

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
NÚCLEO UNIVERSITARIO “RAFAEL RANGEL”
DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICA
TRUJILLO ESTADO TRUJILLO



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
NÚCLEO UNIVERSITARIO
RAFAEL RANGEL

**Creencias, Concepciones y Conocimiento Profesional de profesores en
formación de la carrera Educación mención: Física y Matemática en cuanto
a temas de Álgebra Lineal y su relación con el bachillerato**

AUTORAS:

Ana M. Blanco

C. I.: 13260134

Yackeline C. Urbina

C. I.: 16014234

TUTOR:

Dr. Luis García Oropeza

Julio 2010

DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICA

Yo, profesor Luis Alfonso García Oropeza, titular de la Cédula de Identidad N° V-6498308, adscrito al Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Los Andes, por medio de la presente hago constar que acepto ser el TUTOR del Proyecto de Trabajo de Grado, cuyo título es: **Creencias, Concepciones y Conocimiento Profesional de profesores en formación de la carrera Educación, mención: Física y Matemática, en cuanto a temas de Álgebra Lineal y su relación con el contenido de bachillerato**, presentado por las bachilleres: **Ana María Blanco Briceño, C.I. N° 13260134 y Yackeline Carolina Urbina, C.I. N° 16014234.**

Trujillo, Abril de 2010

Dr. Luis García Oropeza

Tutor

Índice

Contenido	Pág.
Introducción	1
Capítulo 1: Motivos, contexto y objetivos	5
1.1 Razones personales.....	6
1.2 Antecedentes de la investigación.....	10
1.3 Hipótesis de partida.....	12
1.4 Ámbito de este trabajo.....	13
1.5 Objetivos.....	14
Capítulo 2: Marco Teórico	17
2.1 Creencias, concepciones y conocimiento profesional.....	18
2.1.1 Creencias.....	19
2.1.2 Concepciones.....	25
2.1.3 Conocimiento profesional.....	29
2.2 El Álgebra Lineal.....	36
2.2.1 Matrices.....	36
2.2.2 Vectores.....	38
2.2.3 Sistema de Ecuaciones Lineales.....	39

Capítulo 3: Metodología.....	41
3.1 Recolección de datos.....	42
3.1.1 El cuestionario.....	42
3.1.2 Validación del cuestionario.....	45
3.2 Participantes en el estudio.....	46
3.3 Metodología de la investigación.....	47
3.3.1 Diseño metodológico: Estudio de casos.....	48
3.3.2 Exigencias previas a la investigación.....	49
3.4 Organización de los datos.....	53
3.5 Representación de los datos.....	54
3.6 Redes sistémicas.....	55
3.6.1 Simbología.....	55
3.6.2 Ejemplos de redes sistémicas.....	56
3.7 Metodología para el análisis.....	58
3.8 Observaciones sobre el análisis.....	60
Capítulo 4: Análisis de datos.....	61
4.1 Análisis de la pregunta 1.....	62
4.2 Análisis de la pregunta 2.....	66
4.3 Análisis de la pregunta 3.....	69
4.4 Análisis de la pregunta 4.....	72
4.5 Análisis de la pregunta 5.....	75
4.6 Análisis de las preguntas 6 y 7.....	79
4.7 Análisis de la pregunta 8.....	81

4.8	Análisis de la pregunta 9.....	83
	Capítulo 5: Conclusiones y Reflexiones finales.....	85
5.1	Conclusiones generales.....	86
5.2	Conclusiones metodológicas.....	88
5.3	Reflexiones finales.....	89
	Bibliografía.....	91
	Anexos.....	99

Introducción

Desde tiempos pasados el hombre siempre ha sido objeto de estudio en todas las áreas de la ciencia, sobre todo como ser pensante y crítico de sí mismo, pero con la fuerte convicción de saber a dónde va y qué quiere; esto basado en sus creencias, las que en su mayoría adquiere de sus propias vivencias, siendo algo muy arraigado en él y que va afinando con el pasar de los años, podríamos decir que le sirven de base para formar su propia concepción y conocimiento de las cosas de una manera única en cada quien.

Estas concepciones establecen una especie de estructura que interviene directamente en su desarrollo profesional ya que los individuos, en general, se ven influenciados por estos aspectos como las creencias y las concepciones, a esta situación no escapan los profesores de matemáticas.

Es precisamente de las creencias, las concepciones y el conocimiento profesional de un grupo de profesores en formación que le queremos hablar en esta oportunidad, para analizar

de forma individual cómo intervienen en la formación de estos futuros docentes cada uno de estos aspectos y ver lo que tienen en común, las diferencias que los hace individuales y únicos como seres humanos y profesionales.

En este trabajo estudiamos algunos aspectos sobre la enseñanza del Álgebra Lineal de profesores en formación. Así, queremos, de alguna manera, contribuir a la ampliación del conocimiento sobre el estudio de creencias, concepciones y conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Para ello hemos dividido el trabajo en cinco capítulos.

En el primer capítulo presentamos los motivos que nos llevaron a la realización del mismo, el contexto en el cual se desarrolla la investigación y finalizamos con los objetivos que nos propusimos alcanzar.

En el capítulo dos desarrollamos el marco teórico en el que se fundamenta nuestra investigación. En el mismo damos a conocer las definiciones y características de creencias, concepciones y conocimiento profesional, todas ellas, relacionadas con el profesor de matemáticas. También reservamos un espacio para hablar de los conceptos u objetos matemáticos vinculados al Álgebra Lineal que son utilizados en el instrumento de recogida de datos.

En el tercer capítulo desarrollamos la metodología empleada en esta memoria, tanto para el diseño de recogida de datos como para el análisis de los datos que arrojó la aplicación del instrumento. Vale señalar que esta investigación es de tipo cualitativo en la que se hace un análisis descriptivo de los datos. Estos datos fueron organizados en redes sistémicas, las

cuales nos permitieron darle estructura a las respuestas de los participantes, pero al mismo tiempo estas redes formaron parte de la metodología de análisis.

El análisis de los datos propiamente quedó reservado al capítulo cuatro, en el mismo ilustramos la estructura que le dimos a la información obtenida, la codificación de la que nos valimos para darle vida a nuestro análisis y, cerramos este trabajo con el quinto y último capítulo, en el cual exponemos las conclusiones y unas reflexiones finales donde dejamos abiertas algunas preguntas de cara a futuras investigaciones en esta línea.

Capítulo 1

Motivos, contexto y objetivos

Introducción

En este capítulo se exponen los motivos que nos inducen a realizar este trabajo y el marco en el cual se desarrolla el mismo. Si bien es cierto que el protagonista principal es el profesor de matemáticas en formación, nos permitimos decir que este protagonismo es compartido, pues el Departamento de Física y Matemática del Núcleo Universitario “Rafael Rangel” de la Universidad de Los Andes en Trujillo está involucrado de manera directa en el desarrollo de este trabajo, ya que los profesores en formación y participantes pertenecen en su totalidad a la carrera de Educación, mención Física y Matemática. Es por ello que hablamos de sus funciones dentro de la universidad. Dado que la presente investigación está asociada a las creencias, concepciones y conocimiento profesional del profesor de

matemáticas vinculado a la enseñanza del Álgebra Lineal, presentamos al lector los antecedentes y la motivación que nos llevaron a este trabajo y cerramos este capítulo con los objetivos que pretendemos cubrir durante el desarrollo de esta investigación.

1.1 Razones personales

A lo largo de los años que llevamos como estudiantes de la carrera de Educación, mención Física y Matemática en el Núcleo Universitario “Rafael Rangel” (NURR) en la Universidad de Los Andes (ULA), en Trujillo, hemos sentido el interés y más aún, la necesidad de investigar sobre algunos aspectos que, dentro del sistema de Educación Básica y media, supone la enseñanza de las matemáticas en el bachillerato por parte de nosotros como futuros profesores de esta rama del saber. Ahora bien, debemos admitir que nunca nos planteamos evaluar a nuestros compañeros de carrera, pero tomando en cuenta que uno de los protagonistas del proceso de enseñanza-aprendizaje es justamente el profesor y más aún cuando lo es de matemáticas, ya que siempre ha supuesto un obstáculo cognitivo para el estudiante, nos inclinamos por indagar sobre algunos elementos que conforman el conocimiento profesional del profesor.

Antes de dar inicio a este estudio, queremos contestar a unas preguntas que nos planteamos al inicio de este trabajo: ¿por qué el profesor de matemáticas en formación?, ¿por qué concepciones y creencias del profesor? y ¿por qué la elección del Álgebra Lineal como objeto matemático a ser estudiado? Debemos responder a la primera pregunta de la siguiente manera: hablar del perfil del profesor en formación resulta complejo, ya que no existe un patrón estándar que caracterice cómo debe ser el prototipo del mismo; sin

embargo, queremos dejar claro lo que de alguna manera debe caracterizarlos, para ello nos apoyamos en García (2005):

...tiene que ser un individuo volcado al saber, al querer aprender, que tenga especial interés por dos cosas fundamentales: una es transmitir de la mejor manera posible sus conocimientos y la otra, la de propiciar una construcción del conocimiento del alumno, autocrítico y consciente de su labor como docente y finalmente, con vocación hacia la investigación.

(García, 2005, p. 5)

Aunque el trabajo antes citado se refiere al profesor de universidad, no vemos por qué no sea viable aplicarlo en nuestro contexto. Por otra parte, una persona que no se sienta motivada por la enseñanza, debe reflexionar en este sentido y dejar que otra persona, que sí lo esté, lo haga; en caso contrario es probable que su labor como docente esté alejada de los intereses de los estudiantes, poco motivadora por parte del profesor, pero por encima de todo perjudicial, si es que se puede llamar enseñanza. Además, la gran mayoría de los estudiantes percibirán el ánimo y la disposición que tenga el profesor y esto podría repercutir de manera negativa en los primeros.

De su labor como docente, el profesor debe estar dispuesto a aprender y nada mejor que empezar por reflexionar y criticar su propia enseñanza; es decir, que en su trabajo como enseñante tenga siempre activada la inquietud por aprender sobre cada clase que imparte; pues su función depende en buena parte de la reflexión y crítica hacia su propio trabajo como enseñante. El profesor debe revisar constantemente los conceptos, caracterizaciones, ejemplos que ilustran lo anterior, material didáctico innovador entre otros. A todo esto hay

que sumarle que el profesor debería aceptar las críticas y comentarios que en buena lid se le hagan en cuanto a su labor como docente (Moreno, 2000).

A la segunda pregunta, sobre concepciones y creencias del profesor, respondemos que la revisión de alguna bibliografía sobre el tema, en la que destacamos las siguientes: An *et al.*, 2004; Bodur, 2003; Flores, 1998; Gil y Rico, 2003; Kahan *et al.*, 2003; Moreno y Azcárate, 2003; Porlán y Rivero, 1998; Thompson, 1992, nos llevaron a pensar que esta línea podría ser la base para trabajar sobre procesos de cambio en un futuro, como por ejemplo una posible revisión curricular, la implementación de las nuevas tecnologías en la enseñanza, la formación del profesorado, entre otras. Por otra parte, consideramos de gran importancia el poder ahondar sobre el profesor de matemáticas en cuanto a sus ideas, su formación y lo que éste piensa sobre qué debe enseñarse y cómo hacerlo.

Otro de los motivos que nos inducen a estudiar las concepciones y creencias del profesor, tienen que ver con lo que éstas representan en todo lo que supone el proceso de enseñanza-aprendizaje. Tal como se explica en el siguiente capítulo, las concepciones y creencias actúan como filtros en el citado proceso, ayudan a organizar y estructurar el conocimiento para luego transmitirlo de la manera que el profesor considere la más idónea (Thompson, 1992). Aún así, concluimos nuestra respuesta con palabras de Gil y Rico (2003):

Son muchas y variadas las situaciones relacionadas con la práctica educativa en las que es útil conocer las concepciones y creencias de los profesores sobre enseñanza y aprendizaje, por ejemplo, para implicar a los profesores en procesos de cambio, etc.

(Gil y Rico, 2003, p. 27)

En atención al Álgebra Lineal como objeto matemático para este estudio, lo justificamos con lo siguiente: en primer lugar, la presencia de algunos tópicos o conceptos vinculados a esta área de las matemáticas en los programas de 1° a 5° año de bachillerato en nuestro país no es un secreto, aunque es conveniente hacer la observación de que nos fue imposible obtener los programas oficiales de matemáticas de bachillerato, tanto en la Dirección de Educación del Estado Trujillo como en la página web oficial del M.P.P.E .

Por otra parte, es bien conocido que el Álgebra Lineal guarda estrecha relación con diversas áreas de las matemáticas por no decir que con todas, además de la fuerte aplicabilidad que tiene en la modelización y en la resolución de problemas aplicados a distintas áreas como por ejemplo las Ciencias Económicas, una muestra de ello es que en la carrera de Contaduría Pública que se imparte en el NURR se dicta la asignatura Álgebra Matricial, que no es más que una rama del Álgebra Lineal conformada principalmente por el estudio y uso de las matrices.

Finalizamos diciendo que aunque la investigación sobre algunos aspectos del profesor en ejercicio o formación no es la opción más atractiva o que más interés despierta, pensamos que merece la pena apostar por desarrollar esta vía de trabajo en nuestro entorno académico, como punto de partida para reflexionar sobre la idea del profesor y su profesionalización con todo lo que ello implica (García, 2005), además de definir y unificar criterios sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1.2 Antecedentes de la investigación

Una vez expuestas las razones de índole personal que nos llevaron a la realización de esta investigación, es conveniente hablar de la literatura revisada y relacionada con investigaciones centradas en el pensamiento del profesor y, más concretamente, en lo relacionado a las creencias y concepciones del profesor en formación que, de una manera u otra sustentarán el desarrollo de este trabajo.

No obstante hay que resaltar, en primer lugar, lo difícil que resulta partir de investigaciones realizadas que involucren a personas muy próximas al investigador. Por otra parte, aún cuando hay abundante literatura especializada, en cuanto a los pilares en los que se basa este trabajo se refiere, solamente hay una bastante próxima como es la de García (2005). No obstante, un referente que debemos mencionar es el desarrollado por Flores (1986) quien sitúa su investigación dentro del paradigma del pensamiento del profesor. El problema de investigación que se planteó Flores fue el estudio de la evolución de las creencias y concepciones de los futuros profesores sobre el conocimiento matemático y, sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, teniendo como fuente de información los trabajos realizados en la asignatura de Prácticas de Enseñanza de Matemáticas de futuros maestros de primaria en una universidad Española.

Continuando con los antecedentes de esta investigación citamos a Gil y Rico (2003), cuyo trabajo lo sitúan los autores dentro del marco del pensamiento del profesor, éste consiste en describir y caracterizar las concepciones y creencias que sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mantienen los profesores de secundaria. Tal como ellos lo describen, es un

estudio exploratorio que utiliza la técnica de encuesta, en la que se les facilita a los participantes un cuestionario cerrado. Este cuestionario cerrado que posee una escala de valoración se apoya en la identificación empírica de los juicios de los profesores, la generación inductiva de un sistema de categorías teóricamente fundamentado para clasificar tales juicios. Ahora bien, a objeto de explicar de manera concreta hacia dónde enfocan su trabajo, recurrimos a palabras de los mismos autores, quienes dicen:

Nuestro estudio se va a centrar en las concepciones y creencias de los profesores de matemáticas, pues al conocerlas podemos comprender mejor algunas de sus actitudes y posiciones. Consideramos que cada profesor da una respuesta personal a las cuestiones clave del currículo para su acción en el aula: tiene unos objetivos; para alcanzarlos trabaja unos contenidos, con una determinada metodología y aplica unos criterios de evaluación...

(Gil y Rico, 2003, p. 28)

Otro trabajo que sirve como punto de partida por estar enfocado hacia el conocimiento profesional del profesor, aunque el concepto matemático en el que se centra el mismo es la derivada, se conecta con el nuestro en el contexto sociocultural en el que se desarrolla esta investigación, pues la misma se desenvuelve en Colombia y más concretamente dentro del sistema educativo colombiano a nivel de bachillerato; es el trabajo de Badillo (2003). En esta tesis doctoral, la autora estudia la relación entre el conocimiento del contenido matemático y el conocimiento didáctico del contenido, para ello eligió la enseñanza de la derivada como concepto matemático. En este sentido, describe la naturaleza y formas de conocer el concepto derivada en dos sentidos, por un lado como objeto matemático y por otro como objeto de enseñanza y aprendizaje. Para cumplir con algunos de los objetivos propuestos, Badillo centra su atención en la caracterización de las tareas que proponen los profesores para introducir y evaluar el concepto derivada.

Finalmente cerramos nuestra lista de antecedentes con el trabajo citado inicialmente realizado por García (2005), quien estudia propiamente las creencias, concepciones y el conocimiento profesional del profesor de matemáticas en ejercicio y cuyo objeto matemático de estudio es el concepto de derivada. En este trabajo, el profesor Luis García trabajó con profesores del Departamento de Física y Matemática del NURR-ULA y caracterizó las creencias y concepciones de estos profesores en cuanto a la enseñanza de la derivada en carreras de ciencias económicas.

1.3 Hipótesis de partida

Tal como ha quedado señalado hasta ahora, nuestro punto de partida consiste en estudiar al profesor de matemáticas en formación y para ello partiremos de ciertas inquietudes e interrogantes asociadas al futuro profesional de la enseñanza como por ejemplo: ¿qué formación posee éste de cara a su futuro ejercicio docente?, ¿qué metodologías conoce para la enseñanza de las matemáticas?, ¿cuál es su visión respecto a determinados conceptos matemáticos y la enseñanza de los mismos?, entre otros.

Por otra parte, queremos dejar claro que, no se pretende en ningún momento realizar una crítica hacia el profesor involucrado en la investigación ni hacia su formación recibida; por el contrario, nosotros buscamos analizar e interpretar las opiniones de los primeros en función del conocimiento adquirido a lo largo de la carrera. Todo esto, con el fin de ahondar en el estudio sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas.

1.4 Ámbito de este trabajo

Tal como se indicó en las secciones anteriores, esta investigación tiene como protagonista al profesor de matemáticas en formación, concretamente un grupo de estudiantes de la carrera de Educación, mención Física y Matemática del Núcleo Universitario “Rafael Rangel” de la Universidad de Los Andes en Trujillo. Como tema central, elegimos el Álgebra Lineal como objeto matemático para el estudio de las concepciones y creencias del profesor. Otro aspecto que es conveniente dejar claro desde ahora, es que el presente trabajo estará enfocado, aunque resulte redundante, hacia la enseñanza, por ello el título del mismo. Dicho esto, es pertinente aclarar que la asignatura objeto de estudio pertenece a la carrera antes mencionada. Esta asignatura se sitúa en el séptimo semestre de los diez que conforman esta carrera.

El profesor de matemáticas en formación en el NURR-ULA

En atención a que la figura principal de esta investigación es el profesor de matemáticas en formación, creemos prudente describir un perfil general del profesor de matemáticas en formación que estudia en el NURR-ULA. En primer lugar, estos estudiantes se forman como futuros profesores de física y matemáticas a nivel de bachillerato, el programa de estudios lo conforman, básicamente, asignaturas de ambas disciplinas, complementándose éstas con asignaturas de la rama pedagógica. Destacamos además que desde el inicio de la carrera, los estudiantes acuden al aula de clases por medio de las Prácticas Profesionales, que son cinco en total.

Entre las asignaturas que conforman el componente matemático destacamos: Álgebra I (Estructuras Algebraicas), Análisis Matemático, Álgebra Lineal y diversos cursos vinculados a la Geometría. De acuerdo a la fuerte presencia del Álgebra Lineal en los cursos de matemáticas de bachillerato, nosotros hemos querido indagar sobre la formación del futuro profesional de la enseñanza en esta línea.

1.5 Objetivos

Dentro de los objetivos que nos hemos planteado en este trabajo destacamos los siguientes:

1.5.1 Objetivo General

Analizar las concepciones, creencias y el conocimiento profesional de un grupo de estudiantes para profesores de matemáticas en aspectos concretos del Álgebra Lineal y su enseñanza en cursos del bachillerato.

1.5.2 Objetivos Específicos

- a. Estudiar las creencias, concepciones y conocimiento profesional, desde el punto de vista de la didáctica, de cada uno de los participantes en esta investigación, sobre conceptos del Álgebra Lineal y su pertinencia en los currículos actuales de matemáticas de bachillerato.
- b. Analizar y caracterizar las concepciones y creencias que tiene un grupo de estudiantes para profesores de matemáticas, sobre la enseñanza del Álgebra Lineal en cursos de bachillerato.

- c.** Conocer la importancia que le dan este grupo de estudiantes al Álgebra Lineal, visto como objeto matemático, dentro de los contenidos de los programas de los cursos de bachillerato.
- d.** Analizar la influencia de las concepciones y creencias, derivadas de su formación profesional, en los estudiantes para profesores de matemáticas sobre la enseñanza del Álgebra Lineal en cursos de bachillerato.

Capítulo 2

Marco teórico

Introducción

Comenzaremos por fundamentar nuestro marco teórico en aspectos generales del pensamiento del profesor; en tal sentido, hablaremos de la formación de éste, de sus creencias, concepciones, conocimiento profesional y de cómo influyen y se interrelacionan con la enseñanza. Además, como señalan Gil y Rico (2003), es útil conocer las concepciones y creencias de los profesores sobre la enseñanza que imparten, por ejemplo, para implicar a los profesores en procesos de cambio. Por otra parte, hay que destacar el papel que juega el profesor como objeto de investigación en la actualidad.

Desde que la figura del profesor ha adquirido importancia e interés para los investigadores con relación al proceso educativo, se han desarrollado diferentes paradigmas de investigación que, con mayor o menor éxito, se han asentado en el dominio científico, pero que no han sido lo suficientemente robustos como para proporcionar una comprensión adecuada del hecho educativo de cara al desarrollo de los programas de desarrollo profesional de los profesores.

(Moreno, 2000, pp. 23-24)

Por otra parte y dado que el objeto matemático elegido para el trabajo consiste en algunos conceptos del Álgebra Lineal, hablaremos al final de este capítulo de estos conceptos y de la presencia de los mismos en el currículo de matemáticas de bachillerato en Venezuela.

2.1 Creencias, concepciones y conocimiento profesional

En el apartado referente a los objetivos que se persiguen con este trabajo, señalamos de manera general: estudiar y caracterizar las creencias y concepciones de un grupo de profesores en formación, que se preparan para la enseñanza de las matemáticas a nivel medio y, concretamente, hemos elegido algunos tópicos del Álgebra Lineal para cubrir tales objetivos. Por tal motivo nos parece fundamental definir los términos creencias, concepciones y conocimiento profesional, con la firme intención de ubicarnos en el enfoque que le daremos a los mismos.

En primer lugar, hablar de creencias y concepciones puede resultar muy ambiguo, sabiendo que son conceptos que están relacionados con la religión, la política, la psicología, la

historia, entre otras (Giordan y de Vecchi, 1988); y que se acostumbra con relativa frecuencia a usarlos como sinónimos (Martínez, 2003; Thompson, 1992), llegándose al caso de confundir un término con el otro. De hecho, en Thompson (1992), se observa cómo la autora establece la diferencia teórica entre ambos términos, aunque en la práctica acaba por utilizarlos de forma indistinta; es por ello que consideramos pertinente dar las definiciones que en adelante se seguirán en este trabajo.

De lo anterior, hacemos la siguiente observación que resulta de nuestra revisión bibliográfica, y es que en la literatura de habla inglesa los investigadores suelen utilizar de igual forma tanto un término como el otro, prevaleciendo el de creencias. Por otra parte, el conocimiento profesional es un término de carácter menos general, del cual, también, daremos nuestra definición.

No está de más recordar que nuestro trabajo está dedicado al profesor de matemáticas en formación, por lo tanto las definiciones que a continuación daremos están relacionadas directamente con el campo docente. A continuación hablaremos en forma general de creencias y concepciones, para después focalizar estos términos en el contexto del profesorado.

2.1.1 Creencias

Visión general

Como preámbulo al concepto de creencias, diremos que éstas suelen relacionarse con

aspectos religiosos (Ponte, 1999), o con el conjunto de ideas que un individuo (en nuestro caso, el futuro profesor de matemáticas) tiene sobre determinado tema (Flores, 1998; Martínez, 2003; Moreno, 2000; Vicente, 1995).

De acuerdo con lo antes dicho, nos aproximamos al término creencias por medio de Ponte (1999), quien resume a Nespor (1987) diciendo:

Por ejemplo, pueden verse creencias como verdades personales incontrovertibles que son idiosincrásicas, con mucho valor afectivo y componentes evaluativos, y que residen en la memoria episódica¹ [...]

(Ponte, 1999, p. 44, traducción personal)

Por su parte, Ponte (1999) asocia las creencias con el conocimiento y a lo anterior agrega que:

La noción de creencia lleva a la idea de un tipo inferior de conocimiento. En lenguaje cotidiano “creencia” es a menudo asociada a lo religioso.

(Ponte, 1999, p. 44, traducción personal)

En este sentido, las creencias se pueden ver como un conjunto de ideas que tienden a fundamentarse más en lo empírico y, siguiendo esta línea, Vicente (1995) dice que las creencias:

Son, en efecto, ideas u opiniones que la gente tiene en la cabeza, pero sin haber comprobado ni haberse detenido a examinar si se trata de algo fundado o sin fundamento; simplemente se limita a “creerlo” por haberlo recibido de los mayores, del

ambiente cultural o social, porque “siempre se ha entendido así” o “todo el mundo lo dice”.

(Vicente, 1995, p. 39 citado por Flores, 1998, p. 29)

De igual modo, Gil y Rico (2003) tomando como referencia a Pajares (1992), hablan del origen de las creencias y de cómo se manifiestan.

Creencias: las verdades personales indiscutibles sustentadas por cada uno, derivadas de la experiencia o de la fantasía, que tiene un fuerte componente evaluativo y afectivo [...]. Las creencias se manifiestan a través de declaraciones verbales o de acciones (justificándolas).

(Gil y Rico, 2003, p. 28)

Finalmente, mostramos la definición de creencias que hace Moreno (2000), ya que además de resumir y englobar las anteriores, nos permite servir de puente entre las creencias vistas de manera general y las relacionadas con el profesorado.

Las creencias son conocimientos subjetivos, poco elaborados, **generados a nivel particular por cada individuo** para explicarse y justificar muchas de las decisiones y actuaciones personales y profesionales vividas.

(Moreno, 2000, p. 65, el resaltado es nuestro)

Del profesor de matemáticas

De la visión general que hemos dado de creencias, pareciera no tener mucha relevancia estudiarlas, pero quizás una pieza clave de toda la estructura que supone enseñar son, por

¹ Almacenamiento y evocación de eventos o episodios vividos personalmente. La información está almacenada en la memoria a largo plazo en un contexto espacio-temporal definido. (<http://www.med.univ-rennes1.fr/iidris/cache/es/33/3385>).

un lado, justamente las creencias que el profesor tiene sobre el tema o concepto que enseña, y por otro la influencia de las creencias del profesor en la enseñanza que éste imparte (Pajares, 1992).

Pajares (1992), siguiendo diversos investigadores (Clark, Janesick, Porter, Freeman, Tabachnick y Zeichner), da diversas interpretaciones y significados de las creencias del profesor, afirmando que:

Todos los profesores poseen creencias, como quiera que éstas sean, están definidas y etiquetadas en función de su trabajo, sus estudiantes, su asignatura, su rol y responsabilidades [...]

(Pajares, 1992, p. 314, traducción personal)

Esta afirmación nos permite apreciar el fuerte vínculo entre las creencias del profesor y su labor como tal en el más amplio sentido de la palabra, dejándonos ver la influencia que tienen las creencias del profesor en todo lo que significa enseñar. En consecuencia, éste hace énfasis y las caracteriza diciendo:

Por ejemplo, Clark (1988) llamó a las creencias del profesor preconcepciones y teorías implícitas. Él observó que su uso no es del todo consistente [...] Porter y Freeman (1986) las definieron como orientaciones para enseñar y éstas subyacen dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, del rol de la escuela en la sociedad, de la relación entre profesores, del curriculum y la pedagogía.

(Pajares, 1992, p. 314, traducción personal)

Moreno (2000) se refiere a las creencias, en el caso concreto del profesor de matemáticas,

así:

Estos autores señalan dos tipos de creencias del profesor dependiendo de si están referidas a las Matemáticas como disciplina científica o a las matemáticas como objeto de enseñanza-aprendizaje. Las primeras, influyen en el contenido que se enseña y la forma de enseñarlo. Las segundas, incluirían la orientación que el profesor da a la materia que enseña, esto es, las concepciones del profesor sobre lo que es importante y cómo llegar a ello.

(Moreno, 2000, p. 58)

Ahora bien, si nos adentramos un poco más en el contexto de nuestra investigación, es decir, en las creencias del profesorado, Bodur (2003) se refiere a éstas de la siguiente manera:

Creencias del profesor. El término creencia no nos permite realizar una fácil conceptualización. Esto es debido a la naturaleza abstracta del concepto. [...] las creencias son vistas como **proposiciones** o **afirmaciones** de cosas aceptadas como verdad. Las creencias de los profesores son **convicciones personales relacionadas con la naturaleza del proceso de enseñanza-aprendizaje**, con los estudiantes y la materia que se enseña.

(Bodur, 2003, p. 7, traducción personal, el resaltado es nuestro)

Siguiendo estas ideas, Thompson (1992) basándose en algunos investigadores señala la importancia y el papel que desempeñan las creencias de los profesores en su labor docente.

[...] las creencias de los profesores de matemáticas y su labor docente juegan un papel importante en las características que el profesor da a sus patrones de enseñanza.

(Thompson, 1992, pp. 130-131, traducción personal)

Pero Handal (2003) y Thompson (1992) apoyándose en Clark y Peterson, afinan aún más sobre el rol que juegan las creencias de los profesores de matemáticas; ellos sostienen que éstas influyen mucho en la toma de decisiones.

Estas creencias actúan como un **filtro** por medio del cual los profesores **toman sus decisiones**, confiando más en éstas que en su conocimiento pedagógico o en las directrices del curriculum.

(Handal, 2003, p. 47, traducción personal, el resaltado es nuestro)

Una vez expuestos diferentes conceptos sobre las creencias y la relación de éstas con el proceso de enseñanza-aprendizaje, presentaremos nuestra definición fundamentada en Bodur (2003), Handal (2003), Moreno (2000) y Ponte (1999):

Las creencias del profesor son un conjunto de ideas poco elaboradas, generales o específicas, que forman parte del conocimiento del profesor y que carecen de rigor para justificarlas, influyendo éstas de manera directa en el desempeño docente del profesor. Las creencias sirven de filtro para todo aquello que supone el proceso enseñanza-aprendizaje.

En resumen, podemos dar algunas características de las creencias del profesor y decir que:

- Están asociadas a las ideas personales.
- Influyen en el proceso enseñanza-aprendizaje actuando como filtros.
- Tienen un valor afectivo.

- Son un tipo de conocimiento.
- Se justifican sin rigor alguno.

2.1.2 Concepciones

A continuación hablaremos del término concepciones desde un punto de vista general, basándonos en algunos investigadores que han tratado el tema y luego, siguiendo la misma línea de trabajo con que se definió el término creencias, lo canalizaremos hacia el profesorado de matemáticas.

Visión general

Al igual que las creencias, las concepciones forman parte del conocimiento, sólo que éstas a diferencia de las primeras, son el resultado de las reflexiones que conllevan al entendimiento por oposición a las de la imaginación (Thinés y Lempereur, 1978), en otras palabras, éstas son el producto de un proceso de maduración y análisis donde los criterios que la sustentan provienen del conocimiento en sí mismo. En este mismo orden de ideas Giordan y Vecchi (1988) definen concepción como:

Un proceso personal, por el cual un individuo estructura su saber a medida que integra los conocimientos.

(Giordan y Vecchi, 1988, p. 97)

Al respecto Ponte (1992) asocia el término concepciones a lo cognitivo, además de caracterizarlas, y sostiene que:

Las concepciones son de naturaleza esencialmente cognitiva. Actúan como una especie de filtro. Por un lado, son indispensables ya que estructuran el sentido que le damos a las

cosas. Por otra parte, actúan como elemento bloqueador en relación a nuevas realidades o a ciertos problemas, limitando nuestras ideas de actuación y comprensión.

(Ponte, 1992, p. 1, traducción personal)

Del profesor de matemáticas

Dejamos atrás el sentido general que se le da al término concepciones, para introducirlo y asociarlo al profesor de matemáticas, dándole al término un enfoque de carácter cognitivo. Mostramos la definición de concepciones que da Moreno (2000) fundamentada en opiniones de Llinares (1991), Ponte (1994) y Thompson (1992).

Las concepciones son organizadores implícitos de los conceptos, de naturaleza esencialmente cognitiva y que incluyen creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias, etc., que influyen en lo que se percibe y en los procesos de razonamiento que se realizan. El carácter subjetivo es menor en cuanto se apoyan sobre un sustrato filosófico que describe la naturaleza de los objetos matemáticos.

(Moreno, 2000, p. 67)

Por su parte, Flores (1998) caracteriza las concepciones y las vincula con lo cognitivo y lo epistemológico. Las concepciones cognitivas están relacionadas con las creencias y el conocimiento del individuo, y son mantenidas de forma personal; mientras que las concepciones epistemológicas en palabras de Flores *“se refieren a tipologías del conocimiento existente en un cierto período histórico, o circunscrito a los textos o programas de cierto nivel de enseñanza”*. Dice además:

Las concepciones epistemológicas se sostienen por la comunidad matemática a lo largo de la historia, y se refieren a los problemas que se plantea la propia comunidad dentro del ámbito de la disciplina (concepciones sobre la matemática), a la forma en que se accede a este conocimiento (concepciones gnoseológicas sobre el conocimiento matemático), o a **problemas de otras disciplinas que son susceptibles de resolución mediante los conocimientos matemáticos (concepciones sobre la utilidad de las matemáticas).**

(Flores, 1998, p. 31, el resaltado es nuestro)

La idea de resaltar parte de la cita anterior es el resultado de una reflexión sobre el tema que se desarrolla y del cual surgieron preguntas tales como: ¿sabe el profesor de matemáticas lo útil que es la enseñanza del Álgebra Lineal en el bachillerato?; ¿sabe el profesor de matemáticas en formación cuáles son los tópicos del Álgebra Lineal que se tienen que enseñar en bachillerato? En función de las respuestas que surgieran a estas preguntas, podría uno estudiar parte de las concepciones de los futuros profesores de matemáticas en conceptos específicos del Álgebra Lineal.

Otra caracterización de concepciones del profesor y que nos permite ver que las creencias son partes de aquellas, se aprecia en Thompson (1992) quien dice que las concepciones de los profesores pueden ser:

Vistas como una estructura mental más general, en la que están incluidas las creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias y gustos.

(Thompson, 1992, p. 130, traducción personal)

Mientras que Ponte (1999) fundamenta su definición en Contreras (1998) y sostiene una fuerte relación con la línea que pretendemos mostrar en este trabajo.

[...] es posible ver las concepciones como un conjunto de posicionamientos que un profesor tiene sobre su práctica en relación con los temas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática [...]

(Ponte, 1999, p. 45, traducción personal)

Es así como luego de conocer y analizar diversos conceptos, llegamos a nuestra definición dándole un sentido cognitivista, en la que subyacen las creencias como parte de las concepciones y el conocimiento profesional, por contener a estas últimas (Ponte, 1992). Desde nuestro punto de vista, esto resolvería el problema de tratar las concepciones y creencias de forma independiente con los problemas que ello supone y acabar utilizando dos términos distintos con el mismo significado:

Las concepciones del profesor consisten en la estructura que cada profesor de matemáticas da a sus conocimientos para posteriormente enseñarlos o transmitirlos a sus estudiantes.

Finalmente, mostramos algunas características del término concepciones:

- Incluyen a las creencias.
- Forman parte del conocimiento.
- Son producto del entendimiento.
- Actúan como filtros.
- Influyen en los procesos de razonamiento.

- Forman una estructura mental.

2.1.3 Conocimiento profesional

Ya se dijo que las creencias del profesor forman parte de sus concepciones y éstas a su vez del conocimiento; llegándose al caso de poder confundir un término con otro (Ponte, 1994; Thompson, 1992).

Si entendemos el conocimiento desde el punto de vista filosófico, diremos que es el producto de una operación o actividad intelectual en la que el hombre adquiere saber, fundamentada en el razonamiento lógico. Más aún, con la adquisición de conocimiento se consigue entender las propiedades y funciones de las cosas, además de su valor objetivo para la práctica (Russ, 1999). En otro sentido, más acorde con nuestra investigación, mostramos la definición de conocimiento que ofrece Bodur (2003).

Conocimiento. “El conocimiento se refiere al entendimiento que hemos convenido dentro de la comunidad escolar como una actividad que merece la pena y es válida” (Richardson, 1996). La definición operativa de “conocimiento” se refiere al conocimiento que se adquiere durante la formación de profesor respecto a una educación multicultural durante los cursos contemplados en el programa de educación básica.

(Bodur, 2003, p. 8, traducción personal)

Al respecto debemos hacer un inciso para recordar que los profesores en formación que son objeto de esta investigación son estudiantes de la carrera Licenciatura en Educación, mención Física y Matemática del Núcleo Universitario “Rafael Rangel” de la Universidad

de Los Andes en Trujillo, es decir, compañeros de estudio de los autores de este trabajo, lo cual resultó en cierta medida algo dificultoso a la hora recoger los datos. No obstante, reservamos para el capítulo siguiente un espacio para resaltar esta situación en concreto.

Aprovechamos que estamos hablando del profesorado que participa en esta investigación para recordar que son profesores en formación, y como el punto que nos ocupa en estos momentos es el conocimiento profesional del profesor de matemáticas, es pertinente hablar de las características y cualidades que un profesor ideal debería tener y que las mismas van en consonancia con las señaladas por Moreno (2000) y Almeida (2002), aunque estas últimas se refieren al profesor de universidad visto como el profesional que es. De esta manera, Moreno (2000) caracteriza al profesor de matemáticas señalando que debe poseer o ser, según sea el caso:

- Dedicación al estudio frente a transmisión de información.
- Profesional de la enseñanza por encima de todo.
- Profesional reflexivo, crítico y competente en su disciplina.

(Moreno, 2000, p. 35)

Por su parte, Almeida (2002) considera cuatro aspectos que deben ser considerados en la profesionalidad docente y que mostramos a continuación:

- Actitud crítica.
- Contenido matemático.
- Contenido pedagógico-estratégico.
- Contenido didáctico.

En este sentido, podemos afirmar que los aspectos antes señalados y las características del profesor, visto como un profesional de la docencia, forman parte o están directamente relacionados con el conocimiento profesional del profesor de matemáticas; tanto es así que Broome (1988) citado en Moreno (2000) identifica ocho categorías como componentes del conocimiento profesional del profesor de matemáticas:

- Conocimiento de las matemáticas.
- Conocimientos curriculares, descritos en planes de estudio y reflejados en los textos y otros instrumentos didácticos.
- Conocimiento sobre la clase.
- Conocimiento sobre lo que aprenden los alumnos.
- Metaconocimientos, que definen el marco en el que se valoran los propios conocimientos y su relación con la profesión.
- Conocimientos sobre la didáctica de la asignatura, aunando informaciones psicológico-pedagógicas, experiencias del profesor y los conocimientos matemáticos.
- Conocimientos pedagógicos.
- Creencias sobre los valores, estudiantes, etc.

(Moreno, 2000, p. 53)

Después de las caracterizaciones señaladas y los elementos que conforman el conocimiento profesional del profesor, es el momento adecuado para decir cómo es dicho conocimiento:

El conocimiento de los profesores, al igual que otros conocimientos como el de los médicos o el de los jueces, es un tipo de conocimiento práctico, profesionalizado y dirigido a la intervención en ámbitos sociales.

(Porlán y Rivero, 1998, p. 65)

Y complementamos con palabras de los mismos autores, quienes dicen:

El conocimiento práctico profesional de los profesores no es, por tanto, un conocimiento académico, ni es identificable con ninguna disciplina concreta.

(Porlán y Rivero, 1998, p. 66)

Es oportuno hacer una breve pausa con el fin de aclarar y poner orden en la terminología, ya que la intención de este apartado no es otra que la de definir conocimiento profesional del profesor de matemáticas; sin embargo, hemos usado con cierta ligereza el término profesionalidad docente (Almeida, 2002) y que bien merece la pena considerarlos como sinónimos. Más aún, revisando la literatura en inglés, nos encontramos con términos como *conocimiento del contenido matemático* o MCK y *conocimiento del contenido pedagógico* o PCK (Kahan *et al.*, 2003; An *et al.*, 2004), destacando que estos autores siguen a Shulman (1987) en el empleo de la terminología. No obstante, veremos que estos últimos términos se pueden ver como sinónimos de conocimiento profesional del profesor de matemáticas.

Kahan *et al.* (2003) comienzan caracterizando el conocimiento del contenido matemático y dicen que:

Bransford, Brown y Cocking (2000) observaron que la competencia en un área requiere de tres características: (a) “un fundamento profundo en el conocimiento de hecho”, (b) entendimiento de los “hechos e ideas en el contexto de un marco contextual”, y (c) organización del conocimiento “en el sentido de facilitar la aplicación y el poder solventar algún inconveniente”.

(Kahan *et al.*, 2003, p. 225, traducción personal)

Por otra parte, acota que Shulman (1987) considera el conocimiento como base de la enseñanza y habla de conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico general y conocimiento del contenido pedagógico, definiendo este último como:

[...] una amalgama especial de contenido y pedagogía que únicamente pueden aportar los profesores, su manera especial y profesional de entender.

(Shulman, 1987, p.8 citado en Kahan *et al.*, 2003, p. 226, traducción personal)

Siguiendo nuevamente a Kahan *et al.* (2003) y a modo de observación, ellos se refieren al conocimiento del contenido pedagógico como un conocimiento muy específico en el sentido que está directamente enfocado hacia todo lo que signifique pedagogía; y de acuerdo con lo antes dicho sobre los profesores participantes en esta investigación (futuros licenciados en educación, mención física y matemática) destacamos parte de la importancia de este trabajo, ya que podemos señalar que el conocimiento del contenido pedagógico:

[...] va más allá de un conocimiento simple de matemáticas que un matemático no necesariamente puede poseer.

(Kahan *et al.*, 2003, p. 226, traducción personal)

Finalmente, debemos resaltar que la definición a la que queremos llegar, engloba en sí misma una diversidad de términos propios de la didáctica. En este mismo orden de ideas, adoptamos la definición que An *et al.* (2004) aportan sobre conocimiento del contenido pedagógico como nuestra definición de conocimiento profesional del profesor de matemáticas puesto que consideramos que difícilmente podemos encontrar una definición, clara y con una estructura, si se quiere, bastante elemental que exprese todo lo que este

término significa.

[...] el conocimiento del contenido pedagógico es definido como el conocimiento de una enseñanza efectiva la cual incluye tres componentes, **conocimiento del contenido, conocimiento del curriculum y conocimiento de la enseñanza**. [...] El conocimiento del contenido consiste en un amplio conocimiento matemático tan bueno como el conocimiento del contenido matemático específico del grado o nivel en el que se está enseñando. El conocimiento del curriculum incluye la adecuada selección y uso de materiales curriculares, entendiendo por completo los objetivos y las ideas claves de los libros de texto y *curricular*. El conocimiento de la enseñanza consiste en el conocimiento del pensamiento del estudiante, la planificación docente y la destreza en las distintas maneras de enseñar.

(An *et al.*, 2004, pp. 146-147, el resaltado es nuestro, traducción personal)

El concepto de conocimiento profesional del profesor de matemática, tal como lo muestran An *et al.* (2004), es obvio que se refiere al conocimiento ideal del profesor, con lo cual es pertinente hacer mención a la distinción que Porlán y Rivero (1998) hacen del conocimiento profesional del profesor. Por una parte al conocimiento profesional dominante o existente; dentro de éste contemplan cuatro tipos de conocimientos: (a) “Los saberes académicos”, relacionados con el proceso de formación. (b) “Los saberes basados en la experiencia”, éstos se fundamentan en la experiencia que el docente adquiere en su labor a lo largo del tiempo. (c) “Rutinas y guiones de acción”, se refieren a las pautas que se siguen dentro del salón de clases tanto para enseñar como para evaluar. (d) “Las teorías implícitas”, aquellas que el profesor pone de manifiesto a través de sus creencias y concepciones sobre cómo enseñar.

Por otra parte, se refieren al conocimiento profesional deseable o ideal. Si tomamos en cuenta los problemas que enfrenta el profesor están relacionados con la práctica de la enseñanza, y éstos a su vez, en palabras de Porlán y Rivero, “con la toma de decisiones antes, durante y después de la intervención, por lo que existe una importante relación entre conocimiento profesional y desarrollo curricular”. En consecuencia, este conocimiento debe estar estructurado por un conjunto de “teorías prácticas” que comprenden entre otras: los objetivos de la educación, el proceso de construcción del saber y el seguimiento de dicho conocimiento.

Así, caracterizamos el conocimiento profesional del profesor de matemáticas como sigue:

- Incluye a las concepciones.
- Entendimiento del contenido matemático.
- Conocimiento de la planificación docente y sobre tomas de decisiones.
- Conocimiento del contenido pedagógico.
 - Conocimiento sobre cómo enseñar y evaluar.
 - Conocimiento sobre todo el material de apoyo para enseñar.
 - Conocimiento sobre el aprendizaje de los alumnos.
- Conocimiento del contenido curricular.
 - Conocimiento sobre qué enseñar.
 - Conocimiento tanto de los programas como de los libros de texto.
- Es la conexión entre el conocimiento matemático propiamente y el conocimiento que el profesor imparte a sus alumnos.

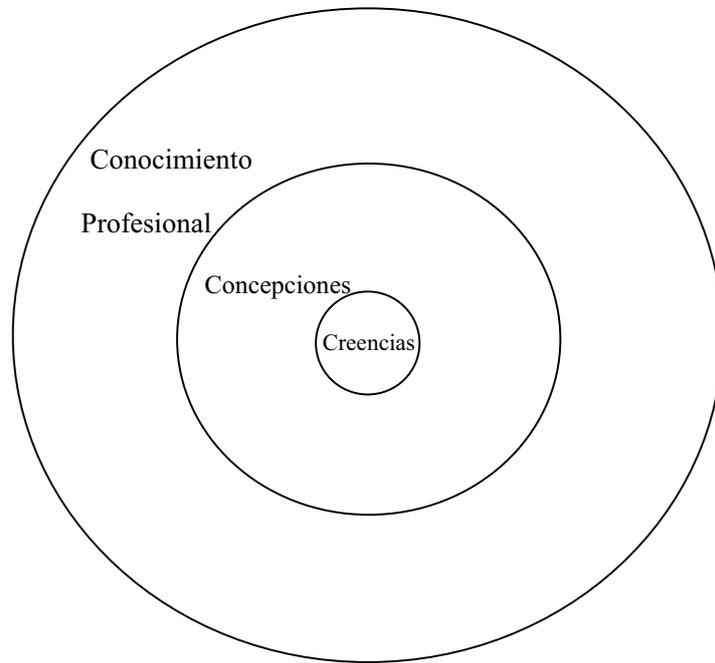


Diagrama representativo de las creencias, concepciones y conocimiento profesional

2.2 El Álgebra Lineal

En esta sección nos ocuparemos de hablar sobre los conceptos matemáticos que contemplamos en este trabajo como objetos para acercarnos a los participantes, todos ellos enmarcados dentro del Álgebra Lineal, tal como lo hemos señalado hasta ahora a lo largo del trabajo.

2.2.1 Matrices

Sean m y n dos enteros positivos y sea $I_{m,n}$ el conjunto de todos los pares de enteros (i,j)

tales que $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$. Cualquier función A cuyo dominio sea $I_{m,n}$ se denomina *matriz* $m \times n$. El valor de la función $A(i,j)$ se llama elemento ij de la matriz y se designará también por a_{ij} . Ordinariamente se disponen todos los valores de la función en un rectángulo que consta de m filas y n columnas, del modo siguiente:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Los elementos a_{ij} pueden ser objetos arbitrarios de naturaleza cualquiera. Normalmente serán números reales o complejos, pero a veces conviene considerar matrices cuyos elementos son otros objetos, por ejemplo, funciones. También designaremos las matrices mediante la notación abreviada

$$A = (a_{ij})_{i,j=1}^{m,n} \quad \text{o} \quad A = (a_{ij}).$$

Si $m = n$, la matriz se llama *cuadrada*. Una matriz $1 \times n$ se llama *matiz fila*; una matriz $m \times 1$ es una *matriz columna*.

Dos funciones son iguales sí y si sólo si tienen el mismo dominio y toman los mismos valores en cada elemento del dominio. Puesto que las matrices son funciones, dos matrices $A = (a_{ij})$ y $B = (b_{ij})$ son iguales si y sólo si tienen el mismo número de filas, el mismo

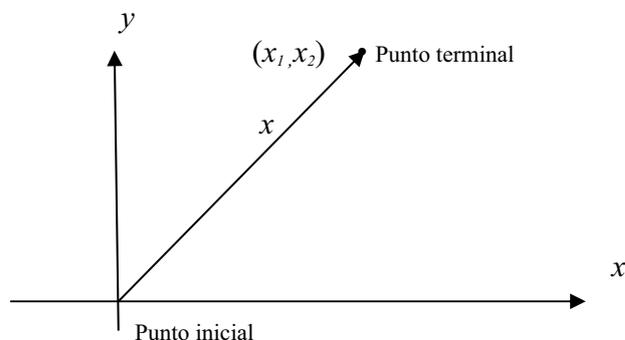
número de columnas, e iguales elementos $a_{ij} = b_{ij}$ para cada par (i, j) .

2.2.2 Vectores

Un **vector** es un segmento de recta orientado, el cual se caracteriza por:

- 1) su **módulo**, que es la longitud del segmento.
- 2) su **dirección**, que viene dada por la recta que pasa por él o cualquier recta paralela.
- 3) su **sentido**, que es uno de los dos sentidos posibles sobre la recta que pasa por él.

En particular, un **vector**, x , **en el plano** se representa geoméricamente por un segmento de recta dirigido cuyo punto inicial es el origen y cuyo punto terminal es el punto (x_1, x_2) , como se muestra en la siguiente figura. Este vector se representa por el mismo par ordenado usado para representar su punto terminal. Es decir,



Observación: Para representar los vectores se utilizan letras negritas minúsculas (como **u**, **v**, **w** y **x**). Usando como modelo los vectores en el plano, a continuación se extiende el análisis en el espacio n -dimensional. La noción que, por lo general, se utiliza cambia del par ordenado $[x_1, x_2]$ a una **n -ada ordenada**. Por ejemplo una terna ordenada es de la forma $[x_1, x_2, x_3]$, una cuádrupla ordenada tiene la forma $[x_1, x_2, x_3, x_4]$ y una n -ada ordenada en

general es de la forma $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$. El conjunto de todas las n -adas se denomina espacio **n -dimensional** y se denota por \mathbf{R}^n .

2.2.3 Sistema de Ecuaciones Lineales

En primer lugar debemos considerar lo que es una ecuación lineal en n -variables.

Una **ecuación lineal en n -variables** $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ es de la forma

$$a_1x + a_2x + a_3x + \dots + a_nx_n = b.$$

Los **coeficientes** $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ son **números reales** y el **término constante** b es un **número real**. El número a_i es el principal y x_i es la **variable principal**.

Observación: Para representar constantes se usan las primeras letras del alfabeto y para representar variables se usan las últimas letras del alfabeto.

Las ecuaciones lineales no tienen productos o raíces de variables; tampoco variables que aparezcan en funciones trigonométricas, exponenciales o logarítmicas. Las variables aparecen solamente elevadas a la primera potencia.

Una solución de una ecuación lineal en n variables es una sucesión de n números reales $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ ordenados de modo que la ecuación se cumple cuando en esta se sustituyen los valores

$$x_1 = s_1, \quad x_2 = s_2, \quad x_3 = s_3, \quad \dots \quad x_n = s_n$$

El conjunto de *todas* las soluciones de una ecuación lineal se denomina su **conjunto solución** y cuando éste se determina, se dice que se ha resuelto la ecuación. Para describir todo el conjunto de una ecuación lineal, a menudo se utiliza una representación paramétrica.

Ahora, un **sistema de m ecuaciones lineales en n variables** es un conjunto de m ecuaciones, cada una de las cuales es lineal en las mismas n -variables:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n &= b_3 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

Observación: La notación con doble subíndice indica que a_{ij} es el coeficiente de x_j en la i -ésima ecuación.

Una solución de un sistema de ecuaciones lineales es una sucesión de números $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ que es solución de cada una de las ecuaciones lineales del sistema. Puede suceder que un sistema de ecuaciones lineales tenga exactamente una solución, infinidad de soluciones o ninguna solución. Un sistema de ecuaciones lineales se denomina **consistente** si tiene por lo menos una solución, e **inconsistente** si no tiene solución.

Capítulo 3

Metodología

Introducción

A continuación presentamos la metodología utilizada en el presente trabajo, tanto para la recolección de datos como para el análisis de los mismos. Al mismo tiempo, reservamos un espacio para hablar sobre los participantes. En primer lugar, comenzaremos hablando sobre la recolección de datos, la cual se hizo a través de un cuestionario abierto y de la metodología empleada para el diseño del mismo. Como siguiente punto, nos referimos al grupo de profesores en formación que participaron en el presente estudio. En el tercer y último punto de este capítulo, hablaremos sobre la metodología empleada para el análisis de la información obtenida por parte de los participantes.

También es importante destacar que este trabajo se basa en un estudio de tipo cualitativo; por medio del cual, investigamos las creencias, concepciones y conocimiento profesional de un grupo de profesores en formación; para finalmente, hacer nuestras interpretaciones y comentarios a partir de los datos obtenidos.

3.1 Recolección de datos

Para la recolección de datos, en el presente trabajo hemos utilizado el cuestionario como única herramienta, destacándose además que la implementación del mismo se realizó de forma directa con cada uno de los participantes, procurando asistirlos en todo momento y aclarando cualquier tipo de duda que se generara durante la aplicación del instrumento. A continuación describiremos cada uno de ellos.

3.1.1 El cuestionario

A la hora de justificar la elección del cuestionario como instrumento de recolección de datos para el presente trabajo, debemos advertir que, fue el instrumento que consideramos más apropiado en cuanto a la obtención y futura reducción de los datos, nuestra inexperiencia en trabajos de esta naturaleza nos hizo inclinarnos por este instrumento. Por otra parte, el hecho de haber elegido a un grupo de compañeros de estudio como participantes en este trabajo nos llevó a descartar una entrevista directa con ellos, puesto que, por sugerencia de nuestro tutor, se podría correr el riesgo de respuestas muy cortas y poco provechosas.

El cuestionario para este trabajo está conformado por nueve preguntas, de las cuales todas excepto la cuarta son de contenido doble. En ellas se plantean diversos aspectos sobre la enseñanza de algunos tópicos del Álgebra Lineal. También se debe hacer mención a los tipos de preguntas que conforman el cuestionario, la primera es del tipo *introdutorio*, ya que lo que se busca es sumergir al participante en el cuestionario; el resto de las preguntas tienen característica de *batería*, puesto que todas tocan el tema de la enseñanza del Álgebra Lineal desde distintos ángulos (Cabrera y Espín, 1986).

Tal como señalan Del Rincón *et al.* (1995), uno de los objetivos del cuestionario es *contrastar hipótesis u opiniones* de los entrevistados sobre un determinado tema. En este sentido, nuestro instrumento sigue el objetivo antes mencionado, pues buscamos contrastar las opiniones de los profesores participantes en cuanto a la enseñanza de algunos tópicos del Álgebra Lineal. Además, al aplicar este instrumento se quiere estudiar las creencias, concepciones y conocimiento profesional del profesor de matemáticas en formación en cuanto a la enseñanza del tema ya señalado. Ahora bien, pasamos a destacar aspectos puntuales que se pretenden con este cuestionario y que nos permitirán alcanzar los objetivos de la investigación:

- Indagar sobre el conocimiento general que tiene el participante sobre el Álgebra Lineal.
- Profundizar en conceptos concretos del Álgebra Lineal, como lo son las matrices, por ejemplo.
- Indagar sobre las complejidades que supone para el profesor en formación la asignatura Álgebra Lineal en la carrera.
- Conocer y analizar cómo el profesor introduciría el concepto de matriz y el desarrollo del tema de sistemas de ecuaciones lineales

- Conocer y contrastar la opinión de los participantes sobre el tema de matrices en un contexto no matemático.

Pregunta	Descripción	Origen	Tipo de información
1	Importancia del Álgebra Lineal en la carrera.	Propio	Creencias, Con-Prof.
2	Importancia de las matrices en la carrera	García (2005)	Creencias, Con-Prof.
3	Tema de mayor complejidad en el Álgebra Lineal	García (2005)	Con-Prof.
4	Conocimiento sobre el contenido programático de Álgebra Lineal en la carrera	Moreno (2000)	Con-Prof.
5	Importancia de la matrices en un contexto no matemático	Propio	Creencias, Concepciones, Con-Prof.
6	Desarrollo del tema de sistema de ecuaciones lineales	Moreno (2000), García (2005)	Creencias, Concepciones, Con-Prof.
7	Desarrollo del tema de matrices	Moreno (2000), García (2005)	Creencias, Concepciones, Con-Prof.
8	Desarrollo del tema de matrices con ejemplo no matemático	Moreno (2000), García (2005)	Creencias, Concepciones, Con-Prof.
9	Conceptos asociados al Álgebra Lineal que forman parte del currículo de 1° a 5° año de bachillerato	Propio	Con-Prof.

Descripción de cada una de las preguntas del cuestionario

A manera de resumen, en Tabla anterior se ilustra la descripción de cada pregunta o parte de ésta, así como el origen de la misma. Por otra parte, se deja claro el tipo de información que se persigue con cada una de las preguntas que conforman el cuestionario y finalmente, la relación que guardan las preguntas con los objetivos que se persiguen en este trabajo.

3.1.2 Validación del cuestionario

Hasta ahora se ha hablado del cuestionario que se aplicó en este trabajo, pero es claro (como en toda investigación de esta naturaleza) que el mismo es el resultado de una depuración y optimización de un conjunto de preguntas que surgieron a *priori* por parte de las autoras y otras que aparecen en otras investigaciones ya citadas, como es el caso de García (2005), Moreno (2000) y otras. En este sentido, el procedimiento que se empleó para la validación definitiva del cuestionario, fue el juicio de investigadores expertos.

En este caso, fueron tres los profesores expertos que colaboraron para la validación del instrumento. El proceso se desarrolló de la siguiente manera: a cada uno de los investigadores se les hizo llegar el instrumento, los objetivos de la investigación y la relación entre las preguntas y los objetivos, de manera que ellos estudiaran y validaran aspectos como coherencia, claridad, profundidad, plausibilidad, limitaciones por parte del investigador para la aplicación del cuestionario y que las preguntas garantizaran, de la mayor manera posible, el anonimato de los participantes.

Para toda esta actividad los investigadores dispusieron de dos semanas aproximadamente. Una vez pasado este lapso los investigadores expertos nos dieron sus comentarios y sugerencias, los cuales fueron tomados en cuenta en su totalidad.

3.2 Participantes en el estudio

Para el presente estudio, se invitó a participar cinco estudiantes para profesores de matemáticas del NURR-ULA, de los cuales respondieron tres. De estos tres profesores en formación, los tres estaban finalizando la carrera para el momento de la aplicación del instrumento, dos cursaban el décimo semestre y uno el noveno.

Las características de los participantes en este estudio se muestran a continuación: los profesores participantes son identificados con números; es decir, Participante 1, Participante 2 y Participante 3 con el objeto de preservar el anonimato de estos profesores. El identificado como Participante 1 es Técnico Superior Universitario en Informática. Por otra parte, la única experiencia profesional es las Prácticas Profesionales de la carrera.

Criterios de selección de los participantes

Para nuestro trabajo, primaron fundamentalmente, dos aspectos para la selección de los participantes. Por una parte, uno de tipo afectivo, ya que son compañeros de estudios de la carrera Educación, mención Física y Matemática del NURR-ULA en Trujillo y; por otra parte, ellos mostraron interés y alta responsabilidad desde un primer momento, lo cual nos garantizaba, de alguna manera, que los datos que ellos suministraran serían confiables.

Si tomamos en cuenta esto último y que el presente trabajo es una investigación de tipo cualitativa, podemos decir que nuestra muestra¹ se define de manera global como una *muestra intencional*; esto es, la muestra de un grupo particular en la que el investigador está en total conocimiento de que la muestra no representará a una población muy amplia, sino que ésta simplemente se representa a sí misma (Cohen *et al.*, 2000).

Ahora bien, dentro de los tipos de muestra intencional que señalan Cohen *et al.* (2000), en esta investigación se utiliza la muestra por conveniencia. El muestreo por conveniencia involucra la elección de los individuos más cercanos para que sirvan como entrevistados y que permitan continuar el proceso hasta que el tamaño de la muestra requerida se haya obtenido. El investigador escoge la muestra, simplemente, de aquellos individuos a quienes tiene fácil acceso. Como cualquier grupo no se representa de manera aislada, el investigador no busca generalizar sobre una población mucho más amplia. Una muestra por conveniencia puede ser la estrategia elegida para un estudio de caso o una serie de estudios de casos (Cohen *et al.*, 2000).

3.3 Metodología de la investigación

Es conveniente presentar la metodología que se siguió durante todo el trabajo, partiendo del hecho de explicar al lector dónde se enmarca la investigación, así como el proceso que se siguió para la organización y análisis de los datos obtenidos en esta investigación.

¹ El término muestra usado aquí se refiere al grupo de participantes, dejando claro al lector que no se quiere dar la misma connotación que se usa en el caso de las investigaciones de tipo cuantitativa, sino por la traducción literal de la palabra inglesa *sampling*.

Ilustrándole al lector que en un primer paso se prepara todo el terreno (la organización), para luego proceder a cultivar y recoger los frutos (el análisis de los datos).

3.3.1 Diseño metodológico: Estudio de casos

En nuestro estudio utilizamos una metodología cualitativa de naturaleza descriptiva, exploratoria e interpretativa de la que hablaremos en detalle en la sección 3.7, ya que lo que buscamos estudiar son aquellos aspectos del profesor en formación que fueron definidos en el capítulo anterior y su relación con la enseñanza del Álgebra Lineal.

El tipo de investigación que se diseñó para tal fin es el estudio de casos, que se ajusta a los objetivos y a la información que se recogió. La elección de este diseño de investigación se hizo porque queremos abordar algunos aspectos del pensamiento del profesor, con cierta intensidad en un intervalo de tiempo relativamente corto. El verdadero potencial de este diseño radica en su capacidad para generar hipótesis y descubrimientos, en centrar su interés en un individuo o situación y en su flexibilidad y aplicabilidad a situaciones naturales (Latorre *et al.*, 1996).

Compartimos los supuestos de Merriam, citados en Arnal *et al.* (1994), quien señala cuatro propiedades esenciales en el estudio de casos: *particular*, *descriptivo*, porque pretendemos realizar una rica y densa descripción del fenómeno por estudiar; *heurístico*, en la medida en que los resultados iluminen en la comprensión de los casos, llevándonos en lo posible a descubrir nuevos significados; e *inductivo*, puesto que a partir de los resultados se puede llegar a generalizaciones o al descubrimiento de nuevas relaciones y conceptos.

Otro aspecto que conviene destacar en esta investigación, es que el estudio de casos se aplica a varios individuos simultánea o sucesivamente comparadas, lo que significa una *inducción analítica* y el *método de la comparación constante* (Ballester, 2001). Este trabajo queda bien diferenciado dentro del estudio de casos y al respecto diremos que se corresponde a una *microetnografía* (Arnal *et al.*, 1994; Ballester, 2001), esto quiere decir, a manera de ejemplo, *los que se ocupan de pequeñas unidades o actividades específicas dentro de una organización*, como una clase...(Ballester, 2001, p. 226).

3.3.2 Exigencias previas a la investigación

A lo largo de los capítulos precedentes mostramos dónde se enmarca esta investigación, en los mismos se presentaron de manera esquemática los principales aspectos que se tocan en ésta. Por otra parte, el presente capítulo lo hemos reservado para hablar de la metodología empleada en este trabajo y todo lo relacionado con situaciones propias de este tipo de investigación. Una vez ubicado el modelo de investigación en el que centramos nuestro trabajo, así como el paradigma y contexto en el que se enmarca toda la dinámica abordada hasta ahora, es conveniente hablar, según Ferreres *et al.* (1997) quienes siguen a Miguel Zabalza, de las exigencias fundamentales que se deben seguir en una investigación cualitativa y que están relacionadas con la representatividad, relevancia y plausibilidad; así como las relacionadas con la fundamentación teórica de la investigación y, las que se derivan tanto de la dinámica relacional como de la dimensión ético-social. Todo esto, con el objetivo de guardar a lo largo del desarrollo del estudio los patrones de rigor que merece el mismo.

Representatividad

A la hora de abordar la representatividad como exigencia previa en este tipo de investigación, destinamos este espacio para hablar de situaciones propias derivadas del análisis, así como también de los participantes y del objeto matemático elegido, en este caso: los vectores y las matrices, entre otros. En este sentido y con el objetivo de poder extendernos y profundizar en el planteamiento de nuestro trabajo hemos ampliado, a través del análisis, las opiniones de los profesores participantes. Por otra parte, puntualizamos que al tratarse de un estudio de casos, aclaramos de una vez que el conjunto de profesores que interviene en este trabajo no representa al total de profesores en formación de la carrera Educación, mención Física y Matemática del NURR-ULA, poniendo en evidencia una de las desventajas del estudio de casos (Stake, 1999).

Finalmente, la elección del Álgebra Lineal como objeto o concepto matemático no es significativo si lo comparamos con algún otro concepto como el de la integral, sucesiones, series o de la derivada, entre otros; por el contrario, inferimos que al abordar alguno de estos conceptos por separado los resultados serían similares, con lo cual la representatividad que pueda tener el Álgebra Lineal como pilar de este trabajo debe ser visto como una vía que eligieron las investigadoras para acercarse a los profesores y así indagar y profundizar en sus creencias, concepciones y conocimiento profesional.

Relevancia

Al igual que la representatividad, la relevancia como exigencia previa de este trabajo, está relacionada con el problema de investigación que aquí se trata y lo significativo que pueda ser para nuestra carrera y para el Departamento de Física y Matemática del NURR-ULA el desarrollo del presente trabajo. Así, nos permitimos enfocar la relevancia con una visión en la que el investigador suele plantearse el problema como tema de propio interés; no obstante, la posición de las investigadoras en este caso es mostrar lo significativo que podría resultar el conocer algunos aspectos fundamentales que nos orientan hacia futuros trabajos, que sigan esta línea, de cara a profundizar en cuestiones más específicas del Álgebra Lineal y de otras áreas de las matemáticas.

Plausibilidad

Cuando nos planteamos este trabajo y notamos lo relevante o significativo del mismo dentro del contexto espacial en el que está inmerso, se pudo observar con bastante claridad la justificación de éste puesto que no conseguimos ningún trabajo que estudiara nuestra carrera y mucho menos el pensamiento de los profesores en formación de la carrera Educación, mención Física y Matemática. En otras palabras, la relevancia de la investigación incidió en lo plausible de la misma. Así las investigadoras, desde su punto de vista y por su propio interés, consideran plenamente justificable el desarrollo de esta investigación ya que por medio de la misma podemos conocer o al menos aproximarnos a una realidad que hoy en día se muestra como una necesidad básica e ineludible para el perfeccionamiento del docente, así como el desarrollo y evolución de los programas curriculares (Colás y Buendía, 1998).

Fundamentación teórica

Aún cuando partimos de algunos trabajos como piezas claves para el desarrollo de esta investigación, tal como se expuso en el primer capítulo, la información obtenida a través de los instrumentos nos obligó a sostener una realimentación entre los antecedentes de nuestra investigación y los datos recabados; obligándonos a buscar en otras fuentes teóricas pero sin descuidar ni restarle importancia a la valiosa información suministrada por los profesores participantes. En todo caso, queremos dejar claro que desde el inicio de este trabajo tomamos como norte, ser cuidadosas y objetivas a fin de no tergiversar o manipular la información de los participantes. Por otra parte, el ampliar la literatura nos ha permitido ser más cuidadosas de cara a futuros trabajos, con lo cual el enriquecimiento intelectual en el tema de las creencias, concepciones y conocimiento profesional del profesor de matemáticas en formación ha sido muy provechoso; de manera que esto ha repercutido de forma directa en el marco teórico.

Dinámica relacional

Una de las grandes inquietudes que afloraron antes de iniciar este trabajo, fue el temor a la no receptividad y participación por parte de los profesores colaboradores en este trabajo, sobre todo por la estrecha relación entre las investigadoras y los participantes. Pero para satisfacción nuestra, la receptividad y atención prestada por medio de sus respuestas y opiniones, muchas de ellas con gran detalle y precisión, nos impulsó y alentó a proseguir en el desarrollo y evolución de la investigación. Más aún, las sugerencias y el aporte de ideas de algunos participantes nos han motivado a continuar y al mismo tiempo pensar en nuevos trabajos.

Dimensión ético-social

Para acercarnos a los profesores participantes tomamos en cuenta algunas consideraciones y exigencias vinculadas con este tipo de investigación. Así mismo, los participantes fueron debidamente invitados a participar de forma voluntaria y de igual modo se les informó sobre las pretensiones del trabajo. Por otra parte, quedó expresado de manera seria y clara el anonimato de cada uno de ellos, resaltando de esta manera el compromiso ético y social que corresponde en estos casos.

3.4 Organización de los datos

La organización de los datos es una pieza fundamental en todo este engranaje, ya que es el inicio del análisis de los mismos. Tomemos en cuenta que el cuestionario es nuestro único instrumento para la recogida de datos, cuya finalidad es la de obtener, de manera sistemática y ordenada, información sobre determinado tema, y esto a su vez sobre una determinada población o muestra (Visauta, 1989), se puede considerar que con el cuestionario se inició la organización y estructuración de los datos.

Ahora bien, centrándonos en los datos de nuestro trabajo, lo primero que se hizo fue fotocopiar todo el material a objeto de conservar los originales intactos y poder escribir comentarios y observaciones para el análisis. Para la organización de los datos se tomaron en cuenta los objetivos planteados, es así como se agruparon en nueve carpetas (cada una de las preguntas del cuestionario) las respuestas de los participantes.

Esta organización de los datos nos indujo a lo siguiente: la realización de un análisis pregunta a pregunta, ya que de cada pregunta saldrían las categorías de nuestra investigación. Las categorías, en el caso de cuestionarios de preguntas abiertas, surgen por parte del investigador una vez recogidos y leídos los datos (Visauta, 1989). Así, las categorías emergen de las respuestas de los participantes.

3.5 Representación de los datos

Entre las distintas metodologías que existen y podemos aplicar para representar y analizar los datos obtenidos en esta investigación, hemos decidido hacer uso de las redes sistémicas (Bliss *et al.*, 1983) para la estructuración de las categorías y el análisis de las respuestas de las cinco primeras preguntas más las octava y novena, esto quiere decir que de las sexta y séptima preguntas no realizamos redes sistémicas puesto que las mismas no se prestan para esta metodología. Esta metodología permite dar una determinada estructura de los datos obtenidos de cada respuesta dada por los profesores participantes, facilitando el análisis de los datos. Con ello podremos, además de analizar lo que dice cada profesor en una respuesta determinada, contrastar las opiniones de éstos en cada una de las respuestas; es decir, comparar las creencias, concepciones y el conocimiento profesional que los participantes tienen sobre la enseñanza de los tópicos seleccionados del Álgebra Lineal. Es por ello que nuestro análisis es pregunta a pregunta y no profesor a profesor.

Antes de hablar propiamente del análisis de los datos, suponemos conveniente hablar de las redes sistémicas de manera general, y para ello presentamos a continuación un breve

resumen de éstas; aún así, recomendamos al lector que lo que sigue a continuación lo pueden consultar en detalle en Bliss *et al.* (1983).

3.6 Redes sistémicas

La idea de las redes sistémicas surgió de la necesidad que Bliss y Ogborn tuvieron a la hora de analizar una cantidad considerable de datos cualitativos, para tal fin adaptaron un conjunto de notaciones usadas por un grupo de lingüistas y elaboraron un esquema de categorías descriptivas que ayudarían al manejo de los datos (Bliss *et al.*, 1983).

A partir de lo antes dicho, diremos que una red sistémica consiste en organizar por jerarquías o categorías los datos que se quieren analizar (García, 2005). Además, cada una de estas categorías puede dividirse en subcategorías y así sucesivamente. De hecho, entre los usos más frecuentes que se le dan a las redes sistémicas, tenemos:

... para informar resultados en términos de un esquema de categorías relativamente simples, y colocar antes de la lectura por extensa que sea, aunque necesaria, unas citas seleccionadas de los propios datos...

(Bliss *et al.*, 1983, p. 3, traducción realizada por el autor)

3.6.1 Simbología

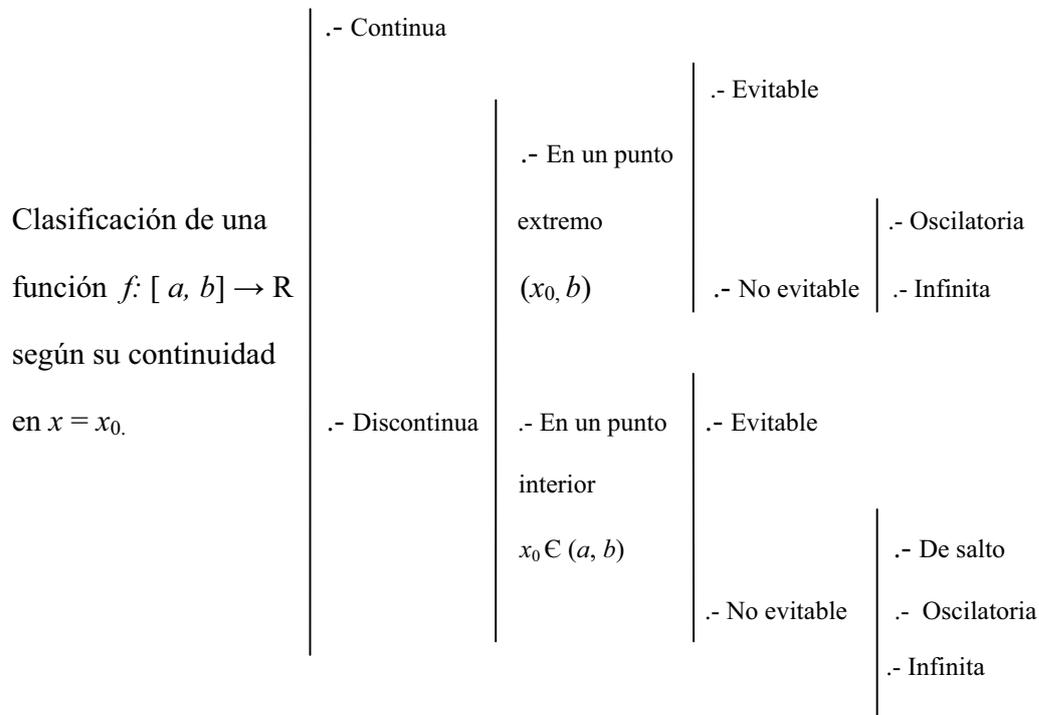
Dentro del conjunto de notaciones o símbolos que suelen utilizarse para el análisis de datos cualitativos por medio de redes sistémicas, daremos a continuación aquellas que usaremos en este trabajo. En primer lugar, las categorías que representan nuestros datos, están

esquematizadas bien sea con llaves “{”, o con barras “|”; en el primer caso, las llaves, se utilizan para conectar una categoría con subcategorías no excluyentes o, dicho de otra manera, que los elementos de una categoría puedan tener elementos comunes de las subcategorías. Mientras que las barras se utilizan para conectar una categoría con subcategorías excluyentes o disjuntas, esto significa que, si un elemento pertenece a una categoría que a su vez está dividida en categorías disjuntas, el elemento sólo puede pertenecer a una y sólo una de las subcategorías.

El símbolo “ \circlearrowright ” indica recursividad y se utiliza sólo en las redes con categorías excluyentes; en nuestro caso lo utilizaremos cuando la respuesta dada por un participante nos obligue a repensar si la misma está en una categoría u otra. Finalmente, cada red tendrá a la derecha un conjunto de números del 0 al 3, donde el 0 significa que ningún participante se pronunció sobre esa categoría y, los números del 1 al 3 simbolizan que el profesor etiquetado con ese número se identifica con esa categoría, según nuestro análisis.

3.6.2 Ejemplos de redes sistémicas

En este apartado mostraremos algunos ejemplos de redes sistémicas en atención a un concepto matemático. En este primer ejemplo, lo construimos a partir de una clasificación que hacen Bartle y Sherbert (1984) de las funciones continuas; suponemos que se quiere clasificar las funciones a valores reales, $f:[a,b]\rightarrow\mathbf{R}$, según su continuidad en un punto $x=x_0$ de su dominio. En este sentido, la red que surge para este estudio tiene categorías excluyentes.



En este ejemplo, mostramos una red sistémica mixta tomada de Calvo (1997), en la que se busca clasificar tres funciones según su continuidad y su derivabilidad en el punto $x=0$. Sea $D: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la función de Dirichlet definida por:

$$D(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in Q \\ 0 & \text{si } x \in R - Q \end{cases}$$

Ahora bien, sean $f, g, h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definidas como sigue: $f(x)=D(x)$, $g(x)=xD(x)$ y $h(x)=x^2D(x)$. Entonces la red sistémica que se crea para el estudio antes indicado se muestra a continuación:

Estudio del comportamiento de la función en $x = 0$.- Según la continuidad	.- Continua	g, h
		.- Discontinua	f
	.- Según la derivabilidad	.- Derivable	h
		.- No derivable	f, g

3.7 Metodología para el análisis

La metodología que se empleó para el análisis de datos es de tipo inductiva, puesto que las categorías y subcategorías se derivaron de los datos recogidos, así como las interpretaciones de las mismas. Por otra parte, es preciso destacar que el análisis es de tipo descriptivo, interpretativo y exploratorio (Latorre *et al.*, 1996). Es descriptivo porque se exploran relaciones (de creencias, concepciones y conocimiento profesional entre profesores) y se tratan de asociar grupos de datos (Arnal *et al.*, 1994), describiendo hechos o posiciones de un grupo. Por lo tanto, esta investigación forma parte de la llamada *etnografía educativa* (Arnal, *et al.*, 1994). En este sentido, los autores antes citados sostienen:

... la etnografía tiene como fin el estudio sociocultural o estilo de vida de la sociedad, **describiendo las creencias y prácticas del grupo**, mostrando cómo las diversas partes de la comunidad contribuyen a crear la cultura como un todo unificado y consistente.

(Arnal *et al.*, 1994, p. 200, el resaltado es del autor)

En el caso de la etnografía educativa:

El objeto de la etnografía educativa es aportar valiosos datos **descriptivos** de los contextos, actividades y **creencias de los participantes en los escenarios educativos**.

(Goetz y LeCompte, 1988, p. 41, el resaltado es del autor)

Pero bien, más que describir una escena, una situación concreta o el punto de vista de los participantes respecto a lo planteado en los instrumentos; la idea es, además de describir, desarrollar y ampliar también, en la medida de lo posible, las opiniones de los informantes tomando el marco teórico como referencia a esto, tarea esta que resultó nada sencilla.

Por otra parte, el carácter exploratorio de la metodología empleada en nuestro trabajo se fundamenta, justamente, en el interés que se tiene en indagar y explorar sobre las creencias, concepciones y conocimiento profesional en el contexto espacial ya definido. Además, claro está, explorar y profundizar en el principal instrumento de esta investigación como lo es el cuestionario.

Finalmente, diremos que nuestra metodología es interpretativa puesto que el establecimiento de las categorías se deriva de la interpretación de los datos, que algunos casos pasa por un proceso recursivo en el que se busca un análisis depurado y representativo de los hechos en palabras del investigador. Una vez organizados y estructurados los datos de los informantes, se procedió al análisis.

3.8 Observaciones sobre el análisis

- Para este trabajo se sigue la idea propuesta por Garbin y Azcárate (2002), en la cual realizan una red sistémica para cada pregunta del instrumento. Cada una de nuestras redes va seguida de observaciones, comentarios, conclusiones y unas reflexiones sobre la pregunta y las respuestas a esta pregunta.
- De las nueve preguntas que conforman el cuestionario, sólo para las cinco primeras y las dos últimas utilizamos las redes sistémicas para el análisis de las mismas. Las preguntas seis y siete fueron analizadas en conjunto por su gran relación entre sí.

Capítulo 4

Análisis de datos

Introducción

Una vez aplicado el cuestionario que rige esta investigación pasamos a organizar los datos aportados por los profesores para su posterior estudio y análisis. En este capítulo mostramos la metodología empleada para el análisis de los datos, el cual lo hacemos a través de las ya conocidas redes sistémicas (Bliss *et al.*, 1983), utilizadas también por (Calvo, 2000; García 2005). El análisis que aquí se presenta es pregunta a pregunta, de manera que se sigue la secuencia impuesta por el cuestionario.

4.1 Análisis de la pregunta 1

¿Qué importancia crees que tiene el Álgebra Lineal dentro del <i>pensum</i> de estudio de la carrera de Educación, mención Física y Matemáticas?		.-Construcción del conocimiento		2,3
		.-Relación con otros contenidos	Matemáticos	2,3
			No matemáticos	1,3
		.-Aplicaciones		1
		.-Formación Profesional		3
		.-Relación del contenido con el nivel		2

Observaciones:

- A. En general con esta pregunta, se persigue saber qué creencia posee el profesor en formación sobre el Álgebra Lineal.
- B. Luego, se trata de establecer qué conocimiento tiene el profesor en formación sobre la relación que hay en el Álgebra Lineal y los contenidos de bachillerato.

Luego de presentar los puntos fundamentales en la red, correspondientes a la primera pregunta realizamos el siguiente análisis descriptivo. De los tres participantes, los participantes 2 y 3, coinciden en que el Álgebra Lineal es muy importante para la construcción del conocimiento, ya que a partir de los contenidos que allí se desarrollan,

cada profesor en formación aborda los temas según sus conocimientos y su formación docente.

Por otra parte se puede observar que los tres participantes indican que esta asignatura está relacionada con otras áreas tanto en el mismo contexto matemático (participantes 2 y 3) como fuera de él (participantes 1 y 3).

Participante 2:

Como estudiantes nos permite hacer conexiones con otros temas de matemáticas.

En este caso podemos observar que el participante no especifica los temas con los cuales tiene conexión dicha materia; sin embargo, el participante 3 nos presenta una información más detallada de la misma:

Participante 3:

...es una materia que encontramos a diario... en física en la solución de problemas de circuitos eléctricos como en matemática en vectores... para la solución de cualquier sistema de ecuaciones y matrices...

Como podemos observar, el participante antes citado nos describe la relación que existe entre el Álgebra Lineal con otros contenidos matemáticos (vectores, sistemas de ecuaciones, matrices) como también no matemáticos (circuitos eléctricos).

Ya vimos la opinión del participante 3 respecto a la relación de dicha materia fuera del contexto de las matemáticas, la cual comparte en cierto modo, el participante 1 diciendo:

Participante 1:

...puede ser utilizada para aplicaciones en la vida cotidiana... para resolver problemas de cálculo en áreas tales como: Ingeniería, Química y Física. Ejemplo: Producto vectorial, balanceo de ecuaciones químicas, entre otros.

Este participante resalta la importancia del Álgebra Lineal dentro del *pensum* de estudio por la utilidad que tiene en otras áreas y por las aplicaciones que se le da a la misma.

Otro aspecto relevante es la importancia que le da el participante 3 a ésta asignatura para la formación docente.

Participante 3:

... la persona en formación necesita del Álgebra Lineal para estudios de posgrado...

Y por último, podemos ver que solamente el participante 2 nos presenta la importancia del Álgebra Lineal por la relación que existe con los niveles de bachillerato, es decir, como futuros docentes.

Participante 2:

... nos va a permitir desarrollar los contenidos en los distintos niveles del bachillerato como vectores y transformaciones en el plano 2^{do} año, sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en 3^{er} año... matrices y operaciones...en 5^{to} año...

Conclusiones:

En resumen, podemos decir que los profesores en formación que participaron en nuestra investigación consideran que el Álgebra Lineal es importante dentro del *pensum* de estudio de la carrera de Educación, mención Física y Matemática por la relación que existe entre

nuestra asignatura objeto de estudio con otros contenidos, tanto matemáticos como no matemáticos y es necesario destacar la importancia de la misma para la formación docente y profesional de los estudiantes de dicha carrera.

4.2 Análisis de la pregunta 2

¿Qué importancia crees que tiene el estudio de las matrices dentro del Álgebra Lineal para la carrera de Educación, mención Física y Matemática?	.-Elemento principal	1
	.-Solución de sistemas de ecuaciones	1,3
	.-Formación docente	1,3
	.-Ninguna	2

Observaciones:

- A. Aquí se intenta saber qué creencia posee el profesor en formación sobre el Álgebra Lineal, específicamente en el tema de matrices.
- B. En esta pregunta procuramos hacer un acercamiento al conocimiento que tiene el profesor en formación del contenido del Álgebra Lineal profundizando en el tema de matrices.

A través de la red, se puede observar la importancia que le dan los profesores en formación al Álgebra Lineal, desde cuatro puntos de vista. A continuación mostramos los argumentos que cada uno de los participantes presentan ante este escenario.

Participante 1:

...uno de los elementos principales del Álgebra Lineal...

Este participante considera el estudio de las matrices como un elemento principal y en realidad el desarrollo de todo el contenido programático del Álgebra Lineal está basado en

las matrices y su resolución a través de las operaciones elementales, por esta razón además expresa, que:

...las matrices son las herramientas en las que se pueden representar situaciones como por ejemplo sistemas de ecuaciones lineales de varias ecuaciones con varias incógnitas...

Por su parte, otro de los participantes tiene otra posición al respecto.

Participante 3:

...una solución rápida en problemas complejos de sistemas de ecuaciones...

De igual forma, este participante considera el estudio de las matrices como una herramienta y, al mismo, tiempo lo relaciona con la formación docente respecto a la relación que tiene el tema con contenidos específicos en diferentes niveles de bachillerato.

...las matrices es un tema importante en la formación docente ya que la solución de matrices o problemas relacionados están incluidos en los programas de estudio en el área de matemática a nivel secundario y universitario...

De manera que, vemos como en cierta forma coinciden los participantes 1 y 3, por el contrario el participante 2 expresa de forma muy tajante que el estudio de las matrices dentro del Álgebra Lineal no es de importancia para la carrera de Educación, mención Física y Matemática.

Participante 2:

Para la carrera Educación, mención Física y Matemática, aparentemente ninguna considerando que después de Álgebra Lineal no hay otra materia donde se pueda aplicar lo que se aprende sobre matrices.

Vemos como éste participante se centra sólo en los contenidos que se contemplan dentro de la carrera de Educación, mención Física y Matemática y no los relaciona con los contenidos que se estudian durante el bachillerato.

Conclusiones:

De la opinión de los participantes 1 y 3, queremos resaltar la manera muy acertada, como ellos proyectan la utilidad que tiene el conocimiento sobre matrices que ellos pueden adquirir en la asignatura de Álgebra Lineal para su desempeño como futuros docentes, y al mismo tiempo una opinión muy contradictoria como la del participante 2, quien no concibe la importancia que tiene el tema de matrices dentro del Álgebra Lineal, esto puede ser debido a dos opciones; en primer lugar, por la falta de claridad y conocimiento en el tema de matrices o porque el profesor en formación no se ve proyectado en el ejercicio de su carrera.

4.3 Análisis de la pregunta 3

De acuerdo al contenido programático de Álgebra Lineal, ¿qué temas consideran son mayor complejidad para su estudio?	}	.-Espacio vectorial	1,3
		.-Transformaciones lineales	1,3
		.-Ninguno	2

Observaciones:

- A. Se busca saber qué conocimiento tiene el docente en formación sobre el contenido programático del Álgebra Lineal, mediante los conceptos relacionados o vinculados a esta asignatura.
- B. Al mismo tiempo, a través de esta pregunta, nos propusimos indagar si el participante reconoce el nivel de dificultad que presentan algunos temas del Álgebra Lineal, y cuáles son en particular.

La red, nos permite observar dos opciones en particular, tal es el caso del espacio vectorial y las transformaciones lineales, los cuales son temas que pertenecen al contenido programático del Álgebra Lineal, además tenemos una tercera opción donde se establece que ninguno de los temas tratados presenta alguna dificultad.

Participante 1:

...espacios vectoriales y transformaciones lineales...el nivel de abstracción en estos temas es mayor...

En este punto el participante hace una comparación para establecer el porqué de estos temas y hace referencia a la geometría como punto de comparación. Así mismo el participante 3 coincide con la opinión, de que estos temas son los de mayor complejidad.

Participante 3:

...espacios lineales y transformaciones lineales...

Conclusiones:

A diferencia del participante 1 y 3 para el participante 2 no hay un tema que implique mayor complejidad que otro en el contenido programático de Álgebra Lineal, quedando claro que esto se debe a la forma o manera como el profesor concibe que se deba enfocar dicha asignatura, es decir, la concepción que ellos tienen de la misma. Una vez más se hace notar la falta de proyección del participante 2 hacia su labor docente, ya que no reconoce las posibles dificultades que se pueden presentar durante el estudio de esta materia; sabiendo la relación que tiene con temas de bachillerato.

Sugerencias:

De las respuestas obtenidas en esta ocasión podemos observar que no existe un cumplimiento a cabalidad del programa de esta asignatura, razón por la cual haremos una recomendación en este caso. Los Coordinadores de Área y de la carrera Educación, mención Física y Matemática deberían estar al tanto de la situación que se presenta en esta casa de estudios respecto al cumplimiento de los programas de cada asignatura, ya que a través de los mismos se puede lograr la formación de docentes más capacitados. Por el

contrario si no se solventa esta situación la formación será variable, es decir, para algunos profesores en formación su preparación sería más completa que para otros.

4.4 Análisis de la pregunta 4

¿Está de acuerdo con el contenido programático de Álgebra Lineal en la formación de docentes de la carrera Educación, mención Física y Matemática?	.-Acuerdo	.-Qué incluiría	3	
		.-Qué excluiría	0	
	.-Justificación	.-Formación	.- Docente	3
			.-Profesional	3
		.-Relación con contenidos del bachillerato	1, 2,3	
	.-Desacuerdo			0

Observaciones:

- A. Con esta pregunta procuramos establecer qué conocimiento tiene el profesor en formación sobre el contenido programático del Álgebra Lineal y qué temas considera que se podrían incluir o excluir del programa actual de la materia.
- B. Además, se persigue observar la concepción que tiene el participante sobre la enseñanza del contenido programático del Álgebra Lineal en su formación como docente.

Para esta pregunta tomamos las dos posibles respuestas que se pueden obtener en este caso y, para ello, los participantes deben tener conocimiento sobre el programa actual de la asignatura Álgebra Lineal, ya que pretendemos verificar si los temas que contiene dicho

programa son acorde a las exigencias del profesor en formación. De manera tal que puedan justificar sus respuesta e incluir o excluir algún tema que consideren importante.

Como se observa en la red, los tres participantes están de acuerdo con el contenido programático de ésta asignatura y coinciden en la utilidad que tiene la misma en el bachillerato, debido a la relación que existe entre el programa de Álgebra Lineal y el programa de Matemáticas en todos los niveles de bachillerato.

Participante 1:

...es una rama muy utilizada en todos los niveles (específicamente en bachillerato)... los despejes (2^{do} año), la resolución de sistemas de ecuaciones (3ero y 5^{to} año)...

Participante 2:

...se ajusta al contenido de los programas del bachillerato.

Participante 3:

...los contenidos que forman parte de esta materia están incluidos en los programas a nivel de bachillerato en el estudio de vectores, matrices, determinantes y ecuaciones y sistemas de ecuaciones.

De manera que, se puede ver que las opiniones de los participantes giran en torno a la misma idea. Aunque del Participante 2 podemos inferir que conoce poco o nada los programas de bachillerato, quedando en evidencia la formación de éste de cara a su futura labor.

Cabe destacar que el participante 3 es el único que considera que se debería incluir un tema en el programa de Álgebra Lineal; veamos su comentario.

Participante 3:

Por mi parte creo que sería bueno que se incluyera en el programa del Álgebra Lineal temas como por ejemplo el de ecuaciones diferenciales...

Con esta opinión podemos observar que este participante conoce el programa actual de ésta asignatura, así como también la importancia de dicho programa para la formación docente y profesional ya que expresa la relación del Álgebra Lineal con el tema que debería ser incluido y su utilidad para estudios posteriores.

Participante 3:

...ya que tiene relación con el Álgebra Lineal y además le sirve como base en formación profesional.

Conclusiones:

Según lo expuesto anteriormente por los participantes podemos apreciar que hay un enfoque del contenido programático de la asignatura con los temas que enseñan en bachillerato y por ende la importancia de esta asignatura para la formación de futuros docentes de la carrera Educación mención Física y Matemática.

No obstante, la poca o nula especificidad de los participantes 1 y 2 nos hace pensar que hay cierta influencia en la formación de estas dos personas que se derivan de su experiencia vivida en sus épocas de estudiantes de bachillerato, es decir, del proceso discente del que habla García (2005).

4.5 Análisis de la pregunta 5

¿Qué importancia consideras que tiene el estudio de las matrices fuera del contexto de las matemáticas?	.-Física	1, 2, 3
	.-Ingeniería	1
	.-Química	1,3
	.-Economía	2
	.-Informática	3
	.-Como herramienta para resolver problemas diversos	3

Observaciones:

- A. En términos generales, se buscaba saber qué conocimiento tienen los docentes en formación, en particular, sobre la aplicación de las matrices en otras áreas.
- B. La red, está enmarcada en cinco áreas del conocimiento, en las que los participantes consideraron que el estudio de las matrices es importante, incluso cada participante se identifica con más de un área.

En general, los tres participantes consideran de alguna forma que el estudio de las matrices es importante fuera del contexto de las matemáticas a través de diferentes temas como:

Participante 1:

En el bachillerato, los docentes de Física... pueden utilizarlas para... la representación vectorial...

Participante 2:

...Física (cuando se estudian redes eléctricas).

Participante 3:

...las matrices son utilizadas en otras áreas como por ejemplo en electricidad en la solución de problemas de circuitos,...

Así podemos notar una gran inclinación hacia la Física, en el área de la electricidad, por parte de los participantes 2 y 3. Por otro lado el participante 1 hace referencia a otra área como la Ingeniería, siendo esta una rama del conocimiento muy importante para el desarrollo del ser humano en la sociedad y altamente demandada como carrera universitaria.

Participante 1:

En cualquier rama de la ingeniería las matrices pueden ser utilizadas por la metodología que presenta la investigación de operaciones para modelar matemáticamente una situación determinada...

Es así como el participante 1 establece la importancia de las matrices en el área de la Ingeniería.

Por otro lado, vemos como nuevamente coinciden en opiniones el participante 1 y 3, cuando de manera muy similar, expresan la utilidad que tienen las matrices en el área de la Química, de manera muy particular.

Participante 1:

...pueden ser utilizadas para representar o buscar soluciones en algunos de sus contenidos como por ejemplo el balanceo de ecuaciones químicas.

Participante 3:

...las matrices son utilizadas...en química en la solución de problemas que contengan sistemas de ecuaciones.

Otra área, en la que podemos ver el uso de las matrices, según nuestro participante 2, es en la Economía, que consideramos de gran relevancia por ser un factor que mueve el mundo significativamente.

Participante 2:

Las aplicaciones que tienen en otras áreas como en Economía (modelos económicos de entrada y salida),...

Por último, tenemos el área de la Informática, la cual esta estrechamente relacionada con las Matemáticas, pero sobre todo a las matrices, que según nuestro participante 3, sirven de herramienta en cualquier otra área, así.

Participante 3:

...en la informática para desarrollar programas y estos a su vez ayudan a la ingeniería por lo cual se puede decir que las matrices son de gran importancia ya que son utilizadas como una herramienta para facilitar el trabajo en las distintas áreas.

Conclusiones:

Las cinco áreas a las que nos referimos anteriormente, son solo una muestra donde tienen aplicaciones las matrices como herramienta, así como han expresado nuestros participantes,

es muy probable que existan muchas otras áreas donde se puedan aplicar las matrices fuera del contexto de las matemáticas. De manera general, podemos observar que el profesor en formación reconoce la utilidad de las matrices en otras áreas de estudio, como también la contrariedad que presenta el participante 2 respecto a su respuesta en la pregunta N° 2, donde según su criterio, éste tema no representa ninguna importancia dentro de la carrera.

4.6 Análisis de las preguntas 6 y 7

En esta oportunidad, dada la característica de estas dos preguntas, conviene señalar que no se adaptan a la construcción de una red sistémica, por lo tanto resaltamos el hecho de analizarlas de forma simultánea por la proximidad de sus contenidos.

Al observar las respuestas de los participantes nos damos cuenta que tienen conocimiento sobre la planificación o estructura de una clase sobre sistemas de ecuaciones lineales, para el caso de la pregunta 7.

Los participantes 1 y 3 utilizaron esquemas para representar el orden en el cual desarrollarían ambos temas a diferencia del participante 2 que se enfoca más en la estrategia que utilizaría a la hora de abordar ambos temas. (Ver respuestas 6 y 7).

También se puede ver, que los participantes 1 y 3, enfocan el tema, sistema de ecuaciones lineales hacia la vida cotidiana, siendo esto lo que se plantea en el Currículo Básico de Educación Media. El participante 3 se inclina más hacia la representación gráfica de los sistemas de ecuaciones lineales y de los distintos métodos para resolverlos de manera analítica sin relacionarlos con la vida real.

Conclusiones:

En resumen, podemos decir que existe unificación de concepciones, entre los participantes, para desarrollar el tema de sistema de ecuaciones lineales ya que utilizan esquemas que persiguen un mismo fin.

Por otra parte, señalamos la diferencia de concepciones y la manera que tienen los participantes, al momento de introducir la definición de matrices, para estudiantes del 5to año de bachillerato.

4.7 Análisis de la pregunta 8

Explica con un ejemplo no matemático	}	.-Maneja estrategias de enseñanza.	1, 2, 3
cómo desarrollarías el tema de matrices			
para estudiantes del quinto año de bachillerato.			

Observaciones:

- A. En este caso, la finalidad es observar el conocimiento que tiene el participante sobre estrategias de enseñanza, para introducir el tema de matrices mediante un ejemplo no matemático.
- B. De igual manera, se intenta estudiar, qué alternativas se plantea el docente en formación para introducir el tema de matrices.

Con esta red, podemos analizar a través del ejemplo que los participantes dieron si en realidad manejan o no estrategias de enseñanza y para la finalidad de este trabajo, pudimos constatar que en efecto el docente en formación, conoce y maneja lo que es una estrategia de enseñanza para darle a conocer a los alumnos de bachillerato la definición de matrices.

Debemos destacar, que el ejemplo dado por cada uno de los participantes es muy similar, tiene como característica particular el uso del entorno para establecer la definición de matrices e identificar los elementos que la componen.

Participante 1:

...Haciendo un sencillo plano de una de las urbanizaciones aledañas al liceo en las cuales las casas representan los elementos, el conjunto de casas alineadas respecto a la

avenida serian las columnas y el conjunto de casas alineadas con respecto a las calles serian las filas.

Conclusiones:

La característica, que prevalece en los ejemplos dados por los participantes haciendo uso del entorno, es una forma muy sencilla de introducir el tema de matrices y evidencia el manejo de estrategias de enseñanza y aprendizaje por los participantes.

4.8 Análisis de la pregunta 9

La clasificación que dio fue		.-1 ^{er} año	{	.-Ecuaciones de primer grado	1, 3	
			{	.-Vectores	1, 2, 3	
			{	.-Polinomio	1, 3.	
			{	.-Ecuaciones	1	
			{	.-Ecuaciones con dos variables	3	
		.-2 ^{do} año.	{	.-Transformaciones en el plano	2	
			{	.-Exponente	1	
			{	.-Incógnita	1	
			{	.-Sistema de ecuaciones	{	
					.-Una variable	1
					.-Dos variables	2,3
					.-Tres variables	3
		.-3 ^{er} año	{	.-Vectores	1, 3	
			{	.-Polinomios	3	
			{	.-Rectas	3	
			{	.-Vectores	1, 2, 3	
			{	.-Sistema de ecuaciones lineales	3	
		.-4 ^{to} año	{	.-Determinantes	3	
			{	.-Matrices	3	
			{	.-Matrices	1, 2, 3	
	{	.-Transformaciones lineales	1, 3			
	{	.-Ecuación de la recta	1			
.-5 ^{to} año	{	.-Determinante	1			
	{	.-Vectores en el espacio	2			
	{	.-Sistema de ecuaciones lineales y métodos de resolución	2			

Observaciones:

- A. Mediante esta pregunta, se pretende establecer si los contenidos específicos de los programas de bachillerato, en cada año, son del conocimiento del docente en formación.
- B. La forma como está estructurada la red, nos permite ver que los participantes manifiestan mucha contrariedad o poca claridad en los contenidos específicos que se desarrollan por año a nivel de bachillerato, aunque también existen algunas coincidencias, que también debemos considerar de importancia.

Conclusiones:

Podemos decir que los participantes tienen una concepción única de lo que es el programa de bachillerato y los contenidos específicos que lo comprenden, esto puede tener como justificación, en primer lugar la inexperiencia laboral y en segundo lugar la actualización que pudieran tener los programas en los últimos años.

Capítulo 5

Conclusiones y Resultados finales

Introducción

En este capítulo presentamos las conclusiones de este trabajo, las cuales hemos convenido estructurarlas de la siguiente manera: en primer lugar, presentamos las conclusiones generales del trabajo, las mismas se derivan del resultado de los análisis de las respuestas al cuestionario. Posteriormente, hablaremos de las conclusiones metodológicas, en las cuales exponemos algunos aspectos relacionados tanto con el instrumento aplicado como con el método que seguimos para el análisis del mismo. Por último, mostramos las reflexiones finales, en las cuales quedarán marcadas las futuras líneas a seguir en trabajos posteriores.

5.1 Conclusiones generales

1. En general los profesores en formación creen que el Álgebra Lineal es muy importante dentro del *pensum* de estudio de la carrera ya mencionada, y resaltan la relación que tiene con los distintos temas dentro y fuera de las matemáticas, como también su utilidad en el bachillerato.
2. Lo anterior se ve reflejado cuando ellos expresan estar de acuerdo sin excluir ningún tema del contenido programático del Álgebra Lineal. Cabe destacar la opinión de uno de los participantes (participante 3) al proponer incluir un tema como ecuaciones diferenciales dentro del *pensum* de estudio de dicha asignatura; ya que, según él, sirve como base para estudios posteriores.
3. Es de hacer notar que para los docentes en formación, el desarrollo del contenido programático del Álgebra Lineal es totalmente diferente, quedando sujeto a la consideración del profesor que impartirá la asignatura, dejando a un lado el programa oficial. En otras palabras, cada uno de los participantes tiene su propia visión sobre el contenido matemático aquí estudiado, reflejándose fuertemente la presencia de sus creencias y concepciones sobre el tema.
4. Sobre las dificultades que podría suponer el tema del Álgebra Lineal para los participantes, es claro que los futuros docentes no coinciden en los temas de mayor dificultad que se representan para ellos este contenido matemático; sin embargo, estos profesores en formación dejan ver que temas como las *transformaciones lineales* y los

espacios vectoriales es donde son más proclives a presentar dificultades pero no podemos concluir nada en particular en cuanto a si este hecho podría incidir en sus futuras clases como profesores de matemáticas.

5. En cuanto a la relevancia o importancia de los conceptos discutidos, notamos la contradicción que presenta uno de los participantes al omitir la importancia que tiene el tema de matrices dentro del *pensum* de estudio, por lo anteriormente expuesto y debido a que este tema es una de las bases fundamentales del Álgebra Lineal. Debido a esto podemos inferir que el participante no se ve proyectado en el ejercicio de su carrera a diferencia de los demás participantes, ya que este tema en particular es un ejemplo de la relación que encontramos con el contenido programático del bachillerato.
6. Es por esta misma razón que los futuros docentes coinciden que el conocimiento sobre el tema de matrices es muy importante para su desempeño profesional, así como también, resaltan la aplicación que tiene fuera del contexto matemático y, además, exponen una forma muy similar para introducir y desarrollar el tema a través de un ejemplo no matemático, lo cual resulta relevante en la futura labor docente como estrategia de enseñanza. De esta manera se puede lograr que el aprendizaje en los estudiantes sea significativo puesto que desde el inicio se presenta la conexión entre un concepto matemático y una situación de la vida real.
7. De acuerdo a las concepciones del profesor en formación, podemos decir que existe unificación de las mismas entre ellos al momento de desarrollar el tema de ecuaciones lineales, ya que siguen esquemas similares para abordar el contenido. Por otro lado, no

sucede lo mismo al momento de introducir la definición de matrices, ya que utilizan diferentes estrategias para desarrollarla y esto va incluido dentro del conocimiento de la planificación docente y toma de decisiones que se plantea en la definición de conocimiento en nuestro trabajo.

8. Continuando con el punto anterior, se observan las distintas concepciones que poseen los futuros docentes respecto al programa de 1° a 5° año de bachillerato, en cuanto a la asignatura de matemáticas y su relación con el Álgebra Lineal se refiere; esto es de acuerdo a la clasificación que cada uno presentó en nuestra investigación, resaltando así las creencias de cada participante mediante su experiencia vivida como estudiante de bachillerato.

5.2 Conclusiones metodológicas

En cuanto a la implementación y diseño del nuestro instrumento, nos permitimos resaltar lo siguiente:

- A. El cuestionario, sirvió para obtener información valiosa sobre las creencias, concepciones y conocimiento profesional de los participantes en temas vinculados al Álgebra Lineal. Dicha información será el punto de partida para trabajos posteriores.
- B. El cuestionario resulto muy general y, quizás, demasiado abierto, de forma que en general el profesorado se ha sentido desconcertado (posiblemente era la primera vez que alguien le pedía que reflexionara sobre la enseñanza de un tema matemático), y con

preguntas tan genéricas que, o bien no sabía qué se esperaba de él o, qué información se le estaba pidiendo.

Sin embargo, en cuanto a la metodología utilizada para el análisis, llegamos a las siguientes conclusiones:

- a. El implementar el uso de redes sistémicas para el análisis de los datos, nos ha permitido tener siempre presente el eje principal de este trabajo: creencias, concepciones y conocimiento profesional del profesor de matemáticas.
- b. El uso de las redes sistémicas nos permitió darle una estructura sólida a las categorías, esta estructura nos facilitó analizar desde el punto de vista cualitativo y descriptivo, las creencias, concepciones y conocimiento profesional de los participantes.

5.3 Reflexiones finales

Partimos de la premisa, que esta investigación es un primer paso a trabajos más detallados, que aun cuando se siga en esta línea, buscaremos profundizar más en el tema de las creencias, concepciones y conocimiento profesional del profesor en formación y en ejercicio, sin embargo proponemos.

- i. Diseñar un instrumento más apropiado, con el que se entre en contacto directo con el participante, como por ejemplo un nuevo cuestionario en forma de entrevista con preguntas directas e indirectas; o entrevistas con grupos de dos o tres profesores.

- ii. Estudiar las implicaciones didácticas que pueda tener la enseñanza del Álgebra Lineal, en su sentido más amplio, en cursos del bachillerato. En este sentido, exponemos los siguientes puntos:
 - ii.a. Estudio de la viabilidad y ventajas de la introducción del concepto de matrices, vectores o sistemas de ecuaciones lineales **de una manera no clásica**, en la que el estudiante pueda tener una visión más amplia de estos conceptos, su **significado matemático** y las **distintas interpretaciones** que puedan surgir de los mismos.
 - ii.b. Un posible tema a ser estudiado en relación con la enseñanza y el aprendizaje de conceptos vinculados con el Álgebra Lineal podría ser la implementación de la **resolución de problemas** en el aula para introducir tales conceptos y, de esta manera, estudiar aplicaciones de los mismos en situaciones concretas.

Anexos

Información personal del participante

Seudónimo: El Tesisista (Participante 1)

Nivel aprobado de la carrera: Noveno Semestre

Otra carrera a nivel universitario: T.S.U. Informática

Alguna experiencia en educación secundaria en general: Pasantías
Profesionales,

Alguna experiencia en educación secundaria en matemáticas: _____

Cuestionario de investigación

1. ¿Qué importancia crees que tiene el Álgebra Lineal dentro del *pensum* de estudio de la carrera de Educación, mención Física y Matemáticas?

La importancia radica en que ésta es una rama de las matemáticas que más fácilmente puede ser utilizada para aplicaciones en la vida cotidiana como por ejemplo comerciantes que plasmen una situación en una o varias ecuaciones para la búsqueda de soluciones. y/o para resolver problemas de cálculo en áreas tales como: Ingeniería, Química y física; ejemplo: Producto Vectorial, balanceo de ecuaciones químicas, entre otros.

2. ¿Qué importancia crees que tiene el estudio de las matrices dentro del Álgebra Lineal para la carrera de Educación, mención Física y Matemáticas?

A parte de ser uno de los elementos principales del Álgebra Lineal, las matrices son las herramientas en las que se pueden representar situaciones como por ejemplo sistemas de ecuaciones lineales de varias ecuaciones con varias incógnitas.

Para trabajar o estudiar las matrices, el álgebra lineal nos presenta diferentes métodos y procedimientos como por ejemplo: el método de Gauss, Kramer, cálculo del determinante por triangulación, entre otros. Esto trae como consecuencia que se puedan aprender nuevas conocimientos y además se robustecan los conocimientos sobre el álgebra en general que traemos de asignaturas anteriores.

3. De acuerdo al contenido programático de Álgebra Lineal, ¿qué tema consideras de mayor complejidad para su estudio? Explica por qué.

Los temas que están relacionados con demostraciones de teoremas inherentes a espacios vectoriales y transformaciones lineales; esto debido a que me parece que el nivel de abstracción en estos temas es mayor que cualquier otro como por ejemplo la geometría.

4. ¿Está de acuerdo con el contenido programático de Álgebra Lineal en la formación de docentes de la carrera Educación, mención Física y Matemáticas?, ¿Qué incluiría?, ¿Qué excluiría?

Si, estoy de acuerdo debido a que esta es una rama muy utilizada en todos los niveles (especialmente en Bachillerato).

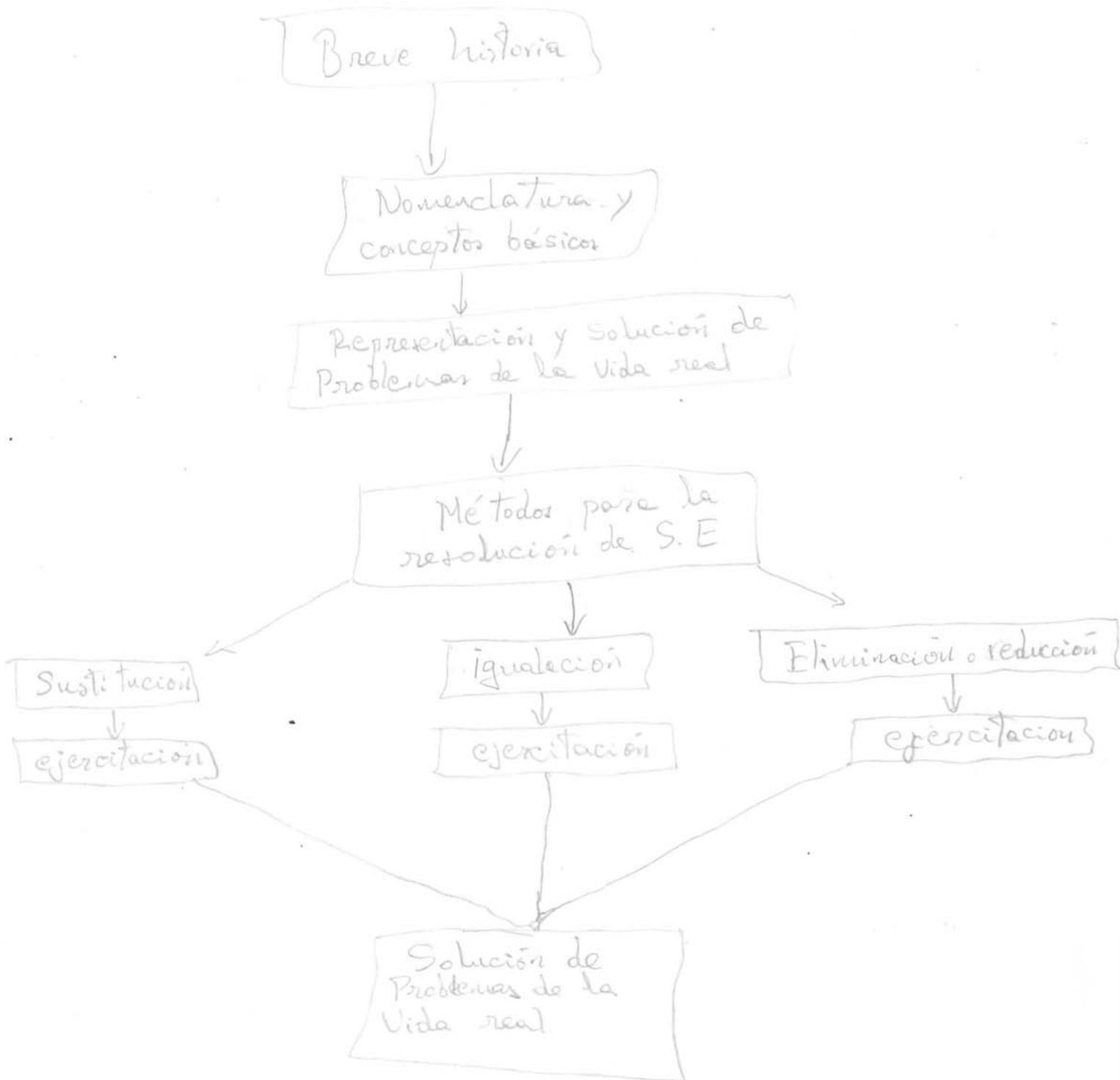
El contenido programático debe tener una concepción hacia la aplicación más que hacia lo abstracto, pudiera elegirse entre otras estrategias como por ejemplo el uso de las TIC (Tecnología de la informática y las comunicaciones) debido a que contenidos como entre los que están los vectores, el reconocimiento de una ecuación lineal, los despejes (2º año), la resolución de sistemas de ecuaciones (3º y 5º año), pueden ser representados de tal manera que un Software Educativo los presente de manera más comprensible.

5. ¿Qué importancia consideras que tiene el estudio de las matrices fuera del contexto de las matemáticas?

Como anteriormente lo dije, las matrices sirven para representar situaciones o problemas (reales y/o complejos). En cualquier rama de la Ingeniería las matrices pueden ser utilizadas por la metodología que presenta la Investigación de Operaciones para modelar matemáticamente una situación determinada.

En el Bachillerato, los docentes de Física y Química pueden utilizarlas para representar o buscar soluciones en algunos de sus contenidos como por ejemplo el balanceo de ecuaciones químicas y la representación vectorial.

6. De acuerdo al tema de ecuaciones lineales, describe un breve esquema de cómo desarrollarías este tema para alumnos de tercer año de bachillerato.



7. Elabora un esquema lo más detallado posible sobre cómo introducirías la definición de matrices a estudiantes de quinto año de bachillerato.



8. Explica con un ejemplo no matemático como desarrollarías el tema de matrices para estudiantes del quinto año de bachillerato.

Al igual que en la pregunta anterior, utilizando el entorno para representar o ejemplificar matrices, en las cuales a su vez se puedan identificar y definir los elementos que la conforman.

Ejem:

- Utilizando de manera ordenada los pupitres o sillas que se usan dentro del aula en las que se puedan identificar un elemento de la matriz, las filas y las columnas.
- Haciendo un sencillo plano de una de las urbanizaciones aledañas al Liceo en las cuales las casas representan los elementos, el conjunto de casas alineadas con respecto a la Avenida serían las columnas y el conjunto de casas alineadas con respecto a las calles serían las filas.

9. ¿Qué conceptos o elementos del Álgebra Lineal forman parte de los programas de matemáticas de 1º a 5º año de bachillerato? Clasifica estos conceptos por año.

- Igualdades
- Coeficiente
- Término
- Valor
- Operaciones

1º

- Incógnita
- Ecuación
- Exponente
- Polinomio
- Vectores

2º

- Sistema de ecuaciones
- Métodos
- Resolución
- Aplicación
- Gráfica
- Solución
- Vectores

3º

- Vectores
- Gráficas
- Raíces

4º

- Matrices
- Transformaciones lineales
- Ecuación de la recta
- Determinante

5º

Información personal del participante

Seudónimo: Estudiante. (Participante 2)

Nivel aprobado de la carrera: décimo Semestre

Otra carrera a nivel universitario: ninguna.

Alguna experiencia en educación secundaria en general: ninguna

Alguna experiencia en educación secundaria en matemáticas: Pasantías
(con 2^{do} año.)

Cuestionario de investigación

1. ¿Qué importancia crees que tiene el Álgebra Lineal dentro del *pensum* de estudio de la carrera de Educación, mención Física y Matemáticas?

Como profesores, nos va a permitir desarrollar los contenidos en los distintos niveles del bachillerato como vectores y transformaciones en el plano; sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en tercer año; vectores en el plano en cuarto año; vectores en el espacio, matrices y operaciones, sistemas de ecuaciones lineales y métodos para resolverlos en quinto año, entre otros.

Como estudiantes, nos permite hacer conexiones con otros temas de matemáticas y en cierta forma interpretarlos de otra manera.

2. ¿Qué importancia crees que tiene el estudio de las matrices dentro del Álgebra Lineal para la carrera de Educación, mención Física y Matemáticas?

Para la carrera de Educación, mención Física y Matemáticas, aparentemente ninguna considerando que después de Álgebra lineal no hay otra materia donde se pueda aplicar lo que se aprende sobre matrices.

3. De acuerdo al contenido programático de Álgebra Lineal, ¿qué tema consideras de mayor complejidad para su estudio? Explica por qué.

De los temas que tuve oportunidad de revisar en Álgebra lineal, ninguno es complejo (sistemas de ecuaciones lineales, operaciones con matrices, determinantes).

4. ¿Está de acuerdo con el contenido programático de Álgebra Lineal en la formación de docentes de la carrera Educación, mención Física y Matemáticas?, ¿Qué incluiría?, ¿Qué excluiría?

Excluiría nada.

Estoy de acuerdo con el contenido programático ya que se ajusta al contenido de los programas del bachillerato.

5. ¿Qué importancia consideras que tiene el estudio de las matrices fuera del contexto de las matemáticas?

Las aplicaciones que tienen en otras áreas como en Economía (modelos económicos de entrada y salida), Física (cuando se estudian redes eléctricas),

6. De acuerdo al tema de ecuaciones lineales, describe un breve esquema de cómo desarrollarías este tema para alumnos de tercer año de bachillerato.

En el caso de sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas:

- Interpretación geométrica.

- Graficar en el plano cada una de las ecuaciones (con ejemplos de las distintas posiciones de ambas rectas).

- En el caso de que haya intersección de las rectas, señalar que ese punto intersección se puede encontrar de distintas maneras.

- Explicar las distintas maneras de resolver el sistema, sin dejar a un lado la interpretación geométrica.

7. Elabora un esquema lo más detallado posible sobre cómo introducirías la definición de matrices a estudiantes de quinto año de bachillerato.

- Llenar una tabla, con la participación de los alumnos, de algún ejemplo particular donde se observe que responde a cierto orden. Por ejemplo:

Cantidad de estudiantes de la sección que aprobaron las asignaturas Matemática, Física y Química:

	Matemática	Física	Química
Hembras			
Varones			

- Tomar los elementos de la tabla y escribirlos con la notación que se va a usar para las matrices.
- Señalar cuáles son las filas y columnas.
- Escribir una matriz usando la notación de subíndices.

8. Explica con un ejemplo no matemático como desarrollarías el tema de matrices para estudiantes del quinto año de bachillerato.

Con los estudiantes del curso, acomodándolos en filas y columnas de manera que representen los elementos de una matriz. Luego, colocarle un nombre a cada estudiante según su posición en la matriz (fila 1 columna 1, fila 1 columna 2, fila 1 columna 3, ...)

Para explicar las operaciones con matrices, se señalaría a los estudiantes cómo deben agruparse según la operación que se esté explicando. Por ejemplo, si es suma de matrices se agruparía el estudiante "fila 1 columna 1" de una matriz con el estudiante "fila 1 columna 1" de la otra matriz, ... y así con las demás operaciones.

9. ¿Qué conceptos o elementos del Álgebra Lineal forman parte de los programas de matemáticas de 1° a 5° año de bachillerato? Clasifica estos conceptos por año.

1^{er} año:

2^{do} año: vectores en el plano, transformaciones en el plano.

3^{er} año: sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

4^{to} año: Vectores en el plano.

5^{to} año: Vectores en el espacio, sistema de ecuaciones lineales, métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales (Gauss, Gauss-Jordan, Regla de Cramer), matrices, operaciones con matrices,

Información personal del participante

Seudónimo: Participante 3 (Participante 3)

Nivel aprobado de la carrera: Graduado Semestre

Otra carrera a nivel universitario: _____

Alguna experiencia en educación secundaria en general: Panamá,
Actualmente Trabajo en un liceo Rural
y en un liceo nocturno.

Alguna experiencia en educación secundaria en matemáticas: _____
matemática de 4 y 5 liceo nocturno
estoy comenzando.

Cuestionario de investigación

1. ¿Qué importancia crees que tiene el Álgebra Lineal dentro del *pensum* de estudio de la carrera de Educación, mención Física y Matemáticas?

El Álgebra Lineal es una materia de suma importancia ya que permite formar docentes capaces de enfrentarse a cualquier problema relacionado con esta materia. El álgebra lineal es una materia que encontramos a diario cuando se es docente de secundaria tanto en física en la solución de problemas de circuitos eléctricos como en matemática en vectores, en fin es importante esta materia en la formación de un docente para la solución de cualquier sistema de ecuaciones y matrices que se encuentran incluidas dentro del Programa educativo de 1^{ro} a 5^{to} Año.

Por otra parte es importante esta materia dentro del *pensum* de educación ya que la persona en formación necesita del Álgebra lineal para estudios de Posgrado relacionado con estas áreas.

2. ¿Qué importancia crees que tiene el estudio de las matrices dentro del Álgebra Lineal para la carrera de Educación, mención Física y Matemáticas?

Como anteriormente lo dije las matrices es un tema importante en la formación Docente ya que la solución de matrices o problemas relacionados están incluidos en los Programas de estudio en el área de matemática a nivel Secundario y Universitario, las matrices nos permite una solución rápida en problemas complejos de sistemas de ecuaciones

3. De acuerdo al contenido programático de Álgebra Lineal, ¿qué tema consideras de mayor complejidad para su estudio? Explica por qué.

El tema que considero con mayor complejidad es el de espacios lineales y Transformaciones lineales ya que es necesario q' se se conozca y se dominen otros temas como matrices, Polinomios y otros conjuntos que se pueden estudiar como un espacio lineal.

En el momento que estudie espacios lineales fue necesario que anteriormente estudiara lo que era un espacio vectorial ya que estos dos temas tienen mucha relación en su estudio. Por lo cual considero el tema de espacio lineales como uno de los mas complejos ya que incluye otros temas dentro de su estudio.

4. ¿Está de acuerdo con el contenido programático de Álgebra Lineal en la formación de docentes de la carrera Educación, mención Física y Matemáticas?, ¿Qué incluiría?, ¿Qué excluiría?

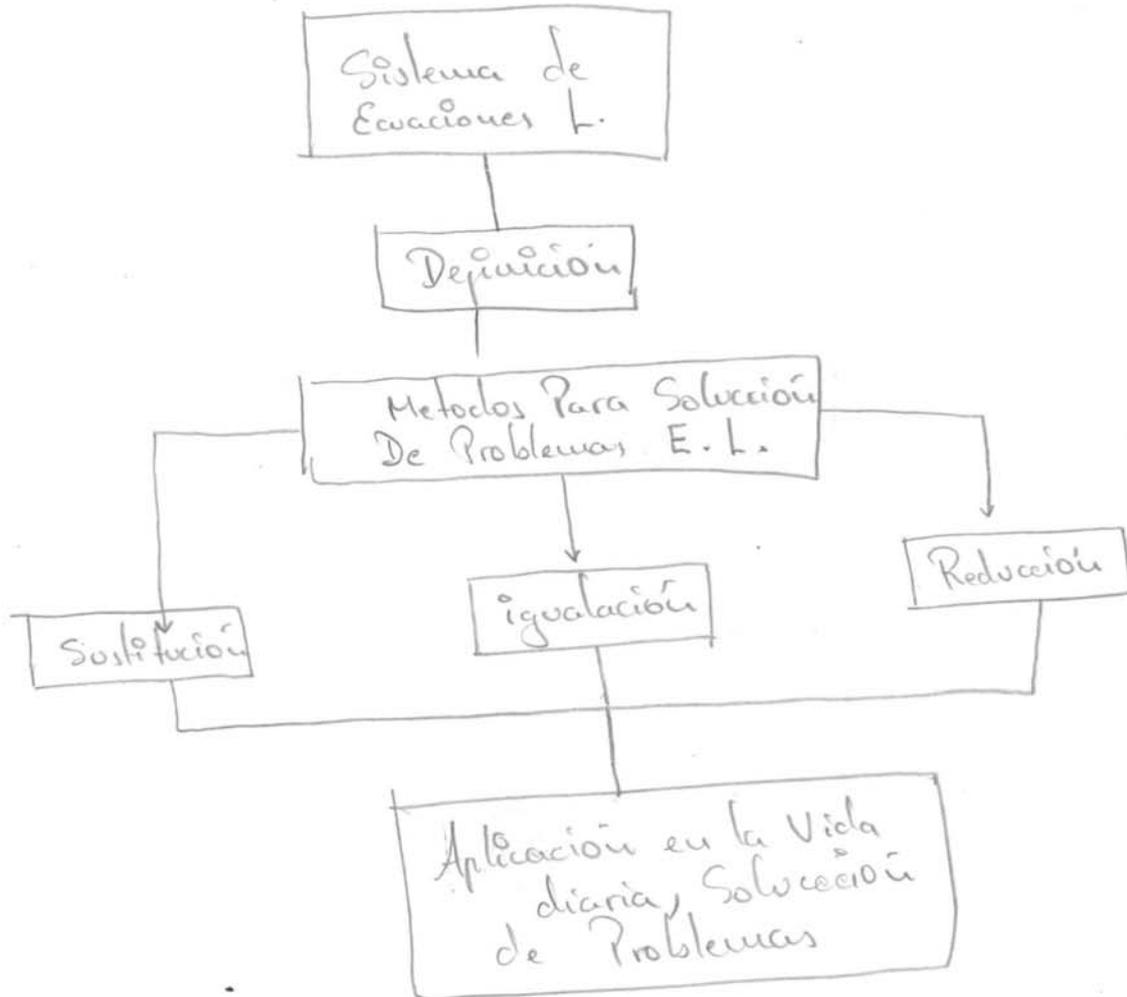
Si estoy de acuerdo ya que los contenidos que forman parte de esta materia están incluidos en los programas a nivel de Bachillerato en el estudio de Vectores, Matrices, Determinantes y ecuaciones y sistemas de Ecuaciones. Por otra parte estos contenidos también preparan al docente para dar materias a nivel Universitario como Álgebra Matricial, y Álgebra Lineal, también se puede decir que esta materia le sirve de base para el estudio de Posgrado en el área de matemática.

Por mi parte creo que sería bueno que se incluyera en el programa de estudio del Álgebra Lineal temas como el de Ecuaciones diferenciales ya que tiene relación con el Álgebra Lineal y además le sirve como base en formación profesional en estudios posteriores en el área de matemática.

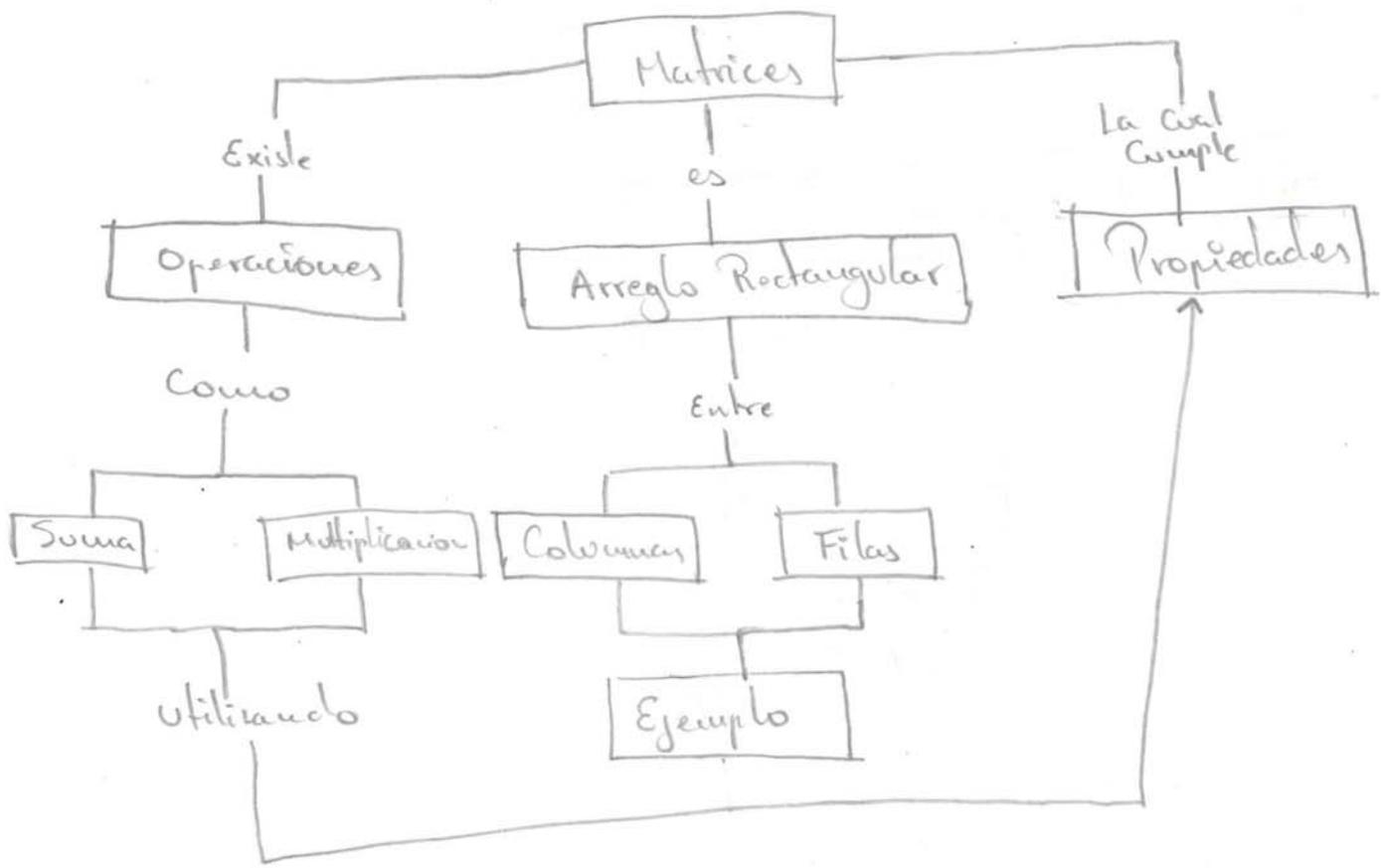
5. ¿Qué importancia consideras que tiene el estudio de las matrices fuera del contexto de las matemáticas?

Las matrices son utilizadas en otras áreas como por ejemplo en electricidad en la solución de problemas de circuitos, en química en la solución de problemas que contengan sistemas de ecuaciones, en la informática para desarrollar programas y esto a su vez ayudan a la ingeniería por lo cual se puede decir que las matrices son de gran importancia ya que son utilizadas como una herramienta para facilitar el trabajo en las distintas áreas.

6. De acuerdo al tema de ecuaciones lineales, describe un breve esquema de cómo desarrollarías este tema para alumnos de tercer año de bachillerato.



7. Elabora un esquema lo más detallado posible sobre cómo introducirías la definición de matrices a estudiantes de quinto año de bachillerato.



8. Explica con un ejemplo no matemático como desarrollarías el tema de matrices para estudiantes del quinto año de bachillerato.

Utilizaría un sistema o arreglo rectangular como por Ejm: los Popitres en el aula de clase luego le explicaría lo q' es una fila y una columna. Posteriormente utilizaría varios arreglos de Popitres para introducir el concepto de suma y multiplicación de matrices. Tomando en cuenta las propiedades.

9. ¿Qué conceptos o elementos del Álgebra Lineal forman parte de los programas de matemáticas de 1° a 5° año de bachillerato? Clasifica estos conceptos por año.

1 Año {
- Ecuaciones de Primer Grado.
- Con 1 y 2 Variables

2 Año {
- Polinomios
- Vectores
- Ecuaciones Con 2 Variables

3 Año {
- Polinomios
- Vectores (Gráficas)
- Sistema de Ecuaciones de 2
y 3 Variables
- Rectas

4 Año {
- Vectores
- sistema de Ecuaciones
- Determinantes
- Matrices { Gauss
Gauss Jordan

5 Año {
- Matrices.
- Transformaciones lineales.