

Comparación de esquemas de control para reactores químico tipo CSTR

Control Schemes comparison for CSTR chemical reactors

Cargua, Walter¹; Gallegos, Marcelo¹; Leica, Paulo¹; Guzmán-Beckmann, Liliana²; Camacho, Oscar^{1,3*}

¹Departamento de Automatización y Control Industrial. Escuela Politécnica Nacional. Quito 170517, Ecuador

²Departamento de Ingeniería Química. Escuela Politécnica Nacional. Quito 170517, Ecuador

³Facultad de Ingeniería. Universidad de Los Andes. Mérida 5101. Venezuela

*oscar.camacho@epn.edu.ec

Resumen

El presente artículo expone el diseño y análisis de tres tipos de controladores (PID, SMC y LQR), aplicados a tres diferentes reactores químicos tipo CSTR, los cuales poseen características distintas de funcionamiento y respuesta. Para comprobar el funcionamiento de los controladores diseñados se somete a las plantas a distintas pruebas, tomando en consideración que para este tipo de procesos la principal tarea es regulación.

Palabras claves: Reactor, CSTR, SMC, LQR, PID.

Abstract

The present paper exposes the design and analysis of three types of controllers (PID, SMC and LQR), applied to three different CSTR chemical reactors, which have different operation characteristics and response. To prove the operation of the designed controllers, the plants are subjected to different tests, considering that regulation is the main task in this type of processes.

Keywords: Reactor, CSTR, SMC, LQR, PID.

1 Introducción

Un complejo industrial de procesos continuos, como se encuentra en las plantas químicas o procesos petroquímicos, está compuesto por varias unidades de procesos semiautónomos (PUs) que producen ciertos bienes que pueden ser entradas para otras PUs, o también como productos finales del complejo industrial, (Chacón y col., 1996). Las plantas químicas estructuralmente están compuestas por múltiples equipos de operaciones unitarias, integrados de manera sistemática y racional. Estas plantas tienen como objetivo principal la transformación de ciertas materias primas en uno o varios productos deseados, sin embargo, también deben satisfacer múltiples requerimientos tanto de seguridad, especificaciones de productos, regulaciones ambientales,

restricciones operacionales, de mercadeo y demanda final. Todos estos requerimientos deben ser monitoreados y controlados con el fin de garantizar los objetivos operacionales (Azuaje y col., 2018).

Una de las operaciones unitarias más importantes está asociada a cambios químicos, y en estos el reactor químico es el corazón de este. Las reacciones químicas a nivel industrial son las operaciones que tienen por objeto redistribuir los átomos de las especies reactivas para formar los productos de la reacción. Estas unidades de proceso son importantes en plantas industriales, como por ejemplo en procesos de polimerización, producción de plásticos, explosivos, hule sintético..., etc. (Fogler 2001)

Dependiendo del modo de operación, los reactores se clasifican como por lotes o continuo. En el modo por lotes, los reactivos son cargados al comienzo de la reacción y los

productos son eliminados al final de la misma. En el caso continuo, como es el caso del Tanque Reactor Agitado Continuo (por sus siglas en inglés CSTR), los reactivos se cargan continuamente y los productos son eliminados continuamente. (Fogler 2001)

Los reactores tipo CSTR son altamente no lineales y comunes en plantas de productos químicos y petroquímicos. Un controlador automático debe ser capaz de facilitar la operación de la planta en una amplia gama de condiciones de operación, por lo cual un esquema de control eficiente se ha convertido en una parte integral de las plantas de procesos (Darius y col., 2016).

Normalmente, los reactores presentan una agitación eficiente y el fluido en el recipiente puede considerarse mezclado de manera uniforme, se tiene así, una homogeneidad de presión, composición y temperatura. La temperatura suele resultar la variable más importante, ya que de ella depende el posible disparo, grado de conversión, la aparición de reacciones secundarias, la distribución de subproductos, grado de polimerización, etc. Por esta razón la transferencia de calor es importante, y se requiere de técnicas de control que nos ayuden a mantener la temperatura en su referencia deseada, así como también rechazar perturbaciones que pudiese sufrir el sistema (Velasco y col., 2011).

La elaboración de esquemas de control para reactores tipo CSTR es un tema bastante estudiado en la literatura. Existen diferentes técnicas de control convencionales para el control de ciertas variables de estos sistemas, pero el interés en la aplicación de algoritmos de control moderno como el Control en espacio de estados (SSC) o técnicas de control robusto como el Control por Modo Deslizante (SMC) analizado por Garcés y col., (2018), han sido de interés en los últimos años. Por otro lado, existen técnicas de control para la optimización de la energía empleada en este tipo de procesos como el LQR estudiada por Deepycol., (2013); Velasco y col., (2011) abordan el control múltiple entrada-simple salida (MISO) de un modelo genérico simple de un CSTR, para ello usan un procedimiento de síntesis de controladores basados en una factorización de plantas de múltiple entrada-una salida lo cual conduce a una estructura de control paralela. Se realizan simulaciones numéricas donde se muestra el desempeño y se hace la comparación del esquema de control contra su contraparte SISO. Singh y Kumar (2012) presentan un análisis comparativo entre PID, control cascada y difuso para controlar la temperatura en un CSTR.

Ahora bien a diferencia de los trabajos presentados anteriormente, en este artículo se hace la comparación de tres esquemas de control. Se busca, por lo tanto, mediante esta comparación que quienes hacen control de reactores conozcan las ventajas y desventajas de las estrategias propuestas de acuerdo con el desempeño, medición de variables y tiempo de ejecución de los algoritmos de control. Se usarán un esquema clásico como es el PID, un controlador robusto como lo es el Control por Modo Deslizante (SMC) y como tercera opción una propuesta óptima, el Regulador Lineal Cuadrático (LQR). Los controladores considerados son uti-

lizados en modelos matemáticos de tres diferentes reactores químicos, con respuestas dinámicas diferentes. Finalmente se hace una evaluación de desempeño por medio del índice IAE (Integral del Error Absoluto).

Este trabajo está organizado como sigue: En la Sección 2 se presenta conceptos básicos asociados al CSTR ya las tres propuestas de control utilizadas. En la Sección 3 se presenta la implementación mediante simulación de los esquemas de control propuestos y los tres diferentes reactores, en esta sección se muestran los resultados mediante simulaciones, finalmente se discuten las conclusiones.

2 Conceptos básicos

Dado que las reacciones químicas son por lo general las etapas más significativas de los procesos, y las que deciden su viabilidad económica, en primer lugar, en esta sección se hace una breve revisión sobre los reactores químicos tipo CSTR objeto de estudio de este trabajo, y posteriormente se presentan de una manera sucinta los esquemas de control a utilizar que luego permitan analizar y evaluar el desempeño deseado para la planta.

2.1 Reactores tipo tanque agitado

Los reactores más utilizados dentro de la industria química y alimenticia, son aquellos que poseen un tanque con agitación que opera de manera continua llamados CSTR, (Bakošovay col., 2012).

En el CSTR los reactivos se introducen y los productos se retiran de manera simultánea y en forma continua, poseen una unidad procesadora diseñada para que dentro de este se produzca una o diversas reacciones químicas.

Existen complejas interacciones entre los fenómenos de transporte y las cinéticas de reacción que caracterizan los CSTR y determinan su desempeño. El modelado matemático de los mecanismos cinéticos y los fenómenos de transferencia de calor han sido un área de investigación en la ingeniería química en años recientes.

Se tiene que la dependencia exponencial de la velocidad de reacción respecto a la temperatura del reactor es una de las principales no linealidades del CSTR, como se muestra en la ecuación (1), llamada ecuación de Arrhenius.

$$k(T) = k_0 e^{\frac{-E}{RT}} \quad (1)$$

Donde:

$k(T)$	Constante cinética dependiente de la temperatura.
k_0	Factor de frecuencia, indica la frecuencia de las oscilaciones.
E	Energía de activación, generalmente expresada en J/mol.
R	Constante universal de los gases. Su valor es 8,3143 J/Kmol.
T	Temperatura absoluta [K].

Dado que los procesos que estaremos trabajando estarán alrededor de su punto de operación, para fines de diseño de los controladores consideraremos su modelo matemático, sea a través de un método empírico u obteniendo este en variables de estado.

2.2 Esquemas de control

Para este trabajo se estudiarán 3 tipos de controladores, estos controladores son el PID (clásico), SMC (robusto), y el LQR (optimo).

2.2.1 Controlador proporcional integral derivativo PID

Este tipo de controlador está conformado por tres términos o componentes: uno proporcional, uno integral y uno derivativo (Smith y col., 2005). La ley de control tiene la siguiente forma:

$$m(t) = K_p \left[e(t) + \tau_d \frac{de(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(t) dt \right] \tag{2}$$

La acción proporcional toma el valor de error, $e(t)$, y lo multiplica por una constante, lo que provoca la disminución del error en estado estable del sistema.

La acción integral se aplica cuando el sistema tiene error en estado estable y lo elimina, integrando el error en el tiempo hasta alcanzar la referencia.

La acción diferencial deriva la variación del error, esta acción es válida cuando el sistema a controlar es lento frente a los cambios de referencia, no es conveniente para sistemas con presencia de ruido.

Los parámetros característicos K , τ_d y τ_i pueden ser obtenidos usando el procedimiento de curva de reacción (Smith y col., 2005), y usados posteriormente en la ecuación (2), como se muestra a continuación:

$$K_p = \frac{1}{2K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-1} \tag{3}$$

$$\tau_d = \frac{t_0}{2} \tag{4}$$

$$\tau_i = \tau \tag{5}$$

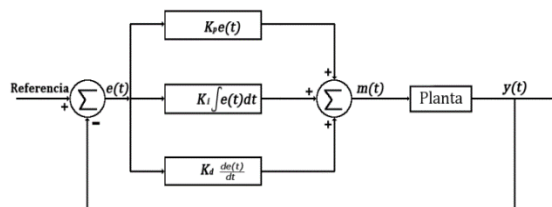


Fig. 1. Esquema controlador PID.

Teniendo de esta manera todos los términos necesarios para la sintonización del controlador PID.

2.2.2 Control por modo deslizante SMC

El Control por Modo Deslizante (SMC) es una técnica derivada del control de estructura variable (*Variable Structure Control*, VSC), el cual fue estudiado originalmente por Utkin. Un controlador diseñado usando el método de SMC es robusto y sencillo particularmente atractivo debido a su capacidad de controlar sistemas no lineales y sistemas variantes en el tiempo (Camacho y col., 2000).

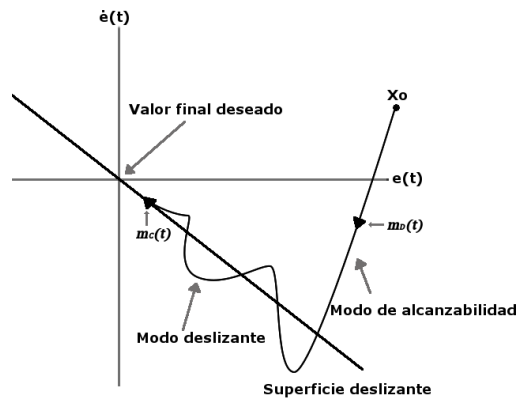


Fig.2. Representación gráfica de un SMC.

El diseño basado en SMC consiste en definir una superficie a lo largo de la cual el proceso pueda deslizarse hacia su valor final deseado; La Fig. 2 representa el objetivo de SMC. La estructura del lazo de control permanece fija hasta que el estado cruza $S(t)=0$ y entonces ajustada para que el estado se deslice a lo largo de esta superficie. Por tanto, es necesario definir la superficie deslizante $S(t)$, la cual representa un comportamiento global deseado, por ejemplo, estabilidad y desempeño en el seguimiento y que usualmente se formula como una función lineal del estado del sistema. teniendo en cuenta que la parte continua del controlador es diseñada en base a la superficie de deslizamiento, la cual contiene la dinámica deseada. La parte discontinua es la que lleva al estado hacia la superficie de deslizamiento, presentando rápidas conmutaciones de alta frecuencia denominadas “chattering” (Camacho y col., 2000).

La acción de control de la técnica SMC está dada por la siguiente ecuación.

$$m(t) = m_c(t) + m_D(t) \tag{6}$$

Donde:

- $m(t)$ Salida del controlador.
- $m_D(t)$ Función discontinua del controlador, responsable de que la variable x_0 alcance la superficie deslizante.

$m_c(t)$ Función continua del controlador, responsable de mantener a la variable x_0 en la superficie deslizante.

La parte continua está dada por:

$$m_c(t) = f(X(t), R(t)) \quad (7)$$

Donde $f(X(t), R(t))$ se encuentra en función de la variable controlada $X(t)$, y el valor de referencia $R(t)$.

La parte discontinua $m_D(t)$ incorpora un elemento no lineal que incluye el elemento de variación de la ley de control. Esta parte del controlador es discontinua a través de la superficie deslizante.

$$m_D(t) = K_D \frac{S(t)}{|S(t)| + \delta} \quad (8)$$

Donde:

K_D Parámetro de ajuste responsable del modo de alcance.

δ Parámetro utilizado que permite reducir el problema de chattering.

$S(t)$ Es la ecuación que representa la superficie deslizante.

Camacho y Smith (2000), se presenta el desarrollo de las ecuaciones de la ley de control completa de un SMC, cuando el proceso puede ser representado por un modelo de orden reducido de primer orden más retardo (por sus siglas en inglés FOPDT). Las ecuaciones resultantes son:

$$m(t) = \left(\frac{t_0\tau}{K}\right) \left[\frac{X(t)}{t_0\tau} + \lambda_0 e(t)\right] + K_D \frac{S(t)}{|S(t)| + \delta} \quad (9)$$

Teniendo que:

$$S(t) = \text{sign}(K) \left[-\frac{dX(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int_0^t e(t) dt \right] \quad (10)$$

Ecuación 10 incluye el término $\text{sign}(K)$ indica la acción del controlador, ya sea directa o reversa.

La figura 3 muestra un esquema del controlador por modos deslizantes.

Donde, para el ajuste de los parámetros de la parte continua, discontinua y deslizante del controlador, se tienen las siguientes equivalencias de la Tabla 1 dependiendo del tipo de sistema (Camacho y col., 2000).

Los parámetros K_D y δ , son usados cuando las salidas del transmisor y controlador están en fracción de (0-1). En el caso de que el sistema de control trabaje con porcentajes, tal que, las señales están en % (0-100) de rango, se debe multiplicar los valores de K_D y δ por cien

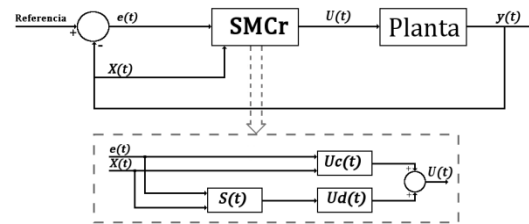


Fig. 3. Esquema controlador SMC.

Tabla 1. Ecuaciones de sintonización SMC.

Parámetro	Auto Regulación	Respuesta Inversa
$\lambda_1 [\text{time}]^{-1}$	$\frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau}$	$\frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau}$
$\lambda_0 [\text{time}]^{-2}$	$\frac{1}{4} \left(\frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} \right)^2$	$\frac{1}{4} \left(\frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} \right)^2$
$K_D [\text{fracción CO}]$	$\frac{0.51}{ K } \left(\frac{\tau}{t_0} \right)^{0.76}$	$\frac{0.064}{ K } \left(\frac{\tau}{t_0} \right)^{0.76}$
$\delta [\text{fracción } \frac{T}{\text{time}}]$	$0.68 + 0.12 K K_D \lambda_1$	$0.68 + 0.12 K K_D \lambda_1$

2.2.3 Regulador lineal cuadrático más parte integral LQI

El LQR, es un controlador que se basa en la realimentación de estados, el cual por medio de criterios de optimización puede obtener una entrada para que el parámetro J sea mínimo, y así obtener el mejor comportamiento del sistema.

$$J = \int_{t_1}^{t_2} \left[\left((x(t) - X_2)^T Q (x(t) - X_2) \right) + m(t)^T R m(t) \right] dt \quad (11)$$

Donde:

$x(t)$ Estados del sistema.

$m(t)$ Acción de control.

Q Matriz de ponderación simétrica, al menos semidefinida positiva.

R Matriz simétrica de entrada definida positiva.

X_2 Estado final.

Si se considera un estado final nulo, el índice de coste se reduce a:

$$J = \int_{t_1}^{t_2} \left[\left((x(t))^T Q x(t) \right) + m(t)^T R m(t) \right] dt \quad (12)$$

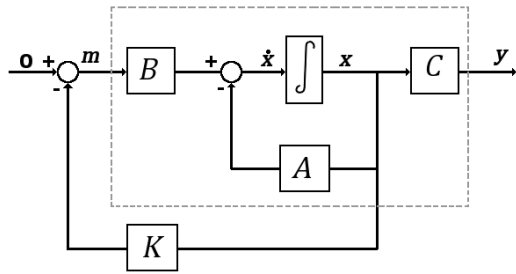


Fig. 4. Esquema de un LQR.

Para encontrar un control $m(t)$ que minimice este parámetro, se utiliza el Principio de Optimalidad de Bellman que plantea una solución iterativa en orden inverso.

El controlador LQR por sí solo no puede llevar al sistema con offset cero, por esto se le suele añadir una realimentación integral, creando un estado dentro del controlador que calcula la integral de la señal de error ($\epsilon(t) = \int e(t)$), donde $e(t) = \text{Referencia} - y(t)$, esto se logra aumentando la descripción del sistema con un nuevo estado (Feng y col., 2016).

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \dot{\tilde{\epsilon}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{\epsilon}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{m}(t) \quad (13)$$

Donde $\tilde{x}(t)$, $\tilde{\epsilon}(t)$ y $\tilde{m}(t)$ son las variables que se obtienen restando sus valores de estado estacionario X_s , de sus valores temporales, pero que en el caso de $\tilde{\epsilon}(t)$ se los considera igual que $\epsilon(t)$ dado que el valor en estado estacionario del error debe ser igual a cero, y el valor de C es la matriz de salida del respectivo sistema, que en el caso de los reactores, es la fila correspondiente al transmisor de temperatura o de concentración.

Con estas nuevas consideraciones se logra el cálculo de los nuevos elementos de la matriz de ganancia K para cada uno de los sistemas.

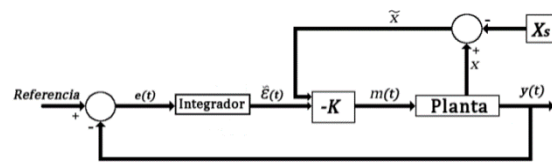


Fig.5. Esquema del controlador LQR+Integral (LQI).

3 Implementación y resultados

En esta sección se implementarán los controladores, descritos en la sección anterior, a tres reactores con dinámicas diferentes. Mediante simulaciones se mostrarán y compararán las respuestas obtenidas y su desempeño.

3.1 Reactor con dinámica lenta

El primer reactor que se aborda en este trabajo, es un CSTR en el cual tiene lugar una reacción exotérmica de $A \rightarrow B$. Para eliminar el calor provocado por la reacción, el reactor está rodeado por una camisa a través de la cual fluye un líquido refrigerante como se muestra en la Fig.6.

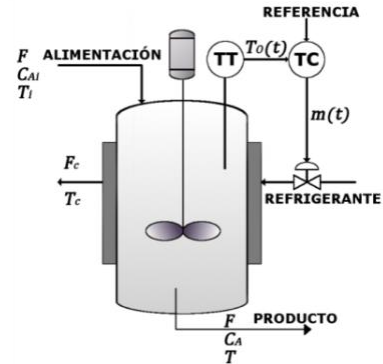


Fig.6. Esquema del Reactor de Dinámica Lenta.

Las siguientes ecuaciones constituyen el modelo matemático del proceso:

$$\frac{dC_A(t)}{dt} = \frac{F(t)}{V} (C_{Ai}(t) - C_A(t)) - kC_A^2(t) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT(t)}{dt} &= \frac{F(t)}{V} (T_i(t) - T(t)) - kC_A^2(t) \frac{\Delta H_R}{\rho C_p} \dots \\ &\dots - \frac{UA}{V \rho C_p} (T(t) - T_c(t)) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\frac{dT_c(t)}{dt} = \frac{UA}{V_c \rho_c C_{Pc}} (T(t) - T_c(t)) \quad (16)$$

$$- \frac{F_c(t)}{Vc} (T_c(t) - T_{ci}(t))$$

$$k = k_0 e^{-\frac{E}{R(T+273)}} \quad (17)$$

El sistema posee un transmisor representado por la ecuación (18) y una válvula cuyo comportamiento está descrito por la ecuación (19).

$$\frac{dT_O(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_T} \left(\frac{T(t) - 80}{20} - T_O(t) \right) \quad (18)$$

$$F_c(t) = F_{c \max} \alpha^{-m(t)} \quad (19)$$

Tabla 2. Parámetros de diseño y valores en condiciones de operación

Variable	Valor	Variable	Valor
\bar{C}_A	1,133 kgmol/m³	V_c	1,82 m³
\bar{C}_{At}	2,88 kgmol/m³	\bar{F}	0,45 m³/min
\bar{T}	88°C	F_{cmax}	1.2 m³/min
\bar{T}_i	66°C	α	50
\bar{T}_{ci}	27°C	τ_T	0.33 min
Referencia	88°C	E	1,18 × 10⁷ J/kgmol
ΔH_R	-9,6 × 10⁷ J/kgmol	\bar{T}_c	50,5 °C
ρ_c	1000 kg/m³	$\bar{m}(t)$	0,254 pu
A	5,4 m²	V	7.08 m³
ρ	19,2 kgmol/m³	C_{Pc}	4184 J/Kg - °C
C_p	1,815 × 10⁵ J/kgmol - °C	U	3550 J/s - m² - °C
k_0	0,0744 m³/s - kgmol		

Donde:

$C_A(t)$	Concentración del reactivo en el interior del reactor, kgmol/m ³ .
$C_{At}(t)$	Concentración del reactivo dentro del reactor, kgmol/m ³ .
$T(t)$	Temperatura dentro del reactor, °C.
$T_i(t)$	Temperatura inicial, °C.
$T_c(t)$	Temperatura de la chaqueta, °C.
$T_{ci}(t)$	Temperatura de entrada del refrigerante, °C.
$TO(t)$	Señal del transmisor en la escala de 0 a 1 por unidad, pu.
$F(t)$	Flujo del proceso, m ³ /min.
V	Volumen del Reactor, m ³ .
k	Coefficiente de reacción, m ³ /kgmol-min.
ΔH_R	Entalpía de la reacción, se asume constante, J/kgmol.
ρ	Densidad del contenido del reactor, kgmol/m ³
C_p	Coefficiente global de transferencia de Calor, J/min-m ² -°C.
U	Capacidad calorífica de los reactantes y productos, J/kgmol-°C.
A	Área de transferencia de calor, m ² .
V_c	Volumen de la chaqueta, m ³ .
ρ_c	Densidad del refrigerante, kg/m ³ .
C_{Pc}	Calor específico del refrigerante, J/kg -°C.
$F_c(t)$	Flujo del refrigerante, m ³ /min.
τ_T	Constante de tiempo del sensor de temperatura, min.
F_{cmax}	Flujo máximo a través de la válvula de control, m ³ /min.
α	Rangeabilidad de la válvula.

k_0	Factor de frecuencia de Arrhenius, m ³ /min - kgmol.
E	Energía de activación de la reacción, J/kgmol.
R	Constante universal de los gases, 8314,39 J/kgmol-K.
$m(t)$	Posición de la válvula en la escala de 0 a 1 en por unidad, pu.

Las variables que tienen un marca encima se refieren a los valores de dichas variables en su punto de operación, como por ejemplo \bar{m} , la cual representa que en el punto de operación del sistema, la posición de la válvula debe tener un valor de 0.254 en por unidad.

Los controladores PID y SMC se diseñarán a partir del modelo FOPDT del sistema. Teniendo así los siguientes valores, tomando el promedio entre un cambio positivo en la válvula y un cambio negativo en la misma $\tau = 12,419$ (min), $t_0 = 2,845$ (min), $K = 1,623$. Usando los valores obtenidos, se tiene los siguientes valores a partir de la sintonización por Dahlin para el controlador PID:

$$K_p = 1,345 \quad K_d = 1,914 \quad K_i = 0,108 \quad (23)$$

De igual manera se obtienen los valores de sintonización del controlador SMC, a partir de la Tabla I.

$$\lambda_1 = 0,423 \quad \lambda_0 = 0,047 \quad K_D = 0,963 \quad \delta = 0,761 \quad (24)$$

Para el diseño del controlador LQI se tomó en cuenta la representación del sistema en variables de estado:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\bar{C}}_A \\ \Delta \dot{\bar{T}} \\ \Delta \dot{\bar{T}}_c \\ \Delta \dot{\bar{T}}_O \\ \dot{\bar{e}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,26 & -0,001 & 0 & 0 & 0 \\ 5,43 & -0,076 & 0,046 & 0 & 0 \\ 0 & 0,15 & -0,36 & 0 & 0 \\ 0 & 0,15 & 0 & -3,03 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{C}_A \\ \Delta \bar{T} \\ \Delta \bar{T}_c \\ \Delta \bar{T}_O \\ \bar{e}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 19,60 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta m \quad (25)$$

También se estableció las matrices Q y R para la obtención de la matriz de realimentación K.

$$Q = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 44,44 \end{bmatrix}$$

$$R=250 \quad (27) \quad (26)$$

Por medio de todas estas expresiones y haciendo uso de la metodología sobre LQR, se obtiene la matriz de ganancias K .

$$K = [2,03 \quad 0,14 \quad 0,019 \quad 0,139 \quad -0,421] \quad (28)$$

- Cambio de referencia a 85°C.

En este caso se observa que el controlador PID tiene una respuesta con un sobre-pico que supera los límites del transmisor, lo que se refleja en la acción de control, la cual presenta un esfuerzo de.

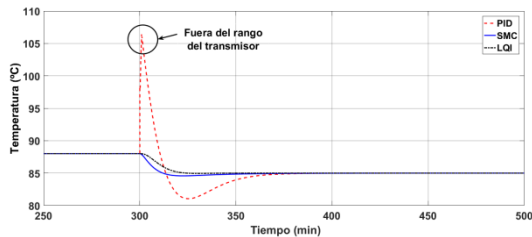


Fig. 7. Respuesta ante cambio de referencia a 85°C.

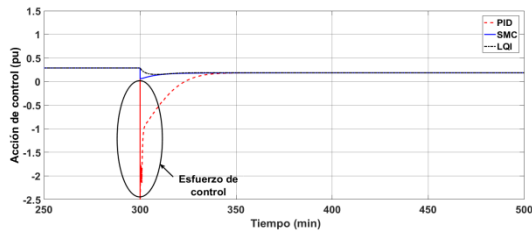


Fig. 8. Salidas de los controladores ante cambio de referencia a 85°C.

Como se ve en la Tabla 3, en el caso del controlador PID el índice IAE es elevado como se esperaba al observar su respuesta, en el caso del SMC tiene el mejor índice, esto es debido a que en esta prueba posee una respuesta más rápida que el LQI lo que permite que el sistema llegue antes al nuevo valor de referencia.

Tabla 3. Índice IAE para cambio de referencia a 85°C.

Controlador	IAE
PID	14,67
SMC	1,55
LQI	1,60

- Perturbación del 10% de la concentración de A en la entrada

En el caso de manejar perturbaciones en la concentración, se puede observar en la Fig. 9 que los tres controlado-

res logran mantener al sistema en su referencia, la mayor diferencia se encuentra en su tiempo de establecimiento.

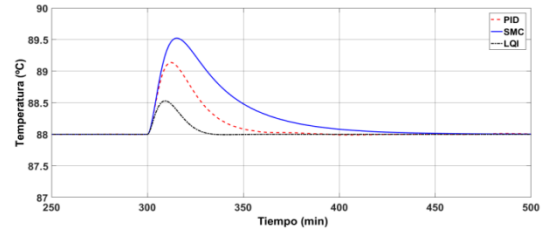


Fig. 9. Respuesta ante una perturbación del 10% de la concentración de A en la entrada.

Tabla 4. Índice IAE para perturbación del 10% de la concentración de a en la entrada.

Controlador	IAE
PID	1,44
SMC	3,07
LQI	0,41

En la Tabla 4, se observa que el índice IAE del controlador LQI es el más bajo, seguido del PID tal como se esperaba, el SMC presenta un índice de desempeño elevado a comparación de los otros dos controladores, esto debido a su respuesta lenta.

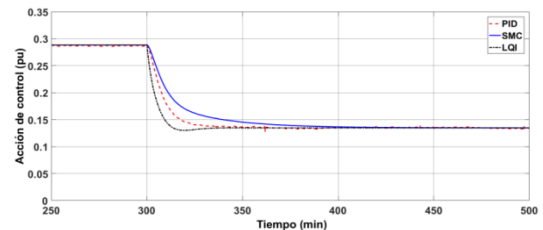


Figura 10. Salidas de los controladores ante una perturbación del 10% de la concentración de A en la entrada.

3.2 Reactor con respuesta inversa.

En este caso se analiza un reactor isotérmico tipo Van de Vusse, Fig. 11, el cual presenta una respuesta inversa, la reacción que se da se la puede describir con el siguiente esquema:

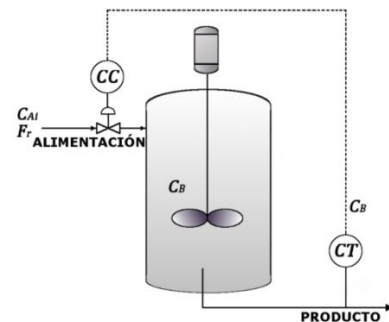


Figura 11. Reactor Van de Vusse, respuesta con respuesta inversa.

$$\frac{dC_A(t)}{dt} = \frac{F_r(t)}{V} [C_{Ai}(t) - C_A(t)] - k_1 C_A(t) - k_3 C_A^2(t) \quad (29)$$

$$\frac{dC_B(t)}{dt} = -\frac{F_r(t)}{V} C_B(t) + k_1 C_A(t) - k_2 C_B(t) \quad (30)$$

Dónde:

$C_A(t)$ = Concentración del reactivo A, mol.l^{-1} .

$C_B(t)$ = Concentración del reactivo B, mol.l^{-1} .

$F_r(t)$ = Flujo del proceso, l.mol^{-1} .

V = Volumen del reactor, l.

En este caso la variable de interés será la concentración del componente B en el reactor, la cual se busca controlar a través del flujo $F_r(t)$, las tasas de reacción se encuentran representadas por k_1 , k_2 y k_3 respectivamente las cuales fueron tomadas de (Alfaro y col., 2017). Para la medición de parámetros el reactor modelado cuenta con un transmisor de concentración el cual se lo puede representar por medio de la ecuación 31, este transmisor tiene la particularidad de ser lineal y dar una medida representada en porcentaje. Para el control se cuenta con una válvula representada por la ecuación 32 que regula la salida del flujo $F_r(t)$, cabe indicar que para esta planta los cambios máximos de alimentación del reactante A deben ser de $\pm 10\%$, y las perturbaciones en C_{Ai} deberán estar entre $\pm 10\%$, las ecuaciones de estos dispositivos son tomados de (Alfaro y col., 2017).

$$y(t)\% = \left(\frac{100}{1,5714} \right) C_B(t) \quad (31)$$

$$F_r(t) = \left(\frac{634,1719}{100} \right) m(t)\% \quad (32)$$

Donde $m(t)\%$ representa el porcentaje de apertura de la válvula de control.

En la Tabla 5, se presentan los valores característicos del sistema en estado estable, como particularidad se tiene que el flujo tendrá una variación entre 0 y $634,1719 \text{ l.mol}^{-1}$.

Tabla 5. Valores en estado estable del reactor con respuesta inversa.

Variable	Valor	Variable	Valor
k_1	$\frac{5}{6} \text{ min}^{-1}$	C_{Ao}	$2,9175 \text{ mol.l}^{-1}$

k_2	$\frac{5}{3} \text{ min}^{-1}$	C_{Bo}	$1,10 \text{ mol.l}^{-1}$
k_3	$\frac{1}{6} \text{ l.mol.min}^{-1}$	$u_o(t)$	60%
C_{Ai}	10 mol.l^{-1}	V	700 l

Donde:

C_{Ao} = Concentración del componente A en el punto de operación.

C_{Bo} = Concentración del componente B en el punto de operación.

$m_o(t)$ = Apertura de la válvula en el punto operación.

En este reactor, igual que en el reactor anterior, se realiza el proceso para obtener el modelo FOPDT, el cual presenta los siguientes valores de $\tau = 0,736 \text{ (min)}$, $t_0 = 0,512 \text{ (min)}$ y $K = 0,37$.

Usando los valores obtenidos, se tiene los siguientes valores a partir de la sintonización por Dahlin (Smith y Corripio, 2005) para el controlador PID:

$$K_p = 1,943 \quad K_d = 0,497 \quad K_i = 2,639 \quad (33)$$

De igual manera se obtienen los valores de sintonización del controlador SMC, a partir de la Tabla I.

$$\lambda_1 = 3,31 \quad \lambda_0 = 2,74 \quad K_D = 22,79 \quad \delta = 71,35 \quad (34)$$

Para el diseño del controlador LQI se tomó en cuenta la representación del sistema en variables de estado:

$$\begin{bmatrix} \Delta \tilde{C}_A \\ \Delta \tilde{y} \\ \tilde{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,37 & 0 & 0 \\ 53,03 & -2,21 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \tilde{C}_A \\ \Delta \tilde{y} \\ \tilde{e}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,064 \\ -0,634 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u \quad (35)$$

En este caso la variable de importancia es la relacionada con el porcentaje de concentración del componente B, motivo por el cual el elemento de la matriz Q relacionado con dicha concentración tiene mayor valor.

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 400 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$R = 100 \quad (37)$$

$$K = [18,50 \quad 0,89 \quad -2] \quad (38)$$

- Cambio de referencia al 67% de la concentración de B.

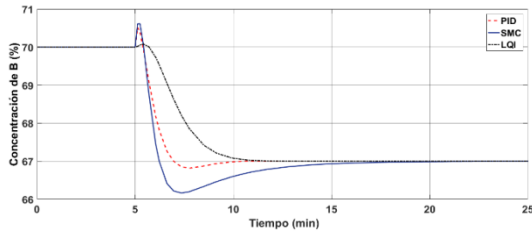


Fig. 12. Respuesta ante un cambio de referencia al 67% de la concentración de B.

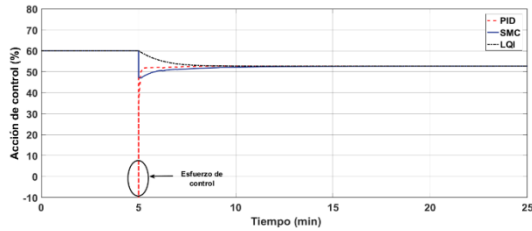


Fig. 13. Salidas de los controladores ante un cambio de referencia al 67% de la concentración de B.

Como se observa en la Fig. 12, los tres controladores diseñados llevan al sistema a la nueva referencia, la diferencia se encuentra en la rapidez en la que lo hacen, además se ve que el SMC presenta un sobre-pico mayor entre los tres. En la Fig. 13 se encuentran representadas las acciones de control, entre las cuales destaca la del PID ya que presenta un esfuerzo de control al momento de realizar el cambio de referencia, este comportamiento no lo presenta el SMC a pesar de usar el PID como superficie.

Tabla 6. Índice IAE para cambio de referencia al 67% de la concentración de B.

Controlador	IAE
PID	3,41
SMC	5,98
LQI	6,93

En la Tabla 6 se observan los índices IAE correspondientes al cambio de referencia a 67% de $C_B(t)$, se puede ver que las diferencias no son muy grandes entre los tres controladores, en especial entre el SMC y el LQI, es importante notar que el PID es el con un mejor índice a pesar de presentar un esfuerzo de control al momento del cambio de referencia, sin embargo, esto no garantiza que sea el mejor de los tres.

- Perturbación 10% de la concentración de A en la entrada.
-

Como se observa en la Fig. 14, los tres controladores llevan al sistema a su referencia, después de haber sufrido una perturbación en la concentración, en este caso es notable que el SMC tiende a ser lento por lo cual su tiempo de establecimiento luego de la perturbación es elevado, esto también se ve reflejado en su acción de control la cual se puede observar en la Fig. 15.

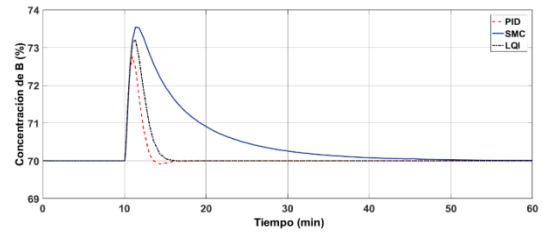


Fig. 14. Respuesta ante una perturbación del 10% en la concentración de A en la entrada.

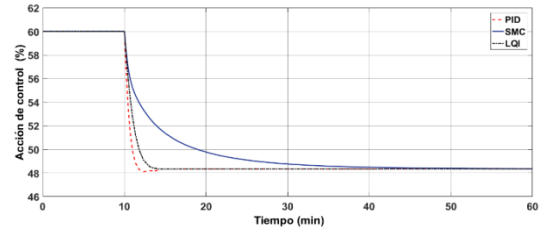


Fig. 15. Salidas de los controladores ante una perturbación del 10% de la concentración de A en la entrada.

Tabla 7. Índice IAE para una perturbación del 10% de la concentración de a en la entrada.

Controlador	IAE
PID	4,72
SMC	27,18
LQI	7,13

Como se espera el índice IAE del controlador SMC para esta prueba es muy elevado con respecto a los otros dos controladores, lo que nos indica que la respuesta ante perturbaciones en este caso es demasiado lenta, cabe indicar que esto se puede mejorar si se sintonizan los controladores diseñados.

3.3 Reactor con varios puntos de operación.

Un estado estacionario se define como una condición en la que todos los balances se satisfacen cuando los términos de acumulación son cero. Para las ecuaciones lineales, esta situación ocurriría en sólo un (si existe) conjunto de condiciones operativas. Sin embargo, las ecuaciones que describen la mayoría de los procesos químicos son no lineales, y son posibles soluciones múltiples (Marlin 2000)

$$V \frac{dC_A}{dt} = F(C_{A0} - C_A) - vk_0 e^{\frac{-E}{RT}} C_A \quad (39)$$

$$\frac{dT_O(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_T} \left(\frac{T(t) - 300}{200} - T_O(t) \right) \quad (40)$$

$$F_c(t) = F_{cmax} \alpha^{-m(t)} \quad (41)$$

$$V \rho C_p \frac{dT}{dt} = \rho C_p F (T_0 - T) - \frac{a F_c^{b+1}}{F_c + \frac{a F_c^b}{2 \rho C_p}} (T - T_{cin}) \dots$$

$$\dots + (-\Delta H_{r \times n}) V k_0 e^{-\frac{E}{RT}} C_A \quad (42)$$

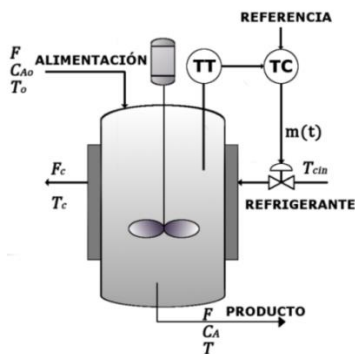


Fig. 16. Reactor con varios puntos de operación.

Se tiene un modelo del sistema de la Fig. 16, dado por las siguientes ecuaciones:

Donde:

- C_A = Concentración del reactivo dentro del reactor, kgmol/m³.
- C_{A0} = Concentración del reactivo en la alimentación, kgmol/m³.
- T = Temperatura dentro del reactor, °K.
- T_0 = Temperatura inicial, °K.
- T_{cin} = Temperatura de entrada del refrigerante, °K.
- $TO(t)$ = Señal del transmisor en la escala de 0 a 1, pu.
- F = Flujo del proceso, m³/min
- V = Volumen del Reactor, m³.
- a = Conductancia térmica, cal/m³-K.
- $-\Delta H_R$ = Entalpía de la reacción, se asume constante, cal/kgmol.

- ρ = Densidad del contenido del reactor, g/m³.
- C_p = Capacidad calorífica de los reactantes y productos, cal/g°C.
- ρ_c = Densidad del refrigerante, g/m³.
- C_{pc} = Calor específico del refrigerante, cal/gK
- $(F_c)_s$ = Flujo del refrigerante, m³/min.
- τ_T = Constante de tiempo del sensor de temperatura, min.
- F_{cmax} = Flujo máximo a través de la válvula de control, m³/min.
- α = Rangeabilidad de la válvula.
- k_0 = Factor de frecuencia de Arrhenius, min⁻¹.
- E = Energía de activación de la reacción, J/kgmol.
- R = Constante universal de los gases, J/kgmol-K.
- $m(t)$ = Posición de la válvula en la escala de 0 a 1 en por unidad, pu.

Tabla 8. Parámetros generales del reactor con varios puntos de operación.

Va-riable	Valor	Va-riable	Valor
F	1 m³/min	E/R	8330,1 K⁻¹
V	1 m³	$-\Delta H_{r \times n}$	130 × 10⁶ cal/(kgmol)
C_{A0}	2 kgmol/m³	$(F_c)_s$	15 m³/min
C_p	1 cal/(g°C)	C_{pc}	1 cal/(gK)
ρ	10⁶ g/m³	ρ_c	10⁶ g/m³
k_0	1 × 10¹⁰ min⁻¹	b	0.5
F_{cmax}	30 m³/min	$m(t)$	0,177 pu
α	50	τ_T	0,33 min

Los controladores PID y SMC se diseñarán a partir del modelo FOPDT del sistema. Teniendo así los siguientes valores, tomando el promedio entre un cambio positivo en la válvula y un cambio negativo en la misma $\tau = 0,298$ (min), $t_0 = 0,175$ (min), $K = 0,945$.

Usando los valores obtenidos, se tiene los siguientes valores a partir de la sintonización por Dahlin para el controlador PID:

$$K_p = 0,901 \quad K_d = 0,079 \quad K_i = 3,023 \quad (43)$$

De igual manera se obtienen los valores de sintonización del controlador SMC, a partir de la Tabla 1.

$$\lambda_1 = 9,06 \quad \lambda_0 = 20,56 \quad K_D = 0,809 \quad \delta = 1,51 \quad (44)$$

Tabla 9. Datos específicos para los tres casos del reactor con varios puntos de operación [16].

Variables	Caso I	Caso II			Caso III
$T_0(^{\circ}K)$	323	343			323
$T_{cin}(^{\circ}K)$	365	310			340
$a \left(\frac{cal}{min^{\circ}K} \right) \left(\frac{m^3}{min} \right)$	1,678 $\times 10^6$	0,516 $\times 10^6$			1,291 $\times 10^6$
Estado estable $\left(\frac{kgmol}{m^3} \right)$	0,26	1,79	1,37	0,16	1,06
Estado estable $(^{\circ}K)$	393,9	330,9	350	404,7	360
Polos (min^{-1})	-0,89 $\pm 5,92j$	-0,96 $\pm 0,47j$	1,94, -0,71	-1,6 $\pm 4,6j$	0,34 $\pm 1,41j$

Para el diseño del controlador LQI se tomó en cuenta la representación del sistema en variables de estado:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -12,5 & -0,093 & 0 \\ 1495,16 & 10,89 & 0 \\ 0 & 0,015 & -3,03 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_A \\ \Delta T \\ \Delta T_0 \end{bmatrix} \dots \quad (45)$$

$$\dots + \begin{bmatrix} 0 \\ 62,78 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta m$$

Como se puede observar se añadió un nuevo estado, el cual es el valor negativo de la salida del transmisor de temperatura, con el cual se comparará la referencia del sistema para obtener el error; esto provoca que la matriz **Q** tenga un nuevo elemento que tiene un valor mayor que las demás variables relacionadas.

$$Q = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 44,44 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$R = 250 \quad (47)$$

Finalmente con estos nuevos elementos se realiza el cálculo de la matriz de ganancias **K** de forma similar que en el LQR, teniendo de esta manera un nuevo elemento relacionado al error en la señal del transmisor de temperatura.

$$K = [2,03 \quad 0,14 \quad 0,019 \quad 0,139 \quad -0,421] \quad (48)$$

- Cambio de referencia a 425°K.

Para el caso de un cambio de referencia mayor a los 404,7°K las respuestas del sistema son menos bruscas y no oscilatorias, esto se da debido a que en estos puntos el sistema se encuentra en una zona lejana a la de inestabilidad.

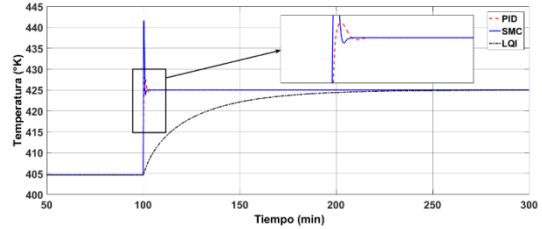


Fig. 17. Respuesta ante cambio de referencia a 425°K.

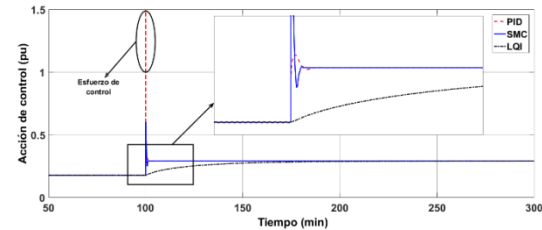


Fig. 18. Salidas de los controladores ante un cambio de referencia a 425°K.

La Tabla 10 nos indica que el controlador que tiene mayor valor de IAE es el LQI debido a que su respuesta es más lenta que los otros dos y su error con respecto a la nueva referencia se mantiene mayor por mucho más tiempo. En el caso del SMC y el PID se obtienen valores pequeños y similares.

Tabla 10. Índice IAE para cambio de referencia a 425°K.

Controlador	IAE
PID	0,056
SMC	0,048
LQI	2,495

- Perturbación del menos 10% en la concentración de A en la entrada.

Como se observa en la Fig. 19 las respuestas debido a los controladores PID y el SMC tienen un comportamiento inicial oscilatorio ante este tipo de perturbación en los cinco primeros minutos, y que en el caso del PID estas oscilaciones alcanzan amplitudes más altas que en el SMC. Por otro lado, el regulador LQI da una respuesta más suave, pero que actúa de manera más lenta que los dos controladores mencionados anteriormente.

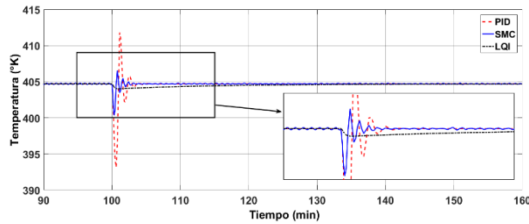


Fig.19. Respuesta ante perturbación del menos 10% en la concentración de A en la entrada.

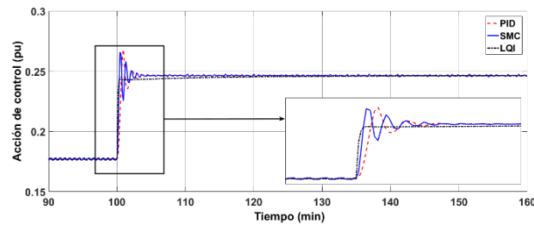


Fig.20. Salidas de los controladores ante una perturbación del menos 10% en concentración de A en la entrada.

Como se observa en la Tabla 11, el controlador SMC es el que posee el menor valor, seguido del controlador PID y el controlador LQI posee el mayor índice IAE, esto debido a que el SMC y el PID logran estabilizar al sistema en menor tiempo que el LQI.

Tabla 11. Índice IAE ante una perturbación del menos 10% de la concentración de a en la entrada.

Controlador	IAE
PID	0,035
SMC	0,008
LQI	0,054

4 Conclusiones

El controlador PID es una buena opción cuando se desea mantener los reactores trabajando alrededor de un solo punto de operación, cuando se tienen cambios de referencia este controlador tiende a generar grandes esfuerzos de control.

El controlador SMC, usa como superficie deslizante la salida del controlador PID, a pesar de esto no se observan los cambios bruscos mencionados anteriormente, dando así una respuesta más suave que compensa el comportamiento no deseado mencionado en el párrafo anterior.

SMC es una opción favorable en plantas en las que se tenga incertidumbres en sus parámetros, que sean altamente no lineales o que sean sub-amortiguadas ya que proporciona un control más robusto al sistema como se comprobó en el reactor con varios puntos de operación.

El controlador LQI requiere más información de la planta por lo cual se necesita de la instalación de varios sensores, transmisores u observadores. Esto lo hace una técnica de control más costosa para su implementación. Sin embar-

go, el controlador LQI proporciona al sistema una acción de control suave, sin picos u oscilaciones.

5 Reconocimientos

Los autores agradecen a los Proyectos PIJ-15-17 y PIMI 15-10 de la Escuela Politécnica Nacional, por su apoyo durante la realización de este trabajo.

Referencias

- Alfaro V, Balaguer P, Arrieta O, 2012, Robustness Considerations on PID Tuning for Regulatory Control of Inverse Response Processes, IFAC Proceedings Volumes, Vol. 45, Issue 3, pp. 193-198.
- Azuaje I, Miranda M, Iglesias E, Camacho O, García Y, 2018, Controlador difuso mejorado para estrategias de control en cascada y por acción anticipada, Ciencia e Ingeniería. Vol. 39-1, pp. 37-46.
- Bakošová M, Oravec J, 2012, MPC based robust stabilization of a chemical reactor, Proceedings of 39th International Conference of Slovak Society of Chemical Engineering, Bratislava, Slovakia, pp. 5-16.
- Camacho O, Smith C, 2000, Sliding mode control: an approach to regulate nonlinear chemical processes, ISA Transactions, Vol. 39, pp. 205-218.
- Chacón E, Szigueti, F, Camacho O, 1996, Integral automation of industrial complexes based on hybrid systems, ISA Transactions, Vol. 35, pp. 305-319.
- Darius M, Sivagamasundari S, 2016, Design and Implementation of Controllers for a CSTR Process, International Journal of Emerging Technology in Computer Science & Electronics, Vol. 23, Issue 1, pp. 175-183.
- Deep M, Dibyendu B, Faruk B, 2013, Implementation of Linear Quadratic Regulator for CSTR Tank, UACEE International Journal of Advancements in Electronics and Electrical Engineering, Vol. 2, Issue 2, pp. 174-178.
- Feng Z, Jimao Z, Robert A, 2007, Design of LQI Control Systems with Stable Inner Loops, Journal of Shanghai Jiaotong University (Science), Vol. E 2-12, No. 6, pp. 787-792.
- Fogler HS, 2001, Elementos de Ingeniería de las Reacciones Químicas, 3ra Edición Pearson. México.
- Garcés L, Sarzosa M, Yandún A, 2018, Análisis del Rendimiento de un Reactor Químico Isotérmico Mediante Controladores PID, SSC y SMC, Revista Politécnica. Vol. 40, No. 2. pp. 19-24.
- Marlin T, 2000, Process Control, 2da, Edición, McGraw-Hill, Boston. EE.UU.
- Singh N, Kumar S, 2012, Comparative Analysis Of PID, Cascade and Fuzzy Logic Control for the Efficient Temperature control in CSTR. IJAREEIE. Vol. 1, Issue 1, pp. 11-16.
- Smith C, Corripio A, 2005, Principles and Practices of Automatic Process Control, 3ra Edición, Wiley and Sons. EE. UU.

Velasco A, Álvarez R, Solar R, 2011, Control Múltiple Entrada Una Salida (MISO) de un CSTR, RMIQ, Vol. 10, No. 2, pp. 321-331.

Recibido: 12 de noviembre de 2017

Aceptado: 25 de marzo de 2018

Walter Cargua: recibió el grado de Ingeniero en Automatización y Control de la Escuela Politécnica Nacional (EPN), Quito, Ecuador, en 2018. Correo electrónico: [wal-ter.cargua@epn.edu.ec](mailto:walter.cargua@epn.edu.ec)

Marcelo Gallegos: recibió el grado de Ingeniero en Automatización y Control de la Escuela Politécnica Nacional (EPN), Quito, Ecuador, en 2018. Correo electrónico: marcelo.gallegos@epn.edu.ec

Paulo Leica: nació en Quito, Ecuador. Se graduó en Ingeniería Electrónica y de Control y obtuvo la maestría en Sistemas de Control de la Escuela Politécnica Nacional de Ecuador. Recibió el título de Doctor en sistemas de Control por la Universidad Nacional de San Juan, Argentina. Actualmente es profesor titular en la Escuela Politécnica Nacional. Sus intereses de investigación son la robótica, los sistemas de control y la inteligencia artificial aplicada al control automático. Correo electrónico: paulo.leica@epn.edu.ec

Liliana Guzmán: recibió el grado de Ingeniera Química en la Escuela Politécnica Nacional (EPN), Quito, Ecuador en 2003. Recibió el MSc. en Diseño de Procesos en la Universidad Central del Ecuador (UCE) en 2013. Actualmente trabaja en el Departamento de Ingeniería Química de la EPN donde investiga producción de biodiesel en condiciones supercríticas de los alcoholes. Correo electrónico: Liliana.guzman@epn.edu.ec

Oscar Camacho: recibió el grado en Ingeniería Eléctrica de la Universidad de los Andes (ULA), Mérida, Venezuela, en 1984. Recibió el MSc. en Ingeniería de Control (ULA), 1992. En 1994 obtuvo un ME en Ingeniería Química y en 1996 un Ph.D en Engineering Science ambos en la Universidad del Sur de la Florida (USF), Tampa, EE.UU. Desarrollo actividades de postdoctorado en USF en 2001. Se ha desempeñado en la docencia y la investigación en ULA y PDVSA (Venezuela), USF (EE. UU.) y actualmente en la Escuela Politécnica Nacional (Ecuador). Sus líneas de investigación actuales incluyen el control por modo deslizante, sistemas de control de procesos con elevado retardo, control de procesos químicos.

