

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
NÚCLEO UNIVERSITARIO RAFAEL RANGEL  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICA  
PAMPANITO ESTADO TRUJILLO

**EL JUEGO DE LOS CUATRO ENVASES:**

**UNA HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS  
CONJUNTOS Y SUS OPERACIONES**

**Autores:**

Br. German Vargas

Br. Jhoniver Paredes

**Tutora:**

Dra. Luz María Ruza

Trujillo, 2013



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
NÚCLEO UNIVERSITARIO “RAFAEL RANGEL”  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICA  
PAMPANITO ESTADO TRUJILLO

**EL JUEGO DE LOS CUATRO ENVASES:  
UNA HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS  
CONJUNTOS Y SUS OPERACIONES**

Trabajo especial de grado que se presenta como requisito ante la ilustre Universidad de los Andes, Núcleo Universitario “Rafael Rangel”, para optar al título de Licenciados en Educación, Mención Física y Matemática

**Autores:**

Br. German Vargas

Br. Jhoniver Paredes

**Tutora:**

Dra. Luz María Ruza Montilla



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
NÚCLEO UNIVERSITARIO “RAFAEL RANGEL”  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICA

### ACEPTACIÓN DE TUTORÍA

Yo, profesora Ruza Montilla Luz María, titular de la cédula de identidad N° 11.132.901, adscrita al Departamento de Física y Matemática, por medio de la presente hago constar que después de revisar el proyecto de Trabajo de Grado cuyo título es: **EL JUEGO DE LOS CUATRO ENVASES: UNA HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS CONJUNTOS Y SUS OPERACIONES**, presentado por los bachilleres: German Vargas, con cédula de identidad N° 19.428.646 y Jhoniver Paredes, con cédula de identidad N° 20.430.842; como requisito académico para optar al título de Licenciados en Educación Mención Física y Matemática, considero que reúne los requisitos mínimos para ser sometidos a la evaluación por parte del jurado que designe el Departamento de Física y Matemática del Núcleo Universitario “Rafael Rangel”, de tal forma acepto asesoría en calidad de TUTORA durante la etapa de desarrollo del mencionado trabajo hasta su presentación pública.

Trujillo, 30 de Mayo de 2013

---

Dra. Luz María Ruza Montilla



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
NÚCLEO UNIVERSITARIO “RAFAEL RANGEL”  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICA

Autores: Br. German Vargas C.I. 19.428.646

Br. Jhoniver Paredes C.I. 20.430.842

Tutora Académica: Dra. Luz María Ruza C.I. 11.132.901

## RESUMEN

El trabajo de investigación **El Juego de los Cuatro Envases: Una herramienta didáctica para la enseñanza de los conjuntos y sus operaciones**, propone y evalúa el juego antes nombrado, como una alternativa a las clases expositivas tradicionales a la hora de enseñar las operaciones con conjuntos, tema que según el currículo de Educación Media General se imparte en segundo año. Debido a la abstracción con la que es concebido este tema por parte de los alumnos de este nivel, se considera idónea esta herramienta, pues en su implementación a la hora de enseñar, se parte de lo sencillo a lo complejo, originando aprendizajes significativos mediante el fortalecimiento de la relación teórico-práctica y demostrando a los estudiantes que aprender matemáticas también puede ser divertido.

Esta investigación es de tipo proyectiva-correlacional enmarcada dentro de un diseño experimental.

Palabras Clave: Juego, Herramienta, Aprendizaje, Conjuntos.

## DEDICATORIA

La vida es un juego donde se pierde y se gana, hoy siento una gran felicidad de ganar por haber logrado uno de mis sueños, es por eso que quiero dedicar mi triunfo:

**A mi madre** Maribel, que es lo más hermoso que me ha dado Dios. Gracias por estar a mi lado llenándome de amor, confianza y apoyo incondicional, este triunfo más que mío es tuyo MAMA.

**A mi padre** Wuilliam, quien con sus consejos me entusiasmo para que me trazara esta meta. Gracias PAPA! Nos Graduamos.

**A mis hermanos:** Maryelin y Wuisneiber, por su apoyo y cariño que me dan fuerzas para seguir adelante... los adoro hermanos.

**A mis abuelos:** Laura, Palmira y Jesus, que son mis segundos padres, pilares fundamentales en el desarrollo y culminación de mi carrera. A ustedes un agradecimiento muy especial.

**A mis tíos y tías,** en especial a Ender y Mayelvis que de una u otra manera siempre han estado presentes. Gracias por creer en mí.

**A mis amistades,** en especial a Damarys, Alber, Andrea, Jhoni, Fabiola, Sotero y Alexys, quienes han sido de gran ayuda y a quienes agradezco su amistad y sinceridad. Los quiero.

**A mis compañeros de estudio** en especial a: Juleini, Ismenia, Nakary, German, Vanesa, Massiel, Romina, Yeral, Lisbeth, Marbelys y Reinaldo, con quienes comparti alegrías y tristezas ¡Pero lo Logramos!

**A mi profesora-tutora** y amiga Luz Maria Ruza, por su apoyo y orientación brindada incondicionalmente en la etapa final de mi carrera. Mil gracias, que Dios te bendiga.

A todas aquellas personas que me tendieron la mano de manera desinteresada en los momentos más difíciles de mi formación como Licenciado en Educación Mención Física y Matemática. Muchas Gracias.

J.P.

## DEDICATORIA

A Jesucristo, La Fuente de Paz.

*Jn. 14:27*

*G.V.*

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

## ÍNDICE GENERAL

	Pág.
Aceptación de Tutoría.....	ii
Resumen.....	iii
Dedicatoria.....	iv
Índice General.....	1
Índice de Tablas y Gráficos.....	3
Introducción.....	4
1. El Problema.....	7
1.1 Planteamiento del Problema.....	7
1.2 Objetivos de la Investigación.....	15
1.3 Justificación de la investigación.....	16
1.4 Delimitación de la Investigación.....	18
1.5 Limitaciones de la Investigación.....	18
2. Marco Teórico.....	19
2.1 Antecedentes de la Investigación.....	19
2.2 Bases Teóricas.....	24
2.2.1 El Aprendizaje.....	24
2.2.2 Aprendizaje Significativo.....	24
2.2.3 Aprendizaje Social.....	25
2.2.4 Motivación y Aprendizaje.....	27
2.2.5 El Juego.....	28
2.2.6 El Juego y el Aprendizaje.....	29
2.2.7 El Juego y la Matemática.....	30
2.2.8 Teoría de Conjuntos.....	31
2.3 Definición de Términos Básicos.....	37

2.4 Sistematización de las Variables.....	38
3. Marco Metodológico.....	40
3.1 Tipo de Investigación.....	40
3.2 Diseño de la Investigación.....	41
3.3 Población y Muestra.....	41
3.4 Técnicas e Instrumentos de recolección de Datos.....	42
3.5 Instrumentos Utilizados.....	43
3.6 Validez de los Instrumentos de Recolección de Datos.....	44
3.7 Fases de la Investigación.....	44
4. La Propuesta.....	47
4.1 Justificación de la propuesta.....	47
4.2 Objetivos de la Propuesta.....	47
4.3 Explicación del Juego de los Cuatro Envases.....	48
4.4 Cálculo combinatorio aplicado al Juego de los Cuatro Envases.....	50
5. Resultados.....	52
5.1 Resultados de la Aplicación de los Cuestionarios.....	52
5.2 Resultados de la Aplicación de la Lista de cotejo.....	64
6. Conclusiones y Recomendaciones.....	68
6.1 Conclusiones de la Investigación.....	68
6.2 Recomendaciones.....	70
Apéndice.....	76
Anexos.....	87
Referencias Bibliográficas.....	90

## ÍNDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS

Convenientemente se usa el símbolo \* que insertado en este índice de tablas y gráficos, forma parte de la siguiente notación: *factor X \**, significa *resultado respecto al factor X*, donde *factor X* es una cualidad, indicador o aspecto que se evalúa en esta investigación.

	Pág.
Tabla N° 1: Definición intuitiva de términos primarios *	58
Tabla N° 2: Uso del lenguaje cotidiano en las operaciones *	59
Tabla N° 3: Problemas con elementos no numéricos *	60
Tabla N° 4: Problemas con elementos numéricos *	61
Tabla N° 5: Unión de conjuntos *	62
Tabla N° 6: Intersección de conjuntos *	63
Tabla N° 7: Diferencia de conjuntos *	64
Tabla N° 8: Complemento de conjuntos *	65
Tabla N° 9: Aspectos socio-afectivos *	68
Gráfico N° 1: Comprensión en la institución 1 *	66
Gráfico N° 2: Comprensión en la institución 2 *	67
Gráfico N° 3: Aspectos socio-afectivo en la institución 1 *	69
Gráfico N° 4: Aspectos socio-afectivo en la institución 2 *	70

## INTRODUCCIÓN

“Existe una opinión muy generalizada según la cual la matemática es la ciencia más difícil cuando en realidad es la más simple de todas. La causa de esta paradoja reside en el hecho de que, precisamente por su simplicidad, los razonamientos matemáticos equivocados quedan a la vista” (Sábato, 1975, p.135). Similar a un razonamiento matemático equivocado es lo que sucede con la enseñanza de esta ciencia: sus deficiencias se hacen manifiestas. ¿De qué manera se hacen manifiestas? veamos, ¿En qué parte del mundo, el desarrollo matemático es más precario?, no hay que ser un gran erudito para responder que, en el mundo subdesarrollado (o en *vías de desarrollo* como suelen llamarnos por mera sutileza), pero ¿Cuál es la causa y cuál es el efecto? ¿El subdesarrollo de los pueblos genera deficiencia en la enseñanza de la matemática, o es la deficiencia en la enseñanza de ésta la que mantiene a los pueblos en el atraso?

En el caso nuestro, no es un secreto que en Venezuela la matemática se ha concebido (por parte de los estudiantes), y enseñado (por parte de los profesores) como una ciencia netamente abstracta, y en la mayoría de los casos sin ningún vínculo con la realidad. En lo que respecta a su aprendizaje, sobre todo a nivel de educación secundaria, ha generado en la mayoría de los estudiantes innumerables *dolores de cabeza* que les afectan a corto, mediano y largo plazo.

¿Cuál es la solución?, consideramos que para lograr que los estudiantes *aprehendan* la matemática, todo *discente* que alberga nuestro sistema educativo debe transformarse radicalmente y adoptar con hechos más que con palabras el rol de *docente*, pero, ¿Cuál es el proceso que él debe seguir para lograr dicha transformación?, la respuesta es sentir como suyo el problema que afecta a sus alumnos a la hora de comprender el tema que imparte, reconociendo que en efecto el problema existe y encaminándose en búsqueda de la solución, ¿Cómo?, saliendo de la monotonía, usando estrategias alternativas, herramientas y métodos de enseñanza innovadores, con los cuales se logre mejorar la comprensión de la matemática,

desprendiéndola de su fama de “ciencia incomprensible” para hacerla accesible a los educandos.

En este sentido se requiere de un docente mejor preparado, que no induzca a sus estudiantes a memorizar definiciones, fórmulas y ecuaciones que quizás ellos no han comprendido, sino que aplique herramientas que propicien la participación activa del alumno en la construcción de sus propios aprendizajes, lo cual aumentará su capacidad crítica, analítica, reflexiva y de comprensión de la matemática. Recordemos que ésta es imprescindible a la hora de estudiar cualquier otra rama científica como la física, la química y la computación (pilares del desarrollo tecnológico), y más allá de eso, su aprendizaje contribuye al desarrollo del pensamiento lógico.

En concordancia con la problemática anteriormente señalada, ésta investigación presenta el **Juego de los Cuatro Envases** como una herramienta didáctica, sencilla e innovadora para la enseñanza de los conjuntos y sus operaciones, además evalúa su eficacia (es decir, si funciona o no). Este juego procura que las actividades en las aulas se muevan más sobre los procesos de innovar que de renovar y ¿Qué mejor manera de lograr este fin sino es a través de herramientas nuevas que estimulen positivamente al estudiante? pues estas originan cambios y transformaciones en las actitudes de los educandos hacia la enseñanza que se les imparte, y por ende genera un aprendizaje permanente y significativo en ellos.

Es por este motivo, que se espera que este juego elaborado por los investigadores conlleve a mejoras en el proceso de enseñar las operaciones con conjuntos, en el sentido de que permita una mayor comprensión del tema a través de la participación activa de los estudiantes. Propuestas como estas contribuyen a aportar soluciones a la problemática existente en la enseñanza de las matemáticas.

Considerando lo anteriormente planteado, este estudio se estructura de la siguiente manera:

- ❖ Capítulo I: En este capítulo se describe el problema, el planteamiento del mismo, la elaboración de los objetivos de la investigación, la justificación, la delimitación y las limitaciones de la investigación.
- ❖ Capítulo II: Lo constituye el marco teórico conformado por los antecedentes, las bases teóricas, la definición de los términos básicos y la sistematización de las variables en estudio.
- ❖ Capítulo III: Lo conforma el marco metodológico integrado por el tipo de investigación, el diseño de la investigación, la población y la muestra, las técnicas e instrumentos de recolección de datos, los instrumentos utilizados, la fase de la investigación y la validez de los instrumentos de recolección de datos.
- ❖ Capítulo IV: Se dan a conocer los elementos de la propuesta (**El Juego de los Cuatro Envases**) así como las condiciones de los mismos y la dinámica del juego como tal.
- ❖ Capítulo V: Mediante tablas, gráficos y ecuaciones estadísticas, los resultados a los que se llegaron luego de aplicados los instrumentos, son organizados, analizados e interpretados.
- ❖ Capítulo VI: En este capítulo se presentan algunas reflexiones derivadas de los resultados obtenidos y del diagnóstico previo realizado, además se dan ciertas recomendaciones al personal directivo y a los profesores del área en estudio.

## CAPÍTULO I: EL PROBLEMA

### 1.1 Planteamiento del Problema

La educación es un proceso destinado a generar aprendizajes. Todo aprendizaje implica un cambio en la forma de ser del individuo (la personalidad). A cada instante estamos aprendiendo, tal como la plantea Aragón (2005) al afirmar que "...el aprendizaje va mucho más allá del sistema educativo y de los asuntos puramente académicos." (p.11), pues recibimos constantemente estímulos del medio que modifican nuestra personalidad.

Podría alguien preguntarse ¿cómo es que estamos aprendiendo a cada instante si todo el tiempo no estamos “estudiando”? Bien, Prieto Figueroa (1984) responde a esta interrogante al clasificar la educación en sistemática (o formal) y en refleja (o espontánea), constituyendo la primera “...un conjunto armonioso de nociones científicas, metódicamente transmitidas.” (p.96), obteniéndose esta en las instituciones educativas convencionales. Por otra parte, la segunda “...suministra al individuo una serie de conocimientos que tienen su origen en la experiencia.” (p.95). Esta última es la que origina aprendizajes continuamente a partir de la relación que mantiene el individuo con la naturaleza, con sus semejantes y con todo aquello que el hombre ha creado para satisfacer sus necesidades (la cultura), pues el hombre es por naturaleza un ser social y tiende a vivir en comunidad.

En efecto, “El hecho de vivir dentro de una comunidad, sea cual fuese su grado de cultura, implica para el individuo adquirir una educación, relacionada con las necesidades y posibilidades del grupo humano donde se convive” (Prieto, 1984, p.93). De lo anteriormente expuesto podemos afirmar que todo lo que se aprende está condicionado por factores naturales, sociales y culturales.

Los primeros aprendizajes se obtienen en la primera escuela en la que el niño se encuentra inmerso: el hogar. De modo que los padres fungen como maestros, teniendo una gran influencia sobre el pupilo, pues son ellos los principales modelos, y he ahí la importancia que esa primera educación tiene para el individuo, pues allí se le enseñan los principios y modos de conducta a seguir dentro de la sociedad de la que forma parte. De hecho, “La vida familiar, la vida en la ciudad, la calle, la iglesia, junto con la formación que suministran por la convivencia dentro de sus respectivos ambientes, imponen ciertas normas que condicionan o dirigen nuestra conducta” (Prieto, 1984, p.95).

Pero, tal como lo expresa el mismo Prieto (1984), la educación formal funciona bajo otros intereses,

Ella persigue establecer un control directo sobre la conducta, mediante el acondicionamiento de un ambiente adecuado, que prevee las reacciones solicitadas frente a determinadas exigencias sociales ... Podemos decir entonces que la escuela es al mismo tiempo un estadio para sistematizar el suministro de conocimientos, la formación de hábitos, etc., bajo la vigilancia del maestro, y un ambiente debidamente condicionado, planificado, para que dentro de él la conducta del educando se amolde a ciertos usos y costumbres (p.p. 94-95).

En otras palabras, el propósito de la educación sistemática es formar personas, seres útiles a una determinada sociedad, mediante la transmisión metódica de conocimientos.

El mismo autor nos dice que la educación como todos la conocemos está dividida en 4 etapas: preescolar, primaria, secundaria y universitaria. La primera está “...destinada a guiar las primeras experiencias del niño, a suscitar gradualmente las expresiones de su inteligencia y su sensibilidad y a formar buenos hábitos mentales y de la conducta” (p.102), en la segunda “se asientan los fundamentos de la vida en sociedad... las nociones que suministra sirven de base para adquisiciones posteriores.” (p.104), la tercera está destinada a atender las necesidades educativas,

tanto generales como profesionales del educando, a través de una amplia gama de asignaturas, "...su finalidad esencial es formar al individuo como hombre y como ciudadano, y estimular su vocación y sus capacidades de futuro productor de bienes y servicios." (p.p. 107-108), y la cuarta etapa se organiza para servir a un periodo de la vida que sigue inmediatamente a la salida de la adolescencia, "Coincide esta iniciación con la época de los idealismos juveniles y con la aparición de nuevas necesidades sociales: Las de formar un hogar y tener una profesión u oficio para subvenir a la subsistencia." (p.113).

Todo esto estaría muy bien si en realidad cada etapa cumpliera a cabalidad los objetivos que debe cumplir. Como muestra de que esto no ocurre, podemos mencionar el hecho notorio de que gran parte de los bachilleres de la educación media, en su mayoría adolescentes, no están egresando con la suficiente preparación para enfrentarse a la educación superior.

Como ya lo hemos dicho, el educar implica cambios, y si a quien se educa es un adolescente con más razón aún, pues ésta etapa está caracterizada por bruscas transformaciones en las características físicas y mentales del individuo (el niño se transforma en adulto), factores que deben ser aprovechados por el docente para dirigir todo ese potencial hacia cambios generadores de conciencias críticas, analíticas del mundo que les rodea y hacia el apetito de nuevos aprendizajes. Pero, ¿cómo puede un docente realizar tal labor si no reconoce los agentes externos e internos a los que estos adolescentes están siendo sometidos? aunque bien se sabe que "Nadie sabe qué sucede en la mente de los estudiantes, sus representaciones son posicionamientos que escapan al control del docente..." (Zambrano, 2002, p.71), pero acaso ¿el docente no fue adolescente alguna vez? Bien lo dice Prieto Figueroa (1984) cuando afirma que

La educación secundaria realiza o debe realizar el proceso general de la educación en un momento de gran significación en la vida del estudiante: el periodo de la adolescencia. Es una educación para adolescentes y debe adaptar su trabajo formativo a las características de los alumnos. (p.108).

La gran pregunta es entonces, ¿Cuál es la clave para educar a adolescentes? Bien, ante todo, recordemos que "...la educación es un asunto de sujetos y no de máquinas..." (Zambrano, 2002, p.71) y por consiguiente, a la hora de educar es importante tomar en cuenta los factores emocionales del educando. La respuesta a la pregunta formulada al comienzo de este párrafo, es la motivación, es decir, el deseo por aprender del estudiante ya que, "en la enseñanza la motivación es el motor esencial" (Guzmán, 1984, p.20). Es seguro entonces, que un adolescente motivado por lo que se le enseña, aprenderá. Si por el contrario, el estudiante carece de este factor, su supuesta atención al docente será solo un intento fallido en lo que a su aprendizaje se refiere, bien claro lo dice Zambrano (2002): "...nada se hace sin deseo; imponer lo que sea al sujeto, si no manifiesta el deseo, es exponerse a ser rechazado." (p.97).

La motivación es, según el Nuevo Diccionario Enciclopédico Norma (2006) un "Impulso consciente o inconsciente que conduce a realizar una actividad determinada." (p.321). La motivación es interna, es decir nadie puede motivar a otro, lo que sí puede hacer es estimularle para que se motive, pues los estímulos a diferencia de la motivación, vienen del exterior y condicionan a la anterior (algunos autores como Schunk (1997) nos hablan de "motivación externa" y "motivación interna", pero en este trabajo no las llamaremos de ese modo, sino que al referirnos a motivación, estaremos hablando de impulsos netamente internos, y a todos los factores externos que inciden en el comportamiento del individuo, los llamaremos "estímulos").

Una de las asignaturas en las que la motivación ha menguado sobremanera y hasta desaparecido, es la matemática. Consecuencia de esto es encontrarnos día tras día con estudiantes completamente indiferentes por el aprendizaje de tan elemental ciencia, ¿Dónde está la raíz de este problema?, un docente no puede estimular a sus alumnos a la motivación si siempre cae en la monotonía de clases expositivas, y no aplica herramientas didácticas, recursos y estrategias alternativas que permitan que el estudiante se interese por lo que se le ofrece. Siempre lo nuevo despierta el interés y

más aún en adolescentes. Se necesita de un docente responsable y dispuesto a comprometerse con los objetivos que la enseñanza de esta materia amerita y que como profesional de la educación debe cumplir para lograr tal fin. Jiménez (2004) afirma que “...para lograr la calidad de la educación, debe existir el compromiso de los docentes como eje fundamental del proceso educativo.” (p.3).

Es claro que hay dificultades en el área de matemáticas impartida en la educación media, causadas no únicamente por la poca creatividad del docente de turno, sino también por preconcepciones, predisposiciones y bloqueos psicológicos en contra de las matemáticas, que progresivamente han ido adquiriendo los estudiantes a lo largo de su proceso educativo. Guzmán (1984) explica que “...estos bloqueos son causados muy frecuentemente en la niñez, donde a absurdas preguntas iniciales totalmente inmotivadas seguían respuestas aparentemente inconexas que hacían de la matemática una madeja inextricable cada vez más absurda y complicada”. (p. 11).

Klinger y Vadillo (1999) nos dicen que la forma de enseñar matemática ha generado el resultado opuesto al deseado, es decir, en vez de despertar interés, ha provocado una “aversión duradera” hacia los números. También es muy acertado Delval (1991) cuando asegura que la matemática ha sido considerada como una disciplina de gran valor formativo y necesaria para cualquier tipo de estudio que se realice, e irónicamente siempre se ha asociado en dificultad y en rechazo por parte de los escolares.

La matemática es una ciencia, de hecho, una ciencia fundamental, es por ello que se hace necesario cambiar la manera de enseñar esta asignatura de modo que esta pueda ser transmitida y aceptada por los estudiantes. El país así lo requiere, pues bien es sabido que existe una estrecha relación entre el desarrollo de un pueblo y el desarrollo de las matemáticas que cultiva. “Muchos autores han definido la matemática como una ciencia formal, otros señalan más que eso, la matemática es una forma de actividad humana” (Azuaje, 2006, p.9). Por esta misma razón, Palomino

(2010) nos dice que, “Se hace urgente la necesidad de promover el reajuste de la visión de la ciencia en los docentes y además del manejo de recursos didácticos coherentes con la concepción actual de la ciencia...” (p.48).

Por lo anteriormente expuesto, consideramos que, el docente al enseñar matemáticas debe utilizar los juegos como herramientas didácticas. Esta afirmación puede justificarse del siguiente planteamiento de Guzmán (1984):

Por la semejanza de estructura entre el juego y la matemática, es claro que existen muchos tipos de actividad y muchas actitudes fundamentales comunes que pueden ejercitarse escogiendo juegos adecuados tan bien o mejor que escogiendo contenidos matemáticos de apariencia más seria, en muchos casos con claras ventajas de tipo psicológico y motivacional para el juego sobre los contenidos propiamente matemáticos (p. 10).

Además Zambrano (2002) asevera que “...la aspiración a la libertad [se refiere a la educación] debe estar apoyada, además de lo racional, en lo lúdico...” y añade que, “...el acceso al conocimiento debe ser la causa de una actividad intelectual que se apoya en un juego permanente.” (p.93).

Pero por otra parte también es muy acertado Guzmán (1984) en su crítica y seguida recomendación, cuando nos dice que:

Nuestros enseñantes se han tomado demasiado en serio su ciencia y su enseñanza y han considerado ligero y casquivano cualquier intento de mezclar placer con deber. Sería deseable que nuestros profesores, con una visión más abierta y más responsable, aprendieran a aprovechar los estímulos y motivaciones que este espíritu de juego puede ser capaz de infundir en sus estudiantes. (p. 7).

Gonzales (citado por Jiménez, 2004), expresa que “...los docentes años tras años repiten los mismos comportamientos (educación tradicional expositiva) en el ambiente académico sin tomar en cuenta que han convertido a su quehacer diario en algo monótono y sin proyección alguna.” (p.5). Guzmán (1984) Opina que:

El objetivo primordial de la enseñanza básica y media no consiste en embutir en la mente del niño un amasijo de información que, pensamos, le va a ser muy necesaria como ciudadano en nuestra sociedad. El objetivo fundamental consiste en ayudarlo a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas de modo armonioso. Y para ello nuestro instrumento principal debe consistir en el estímulo de su propia acción, colocándole en situaciones que fomenten el ejercicio de aquellas actividades que mejor pueden conducir, a la adquisición de las actitudes básicas más características que se pretenden transmitir con el cultivo de cada materia. (p. 10).

Artigas (1999) explica que el uso de este método creativo de enseñanza por parte de los docentes, brinda al educando oportunidades que le permiten una correcta interpretación, para una posterior comprensión y transformación de lo aprendido, adaptándolo a sus necesidades en pro del desarrollo integral.

El mismo Guzmán (1984) nos dice que:

Ese mismo elemento de pasatiempo y diversión que el juego tiene esencialmente, debería ser un motivo más para utilizarlo generosamente. ¿Por qué no paliar la mortal seriedad de nuestras clases con una sonrisa? Si cada día ofreciésemos a nuestros alumnos, junto con el rollo cotidiano, un elemento de diversión, incluso aunque no tuviese nada que ver con el contenido de nuestra enseñanza, el conjunto de nuestra clase y de nuestras mismas relaciones personales con nuestros alumnos variarían favorablemente (p. 10),

y añade que “...el juego bien escogido y bien explotado puede ser un elemento auxiliar de gran eficacia para lograr algunos de los objetivos de nuestra enseñanza más eficazmente”. (p. 10).

En un diagnóstico reciente realizado a estudiantes del segundo año de Educación Media General, a los que se les impartía el tema de conjuntos únicamente mediante clases expositivas de *pizarra y marcador*, se observó una actitud de confusión y abstracción del tema, sobre todo en lo relacionado con las operaciones entre conjuntos y la manera de expresar matemáticamente el conjunto solución de las

diferentes operaciones entre estos. Este hecho originó que la mayoría de los estudiantes reprobaran la prueba escrita con la que el tema de conjuntos fue evaluado. Muy acertado Palacios (2005) al afirmar que el bajo rendimiento escolar en matemática es debido a que las estrategias didácticas tradicionales de manera expositiva no incentivan al estudiante.

Como ya vimos, este tema no escapa a la situación problemática antes planteada respecto a la enseñanza de las matemáticas. Por tal motivo, para la enseñanza de las operaciones con conjuntos se requiere también una herramienta didáctica especialmente diseñada para tal fin, pues dentro de lo que es idóneo pedagógicamente hablando, está el hecho de aplicar nuevas herramientas a la par de la enseñanza de nuevos temas.

Por lo anteriormente expuesto, proponemos **El juego de los Cuatro Envases** (su explicación detallada se encuentra en el capítulo 4) como una herramienta para facilitar la enseñanza-aprendizaje de los conjuntos y sus operaciones, con lo cual esperamos se produzca una mejora en la comprensión de este tema por parte de los estudiantes de 2do. Año, por tal motivo queremos poner a prueba su eficacia en alumnos de dicho nivel.

Ante esta situación se plantean las siguientes interrogantes:

¿De qué manera la aplicación del Juego de los Cuatro Envases interviene en el aprendizaje de los conjuntos y sus operaciones?

¿Cuáles son los factores, que al representar las operaciones con Conjuntos, en el aula de clase mediante El Juego de los Cuatro Envases, inciden en el aprendizaje de dicho tema en estudiantes de 2do. Año?

En tal sentido para dar respuesta a las interrogantes anteriores que surgieron del planteamiento del problema, se enunciarán los objetivos con la finalidad de desarrollar la investigación.

## 1.2 Objetivos de la Investigación

### 1.2.1 *Objetivo General:*

Determinar la utilidad y eficacia del Juego de los Cuatro Envases en la enseñanza-aprendizaje de los conjuntos y sus operaciones en los estudiantes de 2do. Año de Educación Media General de los Liceos Bolivarianos Rafael María Urrecheaga y Elisa Pulgar de Ramírez del Estado Trujillo.

### 1.2.2 *Objetivos Específicos:*

- ❖ Identificar las dificultades que presentan los estudiantes de 2do. año, en el tema de conjuntos y sus operaciones.
- ❖ Aplicar El Juego de los Cuatro Envases como una herramienta didáctica para facilitar el aprendizaje de los conjuntos y sus operaciones en estudiantes de 2do. Año.
- ❖ Determinar la relación que existe entre la aplicación del Juego de los Cuatro Envases y el mejoramiento de la comprensión de los estudiantes respecto a las operaciones con conjuntos.
- ❖ Describir los factores socio-emocionales que experimentan los estudiantes durante la aplicación del juego.

### 1.3 Justificación de la Investigación

La enseñanza de la matemática, generalmente se imparte sin referencia alguna a lo que los estudiantes ya conocen, el docente enseña los temas ignorando de alguna manera las ideas previas que ellos poseen. Por lo tanto, el aprendizaje generado no favorece la producción máxima de conocimientos. Es por ello, que los docentes deberían hacer un profundo análisis sobre la manera como debe impartirse la asignatura de matemáticas a un grupo de adolescentes dentro de un salón de clase. Al respecto, Sole y Coll (1995) señalan que el mismo docente concibe la enseñanza de la matemática como una actividad rutinaria, estática y “estereotipada”.

En la mayoría de los casos las dificultades que presentan los estudiantes en la cátedra de matemática y que se ve evidenciado en el bajo rendimiento de estos, son consecuencia de la abstracción con la que ellos perciben la asignatura. Esta percepción de complejidad por parte de los estudiantes hacia la matemática se debe a que ésta comúnmente se representa mediante un sistema completo, estructurado y bien organizado de símbolos, en otras palabras, en un lenguaje (el lenguaje matemático).

En este sentido, Rivero (1999) señala que:

Las dificultades en los manejos de los símbolos provienen, en su mayor parte, de un tipo de instrumento tradicional, en donde los objetos matemáticos son tratados solamente de manera formal, mediante símbolos escritos, sin contexto alguno que los pueda dotar de un significado propio, al igual que las operaciones que rigen estos símbolos (p.2).

Con esto no se quiere decir que el docente debe reestructurar todos los axiomas, teoremas y simbología matemática para que los estudiantes le comprendan, pues todo este conjunto de entes matemáticos ya están establecidos, funcionan muy bien así y son válidos, aceptados e interpretados de la misma forma por cualquier persona del mundo, lo cual le da el atributo de objetividad que la hace tan

imprescindible en el proceso de búsqueda del conocimiento. Lo que se quiere, es que el docente transmita estos conocimientos pero de una forma en que resulte más familiar para los estudiantes, por ejemplo, con juegos.

La matemática y los juegos han intercalado sus caminos muy frecuentemente a lo largo de los siglos, muy acertado Quintero (2007) al afirmar que, “El juego y la matemática parecieran estar cada día más identificados” (p. 427). ¿Por qué entonces no considerar los juegos en el desarrollo del proceso de enseñanza de la matemática? Responder a esta interrogante es importante, sobre todo cuando indagamos por los métodos más adecuados para transmitir a nuestros alumnos el interés y el entusiasmo por esta ciencia.

Una herramienta didáctica como el **Juego de los Cuatro Envases** proporciona un nivel de comprensión de conceptos mucho más viable y efectivo que los conocimientos que pueden ser impartidos por un docente mediante simples clases expositivas, ya que mediante la aplicación de estrategias alternativas de enseñanza como estas, se conciben clases amenas, generadoras de motivación en los estudiantes, logrando incrementar en ellos la capacidad de procesar, interpretar y sistematizar la información.

Aunque son muchos los que perciben la necesidad de dar respuestas que conlleven a mejorar el nivel de la educación de los estudiantes, el problema sigue presente, razones por las cuales se considera importante esta investigación, ya que se centra en la presentación y evaluación de una técnica didáctica, que servirá para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje del tema de conjuntos y sus operaciones.

Es importante resaltar que este estudio también ayudará a mejorar el aspecto pedagógico que poseen los docentes en la enseñanza del tema. Pero el principal beneficiado será el estudiante, pues con esta herramienta buscamos se genere una auténtico proceso de comprensión en ellos, desarrollando la capacidad de

imaginación, memoria y crítica, así como también sus habilidades y destrezas matemáticas.

En líneas generales, la finalidad de esta investigación es determinar la aplicabilidad, utilidad y eficacia del juego de los 4 envases propuesto por los investigadores para mejorar la enseñanza-aprendizaje de los conjuntos, específicamente hacia las operaciones con estos (unión, intersección, diferencia y complemento), propiciando una nueva visión sobre el tema, que fomentará la integración teórica-práctica en el aula de clases y fuera de ella.

#### 1.4 Delimitación

Esta investigación se realizó entre los meses de mayo y junio del año 2013, en los Liceos Bolivarianos “Rafael María Urrecheaga” y “Elisa Pulgar de Ramírez”, ubicados en la parroquia Pampán del municipio Pampán, y Agua Santa del municipio Miranda, respectivamente, ambos en el Estado Trujillo. Tiene como población a los estudiantes de 2do. Año de Educación Media General de dichas instituciones, y como objeto de estudio, la eficacia del **Juego de los Cuatro Envases** para la enseñanza de las operaciones con conjuntos.

#### 1.5 Limitaciones

Hubiera sido estupendo determinar la validez de nuestro juego tomando como población a todos los estudiantes de 2do. Año de nuestro estado, cosa que desde luego no fue posible por el hecho de no disponer de los recursos tiempo y dinero necesarios para tal fin. Aun así, de ser eficaz el juego en la enseñanza-aprendizaje de los conjuntos y sus operaciones, esta herramienta didáctica puede ser usada en cualquier institución educativa, en el nivel de educación media e incluso en el nivel de educación primaria debido a la sencillez que le caracteriza.

## CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

### 2.1 Antecedentes de la Investigación

A continuación se exponen los antecedentes relacionados con la presente investigación.

Rondón (2007), en el estudio titulado “Efectos de un modelo didáctico como estrategia en la enseñanza del contenido conceptual de la célula”, determina el efecto del juego “A ver qué sabes de la célula” en el proceso enseñanza-aprendizaje en los alumnos cursantes del tercer año de la Unidad Básica “Barrio Nuevo” del Municipio Valera, Estado Trujillo. Esta investigación es de tipo experimental con un diseño pre-experimental, utilizando como muestra a un grupo de 36 estudiantes. Los conocimientos de los estudiantes antes del tratamiento experimental, se registraron mediante un cuestionario, además las respuestas obtenidas se ubicaron en dos categorías: correcta e incorrecta. Seguidamente se aplicó el juego didáctico, y luego se verificó la eficacia del mismo mediante una post-prueba, obteniéndose como resultado una mejoría considerable en el aprendizaje de los estudiantes, quedando demostrado que esta actividad lúdica funciona como una herramienta eficaz en el proceso enseñanza-aprendizaje del contenido de la célula.

Briceño y Ramírez (2008), en el estudio titulado “El juego como estrategia para lograr el aprendizaje significativo de la educación vial en el segundo año de educación básica, caso: Colegio Privado “Monseñor Mejía” del Municipio Valera Estado Trujillo”, proponen y evalúan un juego como estrategia para lograr el aprendizaje significativo de la educación vial. Dicho estudio se realizó bajo la modalidad de proyecto factible, con un tipo de investigación documental y un diseño de campo. La población estuvo conformada por 192 alumnos pertenecientes al segundo año, y la muestra, por 39 estudiantes pertenecientes a la Sección “C” de

dicho colegio. Además se utilizó como técnica de recolección de información la encuesta y como instrumento el cuestionario.

Los resultados permitieron concluir que el contenido programático de Educación vial, presente en el Currículo Básico Nacional del octavo grado, es visto de manera muy somera (en el mejor de los casos), pero no se profundiza para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes. Seguidamente al aplicar el instrumento se pudo detectar que una parte importante de la población estudiada no poseía los conocimientos esenciales sobre la reglamentación y normativa vial, lo cual es preocupante, teniendo en cuenta el peligro que esto representa para los alumnos a la hora de transitar por la vía pública. Por ello se propuso el uso del juego como estrategia de enseñanza-aprendizaje para favorecer la formación del buen ciudadano, capaz de contribuir al desarrollo del país con una verdadera consciencia en educación y seguridad vial.

Hernández y Segovia (2008), desarrollaron una investigación, la cual titularon “Estrategias de enseñanza para promover el razonamiento Lógico-Matemático en alumnos de la primera etapa de educación básica”, el propósito de esta investigación tal como su nombre lo indica, estuvo dirigido a diseñar estrategias de enseñanza para promover el razonamiento lógico-matemático en los estudiantes de la primera etapa de Educación Básica de la Escuela Bolivariana “Rosario Almarza” del Municipio Trujillo, Estado Trujillo. Ésta es una investigación de tipo descriptiva, con un diseño de campo. Para ello la muestra estuvo conformada por 10 docentes de dicha institución. El instrumento que se utilizó para la recolección de los datos fue un cuestionario contentivo de 12 ítems, tipo escala de Lickert de acuerdo a varios criterios. La confiabilidad se calculó utilizando el método de las mitades partidas (Método de Split–Halves). Las puntuaciones obtenidas fueron procesadas empleando la estadística descriptiva. Es importante mencionar que este estudio generó resultados altamente positivos para los docentes, y a su vez permitió el diseño y aplicación en el contexto del autor, de estrategias para promover el razonamiento lógico-matemático, lo que permitió el logro de aprendizajes significativos y la socialización.

Montilla (2010), desarrolló un trabajo de investigación titulado, “Estrategias didácticas lúdicas para la construcción de conocimientos matemáticos”, dirigido a estudiantes de primer año de Educación Media del Liceo Bolivariano “Ramón Ignacio Méndez” del municipio Trujillo, Estado Trujillo. Ésta metodología adoptó el enfoque de un proyecto factible con una investigación de campo de carácter descriptivo; el estudio posee dos poblaciones, una integrada por tres (03) docentes que son considerados como población finita y doscientos veinticinco (225) estudiantes a los cuales se les aplicó un instrumento de recolección de datos en la figura de cuestionario, contentivo de diecinueve (19) ítems. Los resultados condujeron a establecer las necesidades existentes dentro de la institución, de herramientas que sirvan para mejorar el proceso de enseñanza de la matemática. Para ello, se diseñaron y ejecutaron estrategias, las cuales fueron planteadas en base juegos didácticos de agilidad mental como Memoria, Dominó, Bingo entre otros. Todo ello con el fin de propiciar un aprendizaje significativo de la matemática.

Gonzales y Ávila (2011), en su investigación titulada, “El juego de mesa “Mundo Recto” como estrategia didáctica para la enseñanza del movimiento rectilíneo uniforme en las escuelas rurales del municipio Escúque”, caso: U.E. “Santa Rosa” y U. E “La Mata”, elaboraron una estrategia didáctica basada en dicho juego, con la finalidad de propiciar el aprendizaje significativo del contenido “Movimiento Rectilíneo Uniforme” en los estudiantes del tercer año de educación básica, en la asignatura de Física. Para ello realizaron una investigación cuasi-experimental, con un diseño de campo, utilizando para la recolección de información, la observación, la escala de estimación y el cuestionario y como muestra de estudio, setenta (70) estudiantes. Los conocimientos previos de los estudiantes, se registraron mediante una pre-prueba, dichos resultados se ubicaron por categorías de aprobados y reprobados. Posteriormente se aplicó la estrategia, y fueron evaluados a través de una post-prueba. Luego se analizaron los resultados emitidos en las pruebas, y se observaron diferencias significativas, indicando que el juego fue efectivo, es decir, propició el aprendizaje significativo de dicho contenido. En esta investigación se

recomienda a los docentes planificar estrategias lúdicas similares a esta para el desarrollo de los contenidos del área de física y la aplicación de este juego como estrategia para el desarrollo del contenido Movimiento Rectilíneo Uniforme.

Piña (2011), en su trabajo titulado “Graficador sinusoidal: una herramienta didáctica aplicada a la representación gráfica de las funciones trigonométricas” propone una herramienta bastante interesante para el mejoramiento del proceso enseñanza-aprendizaje en la representación gráfica de las funciones trigonométricas, específicamente las funciones seno y coseno. Dicha investigación consiste en un instrumento mecánico que representa dichas gráficas. La elaboración y aplicación de la herramienta didáctica “Graficador Sinusoidal” está complementada con la V de Gowin, como prueba piloto y tuvo como población de estudio a estudiantes y profesores de Matemáticas I y II, en el Núcleo Universitario “Rafael Rangel”. La finalidad de esta investigación radica en la evaluación de este instrumento como ayuda a la hora de estudiar las funciones trigonométricas. Ésta investigación se enmarca dentro de la modalidad del tipo proyectiva correlacional con un diseño de campo no experimental, debido a que se elaboró un modelo práctico para observar su incidencia sobre el aprendizaje, sin manipular las variables en su contexto. Además se comprobó la factibilidad de la investigación, como también la eficiencia de la herramienta didáctica en la construcción de saberes respecto a la representación gráfica de las funciones trigonométricas. Es importante resaltar que esta herramienta es novedosa, interesante y única, diseñada por el autor de dicha investigación.

Vetencourt (2011), en su trabajo de grado titulado “El juego de Gergonne como estrategia didáctica en el proceso enseñanza-aprendizaje de teoría combinatoria elemental”, propone el juego de Gergonne como estrategia didáctica en el proceso enseñanza-aprendizaje de teoría combinatoria elemental. El tipo de investigación propuesta de acuerdo al objetivo general, es un estudio proyectivo y un diseño de campo debido a que la recolección o recopilación de información se realizó directamente en la Escuela Estatal Concentrada “Doña Estefanía Morón de Rumbos” ubicada en el sector Las Tres Flores, Municipio Trujillo, parroquia Cristóbal

Mendoza del Estado Trujillo. Los elementos de la investigación fueron los docentes encargados del área de matemática y los alumnos que conformaban el quinto año de educación secundaria. En este estudio no se seleccionó muestra, debido a que la población era finita, cuantificable y relativamente pequeña, accesible al investigador, por tanto, la misma fue tomada como censo poblacional. En cuanto a las técnicas e instrumentos de recolección de la información, para determinar los resultados de cada uno de los objetivos que se plantearon, se utilizó la técnica de la observación, se elaboró una guía de observación aplicada a los docentes del área de matemática para alcanzar el primer objetivo; igualmente se utilizó la técnica de la encuesta y se realizó un cuestionario aplicado los alumnos, que permitió el logro del segundo objetivo. Los resultados fueron analizados e interpretados sistemáticamente mediante los procedimientos estadísticos de la relación porcentual. El análisis de resultados hace énfasis en las estrategias de enseñanza empleadas por los profesores, midiéndolo de forma Pre-instruccional, Co-instruccional, Post-instruccional, Cognitivo, Metacognitivo y Manejo de recursos, dejándose ver, que casi nunca o nunca hacen uso de juegos o actividades lúdicas y en la utilidad del juego de Gergonne evaluando motivación, entendimiento, interés, concentración, memorización, práctica y habilidad por lo que, mediante este juego les fue más fácil, motivador y creativo el descubrir los conceptos de variación, permutación y combinación. Esto permitió concluir que los estudiantes adquirieron destrezas en la teoría combinatoria debido a la utilización del juego Gergonne como estrategia didáctica, el cual originó conexiones significativas entre lo teórico-conceptual y lo metodológico-experimental relacionado con la teoría combinatoria

## 2.2 Bases Teóricas

2.2.1 *El Aprendizaje:* Según Schunk (1997), el aprendizaje es un proceso que implica un cambio perdurable de la conducta o en la capacidad de conducirse de manera dada como resultado de la práctica o de otras formas de experiencia. Usamos el término “aprendizaje” cuando alguien se vuelve capaz de hacer algo distinto de lo que hacía antes. Aprender requiere el desarrollo de nuevas acciones o la modificación de las presentes. El aprendizaje es inferencial, es decir, no lo observamos directamente, sino a sus productos. Evaluamos el aprendizaje basados sobre todo en las expresiones verbales, los escritos y las conductas de la gente. Este cambio debe perdurar pues se excluyen de la definición de aprendizaje, los cambios conductuales temporales (por ejemplo, el habla pastosa debido a factores como droga, alcohol o fatiga).

2.2.2 *Aprendizaje Significativo:* Según Ausubel (1968), el aprendizaje significativo consiste en la adquisición de ideas, conceptos y principios al relacionar la nueva información con los conocimientos en la memoria. El aprendizaje es significativo cuando el nuevo material guarda una relación sistemática con los conceptos pertinentes de la Memoria a Largo Plazo (MLP); es decir, el nuevo material expande, modifica o elabora la información de la memoria. En contraste con el razonamiento inductivo de los descubrimientos, el modelo de Ausubel propugna una estrategia deductiva para enseñar contenidos relacionados con las ideas generales expuestas al comenzar y seguidos de puntos específicos. El modelo de Ausubel requiere mucho contacto entre maestros y alumnos. Los maestros presentan verbalmente el nuevo material, pero continuamente solicitan respuestas de los estudiantes. Las lecciones han de estar bien organizadas; los conceptos, deben ir ejemplificados de varias formas y erigidos unos sobre otros de modo que los discípulos posean los conocimientos previos para beneficiarse de la enseñanza.

**2.2.3 Aprendizaje Social:** Bandura (1986) afirma que una persona (el observador) aprende mediante cambios conductuales, cognoscitivos y afectivos que derivan de observar a otra u otras personas (el modelo o los modelos). Este proceso se conoce como “modelamiento”. Se distinguen varias funciones del modelamiento: la facilitación de la respuesta, la inhibición y desinhibición, y el aprendizaje por observación.

**2.2.3.1 Facilitación de la Respuesta:** La gente aprende muchas habilidades y conductas que no ejercen porque los incentivos son insuficientes para motivarla. La facilitación de la respuesta se refiere a las acciones modeladas que sirven como acicates sociales para que los observadores se comporten en consecuencia. Por ejemplo un maestro que monta una exposición atractiva de un juego en un rincón del aula, cuando los primeros estudiantes llegan por la mañana, lo advierten y de inmediato van a verlo. Conforme entran los demás alumnos, ven a un grupo en el rincón y también se dirigen allá para saber qué es lo que los otros miran. La reunión de varios estudiantes sirve como aliciente para que los otros se les unan, aunque al principio los últimos no conozcan la razón de agruparse en el rincón.

**2.2.3.2 Inhibición y Desinhibición:** Observar a un modelo fortalece o debilita las inhibiciones para ejecutar las conductas ya aprendidas. La inhibición es la situación en la que ver a los modelos castigados por exhibir ciertos comportamientos detiene o evita que los observadores se comporten igual. La desinhibición ocurre cuando el acto de ver a los modelos realizar actividades amenazadoras o prohibidas sin sufrir consecuencias negativas lleva al observador a ejecutar él mismo esa conducta.

En el caso del Juego de los Cuatro Envases se quiere lograr un proceso de “inhibición positiva” es decir que los observadores al percatarse que el modelo (el alumno que en ese momento esté jugando) acierta y obtiene su recompensa (los 4 puntos extra en el examen del tema) se sientan estimulados a participar y ganar en el juego, lo cual incrementará la tasa de motivación en los estudiantes, lo que traerá

como consecuencia mayor participación, mayor comprensión de los conjuntos y por ende, un aprendizaje significativo.

**2.2.3.3 Aprendizaje por Observación:** Según Bandura (1969), El aprendizaje por observación de modelos sucede cuando se despliegan nuevas pautas de comportamiento que, antes de la exposición a las conductas modeladas, no tenían posibilidad de ocurrencia aún en condiciones de mucha motivación. Un mecanismo clave de este aprendizaje es la información que los modelos (en este caso el docente) transmiten a los observadores acerca de las formas de originar nuevas conductas. El aprendizaje por observación consta de cuatro procesos: atención, retención, producción y motivación.

**2.2.3.3.1 Atención:** El primer proceso es la atención que presta el observador a los acontecimientos relevantes del medio, y que se necesita para que estos sean percibidos en forma significativa. Mediante la atención el sujeto orienta sus sentidos (especialmente la vista y el oído) hacia una situación de su interés. Cabe destacar que el valor funcional percibido de las actividades modeladas influye en este proceso, en otras palabras, los observadores dirigen su atención hacia aquellas situaciones que ellos juzgan importantes y aptas para llegar a consecuencias reforzantes.

**2.2.3.3.2 Retención:** La retención requiere codificar y transformar la información modelada para almacenarla en la memoria así como organizarla y repasarla cognoscitivamente. El aprendizaje por observación descansa en dos medios de almacenamiento cognoscitivo de la información: imaginario y verbal. Una exhibición de modelamiento lleva a los observadores a almacenar la información adquirida como imagen, en forma verbal o en ambas. La codificación en imágenes es especialmente importante para las actividades que no describen con facilidad las palabras. Por otra parte, buena parte del aprendizaje de las habilidades cognoscitivas depende de la codificación verbal, como el enunciar reglas o procedimientos.

**2.2.3.3.3 Producción:** Consiste en traducir las concepciones visuales y simbólicas de los sucesos modelados en conductas abiertas. Es posible aprender

muchos actos simples con sólo observarlos, y la producción de los observadores revelan que han aprendido bien los comportamientos; pero son raras las conductas complejas que se aprenden por mera observación: éstas se adquieren por una combinación de modelamiento, práctica conducida y retroalimentación correctiva. Los estudiantes suelen hacerse de apenas un acercamiento somero a una realidad compleja con la observación de demostraciones y la perfeccionan con la práctica, en especial si los maestros brindan información correctiva y enseñan de nuevo los aspectos dificultosos.

2.2.3.3.4 **Motivación:** Este proceso es uno de los más influyentes en el aprendizaje por observación puesto que la gente es más proclive a atender, retener y producir las acciones modeladas que creen que son importantes. Quienes piensan que los modelos poseen una destreza que es útil saber, se inclinan a observarlos y se esfuerzan por retener lo que aprenden. Los individuos no exhiben todos los conocimientos, procederes y habilidades que adquieren por observación; ejecutan las acciones que creen que tendrán resultados reforzantes, y evitan las que suponen que traerán consecuencias negativas. Se forman expectativas de los resultados de sus actos basados en las consecuencias que experimentaron ellos o los modelos. Además, se conducen según sus creencias y valores; realizan las actividades que aprecian y no las que encuentran insatisfactorias.

2.2.4 **Motivación y Aprendizaje:** Según Schunk (1997), la motivación es el proceso de fomentar y sostener conductas orientadas a metas. Al igual que el aprendizaje, la motivación no se observa directamente, sino que se infiere de los indicios conductuales de la gente: expresiones verbales, elección de tareas, esfuerzo invertido y dedicación. Aún si algunas formas menores de aprendizaje ocurren en su ausencia, la motivación cumple una función importante en el aprendizaje. Los estudiantes que están motivados para aprender prestan atención a la enseñanza y se dedican a repasar la información, relacionarla con sus conocimientos y hacer preguntas. Antes que renunciar cuando se topan con material difícil, invierten

mayores esfuerzos en aprenderlo. La motivación los lleva a entregarse a las actividades que facilitan el aprendizaje.

La meta de un buen docente es buscar que en sus alumnos se origine “el aprendizaje motivado”, es decir, la motivación por parte de los estudiantes para adquirir habilidades y estrategias, antes que para ejecutar las tareas de forma mecánica.

**2.2.5 El Juego:** Según Pérez, Jimeno y Cerdá (2004), la palabra juego hace referencia a diversión y también a actividad en que los participantes, sometidos a reglas que hay que cumplir, intentan ganar, pero pueden perder. En los juegos, cada jugador intenta conseguir el mejor resultado posible (maximizar su utilidad), pero teniendo en cuenta que el resultado del juego no depende sólo de sus acciones, sino también de las acciones de los otros jugadores. La principal característica del juego es la toma de decisiones que más convengan para ganar, teniendo que cumplir las reglas del juego, y sabiendo que los demás jugadores también influyen en los resultados con sus decisiones.

**2.2.5.1 Tipos de Juegos:** Cabe distinguir dos tipos básicos de juegos, o dicho de otro modo, dos enfoques básicos en el análisis de un juego: cooperativos y no cooperativos. En el enfoque cooperativo se analizan las posibilidades de que algunos o todos los jugadores lleguen a un acuerdo sobre que decisiones va a tomar cada uno, mientras que en el enfoque no cooperativo se analiza qué decisiones tomaría cada jugador en ausencia de acuerdo previo.

En el caso del **Juego de los Cuatro Envases**, es necesario destacar que este es un juego mixto, pues en principio el estudiante debe completar la tarea “por sí solo”, pero de no conseguirlo, puede solicitar la “cooperación” de uno de sus compañeros.

Entre los juegos no cooperativos cabe hacer dos distinciones básicas: juegos estáticos o dinámicos, y juegos con o sin información completa.

2.2.5.1.1 **Juegos Estáticos y Dinámicos:** En los juegos estáticos los jugadores toman sus decisiones simultáneamente (o dicho de manera más precisa, cada jugador decide sin saber qué han decidido los otros), mientras que en los dinámicos puede darse el caso de que un jugador conozca ya las decisiones de otro antes de decidir (como el ajedrez por ejemplo).

2.2.5.1.2 **Juegos con o sin Información Completa:** En los juegos con información completa, todos los jugadores conocen las consecuencias, para sí mismos y para los demás, del conjunto de decisiones tomadas, mientras que en los juegos con información incompleta, algún jugador desconoce algunas de esas consecuencias.

2.2.6 **El Juego y el Aprendizaje:** Para Martínez (citado por Iztúriz y otros, 2007) el juego ha sido parte importante en la condición humana y un hecho inherente a la actividad educativa. En este sentido, dentro de las estrategias que un docente puede utilizar en el proceso de facilitación de la enseñanza, los juegos instruccionales son una valiosa herramienta para lograr el desarrollo integral del individuo mediante la creación de situaciones específicas que favorezcan la motivación hacia las diferentes áreas del saber. Estos cumplen con una labor formativa para la adquisición de conocimientos, el tránsito de lo concreto a lo abstracto, el desarrollo de la creatividad, el crecimiento de los vínculos y la incorporación de actitudes, valores y procedimientos.

Decroly y Monchamp (citados por Iztúriz y otros, 2007), consideran al juego educativo como una etapa que se inscribe en el conjunto de procedimientos de pedagogía activa, es decir, como una actividad dirigida que facilita la apropiación de los descubrimientos.

Para Vopel (citado por Iztúriz y otros, 2007), las prácticas tradicionales de enseñanza se dedican casi exclusivamente al desarrollo de la dimensión cognitiva del estudiante, mientras que los juegos de índole pedagógico permiten la incorporación de pensamientos, sentimientos, conocimientos y curiosidades al proceso educativo.

Finalmente, Iztúriz y otros (2007) consideran importante destacar que estos juegos permiten desarrollar habilidades, capacitar, reforzar conocimientos e inclusive, evaluar la cantidad y calidad de los aprendizajes. Además motivan e involucran de manera directa al estudiante haciéndolo protagonista de sus propios aprendizajes, facilitando así el abordaje de temáticas complejas.

**2.2.7 El juego y la Matemática:** Para Guzmán (1984), el “juego bueno”, el que no depende de la fuerza o “maña física”, el juego que tiene bien definidas sus reglas y que posee cierta riqueza de movimientos, suele prestarse muy frecuentemente a un tipo de análisis intelectual cuyas características son muy semejantes a las que presenta el desarrollo matemático. Por una parte son muchos los juegos con un contenido matemático profundo y sugerente y por otra parte una gran porción de la matemática de todos los tiempos tiene un sabor lúdico que la asimila extraordinariamente al juego.

La matemática es, en gran parte juego, y el juego puede en muchas ocasiones, analizarse mediante instrumentos matemáticos. Pero, por supuesto existen diferencias substanciales entre la práctica del juego y la de la matemática. Generalmente las reglas del juego no requieren introducciones largas, complicadas, ni tediosas. En el juego se busca la diversión y la posibilidad de entrar en acción rápidamente. Muchos problemas matemáticos, incluso algunos muy profundos permiten también una introducción sencilla y una posibilidad de acción con instrumentos bien ingenuos, pero la matemática no es solo diversión, sino ciencia e instrumento de exploración de realidad propia mental y externa y así ha de plantearse, no las preguntas que quiere, sino las que su realidad le plantea de modo natural.

Por su parte, también es muy acertado Quintero (2007), cuando afirma que “el juego y la matemática cada día van más de la mano...”, de hecho “...la matemática en sí, puede entenderse como un gran portafolio de juegos de distintos niveles y exigencias.” (p. 427), y ahí precisamente radica la importancia del aspecto lúdico en la enseñanza de esta.

2.2.8 **Teoría de Conjuntos:** Según Sáenz y otros (2005), entre las diferentes ramas de la matemática moderna la teoría de conjuntos ocupa un lugar especial. Esta teoría apareció alrededor del año 1870 en los trabajos de Georg Cantor (1.845 - 1.918), causando una revolución en el mundo matemático. La teoría de conjuntos es el eslabón entre la lógica y la matemática.

La teoría de conjuntos se construye a partir de tres conceptos básicos que son: elemento, conjunto y una relación “ $\in$ ” que llamaremos relación de pertenencia. Esta relación enlaza los elementos con los conjuntos. Estos tres conceptos, por ser los primeros, no se pueden definir; sin embargo daremos una interpretación intuitiva de ellos. En general, usaremos letras minúsculas (a, b, c, y, z...) para representar elementos; y usaremos letras mayúsculas (A, B, C, Y, Z...) para representar conjuntos. Si  $x$  es un elemento del conjunto A, diremos que  $x$  pertenece a A, y lo simbolizaremos así:  $x \in A$ . Su negación,  $\sim(x \in A)$ , se simboliza así:  $x \notin A$ , y significa  $x$  no pertenece a A, es decir,  $x$  no es un elemento de A.

2.2.8.1 **Conjunto:** Al término conjunto le damos el significado que le da el lenguaje usual, es decir, una colección de objetos cualesquiera. Así, tenemos el conjunto formado por los números 1, 2, 3, 4; el conjunto formado por los presidentes de Venezuela, entre otros.

2.2.8.2 **Conjunto Universal:** Se llama conjunto Universal, conjunto referencial o universo del discurso, al conjunto formado por todos los elementos que están en discusión. A éste, generalmente se le denota con la letra U. El conjunto universal no es único. Este cambia de acuerdo al tema que tratemos. Así, si hablamos de geometría, el conjunto universal es el conjunto formado por todos los puntos; y si hablamos de letras, el conjunto universal es el conjunto formado por todas las letras del alfabeto. Alguien podría pensar al conjunto universal como el conjunto formado por todos los conjuntos, pero esta idea debe ser desechada porque nos lleva a contradicciones. Gráficamente, al conjunto universal se lo representa mediante un rectángulo y cualquier otro conjunto A es representado por una región cerrada, dentro

del rectángulo, tal como se muestra en la figura 1. En las figuras que siguen, convenientemente se utilizará el símbolo \* el cual, precedido del nombre de la operación, indica que se trata de una representación gráfica de dicha operación.

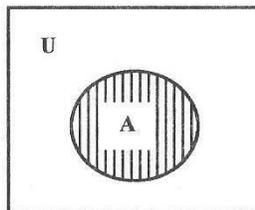


Figura 1: Conjunto Universal \*

A este tipo de gráficos, que nos ayudan a visualizar conjuntos, se les conoce con el nombre de diagramas de Venn, en honor del lógico inglés John Venn (1.834 – 1.921).

**2.2.8.3 Determinación de un Conjunto:** Se determina un conjunto de dos maneras: por comprensión y por extensión.

a) *Por extensión:* Se enumeran, entre llaves, los elementos del conjunto. El orden en que se enumeran no importa. Así, los siguientes conjuntos son determinados por extensión:

1.  $A = \{a, e, i, o, u\}$

2.  $B = \{1, 2, 3, 8\}$

b) *Por comprensión:* Se expresa el conjunto como el dominio de la verdad de una función proposicional que tiene como dominio un conjunto universal. Así, si  $(U, P(x))$  es una función proposicional, entonces

$A = \{x \in U / P(x)\}$ , define el conjunto formado por todos los elementos de  $U$  que hacen  $P(x)$  verdadera. Esta manera de definir un conjunto se conoce en la teoría formal de conjuntos como el “axioma de especificación”.

2.2.8.4 **Conjunto Vacío:** Se llama conjunto vacío al conjunto  $\emptyset = \{x \in U / x \neq x\}$

Puesto que no existe ningún objeto que sea distinto de sí mismo, el conjunto vacío no tiene elementos. También podemos definir al conjunto vacío de otras maneras, como

$$\emptyset = \{x \in \mathbb{R} / x = x+1\} \quad \text{ó} \quad \emptyset = \{x \in \mathbb{N} / x = 2x\}.$$

2.2.8.5 **Subconjunto:** Sean A y B dos conjuntos. Diremos que A es subconjunto de B o que A está incluido en B, y escribiremos  $A \subset B$ , si todo elemento de A es también elemento de B. Esto es, simbólicamente,

$$A \subset B \quad (\forall x) (x \in A \rightarrow x \in B)$$

y gráficamente lo representamos según la figura 2.

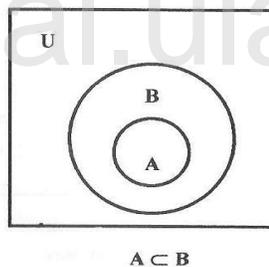


Figura 2: A como subconjunto de B \*

2.2.8.6 **Conjunto Potencia:** Sea A un conjunto. El conjunto potencia de A es el conjunto  $\mathcal{P}(A)$ , cuyos “elementos” son todos los subconjuntos de A. Esto es:

$$\mathcal{P}(A) = \{X / X \subset A\}$$

2.2.8.7 **Igualdad de Conjuntos:** Entenderemos la igualdad de conjuntos en sentido de

identidad, es decir, los conjuntos A y B son iguales, y escribiremos  $A = B$ , si ambos tienen exactamente los mismos elementos. Este resultado se expresa, mediante la relación de inclusión, del modo siguiente:

Sean A y B dos conjuntos,

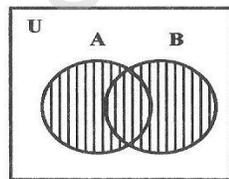
$$A = B \quad A \subset B \text{ y } B \subset A.$$

2.2.8.8 **Unión e Intersección de Conjuntos:** Sean A y B dos conjuntos.

a) La unión de A y B es el conjunto  $A \cup B = \{x \in U / x \in A \text{ ó } x \in B\}$ , gráficamente se representa según la figura 3.

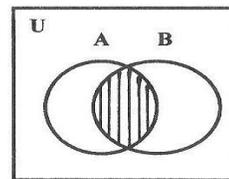
b) La intersección de A y B es el conjunto

$A \cap B = \{x \in U / x \in A \text{ y } x \in B\}$ , gráficamente se representa según la figura 4.



$A \cup B$

Fig. 3: Unión de A y B \*



$A \cap B$

Fig. 4: Intersección de A y B \*

**Conjuntos Disjuntos:** Dos conjuntos A y B son disjuntos si y solo si  $A \cap B = \emptyset$ .

Sean A, B, y C tres conjuntos cualesquiera. La unión e intersección de conjuntos son:

1. Idempotentes:  $A \cup A = A$       y       $A \cap A = A$
2. Conmutativas:  $A \cup B = B \cup A$     y     $A \cap B = B \cap A$

3. Asociativas:  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$  y  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
4. La intersección es distributiva con respecto a la unión y la unión es distributiva con respecto a la intersección, es decir:

$$4.1 A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$4.2 A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

5. Todo conjunto tiene “elemento” neutro con respecto a la intersección y a la unión, o sea,

$$5.1 A \cap U = A$$

$$5.2 A \cup \emptyset = A$$

Se coloca entre comillas la palabra elemento, pues como ya sabemos, tanto  $U$  como  $\emptyset$  son conjuntos y los conjuntos no pueden tratarse como elementos propiamente dicho, pues esto conllevaría a contradicciones (Ver *Paradoja de Russell*, Sáenz y otros (2005)).

**2.2.8.9 Diferencia, Complemento y Diferencia simétrica:** Sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos.

a) La diferencia entre  $A$  y  $B$  es el conjunto  $A - B = \{x / x \in A \text{ y } x \notin B\}$ , (ver su representación gráfica en la figura 5).

b) Si  $B \subset A$ , el complemento de  $B$  con respecto a  $A$  es el conjunto  $\complement_A B = A - B$  (ver su representación gráfica en la figura 6).

c) El complemento de  $B$ ,  $\complement B$ , es el complemento de  $B$  respecto a  $U$ . Esto es,

$$\complement B = \complement_U B = U - B \text{ (ver su representación gráfica en la figura 7).}$$

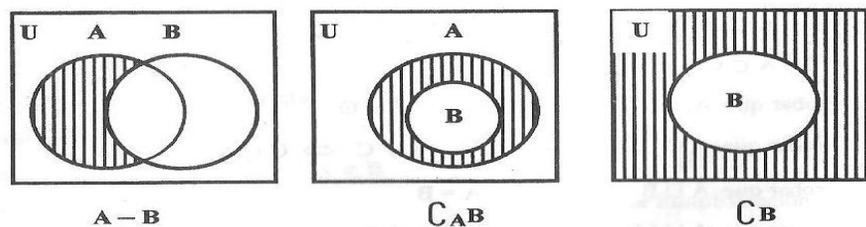


Figura 5: Diferencia \* Figura 6: Complemento Relativo \* Figura 7: Complemento \*

d) La diferencia simétrica de A y B es el conjunto  $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ ,  
(ver su representación gráfica en la figura 8).

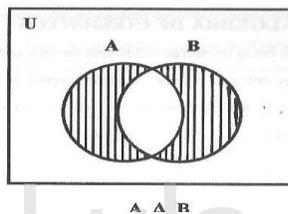


Figura 8: Diferencia Simétrica \*

Algunas propiedades de estas operaciones son las siguientes:

1.  $A \cup \mathcal{C}A = U$ ;  $A \cap \mathcal{C}A = \emptyset$
2.  $\mathcal{C}(\mathcal{C}A) = A$
3.  $\mathcal{C}U = \emptyset$ ;  $\mathcal{C}\emptyset = U$
4.  $A \subset B \Leftrightarrow \mathcal{C}A \supset \mathcal{C}B$
5.  $\mathcal{C}(A \cup B) = \mathcal{C}A \cap \mathcal{C}B$ ;  $\mathcal{C}(A \cap B) = \mathcal{C}A \cup \mathcal{C}B$
6.  $A - (B \cap C) = (A - B) \cap (A - C)$ ;  $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$
7.  $A \Delta B = B \Delta A$
8.  $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$
9.  $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ .

### 5.3 Glosario de Términos Básicos

A continuación se presenta un conjunto de definiciones de algunos términos, dotados del significado que en esta investigación se les da.

2.3.1 **Comprensión:** Proceso mediante el cual una persona localiza "... lo que hay en común en cosas diferentes." Wagensberg, J. (Citado por Gordon, 2012).

2.3.2 **Eficacia:** Facultad de lograr un efecto determinado.

2.3.3 **Eficiencia:** Facultad de lograr un efecto determinado, con la menor cantidad de recursos posible.

2.3.4 **Estímulos:** También llamados "acicates sociales" en esta investigación. Conjunto formado por todos los factores externos que inciden en el comportamiento de la persona.

2.3.5 **Estrategia:** Plan para llevar a cabo de manera exitosa el proceso de enseñanza-aprendizaje.

2.3.6 **Herramienta:** Instrumento usado para facilitar el aprendizaje.

2.3.7 **Incentivo:** Estímulo con que se incita a realizar alguna tarea.

2.3.8 **Instrumento:** Objeto utilizado para realizar alguna actividad.

2.3.9 **Juego:** Ejercicio recreativo en el que se gana o se pierde de acuerdo con ciertas reglas.

2.3.10 **Modelamiento:** Proceso mediante el cual la persona experimenta cambios conductuales, cognoscitivos y afectivos que derivan de observar a otra u otras personas.

2.3.11 **Significativo:** Hace alusión a los aprendizajes que se obtienen teniendo como base, experiencias y conocimientos previos.

2.3.12 **Utilidad:** Provecho que se saca de una actividad determinada.

## 2.4 Sistematización de las Variables

<i>Variables</i>	<i>Dimensiones</i>	<i>Indicadores</i>	<i>Técnica de Medición</i>
Aplicación del Juego de los 4 Envases	Motivacional	Atención	Observación
		Interés	Observación
		Participación	Observación
	Social	Cooperación	Observación
		Respeto a las normas	Observación
	Educativa	Aprendizaje significativo	Encuesta
		Relación teórico-práctica	Observación
Comprensión de las operaciones con conjuntos	Lingüística	Definición intuitiva de términos primarios	Encuesta
		Definición mediante lenguaje cotidiano, de las operaciones con conjuntos	Encuesta
	Abstracta	Solución de problemas con elementos simbólicos no numéricos	Encuesta
		Solución de Problemas con elementos numéricos	Encuesta

*Notas:*

- ❖ La encuesta y la observación son “técnicas”, el formato de cuestionario y la lista de cotejo son “instrumentos” que usamos para aplicar dichas técnicas respectivamente.
- ❖ La variable “Aplicación del Juego de los 4 Envases” es de tipo booleana, es decir solo puede tomar uno de dos valores posibles (en este caso el juego, o es, o no es aplicado).

bdigital.ula.ve

## CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

Para Arias (1999), el marco metodológico “Es el *cómo* se realizará el estudio para responder al problema planteado.” (p. 19). Por tal motivo, en este capítulo se detalla el tipo y diseño de investigación, la población y la muestra con la que se realizó el estudio y se añaden además las técnicas e instrumentos usados para tal fin.

### 3.1 Tipo de Investigación

El presente trabajo de investigación corresponde al tipo proyectiva, pues Hurtado (2000), señala que este tipo de investigación es:

Aquella en la que se elabora una propuesta o modelo, como solución a un problema o necesidad de tipo práctico, ya sea de un grupo social o una institución en un área en particular del conocimiento, a partir de un diagnóstico preciso de las necesidades del momento, los procesos explicativos o generadores involucrados en las tendencias futuras. (p.80).

Tal definición se acopla a los objetivos que se persiguen con nuestra investigación, pues se presenta el **Juego de los Cuatro Envases** como propuesta para el mejoramiento de la comprensión de los conjuntos y sus operaciones en los alumnos de 2do. Año de Educación Media General, ya que éste tema ha generado confusión y poco interés en ellos.

Por otro lado, la investigación también está enmarcada dentro del tipo correlacional, ya que según Ortiz y García (2004), ésta consiste en “...medir el grado de relación entre dos o más variables o conceptos en un contexto particular.” (p.37). En este caso queremos conocer la relación que existe entre la aplicación del **Juego de los Cuatro Envases** y la comprensión por parte de los alumnos de las operaciones con conjuntos.

### 3.2 Diseño de la Investigación

El diseño de la investigación es “...la estrategia que adopta el investigador para responder al problema planteado.” (Arias, 1999, p.20). El diseño de nuestra investigación es experimental. Según Arias (1999), este proceso consiste en “...someter a un objeto o grupos de individuos a determinadas condiciones o estímulos (variable independiente), para observar los efectos que producen (variable dependiente). Se diferencia de la investigación de campo por la manipulación y control de variables.” (p.21)

### 3.3 Población y Muestra

Para Morles (citado por Arias, 1999), “La población o universo se refiere al conjunto para el cual serán válidas las conclusiones que se obtengan de los elementos o unidades involucradas en la investigación.” (p.22). Este mismo autor define la muestra como un “subconjunto representativo de un universo o población” (p.22).

En nuestro caso, la población en estudio está conformada por los estudiantes de 2do. Año del Liceo Bolivariano Rafael María Urrecheaga (188 estudiantes) y del Liceo Bolivariano Elisa Pulgar de Ramírez (75 estudiantes), siendo rural el segundo liceo. Se tomó como muestra una sección de 2do. Año de cada institución (19 estudiantes en la primera y 22 en segunda).

Se realizó un muestreo por conglomerados, que según Arias (1999), consiste en la “...la división del universo [población] en unidades menores, para determinar luego las que serán objetos de investigación...” (p.23). En el caso de esta investigación, las “unidades menores” son las secciones de cada liceo: 6 secciones del L.B. Rafael María Urrecheaga y 3 del L.B. Elisa Pulgar de Ramírez. Las secciones seleccionadas mediante este muestreo fueron la “F” (con 19 alumnos) de la primera institución y la “B” (con 22 alumnos) de la otra institución. Cabe destacar que a las 6 secciones del L.B. Rafael M. Urrecheaga les imparte la asignatura de matemática un

mismo profesor, similar a esto es lo que ocurre en la otra institución, por tal motivo consideramos representativa la muestra seleccionada en cada caso.

### 3.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos

A continuación nombramos las técnicas e instrumentos usados para recopilar la información necesaria para alcanzar los objetivos de la investigación.

Respecto a estos términos, Arias (1999) señala que “Las técnicas de recolección de datos son las distintas formas o maneras de observar la información. Son ejemplos de técnicas la observación directa, la encuesta en sus dos modalidades (entrevista o cuestionario), el análisis documental, el análisis de contenido, etc.” (p.25).

El mismo Arias (1999) hace diferencias entre técnicas e instrumentos al definir estos últimos como “...los medios materiales que se emplean para recoger y almacenar la información. Ejemplos: fichas, formatos de cuestionario, guías de entrevista, lista de cotejo, grabadores, escalas de actitudes u opinión, etc.” (p.25).

En esta investigación se aplicaron las técnicas de la observación directa y la encuesta. Como instrumentos se usaron, el formato de cuestionario pre-juego con la finalidad de chequear los conocimientos previos de los estudiantes en cuanto al componente de aprendizaje Teoría de Conjuntos, la lista de cotejo (usada durante la aplicación del juego) para evaluar los aspectos socio-afectivos (como cooperación y motivación) de los estudiantes durante la realización del juego y un formato de cuestionario post-juego para chequear la eficacia del juego en lo que a comprensión por parte de los estudiantes se refiere.

### 3.5 Instrumentos Utilizados

#### 3.5.1 *El Cuestionario*

Para Briones (1990) los cuestionarios son simplemente instrumentos destinados a recolectar la información requerida por los objetivos de una investigación. Este se aplicó a los estudiantes inmersos en el estudio en un par de ocasiones: la primera vez el cuestionario pre-juego y luego de aplicado el juego, el cuestionario post-juego.

El cuestionario pre-juego aplicado a los estudiantes, estuvo conformado por nueve ítems con preguntas y ejercicios. La aplicación de dicho cuestionario proporcionó la obtención de información sobre los conocimientos previos al juego respecto al tema de conjuntos de los estudiantes de segundo año de las instituciones educativas en la cuales se realizó la investigación.

Por otro lado, el cuestionario post-juego (El cual consta de 7 ítems con preguntas y ejercicios) arrojó información sobre los efectos del **Juego de los Cuatro Envases** en relación a la comprensión de los conjuntos y sus operaciones en los estudiantes.

#### 3.5.2 *Lista de Cotejo*

Para Arias (2004), la lista de cotejo es “una estrategia escrita cuyo propósito es obtener información precisa de una realidad... la misma dicotomía (si o no), le permite registrar las conductas observadas.” (p.29)

En este estudio se elaboró dicho instrumento. A través de él, se registraron detalles sobre la motivación, cooperación, sociabilidad e interés (por el aprendizaje) de los estudiantes al momento de aplicar el juego.

### 3.6 Validez de los Instrumentos de Recolección de Datos

Para Hernández, Fernández y Batista (2002), la validez es el grado en que el instrumento realmente mide la variable de estudio, es decir, está relacionada con la “correspondencia” de la información obtenida y la que se quiere obtener.

En concordancia a lo que plantean los autores, la validez de los instrumentos fue valorada a través de juicios de expertos. En este sentido fue necesario solicitar la colaboración de 3 expertos profesionales, dos del área de matemáticas y uno del área de metodología, pertenecientes a los Departamentos de Física y Matemática y Ciencias Pedagógicas respectivamente, en el Núcleo Universitario Rafael Rangel de la Universidad de los Andes, quienes elaboraron las correcciones y sugerencias, las cuáles fueron adoptadas por los investigadores.

### 3.7 Fases de la Investigación

Esta investigación se llevó a cabo a partir de las siguientes actividades:

- Indagación a cerca de los estudios realizados en el área investigada, como también una revisión bibliográfica de los diferentes contenidos con relación a la investigación.
- Realización de un diagnóstico que permitió recolectar información necesaria para detectar los aspectos más importantes del problema.
- Posteriormente se realizó un análisis de la problemática a estudiar, con la finalidad de estructurar el mecanismo para abordarla.
- Seguidamente se diseñó el juego, la descripción de la metodología a seguir, así como también la definición de población y muestra de estudio y finalmente el planteamiento de los instrumentos que se aplicarían.

- Aplicación de instrumento pre-juego.
- Aplicación del juego y del instrumento post-juego.
- Análisis de los resultados que se obtuvieron mediante los instrumentos aplicados, todo esto con la finalidad de evaluar la eficacia del juego.

### ***I fase: Diagnóstico***

Consistió básicamente en la observación directa por parte de los investigadores. Esto se llevó a cabo durante un par de clases en cada institución. Éste diagnóstico sirvió como inspiración para la posterior realización, aplicación y estudio del juego.

### ***II fase: El Juego de los Cuatro Envases***

- *Elaboración del juego:* se diseñó un juego adaptado específicamente a las necesidades de los alumnos de 2do. Año a la hora de estudiar las operaciones con conjuntos
- *Materiales utilizados:* los materiales utilizados para la herramienta didáctica **El Juego de los Cuatro Envases** fueron previamente comprados: madera MDF para la realización de los envases, 40 pelotas de anime, pinturas al frío y pegamento, también se elaboró el nombre que representaría cada envase en hojas de cartulinas impresas a computadora.

### ***III fase: Empleo y evaluación del juego***

- *Elaboración y validación de los instrumentos:* Se diseñaron los cuestionarios pre-juego y post-juego y luego esos fueron sometidos a juicio de expertos en el área. Este paso fue necesario ya que se quería contar con la validación y criterio de profesionales para asegurar la validez y eficacia de los instrumentos a aplicar. Todas las correcciones y recomendaciones fueron adoptadas.
- *Aplicación del cuestionario pre-juego:* El cual sirvió para tener registro de la comprensión de los estudiantes antes de que el juego fuese aplicado.
- *La clase participativa:* Los investigadores programaron una clase del tema de conjuntos en cada institución, usando como herramienta de enseñanza **El Juego de los Cuatro Envases.**
- *Aplicación del cuestionario post-juego:* finalizada la clase impartida del tema de conjuntos y sus operaciones (implementando para ello el juego en estudio), se procedió a aplicar el instrumento post-juego con el propósito de evaluar dicha herramienta didáctica en los estudiantes.

### ***IV fase: Tabulación y análisis de los resultados***

- *Registro y tabulación:* lo cual permitió tener de manera consensada, organizada y estructurada, todos los datos obtenidos mediante la aplicación de los instrumentos.
- *Análisis de los resultados y formulación de las conclusiones:* analizando las tablas y los gráficos se determinaron los resultados arrojados por la investigación.

## CAPÍTULO IV: LA PROPUESTA

### 4.1 Justificación de la Propuesta

En la justificación de la investigación (Capítulo I) se exponen algunos de los gravísimos problemas que afectan la enseñanza de la matemática. En cuanto a la problemática existente respecto a los conjuntos y las operaciones entre ellos como tema particular, se propone **El Juego de los Cuatro Envases** pues es dinámico, interesante e innovador y, son precisamente esas características las que el docente de matemática debe insertar en cada una de sus clases para no caer en la monotonía y como consecuencia en el aburrimiento y posterior desinterés de sus estudiantes. En pocas palabras, esta propuesta demuestra que jugando también se aprende.

### 4.2 Objetivos de la Propuesta

#### 4.2.1 *Objetivo General:*

Mejorar la comprensión de las operaciones con conjuntos en estudiantes de 2do. Año de Educación Media General.

#### 4.2.2 *Objetivos Específicos:*

- ❖ Presentar de manera divertida la unión, intersección, diferencia y complemento de conjuntos.
- ❖ Estimular a los estudiantes hacia la motivación en el ámbito del aprendizaje de la matemática.

### 4.3 Explicación del Juego de los cuatro Envases

Para la realización de este juego se requieren 4 envases (Figura 1) y 40 esferas de colores (4 de cada color) Figura 2. Los envases deben cumplir las condiciones de ser lo suficientemente espaciosos y de *boca* amplia. La primera condición es necesaria para que el desarrollo del juego pueda ser apreciado por todos los espectadores, y la segunda condición es importante pues de no ser así, será arduo para el jugador extraer la esfera que él desea, sobre todo si ésta se encuentra en un lugar de difícil acceso dentro del envase.



Figura N° 1



Figura N° 2

El primero de los envases se identificará con la letra U (conjunto universal) y contendrá siempre 10 esferas en su interior, todas de diferentes colores entre sí (Figura N° 3)



Figura N° 3

El segundo se identificará con la letra A (un conjunto cualquiera), tal como se muestra en la Figura N° 4, la cantidad de esferas que contendrá oscilará entre 0 y 10; los colores de dichas esferas serán diferentes entre sí, pero no entre ellas y las que están en el primer envase.



*Figura N° 4*

El tercer envase será identificado con la letra B (otro conjunto cualquiera), tal como se ve en la Figura N° 5, igualmente contendrá entre 0 y 10 esferas de colores, regidas también bajo las condiciones a las que están sometidas las del envase A, además no necesariamente los colores de las esferas de B deben ser diferentes a los colores de las esferas de A.



*Figura N° 5*

El cuarto envase representará el conjunto solución de las operaciones que se realicen con A y B (Figura N° 6), se identificará dependiendo de la operación que se desee realizar, en otras palabras el cuarto envase puede ser identificado por  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$ ,  $A^c$  o  $B^c$  (En este caso se excluye la diferencia simétrica por ser una combinación de 2 operaciones:  $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ , de incluirse le añadiría más complejidad a la dinámica, pero si el director del juego considera apropiado agregarla, puede hacerlo).



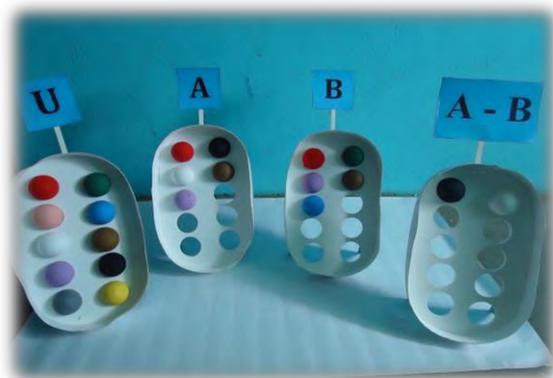
Figura N° 6

Como ya se mencionó, los envases A y B pueden tener entre 0 y 10 esferas, pero siempre y cuando se cumplan con las condiciones dadas anteriormente para dichos envases y sus esferas.

Supongamos que este juego se aplica en un aula de clases. El procedimiento es el siguiente: el director del juego, que en este caso es el docente, definirá los conjuntos U, A y B colocando en U 10 esferas de diferentes colores, mientras que en A y B una cantidad de esferas que él considere.

Seguidamente colocará una identificación al cuarto envase, por ejemplo “A - B” y dará la condición que deben cumplir las esferas que irán en el interior del mismo, en el caso de nuestro ejemplo, el director del juego debe decir en voz alta “en este envase deben ir todas las esferas que estén en el envase A pero que no estén en el

envase B". Seguidamente llamará a un participante y le pedirá que realice dicha tarea, en caso de no completarla este puede solicitar ayuda a otro compañero de su preferencia hasta que se logre el objetivo. Dicho ejemplo se muestra en la figura N° 7



*Figura N° 7*

De esta misma forma pueden pasar a participar progresivamente todos los estudiantes de la sección, pues aunque se presentan 6 posibles formas (pues en este caso tenemos 6 posibles operaciones entre A y B) de llenar el cuarto envase con las esferas establecidas al inicio, si cambiamos el número de esferas en los envases A o B tendremos muchas más formas posibles de llenar el envase solución.

Si un participante logra completar la tarea por sí mismo, recibirá una recompensa (incentivo, ver “facilitación de la respuesta” en el capítulo 2) de 4 puntos extras (recompensa sujeta a cambios si así lo considera el docente) en el examen sobre el tema, pero si demandó de la ayuda de un compañero entonces la recompensa se divide en partes iguales.

A continuación se muestran otros ejemplos:

Unión de A y B



Figura N° 8:

Intersección de A y B



Figura N° 9

Vacío ( $\emptyset$ )



Figura N° 10

Diferencia de B y A

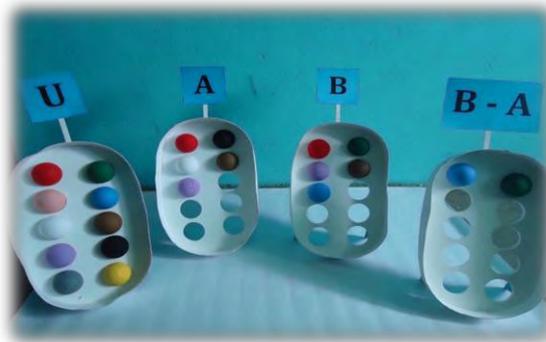


Figura N° 11

Complemento de A



Figura N° 12

Complemento de B

bdigital.ula.ve



Figura N° 13

#### 4.4 Cálculo combinatorio Aplicado al Juego de los Cuatro Envases

Ahora calcularemos todas las posibles formas en las que el juego en estudio puede llevarse a cabo. En la explicación del juego se planteó que si cambiamos el número de esferas en los envases A o B, tendremos “muchas” más formas posibles de llenar el envase solución, pero irónicamente, en matemáticas el calificativo de *muchos* no nos dice mucho.

Mantengamos los elementos del envase U fijos y analicemos únicamente los del envase A y B. En cada uno de estos envases puede haber a lo sumo 10 esferas. Por ser la representación de un conjunto, ningún envase tendrá esferas del mismo color en su interior, y no importará el orden en que estén dispuestas dichas esferas. Por lo tanto, para lograr nuestro objetivo necesitamos realizar combinaciones (usaremos esta notación: r-combinación de X ó  $C_{n,r}$ , para expresar las maneras en que pueden seleccionarse de manera no ordenada, r objetos de un conjunto X de n elementos). Primero, una 10-combinación del conjunto A (en este caso vemos a A como un conjunto y no como un envase, para que nuestro análisis se apegue a la teoría), este resultado es igual a 1, pero también es posible colocar 9 elementos en el envase en vez de 10, de modo que, por la regla de la suma debe sumarse a la 10-combinación, una 9-combinación de A, una 8-combinación de A y así sucesivamente hasta llegar a una 1-combinación de A y por último una 0-combinación de A que es igual a 1, para abarcar la posibilidad de que el envase esté vacío.

Lo anteriormente expuesto sucede con A y también con B, por lo tanto, por la regla del producto, deben multiplicarse las posibles formas de disposición de las esferas en A por las posibles formas de disposición de las esferas en B. Así,

$$\begin{aligned} & (C_{10,10} + C_{10,9} + C_{10,8} + C_{10,7} + C_{10,6} + C_{10,5} + C_{10,4} + C_{10,3} + C_{10,2} + C_{10,1} + C_{10,0}) * \\ & (C_{10,10} + C_{10,9} + C_{10,8} + C_{10,7} + C_{10,6} + C_{10,5} + C_{10,4} + C_{10,3} + C_{10,2} + C_{10,1} + C_{10,0}) \\ & = (C_{10,10} + C_{10,9} + C_{10,8} + C_{10,7} + C_{10,6} + C_{10,5} + C_{10,4} + C_{10,3} + C_{10,2} + C_{10,1} + C_{10,0})^2 \end{aligned}$$

$$= \left( \sum_{r=0}^{10} C_{10,r} \right)^2$$

$$= 1.048.576$$

Recordemos que  $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$ , donde

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots 1$$

Realizado el cálculo correspondiente, se tiene que, existen 1.048.576 formas de disponer el juego inicialmente, pero como luego podemos realizar 6 operaciones con él, entonces tenemos

$$(1.048.576) (6) \text{ formas de jugar} = 6.291.456 \text{ formas de jugar.}$$

bdigital.ula.ve

## CAPÍTULO V: RESULTADOS

En este capítulo se muestran, mediante la ayuda de tablas, gráficos y ecuaciones estadísticas, los resultados obtenidos en nuestra investigación debido a la aplicación de los instrumentos (ya descritos en el capítulo anterior), a la muestra seleccionada. A la par de esto, los resultados se interpretan.

### 4.1 Resultados de la Aplicación de los Cuestionarios

En cada tabla de las que se presentan en seguida, aparecen los resultados para cada indicador a evaluar. Allí se muestran las puntuaciones obtenidas en los cuestionarios en cada institución en estudio. Por comodidad, el Liceo Bolivariano Rafael María Urrecheaga se denomina *Institución 1* y el Liceo Bolivariano Elisa Pulgar de Ramírez (rural), *Institución 2*.

Cada tabla tiene 2 incisos: inciso pre-juego e inciso post-juego. Cada inciso está dividido en 2 partes: una para la institución 1 y otra para la institución 2. En la 1ª y 2ª columna se encuentran las valoraciones a cada indicador: Pésimo, Deficiente, Regular, Bueno y Excelente, cada una con un valor numérico entero ( $V_i$ ) en el intervalo  $[0, 4]$  respectivamente, dicho valor numérico se utilizará para comparar con mayor facilidad los resultados de los cuestionarios. En la 3ª y 4ª columna se presentan la frecuencia absoluta ( $f_i$ ) y la frecuencia absoluta acumulada ( $F_i$ ), (es decir, qué tanto se repite cierta valoración entre los elementos de la muestra), y en la 5ª y 6ª columna está la frecuencia relativa ( $\%fr_i$ ) y la frecuencia relativa acumulada ( $\%Fr_i$ ), (o sea, qué porcentaje del total representa esa valoración). Desde la columna 7ª hasta la 10ª ocurre un caso similar a la de las columnas 3ª, 4ª, 5ª y 6ª pero aplicado a la institución 2. Con el inciso 2 se repite un procedimiento análogo al inciso 1 (el inciso 2 está comprendido entre la 11ª y 18ª columna).

Al final de cada tabla se muestra el Puntaje muestral (%P<sub>m</sub>), siendo éste un porcentaje que nos indica el rendimiento promedio de la muestra en cada cuestionario. El %P<sub>m</sub> no depende del tamaño de la muestra sino de la valoración obtenida para cada indicador por ésta en general. Para este caso, el %P<sub>m</sub> se calcula de la siguiente manera:

$$\%P_m = \frac{\sum_0^4 (f_i * V_i)}{4 \sum_0^4 f_i} * 100$$

Luego de analizadas las tablas se presentan dos diagramas de columnas múltiples en los que se visualizan con mayor facilidad los resultados obtenidos en cada institución.

Bien, comencemos observando la tabla N° 1 en la que se evalúa el efecto del **Juego de los Cuatro Envases** en lo que respecta a la definición intuitiva de términos primarios.

<b>Indicador N° 1: Definición intuitiva de términos primarios</b>																	
		<i>Cuestionario Pre-juego</i>								<i>Cuestionario Post-juego</i>							
		<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>				<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>			
Xi	Vi	Fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	Fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri
Excelente	4	2	2	10.5	10.5	2	2	9.1	9.1	3	3	15.8	15.8	3	3	13.6	13.6
Bueno	3	6	8	31.6	42.1	3	5	13.6	22.7	3	6	15.8	31.6	6	9	27.3	40.9
Regular	2	4	12	21.1	63.2	7	12	31.8	54.5	6	12	31.6	63.2	5	14	22.7	63.6
Deficiente	1	4	16	21.1	84.3	8	20	36.4	90.9	6	18	31.6	94.8	6	20	27.3	90.9
Pésimo	0	3	19	15.8	≈100	2	22	9.1	100	1	19	5.3	≈100	2	22	9.1	100
Σ		19		≈100		22		100		19		≈100		22		100	
Puntaje Muestral		50%				44.3%				51.3%				52.3%			

*Tabla N° 1*

Se entiende por términos primarios aquellos que son la base de un sistema axiomático y que por consiguiente no tienen definición, Sáenz (2005). Pero en este caso, al hablar de “definición” nos referimos a aquellos conceptos que se aceptan convenientemente para dar ideas de las características de los elementos con los que se trabajarán. Por ejemplo es común tratar a un conjunto como “una colección bien definida de objetos”, Sáenz (2005), pero ¿Qué es un objeto?, podríamos decir que es todo aquel elemento que pertenece a un conjunto, pero volvemos al primer término, además ¿Qué es un elemento? y ¿Qué significa “pertener”? todos estos son términos primarios.

A pesar de lo anteriormente expuesto, no es una contradicción que el indicador N° 1 formara parte de la evaluación del **Juego de los Cuatro Envases**, pues con él, simplemente se obtuvieron resultados sobre la capacidad de los estudiantes para organizar ideas y formar conceptos coherentes sobre el tema en estudio.

La diferencia entre el %P<sub>m</sub> obtenido antes y después de la aplicación del juego es muy pequeña en la institución 1, tan solo de 1.3% y en la institución 2 de apenas

8% lo cual demuestra que la aplicación de juego no conlleva a una mejora substancial en la organización de ideas para formar y comprender conceptos matemáticos relacionados con la teoría de conjuntos por parte de los estudiantes.

<b>Indicador N° 2: Definición de las operaciones con conjuntos mediante lenguaje cotidiano.</b>																	
		<i>Cuestionario Pre-juego</i>								<i>Cuestionario Post-juego</i>							
		<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>				<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>			
Xi	Vi	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri
Excelente	4	0	0	0	0	2	2	9.1	9.1	0	0	0	0	6	6	27.3	27.3
Bueno	3	1	1	5.3	5.3	2	4	9.1	18.2	3	3	15.8	15.8	9	15	40.9	68.2
Regular	2	2	3	10.5	15.8	6	10	27.3	45.5	7	10	36.8	52.6	5	20	22.7	90.9
Deficiente	1	5	8	26.3	42.1	7	17	31.8	77.3	5	15	26.3	78.9	1	21	4.5	95.4
Pésimo	0	11	19	57.9	100	5	22	22.7	100	4	19	21.1	100	1	22	4.5	≈100
Σ		19		100		22		100		19		100		22		≈100	
Puntaje Muestral		15.8%				37.5%				36.8%				70.5%			

Tabla N° 2

Uno de los propósitos del **Juego de los Cuatro Envases** es familiarizar a los estudiantes con los conjuntos, y una forma de demostrar si se logra tal fin, es la definición con “palabras propias” de las operaciones entre ellos.

En la tabla N° 2, comparando los resultados de ambos cuestionarios podemos apreciar una mejora de 21% y 33% en la institución 1 y 2 respectivamente lo que demuestra una diferencia positiva en la familiarización de los estudiantes con las operaciones con conjuntos, pero aún así, si analizamos los resultados de la institución 1, vemos que la puntuación obtenida de 37.5% luego del juego, no es satisfactoria del todo. Observando la frecuencia absoluta acumulada de dicha institución, puede verse

que sólo 3 estudiantes obtuvieron una valoración post-juego mayor o igual a “Bueno”, frente a los 15 de la institución 2 que lograron esta hazaña.

De modo que podríamos concluir que este aspecto del juego tiene más efecto en estudiantes de instituciones rurales.

<b>Indicador N° 3: Solución de problemas con elementos simbólicos no numéricos</b>																	
		<i>Cuestionario Pre-juego</i>								<i>Cuestionario Post-juego</i>							
		<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>				<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>			
Xi	Vi	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	Fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri
Excelente	4	6	6	31.6	31.6	0	0	0	0	9	9	47.4	47.4	10	10	45.5	45.5
Bueno	3	4	10	21.1	52.7	7	7	31.8	31.8	4	13	21.1	68.5	7	17	31.8	77.3
Regular	2	3	13	15.8	68.5	5	12	22.7	54.5	1	14	5.3	73.8	3	20	13.6	90.9
Deficiente	1	4	17	21.1	89.6	7	19	31.8	86.3	4	18	21.1	94.9	1	21	4.5	95.4
Pésimo	0	2	19	10.5	≈100	3	22	13.6	≈100	1	19	5.3	≈100	1	22	4.5	≈100
Σ		19		≈100		22		≈100		19		≈100		22		≈100	
Puntaje Muestral		60.5%				43.2%				71.1%				77.3%			

*Tabla N° 3*

En esta investigación, al hablar de elementos simbólicos no numéricos nos referimos a letras. Se considera este indicador, ya que algunos estudiantes tienden a pensar que los conjuntos sólo contienen números, dificultando la realización de operaciones con elementos de otro tipo.

La mejora respecto a este indicador, tal como puede verse en la tabla N° 3, fue de 10.6% y 34.1% respectivamente. Los puntajes muestrales post-juego obtenido en ambas instituciones son cercanos entre sí, si lo vemos de forma aislada, lo que podría causarnos la ilusión de que en ambos grupos, el juego causa el mismo efecto, homogeneizando el nivel de comprensión respecto al indicador N° 3 entre un 71% y 78%, pero al considerar el puntaje pre-juego puede verse que la institución 2 pasó de

estar en un no favorable 43.2% a un 77.3%, frente a la institución 1 que al principio no estaba *tan mal* con un 60.5%. Además 77.3% de los estudiantes de la institución 2 obtuvieron una valoración “buena” o “excelente” lo cual demuestra que con respecto al indicador N° 3, los efectos del **Juego de los Cuatro Envases** son más profundos en instituciones rurales aunque también conlleva a mejoras moderadas en instituciones no rurales.

<b>Indicador N° 4: Solución de problemas con elementos numéricos</b>																	
		<i>Cuestionario Pre-juego</i>								<i>Cuestionario Post-juego</i>							
		<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>				<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>			
Xi	Vi	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri
Excelente	4	6	6	31.6	31.6	2	2	9.1	9.1	14	14	73.7	73.7	8	8	36.4	36.4
Bueno	3	5	11	26.3	57.9	7	9	31.8	40.9	4	18	21.1	94.8	8	16	36.4	72.8
Regular	2	4	15	21.1	79	6	15	27.3	68.2	0	18	0	94.8	4	20	18.2	91
Deficiente	1	4	19	21.1	≈100	5	20	22.7	90.9	1	19	5.3	≈100	1	21	4.5	95.5
Pésimo	0	0	19	0	≈100	2	22	9.1	100	0	19	0	≈100	1	22	4.5	100
Σ		19		≈100		22		≈100		19		≈100		22		100	
Puntaje Muestral		67.1%				52.3%				90.8%				73.9%			

*Tabla N° 4*

En la tabla N° 4 se puede notar lo cómodo que es para muchos trabajar con elementos que sean números en vez de letras. En la institución 1, 17 de los 19 estudiantes obtuvieron una valoración mayor o igual a “Bueno”, y luego del juego esta cifra se incrementó a 18 con 14 de ellos con una valoración “Excelente”, no en vano, obtuvieron un colosal %P<sub>m</sub> de 90.8%. Por su parte, la institución 2 pasó de tener 9 estudiantes (de 22), con las 2 valoraciones más altas, a 16, y en lo referente a puntaje muestral pasó de 52.3% a 73.9%.

De modo que podemos afirmar que **El Juego de los Cuatro Envases** genera una mejora de alrededor del 20% en la comprensión de ejercicios numéricos en instituciones rurales y no rurales.

<b>Indicador N° 5: Unión de conjuntos</b>																	
		<i>Cuestionario Pre-juego</i>								<i>Cuestionario Post-juego</i>							
		<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>				<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>			
Xi	Vi	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri
Excelente	4	2	2	10.5	10.5	5	5	22.7	22.7	7	7	36.8	36.8	8	8	36.4	36.4
Bueno	3	6	8	31.6	42.1	4	9	18.2	40.9	8	15	42.1	78.9	10	18	45.5	81.9
Regular	2	9	17	47.4	89.5	6	15	27.3	68.2	3	18	15.8	94.7	2	20	9.1	91
Deficiente	1	1	18	5.3	94.8	6	21	27.3	95.5	0	18	0	94.7	2	22	9.1	≈100
Pésimo	0	1	19	5.3	≈100	1	22	4.5	100	1	19	5.3	100	0	0	0	
Σ		19		≈100		22		100		19		100		22		≈100	
Puntaje Muestral		59.2%				56.8%				76.3%				77.3%			

*Tabla N° 5*

En cuanto a la unión de conjuntos, se puede afirmar, analizando los datos de la tabla N° 5, que el juego contribuye a la comprensión de esta operación en aproximadamente 20% en instituciones rurales y 17% en instituciones urbanas.

Observando las frecuencias relativas acumuladas en el inciso post-juego podemos afirmar que aplicando **El Juego de los Cuatro Envases** se logra una comprensión “Buena” o “Excelente” en alrededor del 80% de todos los estudiantes, lo cual es muy significativo, pues en lo que respecta a esta operación, los alumnos tienden a confundirse respecto a colocar en la solución “los elementos que están en uno o en otro y los repetidos colocarlos una sola vez”. El juego permite comprender esto pues una de las normas del mismo, al realizar las operaciones (en particular la

unión de conjuntos), es que no puede haber elementos repetidos (del mismo color) en el envase solución, lo cual sirve como ejemplo a los estudiantes a la hora de ser evaluados formalmente.

<b>Indicador N° 6: Intersección de conjuntos</b>																	
		<i>Cuestionario Pre-juego</i>								<i>Cuestionario Post-juego</i>							
		<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>				<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>			
Xi	Vi	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri
Excelente	4	9	9	47.4	47.4	4	4	18.2	18.2	17	17	89.5	89.5	10	10	45.5	45.5
Bueno	3	4	13	21.1	68.5	6	10	27.3	45.5	0	17	0	89.5	8	18	36.4	81.9
Regular	2	6	19	31.6	≈100	4	14	18.2	63.7	1	18	5.3	94.8	3	21	13.6	95.5
Deficiente	1	0	19	0	≈100	4	18	18.2	81.9	1	19	5.3	≈100	0	21	0	95.5
Pésimo	0	0	19	0	≈100	4	22	18.2	≈100	0	19	0	≈100	1	22	4.5	100
Σ		19		≈100		22		≈100		19		≈100		22		100	
Puntaje Muestral		78.9%				52.3%				93.4%				79.5%			

*Tabla N° 6*

Analizando la tabla N° 6 se concluye que, en cuanto a la intersección de conjuntos, mediante la aplicación del juego, se obtienen valoraciones “Buenas” y “Excelentes” en alrededor de 80% y 90% en instituciones rurales y no rurales respectivamente. Además puede notarse una diferencia del %P<sub>m</sub> de 14.5% y 27.2% correspondientemente. Todo esto nos indica la gran eficacia del juego para mejorar la comprensión de la intersección de conjuntos.

<b>Indicador N° 7: Diferencia de conjuntos</b>																	
		<i>Cuestionario Pre-juego</i>								<i>Cuestionario Post-juego</i>							
		<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>				<b>Institución 1</b>				<b>Institución 2</b>			
Xi	Vi	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri
Excelente	4	2	2	10.5	10.5	2	2	9.1	9.1	10	10	52.6	52.6	9	9	40.9	40.9
Bueno	3	8	10	42.1	52.6	3	5	13.6	22.7	5	15	26.3	78.9	9	18	40.9	81.8
Regular	2	6	16	31.6	84.2	5	10	22.7	45.4	1	16	5.3	84.2	2	20	9.1	90.9
Deficiente	1	2	18	10.5	94.7	9	19	40.9	86.3	2	18	10.5	94.7	0	20	0	90.9
Pésimo	0	1	19	5.3	100	3	22	13.6	≈100	1	19	5.3	100	2	22	9.1	100
Σ		19		100		22		≈100		19		100		22		≈100	
Puntaje Muestral		60.5%				40.9%				77.6%				76.1%			

*Tabla N° 7*

La confusión que se presenta en los estudiantes respecto a la diferencia de conjuntos radica en la no conmutatividad de esta operación, es decir,  $A-B$  no necesariamente es igual a  $B-A$ . Con el juego, este problema disminuye en gran parte, pues puede visualizarse que siguiendo la norma de colocar en el envase solución “los que estén en A pero no en B” y luego “los que estén en B pero no en A” se originan conjuntos solución distintos (salvo si A es igual a B, lo cual origina en ambos casos el conjunto vacío como solución).

Esto conlleva a una diferencia de 17.1% y 35.2% respectivamente, con lo cual podemos asegurar que el juego mejora la comprensión de la diferencia de conjuntos en los estudiantes.

<b>Indicador N° 8: Complemento de un conjunto</b>																	
		<i>Cuestionario Pre-juego</i>								<i>Cuestionario Post-juego</i>							
		Institución 1				Institución 2				Institución 1				Institución 2			
Xi	Vi	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri	fi	Fi	%fri	%Fri
Excelente	4	2	2	10.5	10.5	3	3	13.6	13.6	15	15	78.9	78.9	8	8	36.4	36.4
Bueno	3	10	12	52.6	63.1	4	7	18.2	31.8	0	15	0	78.9	7	15	31.8	68.2
Regular	2	5	17	26.3	89.4	5	12	22.7	54.5	0	15	0	78.9	3	18	13.6	81.8
Deficiente	1	1	18	5.3	94.7	6	18	27.3	81.8	1	16	5.3	84.2	2	20	9.1	90.9
Pésimo	0	1	19	5.3	100	4	22	18.2	100	3	19	15.8	100	2	22	9.1	100
$\Sigma$		19		100		22		100		19		100		22		100	
Puntaje Muestral		64.5%				45.5%				80.3%				69.3%			

*Tabla N° 8*

Respecto al complemento de un conjunto, mediante la aplicación del juego, los estudiantes observan que *lo que le falta a A para ser el universo* en efecto, no es más que *U menos A*. Esta forma de entender el complemento de un conjunto, origina diferencias en las puntuaciones muestrales de 15.8% y 23.8% respectivamente lo cual nos permite afirmar que **El Juego de los Cuatro Envases** también conlleva a una mejora fundamental en la comprensión de la operación de complemento.

Ahora bien, todos los resultados obtenidos y condensados en las tablas antes mostradas, pueden apreciarse en los dos gráficos siguientes, destinados a analizar la diferencia entre la comprensión pre-juego y post-juego que se manifiesta en cada institución mediante la aplicación de los cuestionarios.

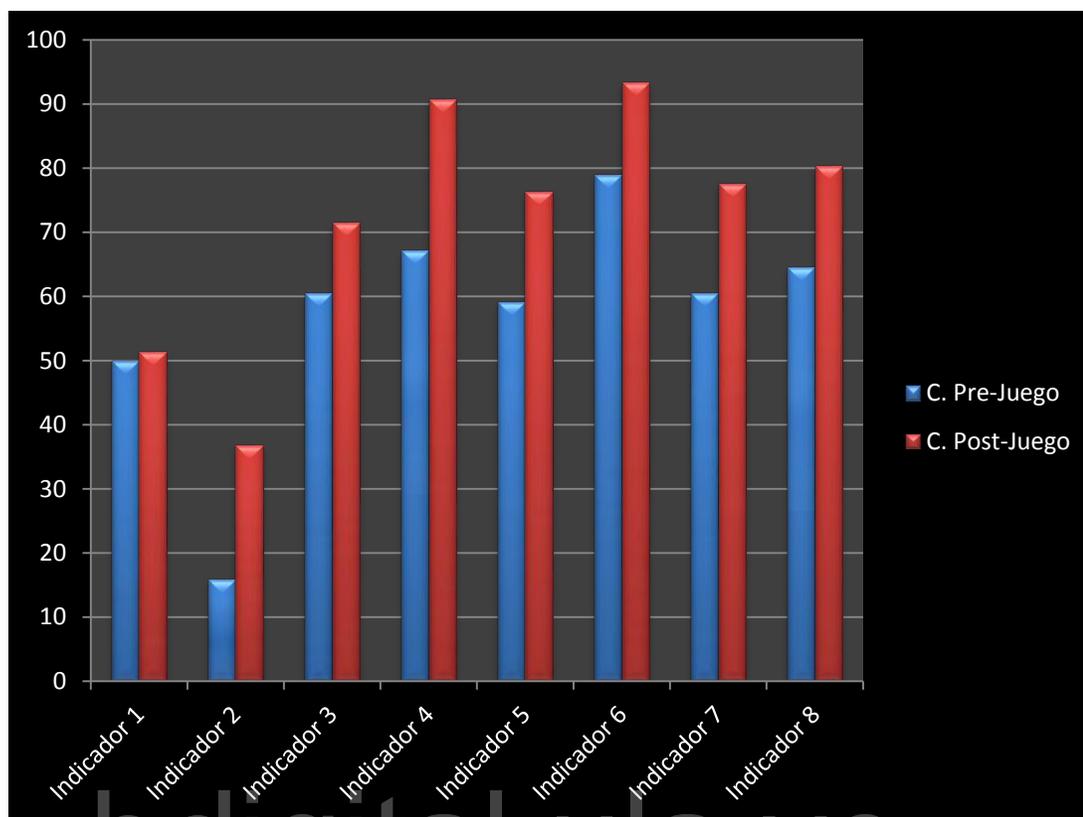


Gráfico N° 1: Resultados de la comprensión en la Institución 1

Podemos apreciar en el gráfico N° 1, (el cual está destinado sólo a la institución 1), que en todos los indicadores evaluados se observa un progreso de la comprensión en los estudiantes, con una diferencia pre-juego post-juego de 10% o más, salvo en el indicador N° 1 donde prácticamente no hubo efectos aparentes y en el indicador N° 2, se manifiesta una diferencia notable aunque el  $\%P_m$  post-juego de este indicador no supera la barrera del 40%.

Esto nos permite concluir que **El Juego de los Cuatro Envases** origina en instituciones no rurales, avances moderados de alrededor del 10% en lo que respecta a la comprensión de todas las operaciones con conjuntos estudiadas, sea conjuntos con elementos numéricos o no numéricos.

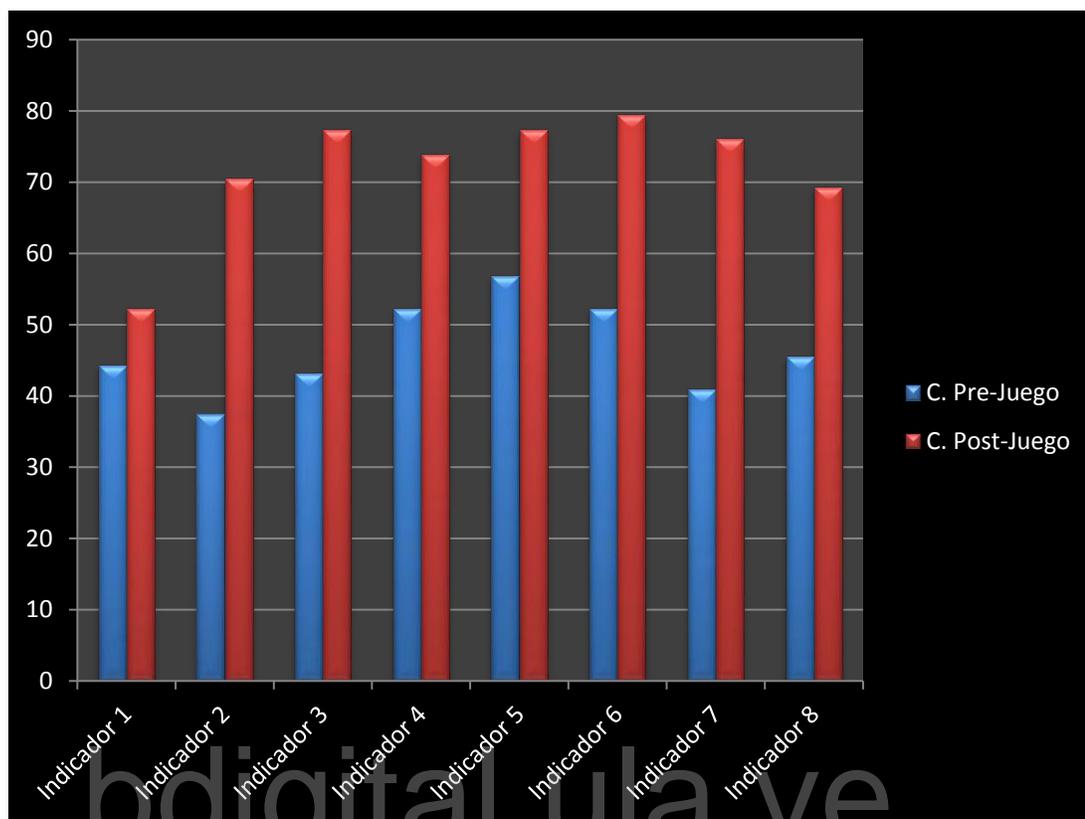


Gráfico N° 2: Resultados de la comprensión en la Institución 2

Por otra parte, en el gráfico N° 2 se presentan los resultados obtenidos en la institución 2, y definitivamente aquí son más aparentes las diferencias pre-juego post-juego. En los indicadores N° 2, 3 y 7 puede observarse diferencias de más del 30% lo cual es un aumento importante en lo referente a la comprensión de la diferencia de conjuntos y en los problemas de tipo no numérico, además es substancial el incremento de la familiarización de los estudiantes con las operaciones con conjuntos.

En todos los demás indicadores excepto en el N° 1 (al igual que en la institución 1), se presenta una diferencia del  $\%P_m$  de alrededor de 20%. Todo esto nos lleva a concluir que el juego es eficaz y genera un aumento de la comprensión respecto a todos los indicadores evaluados.

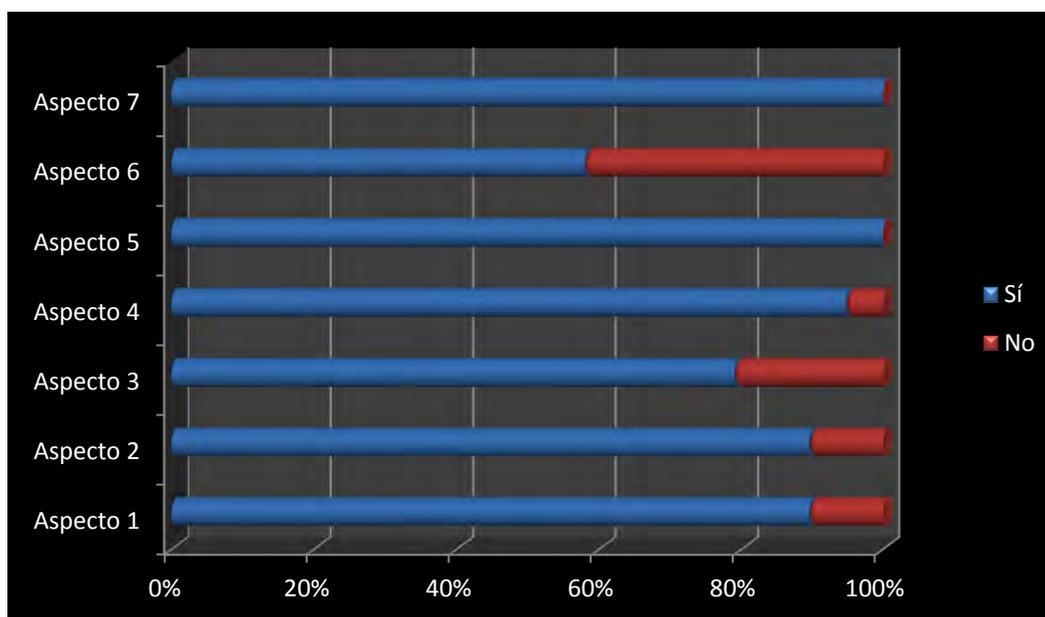
#### 4.2 Resultados de la Aplicación de la Lista de Cotejo

Como ya mencionamos con anterioridad, los factores emocionales que juegan un papel en la muestra durante la aplicación del juego, también se evalúan en la investigación. A continuación se muestran en una tabla, los resultados obtenidos mediante la aplicación de una lista de cotejo cualitativa que asigna a cada elemento de la muestra un SI o un NO dependiendo de si manifiesta o no, los aspectos en estudio.

La tabla contiene 2 incisos: institución 1 e institución 2, en cada uno de ellos se presenta la frecuencia del SI y la frecuencia del NO junto con el porcentaje de la frecuencia de cada opción. Posteriormente en dos diagramas de barras múltiples se presentan de manera gráfica los resultados para cada inciso, para analizarlos con mayor facilidad.

N°	Aspectos a Evaluar	<i>Institución 1</i>				<i>Institución 2</i>			
		SI		NO		SI		NO	
1	Sigue instrucciones	17	89.5%	2	10.5%	22	100%	0	0%
2	Participa activamente	17	89.5%	2	10.5%	22	100%	0	0%
3	Confía en sí mismo	15	78.9%	4	21.1%	19	86.4%	3	13.6%
4	Se muestra motivado	18	94.7%	1	5.3%	22	100%	0	0%
5	Respeto las opiniones de los demás	19	100%	0	0%	20	90.9%	2	9.1%
6	Coopera con sus compañeros	11	57.9%	8	42.1%	15	68.2%	7	31.8%
7	Respeto las normas	19	100%	0	0%	22	100%	0	0%

Tabla N° 9



*Gráfico N° 3: Resultados socio-afectivos en la Institución 1*

En el aspecto N° 1 y 2 de la institución 1 se puede notar que existe un porcentaje de 10.5 con la opción NO, si chequeamos la tabla N° 9 vemos que esto se debe a que 2 elementos de la muestra se niegan a participar del juego, aunque se debe destacar que no por eso interrumpen el desarrollo de la actividad, por lo tanto el aspecto N° 7 obtiene un SI en el 100% de los casos, además todos los que participan (89.5%) siguen instrucciones. En cuanto al aspecto N° 3, el 78.5% de la muestra confía en sí mismo frente al 21.1% que no lo hace (en ellos se nota nerviosismo e inseguridad, síntomas típicos del miedo escénico).

En cuanto al aspecto N° 4, el 94.7% de la muestra (participante o no) se muestra motivado con el juego, salvo un 5.3% que aparte de no participar del juego tampoco muestra entusiasmo por el mismo (sólo un elemento de la muestra presenta tal actitud). Por otro lado, el 100% de la muestra respeta las opiniones de los demás, pero la cooperación se hace presente en tan sólo un 57.9% de la misma debido al sentido de competencia presente en un 42.1% de los estudiantes. Las condiciones de la recompensa originan tal efecto.

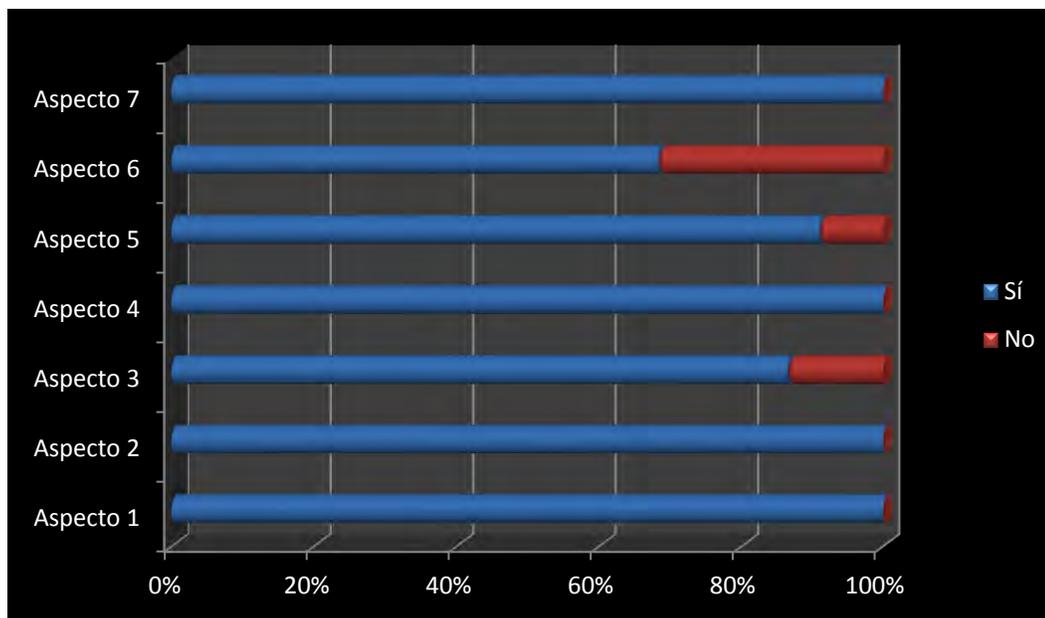


Gráfico N° 4: Resultados socio-afectivos en la Institución 2

En cuanto a la institución 2 (observar el gráfico N° 4), el SI obtiene un 100% en los aspectos N° 1, 2, 4 y 7, lo cual significa que todos los elementos participan activamente, siguen instrucciones, se muestran motivados y respetan las normas. En cuanto al aspecto N° 3, 13.6% no muestra confianza en sí mismo, lo cual es comprensible debido a que muchas personas (estudiantes o no) padecen de miedo escénico. 9.1% no respeta las opiniones de los demás, y cabe destacar que este porcentaje representa a 2 estudiantes que constantemente mantienen actitudes retóricas mutuas, pues compiten entre sí por obtener el título del *más inteligente del salón*.

En cuanto a la cooperación (aspecto N° 6), al igual que en la institución 1 se manifiesta el sentido de competencia debido a que los estudiantes están al tanto de la existencia de la recompensa por jugar correctamente y de su mayor valor si el jugador no requiere de la ayuda de ningún compañero, además se hace notar (tanto en esta institución, como en la anterior), una de las características mas comunes del ser humano *común y corriente*: el egoísmo.

De modo que en líneas generales, tomando en cuenta los resultados de las dos instituciones, se concluye que, el juego fomenta de manera trascendental la participación, la motivación hacia el aprendizaje de los conjuntos y sus operaciones, el respeto a las normas y la competencia sana.

La recompensa, como se ha dicho en el capítulo 4, está sujeta a cambios y por lo tanto puede modificarse para obtener un mayor porcentaje de cooperación entre compañeros, pero posiblemente esto disminuya el sentido de la sana competencia y la motivación, de modo que la modificación de esta única variable debe ser optimizada (posiblemente similar a las optimizaciones que se realizan mediante cálculo diferencial) para lograr una máxima cooperación sin generar desmotivación ni carencia de competencia sana. O quizás, sea más sencillo de lo pensado.

bdigital.ula.ve

## CAPITULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 5.1 Conclusiones

Una vez culminada la investigación basada en la aplicación del **Juego de los Cuatro Envases**, y en función al análisis e interpretación de los resultados los cuales se obtienen a través de los instrumentos aplicados en el Liceo Bolivariano “Rafael María Urrecheaga” y en el Liceo Bolivariano “Elisa Pulgar de Ramírez”, y considerando tanto el diagnóstico como la aplicación y evaluación del juego, se desglosan las siguientes conclusiones:

En lo que respecta a la fase diagnóstica, los docentes de hoy en día no están desarrollando herramientas que involucren a los estudiantes para mejorar su proceso de aprendizaje, es por ello que se hace necesario trabajar con juegos matemáticos a la hora de impartir clases, ya que a través de ellos se puede visualizar y comprender mejor los conceptos relacionados con el tema en estudio, en nuestro caso los conjuntos y sus respectivas operaciones, permitiendo que los estudiantes *aprehendan* matemáticas, logrando así aprendizajes significativos. El uso de herramientas didácticas logra despertar el interés en los estudiantes, iniciándose un proceso de transformación en ellos, dicho proceso de transformación genera *mentes* con una visión diferente del mundo, con una conciencia crítica, que les permite encontrar soluciones geniales a diversos problemas sean matemáticos o no, y son esas *mentes* las que nuestro país necesita.

Al ejecutar **El Juego de los Cuatro Envases**, se puede observar en los estudiantes el interés por la construcción de nuevas ideas, también se ve evidenciado en gran parte el grado de motivación y el fortalecimiento de las relaciones socio-afectivas, además como ya se ha dicho (y demostrado), origina mejoras en la comprensión de las operaciones entre conjuntos por parte de los estudiantes.

En concordancia con lo anteriormente expuesto, se puede notar que los resultados obtenidos mediante la post-prueba son muy favorables en ambas instituciones en comparación con la pre-prueba, esto significa que la aplicación de dicho juego favorece la comprensión del tema tratado como son los conjuntos y sus operaciones.

En líneas generales esta investigación y por ende el juego creado por los investigadores, origina, tanto para los docentes como para los estudiantes, una vía mucho más factible para la enseñanza de temas relacionados con la matemática, como también una alternativa para mejorar los aspectos pedagógicos dentro del contexto del aula.

La investigación logra cumplir con los objetivos planteados anteriormente, ya que, una vez identificadas las dificultades en el tema de conjuntos que presentaban los estudiantes, aplicado el juego, determinada la relación que existe entre éste y la comprensión del tema, y por último descritos los factores socio-emocionales relacionados con el juego, se pudo comprobar la utilidad y eficacia de nuestra herramienta didáctica en ambas instituciones estudiadas, de tal modo que podemos concluir que es efectiva dentro del ámbito de enseñanza de la teoría de conjuntos a nivel de educación secundaria.

## 5.2 Recomendaciones

A través de los resultados y conclusiones provenientes de nuestra investigación y del diagnóstico que sirvió como base para la realización de la misma, se plantean una serie de recomendaciones con la finalidad de fomentar actividades en pro de la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de diversos temas matemáticos, y como caso particular, del tema de conjuntos. Cabe destacar que las últimas dos recomendaciones quedan a criterio de cada docente (quien discrepe de ellas puede simplemente obviarlas).

- ❖ **Al personal directivo:** Estimular a los docentes del área de matemáticas para que apliquen herramientas didácticas alternativas más que las tradicionales clases expositivas, con la finalidad de generar en los estudiantes motivación, creatividad, comprensión y análisis crítico.
- ❖ **Al docente:** Indagar constantemente sobre las actividades lúdicas vanguardistas para aplicarlas en el aula de clase, así como también elaborar recursos que permitan generar aprendizajes significativos en la enseñanza de la matemática.
- ❖ **Al docente:** Considerar la utilización del **Juego de los Cuatro Envases** a la hora de impartir el tema de conjuntos, ya que primero que todo, ayuda a comprender las operaciones entre ellos, además actúa como un agente motivador (pues ayuda a despertar en los estudiantes el interés por aprender) y mejora los aspectos socio-emocionales de los educandos (y del docente mismo), y pues sin duda alguna, va orientado hacia los nuevos paradigmas de la enseñanza.
- ❖ **Al docente:** Invitar a los estudiantes a que relacionen el tema en estudio con las ideas previas que poseen, para que la información obtenida sea más significativa para ellos.

- ❖ **Al docente:** Examinar los comics, series televisivas, películas y videojuegos favoritos de los estudiantes, con la finalidad de emplear todo esto para dar la clase, usando analogías que despierten el interés debido al vínculo que ellos crean entre lo que les es familiar y lo nuevo que se les enseña.
  
- ❖ **Al docente:** Conocer el lenguaje adolescente de moda y su respectiva traducción (esto se logra con la colaboración de algún adolescente que no sea de la clase o usando periódicamente una red social), esto con tres propósitos principalmente:
  - Interpretar las conversaciones estudiante-estudiante para conocer más sobre ellos, la causa de un determinado comportamiento y además poder cumplir con la recomendación anterior (pues si no es así entonces ¿Cómo podremos saber *realmente* cuáles son sus actividades predilectas?).
  - Entender mejor las preguntas que el estudiante realiza al docente, esto permitirá responder con más claridad y eficacia (usando su mismo dialecto en caso de ser necesario) la duda.
  - Usar algunas palabras (las más decorosas claro está) de su dialecto a la hora de dar la clase, sobre todo al realizar ejemplos, ya que con esto se logra que el adolescente establezca afinidad con el profesor y pueda expresarse con más espontaneidad al plantear una duda sobre el tema de la clase o al dialogar sobre un problema personal que le aqueja. Esto ocurre debido a que al hablar su mismo *lenguaje*, ellos conciben al docente como uno más de su “familia” tal como ocurre con los habitantes de una comunidad que comparten el mismo idioma.

# APÉNDICE

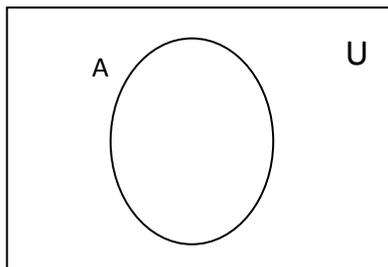


**CUESTIONARIO PRE-JUEGO**

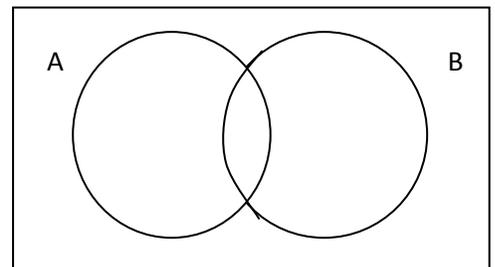
A continuación se te proponen 5 preguntas y 4 problemas sobre conjuntos. Tómate tu tiempo de modo que puedas responder y resolverlos de la mejor manera posible

1	¿Qué es para ti un conjunto?
2	¿Qué es un elemento?
3	¿Qué es el conjunto Vacío?
4	Si tienes un conjunto llamado A y uno llamado B, ¿Cómo harías para intersectar estos dos conjuntos?
5	Si tienes un conjunto llamado C y uno llamado D ¿Como harías para unir dichos conjuntos?

6. –En esta figura sombrea  $A^c$



7. –En esta figura sombrea A-B



8.- Dados los conjuntos  $M = \{k, x, y, z, w\}$  y  $N = \{o, p, r, w\}$ , halle:

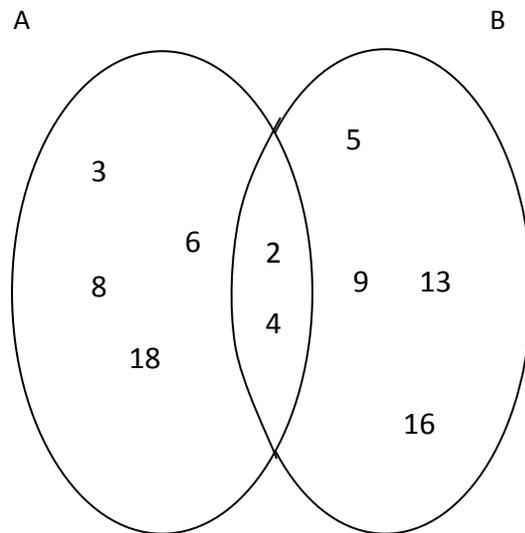
$$M \cup N =$$

$$M \cap N =$$

$$M - N =$$

9.- En la siguiente ilustración se muestran 2 conjuntos:  $A = \{2, 3, 4, 6, 8, 18\}$  y

$B = \{2, 4, 5, 9, 13, 16\}$



Determine:

$$A \cup B =$$

$$A \cap B =$$

$$A - B =$$

$$B - A =$$

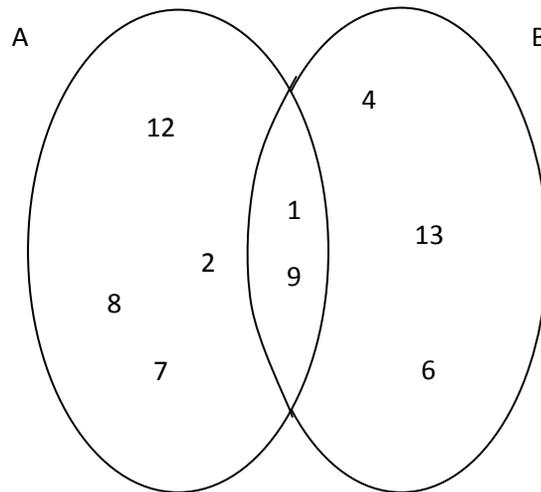


**CUESTIONARIO POST-JUEGO**

A continuación se te presentan una serie de ejercicios con conjuntos y al final algunas preguntas. Tómate tu tiempo para resolverlos

1.- En la siguiente ilustración se muestran 2 conjuntos:

$A = \{1, 2, 7, 8, 9, 12\}$  y  $B = \{1, 4, 6, 9, 13\}$



Determine:

$A \cup B =$

$A \cap B =$

$A - B =$

$B - A =$

2.- Dados los conjuntos  $D = \{a, e, o\}$ ,  $E = \{i, u\}$  y  $U = \{a, e, i, o, u\}$ .

Hallar:

a.  $D \cap E =$

b.  $D^c =$

c.  $E^c =$

3.- Dados los conjuntos  $F = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  y  $G = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

Determine:

- a.  $F \cup G =$
- b.  $F - G =$
- c.  $G - F =$

4.- Responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué es para ti un conjunto?

---

---

---

b. Si te dan un conjunto A y uno B. ¿Cómo harías para hallar la unión de esos dos conjuntos?

---

---

---

c. Crea dos conjuntos cuyo conjunto intersección no tenga elementos.

---

---

---

d. ¿Cómo definirías con tus propias palabras el complemento de un conjunto A?

---

---

---

Nombre y Apellido:

<b>Nombre del Plantel:</b> Rafael María Urrecheaga
<b>Finalidad del instrumento:</b> Evaluar los aspectos sociales, afectivos y emocionales de los estudiantes de 2do. Año durante la aplicación del Juego de los Cuatro Envases.
<b>Técnica Aplicada:</b> Observación
<b>Fecha de aplicación:</b>
<b>Nombre del estudiante en estudio:</b>

**LISTA DE COTEJO**

N°	ASPECTOS A EVALUAR	LO LOGRA	NO LO LOGRA
1	Sigue instrucciones antes y durante la realización del juego		
2	Participa activamente en el desarrollo de la actividad		
3	Confía en sí mismo a la hora de realizar el juego		
4	Se muestra motivado por el desarrollo del juego		
5	Respeto las ideas y opiniones de sus demás compañeros		
6	Coopera con sus compañeros en caso de que lo necesiten.		
7	Respeto las normas establecidas del juego		



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
NÚCLEO UNIVERSITARIO RAFAEL RANGEL  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICA

**INSTRUMENTO DE VALIDACIÓN DE CUESTIONARIOS**

A continuación se le presentan una serie de indicadores de un cuestionario pre-juego y post-juego aplicado a una sección de 2do. Año del nivel de educación media general. El cuestionario pre-juego tiene como objetivo evaluar los conocimientos de dichos estudiantes respecto a las operaciones con conjuntos (Este cuestionario se aplicará luego de que el docente haya terminado de impartirles todo el contenido programático de este tema, estipulado para este nivel según el currículo educativo), todo esto con el fin de recolectar información para el trabajo de investigación **El Juego de los 4 envases: una Herramienta didáctica para la enseñanza de los conjuntos y sus operaciones**, que realizan los Brs. German Vargas C.I. 19.428.646 y Jhoniver Paredes C.I. 20.430.842 para optar al título de Lcdos. En Educación mención Física y matemática. Por otro lado el cuestionario post-juego tiene como objetivo verificar la efectividad del mencionado juego en la mejora de la comprensión de las operaciones con conjuntos (Revisar la explicación del juego la cual se encuentra anexada). Luego de revisar ambos cuestionarios por favor asigne a cada uno el puntaje (con rango entre 0 y 5) que Ud. Considere, respecto a cada indicador.

Nº	INDICADORES	PUNTAJE	
		Cuest. Pre-juego	Cuest. Post-juego
1	Lenguaje accesible respecto al nivel educativo de los encuestados.	5	5
2	Flexibilidad de las preguntas.	4	4
3	Preguntas adecuadas respecto al nivel educativo de los encuestados.	5	5
4	Eficacia para evaluar los conocimientos teóricos de las operaciones con conjuntos.	5	5
5	Eficacia para evaluar en la práctica las operaciones con conjuntos.	5	5
6	Eficacia para evaluar la comprensión gráfica de las operaciones con conjuntos.	5	5
7	Tendencia hacia el análisis y el razonamiento (De las preguntas).	5	5
8	Confiabilidad de los resultados obtenidos mediante la encuesta para ser usados en el trabajo de investigación.	4	4
<b>PUNTAJE TOTAL</b>		<b>38 / 40</b>	<b>38 / 40</b>

Nombre y Apellido	Nivel Académico y Área de Instrucción	Firma	Fecha
Dubraska Salcedo	Licenciada en Matemáticas	Dubraska Salcedo	28/05/13



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
NÚCLEO UNIVERSITARIO RAFAEL RANGEL  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICA

### INSTRUMENTO DE VALIDACIÓN DE CUESTIONARIOS

A continuación se le presentan una serie de indicadores de un cuestionario pre-juego y post-juego aplicado a una sección de 2do. Año del nivel de educación media general. El cuestionario pre-juego tiene como objetivo evaluar los conocimientos de dichos estudiantes respecto a las operaciones con conjuntos (Este cuestionario se aplicará luego de que el docente haya terminado de impartirles todo el contenido programático de este tema, estipulado para este nivel según el currículo educativo), todo esto con el fin de recolectar información para el trabajo de investigación **El Juego de los 4 envases: una Herramienta didáctica para la enseñanza de los conjuntos y sus operaciones**, que realizan los Brs. German Vargas C.I. 19.428.646 y Jhoniver Paredes C.I. 20.430.842 para optar al título de Lcdos. En Educación mención Física y matemática. Por otro lado el cuestionario post-juego tiene como objetivo verificar la efectividad del mencionado juego en la mejora de la comprensión de las operaciones con conjuntos (Revisar la explicación del juego la cual se encuentra anexada). Luego de revisar ambos cuestionarios por favor asigne a cada uno el puntaje (con rango entre 0 y 5) que Ud. Considere, respecto a cada indicador.

N°	INDICADORES	PUNTAJE	
		Cuest. Pre-juego	Cuest. Post-juego
1	Lenguaje accesible respecto al nivel educativo de los encuestados.	5	5
2	Flexibilidad de las preguntas.	5	5
3	Preguntas adecuadas respecto al nivel educativo de los encuestados.	5	5
4	Eficacia para evaluar los conocimientos teóricos de las operaciones con conjuntos.	5	5
5	Eficacia para evaluar en la práctica las operaciones con conjuntos.	5	5
6	Eficacia para evaluar la comprensión gráfica de las operaciones con conjuntos.	5	5
7	Tendencia hacia el análisis y el razonamiento (De las preguntas).	5	5
8	Confiable de los resultados obtenidos mediante la encuesta para ser usados en el trabajo de investigación.	5	5
PUNTAJE TOTAL		___/40	___/40

Nombre y Apellido	Nivel y área de Instrucción	Firma	Fecha
Wilfredo Zuleta R	4 <sup>to</sup> Nivel - Matemáticas		22/05/13



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
 NÚCLEO UNIVERSITARIO RAFAEL RANGEL  
 DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICA

**INSTRUMENTO DE VALIDACIÓN DE LISTA DE COTEJO**

A continuación se le presentan una serie de indicadores sobre una lista de cotejo aplicada a una sección de 2do. Año de Educación media general con la finalidad de recolectar información respecto a los aspectos sociales, afectivos y emocionales de estos estudiantes durante la aplicación del juego de los cuatro envases (Revisar la explicación del juego la cual se encuentra anexada). Todo esto en el marco de la realización del trabajo de investigación **El Juego de los 4 envases: una Herramienta didáctica para la enseñanza de los conjuntos y sus operaciones**, que realizan los Brs. German Vargas C.I. 19.428.646 y Jhoniver Paredes C.I. 20.430.842 para optar al título de Lcdos. En Educación mención Física y matemática. Luego de revisar la lista de cotejo en cuestión, por favor asigne el puntaje (con rango entre 0 y 5) que Ud. Considere adecuado respecto a cada indicador.

N°	INDICADORES	PUNTAJE				
		1	2	3	4	5
1	Eficacia del instrumento para evaluar los aspectos sociales.				X	
2	Eficacia del instrumento para evaluar los aspectos emocionales.				X	
3	Eficacia del instrumento para evaluar los aspectos afectivos.			X		
4	Confiable de los resultados obtenidos mediante la aplicación del instrumento para ser usados en el trabajo de investigación.				X	
<b>PUNTAJE TOTAL</b>		___ / 20				

Nombre y Apellido	Nivel y área de Instrucción	Firma	Fecha
<i>Osvaldo Luon y</i>	<i>Profesor</i> <i>Física Matemática</i>	<i>[Firma]</i>	<i>22/05/13</i>

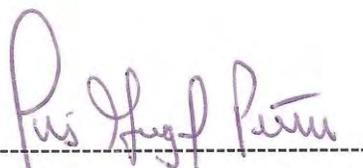
REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA  
MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA EDUCACIÓN  
L.B “RAFAEL MARÍA URRECHEAGA”  
MUNICIPIO PAMPAN ESTADO TRUJILLO

CONSTANCIA

Quien suscribe, Lcdo. Luis Ángel Peña, C.I. N° V- 10.037.599, Director del Liceo Bolivariano “Rafael María Urrecheaga”, ubicado en la parroquia Pampán, Municipio Pampán, Estado Trujillo. Por medio de la presente hace constar que los Ciudadanos: **German Vargas, C.I. N° V-19.428.646** y **Jhoniver Paredes, C.I. N° V-20.430.842** aplicaron el instrumento de evaluacion del juego de los cuatro envases para la tesis de grado titulada **“EL JUEGO DE LOS CUATRO ENVASES: UNA HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS CONJUNTOS Y SUS OPERACIONES”**, el dia 5 junio del presente año en nuestra institución.

Constancia que se expide a petición de parte interesada, en Pampán a los 6 días del mes de junio de 2013.



  
Lcdo. Luis Ángel Peña  
Director

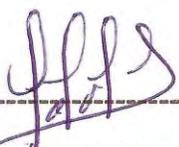
**REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA**  
**MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA EDUCACIÓN**  
**L.B “ELISA PULGAR DE RAMÍREZ”**  
**MUNICIPIO MIRANDA ESTADO TRUJILLO**

**CONSTANCIA**

Quien suscribe Lcda. Ángela Díaz, titular de la C.I. N° 9.000.760 Directora del Liceo Bolivariano “Elisa Pulgar de Ramírez”, ubicado en la parroquia Agua Santa, Municipio Miranda, Estado Trujillo. Por medio de la presente hace constar que los Ciudadanos: **German Vargas** , C.I. N° V- 19.428.646 y **Jhoniver Paredes**, C.I. N° V- 20.430.842 aplicaron el instrumento diagnóstico para la tesis de grado titulado **“EL JUEGO DE LOS CUATRO ENVASES UNA HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS CONJUNTOS Y SUS OPERACIONES”**, el día 13 de junio del presente año en nuestra institución.

Constancia que se expide a petición de parte interesada, en Agua Santa a los 14 días del mes de junio de 2013



  
Lcda. Ángela Díaz

Directora

# **ANEXOS**

## Bienvenida a los Estudiantes



## Clase expositiva / Presentación del Juego



## Aplicación del Juego



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aragón J. (2005). *Psicología del Aprendizaje: Teoría y Práctica*. México: San Pablo.
- Arias, F. (1999). *El Proyecto de Investigación* (3ª ed.). Caracas: Episteme.
- Arias, F. (2004). *El Proyecto de investigación* (4ª ed.). Caracas: Episteme.
- Artigas, N. (1999). *Estrategias Experimentales y su incidencia en el Aprendizaje Significativo de las Ciencias naturales*. Trabajo de Grado. Universidad Nacional Abierta, Trujillo-Venezuela.
- Ausubel, D. (1968). *Psicología Educativa: Una mirada cognoscitiva*. New York: Holt, Rinehart & Wiston.
- Azuaje, E. (2006). *Pensamiento y Gerencia*. Venezuela: Ediciones Urania.
- Bandura, A (1969). *Principios del Comportamiento Modificado*. New York: Holt, Rinehart & Wiston.
- Bandura, A. (1986). *Fundamentos Sociales de Pensamiento y Práctica: Una Teoría Social Cognitiva*. New Jersey: Prentice Hall.
- Briceño, D. y Ramírez, S. (2008). *El juego como estrategia para lograr el aprendizaje significativo de la Educación Vial en el 8º grado de Educación Básica. Caso: Colegio Privado "Monseñor Mejía" del Municipio Valera Estado Trujillo*. Trabajo de Grado. Núcleo Universitario Rafael Rangel, Trujillo-Venezuela
- Decroly, O. y Monchamp, E. (2002). *El juego Educativo: Iniciación a la actividad intelectual y motriz*. Madrid: Ediciones Morata S.L.
- Delval, J. (1991). *Crecer y Pensar: La Construcción del Conocimiento en la Escuela*. [Libro en Línea]. México: Paidós. Disponible: <http://www.psicopedagogia.com/articulos>. [Consulta: 2012, Noviembre]
- Diccionario enciclopédico NORMA (2006).

- González, J. y Gómez, A. (1994). *Curso de Informática Educativa en Centro de Estudios de Software para la Enseñanza*. La Habana-Cuba.
- Gonzales, M. Ávila Y. (2011). *El juego de mesa “MUNDO RECTO” como estrategia didáctica para la enseñanza del movimiento rectilíneo uniforme en las escuelas rurales del Municipio Escuque. Caso: U.E. “Santa Rosa” y U.E “La Mata”*. Trabajo de Grado. Núcleo Universitario Rafael Rangel, Trujillo-Venezuela.
- Gordon, J. *Atracción fractal*. Muy Interesante, XXIX (10), 36-38.
- Guzmán, M. (1984) *Juegos matemáticos en la enseñanza* [Documento en línea]. Disponible en: <http://www.mat.ucm.es/dptos/am/guzman/juemat/juemat.htm>
- Hernández, B. y Segovia, M. (2008). *Estrategias de enseñanza para promover el razonamiento lógico-matemático en los alumnos de la primera etapa de educación básica*. Trabajo de Grado. Núcleo Universitario Rafael Rangel, Trujillo-Venezuela.
- Hernández, R. Fernández, C. y Batista, P. (2002). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill
- Iztúriz, A., Tineo, A., Barrientos Y. y otros (2007). *El juego instruccional como estrategia de aprendizaje sobre riesgos socio-naturales*. Educere, 11 (36), 103-112.
- Jiménez, Y. (2004). *Programa en Estrategias Metodológicas para la Enseñanza de la matemática dirigida a Docentes de séptimo grado de las escuelas del distrito escolar N° 2 del Estado Yaracuy*. Trabajo de Grado. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Barquisimeto.
- Klinger, C. y Vadillo, G. (1994). *Psicología Cognitiva: Estrategias en la Práctica Docente*. México: Ed. Litográfica Ingremex.
- Martínez, O. (1999). *El uso de los juegos en la instrucción*. Enfoques, 1, 45-55.
- Montilla, L. (2010). *Estrategias didácticas para la construcción de conocimientos matemáticos*. Trabajo de Grado. Núcleo Universitario Rafael Rangel, Trujillo-Venezuela.
- Morles, V. (1994). *Planeamiento y Análisis de investigaciones* (8ª ed.). Caracas: El Dorado.

- Palacios, J. (2005). *La Cuestión Escolar*. España: Editorial Laia.
- Palomino, W. (2010). *La Enseñanza de las ciencias: una propuesta para el nivel primario*  
 [En línea]. Disponible:  
<http://www.monografias.com/trabajos12/enscienc/enscienc.shtml#PROPUEST>.  
 [Consulta: 2012, Noviembre]
- Pérez, J., Jimeno, J. y Cerdá, E. (2004). *Teoría de Juegos*. Madrid: Pearson Educación.
- Piña, J. (2011). *Graficador Sinusoidal: una herramienta didáctica aplicada a la representación gráfica de las funciones trigonométricas*. Trabajo de Grado. Núcleo Universitario Rafael Rangel, Trujillo-Venezuela
- Prieto, F. (1984). *Principios Generales de la Educación* (3ª ed.). Caracas: IPASME.
- Quintero, R. (2006). *Juego y matemática en la enseñanza: El truco de las 21 cartas a través de permutaciones*. *Educere*, 10 (34), 427-434.
- Ramírez, T. (2010). *Cómo hacer un proyecto de investigación*. Caracas: PANAPO.
- Rivero, F. (1999). *Resolviendo Ecuaciones Lineales con el uso de los Modelos*. Universidad de los Andes. Departamento de Matemáticas. Mérida-Venezuela.
- Rondón, K. (2007). *Efecto de un modelo de juego como estrategia en la enseñanza del contenido conceptual de la célula en los estudiantes de 9º grado*. Trabajo de Grado. Núcleo Universitario Rafael Rangel, Trujillo-Venezuela.
- Sábato, E. (1975). *Uno y el Universo* (5ª ed.). Buenos Aires: Sudamericana.
- Sáenz, J., Gil F., López, B. y otros (2005). *Fundamentos de la Matemática* (2ª ed.). Venezuela: Hipotenusa.
- Schunk, D. (1997). *Teorías del aprendizaje* (2ª ed.). México: Pearson Educación.
- Sole, I. y Coll, C. (1995). *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Editorial Grao.

Vetencourt J. (2011). *El juego de Gergonne como estrategia didáctica en el proceso enseñanza-aprendizaje de teoría combinatoria elemental*. Trabajo de Grado. Núcleo Universitario Rafael Rangel, Trujillo-Venezuela.

Vopel, K. (2000). *Juegos de interacción para niños y preadolescentes*. Madrid: Editorial CCS.

Zambrano A. (2002). *Pedagogía, Educabilidad y Formación de Docentes* (2ª ed.). Colombia: Nueva Biblioteca Pedagógica.