PROGRAMAS</b> |          |         | <b>PROGRAMA:</b> , BIDIM<br><b>CODIGO:</b> <b>LENGUAJE:</b> <b>PAG:</b> 7<br><b>FORTRAN IV</b>                                                                       |                      |               |
|--------------------------------------------|----------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|---------------|
| TARJETA                                    | VARIABLE | FORMATO | DESCRIPCION                                                                                                                                                          | UNIDADES             | OBSERVACIONES |
|                                            | PQKKI    |         | Variación del caudal de la celda i a la celda k., con respecto al nivel en la celda k.                                                                               |                      |               |
|                                            | PRY      |         | Variable de información del proyecto a realizar con el modelo BIDIM.                                                                                                 |                      |               |
|                                            | QAB( )   |         | Valor tabular del caudal en la curva de gasto aguas abajo.                                                                                                           | m <sup>3</sup> /seg. |               |
|                                            | QAR( )   |         | Valor tabular del caudal del hidrograma en la condición de borde aguas arriba.                                                                                       | m <sup>3</sup> /seg. |               |
|                                            | QB       |         | Valor del caudal en la curva de gasto aguas abajo, interpolado linealmente para un nivel dado durante la simulación, en la celda 3, calculado en la subrutina INTCB. | m <sup>3</sup> /seg. |               |
|                                            | QPB      |         | Variación del caudal en la curva de gasto aguas abajo, con respecto a un nivel dado, durante la simulación, en la celda 3, calculado en la subrutina INTCB.          |                      |               |
|                                            | QIK      |         | Caudal que fluye de la celda k a la celda i.                                                                                                                         | m <sup>3</sup> /seg. |               |
|                                            | QKI      |         | Caudal que fluye de la celda i, a la celda k.                                                                                                                        | m <sup>3</sup> /seg. |               |
|                                            | RIO      |         | Subrutina utilizada para calcular los coeficientes de la unión RIO.                                                                                                  |                      |               |
|                                            | SGN      |         | Variable que define el sentido del flujo en la unión tipo RIO.                                                                                                       |                      |               |
|                                            | SUMM     |         | Subrutina que calcula la suma de dos matrices.                                                                                                                       |                      |               |

Tabla 1. Equivalencia de variables utilizadas en el modelo BIDIM (Continuación)

| <div> <div>CIDIAT</div> <div>BANCO DE PROGRAMAS</div> </div> |             |         | <div>PROGRAMA: BIDIM</div> <div>CODIGO LENGUAJE</div> <div>FORTTRAN IV 8</div>               |          |               |
|--------------------------------------------------------------|-------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------|---------------|
| TARJETA                                                      | VARIABLE    | FORMATO | DESCRIPCION                                                                                  | UNIDADES | OBSERVACIONES |
|                                                              | SUMV        |         | Subrutina que calcula la suma de dos vectores.                                               |          |               |
|                                                              | TMAX        |         | Tiempo máximo de simulación.                                                                 | Seg.     |               |
|                                                              | TT          |         | Valor del tiempo transcurrido en la simulación.                                              | Seg.     |               |
|                                                              | UNCCEL (II) |         | Indice de celda que indica el tipo de unión entre dos celdas.                                |          |               |
|                                                              | VERT        |         | Subrutina utilizada para calcular los coeficientes de la unión tipo vertedero.               |          |               |
|                                                              | Y ( )       |         | Profundidad del agua en una celda.                                                           | m.       |               |
|                                                              | Z( )        |         | Cota del nivel de agua en la celda.                                                          | m.       |               |
|                                                              | ZAB( )      |         | Valor tabular del nivel de la curva de gasto aguas abajo.                                    | m.       |               |
|                                                              | ZC( )       |         | Valor tabular del nivel en las tablas de nivel Vs, área superficial.                         | m.       |               |
|                                                              | ZF( )       |         | Cota de fondo de las celdas referidas a un datun.                                            | m.       |               |
|                                                              | ZK( )       |         | Valores tabulares de los niveles en las Tablas nivel Vs. conducción en las uniones tipo R10. | m.       |               |
|                                                              | ZV          |         | Elevación de la cresta de los vertederos en las uniones tipo vertedero.                      | m.       |               |

## CAPITULO V

### PRUEBA DE SENSIBILIDAD DE PARAMETROS

La prueba de sensibilidad de parámetros del modelo BIDIM se realizó variando uno de los siguientes parámetros y manteniendo los demás constantes: relación ancho cauce-ancho planicie ( $B_o/B$ ), relación rugosidad del cauce-rugosidad de la planicie (RCA/PPL), intervalo de tiempo de simulación (INTS) y coeficientes de descarga libre y sumergido de las uniones tipo vertedero ( $\mu_1$  y  $\mu_2$ ). Para facilitar la interpretación de los resultados y la preparación de los datos de entrada al modelo, se eligió un cauce birectangular.

#### Análisis de los resultados

##### Relación ancho cauce-ancho planicie ( $B_o/B$ ):

Se realizaron corridas del modelo variando la relación  $B_o/B$  conforme lo muestra la Tabla 2.

Tabla 2. Variación de la relación  $B_o/B$

| $B_o/B$ | RCA   | RPL   | INTS      | $\mu_2 \sqrt{2g}$ | $\mu_1 \sqrt{2g}$ |
|---------|-------|-------|-----------|-------------------|-------------------|
| 20      | 0.020 | 0.020 | 1200 seg. | 1.10              | 1.45              |
| 10      | 0.020 | 0.020 | 1200 seg. | 1.10              | 1.45              |
| 2       | 0.020 | 0.020 | 1200 seg. | 1.10              | 1.45              |

En la Figura 18, se puede observar que a medida que aumenta la relación  $B_o/B$  la inestabilidad disminuye. Al disminuir  $B_o/B$  el flujo en el cauce pasa a ser predominante y en este caso los términos de inercia, los cuales se han despreciado, pueden ser importantes, pudiendo ésta situación contribuir a la inestabilidad del modelo. A iguales conclusiones aborda Domínguez (1982) en investigación.

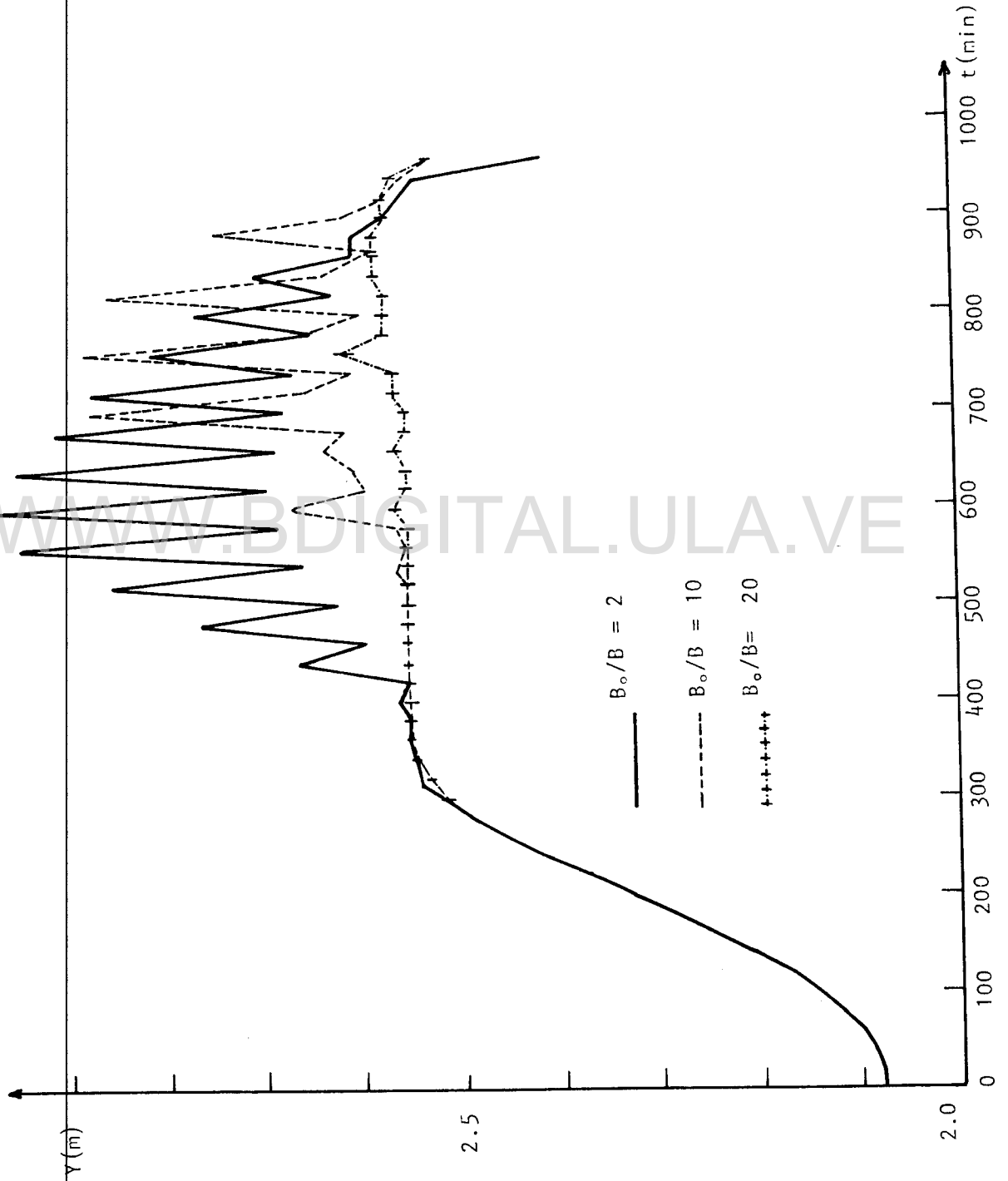


Figura 18.- Reducción de inestabilidad para relación de  $B_0/B > 2$

### Relación rugosidad del cauce-rugosidad de la planicie (RCA/RPL):

Las corridas para la variación de RCA/RPL, se realizaron conforme se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3. Variación de la relación RCA/RPL

| RCA/RPL | B <sub>o</sub> /B | INTS      | $\mu_2 \sqrt{2g}$ | $\mu_1 \sqrt{2g}$ |
|---------|-------------------|-----------|-------------------|-------------------|
| 1       | 20                | 1200 seg. | 1.10              | 1.45              |
| 1/2     | 20                | 1200 seg. | 1.10              | 1.45              |
| 1/3     | 20                | 1200 seg. | 1.10              | 1.45              |
| 1/4     | 20                | 1200 seg. | 1.10              | 1.45              |
| 1/5     | 20                | 1200 seg. | 1.10              | 1.45              |

En la Figura 19, se observa que al aumentar la rugosidad de la planicie o al disminuir la relación RCA/RPL, ésto trae como consecuencia una propagación más lenta de la crecida por la planicie, lo cual afecta también al cauce. Esto se puede ver claramente en el hecho de que los gráficos de mayor rugosidad de la planicie (RPL) envuelven a gráficos de menor RPL, a partir de un tiempo que está en la zona de recesión del hidrograma de entrada. Esto se debe a que al aumentar la rugosidad de la planicie la capacidad de conducción de ésta se ve disminuida, necesitando más tiempo para transitar el mismo volumen de agua.

### Intervalo de tiempo de simulación (INTS)

Para probar la variación de este parámetro se realizaron corridas conforme se muestra en la Tabla 4.

ANÁLISIS SENSIBILIDAD MODELO BIDIM --- RCA = 0.020 --- CELLA 14

Variación de RPL

|   |       |
|---|-------|
| — | 0.020 |
| — | 0.040 |
| — | 0.060 |
| — | 0.080 |
| — | 0.100 |

Figura 19. Variación de la relación RCA/RPL

Tabla 4. Variación del intervalo de tiempo de simulación (INTS)

| INTS      | RCA/RPL | $B_o/B$ | $\mu_1 \sqrt{2g}$ | $\mu_1 \sqrt{2g}$ |
|-----------|---------|---------|-------------------|-------------------|
| 1200 seg. | 1       | 10      | 1.10              | 1.45              |
| 600 seg.  | 1       | 10      | 1.10              | 1.45              |
| 300 seg.  | 1       | 10      | 1.10              | 1.45              |
| 50 seg.   | 1       | 10      | 1.10              | 1.45              |

Al observar la Figura 20, se ve claramente que el intervalo de tiempo de simulación (INTS), incide favorablemente en la estabilidad del modelo cuando éste es pequeño. Es conveniente notar que un INTS bajo fue capaz de estabilizar el modelo con una relación baja de  $B_o/B = 10$  ya que como se vió anteriormente al disminuir la relación  $B_o/B$  el modelo tiende a la inestabilidad.

#### Coefficientes de descarga libre y sumergido de los vertederos ( $\mu_1$ y $\mu_2$ )

La variación de estos parámetros fue estudiada conforme lo muestra las Tablas 5 y 6.

Tabla 5. Variación del coeficiente de descarga sumergido ( $\mu_2$ )

| $\mu_2 \sqrt{2g}$ | $\mu_1 \sqrt{2g}$ | $B_o/B$ | INTS      | RCA/RPL |
|-------------------|-------------------|---------|-----------|---------|
| 0.50              | 1.45              | 20      | 1200 seg. | 1.0     |
| 1.10              | 1.45              | 20      | 1200 seg. | 1.0     |
| 2.00              | 1.45              | 20      | 1200 seg. | 1.0     |

Tabla 6. Variación del coeficiente de descarga libre ( $\mu_2$ )

| $\mu_1 \sqrt{2g}$ | $\mu_2 \sqrt{2g}$ | $B_o/B$ | INTS      | RCA/RPL |
|-------------------|-------------------|---------|-----------|---------|
| 0.70              | 1.10              | 20      | 1200 seg. | 1.0     |
| 1.45              | 1.10              | 20      | 1200 seg. | 1.0     |
| 3.00              | 1.10              | 20      | 1200 seg. | 1.0     |

Al observar las Figuras 21 y 22 se nota que al cambiar estos parámetros se produce una variación de los niveles de agua en el tiempo que no da indicios de causar inestabilidad en el modelo.

#### Conclusiones del análisis de sensibilidad

En base al análisis de sensibilidad realizado se concluye, lo siguiente:

- 1.- A medida que aumenta la relación  $B_o/B$  la inestabilidad del modelo disminuye.
- 2.- Al disminuir la relación RCA/RPL o al aumentar la rugosidad de la planicie, la propagación de la crecida por la planicie se hace más lenta.
- 3.- El intervalo de tiempo de la simulación a medida que disminuye incide favorablemente en la estabilidad del modelo.
- 4.- La variación de los coeficientes de descarga y sumergido de los vertederos produce una variación en los niveles de agua en el tiempo que no da indicios de causar inestabilidad en el modelo.

Y (mt.)

# ANALISIS SENSIBILIDAD MODELO BIDIM

---  $B_0/B=10$  ---  $RCA=RPL=0.02$   
 $\mu_1\sqrt{2g}=1.45$   $\mu_2\sqrt{2g}=1.10$

CELDA 14

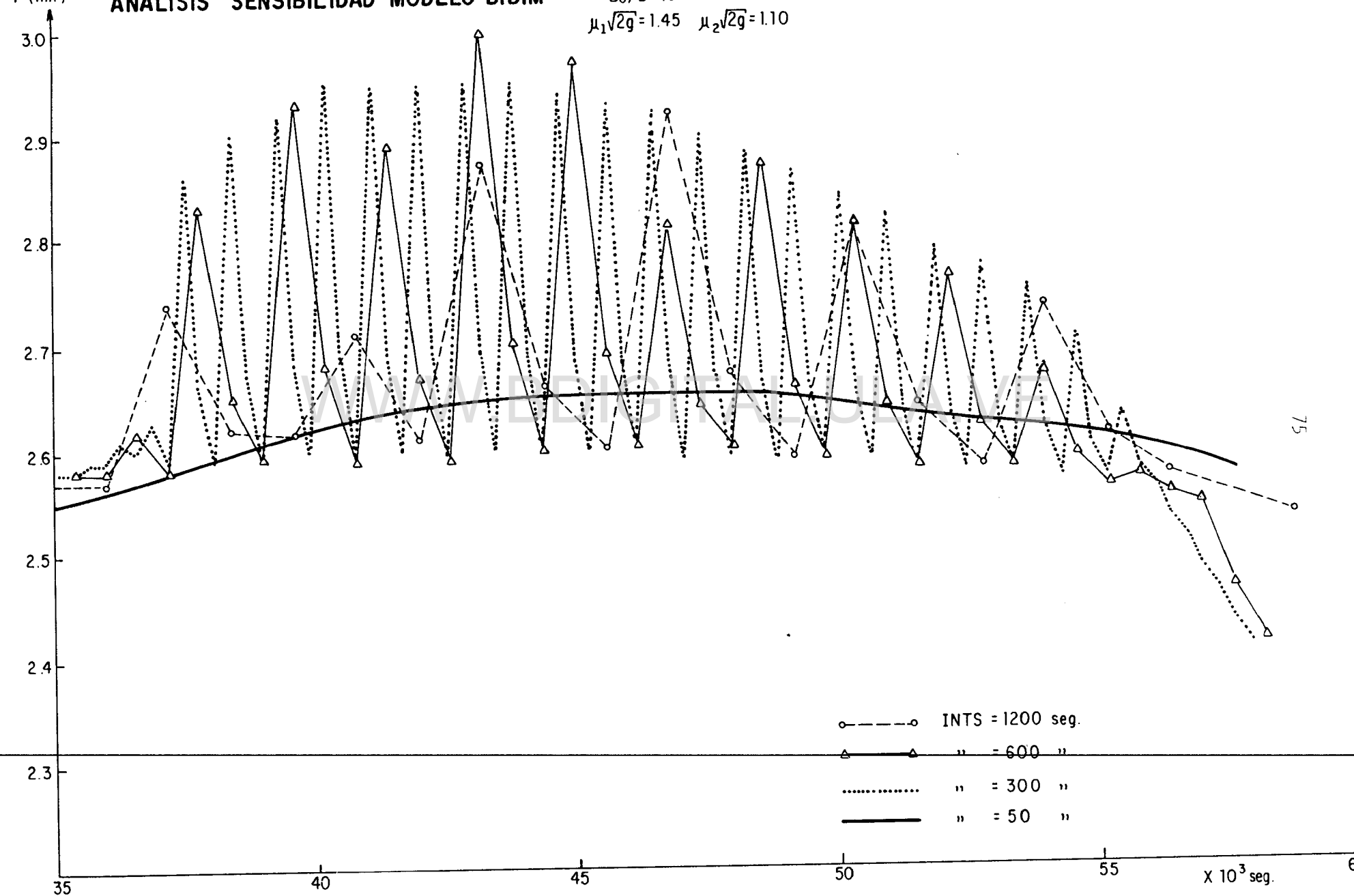


Figura. 20 - Variación del intervalo de tiempo de simulación (INTS).

ANALISIS DE SENSIBILIDAD MODELO BIDIM -- INTS = 1200 seg-- TMAX = 57.600 seg.  
 --  $B_o/B = 20$  -- RCA = RPL = 0.02 -- Variando  $\mu_1$  y manteniendo constante  $\mu_2$

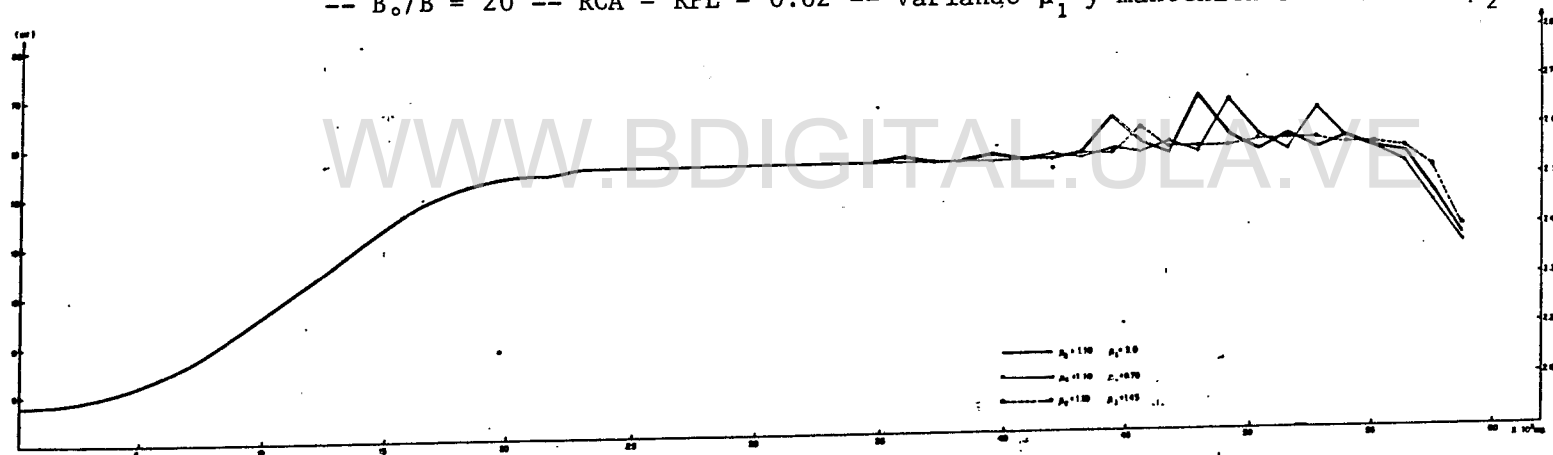


Figura 21. Variación del coeficiente de descarga libre.



Figura 22. Variación del coeficiente de descarga sumergido ( $C_{ds}$ )

## CAPITULO VI

### APLICACION A UN CASO REAL

#### Ubicación de la zona

La zona escogida para la aplicación del modelo BIDIM, está ubicada dentro de la región denominada Región Sur del Lago de Maracaibo, localizada al Oeste de la República de Venezuela, comprendiendo parte de los Estados Zulia, Mérida y Táchira. La delimitación de esta región es como sigue:

Por el Este el Río Chama

Por el Oeste los Ríos Zulia y Catatumbo

Por el Norte el Lago de Maracaibo

Por el Sur la Carretera Panamericana (Tramo El Vigía - La Fría).

La región sur del Lago de Maracaibo abarca aproximadamente un total de 600,000 Ha. Es una región con un enorme potencial de desarrollo agropecuario.

El Río Escalante atraviesa la región, constituyendo su drenaje principal, el cual recoge las aguas de numerosas quebradas y caños a todo lo largo de su curso, siendo más numerosos en su parte alta; resultaría muy largo enumerarlos, sin embargo, pueden mencionarse El Onia, La Yuca, Morotuto, Umuquena, El Padre, San Mateo, Amarillo y Limón, que corren durante todo el año.

La zona de aplicación para el modelo es un tramo del Río Escalante comprendido entre las poblaciones de San Carlos y Santa Bárbara del Zulia y la confluencia con el caño El Padre unos 28 kilómetros aguas arriba de las poblaciones antes mencionadas.

### Antecedentes de las inundaciones en la zona

En los últimos dos décadas han ocurrido dos inundaciones considerables. La primera ocurrió en el año 1972 en la cual el nivel de las aguas alcanzó la cota 4.64 m.s.n.m. y la segunda en el año 1975 alcanzando sus aguas niveles de 4.91 m.s.n.m.

En la zona se presentan dos períodos de lluvias de gran magnitud como son los meses de abril-mayo y octubre-diciembre. En ambas inundaciones las consecuencias en cuanto a daños se refiere fueron graves, dando muestras de las devastaciones que pueda ocasionar un río al salirse de su cauce natural, por no tener éste capacidad suficiente para contener el caudal arrastrado cuyo origen es, las impredecibles altas precipitaciones y consecuente saturación de los suelos. Se vieron seriamente afectadas algunas poblaciones que se encuentran ubicadas a la orilla del Río Escalante, entre ellas la población de Santa Bárbara, en la cual en el año 1975 algunos de sus barrios fueron invadidos por las aguas que burlaron en muchos puntos los muros de contención, lo que obligó a las autoridades a reubicar a sus habitantes para evitar que en el futuro se vieran nuevamente amenazados.

Cada vez que ocurren inundaciones en la zona se produce un considerable atraso en la industria ganadera, en la producción de leche y sus derivados y en algunos productos agrícolas como el plátano. Los negocios bancarios se ven también afectados y debido a la falta de comunicaciones surgen cuantiosas pérdidas indirectas, las cuales sólo son recuperables a largo plazo.

### Discretización topológica de la zona

Las cartas utilizadas para realizar la discretización topológica de la zona fueron elaborados por Tranarg C. A., en escala 1:25.000 en Agosto de 1968 a junio de 1971. Como se vió en el Capítulo III, la discretización topológica es un proceso de seleccionar y delimitar físicamente los elemen-

tos que utilizará el modelo para representar la realidad física. El esquema topológico en el cual se discretizó la zona se presenta en dos planos anexos, y la Figura 23, resume la topología resultante. Los criterios adoptados en su realización fueron los siguientes:

- Tomar segmentos del cauce y la planicie que definan celdas continuas formando grupos, para conformar así un mallado compatible con la estructuración del modelo.

- La unión tipo río se consideró en aquellos casos donde no existían obstáculos en la zona común de interacción entre celdas, y por lo tanto el flujo podría representarse mediante la Ecuación de Manning.

- La unión tipo vertedero se consideró en aquellos casos donde existían obstáculos en la zona común de interacción entre las celdas, tales como terraplenes de carreteras y vías de comunicación interparcelarias. Para definir la cota o elevación de estos terraplenes se observaron las elevaciones del terreno natural y se sobre-elevaron medio metro en el caso de las vías interparcelarias y un metro para carreteras y caminos principales.

La zona fue discretizada en catorce grupos de cinco celdas cada grupo, con un total de setenta celdas.

#### Elaboración y obtención de la información como entrada al modelo BIDIM

##### Tablas de elevación contra área superficial para cada celda

Para la elaboración de estas tablas se utilizó el programa PAULI, cuyo listado, flujograma detallado e instructivo de uso se encuentran en el Anexo I. Se le suministró a este programa tres secciones transversales de cada una de las setenta celdas en que se discretizó la zona, siguiendo el mismo criterio que se expresa en su instructivo.

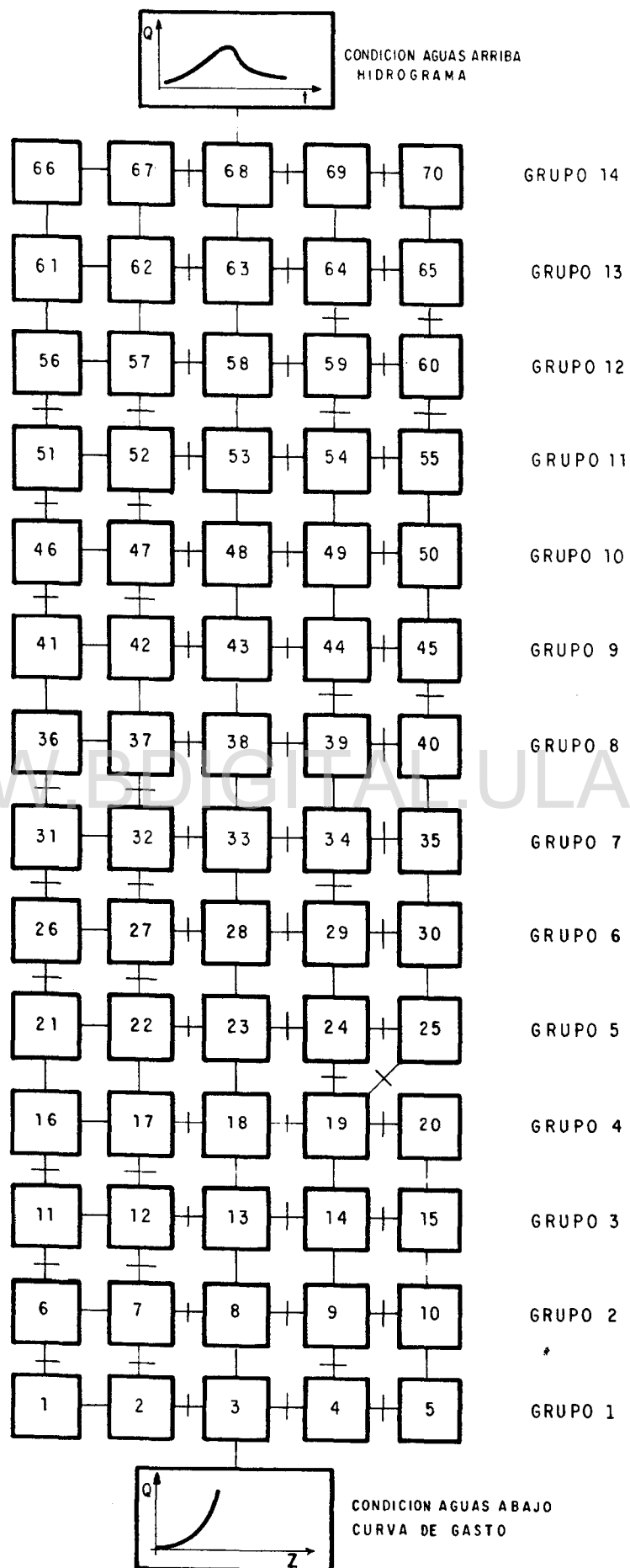


Figura 23 - Topología de la zona a estudiar

### Tablas de elevación contra factor de conducción en uniones tipo río.

Estas tablas se elaboraron mediante el programa CONDU, cuyo listado, flujograma detallado e instructivo de uso se encuentran en el Anexo II. Se le suministró a este programa una secuencia de secciones transversales siguiendo el orden del índice de celda por grupo, UNCEL (II), lo cual se explica en el instructivo de uso del modelo BIDIM.

### Elevación, ancho y coeficientes de descarga de los vertederos.

La elevación de los vertederos fue fijada en medio metro por encima de la elevación media del terreno natural en el caso de las vías interparcelarias y un metro en el caso de carreteras y caminos principales.

El ancho de los vertederos fue medido directamente a escala sobre las cartas.

Los coeficientes de descarga libre y sumergido de los vertederos se fijaron con valores promedios de  $\phi_L = 1.45$  y  $\phi_S = 1.10$ , valores típicos para vertederos frontales tipo creager.

### Distancia entre los centros de las celdas y coeficientes de ponderación $\alpha$ (ALPHA) en las uniones tipo río.

El orden de dar estos valores es la misma secuencia seguida por el índice de celda por grupo, UNCEL(II), lo cual se explica en el instructivo de uso del modelo BIDIM. Para el caso de la distancia entre los centros de las celdas, primero se estimó la posición de estos centros observando la geometría de cada celda y luego la distancia entre los centros fue medida a escala sobre las cartas. Para los coeficientes de ponderación  $\alpha$ , se midió a escala sobre la carta, la distancia del centro de la celda I a su frontera con la celda vecina K, para cada unión considerada en la secuencia del índice de celdas por grupo, y en la misma dirección de la línea que une sus respectivos centros. Esta distancia dividida por la distancia entre los

centros de las celdas consideradas es el factor de ponderación  $\alpha$  en cada caso.

#### Hidrograma de entrada: condición aguas arriba.

El hidrograma a transitar es parte del que se registró en la estación La Ferreira, que está ubicada inmediatamente aguas arriba de la confluencia del Escalante con el Caño El Padre, a partir del 25 de Noviembre de 1975, el cual aparece en la Tabla 7. Es un hidrograma típico de las crecidas del Río Escalante, con una duración de 34 días y un caudal pico de  $468.18 \text{ m}^3/\text{seg.}$  registrado el 19 de Diciembre de 1975.

#### Curva de gasto: condición aguas abajo

La curva de gasto utilizada para representar la condición de borde aguas abajo es la de la estación Puente Nuevo, cercana al puente que comunica las poblaciones de Santa Bárbara y San Carlos del Zulia. Hubo necesidad de extrapolar valores a la curva original; se le ajustaron una curva de potencia y una línea recta, arrojando la regresión lineal dada por la recta el mejor coeficiente de correlación. Con la recta ajustada se desarrolló la curva de gasto que aparece en la Tabla 8.

#### Condiciones iniciales

Para obtener las condiciones iniciales que representaran un flujo uniforme en todo el cauce para el caudal base del hidrograma de entrada, se realizó una corrida del modelo BIDIM, con un hidrograma de entrada constante en el tiempo e igual al valor del caudal base del hidrograma registrado a transitar, y asumiendo condiciones iniciales estimadas a buen juicio. En esta corrida se observó que los niveles de agua en las celdas del cauce se estabilizaron a medida que transcurrió el tiempo de simulación. Los niveles en el cauce así obtenidos son las condiciones iniciales dadas al modelo BIDIM para transitar la crecida registrada en La Ferreria. La Figura 24,

Tabla 7. Hidrograma de entrada. Evento registrado del 25/11/75 al 29/12/75. Río Escalante en La Ferreira

| Mes       | Día | Tiempo (seg) | Caudal (m <sup>3</sup> /seg) |
|-----------|-----|--------------|------------------------------|
| Noviembre | 25  | 0.00         | 127.91                       |
|           | 26  | 86.400       | 133.79                       |
|           | 27  | 172.800      | 154.17                       |
|           | 28  | 259.200      | 173.32                       |
|           | 29  | 345.600      | 190.29                       |
|           | 30  | 432.000      | 208.06                       |
| Diciembre | 01  | 518.400      | 226.80                       |
|           | 02  | 604.800      | 247.19                       |
|           | 03  | 691.200      | 256.06                       |
|           | 04  | 777.600      | 260.74                       |
|           | 05  | 864.000      | 266.98                       |
|           | 06  | 950.400      | 276.70                       |
|           | 07  | 1.036.800    | 283.90                       |
|           | 08  | 1.123.200    | 289.30                       |
|           | 09  | 1.209.600    | 295.60                       |
|           | 10  | 1.296.000    | 301.00                       |
|           | 11  | 1.382.400    | 305.50                       |
|           | 12  | 1.468.800    | 311.80                       |
|           | 13  | 1.555.200    | 320.84                       |
|           | 14  | 1.641.600    | 332.80                       |
|           | 15  | 1.728.000    | 349.69                       |
|           | 16  | 1.814.400    | 386.24                       |
|           | 17  | 1.900.8000   | 414.75                       |
|           | 18  | 1.987.200    | 442.50                       |
|           | 19  | 2.073.600    | 468.18                       |
|           | 20  | 2.160.000    | 430.00                       |
|           | 21  | 2.246.400    | 377.71                       |
|           | 22  | 2.332.800    | 363.80                       |
|           | 23  | 2.419.200    | 356.00                       |
|           | 24  | 2.505.600    | 347.00                       |
|           | 25  | 2.592.000    | 336.20                       |
|           | 26  | 2.678.400    | 323.33                       |
|           | 27  | 2.764.800    | 304.71                       |
|           | 28  | 2.851.200    | 279.28                       |
|           | 29  | 2.937.600    | 247.43                       |

Tabla 8. Curva de gasto: Condición de borde aguas abajo  
Río Escalante en Puente Nuevo.

| Z (metros) | Caudal (m <sup>3</sup> /seg) |
|------------|------------------------------|
| 0.42       | 10.00                        |
| 0.50       | 16.00                        |
| 0.60       | 23.50                        |
| 0.70       | 32.00                        |
| 0.80       | 41.00                        |
| 0.90       | 53.60                        |
| 1.00       | 65.85                        |
| 1.20       | 90.35                        |
| 1.40       | 114.85                       |
| 1.60       | 139.35                       |
| 1.80       | 163.85                       |
| 2.00       | 188.35                       |
| 2.20       | 212.85                       |
| 2.40       | 237.35                       |
| 2.60       | 261.85                       |
| 2.80       | 286.35                       |
| 3.00       | 310.85                       |
| 3.20       | 335.34                       |
| 3.40       | 359.84                       |
| 3.60       | 384.34                       |
| 3.80       | 408.84                       |
| 4.00       | 433.34                       |
| 4.20       | 457.84                       |
| 4.40       | 482.34                       |
| 4.60       | 506.84                       |
| 4.80       | 531.34                       |
| 5.00       | 555.84                       |
| 5.20       | 580.34                       |
| 5.40       | 604.84                       |
| 5.60       | 629.34                       |
| 5.80       | 635.84                       |
| 6.00       | 678.33                       |
| 6.40       | 727.33                       |
| 6.80       | 776.33                       |
| 7.20       | 825.33                       |
| 7.60       | 874.33                       |
| 8.00       | 923.33                       |

muestra el hidrograma de entrada para obtener las condiciones iniciales y la Tabla 9, los niveles obtenidos.

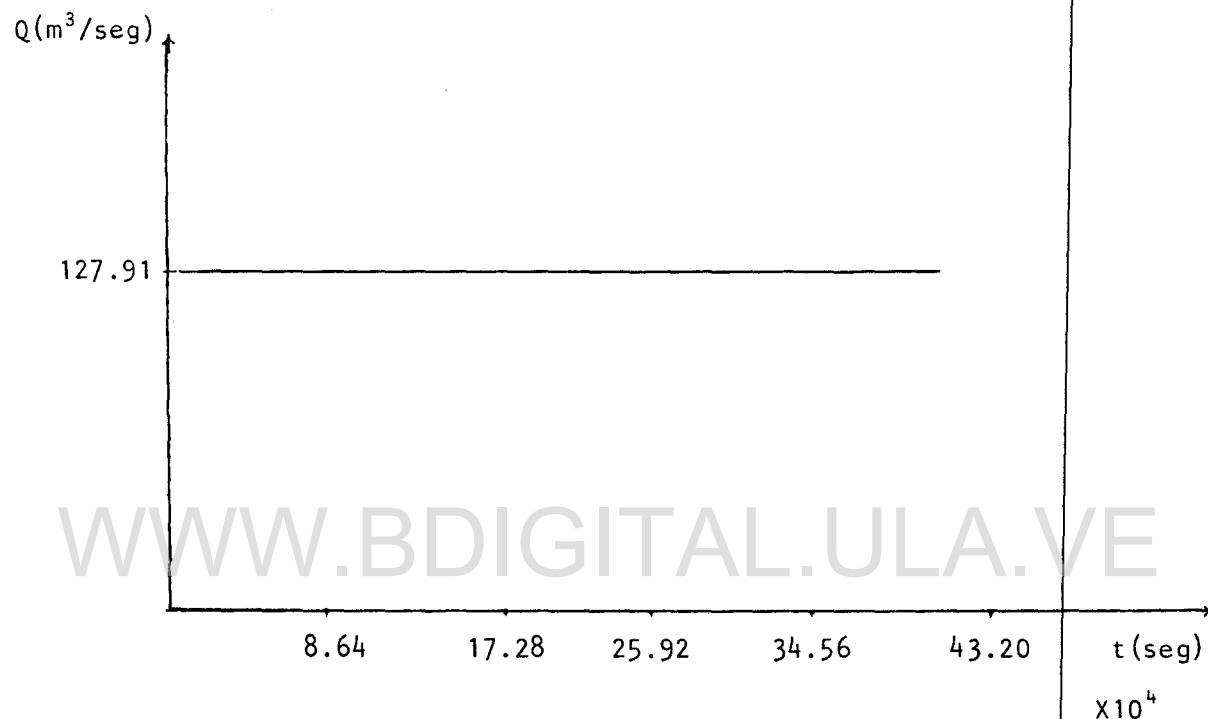


Figura 24. Hidrograma para obtener las condiciones iniciales.

Tabla 9. Condiciones iniciales para el modelo

| Celda | Nivel (m.s.n.m.) | Celda | Nivel (m.s.n.m.) |
|-------|------------------|-------|------------------|
| 3     | 1.50             | 38    | 2.75             |
| 8     | 1.74             | 43    | 2.86             |
| 13    | 1.88             | 48    | 2.99             |
| 18    | 2.03             | 53    | 3.20             |
| 23    | 2.24             | 58    | 3.44             |
| 28    | 2.42             | 63    | 3.64             |
| 33    | 2.59             | 68    | 3.87             |

### Metodología usada para transitar el hidrograma

Debido a que el hidrograma de entrada es de treinta y cuatro días de duración y a que el intervalo de tiempo de la simulación (INTS) es muy influyente en la estabilidad del modelo BIDIM, hubo que segmentar el hidrograma total y de esta manera hacer el tránsito por partes. Cada parte fue transitada teniendo como condiciones iniciales los resultados de la parte o segmento de hidrograma anterior. En la Tabla 10, se presentan las etapas en que se realizó el tránsito del hidrograma total y el intervalo de tiempo de simulación utilizado en cada caso.

WWW.BDIGITAL.ULA.VE

Tabla 10. Etapas del tránsito de hidrograma total  
\* Pico del hidrograma

| Etapa           | Mes       | Día | Tiempo<br>(seg.) | Caudal<br>(m <sup>3</sup> /seg) | Intervalo de<br>simulación |
|-----------------|-----------|-----|------------------|---------------------------------|----------------------------|
| 1 <sup>a</sup>  | Noviembre | 25  | 0.00             | 127.91                          | 1200 seg.                  |
|                 |           | 26  | 86.400           | 133.79                          |                            |
|                 |           | 27  | 172.800          | 154.17                          |                            |
|                 |           | 28  | 259.200          | 173.32                          |                            |
|                 |           | 29  | 345.600          | 190.29                          |                            |
| 2 <sup>a</sup>  | Diciembre | 29  | 345.600          | 190.29                          | 600 seg.                   |
|                 |           | 30  | 432.000          | 208.06                          |                            |
|                 |           | 01  | 518.400          | 226.80                          |                            |
| 3 <sup>a</sup>  |           | 01  | 518.400          | 226.80                          | 300 seg.                   |
|                 |           | 02  | 604.800          | 247.19                          |                            |
| 4 <sup>a</sup>  |           | 02  | 604.800          | 247.19                          | 300 seg.                   |
|                 |           | 03  | 691.200          | 256.06                          |                            |
|                 |           | 04  | 777.600          | 260.74                          |                            |
| 5 <sup>a</sup>  |           | 04  | 777.600          | 260.74                          | 300 seg.                   |
|                 |           | 05  | 864.000          | 266.98                          |                            |
|                 |           | 06  | 950.400          | 276.70                          |                            |
| 6 <sup>a</sup>  |           | 06  | 950.400          | 276.70                          | 300 seg.                   |
|                 |           | 07  | 1.036.800        | 283.90                          |                            |
|                 |           | 08  | 1.123.200        | 289.30                          |                            |
| 7 <sup>a</sup>  |           | 08  | 1.123.200        | 289.30                          | 300 seg.                   |
|                 |           | 09  | 1.209.600        | 295.60                          |                            |
|                 |           | 10  | 1.296.000        | 301.00                          |                            |
| 8 <sup>a</sup>  |           | 10  | 1.296.000        | 301.00                          | 300 seg.                   |
|                 |           | 11  | 1.382.400        | 305.50                          |                            |
|                 |           | 12  | 1.468.800        | 311.80                          |                            |
| 9 <sup>a</sup>  |           | 12  | 1.468.800        | 311.80                          | 300 seg.                   |
|                 |           | 13  | 1.555.200        | 320.84                          |                            |
|                 |           | 14  | 1.641.600        | 332.80                          |                            |
|                 |           | 15  | 1.728.000        | 349.69                          |                            |
| 10 <sup>a</sup> |           | 15  | 1.728.000        | 349.69                          | 300 seg.                   |
|                 |           | 16  | 1.814.400        | 386.24                          |                            |
|                 |           | 17  | 1.900.800        | 414.75                          |                            |
|                 |           | 18  | 1.987.200        | 442.50                          |                            |
|                 |           | 19  | 2.073.600        | 468.18 *                        |                            |
| 11 <sup>a</sup> |           | 19  | 2.073.600        | 468.18                          | 200 seg.                   |
|                 |           | 20  | 2.160.000        | 430.00                          |                            |
| 12 <sup>a</sup> |           | 20  | 2.160.000        | 430.00                          | 200 seg.                   |
|                 |           | 21  | 2.246.400        | 377.71                          |                            |
| 13 <sup>a</sup> |           | 21  | 2.246.400        | 377.71                          | 200 seg.                   |
|                 |           | 22  | 2.332.800        | 363.80                          |                            |
|                 |           | 23  | 2.419.200        | 356.00                          |                            |
| 14 <sup>a</sup> |           | 23  | 2.419.200        | 356.00                          | 300 seg.                   |
|                 |           | 24  | 2.505.600        | 347.00                          |                            |
|                 |           | 25  | 2.592.000        | 336.20                          |                            |
|                 |           | 26  | 2.678.400        | 323.33                          |                            |
|                 |           | 27  | 2.764.800        | 304.71                          |                            |
| 15 <sup>a</sup> |           | 27  | 2.764.800        | 304.71                          | 300 seg.                   |
|                 |           | 28  | 2.851.200        | 279.28                          |                            |
|                 |           | 29  | 2.937.600        | 247.43                          |                            |

## CAPITULO VII

### PRESENTACION Y ANALISIS DE RESULTADOS

En el presente capítulo se hace un análisis de los resultados obtenidos al transitar el hidrograma por el cauce y su planicie de inundación a través del modelo BIDIM.

#### Etapas durante la simulación

##### Cauce sin desbordamiento

Esta etapa de la simulación ocurrió desde su inicio en  $TT = 0.0$  seg. hasta  $TT = 259.200$  seg. En la Figura 25, se presentan los limnigramas de cuatro celdas del cauce, específicamente de las celdas 3, 23, 48 y 68, dos de ellas inmediatas a las condiciones de borde y las otras dos intermedias; durante la simulación se observa que en la zona de cauce sin desbordamiento las celdas más cercanas a la condición aguas arriba incrementan su nivel más rápidamente que las más alejadas, debido a la mayor influencia de la onda de la creciente del hidrograma de entrada.

##### Cauce desbordado

A partir del momento que desborda el cauce se nota una considerable disminución en la pendiente de los limnigramas, mayor en las celdas más cercanas al hidrograma de entrada. Esto es debido a que la onda de la creciente es disminuida por el desbordamiento de la celda 68, la cual comienza a enviar volúmenes de agua lateralmente a la celda 67 de la planicie. Esta situación se hace sentir aguas abajo y se registra en los demás limnigramas, hasta que se equilibran los niveles entre las celdas 68 y 67.

Luego los niveles comienzan a incrementarse en las celdas del cauce y a llenarse las celdas de la planicie. En la Figura 26 se presenta la evolución de la profundidad del agua en tres celdas de la planicie, específicamente

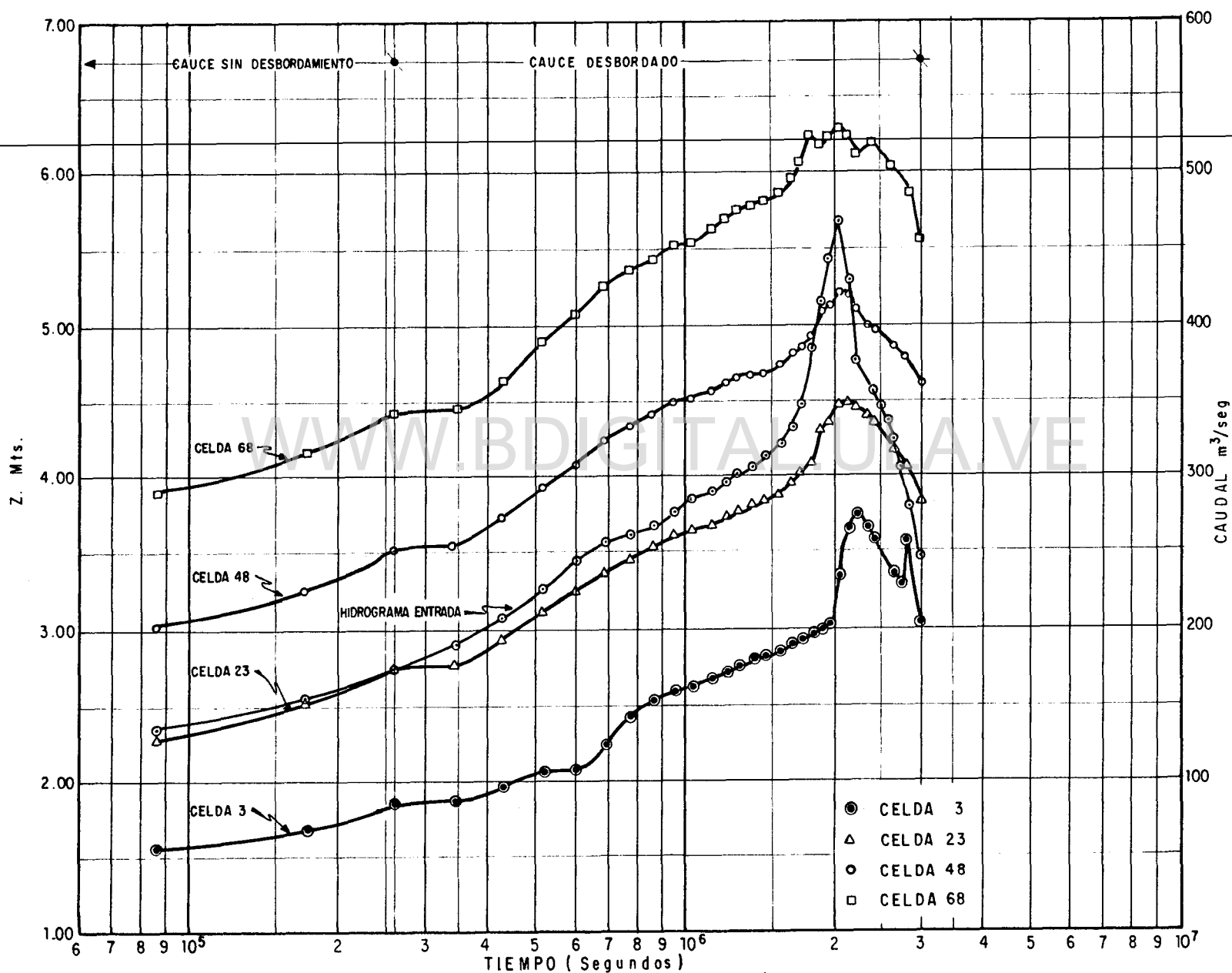


Figura 25 - Limnigramas de celdas del cauce.é Hidrograma de entrada.

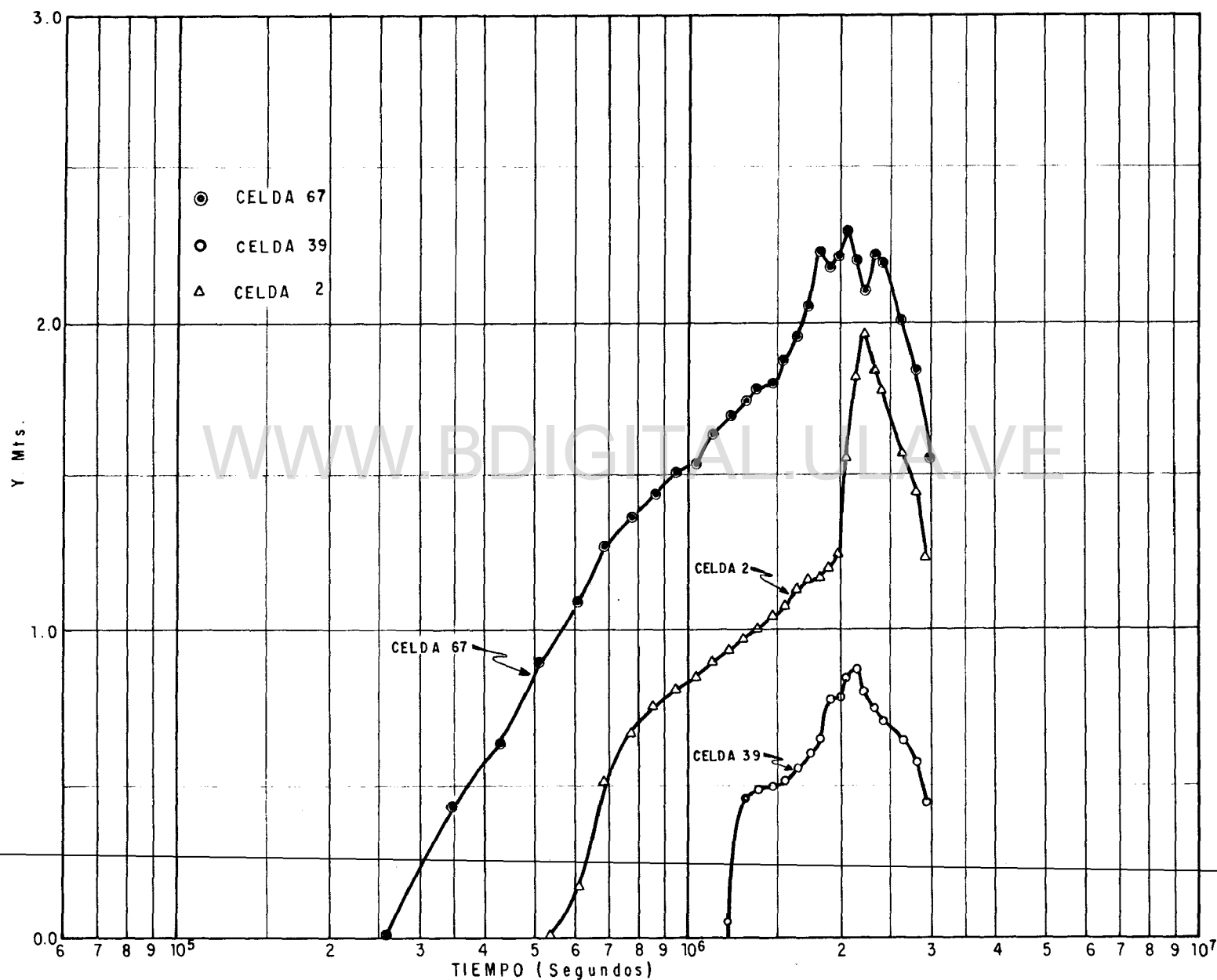


Figura 26.- Limnigramas de las celdas de la planicie.

las celdas 2, 39 y 67. Nuevamente se nota la influencia del desbordamiento en los niveles de las celdas del cauce, al observar que en el limnigrama de la celda 3 de la Figura 25, ocurre una disminución notable de la pendiente que coincide con el tiempo de inicio de variación de profundidad de la celda 2 en la Figura 26. Lo mismo sucede con las celdas 68 y 67 en sus respectivos gráficos, situación que se trató anteriormente.

En la Figura 25 se nota cierta inestabilidad en el limnigrama de la celda 68, para tiempos cercanos al pico del hidrograma; el mismo comportamiento se registra en la celda 67 en la Figura 26. Este fenómeno se debe al intercambio de volúmenes de agua sucesivos entre celdas de la planicie, que influyen en los niveles de estas celdas.

Para tiempos de simulación localizados en la zona de recesión del hidrograma, se observa en la Figura 25, que los limnigramas de las celdas más cercanas a la condición aguas arriba comienzan a disminuir primero, lo que indica que la recesión del limnigrama se siente primero aguas arriba. El mismo comportamiento se registra en las celdas del cauce de la Figura 26.

La inestabilidad registrada en la celda 3 al final de la simulación en la Figura 25, se debe al retorno de volúmenes de agua al cauce proveniente de la planicie.

En la Figura 27, se presenta la evolución de los niveles de agua en el tiempo para las celdas del cauce. Se observa como los niveles aumentan y luego disminuyen durante la recesión del hidrograma.

#### Influencia del intervalo de tiempo de la simulación INTS durante el desbordamiento

El intervalo de tiempo de la simulación demostró que tiene gran influencia en la estabilidad del modelo debido a que no existen controles internos del programa que restrinjan los volúmenes de agua a transmitirse de una celda a otra en un intervalo de tiempo. La Figura 28 ilustra la condición

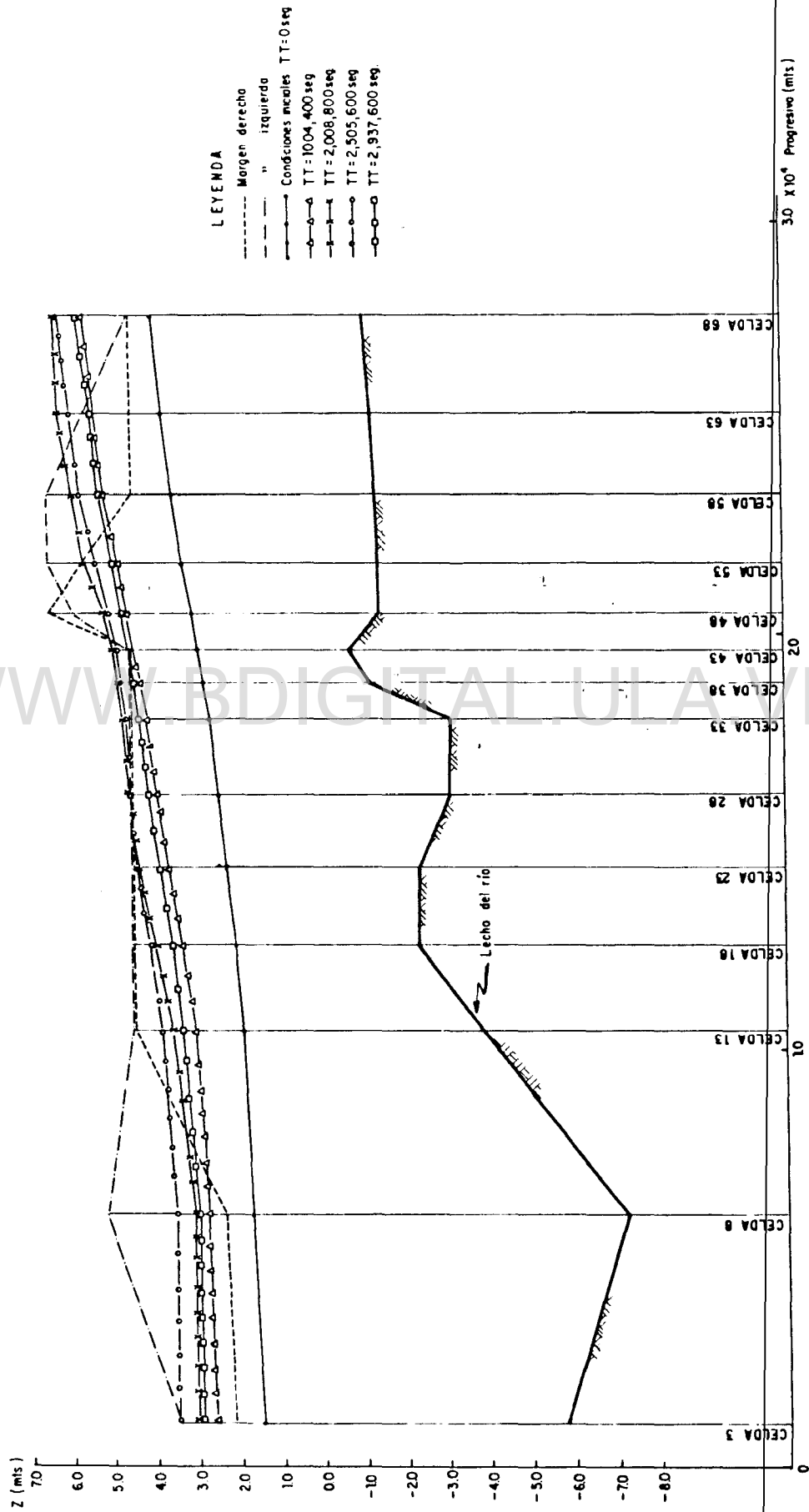


Figura. 27 — Evolución en el tiempo de los niveles de agua en el cauce durante la simulación.

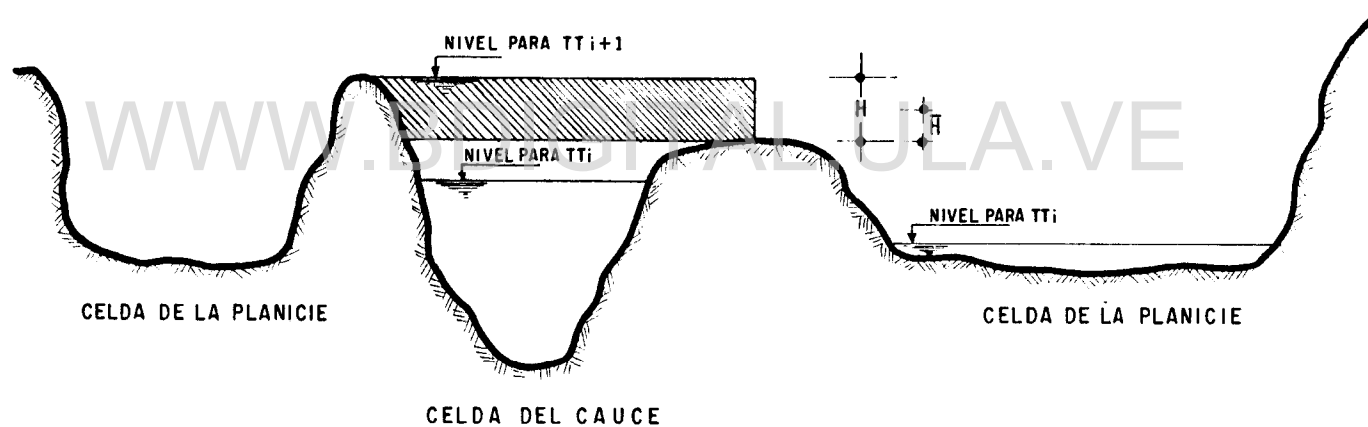


Figura 28 – Ilustración de la influencia del intervalo de la simulación durante el desbordamiento.

de desbordamiento del cauce a la planicie. Cuando el intervalo de simulación es grande puede suceder que el volumen de agua disponible para transmitirse a otra celda, en este caso representado por el área rayada, sea menor que el volumen computado al multiplicar el intervalo de tiempo de simulación por el caudal producido por la carga hidráulica  $H$  sobre la cresta del vertedero. Lo que se puede expresar como:

$$V \leq \mu \sqrt{2g} b H^{3/2} \cdot \Delta t \quad (7.1)$$

donde:

$V$  : es el volumen de agua disponible (área rayada)

$\mu$  : es el coeficiente de descarga del vertedero

$g$  : es la constante de gravedad

$b$  : es el ancho del vertedero

$H$  : es la carga hidráulica sobre la cresta

$\Delta t$  : es el intervalo de tiempo de simulación

Por otra parte la carga hidráulica  $H$  máxima al inicio del intervalo de simulación, se asume que se mantiene durante todo el intervalo, lo cual no ocurre en la realidad y contribuye al problema anterior. Esto trae como consecuencia que se viole la ecuación de continuidad ya que una celda transmitiría un volumen de agua que no posee almacenado ni tiene disponible para transmitir. El problema planteado podría tratarse considerando una carga hidráulica media  $\bar{H}$  que correspondería a un promedio entre el nivel de agua para el tiempo  $TT_i$  y el nivel correspondiente para  $TT_{i+1}$ , lo cual se muestra en la Figura 28. Entonces:

$$Q_{i,k} = \mu \sqrt{2g} b \bar{H}^{3/2} \quad (7.2)$$

El problema planteado se presenta no sólo en el desbordamiento del cauce a la planicie sino también en el desbordamiento de celdas dentro de la

planicie. La misma situación se presenta en los uniones tipo río donde podría considerarse también una carga media  $\bar{H}$  definida bajo el mismo criterio, al computar las descargas entre dos celdas adyacentes donde se plante una unión de este tipo.

Debido a lo anterior la simulación tuvo que realizarse con intervalos de tiempo de simulación menores o iguales a 1200 segundos, específicamente 1200, 600, 300 y 200 segundos. A medida que el hidrograma transcurría, fue necesario disminuir el intervalo. El pico fue necesario transitarlo con 200 segundos de intervalo.

#### Mancha de inundación producida

Las Figuras 29, 30 y 31 presentan la evolución de la mancha de inundación que se produjo al transitar la creciente. Se nota que algunas celdas permanecieron vacías ya que no se produjeron condiciones de nivel capaces de llenarlas.

En la Figura 29 se observa que los primeros desbordamientos se producen cercanos a las condiciones de borde aguas arriba y aguas abajo. En la Figura 30 se presenta la mancha de inundación para  $TT = 2.008.800$  seg (23 días), se manifiesta nuevamente la flexibilidad del modelo de celdas de flujo y almacenamiento en el hecho de que desbordamientos producidos a la altura de la celda 28 del cauce hacia la margen izquierda inundaron toda la planicie izquierda del río aguas abajo. Esto se comprueba al comparar los niveles en el cauce registrados para diferentes tiempos durante la simulación con la línea que representa el perfil de la margen izquierda del río; en la Figura 27. La mancha de inundación al final de la simulación se presenta en la Figura 31; se observa que la celda 14 de la planicie se vacía y que la mancha aumenta en extensión aguas abajo al inundarse la celda 5 y en la zona media la celda 40.

### Comparación del modelo BIDIM con el modelo PLANICIE

Bandes (1980) desarrolla un estudio sobre la planicie inundable del Río Acarigua utilizando un modelo de tránsito dinámico unidimensional denominado PLANICIE. La Tabla 11, resume las características más sobresalientes de los dos modelos para tránsito de crecientes por planicies de inundación.

Ambos modelos utilizan bastante información topográfica, como secciones transversales, lo cual constituye una limitación en común. Los tiempos de ejecución no son comparables debido a que fueron ejecutados en computadoras diferentes, pero se estima que el BIDIM demora unos 16 segundos en tiempo real en realizar un intervalo de simulación con 70 celdas.

El PLANICIE, tiene la ventaja de que ha sido aplicado varias veces y por lo tanto se conoce más su comportamiento. La ventaja principal del BIDIM consiste en que es capaz de tratar el flujo en la planicie en cualquier dirección y en que puede mapear planicies de cualquier forma de la flexibilidad que ofrecen las celdas de flujo y almacenamiento. Otro aspecto importante a diferencia es el intervalo de distancia considerado en ambos modelos; el BIDIM utilizó intervalos de hasta 5000 m, no presentando problemas de inestabilidad, en tanto Bandes (1980) recomienda usar intervalos de distancia menores de 5.000 m con la finalidad de evitar problemas de inestabilidad. El PLANICIE tiene la ventaja de que puede simular a intervalos mayores de tiempo, lo cual lo hace más funcional desde el punto de vista operativo.

Tabla 11. Características de los modelos planicie y BIDIM

| Modelo   | Lugar de aplicación | Intervalo de simulación INTS utilizado (seg) | Forma de tratar el flujo en la planicie | Forma de la mancha de inundación | Intervalo de distancia utilizado. INTS (m) | Factor de ponderación del método numérico |
|----------|---------------------|----------------------------------------------|-----------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------------|-------------------------------------------|
| Planicie | Río Acarigua        | $3600 \leq \text{INTS} \leq 1200$            | Paralelo al cauce                       | Paralela al cauce                | $500 \leq \text{DX} \leq 1000$             | $0.5 \leq \text{TETA} \leq 0.9$           |
| BIDIM    | Río Escalante       | $\text{INTS} \leq 1200$                      | Flexible en cuanto a la dirección       | Flexible en cuanto a la forma    | $680 \leq \text{DX} \leq 5000$             | $\text{TETA} = 1.0$                       |

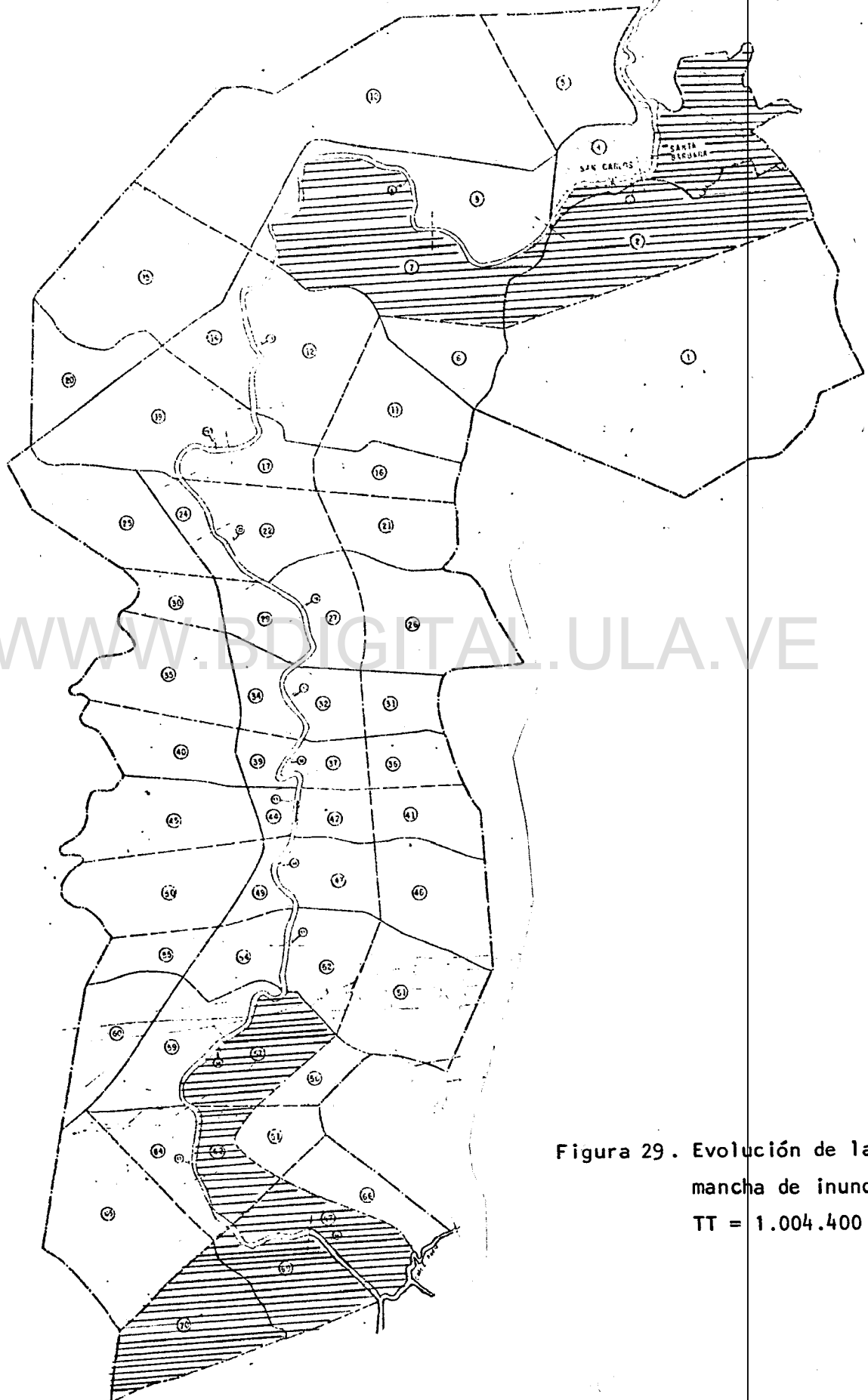


Figura 29. Evolución de la  
mancha de inundación  
TT = 1.004.400 seg.

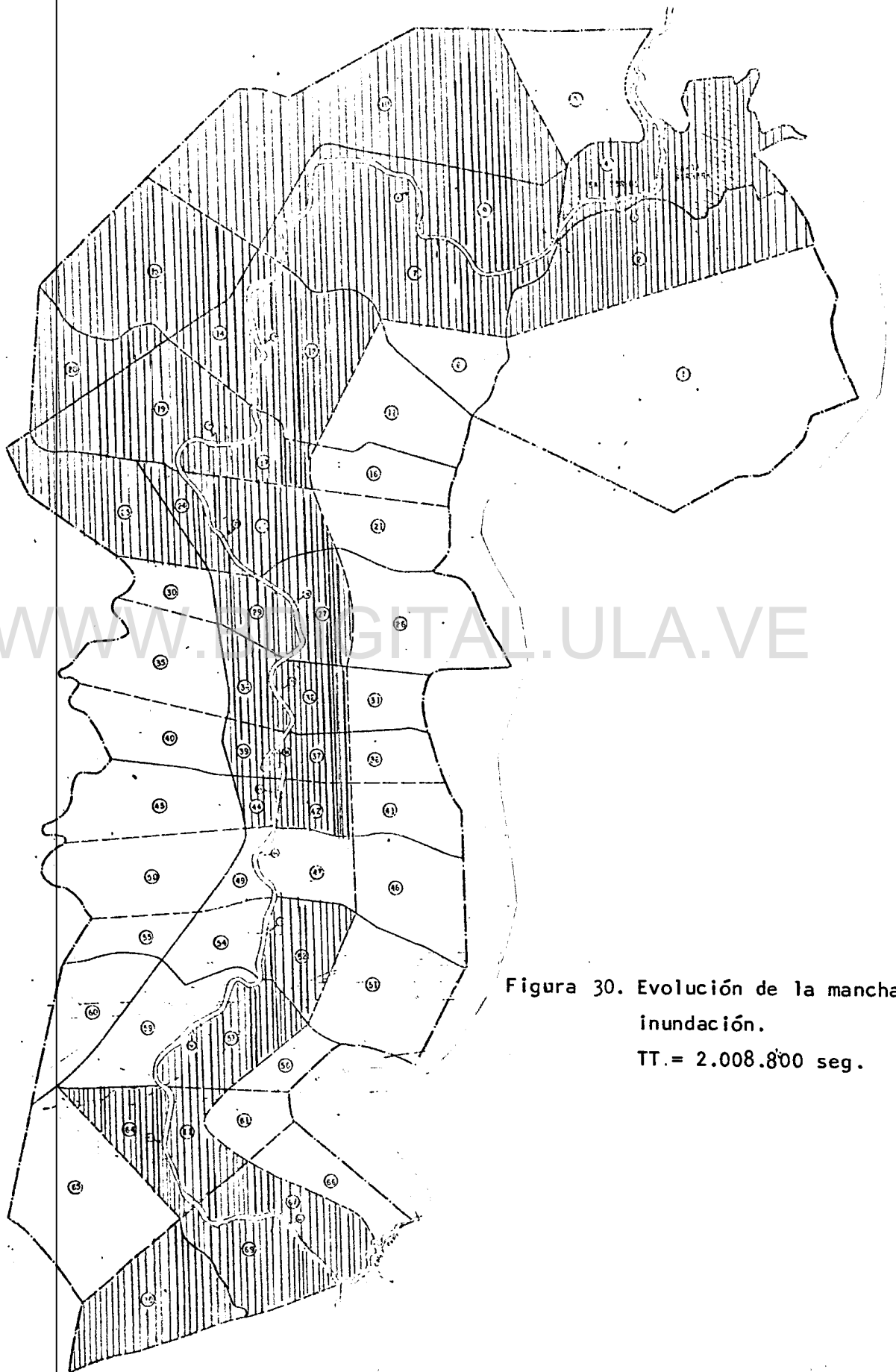


Figura 30. Evolución de la mancha de inundación.

TT. = 2.008.800 seg.

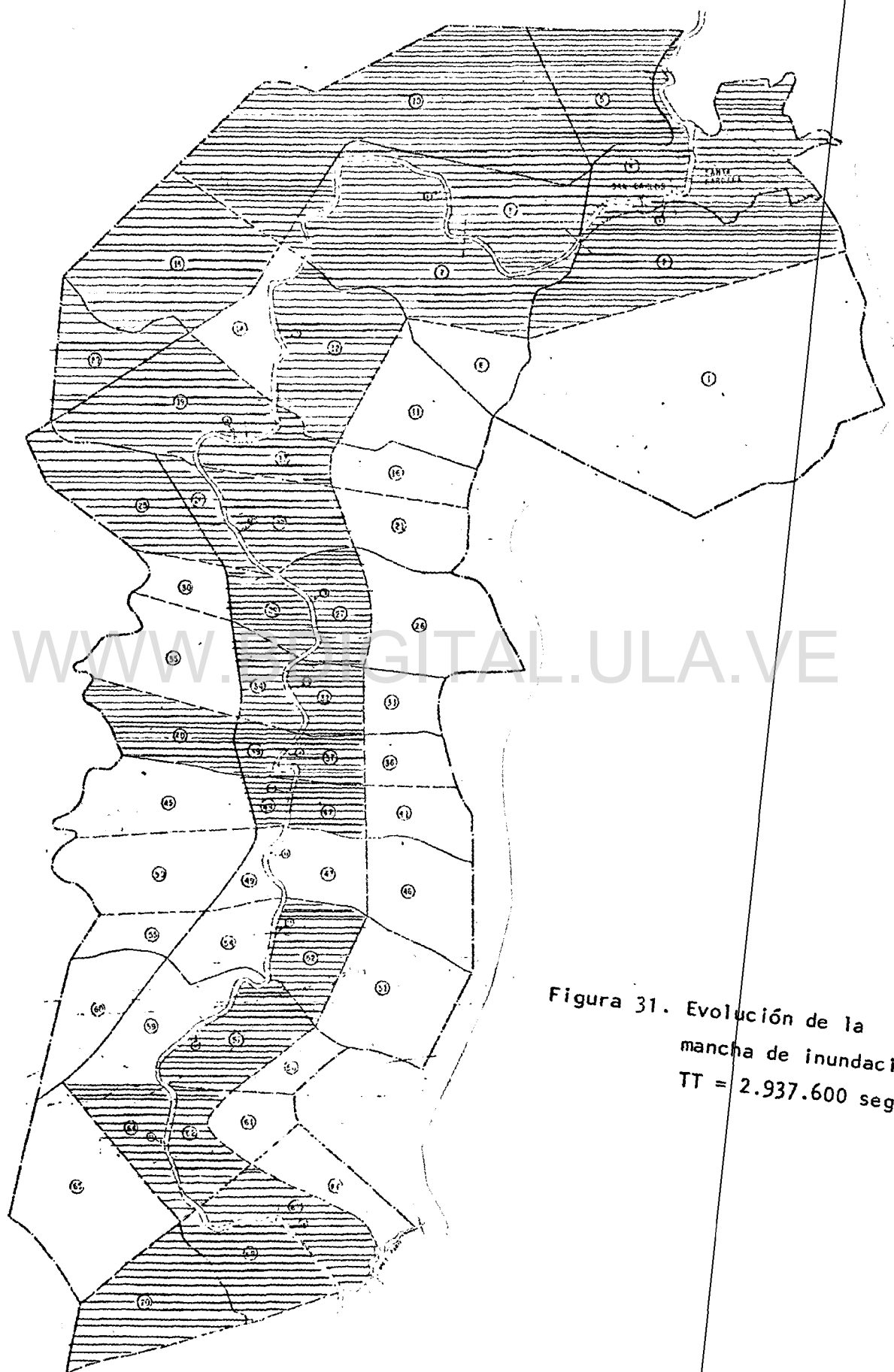


Figura 31. Evolución de la  
mancha de inundación  
TT = 2.937.600 seg.

## CAPITULO VIII

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La versión original del modelo BIDIM desarrollada por Domínguez (1982), ha sido ampliada, modificada y aplicada a la planicie inundable del río Escalante. En base a los resultados obtenidos se concluye y recomienda lo siguiente:

#### Conclusiones

- El modelo de celdas de flujo y almacenamiento es una herramienta eficaz para el mapeo de manchas de inundación debido a la flexibilidad que ofrecen las celdas de representar cualquier forma que ésta tenga.

- Las modificaciones introducidas al modelo en esta investigación le dan capacidad para aplicarse a casos reales donde se desee simular inundaciones, ya que puede adoptar cualquier configuración topológica que imponga condiciones reales.

- Los resultados obtenidos durante la simulación muestran la validez de la conceptualización de la planicie en celdas de flujo y almacenamiento.

- Se concluye que el modelo BIDIM, representa una aproximación satisfactoria al fenómeno en referencia y que puede ser aplicado a condiciones reales.

- El intervalo de tiempo de la simulación tiene una gran influencia en la estabilidad del modelo BIDIM, conforme está estructurado actualmente.

### Recomendaciones

- Introducir en el modelo controles que restrinjan los intercambios de agua entre las celdas a los volúmenes almacenados disponibles para ser transmitidos. De esta manera se evitarían problemas de inestabilidad para intervalos de simulación mayores.
- Hacer las modificaciones pertinentes para que se tome en cuenta la precipitación durante el tránsito de la avenida.
- Investigar otros tipos de uniones de intercambio de flujo, como el de alcantarillas, que pudieran comunicar celdas en la planicie.
- Investigar la variación de los coeficientes de descarga libre y sumergido de carreteras, diques y terraplenes funcionando como vertederos, mediante modelos. Modificar el modelo para que tome en cuenta esas variaciones.
- Comparar el modelo BIDIM con un modelo realmente bidimensional.

## BIBLIOGRAFIA

- Balloffet, A, Sahagun, V. A., (1976). Mathematical model of the Bicol River System. River's 76, ASCE, Vol. 1. Fort Collins, Colorado. pp. 170-189.
- Bandes, Tomás A. (1980). Estudio de la planicie inundable del río Acarigua, Tesis para optar al grado de Magister Scientiae en Desarrollo de Recursos Hidráulicos. CIDIAT, Mérida-Venezuela. pp. 100.
- Chandrashekar, M. Muir. L. R., Unny, T.E., (1975) Numerical Two-Dimensional Flow Model for River System. ASCE. Symposium of Modeling Techniques. San Francisco California. Vol. 1. pp. 407-425.
- Chen, Y. H. (1979) Water and Sediment Routing in Rivers; Modeling Rivers, Editado por H. W. Shen, John Wiley and sons, New York, pp. 10-10.97.
- Chow, V. T. 1959. Open channels hydraulics. Mc Graw Hill book company, INC. Tokyo, Japón, p. 680.
- Cunge, J. A. Holly, F. M. Verwey, A. (1980). Practical Aspects of Computational River Hydraulics. Pitman Publishing Limited, Londres, 420 pp.
- Domínguez, Rafael, (1982). Simulación del flujo bidimensional en planicies inundables. Tesis para optar al grado de Magister Scientiae en Obras Hidráulicas. CIDIAT. Mérida-Venezuela. 202 pp.
- Fread, (1976). Flood Routing in meandering rivers with flood plains. Symposium on Inland Waterways for navigation. Flood Control, and water diversions, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, Vol. 1. pp. 16-35.
- Jégat, Hervé J. (1982). Análisis comparativo de los métodos de resolución de las ecuaciones del flujo no-permanente. CIDIAT, Mérida-Venezuela. pp. 29.
- Liggett, J. A. (1975). Basic equations of unsteady flow. Unsteady flow in open channels, Vol. 1. Editado por K. Mahmood y V. Yevjevich. Water resources publications. Fort Collins, Colorado, pp. 29-62.
- Liggett, J. A. Cunge, J. A (1970). Numerical methods of solutions of the Unsteady flow equations. Unsteady flow in open channels, Vol. 1. Editado por K. Mahmood y V. Yevjevich. Water resources publications. Fort Collins, Colorado pp. 89-179.
- Martínez, R. I. (1981). Simulation of floods in wide flat overbanks areas. Disertación Doctoral. Stanford University. pp. 200.
- Mogollón, J. R. (1979). Simulación hidrológica para el estudio de planicies inundables. Tesis para optar al grado de Magister Scientiae en Obras Hidráulicas, CIDIAT, Mérida-Venezuela. pp. 136.

- Servik, A. S. Yen, B.C. (1973). Comparison of four approaches in routing flood wave Through. Proceedings. XV Congreso de IARH. Vol. 5 Turquía pp.169-172.
- Sogreah, Ingenieurs Conseils (1978). Le système carima. Simulation des-Écoulements non permanents unidimensionnels dans les Rivières et leurs champs d' Inundation. Grenoble, France.
- Thirriot, C. Gaudu, R. (1971). Du réseau maillé de conduites aux écoulements d'inondation dans les plaines. Proceedings, XV Congreso IARH, Vol V. Turquía. pp. 213-216.
- Vincens, G. J. Harley, B. M., Schaake, J. C. (1975). Flow 2da. Two dimensional flow model for flood plains and estuaries. ASCE, Symposium on Modeling Techniques Vol. V. San Francisco, California. pp. 1487-1503.
- Vreugdenhil, C. B. (1973). Computational methods for channels flow. Publicación N° 100. Delft Hydraulics Laboratory, delft. pp. 38-77.
- Weiss. H. W. Midgley D.C.(1978). Suite of mathematical flood plain models. ASCE. Journal of hydraulics division. NY3. Vol. 104.
- Yen, B. C. Akan, A. O. (1976). Flood routing through river junctions. River's 76, ASCE, VOL. 1, Fort Collins Colorado. pp. 212-231.
- Yen, B. C. (1979). Unsteady flow mathematical modeling techniques, Modeling River's, Editado por H. W. Shen, John Wiley and sons, N. Y. pp. 13-33.