

# ENERGÍA

## FÍSICA PARA DOCENTES

Félix Antonio Aguirre Márquez y Fernando Antonio Aguirre Chourio



$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Delta U = -W$$

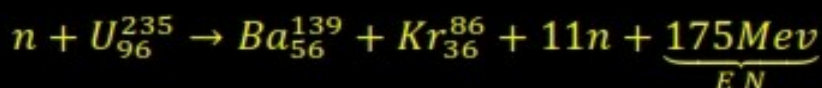
$$E_M = E_c + U$$

$$W + Q = \Delta E$$



$$E = mc^2$$

$$E = hv$$



**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES**

Autoridades universitarias

**Rector**

Mario Bonucci Rossini

• **Vicerrectora Académica**

Patricia Rosenzweig Levy

• **Vicerrector Administrativo**

Manuel Aranguren Rincón

• **Secretario**

José María Andérez Álvarez

**SELLO EDITORIAL PUBLICACIONES  
DEL VICERRECTORADO ACADÉMICO**

• **Presidenta**

Patricia Rosenzweig Levy

• **Coordinadora**

Marysela Coromoto Morillo Moreno

• **Consejo editorial**

Patricia Rosenzweig Levy

Marysela Coromoto Morillo Moreno

Marlene Bauste

María Teresa Celis

Francisco Grisóla

Jonás Arturo Montilva

Joan Fernando Chipia L.

María Luisa Lazzaro

Alix Madrid

Unidad operativa

• **Supervisora de procesos técnicos**

Yelliza García

**COLECCIÓN TEXTOS UNIVERSITARIOS:  
CIENCIAS NATURALES**

Sello Editorial Publicaciones del  
Vicerrectorado Académico

Los trabajos publicados en esta colección han sido rigurosamente seleccionados y arbitrados por especialistas en las diferentes disciplinas.

**COLECCIÓN TEXTOS  
UNIVERSITARIOS:  
CIENCIAS NATURALES**  
Sello Editorial Publicaciones  
Vicerrectorado Académico

**ENERGÍA. FÍSICA PARA DOCENTES**

Primera edición digital, 2021

© Universidad de Los Andes Sello  
Editorial Publicaciones del  
Vicerrectorado Académico  
de la Universidad de Los Andes  
© Félix Antonio Aguirre Márquez  
y Fernando Antonio Aguirre C.

Hecho el depósito de ley  
Depósito Legal: ME202100380  
ISBN: 978-980-11-2057-5

ISBN: 978-980-11-2057-5



**Corrección de estilo:**

María Luisa Lázaro

**Diagramación:**

Félix Antonio Aguirre Márquez

Marysela C. Morillo Moreno

**Diseño de la portada:**

Félix Antonio Aguirre Márquez

Universidad de Los Andes  
Av. 3 Independencia,  
Edificio Central del Rectorado,  
Mérida, Venezuela.  
publicacionesva@ula.ve  
publicacionesva@gmail.com  
<http://www2.ula.ve/publicaciones>  
academico

**Prohibida la reproducción total o  
parcial de esta obra sin la  
autorización escrita de los autores y  
editores.**

Editado en la República Bolivariana de  
Venezuela

**COLECCIÓN DE TEXTOS UNIVERSITARIOS**

Esta colección contempla la edición de textos académicos que sirvan de apoyo docente en las áreas del conocimiento existentes en la Universidad: Ciencias Humanísticas y Sociales, las Ciencias Naturales, la Ingeniería y la Tecnología, la Medicina y las ciencias de la salud y las ciencias agrícolas.

Entre los objetivos específicos de esta colección resaltan:

- Estimular la edición de libros al servicio de la docencia.
- Editar la obra científica de los profesores de nuestra Casa de Estudios.
- Publicar las investigaciones generadas en los centros e institutos de investigación.

Hasta ahora, un número considerable de textos universitarios ha sido publicado por miembros de nuestra plan profesoral, obras de las que -en la búsqueda del mejoramiento de la calidad de nuestra educación de pre y posgrado- se han beneficiado por igual estudiantes y docentes.



**UNIVERSIDAD  
DE LOS ANDES**



**PUBLICACIONES  
VICERRECTORADO ACADÉMICO**

# **ENERGÍA.**

## **FÍSICA PARA DOCENTES**



---

**PUBLICACIONES  
VICERRECTORADO ACADÉMICO**

**MÉRIDA - 2021 - VENEZUELA**



# **ENERGÍA.**

## **FÍSICA PARA DOCENTES**

**Félix Antonio Aguirre Márquez**  
**Fernando Antonio Aguirre Chourio**

**COLECCIÓN TEXTOS UNIVERSITARIOS:**  
**Ciencias Naturales**  
Sello Editorial Publicaciones del Vicerrectorado Académico  
Universidad de Los Andes



# Contenido

<b>PRÓLOGO .....</b>	<b>11</b>
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>13</b>
<b>CAPÍTULO 1. LA ENERGÍA .....</b>	<b>15</b>
<b>La energía en la actividad humana .....</b>	<b>16</b>
Energía manifiesta y almacenada .....	18
<b>Transferencia de Energía.....</b>	<b>19</b>
<b>CAPÍTULO 2. PROCESOS MECÁNICOS .....</b>	<b>21</b>
<b>Trabajo mecánico .....</b>	<b>21</b>
<b>Energía cinética .....</b>	<b>22</b>
<b>Formulación dinámica de la energía cinética y el trabajo .....</b>	<b>23</b>
Energía cinética en términos dinámicos .....	24
Formulación dinámica del trabajo mecánico.....	26
<b>Energía Potencial .....</b>	<b>28</b>
Energía Potencial Gravitatoria .....	29
Energía potencial elástica .....	34
<b>Energía Mecánica .....</b>	<b>36</b>
Sistemas conservativos .....	36
Sistemas no conservativos .....	37
Máquinas .....	40
<b>Sistema de N cuerpos .....</b>	<b>42</b>
Energía de configuración .....	42
Energía cinética de un sistema de cuerpos.....	44
Energía potencial total de un sistema de cuerpos .....	46
Energía mecánica total de un sistema de cuerpos .....	46

<b>Rotación de un cuerpo rígido .....</b>	<b>47</b>
Trabajo mecánico en términos de las variables angulares .....	49
Rodadura.....	51
<b>Equivalencia entre la masa inercial y la energía: un resultado de la relatividad .....</b>	<b>53</b>
<b>Unidades de Trabajo y Energía .....</b>	<b>57</b>
<b>CAPÍTULO 3. PROCESOS TERMODINÁMICOS.....</b>	<b>59</b>
<b>Definiciones preliminares .....</b>	<b>61</b>
<b>Ley cero de la termodinámica y la definición de temperatura .....</b>	<b>62</b>
Medida y escalas de temperatura .....	63
Transformación de escalas .....	65
<b>El Calor .....</b>	<b>66</b>
Calor y Energía Térmica .....	67
<b>Trabajo debido a la variación de volumen. ....</b>	<b>69</b>
<b>Comportamiento termodinámico de sólidos y líquidos.....</b>	<b>70</b>
Capacidad calórica y el calor específico .....	71
Ecuación calorimétrica.....	72
Cambios de fase .....	73
Calores latentes .....	76
<b>Comportamiento termodinámico de los gases .....</b>	<b>78</b>
<b>Leyes de la Termodinámica .....</b>	<b>82</b>
Proceso cuasi-estático .....	82
Primera ley de la Termodinámica .....	83
Procesos de interés relevante.....	84
Máquinas térmicas y la segunda ley de termodinámica.....	87
Procesos cíclicos.....	87
Postulado de Kelvin-Planck.....	89
Postulado de Clausius .....	90
Teorema de Carnot .....	91
Entropía .....	94
Segunda ley de la termodinámica.....	99
Energía química .....	100
Energía nuclear .....	101



<b>CAPÍTULO 4. LA RADIACIÓN.....</b>	<b>104</b>
Radiación corpuscular.....	104
Radiación electromagnética .....	106
Cuantización de la Energía.....	111
Creación y aniquilación de “pares” .....	116
Materia y Energía: dos aspectos de un único elemento.....	119
 <b>CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES .....</b>	 <b>121</b>
 <b>Bibliografía.....</b>	 <b>122</b>



# Prólogo

Este texto está dirigido principalmente a aquellas personas que se desempeñan en la enseñanza de la física, en los niveles básicos, con la esperanza de que la información presentada aquí sirva de complemento a la formación que, como parte de la actividad docente, se consolida progresivamente a través de la experiencia.

Son muchas las barreras que se deben franquear para impartir una buena enseñanza en estas áreas, tal vez una de las más notables la representa las imágenes falseadas de algún concepto físico que, en muchos ambientes cotidianos, se forman a partir de una interpretación incorrecta, originando vicios que se alojan en la estructura del conocimiento y que obstaculizan la asimilación de nuevas ideas.

Muchos son los términos físicos que trascienden los límites científicos para ser adoptados en distintos ámbitos de la actividad humana en los que, en muchas ocasiones, se tergiversa su verdadero significado. Una de las tareas más difícil que enfrenta un docente, cuando enseña física, es remplazar las imágenes inexactas, que se han formado previamente en el estudiante a través de una interpretación inadecuada, por el modelo apropiado. Esto requiere de la elaboración de estrategias didácticas que logren inducir el razonamiento lógico que conlleve a la sustitución de las ideas erróneas por las imágenes correctas.

El ejercicio docente, en las asignaturas científicas, consigue mejores frutos cuando los conceptos básicos se logran transmitir en un lenguaje sencillo y con ejemplos prácticos extraídos del entorno inmediato. Esto plantea un reto al profesor, ya que debe hacer muchas simplificaciones de situaciones muy complejas, sin que se pierda la esencia fundamental del concepto. Esto último, demanda del docente, no solo habilidad para expresarse, sino también un extenso conocimiento del tema en cuestión, que le permita relacionar, en forma concluyente, sus explicaciones con hechos cotidianos.

En el lenguaje popular, es la energía uno de los términos de mayor manipulación en los distintos ámbitos de la actividad humana. Dicho término es usado para representar diferentes aspectos del quehacer diario y se le atribuye una amplia gama de propiedades que, en

muchos casos, desvirtúan su significado y originan confusión. Esta situación debe ser afrontada por el docente, quien se ve obligado a depurar el concepto fundamental de una amalgamada mezcla de nociones que ordinariamente son adquiridas del entorno cotidiano.

Siguiendo los lineamientos iniciales, este texto se concibe con el propósito de brindar una visión amplia sobre el rol de la energía en distintos niveles de actividad, para lo cual se transita a través de tres áreas de gran importancia en la descripción física de la naturaleza. En este sentido, se pretende que, a través de la lectura y análisis, el lector pueda formarse un concepto de la energía coherente con toda la actividad en el Universo.

Félix Aguirre

## Introducción

Las concepciones filosóficas de la antigua Grecia, en particular las corrientes aristotélicas, han trascendido muchas generaciones, legando ideas y concepciones que aun influyen en diferentes áreas del pensamiento contemporáneo. Muchos de los conceptos científicos se originaron en este contexto y han evolucionado a través de la historia alcanzando nuevos significados, ajustándose a las ideas modernas. Los análisis, cada vez más detallados, del desempeño de las cantidades representadas mediante dichos conceptos, han permitido una progresiva reinterpretación y, consecuentemente, el perfeccionamiento o la reformulación de las leyes que rigen los procesos naturales. La difusión de las nuevas ideas no ocurre en forma inmediata, por el contrario, esto es un proceso de asimilación progresiva, que va dejando un rezago en muchos niveles de aprendizaje, en algunos casos por conformidad y en otros por evasión de complejidad. La energía, es uno de estos casos, cuyo significado ha evolucionado de tal forma, que ha pasado de ser considerado un aspecto característico de la dinámica de los objetos a tener identidad propia y ser reconocida como un elemento esencial del universo. En los procesos de enseñanza, es una práctica común introducir el concepto de energía como una condición del dinamismo de los cuerpos, evadiendo, en muchos casos, las explicaciones inherentes a su significado, haciendo más énfasis en el desarrollo matemático, que deriva de su formulación en las distintas áreas.

La palabra energía proviene del vocablo griego “enérgeia” que a su vez deriva de “ergón”, este último está vinculado a la idea de acción, movimiento o dinamismo. Es por eso que en una interpretación inicial la energía se tiende a asociar con movimiento, con fortaleza o vigor, restringiéndola a los procesos mecánicos. Sin embargo, análisis más detallados logran identificarla como “algo” que se puede almacenar y, en una visión más ampliada, se visualiza transitando entre procesos de diferentes índoles, lo que conlleva al establecimiento de una ley de conservación de carácter universal, dejando ver que se trata de una cantidad con existencia propia y no de una variable que caracteriza la dinámica los cuerpos.

Para obtener una idea más exacta del concepto de energía, conviene analizarla en diferentes niveles, esto permite consolidar una imagen coherente que logre una descripción razonable de su desempeño en las distintas áreas. Bajo este enfoque, en el siguiente texto, se

parte de una noción simple de la energía y se establecen algunas relaciones conceptuales que sirven de guía para describir el papel que juega la energía en los **procesos mecánicos**, en **termodinámica** y en los fenómenos de **radiación**.

# CAPÍTULO 1

## LA ENERGÍA

El término energía, que quizás es el concepto físico de mayor difusión, es usado en distintos ámbitos para indicar fortaleza, vitalidad, resplandor o dinamismo. Un modelo físico del cosmos se obtiene bajo la concepción de que la energía y la materia, son las componentes esenciales del universo<sup>1</sup>:

$$\text{Universo} = \text{Materia} + \text{Energía}$$

En este contexto, la materia es concebida como una componente inerte, carente de acción propia, representando todo lo tangible, mientras que la energía, es la parte complementaria responsable de provocar la actividad en la materia, induciendo los cambios y forjando las estructuras. Bajo esta perspectiva, se entiende que la modificación del estado físico de un cuerpo, será guiada por la ganancia o la pérdida de energía en este. En tal sentido, se puede afirmar que todo proceso en el universo está determinado por una variación de energía, reconociendo, además, el intercambio de esta entre los diferentes elementos que lo componen. En la actual comprensión del cosmos, no se concibe materia sin energía, sin embargo, es posible energía en ausencia de materia como, por ejemplo, en los procesos de radiación.

Tanto la energía como la materia manifiestan una cualidad de carácter intrínseco a la naturaleza, se trata del hecho de que no pueden ser creadas ni destruidas. Bajo estos preceptos, de aprobación axiomática, se formulan los dos principios originarios sobre los que se cimientan las ciencias naturales:

1. La preservación de la materia
2. El principio de conservación de la energía

Con ambos principios se entiende que, en un sistema totalmente aislado, no podrá aumentar ni disminuir la energía como tampoco podrá variar el contenido de materia.

---

<sup>1</sup> Para muchas otras corrientes filosóficas el universo está compuesto por materia, energía y consciencia

Es muy común oír decir que la masa inercial de un objeto es la cantidad de materia, esta interpretación obedece a un antiguo modelo sobre la estructura de los cuerpos, bajo el cual se afirmaba que estos estaban constituidos de pequeños bloques elementales, iguales para todos, pero dispuestos en diferentes configuraciones. A principios del siglo XX, con la formulación de la Teoría Especial de la Relatividad y el progresivo avance en la investigación sobre física de partículas, se encontró que la masa inercial, más bien, está “emparentada” con la energía. La llamada fórmula de las tres letras de Albert Einstein exhibe este rasgo,

$$E = mc^2,$$

donde  $E$  es la energía,  $m$  es la masa inercial y  $c$  es la velocidad de la luz. De esta ecuación, que expresa la equivalencia entre la masa y la energía, se puede inferir que cualquier cuerpo, a través de su masa, contienen una enorme cantidad de energía, lo que ha sido base para el desarrollo de dispositivos, que, a través de reacciones nucleares, son capaces de extraer la energía contenida en los núcleos atómicos para el uso provechoso, aunque infelizmente también sirvió de guía para el desarrollo de la nefasta bomba atómica.

Es difícil imaginar un mundo sin energía, en donde solo exista materia inerte (inmóvil, fría e invisible) en completa oscuridad y en absoluto silencio, evidentemente, la energía es el ingrediente que le da dinamismo al universo.

## La energía en la actividad humana

La energía, que en un sistema rige la ejecución de diferentes procesos, se trasmite hacia otros ámbitos, desde donde continuará propagándose e interviniendo en nuevos eventos. En muchos casos la transferencia no resulta de manera continua, ya que la energía puede quedar represada hasta que se creen las condiciones que permitan su liberación hacia nuevos escenarios.

El hombre, como todos los seres vivos, requiere del consumo de energía para la ejecución de los procesos biológicos, pero además de esto, todas las actividades propias de la sociedad demandan de un consumo energético adicional. La humanidad ha reconocido la energía como un recurso que condiciona su modo de vida, haciendo que su consumo esté en continuo crecimiento en la medida que la tecnología avanza.

En el lenguaje cotidiano, es usual asignarle a la energía adjetivos que estén asociados al contexto de los procesos en los que interviene, por ejemplo, en procesos que solo involucran movimiento, se le llama energía mecánica, o en el contexto de difusión de calor se le conoce



como energía térmica, igualmente se usa la designación energía eléctrica para referirse a su intervención en los fenómenos electromagnéticos, son muy variados los calificativos que se emplean para hacer referencia al ámbito de ejecución, sin embargo, estrictamente hablando, la energía como tal, no puede ser caracterizada por alguna propiedad que haga distinción entre diferentes tipos. En este sentido, la expresión: “*la energía se transforma*”, lo que quiere decir es que la energía se transfiere entre distintos procesos.

La mayor parte de la energía que consume la humanidad llega a través de una larga cadena de transferencias, en las que, bajo distintos procesos, es absorbida y emitida por diferentes sistemas antes de alcanzar la condición de “energía útil” requerida para realizar alguna actividad particular.

En la actualidad la humanidad dispone de tres fuentes inagotables<sup>2</sup> de energía:

- Energía solar, que, como su nombre lo indica, procede del Sol, provocando, directa o indirectamente, la mayoría de las actividades sobre la superficie de la Tierra. Además del efecto térmico directo, procesos tales como evaporación, lluvias, vientos y corrientes marinas, entre otros, se originan como consecuencia de la absorción de energía solar. Por otra parte, los vegetales retienen energía a partir de la luz solar y la almacenan en su estructura molecular, y es transmitida al resto de los seres vivos a través de las cadenas alimenticias o puede permanecer guardada por mucho tiempo, aun después del ciclo de vida, pudiendo luego ser extraída mediante diferentes procesos, generalmente por combustión.
- Energía geotérmica, la cual proviene del interior de la tierra, siendo básicamente energía térmica que, como calor, es transferida a través del manto rocoso desde las capas más internas del planeta. Aunque son diversos sus orígenes es mayormente un remanente que data de la formación de la Tierra, que quedó atrapada en su interior y que, poco a poco, fluye hacia la superficie. Actualmente es aprovechada en algunas regiones para disponer de calefacción y energía eléctrica
- Energía Atómica, a veces generalizada como energía nuclear, debe su nombre al hecho de que es extraída del átomo, a través de reacciones que provocan el decaimiento de estados excitados. En particular, en la desintegración y la fusión nuclear, se produce, entre otras cosas, radiación gamma que es radiación electromagnética de muy alta frecuencia (fotones altamente energéticos), la energía liberada en estos procesos es lo que se conoce como energía nuclear propiamente

---

<sup>2</sup> Se entiende que una fuente es inagotable cuando la tasa de reducción es muy pequeña en comparación con la escala de tiempo humana.

dicha. En los reactores nucleares esta energía es recobrada como energía térmica y, a partir de allí, usada en variados procesos, industriales, domésticos y de transporte.

La energía que la sociedad demanda para las actividades rutinarias está dirigida mayormente a tareas mecánicas, procesos térmicos, iluminación y comunicación. En muchos casos, como en la llamada energía fósil: gas, petróleo, carbón, la tasa de consumo supera ávidamente la rapidez de renovación, provocando el agotamiento temprano de los depósitos y las consecuentes crisis energéticas.

### **Energía manifiesta y almacenada**

Un sistema actúa sobre otro a expensas de la energía disponible contenida en él y, evidentemente, mientras el sistema se mantenga inactivo la energía permanecerá en reserva para ser transferida cuando ocurran las condiciones apropiadas. Esto permite describir la energía en dos estados:

- Energía manifiesta, asociada a todo tipo de actividad: movimiento, iluminación, procesos térmicos, etc. Es de hecho, bajo este aspecto, que la energía se “palpa” al mantener al mundo en constante dinamismo, rigiendo todo tipo de proceso físico.
- Energía almacenada, aquella que se mantiene en estado latente contenida en los sistemas y que ocasionalmente puede hacerse manifiesta al darse las condiciones adecuadas. En este estado, se encuentra la mayor parte de la energía en el universo, asociadas a estructuras en todos los niveles: microscópicos, macroscópicos y cósmicos.

Son variadas las formas usadas para extraer la energía almacenada y hacerla manifiesta y viceversa. En algunos contextos, estos procesos pueden ser reversibles, como el caso gravitatorio, donde la energía almacenada puede ser usada como energía motora y luego, revirtiendo el proceso, podrá ser almacenada y quedar potencialmente a nueva disposición del sistema. En otros casos, la energía se extrae de sistemas que deben ser estimulados, por ejemplo, induciendo reacciones químicas que, en algunas sustancias (combustibles), provocan la liberación de gran cantidad de energía represada en su interior. En el ámbito microscópico, se encuentra que los átomos pueden servir de receptores de energía cuando sus electrones son excitados a niveles superiores, igualmente se convierten en surtidores de energía electromagnética al inducir el descenso de dichos niveles. Tal vez la fuente más poderosa de

energía la constituyen los núcleos atómicos, la energía allí almacenada puede ser liberada mediante reacciones nucleares provocando la emisión de múltiples partículas subatómicas a muy altas velocidades y de fotones altamente energético. En general, toda la actividad física en el universo está gobernada por una relación de gasto y almacenamiento de energía.

En el ámbito social, el progreso de las civilizaciones ha estado vinculado a la eficiencia en el aprovechamiento de la energía almacenada en sus diferentes formas. El desarrollo de múltiples e ingeniosos dispositivos de uso diario, tanto domésticos como industriales, aumenta progresivamente el consumo de energía, manteniendo una creciente demanda de esta. Por tal razón, la humanidad ha sido perseverante en la búsqueda de depósitos y nuevas fuentes de energía que logren satisfacer los requerimientos de la sociedad.

## Transferencia de Energía

El estado físico de un sistema es caracterizado por la energía contenida en él, la cual se manifiesta en diferentes aspectos. Bajo este punto de vista, y con la confianza puesta en el principio de conservación, es claro que la acción de un cuerpo sobre otro, al provocarle un cambio de estado, corresponde a una transferencia de energía. Evidentemente, mientras dicha energía se encuentre en tránsito, entre ambos cuerpos, no puede ser asociada al estado físico de ninguno de ellos, tal como se esquematiza en la figura 1.

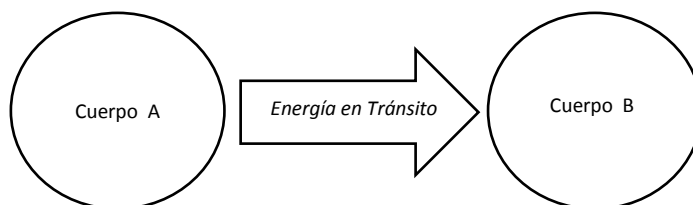


Fig.1 Transferencia de energía desde un cuerpo A hacia un cuerpo B

Físicamente, se identifican dos formas de energía en tránsito:

- Trabajo mecánico ( $W$ ),

Como energía que se trasmite mediante una acción mecánica, la cual provoca cambios en el estado de movimiento o deformaciones físicas de los cuerpos interactuantes.

- Calor ( $Q$ )

Que representa la energía que se transfiere a través de las fronteras de los sistemas y que provoca cambios internos en estos. En esta categoría se incluyen los procesos conocidos como: difusión de calor, que se produce entre dos sistemas que, estando a diferente temperatura, entran en contacto directo; transporte por convección, en el que la energía es transportada por una sustancia, que se mezcla con el material del sistema, provocando la difusión en este y radiación, energía que siendo irradiada por algún cuerpo es absorbida por otro cuerpo distante.

Bajo este esquema, y con la prescripción del principio de conservación, se logra obtener una ley general para la variación de energía en un sistema:

*“El incremento o disminución de la energía total en un sistema es igual a la suma algebraica del trabajo hecho sobre este más el calor transferido”*

$$W + Q = \Delta E \quad 1)$$

donde  $W$ , representa el trabajo;  $Q$  el calor transferido y  $\Delta E$ , corresponde a la variación total de energía.

La expresión (1), que describe la interacción de un cuerpo con su entorno, es válida para cualquier sistema físico que experimente tanto alteraciones de estructura o de condiciones internas como, igualmente, cambios de índole mecánicos.

# CAPÍTULO 2

## PROCESOS MECÁNICOS

Un sistema mecánico corresponde a un conjunto de cuerpos que, interactuando mediante acciones de carácter dinámico, solo experimentan cambios en su movilidad. En este sentido, la descripción del estado físico, de cada elemento, puede hacerse a través de la energía asociada a su dinamismo y la transferencia de energía solo se produce en forma de trabajo mecánico, así la ecuación (1) se reduce a:

$$\Delta E = W \quad (2)$$

### Trabajo mecánico

En un sistema mecánico, la variación de energía, que experimenta el elemento que hace trabajo, debe ser completamente absorbido por los elementos sobre los que este es realizado. De esta forma, si un cuerpo A hace un trabajo mecánico  $W_{AB}$  sobre un segundo cuerpo B, se encuentra que

$$W_{AB} = \begin{cases} \Delta E_B \\ -\Delta E_A \end{cases} \quad (3)$$

donde  $\Delta E_A$  y  $\Delta E_B$  son las variaciones de energía en cada cuerpo, tal que

$$\Delta E_B - \Delta E_A = 0$$

El trabajo, representa la energía transmitida bajo la acción mecánica de un ejecutor sobre un receptor, tal que, como se muestra en (3), mientras la energía, en el sistema que ejecuta el trabajo, disminuye en aquel que lo recibe aumenta en la misma cantidad. Aunque, bajo esta interpretación, el trabajo, siempre es positivo y se ejecuta provocando un aumento de energía

en el sistema receptor, es conveniente hacer alusión a un trabajo negativo, refiriéndose a la disminución de energía en el ejecutor. En este sentido, ya que un sistema puede estar interactuando simultáneamente con múltiples agentes, comportándose como ejecutor, con algunos, y como receptor con otros, es posible asociar un trabajo efectivo sobre dicho sistema con la variación total de energía resultante de la pérdida y la ganancia de esta. Esto permite referirse al trabajo total como la suma algebraica de lo que cada agente realiza por separado,

$$W_T = \sum W_i \quad (4)$$

En esta forma la expresión (2) puede generalizarse como

$$\Delta E = W_T \quad (5)$$

donde  $\Delta E$  representa la variación total de energía en el sistema y puede ser positiva, negativa o nula.

## Energía cinética

El sistema mecánico más simple corresponde a una partícula libre, este modelo es usado para representar un cuerpo que solo puede trasladarse, sin realizar ningún otro tipo de movimiento y cuya estructura es irrelevante en la descripción. La energía en un sistema de este tipo, estará solo asociada al movimiento de traslación, por lo que es reconocida como energía cinética y debe ser representada a través de una variable  $E_c$ , de carácter extensivo<sup>3</sup>, que especifique el estado de movimiento del cuerpo, sin referirse a la dirección del desplazamiento<sup>4</sup>. Por su parte, en este mismo escenario, el trabajo solo podrá alterar el estado de movimiento de traslación, en esta forma, la ecuación (5) debe ser particularizada como

$$W = \Delta E_c \quad (6)$$

La expresión (6), representa lo que se conoce como “El teorema del trabajo y la energía”, que textualmente dice:

*“El trabajo total hecho sobre una partícula es igual al cambio en su energía cinética”.*

<sup>3</sup> Variables cuyo valor depende de la cantidad de sustancia

<sup>4</sup> El concepto de energía no se asocia a ninguna dirección

En este enfoque, el trabajo mecánico representa la acción que, obrando sobre una partícula, provoca los cambios de estado de movimiento, mientras que este último se especifica a través de la energía  $E_c$ .

## Formulación dinámica de la energía cinética y el trabajo

La ecuación (6) es una formulación, en términos de trabajo y energía, del principio que rige la evolución de todo sistema mecánico, en el cual se establece que todo cambio en el estado de movimiento es producto de una acción sobre el sistema. En el contexto newtoniano, esta manifestación es descrita a través de las variables dinámicas (fuerzas y masa), mediante la segunda ley de movimiento,

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Una forma de visualizar la acción de una fuerza sobre un sistema, es desde) de su efecto a través del tiempo, esto se puede conseguir al describir la ecuación anterior de la forma

$$\vec{F} dt = m d\vec{v}$$

La cual, en forma integral, es

$$\int_0^t \vec{F} dt \equiv \Delta p \quad (7)$$

donde  $\vec{p} \equiv m\vec{v}$ , es el momento lineal y representa, en este contexto, el estado de movimiento. La expresión (7), describe así, el cambio en el estado de movimiento, a través del momento lineal, y la acción es representada por la cantidad  $\int \vec{F} dt$ , que se conoce como impulso  $\vec{I}$ , de esta manera (7), es reescrita como

$$\vec{I} = \Delta p \quad (8)$$

Igualmente se puede relacionar la acción con el desplazamiento de la partícula y, de esta manera, deducir otra forma de describir el cambio de estado de movimiento en término de las mismas variables dinámicas. Sin pérdida de generalidad, puede suponerse una situación unidimensional: la fuerza y la velocidad están en la misma dirección. En esta forma, se encuentra que

$$Fdx = \left(m \frac{dv}{dt}\right) dx$$

La cual puede escribirse de la forma

$$Fdx = mv dv$$

Así, si la partícula tiene un desplazamiento  $x$ , bajo la acción de la fuerza, se obtiene entonces,

$$\int_0^x F dx' = m \int_{v_0}^{v_f} v' dv' \quad (9)$$

en donde,  $v_0$  y  $v_f$ , representan la velocidad al inicio y al final del recorrido, respectivamente. Entonces, finalmente, se tiene

$$\int_0^x F dx' = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \quad (10)$$

### Energía cinética en términos dinámicos

El miembro derecho, en (10), representa la variación de una cantidad que describe el estado de movimiento de la partícula y que, además, cumple con el criterio de ser una variable de carácter extensiva (depende de la masa) que no involucra la dirección del desplazamiento, por lo que puede ser identificada como la energía asociada al movimiento y de esta manera, se puede definir la energía cinética, en términos dinámicos, de la forma

$$E_c \equiv \frac{1}{2} m v^2 \quad (11)$$

Es así como la energía cinética es representada por una cantidad que no solo depende de la rapidez con la cual se mueve el objeto, sino que, además, la masa es un elemento de primordial importancia en la constitución de esta. De acuerdo a (11), dos cuerpos moviéndose a diferentes velocidades,  $v_1$  y  $v_2$ , podrán tener la misma energía cinética si sus masas guardan la siguiente relación

$$\frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$



Nótese que:

$$m_2 \gg m_1 \Rightarrow v_2 \rightarrow 0$$

En esta situación, para el cuerpo 2, la mayor contribución a la energía cinética corresponde al factor masa, en caso contrario, si se cumple que  $m_2 \ll m_1$ , entonces la velocidad deberá ser bastante alta para alcanzar el mismo valor de energía. En nuestra cotidianidad, este hecho se refleja en el movimiento de los cuerpos en nuestro entorno, que bajo la misma interacción adquieren diferentes velocidades dependiendo del valor de su masa.

### Energía cinética vista desde diferentes sistemas de referencia

De acuerdo a (11), un objeto con velocidad cero carecería de energía cinética, sin embargo, esta condición es relativa al sistema de referencia bajo el cual se describe el movimiento, ya que la energía cinética hereda el carácter “relativo” a través de la velocidad. En general, el valor de la energía cinética de un objeto, medida desde distintos sistemas de referencias, será diferente y la correspondencia entre los diversos valores, que mide cada observador, dependerá de la velocidad relativa entre ellos. Supóngase que dos observadores ( $O$  y  $O'$ ), en diferentes sistemas de referencias ( $S$  y  $S'$ ) registran el movimiento de un objeto de masa  $m$ , tal como se muestra en la figura 2-a. Desde el sistema  $S$ , el observador  $O$  registra una energía cinética de valor para el

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

observador  $O'$ , que se mueve con velocidad  $v_R$  respecto al primero, la energía cinética será  $E_c' = \frac{1}{2}mv'^2$

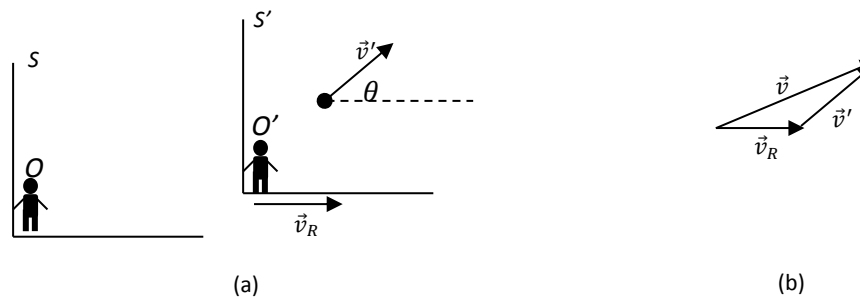


Fig. 2 (a) Dos observadores registran el movimiento de un objeto desde distintos sistemas de referencia. (b) Relación vectorial entre las velocidades registradas

Tal como se ilustra en la figura 2-b, las velocidades registradas por ambos observadores guardan la siguiente relación

$$\vec{v} = \vec{v}_R + \vec{v}'$$

de esta forma

$$v^2 = (\vec{v}_R + \vec{v}') \cdot (\vec{v}_R + \vec{v}') = v_R^2 + v'^2 + 2\vec{v}_R \cdot \vec{v}'$$

obteniéndose así,

$$E_c = E_c' + (E_{cR} + m\vec{v}_R \cdot \vec{v}') \quad (12)$$

En la ecuación (12), que representa la regla de transformación para la energía cinética vista desde distintos sistemas de referencias, el paréntesis corresponde al factor de transformación, donde  $E_{cR}$  es la energía que se mediría desde  $S$  si la partícula estuviese en reposo en  $S'$ , mientras que el segundo término, en dicho paréntesis, es un elemento modulador que da cuenta de la contribución de la velocidad  $v'$ , a través de su componente en la dirección del movimiento de  $S'$ , este último término, a diferencia del resto, puede tomar valores positivos, negativos o nulo, dependiendo de la dirección relativa entre  $v'$  y  $\vec{v}_R$ . Aun así, la energía cinética siempre tomará valores positivos. Evidentemente, no puede establecerse un valor cero de carácter absoluto, se acostumbra a tomar este, asociado al sistema de referencia propio<sup>5</sup>.

### Formulación dinámica del trabajo mecánico

El trabajo mecánico,  $W$ , corresponde entonces a la transferencia de energía que se logra al aplicar una fuerza sobre un cuerpo para producir cambios en el estado de movimiento. De acuerdo a (6) y (10), para un movimiento unidimensional, se encuentra

$$W \equiv \int_0^x F dx' \quad (13)$$

Algunas observaciones sobre la acción de las fuerzas sobre un cuerpo en movimiento pueden ayudar a generalizar la ecuación que simboliza el trabajo mecánico. Pues, si la fuerza es paralela al desplazamiento, la acción resultará en un aumento de la energía cinética, por el contrario, si es anti-paralela, provocará una disminución en esta y el trabajo será negativo. Por

<sup>5</sup> Sistema ligado al observador

otro lado, una fuerza perpendicular al desplazamiento no produce cambios en el módulo de la velocidad, por lo que no alterará la energía cinética del cuerpo. Bajo estas observaciones, es claro que solo la componente de la fuerza que es paralela al desplazamiento puede hacer trabajo mecánico.

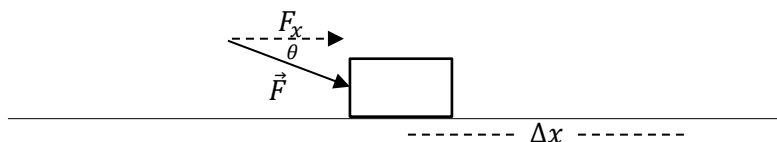


Fig.3 Un objeto se desplaza en la dirección  $x$ , bajo la acción de una fuerza  $\vec{F}$

Así, en una situación en la que la fuerza y el desplazamiento no están en la misma dirección (forman un ángulo  $\theta$ ), tal como se muestra en la figura 3, la ecuación (13) debe escribirse como

$$W \equiv \int F_x dx$$

donde  $F_x$ , que representa la componente de la fuerza paralela al desplazamiento  $\Delta x$ , es

$$F_x = F \cos \theta$$

de esta forma

$$W = \int F dx \cos \theta$$

En notación vectorial, la expresión anterior se escribe como

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (14)$$

Supóngase ahora, que la fuerza varía a lo largo de la trayectoria, pero manteniéndose constante en diferentes tramos de esta. El trabajo total, en esta situación, se puede calcular aplicando (14) a cada tramo y luego sumar los resultados parciales,

$$W = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \cdot \Delta\vec{r}_i \quad (15)$$

En el caso más general, para el que la fuerza varíe continuamente y el recorrido se realice a través de una trayectoria curva  $c$ , la expresión para el trabajo debe generalizarse como

$$W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (16)$$

que corresponde a una integral de línea, aplicada sobre el camino  $c$ .

Como puede observarse, en (14), (15) o (16), la fuerza tiene un rol destacado en el intercambio energético, pudiendo ser identificada como el vehículo mediante el cual se produce la transferencia de energía entre los cuerpos en interacción.

## Energía Potencial

Supóngase que un agente actúa sobre un cuerpo en movimiento, extrayendo su energía cinética, haciendo por lo tanto un trabajo negativo, de acuerdo (14), al componente de la fuerza que hace dicho trabajo está en sentido opuesto al desplazamiento. Imagínese ahora, que la fuerza, sin cambiar su orientación, continúa obrando aun después de haberse extraído toda la energía posible (el cuerpo ha alcanzado velocidad cero), que provoca el reinicio del movimiento, ahora en sentido contrario, por consiguiente, el trabajo, en esta nueva etapa, será positivo, el agente ahora suministrará energía al cuerpo. Si la fuerza que obra sobre el cuerpo es constante o depende de la posición,  $F = F(x)$ , el trabajo para regresar el objeto al punto inicial, será de igual valor, pero con signo contrario al que se hace en la primera fase, por lo que el trabajo total será nulo, esto permite afirmar que la energía que se extrae, a través de la acción de la fuerza, se almacena en el sistema y potencialmente podrá ser usada nuevamente como energía cinética. En estas circunstancias la energía almacenada se le conoce como **Energía Potencial** ( $U$ ). Es conveniente enfatizar que solo el trabajo debido a las fuerzas que presentan las características antes mencionadas es responsable de la variación de la energía potencial y puesto que la energía no sale del sistema (se conserva), a dichas fuerzas se les conoce como fuerzas conservativas ( $f_c$ ). Entonces, el trabajo asociado a las fuerzas conservativas está vinculado a la variación de la energía potencial en el sistema como

$$W_{f_c} = -\Delta U \quad (17)$$

Ya que los cambios de  $U$  están determinados por los desplazamientos que experimentan los cuerpos en el sistema, su valor queda vinculado a la distribución espacial de estos, es por esta razón que, en otros contextos, se le llama energía de configuración. Se acostumbra identificar cada variación de energía potencial con el tipo de proceso que genera estos

cambios, por ejemplo, si la fuerza conservativa es la gravedad, se hace referencia a energía potencial gravitatoria; para un proceso elástico (un resorte, una cinta de caucho, etc.), se le llama energía potencial elástica; igualmente para la interacción electrostática, se reseña como energía potencial electrostática.

En general, la energía potencial, en un sistema mecánico, debe ser descrita de la forma

$$U = U_0 + \Delta U \quad (18)$$

En la expresión (18), el valor de  $U_0$ , que representa la energía potencial inicial en el sistema, no puede ser determinado en forma absoluta, dicho valor debe ser establecido en asociación a un referencial de elección libre, por lo que distintos observadores podrán describir valores diferentes, para la energía potencial, cada uno ajustado a la referencia seleccionada. Esta libertad de elección, no modifica el carácter absoluto de la variación  $\Delta U$ , que es la misma para todos los observadores y puesto que la descripción de la evolución del sistema, en términos energéticos, está guiada por esta cantidad, se hace irrelevante el valor de  $U$ , como una variable de carácter absoluto. Así, en algunas situaciones, el valor cero para la energía potencial en un sistema, se establece bajo lógicas argumentaciones físicas, mientras en otras ocasiones este valor se escoge por conveniencia de cálculos. Bajo estas consideraciones, es posible obtener valores negativos de energía potencial, lo cual parece una contradicción por la definición de esta, sin embargo, hay que mantener en mente, que dichos valores son relativos a un nivel de referencia donde el cero no necesariamente significa ausencia de energía, si no que ha sido establecido por conveniencia operacional. A continuación, se desarrollará un ejemplo de lo expuesto anteriormente.

### **Energía Potencial Gravitatoria**

Como es sabido, la gravedad es una cualidad que presentan todos los cuerpos en el universo, en virtud de la cual se atraen mutuamente, la ley de Gravitación Universal de Newton describe esta interacción a través de una fuerza de la forma

$$F = G \frac{M_1 M_2}{d^2} \quad (15)$$

En esta expresión,  $G$  es la constante de gravitación universal,  $M_1$  y  $M_2$  las masas de los cuerpos en interacción y  $d$  la distancia de separación entre ellos.

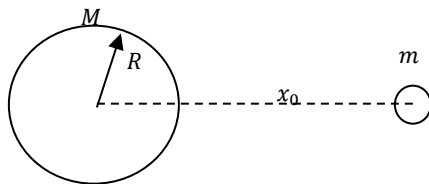


Fig. 4 Dos cuerpos interactuando gravitacionalmente

Supóngase que un cuerpo, de masa  $m$ , se mueve en el campo gravitacional generado por un segundo cuerpo cuya masa es  $M$ , y que inicialmente está separado de este una distancia  $x_0$ , tal como se muestra en la figura 4, de acuerdo a (19), la fuerza que soporta  $m$  es, en todo momento,

$$F = G \frac{Mm}{x^2}$$

A partir de (16), se encuentra que el trabajo hecho por la gravedad, cuando  $m$  se desplaza hasta un punto  $x'$ , es

$$W = GMm \int_{x_0}^{x'} \frac{dx}{x^2} = GMm \left( \frac{1}{x'} - \frac{1}{x_0} \right)$$

Por lo que la variación de energía potencial que experimenta el sistema en este proceso es

$$\Delta U = GMm \left( \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x'} \right) \quad (20)$$

Evidentemente, la energía potencial total en el sistema, de acuerdo a (18), será

$$U = U_0 + GMm \left( \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x'} \right)$$

Supóngase ahora que  $m$  se aleja lo suficiente, como para considerar que la interacción es nula, entonces,

$$x' \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{x'} \rightarrow 0$$

en esta situación, la energía potencial toma la forma

$$U_{\infty} = U_0 + G \frac{Mm}{x_0}$$

donde,  $U_0$  representa la energía inicial, cuyo valor queda asociado, como se indicó antes, a la conveniente selección de una referencia adecuada. Por ejemplo, si se vincula el valor de la energía con la intensidad de interacción, la cual se supone nula cuando los cuerpos están infinitamente alejados, es lógico suponer que con esta separación el valor de la energía potencial sea cero, de esta forma se encuentra que la energía inicial, esto es, cuando los cuerpos están separados una distancia  $x_0$ , es entonces

$$U_0 = -G \frac{Mm}{x_0}$$

Generalizando este resultado se tiene que, la energía asociada a la interacción gravitacional, entre dos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_2$ , que se encuentra separados una distancia  $d_{12}$ , toma la forma

$$U_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{d_{12}} \quad (21)$$

Nótese que, de esta manera, la energía gravitacional siempre es negativa y los valores cercanos a cero representan interacciones muy débiles o nulas. En el campo de la astronomía, es usual la descripción bajo esta convención, pudiendo estimarse, en una forma sencilla, la energía de configuración y otros parámetros en los sistemas estelares

Supóngase ahora, que un cuerpo de masa  $m$ , que inicialmente se encuentra a una altura  $h_0$  sobre la superficie de la Tierra, se deja caer al piso. Evidentemente, la gravedad hace trabajo sobre el cuerpo, entregándole la energía que estuvo almacenada mientras se mantenía en la mencionada altura. De acuerdo a (21), se encuentra que el cambio de energía potencial es

$$\Delta U = GM_T m \left( \frac{1}{R_T + h_0} - \frac{1}{R_T} \right) \quad (22)$$

Donde  $R_T$  y  $M_T$  representan el radio y la masa de la Tierra, respectivamente. La expresión anterior puede ser convenientemente reescrita como

$$\Delta U = G \frac{M_T m}{R_T} \left( \frac{1}{1 + \frac{h_0}{R_T}} - 1 \right)$$

En esta forma, al considerar pequeñas alturas, en comparación con el radio de la Tierra, se puede obtener una forma más simple de la expresión (22), bajo una aproximación de primer orden.

Supóngase que

$$h_0 \ll R_T \Rightarrow \frac{h_0}{R_T} \ll 1$$

así, bajo esta condición, se encuentra que

$$\frac{1}{1 + \frac{h_0}{R_T}} \cong 1 - \frac{h_0}{R_T} + \dots [0] \left( \frac{h_0}{R_T} \right)^2$$

Tomando la aproximación de primer orden, se obtiene que,

$$\Delta U \cong -G \frac{M_T m}{R_T^2} h_0$$

Por otro lado, se encuentra que la aceleración de gravedad en la cercanía de la superficie está dada por

$$g = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

Así, la variación en la energía potencial cuando el cuerpo cae, en muy buena aproximación, es

$$\Delta U = -mgh_0$$



De acuerdo a (18), la energía gravitatoria cuando el objeto llega al piso es

$$U = U_0 - mgh_0$$

En este contexto se acostumbra tomar el valor cero de referencia a nivel del piso, entonces, para esta elección, se encuentra que la energía inicial, cuando el objeto está a la altura  $h_0$ , es

$$U_0 = mgh_0$$

De esta manera, la generalización en esta convención, muestra que la energía almacenada cuando un objeto se encuentra a una altura  $h$ , es

$$U = mgh \quad (23)$$

Conviene advertir aquí, que el nivel de referencia, señalado como la superficie de la Tierra, también puede ser ajustado localmente permitiendo que el valor cero, para la energía potencial, se coligue a alturas (o depresiones) diferentes, de esta forma los valores de energía potencial, obtenidos bajo estas condiciones, también podrán ser negativos, al estar asociados a alturas que estarían por debajo del nivel seleccionado como referencia.

La validez de la expresión (23) está determinada por la calidad de la aproximación y esta puede valorarse en términos de la siguiente inequación

$$\frac{h}{R_T} \ll 1$$

mientras este término esté más alejado de la unidad, tanto mejor será la precisión en (23). Por ejemplo, la altura típica de un edificio, en una urbanización, es  $80 \text{ m}$  y el radio promedio de la Tierra  $6370000 \text{ m}$ , así

$$\frac{h}{R_T} \cong 9,4 \times 10^{-6}$$

lo que representa una muy buena condición para la aplicabilidad de (23).

## Energía potencial elástica

La elasticidad es la propiedad por la cual, todo cuerpo sólido sometido a una deformación mecánica (compresión, estiramiento o flexión), tiende a restablecer su forma original al cesar la fuerza que la originó. Dicha propiedad depende, entre otros factores, de la estructura molecular y de las dimensiones del objeto en cuestión. Existen además limitaciones, en cuanto a la proporción de las deformaciones, más allá de las cuales el objeto alcanzaría alteraciones permanentes (fracturas, rompimientos, estiramientos, doblados y torsiones), pero mientras esto no ocurra, es obvio que la energía, que el agente gastó para producir la deformación, debe quedar almacenada en el objeto y emerger de este, en la medida que recobre espontáneamente su forma original, pudiendo ser aprovechada para realizar trabajo y producir movimiento en otros componentes. La energía almacenada en estas condiciones se le conoce como energía potencial elástica. Es esta la energía que se almacena, por ejemplo, en el sistema arco-flecha, al usuario estirar la cuerda o la que se encuentra almacenada en una catapulta cuando está lista para ser disparada, muchos dispositivos usan este tipo de energía almacenada para provocar el movimiento de sus mecanismos, como los juguetes de cuerda o relojes mecánicos, aunque, en la actualidad, en la mayoría de estos dispositivos la energía mecánica se obtiene de baterías eléctricas.

El ejemplo más provechoso para un tratamiento didáctico es el de un resorte ideal para el cual la masa es despreciable y obedece la Ley de Hooke,

$$F = -kx \quad (24)$$

donde  $F$ , es la fuerza que puede hacer el resorte al ser comprimido o estirado una distancia  $x$  desde su posición de equilibrio y  $k$  es una constante que representa la resistencia del resorte a ser deformado, el signo negativo indica que la fuerza está en sentido contrario a la deformación.

Suponga un resorte comprimido una longitud  $x$ , colocado sobre una superficie horizontal como se muestra en la figura 5-a, es lógico pensar que para alcanzar tal configuración un agente externo debió hacer trabajo sobre el sistema, entregando así cierta cantidad de energía que quedó almacenada en el resorte al provocar la deformación, si este se suelta, la energía guardada se libera y podrá ser transmitida mecánicamente a otros cuerpos en el sistema. Por ejemplo, si un bloque es colocado en el extremo libre, y suponiendo roce nulo en la superficie, toda la energía almacenada se liberará como el trabajo mecánico que el resorte hace sobre el bloque.



Fig. 5 Resorte actuando sobre un cuerpo de masa  $M$  (a) comprimido una distancia  $x$ ; (b) liberado hasta su longitud natural  $l_0$

En este caso el trabajo, de acuerdo a (16), es

$$W = k \int_0^{x_0} x' dx' = \frac{1}{2} k x_0^2$$

entonces, la variación de energía potencial correspondiente es

$$\Delta U = -\frac{1}{2} k x_0^2$$

así, la energía almacenada será

$$U = U_0 - \frac{1}{2} k x_0^2$$

Admitiendo que la energía potencial elástica es nula cuando el resorte se encuentra en su extensión natural, se encuentra que

$$U_0 = \frac{1}{2} k x_0^2$$

En general, bajo este razonamiento, se concluye que la energía que se almacena en un resorte, cuando este es comprimido, o estirado, una longitud  $x$ , a partir de su extensión natural, es

$$U = \frac{1}{2} k x^2 \quad (25)$$

Conviene hacer notar que por resorte ideal se entiende un modelo abstracto que sigue la ley de Hooke sin límites y sin masa. En la práctica un resorte se comportará próximo a este modelo dentro de ciertas limitaciones, las cuales dependerán de la apreciación de medida deseada.

## Energía Mecánica

El estado físico de un sistema mecánico puede describirse en términos de la energía que está asociada directamente al movimiento. Por un lado, se encuentra la energía cinética, que especifica el estado de movimiento, y por otro el otro, la energía que, estando almacenada, puede ser aprovechada como energía cinética mediante procedimientos mecánicos. En este sentido se define la energía mecánica como la suma de ambas

$$E_M \equiv E_c + U \quad (26)$$

Supóngase un cuerpo sobre el que distintos agentes hacen trabajo, de acuerdo al teorema del trabajo y la energía, ecuación (6), se tiene

$$W_T = \Delta E_c$$

En esta expresión  $W_T$  representa el trabajo hecho por la acción conjunta de todas las fuerzas actuando sobre el sistema, las cuales pueden ser tanto conservativo ( $f_c$ ) como no conservativas<sup>6</sup> ( $f_{nc}$ ), tal que

$$W_{f_c} + W_{f_{nc}} = \Delta E_c$$

Como se establece en (17), el trabajo hecho por las fuerzas conservativas está asociado a la variación de la energía potencial, tal que la anterior ecuación toma la forma

$$W_{f_{nc}} = \Delta E_c + \Delta U$$

y esta última representa la variación de la energía mecánica,

$$W_{f_{nc}} = \Delta E_M \quad (27)$$

### Sistemas conservativos

Tal como se muestra en (27), la energía mecánica en un sistema solo varía debido al trabajo efectuado por las fuerzas no conservativas. Evidentemente, si sobre un sistema solo actúan fuerzas conservativas la energía mecánica permanecerá constante y por lo tanto

---

<sup>6</sup> Las fuerzas no conservativas involucran tanto las de carácter disipador, como aquellas cuyo trabajo aumenta la energía mecánica del sistema

$$\Delta E_c = -\Delta U$$

La anterior ecuación describe el hecho de que, para sistemas, en esta condición, un aumento (o disminución) de la energía cinética se corresponde exactamente a una disminución (o aumento) de la energía potencial, sin que experimente variación de la energía mecánica, en estos casos se dice que el sistema es conservativo. Un sistema de este tipo es un ejemplo de sistema cerrado, donde la energía se trasmite cíclicamente, a través de procesos que únicamente están asociados al movimiento, manteniéndose constante.

### Sistemas no conservativos

Los procesos naturales ocurren en sistemas no conservativos. Es muy difícil, sino imposible, librarse de las fuerzas cuyo trabajo provoca la variación de la energía mecánica, sin embargo, muchas situaciones habituales pueden ser tratadas en aproximación a un régimen conservativo, donde la precisión quedará determinada por la proporcionalidad entre el trabajo de las fuerzas conservativas y no conservativas. Bajo esta consideración, se puede definir algún parámetro, que permita valorar cuantitativamente que tan conservativo o no es el régimen en cuestión, por ejemplo, la relación directa entre ambos trabajos,

$$\lambda \equiv \frac{W_{fnc}}{W_{fc}},$$

proporciona una variable a través de la cual se puede establecer un criterio sobre el grado de aproximación, dentro de una precisión deseada, tal que, por ejemplo,

$$|\lambda| \ll 1$$

representa un escenario donde el trabajo hecho por las fuerzas conservativas es de mucha mayor proporción que el de las fuerzas no conservativa, esto quiere decir que la variación de energía mecánica resulta despreciable ante la cantidad de energía transferida en los procesos conservativos, en este caso el sistema se comporta, en una buena aproximación, a uno conservativo. Obviamente, el caso ideal (totalmente conservativo), corresponderá a

$$\lambda = 0$$

este corresponde a un sistema donde solo hacen trabajo las fuerzas conservativas, esta sería la condición para el hipotético “móvil perpetuo” de primera especie. Por su parte, los casos con

$$|\lambda| \geq 1$$

representan situaciones donde la transferencia de energía en los procesos conservativos es igual o menor a la variación de energía mecánica, de tal forma que los cambios de energía cinética y potencial, no guardan una relación específica.

En muchas ocasiones, un sistema puede ser considerado conservativo,  $\lambda \cong 0$ , en un inicio, y tornarse marcadamente no conservativo en la medida en que el sistema evoluciona y viceversa. A continuación, se exponen dos ejemplos de estas situaciones.

### Caída de objetos

Generalmente, en un tratamiento didáctico, se describe la caída de objetos despreciando la resistencia del aire con la finalidad de reducir el problema a una situación de movimiento libre y, en esta forma, describirlo como un proceso en el cual la energía mecánica se mantiene constante. Sin embargo, conviene aclarar que la acción del aire puede ser marcadamente determinante bajo ciertos límites, por lo que los resultados podrían estar bastante alejados de la situación ideal. Por ejemplo, de no ser por la fricción del aire, una gota de lluvia, que cayera, desde 1000 metros, impactaría la superficie terrestre a una velocidad aproximada de  $500 \text{ km/h}$ , lo cual las convertiría en un verdadero proyectil letal que podría causar mucho daño. Por suerte, la velocidad real con la cual cae la lluvia es mucho menor, aproximadamente  $30 \text{ Km/h}$ , esta diferencia es debida al trabajo que hace la fricción del aire, que, como una fuerza disipadora, extrae energía mecánica del sistema, por lo que no toda la energía potencial inicial podrá transformarse en energía cinética. La fuerza que se genera por la acción del aire, sobre un cuerpo que cae, depende de la combinación de varios factores, como la masa, la forma, el volumen, la velocidad, la orientación del objeto en caída, las condiciones atmosféricas, entre otras. Evidentemente, la caída, cuando la resistencia del aire es significativa, no es igual para cada objeto, sin embargo, se puede demostrar, experimentalmente, que mientras los objetos son más pequeños y más pesados los efectos de la resistencia del aire se minimiza, por otro lado, si las trayectorias son relativamente cortas, el trabajo disipador puede resultar despreciable ( $\lambda \rightarrow 0$ ), para la precisión requerida, en estas condiciones, el movimiento de un cuerpo cerca de la superficie de la tierra puede ser tratado como un proceso conservativo, esto puede ser demostrado, con un experimento muy sencillo:

- Deje caer simultáneamente una hoja de papel y una pequeña esfera metálica (u otro objeto de similar característica) desde una misma altura, encontrará que la esfera metálica llegará primero al piso, y con mayor velocidad que el papel.

- Ahora, tome la hoja de papel y arrúguela hasta hacer una esfera compacta, al repetir la acción anterior observará que ambos cuerpos llegan al piso simultáneamente y con la misma velocidad, de lo que se podrá concluir que en este caso el trabajo hecho por la fricción sobre el papel se redujo hasta hacerse despreciable ante al trabajo que hace la gravedad, lo cual se debió al cambio en las dimensiones.
- Ahora, repita el experimento dejando caer ambas esferas desde una mayor altura, por ejemplo, desde un tercer piso. Encontrará que, nuevamente, la esfera metálica llegará primero al piso y con mayor velocidad. De lo que se puede concluir que, en trayectos largos, los efectos de disipación debido a la fricción se hacen significativos.

En el lanzamiento vertical hacia arriba, se encuentra que la fricción es más intensa en el inicio del movimiento, por lo que es en esta etapa donde hay mayor disipación de energía. En la medida en que el cuerpo sube la resistencia del aire se hace menor, ya que, por un lado, la velocidad va decreciendo y, por otra parte, a grandes alturas el aire se hace más tenue ofreciendo una menor resistencia. Al igual que antes, para velocidades moderadas y recorridos relativamente cortos se pueden despreciar los efectos del aire y tratar el movimiento como un proceso en el cual se conserva la energía mecánica. Cuando el impulso inicial es lo suficientemente intenso, como para que el cuerpo abandone la atmósfera, se moverá a partir de allí solo bajo la influencia de la gravedad y el proceso será conservativo. En astronomía se llama velocidad de escape, a la velocidad mínima con la cual habría que lanzar un cuerpo, desde la superficie de cualquier astro, para que, al alejarse, experimentando únicamente la acción gravitacional de este, alcance la condición de no retorno. La estimación del valor de dicho parámetro se logra fácilmente al considerar que en todo el movimiento se conserva la energía mecánica, suponiendo, además, que el cuerpo debe llegar al infinito, con velocidad nula, en esta forma, por lo tanto, bajo el referencial de energía potencial gravitatoria cero en el infinito, se tiene que

$$E_M = 0$$

ya que la energía mecánica debe conservarse en todo el recorrido, si es cero en el punto final, en la superficie del astro también lo será,

$$E = -G \frac{M}{R} m + \frac{1}{2} m v_{esc}^2 = 0$$

Con lo que se concluye que la mínima velocidad con la que hay que lanzar un objeto, desde la superficie del astro, para que inicie un viaje sin retorno, es

$$v_{esc} = \sqrt{2G \frac{M}{R}}$$

Este parámetro, que se obtiene bajo un sencillo cálculo, es usado en diferentes aspectos de la astronomía para estimar algunos rasgos de los sistemas estelares, en particular resulta de gran importancia para la determinación de las órbitas.

Con la ayuda de algunos datos astronómicos se puede estimar la velocidad de escape para diferentes cuerpos celestes, por ejemplo, para la Tierra se encuentra que la velocidad de escape es

$$v_{esc} \cong 40.353 \text{ Km/h}$$

mientras que, para la Luna, se obtiene

$$v_{esc} \cong 8.568 \text{ Km/h}.$$

## Máquinas

Aunque la calificación de máquina es usada en una amplia gama de artefactos de uso diario, en esencia, una máquina es un dispositivo que, mediante un conjunto de elementos acoplados mecánicamente, puede realizar trabajo mecánico, tomando la energía que proviene de alguna fuente determinada. Se acostumbra designar las máquinas de acuerdo a su fuente de alimentación, por ejemplo, una máquina eléctrica es aquella cuya alimentación se hace a través de electricidad, por su parte, si la máquina recibe la energía mediante transferencia de calor, entonces es una máquina térmica, así mismo, una máquina hidráulica aprovecha la energía que le es transmitida a través de un fluido. Son muy variadas las formas de alimentación en una máquina, pero en general, el diseño está guiado por el aprovechamiento óptimo de la energía para la realización de la tarea requerida, en este sentido se trata de minimizar los efectos disipadores, en particular el trabajo de las fuerzas no conservativas que están presentes en la interacción de las diferentes partes. El uso de rodamientos y lubricantes adecuados permite una reducción significativa del trabajo que realiza el roce, influyendo de manera positiva en la calidad de la máquina, sin embargo, al parecer, es imposible eliminar completamente los factores no conservativos, que conllevan a la disipación de energía. En la figura 6, se esquematiza, en términos energéticos y de una



manera muy simple, el funcionamiento de una máquina, señalando que una fracción de la energía de entrada es aprovechada para hacer trabajo, mientras que la otra fracción se disipa en procesos no conservativos. Es claro que la calidad de una máquina estará sujeta, entre otras cosas, a la porción de energía que es aprovechada como trabajo. En este sentido, se define la eficiencia como la relación entre dicho trabajo y la energía de alimentación,

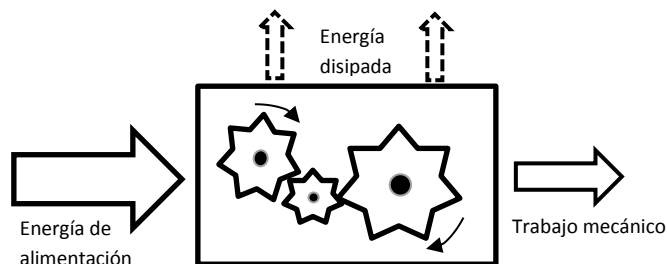


Fig.6 Esquema simplificado del funcionamiento de una máquina

$$e \equiv \frac{\text{trabajo hecho}}{\text{energía de alimentación}} \quad (28)$$

El principio de conservación impone una limitación sobre los valores de la eficiencia, estableciéndose, de acuerdo a (28), que

$$0 \leq e \leq 1$$

Evidentemente la máxima eficiencia corresponde a

$$e = 1$$

que representa una máquina de máximo aprovechamiento, en la que toda la energía de alimentación es convertida en trabajo. Dicha máquina es solo una idealización, ya que existen principios naturales que prohíben un comportamiento de esta forma. El otro extremo,  $e = 0$ , se refiere a una máquina sin utilidad, ya que bajo esta condición no habría forma de extraer trabajo mecánico.