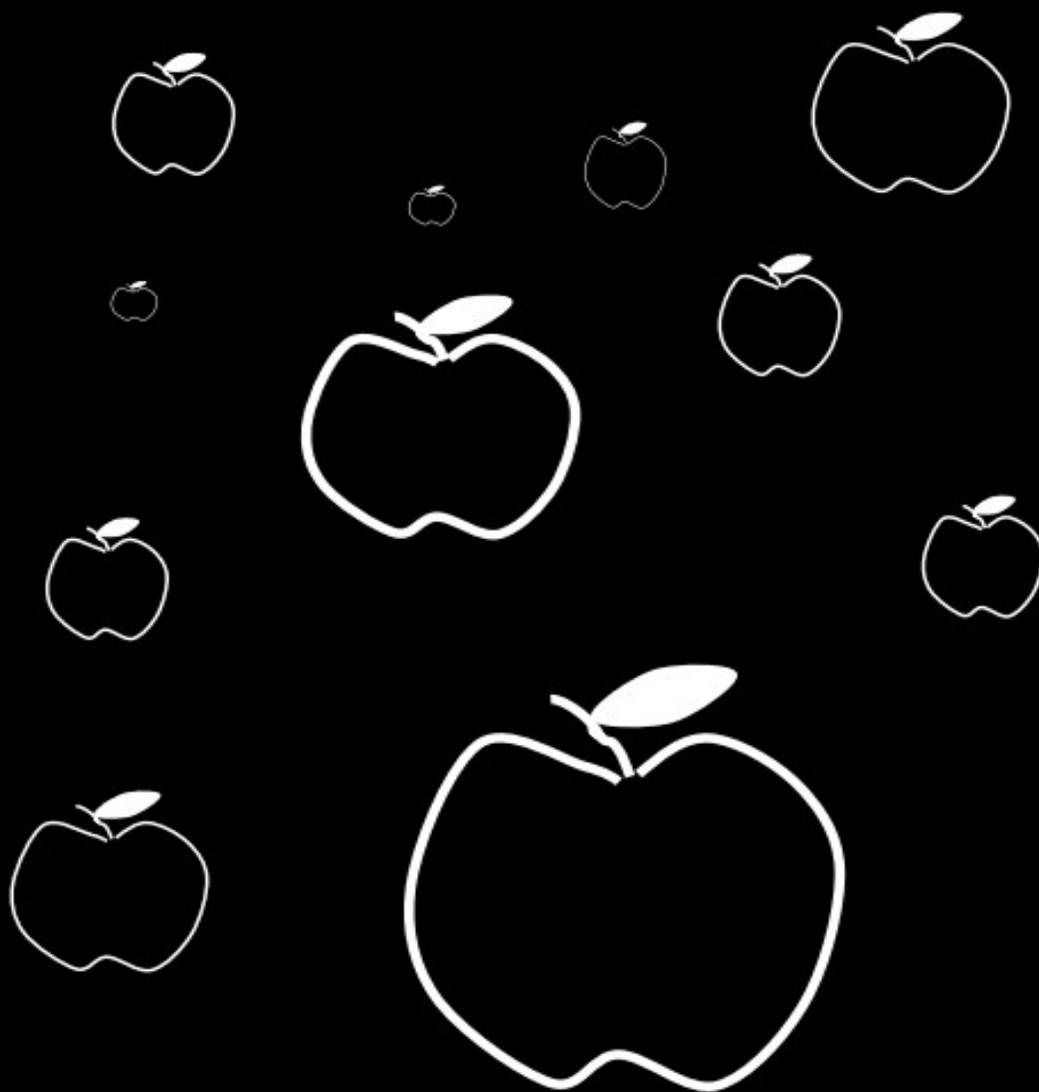




Félix Antonio Aguirre Márquez

La Gravedad

Está en todas partes



UNIVERSIDAD
DE LOS ANDES



PUBLICACIONES
VICERRECTORADO ACADÉMICO

LA GRAVEDAD está en todas partes



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

Autoridades universitarias

Rector

Mario Bonucci Rossini

• Vicerrectora Académica

Patricia Rosenzweig Levy

• Vicerrector Administrativo

Manuel Aranguren Rincón

• Secretario

José María Andérez Álvarez

SELLO EDITORIAL PUBLICACIONES DEL VICERRECTORADO ACADÉMICO

• Presidenta

Patricia Rosenzweig Levy

• Coordinadora

Marysela Coromoto Morillo Moreno

• Consejo editorial

Patricia Rosenzweig Levy

Marysela Coromoto Morillo Moreno

Marlene Bauste

María Teresa Celis

Francisco Grisolia

Jonás Arturo Montilva

Joan Fernando Chipia L.

María Luisa Lazzaro

Alix Madrid

Unidad operativa

• Supervisora de procesos técnicos

Yelliza García

COLECCIÓN TEXTOS UNIVERSITARIOS: CIENCIAS NATURALES

Sello Editorial Publicaciones del
Vicerrectorado Académico

Los trabajos publicados en esta colección han sido rigurosamente seleccionados y arbitrados por especialistas en las diferentes disciplinas.

**COLECCIÓN TEXTOS
UNIVERSITARIOS:
CIENCIAS NATURALES**
Sello Editorial Publicaciones
Vicerrectorado Académico

LA GRAVEDAD ESTÁ EN TODAS PARTES

Primera edición digital, 2021

© Universidad de Los Andes Sello
Editorial Publicaciones del
Vicerrectorado Académico
de la Universidad de Los Andes
© Félix Antonio Aguirre Márquez

Hecho el depósito de ley
Depósito Legal: ME2021000381
ISBN: 978-980-11-2058-2

ISBN: 978-980-11-2058-2



Corrección de estilo:

María Luisa Lázaro

Diagramación:

Félix Antonio Aguirre Márquez

Marysela C. Morillo Moreno

Diseño de la portada:

Félix Antonio Aguirre Márquez

Universidad de Los Andes
Av. 3 Independencia,
Edificio Central del Rectorado,
Mérida, Venezuela.
publicacionesva@ula.ve
publicacionesva@gmail.com
<http://www2.ula.ve/publicaciones-academico>

**Prohibida la reproducción total o
parcial de esta obra sin la
autorización escrita de los autores y
editores.**

Editado en la República Bolivariana de
Venezuela

COLECCIÓN DE TEXTOS UNIVERSITARIOS

Esta colección contempla la edición de textos académicos que sirvan de apoyo docente en las áreas del conocimiento existentes en la Universidad: Ciencias Humanísticas y Sociales, las Ciencias Naturales, la Ingeniería y la Tecnología, la Medicina y las Ciencias de la Salud y las Ciencias Agrícolas.

Entre los objetivos específicos de esta colección resaltan:

- Estimular la edición de libros al servicio de la docencia.
- Editar la obra científica de los profesores de nuestra Casa de Estudios.
- Publicar las investigaciones generadas en los centros e institutos de investigación.

Hasta ahora, un número considerable de textos universitarios ha sido publicado por miembros de nuestra plan profesoral, obras de las que -en la búsqueda del mejoramiento de la calidad de nuestra educación de pre y posgrado- se han beneficiado por igual estudiantes y docentes.



UNIVERSIDAD
DE LOS ANDES



PUBLICACIONES
VICERRECTORADO ACADÉMICO

LA GRAVEDAD
ESTÁ EN TODAS PARTES



PUBLICACIONES
VICERRECTORADO ACADÉMICO

MÉRIDA - 2021 - VENEZUELA

LA GRAVEDAD
ESTÁ EN TODAS PARTES

Félix Antonio Aguirre Márquez

COLECCIÓN TEXTOS UNIVERSITARIOS:
Ciencias Naturales

Sello Editorial Publicaciones del Vicerrectorado Académico
Universidad de Los Andes

Contenido

Prefacio	11
Introducción	13
Capítulo 1	
La gravedad en una noción elemental	15
Aristóteles: un mundo sin gravedad	16
De Galileo a Newton: la masa en dos propiedades	18
Capítulo 2	
Dinámica del universo en el contexto de la Teoría de Gravitación Universal	
Movimiento en órbitas cerradas	23
Caso 1: Caída a la superficie	28
Caso 2: Órbitas circulares	30
Satélites geoestacionarios.....	31
Caso 3: Órbitas elípticas	32
Órbitas abiertas	33
Velocidad de escape.....	34
Estrellas oscuras en un contexto newtoniano	36
El descubrimiento de Neptuno y Plutón: una reafirmación de la TGU	37
Las Fuerzas de mareas: “una repulsión gravitacional”	39
La gravedad y la estructura del Universo	42
Entornos gravitacionales (esfera de Hill)	43
Gravedad y Astronáutica	47
Tirón gravitacional.....	48
La gravedad en el nacimiento, evolución y muerte de las estrellas	50

Capítulo 3**Se abre paso la Teoría de Relatividad General54**

Anomalía en el perihelio de Mercurio: Una parte del Universo no está bien comportada	54
Principio de equivalencia.....	56
Una gravedad efectiva.....	60
La gravedad curva la luz	61
Segundo “round” TRG vs TGU	63
Espejismos gravitacionales.....	66
Curvatura del espacio-tiempo: los de arriba envejecen más rápido	68

Capítulo 4**El Universo en tres escalas 71****Capítulo 5****La gravedad en todos lados..... 75**

La gravedad responsable de la flotación.....	75
La gravedad regulando la combustión de una vela (mechero).....	80
Fisiología y fisonomía: diseños gravitacionales	81

Epílogo..... 83**Apéndice..... 85**

Ecuaciones de movimiento y trayectorias	85
Descripción newtoniana.....	85
Descripción relativista	91

Bibliografía 95

Prefacio

El presente texto está orientado a reforzar la formación del docente que se desempeña en la enseñanza de la física en niveles fundamentales y en particular, en la rama de la mecánica. La formación de un profesor, en estas áreas, debe estar fundamentada en un extenso conocimiento teórico, de manera que la elaboración y el desarrollo de las estrategias didácticas puedan ser precisadas dentro de las limitaciones que restringen la aplicación de las leyes relativas al área de enseñanza. La labor básica de un docente, en este ámbito, es la de transmitir las ideas científicas, en un lenguaje asequible y de fácil comprensión, con un bajo nivel de complejidad, lo que obliga, en muchos casos, a la simplificación de los modelos usados y esto, en numerosas ocasiones, desvirtúa el verdadero significado de los conceptos. Tal es el caso de la gravedad, la cual se introduce, generalmente, de manera muy ligera, omitiendo la importancia primordial que, en el Universo, tiene este fenómeno.

A través de este texto, se pretende esclarecer la noción de gravedad, bajo las interpretaciones de dos diferentes teorías: la Teoría de Gravitación Universal de Newton y la Teoría de Relatividad General de Einstein, esta última bajo un tratamiento ligero. En la mayor parte de la lectura se usa un formalismo matemático básico y, como parte del objetivo en este contexto, se sugiere la deducción de las expresiones y ecuaciones presentadas, salvo en aquellos casos que hayan sido extraídas de los resultados de la aplicación de cálculo más avanzado, las cuales estarán señaladas con un asterisco; esto debe fortalecer el nivel de comprensión y de crítica de los conceptos presentados, apuntando hacia el objetivo que se persigue.

Introducción

La historia de la humanidad muestra un deseo, casi instintivo, de satisfacer la curiosidad acerca de los fenómenos naturales. Este afán se hace más notorio en algunos individuos: los científicos que, con esmerada y a veces obsesiva dedicación, han logrado interpretar y modelar, a través de diferentes teorías, distintos aspectos del comportamiento de la naturaleza. La tendencia del pensamiento científico apunta hacia la construcción de una teoría general que pueda dar respuesta en todos los escenarios naturales, evidentemente, se trata de una meta sumamente ambiciosa que difícilmente podrá ser alcanzada. Sin embargo, esta orientación sirve de estímulo para la construcción de nuevas y más elaboradas teorías que, con un dominio más amplio, permitirán obtener una mejor imagen del mundo. En general, una nueva teoría nace de la necesidad de dar explicación a ciertos fenómenos que con el modelo precedente no se alcanzan a descifrar. Los nuevos conceptos deben poder explicar, coherentemente, las manifestaciones naturales descritas bajo los preceptos contemplados en la concepción anterior, además de esclarecer situaciones que, bajo el antiguo enfoque, mostraban un carácter misterioso.

Cuando surgen modernos postulados, no son aceptados inmediatamente por toda la comunidad científica, el apego a las viejas ideas, por razones de muchas naturalezas, establece un tiempo de transición cuya duración depende, entre otras cosas, de las respuestas que, para las necesidades inmediatas, se puedan obtener. Mientras las concepciones tradicionales continúen dando respuestas satisfactorias difícilmente serán sustituidas. Tal es el caso de las teorías de gravitación: las ideas de Galileo, y posteriormente de Newton, retiraron definitivamente las concepciones aristotélicas acerca del movimiento de los objetos, las cuales prevalecieron por mucho tiempo, y bajo una particular unificación de los escenarios terrestre y celeste, se logró un modelo del universo mucho más representativo de su dinámica. Doscientos años más tarde, en la Teoría de Relatividad General, nuevas concepciones sobre la gravitación fueron expuestas, que revolucionaron el mundo científico. Sin embargo, cien años después, las ideas newtonianas aún continúan vigente, la Teoría de Gravitación Universal, “hoy por hoy” mantiene un excelente grado de aplicabilidad en una amplia gama de situaciones en nuestro entorno cotidiano, sus limitaciones no representan un obstáculo infranqueable para describir el mundo inmediato que nos rodea.

La gravedad ha sido objeto de muchas interpretaciones, bajo concepciones de todo tipo, que van desde las más extravagantes ideas metafísicas hasta los conceptos científicos meticulosamente elaborados. Este fenómeno, con el cual convivimos a diario, es responsable de la mayor parte de la dinámica del cosmos, desde las estructuras galáctica, la evolución estelar, los movimientos planetarios y en el ámbito terrestre, del movimiento libre de objetos, el delineamiento de la fisionomía de muchos seres vivos, así mismo resulta la causante de fenómenos tales como la presión atmosférica o la presión hidrostática en la profundidad de los océanos, mares, lagos, etc., igualmente, es uno de los principales factores que intervienen en el proceso de flotación de los objetos. Son muchos los procesos naturales en los cuales la gravedad es el principal mediador, por lo que merece una descripción que permita visualizarla con toda su grandiosidad en la ubicación preponderante que le corresponde.

Capítulo 1

La gravedad en una noción elemental

¿Qué es la gravedad?

Al hacer esta pregunta se puede obtener una amplia gama de respuestas, cuyos contenidos, mayormente, forman parte de las nociones elementales y están relacionados a la acción que la Tierra ejerce sobre los objetos en su superficie. Por ejemplo, es muy frecuente oír decir que la gravedad es la aceleración con la cual los objetos caen, o es la fuerza con la que la Tierra atrae a los cuerpos, estas respuestas, tal vez las más comunes, se han insertado indebidamente en el esquema cognitivo de gran parte de estudiantes y profesionales, debido al uso recurrente de dichas cantidades en fórmulas y ecuaciones de la física; por ejemplo, dentro del contexto de la mecánica, las ecuaciones cinemáticas del movimiento de caída libre o del movimiento de proyectiles, exhiben la aceleración g , como parte de su estructura, por otro lado, al usar el peso en las descripciones físicas es frecuente referirse a este mediante la fórmula " $p = mg$ ", con lo cual se enfatiza el carácter atractivo de esta fuerza. Entonces surge una pregunta, que seguro muchos docentes y estudiantes se han hecho y pocos han dado con una respuesta adecuada:

¿La gravedad es una fuerza o es una aceleración?

Esta pregunta puede servir para calibrar la comprensión que se tiene en relación al concepto de gravedad e iniciar, a partir de las respuestas obtenidas, la exploración que conlleve a la mejor fijación de este. Una sencilla reflexión acerca del significado del peso o la aceleración de gravedad, puede abrir pasos conducentes a aclarar ideas. Al hacer mención al peso se está haciendo referencia a la fuerza con la cual la Tierra atrae a los objetos que están en su superficie; por su parte, la cantidad g representa la aceleración que adquieren dichos objetos cuando se mueven libremente "cerca" del suelo terrestre. Ambas cantidades constituyen aspectos ligados al comportamiento dinámico de los cuerpos en esta región del espacio, por lo tanto, solo pueden ser consideradas como

efectos que, sobre los objetos, produce la gravedad y no esta *per se*. Evidentemente, la gravedad como tal, no es ni una fuerza y menos una aceleración. La gravedad, en el contexto pre-relativista, es entendida como una de las cuatro interacciones fundamentales¹ de la naturaleza y aun siendo la más débil resulta la más perseverante a grandes escalas, siendo la principal “*escultora*” del universo. Por su parte, en el enfoque relativista, la gravedad es entendida como una “distorsión” topológica en el “espacio-tiempo”, originada por la presencia de masa (“masa-energía”).

Una buena imagen de la gravedad se puede obtener haciendo referencia de los conceptos inherentes al movimiento, a través del contexto histórico, partiendo desde las concepciones más antiguas, de carácter metafísico, hasta la interpretación más actualizada y susceptible de comprobación experimental.

Aristóteles: un mundo sin gravedad

Aristóteles, gran filósofo griego (384 a.C. - 322 a.C.) que a través de su obra trascendió muchas generaciones, influyó determinadamente en el pensamiento occidental en diferentes áreas de la actividad humana: política, social y científica. En particular, este gran pensador, describe el cosmos en base a dos mundos: uno supra-lunar (celeste), compuesto por un único elemento: el éter, donde impera el orden y la armonía, modelando los planetas y las estrellas como cuerpos fijos en distintas esferas concéntricas (centradas en la Tierra), que rotan con diferente velocidad, produciendo así los variados movimientos observados en estos cuerpos celestes, y un mundo sub-lunar, que es la región en la cual habitamos, donde la mayor parte de los sucesos son de carácter impredecible y los cuerpos están compuesto de cuatro elementos fundamentales: tierra, agua, aire y fuego, que se distribuyen, respectivamente, de abajo hacia arriba. Los movimientos naturales de los objetos, bajo el modelo aristotélico, son gobernados por una tendencia que presentan estos de situarse en el lugar que le corresponde de acuerdo a su composición, por ejemplo: los cuerpos con mayor contenido del elemento “tierra” tienden a estar más abajo que aquellos cuya composición es mayormente aire. Bajo esta concepción, se logra explicar por qué una piedra siempre cae al piso cuando se deja libre,

¹ Una interacción fundamental es aquella de carácter elemental que no puede ser interpretada en término de otras más básica, se conocen, hasta ahora, cuatro interacciones fundamentales: Electromagnética, Gravitatoria, Nuclear fuerte y Nuclear débil.

o por qué una burbuja de aire que se forme en el fondo de un estanque sube hasta la superficie, o como el humo, mayormente hecho de fuego, tiende a subir a grandes alturas, es posible también, bajo este enfoque, interpretar la flotabilidad de los cuerpos. Aunque en estos esquemas, las explicaciones son bastante razonables, adolecen de una descripción cuantitativa que no da cabida al “método científico” para la experimentación formal que valide los modelos, aun así, este fue el pensamiento que imperó por muchos siglos en cuanto a descripción del mundo natural. En esta concepción, el concepto de gravedad no está presente, pues como ya se dijo, los objetos subirán o bajarán de acuerdo a su composición sin considerar las posibles interacciones entre los distintos cuerpos que componen el ambiente. Con el devenir de nuevos acontecimientos y el desarrollo de nuevas tecnologías, los conceptos científicos “aristotélicos” comienzan a entrar en conflicto con las ideas modernas. Es así como, entre los siglos XVI y XVII, personajes tales como Nicolás Copérnico, Tycho Brahe, Johannes Kepler, más tarde Galileo y finalmente Newton, pusieron en tela de juicio las teorías aristotélicas, acerca del movimiento, proponiendo nuevas concepciones en este ámbito, que dieron origen a la idea de gravedad como un fenómeno de interacción, dando así explicación a una gran cantidad de eventos naturales, que bajo los antiguos esquemas no podían ser explicados.

De Galileo a Newton: la masa en dos propiedades

Es muy frecuente que, cuando se enseña física en niveles básicos, se obvie la importancia que, en el Universo, tiene la gravedad y usualmente todo se reduce a mencionar el valor que se registra en la aceleración de los objetos en caída libre. Se acostumbra tomar dicho valor, referido al nivel del mar, como

$$9,81 \frac{m}{s^2}.$$

¿Por qué?

A pesar que los efectos de la gravedad forman parte de nuestra cotidianidad, la costumbre de coexistir con ellos no despierta mayor interés salvo en eventos extraordinarios. Se puede afirmar que el concepto de gravedad, como un fenómeno físico, comienza con Galileo en el siglo XVI, cuando se percató de algo muy curioso, que tal vez había pasado inadvertido para muchos filósofos que lo antecedieron. Galileo dedujo, después de muchas observaciones, que en el vacío, todos los cuerpos, independientemente de su composición y peso, caen de igual forma cuando se sueltan desde una misma altura, esta afirmación, comprobada experimentalmente por él, dejaba sin efecto los conceptos aristotélicos sobre el movimiento de caída de los objetos, sin embargo, ante esta aseveración, el sentido común parece fallar, pues este induce una reflexión aparentemente lógica que entra en conflicto con la observación:

Mientras mayor sea la fuerza más rápido debería ser el movimiento

Entonces, **¿Si los cuerpos más pesados son atraídos con mayor fuerza por la Tierra, por qué no caen más rápido?**

Esta pregunta solo encontró respuestas aceptables, cien años más tarde, a partir de la formulación de las leyes de Newton, cuando surge la necesidad de distinguir entre una **masa inercial** y una **masa gravitacional**. La masa inercial es la que exhibe la segunda ley de Newton

$$\vec{F} = M\vec{a}$$

Donde se establece la relación entre la fuerza aplicada a un cuerpo y la aceleración que este adquiere, advirtiendo que la masa aquí representa la resistencia de los cuerpos al cambio de velocidad. En la ley de Gravitación Universal, Newton extiende el concepto de gravedad más allá de los límites terrenales e identifica la gravedad que hace caer los objetos, como la misma interacción que gobierna el movimiento de los astros. Bajo este enfoque enuncia:

“Todo cuerpo, independiente de su naturaleza, está dotado de una propiedad mediante la cual ejerce una atracción sobre los objetos en su entorno”

Estableciendo que la fuerza de dicha atracción entre dos cuerpos es de la forma en esta

$$F = G \frac{M_1 M_2}{d^2} \quad (1)$$

expresión G , es la constante de gravitación, los términos M_1 y M_2 , corresponden a las masas gravitacionales de los cuerpos en interacción y d es su separación, dichas masas favorecen la fuerza de atracción y por lo tanto la aceleración, mostrando así, un comportamiento antagónico en relación a la masa inercial que exhibe la segunda ley. La masa gravitacional se define como la capacidad que tiene un cuerpo para atraer a (o ser atraído por) otros cuerpos en su entorno, en virtud de la gravedad.

En este contexto, se evidencia que la masa inercial y la masa gravitacional describen aspectos diferentes de la dinámica de los cuerpos. No obstante, es posible demostrar que existe una relación entre ambas masas. Supongamos que un cuerpo cae desde una altura “ h ”, sometido a la fuerza de gravedad de la Tierra, tal que, coherente con la ley de gravitación (1), este debe experimentar una fuerza (el peso) de la forma:

$$F = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} m_g \quad (2)$$

Donde M_T y R_T representan la masa gravitacional y el radio de la Tierra respectivamente, mientras que m_g corresponde a la masa gravitacional del objeto. Por otro lado, de acuerdo a la segunda ley, se tiene

$$F = m_i a$$

siendo a la aceleración del objeto al caer y m_i su masa inercial. Al igualar ambas expresiones se encuentra que

$$a = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \left(\frac{m_g}{m_i} \right) \quad (3)$$

La ecuación (3) indica que la aceleración de un cuerpo al caer depende de la relación entre ambas masas, sin embargo la experiencia muestra que al eliminar la resistencia del aire, independientemente del tamaño, forma, peso, material, etc., todos los objetos, cerca de la superficie de la Tierra ($R_T \gg h$) caen con igual aceleración y solo se encuentran variaciones al realizar los experimentos en diferentes latitudes, lo cual es atribuible a los diferentes “radios” de la Tierra. Así, se puede afirmar que:

“la masa gravitacional de un cuerpo es proporcional a su masa inercial”.

Esta proporcionalidad ya había sido advertida por Newton, quien argumentó lo siguiente:

“Mientras mayor es la masa gravitacional, mayor es también la masa inercial, de esta manera sus efectos son compensados de igual forma en todos los cuerpos”.

Esto provee una respuesta lógica a la pregunta anterior, pues si bien la masa gravitacional favorece la caída, la masa inercial se opone al cambio de velocidad provocando un tipo de compensación entre ambos efectos que da como resultado una única aceleración para todos los cuerpos en caída libre: *la aceleración de gravedad g* . Se ha demostrado que, aunque conceptualmente diferentes, ambas masas tienen igual valor

$$\frac{M_g}{M_i} \equiv 1$$

de esta manera (3) toma la forma

$$g \equiv G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \quad (4)$$

La constante $G = 6,673 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}$; la masa de la Tierra es $M_T = 5,972 \times 10^{24} Kg$, por otra parte, en las cercanías de la superficie de la Tierra se tiene que $R_T \gg h$, y sabiendo, además, que el radio de la Tierra varía entre $6.357 Km$, en los polos, hasta $6.378 Km$ en la zona ecuatorial, se encuentra que la aceleración de gravedad, en esta región, toma valores comprendidos entre $g \cong 9,86 \frac{m}{s^2}$ y $g \cong 9,79 \frac{m}{s^2}$, estando estos valores referidos al nivel del mar en las distintas latitudes. En oportunidades, y para diversos fines, se modela la Tierra como una esfera perfecta, de radio $\bar{R}_T = 6.371 Km$ (radio medio), con lo cual se obtiene, a partir de (4)

$$g \cong 9,81 \frac{m}{s^2}$$

Siendo este el valor que usualmente está especificado en muchos textos. En otras ocasiones, cuando la precisión no es lo importante, se utiliza por comodidad de cálculo

$$g \cong 10 \frac{m}{s^2}$$

Capítulo 2

Dinámica del universo en el contexto de la Teoría de Gravitación Universal

Movimiento en órbitas cerradas

En las cercanías de la superficie terrestre, el espacio se presenta con un carácter anisótropo, con una dirección privilegiada inducida por la gravedad, en esta forma cuando un cuerpo se mueve “libremente” en este escenario, su cinemática puede ser perfectamente representada a través de las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado:

$$v_y = v_{0y} - gt \quad (5)$$

$$\Delta y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (6)$$

$$\Delta x = v_x t \quad (7)$$

(donde $a_y = -g$). Esto es una representación en coordenadas cartesianas, las cuales son las coordenadas naturales apropiadas para la descripción de dicho movimiento. Sin embargo, su aplicación está restringida a una región localizada, cuyos límites dependen de la precisión requerida. Entonces, son pertinentes las preguntas:

¿Hasta qué altura se puede considerar la aceleración de gravedad como una constante de movimiento, en la caída libre de objetos a la superficie?

¿Cuáles deben ser las dimensiones bajo la cual la superficie de la Tierra puede aproximarse a un plano horizontal?

Cuando se analiza el lanzamiento de objetos desde grandes alturas y/o con largos desplazamientos horizontales, las ecuaciones (5)-(7) dejan de ser las más apropiadas. En efecto, en estas condiciones la aceleración de gravedad ya no puede considerarse

constante, ni en magnitud ni en dirección. Los valores de g descritos anteriormente están asociados al radio estándar R_T , con el que se modela la Tierra como una esfera, evidentemente, como se puede observar en (4), la aceleración de gravedad cambia en la medida que nos alejamos de la superficie, de forma tal que a una altura h se tiene que

$$g = GM_T \left(\frac{1}{(R_T + h)^2} \right)$$

Definiendo el parámetro $\gamma \equiv \frac{h}{R_T}$, la ecuación anterior, en términos de este, se puede re-escribir como

$$g = g_0 \left(\frac{1}{(1 + \gamma)^2} \right) \quad (8)$$

Donde g_0 es el valor normalizado en la superficie y γ el parámetro bajo el cual se describe la aceleración a diferentes alturas.

En nuestra experiencia diaria, se puede considerar la elevación del monte Everest ($h = 8,84 \text{ Km}$) o la altitud de un vuelo trasatlántico ($h \cong 12,00 \text{ Km}$), como grandes alturas, y se encuentra que en estos casos

$$\gamma \cong 1,4 \times 10^{-3} \quad \text{ó} \quad \gamma \cong 2,0 \times 10^{-3}$$

con lo que se obtiene que a estas alturas

$$g \cong 0,997 g_0 \quad \text{ó} \quad g \cong 0,996 g_0$$

Como se puede observar la aceleración de gravedad apenas varía entre 0,3% y 0,4 %, por lo que el movimiento de caída libre, desde estas alturas, podría analizarse a través de las ecuaciones (5) y (6) con un error promedio de 0,35 %. Evidentemente a menores alturas la precisión aumenta, por ejemplo, si se analiza la caída libre de un objeto desde el rascacielos "Burj Khalifa", en Dubái, que es el edificio más alto del mundo, con una altura de 828 metros, el error, al aplicar las ecuaciones cinemáticas, es prácticamente indetectable ($\sim 0,02\%$), mientras que, para un edificio convencional, de unos 80 metros de alto, el error es apenas de 0,002%.

El rango de validez de las ecuaciones cinemáticas de caída libre dependerá de la precisión que se desee. Para fines didácticos, una variación de un 0,3% es prácticamente despreciable, por lo que, bajo esta condición, se podría fijar una altura de unos 10 kilómetros, como aquella a través de la cual la variación de gravedad, que experimenta un objeto en caída libre, es lo suficientemente pequeña para que, de esta manera, la descripción del movimiento mediante las ecuaciones (5) y (6) quede dentro de una precisión aceptable.

Por su parte, el carácter plano de una extensión de terreno está ligado a sus dimensiones, las cuales pueden estimarse mediante la aplicación de algunas relaciones trigonométricas. La figura 1 describe un plano tangente al perímetro ecuatorial de la Tierra, así mismo se señala el ángulo polar, definido a través de la relación

$$\theta = \frac{\Delta S_{ab}}{R_T}$$

donde ΔS_{ab} es el arco del perímetro subtendido por dicho ángulo θ y R_T , el radio ecuatorial de la Tierra. Por otra parte, como puede observarse

$$\tan \theta = \frac{\Delta x}{R_T}$$

siendo Δx , la parte de la línea tangente limitada por θ .

Se sabe que en la medida que el ángulo θ se hace pequeño se cumplen las siguientes relaciones:

$$\theta \rightarrow 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{sen } \theta \rightarrow \theta \\ \text{cos } \theta \rightarrow 1 \\ \text{tan } \theta \rightarrow \theta \end{cases}$$

Lo que significa que, bajo estas condiciones, el arco ΔS_{ab} tiende a confundirse con la línea tangente, adquiriendo un aspecto plano

$$\Delta S_{ab} \rightarrow \Delta x$$

En esta forma se puede fijar un valor θ_0 como un parámetro adecuado para estimar el carácter plano de una extensión. Por ejemplo, un ángulo

$$\theta_0 = 0,015873$$

cuya tangente es

$$\tan \theta_0 = 0,015874$$

es un parámetro que sugiere considerar arcos de longitud de 100 km o menos, coincidentes con la línea tangente con una apreciación de un 0,01%, en esta forma una extensión de terreno de 10.000 Km², puede ser considerada plana para efectos de la aplicabilidad de las ecuaciones (5), (6) y (7), con igual precisión. Al igual que en las consideraciones anteriores, el carácter plano del terreno, estará determinado por la precisión demandada.

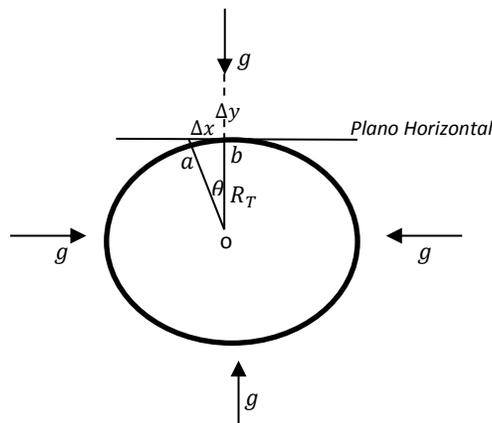


Fig. 1 Plano horizontal tangente al perímetro

El rango de validez de las ecuaciones cinemáticas dependerá entonces de la precisión requerida y esta podrá ser establecida a través de los valores de γ y θ_0 , fuera de este rango, el movimiento “libre” de un objeto en torno a la Tierra, debe ser analizado bajo la consideración de una fuerza variable, en dirección radial hacia el centro. En esta situación es conveniente el uso de un sistema de coordenadas polares, con origen en el centro de la Tierra, en el cual

$$\vec{a} = -g\hat{e}_R$$

donde \hat{e}_R , es un vector unitario en la dirección radial y

$$g = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

es el valor de la “aceleración de gravedad” a la altura h . En estas coordenadas la posición es descrita como

$$\vec{r} = r\hat{e}_R$$

siendo r la distancia al centro. Por su parte, la velocidad queda expresada como:

$$\vec{v} = v_r\hat{e}_R + v_t\hat{e}_\theta,$$

donde v_r representa la componente radial y $v_t = r\omega$ es la componente tangencial (ω es la velocidad angular). La aceleración, en estas coordenadas, toma la forma

$$\vec{a} = \left(a_r - \frac{v_t^2}{r} \right) \hat{e}_R + a_t \hat{e}_\theta$$

Nótese que la componente radial contiene dos términos, por un lado a_r , que representa la aceleración con la que crece (o decrece) el radio r , mientras que el término $-\frac{v_t^2}{r}$ corresponde a la aceleración centrípeta. Así, la ecuación que describe el movimiento de un objeto bajo la acción de gravedad de un cuerpo central de masa M , toma la forma

$$-G \frac{M}{r^2} = a_r - \frac{v_t^2}{r}$$

La cual conlleva a una solución de la forma (ver apéndice):

$$r(\theta) = r_0 \left(\frac{1 + \varepsilon}{1 + \varepsilon \cos \theta} \right) \quad (9)$$

donde r_0 , la posición inicial, es en este caso

$$r_0 = r(0) = R + h$$

Por otro lado, ε es la excentricidad de la "órbita" y que es expresada como

$$\varepsilon = \frac{(R + h)}{GM} v_{0t}^2 - 1 \quad (10)$$

(la deducción de esta expresión se puede ver en el apéndice). De acuerdo a (10), se encuentra que

$$-1 < \varepsilon < \infty$$

Y, como puede observarse, el límite inferior se alcanza cuando $v_{0t} = 0$, representando el caso en el cual el objeto se mueve en dirección radial: *lanzamiento vertical*. Al estudiar el movimiento de un objeto que es lanzado tangencialmente, desde una altura h , con velocidad inicial v_{0t} , se pueden distinguir, en términos de la excentricidad, tres casos de órbitas cerradas:

Caso 1: Caída a la superficie

$$-1 < \varepsilon < 0$$

en este caso, la velocidad inicial estará acotada de la siguiente forma:

$$0 < v_{0t} < \sqrt{G \frac{M}{R + h}}$$

El análisis de una trayectoria cerrada se puede obtener a partir de la ubicación del objeto en relación a cinco valores característicos del ángulo θ :

- I. $\theta = 0$, que corresponde a la posición inicial $r_0 = r(0)$
- II. $\theta = \frac{\pi}{2}$, que se asocia con lo que se conoce como ***semi latus rectum***²
- III. $\theta = \pi$, punto de retorno: diametralmente opuesto a la posición inicial
- IV. $\theta = \frac{3\pi}{2}$, posición asociada al ***semi latus rectum*** en un hipotético retorno
- V. $\theta = 2\pi$, posición al final de un ciclo (coincidente con la posición inicial)

² Para una elipse: longitud de la línea, perpendicular al semieje mayor, que va desde un foco a la elipse.

Estos cinco puntos permiten evaluar la trayectoria a través de la ecuación (9) y en este caso, ($\varepsilon < 0$), se encuentra:

$$r(0) = R + h$$

$$r\left(\frac{\pi}{2}\right) = (R + h)(1 - \varepsilon)$$

$$r(\pi) = (R + h)\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}$$

$$r\left(\frac{3\pi}{2}\right) = (R + h)(1 - \varepsilon)$$

$$r(2\pi) = (R + h)$$

Los resultados anteriores muestran que en la etapa de 0 a π , el cuerpo se acerca al “centro de fuerza”, con la posibilidad de que antes de completar esta fase se encuentre con la superficie ($r = R$), este es el caso de un objeto lanzado tangencialmente, en la cercanías de la superficie terrestre, desde una altura h , tal como es representado en la figura 2, donde se muestra la hipotética trayectoria que debería seguir (línea punteada), partiendo desde el punto A , pero que al chocar con la superficie en el punto B , sólo describe parte de esta trayectoria. Este es el movimiento observado al lanzar un objeto desde pequeñas alturas ($h \ll R$) y velocidades bajas, nótese que el camino (A-B), tiende a una parábola, siendo esta última la trayectoria descrita cuando se considera $g = \text{constante}$.

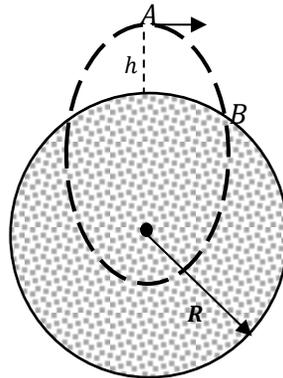


Fig. 2 Trayectoria con excentricidad $-1 < \varepsilon < 0$

Caso 2: Órbitas circulares

$$\varepsilon = 0$$

En este caso, tal como se puede deducir de (9), la distancia al centro es independiente del ángulo

$$r(\theta) = R + h$$

por lo que el objeto describirá una trayectoria circular, esta situación se establece cuando

$$v_{0t} = \sqrt{G \frac{M}{R + h}}$$

representando la velocidad con la cual hay que “disparar” tangencialmente un cuerpo, desde una altura h , para que realice un movimiento circular uniforme de radio $R + h$, suponiendo simetría esférica; la región ecuatorial de la Tierra, vista desde los polos, es muy parecida a esta imagen, así, si en esta región se disparará un objeto, cerca de la superficie de la Tierra ($h \ll R_T$), en la dirección del ecuador, este podría entrar en órbita, si la velocidad inicial es

$$v_{oc} \cong \sqrt{G \frac{M_T}{R_T}} \cong 28.468 \frac{Km}{h}$$

Por supuesto, este móvil encontraría muchos obstáculos. Uno de los más persistentes sería la resistencia del aire, la cual, mediante la fricción frenaría y calentaría el objeto haciendo imposible que este orbitara a alturas bajas. No obstante, a una altura $h \sim 480 Km$, la atmósfera es casi imperceptible, a esta altura la velocidad de órbita circular es

$$v_{oc} \cong 27.452 \frac{Km}{h}$$

Siendo esta la velocidad mínima con la cual se moverán los satélites, alrededor de la Tierra en la región ecuatorial siguiendo una trayectoria circular. Es fácil calcular el período, pues este viene dado por

$$T = \frac{2\pi R}{v_{oc}}$$

En el caso anterior este período es cerca de una (1) hora, veintisiete (27) minutos y treinta y un (31) segundos. Evidentemente, en la medida que la altura es mayor la gravedad disminuye, por lo que la velocidad para mantener el objeto en movimiento circular es menor.

Satélites geoestacionarios

Uno de los casos más interesantes de cuerpos en órbita circular, es el que se refiere a los satélites geoestacionarios, los cuales se mueven acoplados a la rotación de la Tierra, de tal forma que siempre están sobre el mismo punto en el ecuador; un observador desde la superficie lo describirá como un objeto en reposo en el firmamento, es por esto que son los más usados como satélites de comunicación. Dichos satélites se encuentran a una altura bien determinada, la cual puede calcularse a partir de (10), tomando en cuenta que La Tierra completa una rotación en 24 horas, por lo tanto, su velocidad angular es:

$$\omega_T = \frac{2\pi}{24 \text{ h}} \cong 7,278 \times 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Se encuentra que la velocidad de órbita circular v_{oc} de un satélite geoestacionario corresponde a

$$v_{oc} = (R_T + h)\omega_T,$$

en este movimiento circular, la aceleración centrípeta es proporcionada por la gravedad, de esta forma se encuentra que

$$(R_T + h)\omega_T = \sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + h)}}$$

Sabiendo, además, que $R_T = 6.373 \text{ Km}$, se obtiene que

$$h = \sqrt[3]{G \frac{M_T}{\omega_T^2}} - R_T \cong 36.000 \text{ Km}$$

Esta altura define la región, conocida como el cinturón de Clarke³, en el cual se ubican los satélites geostacionarios, lo cuales se mueven con velocidad

$$v_{oc} \cong 11.103 \frac{Km}{h}$$

bajo una acción gravitacional relativamente débil, tal que

$$g \cong 0,222 \frac{m}{s^2}.$$

Caso 3: Órbitas elípticas

$$0 < \varepsilon < 1$$

en este caso, la velocidad inicial es acotada en el siguiente intervalo

$$\sqrt{G \frac{M}{R+h}} < v_{ot} < \sqrt{2G \frac{M}{R+h}}$$

Nuevamente al analizar el movimiento a través de (9), se puede ver el comportamiento de $r(\theta)$ para distintos valores de θ , encontrando:

$$r(0) = R + h$$

$$r\left(\frac{\pi}{2}\right) = (R + h)(1 + \varepsilon)$$

$$r(\pi) = (R + h) \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}$$

$$r\left(\frac{3\pi}{2}\right) = (R + h)(1 + \varepsilon)$$

$$r(2\pi) = r(0) = (R + h)$$

Claramente, se puede observar que en el intervalo $(0 \leq \theta \leq \pi)$, el cuerpo se aleja del centro de fuerzas, mientras que para valores $(\pi \leq \theta \leq 2\pi)$, se acerca hasta regresar a su posición inicial, para reiniciar un nuevo ciclo de movimiento. En efecto, tal como se muestra en la figura 2, luego de que el objeto es lanzado desde el punto A, con velocidad v_{ot} , la aceleración de gravedad mantiene una componente en sentido opuesto a la

³ En honor al escritor de ciencia ficción Arthur C. Clarke quien, en 1945, popularizó la idea del uso de estas órbitas para la ubicación satélites de comunicación.

velocidad y otra perpendicular a esta. La componente anti-paralela, solo afecta el módulo de la velocidad, reduciéndola en esta fase, mientras que la componente perpendicular, provocará cambios en la dirección, en esta forma el objeto alcanzará el punto B (punto de retorno en la figura 2), con velocidad v_B perpendicular a la aceleración, lo que provocará el retorno del objeto hacia el punto de partida, favorecido ahora por una componente de g , paralela, en el mismo sentido, de la velocidad. De esta manera, el objeto quedará atrapado en una órbita elíptica, como es mostrada en la figura 2. La mayoría de los astros en órbitas cerradas siguen trayectorias de este tipo, por ejemplo: La Luna alrededor de La Tierra, los planetas en torno al Sol; siendo los cometas, los representantes más emblemáticos, que se mueven siguiendo extensas trayectorias elípticas alrededor del Sol, con períodos tan grandes que la mayoría de ellos sólo se hacen visibles una vez por generación, uno de los más conocidos es el Cometa Halley, que, con un período “corto” de setenta y seis (76) años aproximadamente, sus “visitas” han sido reportadas desde el año 239 a.C, aunque no fue sino hasta el año 1705 que el astrónomo inglés Edmund Halley, basándose en las recién formuladas leyes de Newton, lo identificó como un mismo astro que regresaba periódicamente siguiendo una órbita elíptica en torno al Sol. Su última visita, fue en 1986 y se espera avistarlo nuevamente en el 2061.

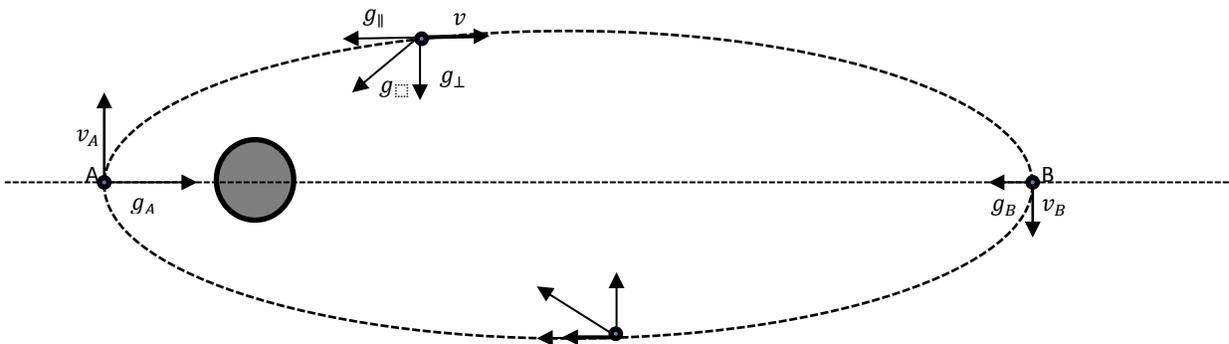


Fig. 2 Órbita elíptica

Órbitas abiertas

Como puede notarse, en la sección precedente, el punto de retorno se alcanza cuando $\theta = \pi$ y en la medida que la velocidad inicial, v_{0t} , es mayor, dicho punto se encuentra cada vez más lejano, en consecuencia, el efecto de la gravedad, para hacer retornar el objeto, es más débil. Entonces cabe la posibilidad de que dicha velocidad sea lo suficientemente grande como para que el objeto alcance el punto de retorno en una

región donde la gravedad se debilite tanto, que no pueda forzar al objeto a un regreso, en este caso, se encontraría prácticamente libre de la influencia del cuerpo central y escaparía siguiendo una trayectoria abierta. Esta velocidad puede ser calculada advirtiendo que, de acuerdo a (9), si la excentricidad es

$$\varepsilon \geq 1$$

existe un ángulo, $\frac{\pi}{2} < \theta_\varepsilon \leq \pi$, asociado a cada valor de ε , para el cual

$$\varepsilon \cos \theta_\varepsilon = -1$$

Siendo esta precisamente la condición de “no retorno”, ya que

$$\theta \rightarrow \theta_\varepsilon \Rightarrow r(\theta) \rightarrow \infty$$

lo que significa que en la medida que el ángulo tiende a θ_ε , el objeto se encontrará tan alejado que la gravedad, debida al cuerpo central, se hará prácticamente cero, por lo cual continuará moviéndose sin posibilidad de alcanzar el punto de retorno.

Velocidad de escape

De la condición de no retorno, especificada anteriormente, se deduce que $\varepsilon = 1$, es el valor mínimo de la excentricidad, para que el cuerpo se mueva en una trayectoria abierta, y de acuerdo a (10), este se alcanza cuando

$$v_{0t} = \sqrt{2G \frac{M}{R+h}}$$

representando la mínima velocidad con la que habría que lanzar tangencialmente un objeto, desde una altura h , sobre la superficie de un astro de masa M , para que inicie un viaje que lo llevará a desacoplarse gravitacionalmente de este; en particular, si la altura, h , es cero, entonces se obtiene la llamada velocidad de escape:

$$v_{esc} \equiv \sqrt{2G \frac{M}{R}} \quad (11)$$

La expresión (11) representa la velocidad mínima con la que hay que disparar un objeto, en la superficie de un astro, de masa M y radio R , para que escape en un viaje sin retorno, superando así la influencia de la gravedad de dicho cuerpo.

Alternativamente, se puede obtener la velocidad de escape v_{esc} , a partir de un análisis de la energía mecánica. Para esto, el argumento válido es el siguiente:

“La condición mínima para que el objeto no regrese es que este, por lo menos alcance la región donde la gravedad, debida al cuerpo central, sea de intensidad despreciable (nula), con velocidad cero”

Con este argumento, se encuentra que la energía mecánica (cinética + potencial) es cero, en esta región, el principio de conservación de la energía garantiza que en la superficie ($r = R$), también será nula, de esta forma, la velocidad mínima, con la que habría que lanzar un cuerpo, desde la superficie de un astro de radio R y masa M , para que se aleje a tal punto de no sentir el efecto gravitatorio, debe cumplir con la siguiente condición

$$\frac{1}{2}v_{esc}^2 - G\frac{M}{R} = 0$$

de donde se obtiene nuevamente, que

$$v_{esc} = \sqrt{2G\frac{M}{R}}$$

En este enfoque, queda claro que el valor de la velocidad de escape no depende ni de la dirección, ni de la masa del cuerpo lanzado, siendo solo referido a las propiedades del cuerpo central, en esta forma puede ser adoptada como un parámetro que permita estimar la gravedad superficial en un astro. Por ejemplo, para la Tierra se encuentra que la velocidad de escape (promedio) es aproximadamente de $12,2 \frac{Kms}{s}$, mientras que para la Luna es tan sólo de $2,38 \frac{Kms}{s}$, el Sol, por su parte, muestra una velocidad de escape de $617,7 \frac{Kms}{s}$. Evidentemente, la velocidad de escape se refiere a situaciones donde los cuerpos reciben un único impulso inicial (son disparados) y no es aplicable cuando se trata de artefactos auto-propulsados, como cohetes y cualquier otro dispositivo de este tipo.

Estrellas oscuras en un contexto newtoniano

A partir de (11), se pueden modelar interesantes escenarios astrofísicos, al establecer una relación masa-radio, para algún valor particular de la velocidad de escape

$$\frac{M}{R} = \frac{v_{esc}^2}{2G}$$

Por ejemplo, si se establece, como valor para dicho parámetro, la velocidad de la luz ($\sim 300.000 \frac{Km}{s}$), se encuentra que

$$\frac{M}{R} = 6,74 \times 10^{26} \frac{Kg}{m}$$

Lo que indica que, bajo el enfoque newtoniano, un sistema cuyas dimensiones guarden esta relación no debería dejar escapar las “*partículas de luz*” desde su superficie, y se “mostraría” como un cuerpo opaco. En el ámbito astronómico, esto representaría una “*estrella oscura*”, la cual, en la concepción newtoniana, es el homónimo a los agujeros negros predichos en el contexto de la Relatividad General. Fue el geólogo y filósofo inglés John Mitchell (1724-1793), quien en 1783 teorizó por primera vez la posibilidad de un sistema de tal característica. Sus reflexiones se basaron en el modelo corpuscular de la luz y el valor de la velocidad ($\sim 225.000 \frac{Km}{s}$), calculado años antes por Olle Roemer, y aunque la idea fue retomada, años más tarde, por el físico y matemático francés, Pierre Simon Laplace (1749-1827), pronto cayó en el olvido, entre otras cosas, por las características inusuales que este modelo exhibía, sumado esto, al auge de la teoría ondulatoria para explicar el comportamiento de la luz.

La concepción newtoniana de un cuerpo estelar que no deje escapar la luz conlleva a dos hipotéticos e interesantes escenarios astrofísicos. Por un lado, se puede argumentar sobre un cuerpo que, manteniendo su masa M constante, haya reducido su radio hasta alcanzar la relación antes descrita, por ejemplo, un astro, cuya masa sea equivalente a la del Sol ($\sim 2,0 \times 10^{30} Kg$), debería tener, un radio $R \cong 3,0 Km$ para ser considerado como una estrella oscura, mientras que un cuerpo de masa similar a la Tierra ($\sim 6,0 \times 10^{24} Kg$), podría comportarse como tal, si el radio fuese de $9,0 mm$, aproximadamente, en ambos caso las densidades alcanzarían valores sumamente elevados : $\rho_1 \cong 7,4 \times 10^{13} \frac{g}{cm^3}$ para el sistema tipo Sol y $\rho_2 \cong 8,2 \times 10^{27} \frac{g}{cm^3}$ para el de masa igual a la Tierra; tomando en

cuenta que la densidad del núcleo atómico es del orden de $\sim 10^{14} \frac{g}{cm^3}$, estos hipotéticos astros estarían constituidos de un material extremadamente denso, lo que hace improbable la formación de dichos cuerpos. Un segundo escenario se obtiene al suponer sistemas con densidades cercanas a los valores promedios de los cuerpos celestes, tal como lo planteó originalmente Mitchell, preguntándose ¿cuáles serían las dimensiones de una *estrella oscura*, con una densidad similar a la del Sol ($\rho_S \cong 1,4 \frac{g}{cm^3}$)?, encontrando que esta debería tener un radio aproximadamente de quinientas (500) veces el radio del Sol ($\sim 3,48 \times 10^8 km$) y con una masa equivalente a 125 millones la masa de este ($\sim 2,5 \times 10^{32} Kg$). Con estas dimensiones, este hipotético astro, mostraría una envergadura tal que, al suponerlo en el centro del sistema solar, ocuparía un volumen esférico con un radio más allá de la órbita de Marte.

Es conveniente aclarar aquí, que aun cuando el modelo de una “*estrella oscura*”, es un interesante escenario astrofísico, existen algunas consideraciones que hacen dichos sistemas improbables, por un lado, se está suponiendo “partículas de luz” masivas y como se sabe los fotones carecen de masa, por lo que no pueden interactuar con un campo gravitatorio en la forma que lo describe la teoría newtoniana, por otro lado, este tipo de sistemas originaría fuertes campos gravitatorios, para los que la aceleración de gravedad tomaría valores del orden de $g \sim 1,4 \times 10^4 \frac{m}{s^2}$, lo que pone, en relevancia extrema, las consecuencias de la auto-gravitación que tendería a colapsar el sistema. En estas condiciones la Ley de Gravitación Universal deja de ser la teoría adecuada para describir la dinámica de estos escenarios, siendo la Teoría de la Relatividad General, la más ajustada para explicar el comportamiento de la luz bajo fuertes campos gravitacionales.

El descubrimiento de Neptuno y Plutón: una reafirmación de la TGU

Sin duda que la invención del telescopio imprimió un gran impulso al desarrollo de la astronomía. En efecto, con el uso de este instrumento, en la observación de los cielos, se obtuvieron mejores imágenes, ubicaciones y trayectorias de cada astro conocido que, sumado al descubrimiento de nuevos cuerpos celestes, mejoraron sustancialmente el trazo de los mapas astronómicos. Por su parte, la posterior formulación de la TGU, representó un nuevo y colosal avance en los estudios astronómicos. La posibilidad de determinar teóricamente la trayectoria de los cuerpos junto a la predicción de diversos eventos cósmicos, le dieron a esta teoría un estatus protagónico en el contexto de la astronomía.

La observación a través de telescopios cada vez más avanzados y la aplicación, sistemática y meticulosa, de la teoría de gravitación newtoniana, en el ámbito celeste, le confirieron a la astronomía la estructura de ciencia teórica-observacional. La posibilidad de confrontar los datos observacionales con las deducciones teóricas, entusiasmó a muchos científicos y aficionados, que con sus exploraciones del firmamento, aumentaron la cantidad de datos, que podían ser examinados a la luz de la TGU. En algunos casos, la observación y los cálculos teóricos entraron en conflicto poniendo en duda la veracidad de los datos o la correcta aplicación de la teoría. Tal es el caso de la traslación del planeta Urano, el cual tiene la distinción de ser el primer planeta descubierto mediante un telescopio (marzo de 1781). Los datos de su ubicación, recopilados durante más de sesenta años, revelaban una órbita que no se ajustaba a la deducción teórica. Esta discrepancia produjo desconcierto en el ámbito científico, siendo variadas las hipótesis planteadas para explicarla, pero que, en definitiva, agruparon dos corrientes, por un lado, los defensores de la TGU, para quienes la incoherencia podría deberse a una errónea interpretación y/o recopilación de datos y, por el otro lado, los críticos a dicha teoría, que llegaron a plantear que esta no era aplicable a grandes distancias, como lo suponía la ubicación de Urano. Es así como, de manera independiente, Urbain Le Verrier, matemático francés y John C. Adams, matemático y astrónomo inglés, tomaron el problema en sus manos y bajo la hipótesis de que la anomalía se debía a la presencia de un posible nuevo planeta, se dedicaron a la indagación teórica de la existencia de este hipotético cuerpo. El 26 de septiembre de 1846, el astrónomo alemán Johann Galle, descubrió el nuevo planeta al observar, desde el observatorio de Berlín, la región del cielo, que le había sido sugerida por Le Verrier, a través de una carta donde aseguraba, mediante minuciosos cálculos, se encontraría el planeta desconocido hasta ahora. Debido al color azul-verdoso que presentaba fue bautizado con el nombre de Neptuno en asociación al dios del mar en la mitología romana. Se trata del octavo planeta, en orden de lejanía respecto al Sol, con un volumen 57 veces mayor que el de la Tierra y que, junto a Urano, Júpiter y Saturno, conforma el grupo de gigantes en el sistema solar.

A finales del siglo XIX, las observaciones de las órbitas de Neptuno y Urano, revelaron ciertas perturbaciones que vaticinaban la presencia de otro planeta, aún más lejano. Después de una intensa y larga búsqueda en las distintas regiones del cielo donde se predecía su ubicación, se descubrió el nuevo cuerpo, como una imagen muy débil en unas de las placas fotográficas tomadas entre el 19 de marzo y el 7 de abril de 1915. A diferencia de Neptuno, se trataba de un pequeño astro con una envergadura seis veces menor que la Tierra. Por esta razón, en 2006, fue degradado a la categoría de planeta enano.

Ambos acontecimientos, y principalmente el descubrimiento de Neptuno, son reconocidos como grandiosos triunfos de la Teoría de Gravitación Universal que la reafirmaban como una teoría de aplicación global en todo el Universo.

Las Fuerzas de mareas: “una repulsión gravitacional”

Evidentemente, la aproximación de campo gravitacional uniforme es sólo posible en regiones de dimensiones relativamente reducidas. Como se mencionó anteriormente, la condición

$$g = \text{constante}$$

es útil cuando se consideran desplazamientos pequeños comparados con las dimensiones de la Tierra, o en general, para cualquier astro en el universo. Explícitamente, la dependencia de la aceleración de gravedad, con la altura se muestra a través de la siguiente expresión

$$g(y) = G \frac{M}{y^2}, \tag{12}$$

con $y > R$. Supongamos que tres objetos se aproximan, en fila, a la superficie de un cuerpo central: un planeta, una estrella o un satélite; como se muestra en la figura 3. En un instante dado sus posiciones, respecto al centro del planeta, son:

$$y_1 = y_0 + \Delta y_{12}; \quad y_2 = y_0; \quad y_3 = y_0 - \Delta y_{23}$$

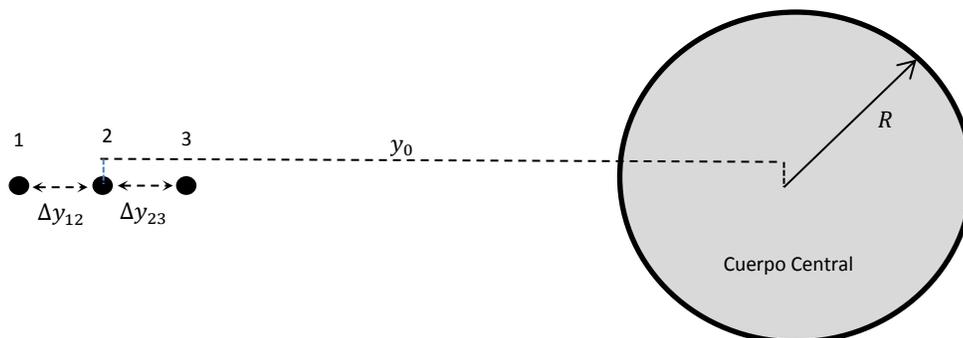


Fig. 3 Sistema de cuerpos en un campo gravitacional no uniforme

Entonces, la aceleración de gravedad que experimenta cada cuerpo, de acuerdo a (12), es:

$$g_1 = G \frac{M}{(y_0 + \Delta y_{12})^2};$$

$$g_2 = G \frac{M}{y_0^2} = g_0;$$

$$g_3 = G \frac{M}{(y_0 - \Delta y_{23})^2}$$

En esta situación se tiene que

$$g_3 > g_2 > g_1$$

estos valores son relativos a un sistema de referencia ligado al “planeta”. Desde otro sistema referencia los valores pueden ser distintos; en particular, para un sistema S' , ligado al cuerpo 2, los valores de la aceleración de cada cuerpo, son:

$$a'_1 = g_1 - g_2 < 0$$

$$a'_3 = g_3 - g_2 > 0$$

Se puede observar que, desde este sistema, las aceleraciones a'_1 y a'_3 , se presentan en sentidos contrarios. Así, un observador en S' , describirá al cuerpo 1, alejándose hacia “afuera”, mientras que el cuerpo 3, para él, se aleja, pero en dirección al “planeta”. De esta manera, dicho observador, describirá la dinámica, a través de “fuerzas” expresadas como:

$$F_1 = m_1 a'_1 = G \frac{M}{y_0^2} m_1 \left[\frac{1}{(1 + \alpha_{12})^2} - 1 \right]$$

$$F_3 = m_3 a'_3 = G \frac{M}{y_0^2} m_3 \left[\frac{1}{(1 - \alpha_{32})^2} - 1 \right]$$

donde $\alpha_{12} \equiv \frac{\Delta y_{12}}{y_0}$ y $\alpha_{32} \equiv \frac{\Delta y_{32}}{y_0}$. F_1 y F_3 son justamente las fuerzas de mareas que experimenta el sistema.

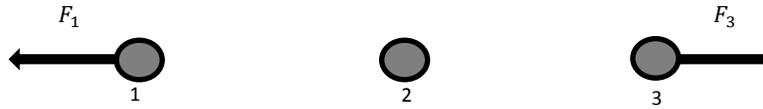


Fig. 4 Fuerzas de marea vistas desde el sistema S' , ligado al cuerpo 2

El efecto de estas fuerzas, es análogo al de una repulsión entre distintas partes del cuerpo, dando lugar a un “estirón” que tiende a separar los elementos, como se muestra en la figura 4. Comúnmente, y_0 es asignada al centro de masa del sistema, tal que para un cuerpo extendido, las fuerzas de marea, actuando en puntos diametralmente, pueden verse como la tensión que provoca un estiramiento, una fractura o rompimiento de dichos cuerpos, esto dependerá de su elasticidad o rigidez. Se puede notar que mientras las dimensiones del objeto son mayores las fuerzas de marea en los extremos también lo son, por el contrario, para objetos pequeños estas fuerzas tienden a ser insignificantes.

Es sabido que nuestros océanos y mares, registran periódicas elevaciones de su nivel, esto es lo que se conoce popularmente como “mareas” y son consecuencias de la acción gravitatoria de la Luna (y del sol en menor intensidad) sobre la Tierra, dicha elevación se produce simultáneamente en regiones diametralmente opuestas y puede observarse en las playas como un progresivo retiro y posterior avance de la orilla del mar, en dos ciclos diarios. En algunas regiones este fenómeno es más notorio, observándose que el desplazamiento de las aguas alcanza algunas decenas de metros.

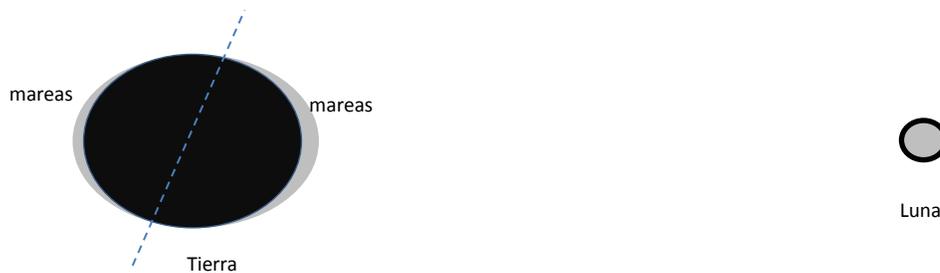


Fig. 5 “mareas” provocadas por la Luna

Este fenómeno, que data desde el momento en que la Luna se posicionó cerca de la Tierra y que ha venido influyendo de manera determinante en la dinámica del planeta, puede explicarse como el resultado de la distinta intensidad de la de gravedad actuando en las diferentes partes. Desde ese primer momento la Tierra experimentó un ligero desplazamiento hacia la Luna, sin embargo dicho desplazamiento no fue uniforme, en la parte frontal, de cara a la Luna, la acción gravitacional es más potente que la que se experimenta en el centro, a su vez, la cara opuesta recibe una acción gravitacional más débil, en esta forma existe un mayor desplazamiento de la parte frontal que se traduce en un abultamiento del océano que se encuentra en esta cara, por su parte, la elevación del mar en la cara opuesta es debida al menor desplazamiento que ha experimentado esta parte del planeta en relación al centro, por lo cual esta parte se queda “rezagada” respecto al centro. La rotación de la Tierra cambia periódicamente la cara frontal, lo cual explica la frecuencia de aparición de las mareas. Evidentemente, el efecto de las mareas no solamente afecta el nivel del mar, estas deben influir también en la actividad tectónica de la Tierra y en los fenómenos atmosféricos. Obviamente, la reciprocidad de la interacción gravitatoria provoca fuerzas de marea sobre la Luna lo cual debe afectar los movimientos internos de este satélite.

En el ámbito astronómico, se registró, a mediados de 1994, la colisión del cometa Shoemaker-Levy con el planeta Júpiter. Pero, antes de impactar, la acción de la intensa gravedad del planeta, originó potentes fuerzas de marea que ocasionaron la fractura y posterior rompimiento del cometa en varios pedazos, los cuales fueron cayendo al planeta entre el 16 y 22 de julio de ese año. Este ha sido uno de los eventos astronómicos más documentado tanto antes, durante y después de la colisión. Existen en “internet” muchos registros fotográficos, tomadas con dispositivos de gran resolución, que muestran, con impresionante claridad, el desarrollo de este interesante acontecimiento.

La gravedad y la estructura del Universo

El cosmos, observado a diferentes escalas, muestra que la materia tiende concentrarse en entidades bien localizadas. Así por ejemplo, en el contexto astronómico, donde dicha tendencia está gobernada por la gravedad, se encuentran, por ejemplo, los cúmulos galácticos, que como unidades a gran escalas, están integrados por galaxias, y estas a su vez, en una escala inferior, constituidas por sistemas estelares y planetarios, que representan sus componentes fundamentales; por su parte, los planetas, en torno a una estrella, pueden poseer satélites y estos, eventualmente, podrían ser circundados por satélites secundarios, formando agrupaciones bien delimitadas. En general, la

organización de la materia en el universo, en escala macroscópica, está guiada por la gravedad *emanada* de todo cuerpo material que, en una acción conjunta, caracteriza cada punto del espacio. En esta forma se puede imaginar el espacio cubierto por un campo gravitacional, cuya intensidad aumenta en las regiones cercanas a las concentraciones de materia y lejos de estas se debilita. Vale aquí una reflexión:

“La distribución de materia en el universo está en constante cambio y su dinámica es controlada por la gravedad, pero a su vez, el perfil del campo gravitatorio es determinado por la distribución de materia”.

Esta afirmación deja entrever que existe una especie de retroalimentación, entre la gravedad y la materia, que está reordenando constantemente el universo y que la posible intervención de otros factores subyacentes, más allá de la comprensión en este contexto, evita que se convierta en un escenario equilibradamente estático o que conlleve a una situación altamente caótica.

Entornos gravitacionales (esfera de Hill)

Evidentemente, todo cuerpo está bajo la acción de la gravedad del resto del universo, sin embargo, los efectos notables son aquellos debido a los cuerpos más cercanos. Esto sugiere la existencia de una región, en torno a cada cuerpo, donde la gravedad de estos es lo suficientemente intensa como para “opacar” la acción gravitatoria del resto del universo, esta región es conocida como la Esfera de Hill⁴, en honor al astrónomo norteamericano George Williams Hill (1838–1914), quién la definió como:

“La región de dominio gravitacional de un cuerpo que orbita a un segundo cuerpo de mayor masa”.

La existencia de dicho entorno, establece un orden jerárquico en cuanto al movimiento orbital de los astros. Por ejemplo: La Luna orbita la Tierra y esta, a su vez, orbita el Sol, pero, aunque la Luna es arrastrada por la Tierra, no es correcto decir que la Luna orbita al Sol, pues su trayectoria orbital la consigue a consecuencia de la gravedad terrestre; entonces es pertinente la pregunta:

⁴ También conocida como la esfera de Roche, en honor al astrónomo francés Edouard Roche (1820-1883), quien años antes había hecho estudios sobre el mismo tema.

¿A qué distancia máxima de la Tierra podría estar la Luna sin que corra el riesgo de ser arrastrada por la gravedad del Sol?

Este riesgo se alcanzaría si la Luna estuviese fuera de la esfera de Hill de la Tierra, esto es: a una distancia donde la gravedad terrestre se debilite hasta tal punto que la gravitación del Sol sea la de mayor influencia, en esta situación la Luna quedaría a merced de la atracción solar. Cuando un cuerpo A orbita a un segundo cuerpo B, de mayor masa, se puede identificar tres puntos, co-lineales con ambos cuerpos, en los cuales la acción gravitacional conjunta adquiere características de aceleración centrípeta sincronizada al movimiento angular de A. En la figura 6, se muestran estos puntos (L_1 , L_2 y L_3) en un sistema sencillo de órbita circular. Dichos puntos, conocidos como *Puntos de Lagrange*⁵ o puntos de liberación, corresponden al lugar donde se debería colocar un tercer cuerpo, de masa más pequeña, para que se mueva acoplado al cuerpo A, bajo el efecto de la acción gravitacional de A y B. Visto desde un sistema co-rotatorio con A, los objetos colocados en dichos puntos, se mantendrían estacionarios respecto a ambos cuerpos.

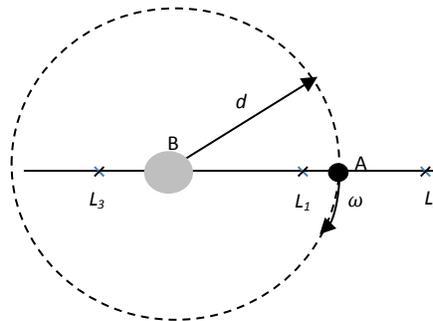


Fig. 6 Puntos de Lagrange en un sistema de cuerpos orbitando

Las distancias x_1 y x_2 , que corresponde a la posición de los puntos L_1 y L_2 , respectivamente, medidas desde el cuerpo A, pueden ser usadas para estimar las dimensiones de la esfera de Hill de dicho cuerpo, ya que dichos puntos pueden ser usados para establecer la frontera de dominio gravitacional de ambos cuerpos. Imaginemos un objeto que, al viajar de B a A se estaciona en el punto L_1 , al quedar estacionario con el sistema, estará rotando alrededor de B con la misma velocidad angular ω que lo hace A, en estas condiciones experimentará una aceleración centrípeta de la forma

$$a_c = -\omega^2(d - x_1)$$

⁵ El descubrimiento de estos puntos es debido al matemático francés Joseph Louis Lagrange (1736-1813), quien identificó cinco puntos de liberación al estudiar la interacción gravitacional de un pequeño cuerpo con un sistema de dos cuerpos orbitando alrededor de su centro de masa.

Ya que las únicas fuerzas a la que estará sometido son, por un lado, la acción gravitacional del cuerpo B, en dirección radial hacia el centro y, por otro lado, la atracción gravitacional de A, halándolo hacia afuera, entonces su ecuación de movimiento es de la forma:

$$G \left(\frac{M_A}{x_1^2} - \frac{M_B}{(d - x_1)^2} \right) = -\omega^2(d - x_1) \quad (13)$$

Supóngase ahora, que el objeto continúa viajando y se estaciona en L_2 , que corresponde al punto de liberación más alejado, encontrándose este a una distancia x_2 del cuerpo A, en este caso, la aceleración centrípeta quedará descrita como:

$$a_c = -\omega^2(d + x_2)$$

En esta posición el objeto experimentará la atracción gravitatoria de ambos cuerpos en el mismo sentido (radial hacia el centro), por lo que su ecuación de movimiento toma la forma:

$$G \left(\frac{M_A}{x_2^2} + \frac{M_B}{(d + x_2)^2} \right) = \omega^2(d + x_2) \quad (14)$$

Note que, cuando el objeto llega al punto L_1 , se encontraría entrando a la zona de dominio gravitacional del cuerpo A, mientras que cuando alcanza el punto L_2 , estaría abandonando dicha zona. Esto permite estimar el radio de la esfera de Hill, como, por ejemplo, el promedio entre ambas distancias:

$$R_H = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

La determinación de x_1 y x_2 se logra al resolver las ecuaciones (13) y (14) respectivamente, pero al ser estas, ecuaciones de quinto grado (“quintica”), es difícil generar una solución analítica general, en vez de esto conviene obtener soluciones numéricas particulares, aplicando los métodos tradicionales de factorización, por ejemplo, en el sistema Tierra – Luna, se tiene que:

$$M_A = 7,4x10^{22}Kg; M_B = 6,0x10^{24}Kg; d = 4,8x10^8 mts; \omega \cong 2,5x10^{-6}rad/s$$

Con estos valores se obtiene, a partir de (13), la siguiente ecuación quíntica

$$6,25x10^{-12}x_1^5 - 9,0x10^{-3}x_1^4 + 4,32x10^6x_1^3 - 2,96x10^{14}x_1^2 + 4,74x10^{21}x_1 - 1,14x10^{30} = 0$$

de la que se encuentra como única raíz real

$$x_1 \cong 54.358.000 mts$$

Por su parte, a partir de (14), se obtiene:

$$-6,25x10^{-12}x_2^5 - 9,0x10^{-3}x_2^4 - 4,32x10^6x_2^3 - 2,96x10^{14}x_2^2 + 4,74x10^{21}x_2 + 1,14x10^{30} = 0$$

cuya única solución real es $x_2 \cong 73.919.000 mts$

Entonces, un valor aproximado para el radio de la esfera de Hill de la Luna será:

$$R_H \cong 64.138.000 mts = 64.138 Km$$

se entiende entonces que un objeto entrará en órbita alrededor de la Luna, sólo si se encuentra a esta distancia como máximo; fuera de esta región quedará dominado por la gravedad de la Tierra.

En el sistema Sol-Tierra, se tiene que:

$$M_A = 6.0x10^{24}Kg; M_B = 2.0x10^{30}Kg; d = 150.000.000 Km; \omega \cong 2,0x10^{-7}rad/s$$

y se encuentra $x_1 \cong 1.557.382 Km$ y $x_2 \cong 1.437.204 Km$ en este caso, el radio estimado, para la esfera de Hill de la Tierra, es $R_H \cong 1.497.283 Km$ por lo que, todo cuerpo, de masa menor, que se encuentre dentro de la región delimitada por este radio, estará ligado gravitacionalmente a La Tierra, por ejemplo, la Luna, que se localiza aproximadamente a $384.400 Km$ de la Tierra, se encuentra holgadamente dentro de su esfera de influencia, sin riesgo de que el Sol pueda sacarla de este dominio, con esto se da respuesta a la pregunta con la cual se inició esta sección. Conviene aclarar, que las ecuaciones derivadas aquí, provienen de un análisis simplificado y que, para una determinación más precisa, es necesario considerar otros factores, como la excentricidad

de la órbita, la relación de las masas, el centro de masa como eje de rotación, entre otros, que introducen más complejidad en los cálculos. Sin embargo, el objetivo aquí es mostrar la forma como se distribuyen los cuerpos agrupándose en torno a una masa central formando sistemas bien definidos, por ejemplo, cada planeta con sus respectivos satélites se consolidan como unidades independientes, al igual los planetas junto con el Sol y los demás componentes del sistema solar constituyen una entidad bien delimitada en la Vía Láctea.

Es oportuno advertir, que la esfera de influencia gravitacional no es una propiedad aislada de cada astro, este dominio sólo está definido si el cuerpo está orbitando en torno a otro cuerpo de mayor masa. En contraposición se encuentra que, dentro del amplio contexto de la astronomía, existe la posibilidad de objetos (estrellas, planetas, agujeros negros, etc.) que, estando aislados en regiones intergalácticas, no formen parte de sistemas orbitales por lo cual su entorno gravitacional no estaría definido.

Al concluir esta sección, se puede asegurar, con lo expuesto anteriormente, que la estructura del universo está conformada por unidades que, en un orden jerárquico, se constituyen por el aglutinamiento, en distintas escalas, de los cuerpos que lo componen y esta organización está guiada enteramente por la acción de la gravedad.

Gravedad y Astronáutica

La astronáutica trata de la navegación en el ámbito astronómico y en este escenario la gravedad juega un papel fundamental. La proyección de las trayectorias, para el tránsito de naves, tripuladas o no, a través del espacio debe ser hecha tomando en cuenta la acción gravitacional de los cuerpos circundantes. En efecto, un objeto que realice una travesía a través del espacio estará sujeto a la atracción gravitatoria de los cuerpos a su alrededor, pero el efecto de cada uno de ellos dependerá de la masa y de cuán lejos esté. Por ejemplo, en un viaje de la Tierra a la Luna, es la acción gravitacional combinada de este sistema lo que afectará en forma más notoria el movimiento de “la nave” y debe moverse con una velocidad tal que le permita “vencer” la desaceleración que le provoca la gravedad terrestre, hasta entrar al entorno gravitacional de la Luna, a unos 420.000 Km aproximadamente, y a partir de allí será acelerada por la gravedad de esta.

Tirón gravitacional

Una de las técnicas de navegación más interesantes es la llamada “tirón gravitacional”, propuesto inicialmente por el ingeniero y matemático italiano Giuseppe Colombo (1920-1984) y que consiste en aprovechar el arrastre gravitatorio que un planeta puede producir sobre el vehículo espacial transmitiéndole energía cinética, aumentando con esto la velocidad sin necesidad de “encender motores”, de esta manera, la nave podrá alcanzar objetivos más lejanos con una ventajosa economía de combustible. La secuencia de esquemas, presentados en la figura 7, ayuda a visualizar, en forma sencilla, este proceso: el primer cuadro, (7-a), muestra una “nave”, que se mueve con velocidad \vec{v}_0 , acercándose a un planeta, el cual se desplaza en su órbita con velocidad \vec{u} , en el siguiente cuadro (7-b), se muestra la nave, afectada en su movimiento por la gravedad del planeta, que lo hala, arrastrándolo consigo. Consecuentemente, la velocidad de la nave es modificada, tanto en módulo como en dirección, provocando un aumento en la energía cinética y una desviación en su rumbo. Tal como se muestra, la velocidad puede descomponerse en una componente en la dirección del movimiento del planeta (\vec{v}_{\parallel}) y otra perpendicular (\vec{v}_{\perp}). Dependiendo de la fuerza con la cual la gravedad del planeta la atraiga, la nave puede quedar ligada a este, ya sea estrellándose o entrando en órbita. Sin embargo, si al acercarse a una distancia h , figura (7-c), se logra que: $v_{\parallel} = u$, entonces, desde la superficie del planeta, se observará al vehículo moverse solo con velocidad tangencial v_{\perp} y tal como se demostró, en previas secciones, podrá escapar en “un viaje sin retorno”, si se cumple:

$$v_{\perp} \geq \sqrt{2G \frac{M}{(R + h)}},$$

de esta manera el vehículo se alejará del planeta habiendo ganado energía cinética.

Esta técnica ha sido usada con éxito en distintos programas de exploración espacial, en particular se usó en la travesía del Voyager I, sonda de investigación astrofísica, lanzada por la NASA en 1977, cuyo itinerario incluía un acercamiento a Júpiter y al ser arrastrada por este, fue lanzada mediante “un tirón gravitacional” hacia Saturno, igualmente este planeta remolcó la sonda y la catapultó hacia las fronteras del sistema solar; un esquema de esta travesía es ilustrada en la figura 8, donde se indican las zonas de arrastre gravitacional que experimentó dicha sonda: $A - B$ para Júpiter y $C - D$ para Saturno. A mediados de 2012, la NASA informó que el Voyager I, había abandonado oficialmente la

“heliopausa”, que es la región que define la frontera del sistema solar, con lo que se convirtió en la primera nave, de categoría interestelar, hecha por el hombre; actualmente se encuentra en un viaje sin retorno a través de la vía láctea y continuará transmitiendo información hasta agotar sus baterías, se estima que esto ocurra en el año 2025.

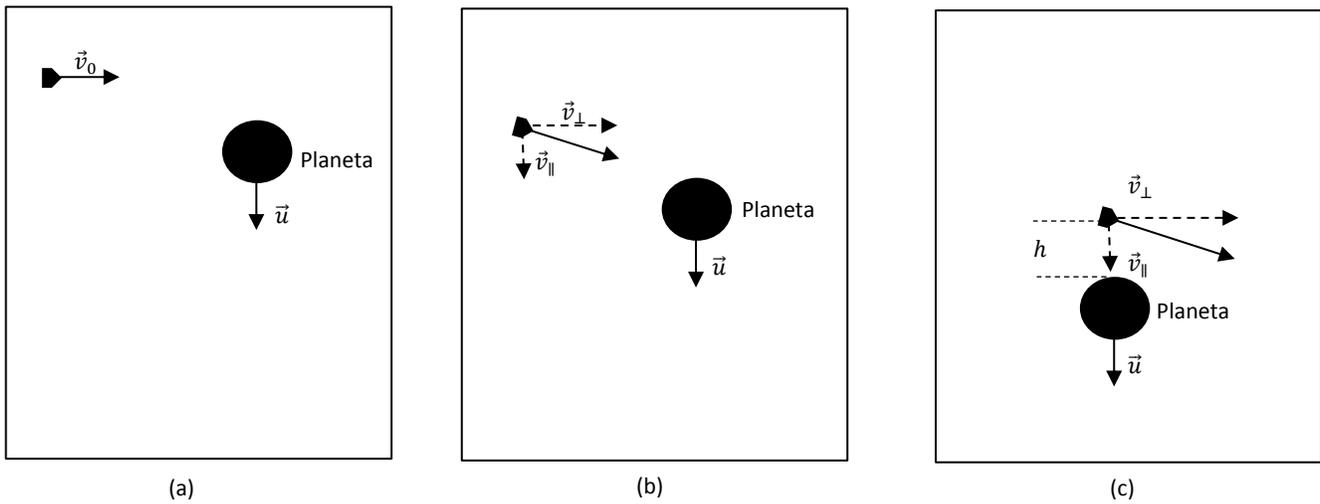


Fig. 7 Efecto de la gravedad en la velocidad de un objeto que se aproxima a un planeta: (a) aproximación con velocidad \vec{v}_0 ; (b) el objeto es arrastrado por el planeta en movimiento a través de la gravedad; (c) el objeto adquiere tal velocidad que le permite alejarse del planeta, en una trayectoria abierta

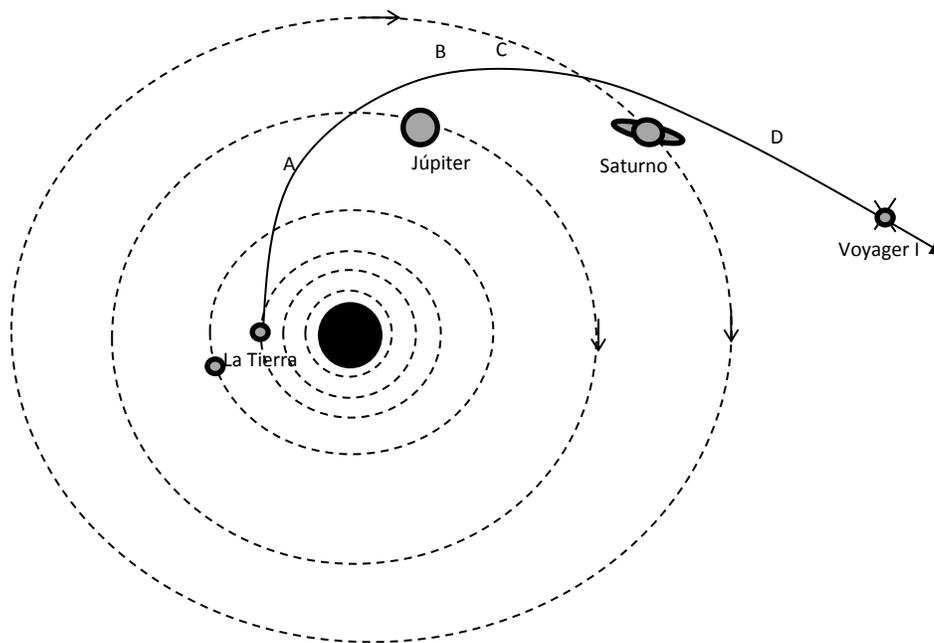


Fig. 8 Ilustración de la trayectoria de la Voyager I

La gravedad en el nacimiento, evolución y muerte de las estrellas

Uno de las mediaciones más espectaculares de la gravedad es su participación fundamental en el nacimiento y la sucesiva evolución de las estrellas. Las estrellas presentan un ciclo de existencia, que es gobernado principalmente por la acción gravitacional y en el cual pueden distinguirse varias etapas, que guardan perfecta analogía con las fases del ciclo evolutivo de un ser vivo: embrionaria, nacimiento, madurez, envejecimiento y muerte; cada una de ellas guiada principalmente por la gravedad.

En ciertas regiones del medio interestelar existen gigantescas nubes (nebulosas) que están básicamente compuestas de átomos de hidrógeno, aunque muy disperso y con una densidad extremadamente baja (algunos átomos por centímetro cúbico), este material constituye la base primigenia para la formación de los cuerpos celestes, en particular las estrellas. El proceso puede sintetizarse, de manera muy simplificada, de la siguiente forma:

El material, expandido en vastas regiones donde la gravedad es relativamente débil, puede permanecer inerte durante mucho tiempo, sin embargo, alguna perturbación puede dar origen a una pequeña concentración de materia en algún punto, con lo cual aumentará la gravedad local, provocando la atracción de material hacia dicho punto y originándose así, un proceso de retroalimentación que conlleva a la concentración de materia con el respectivo aumento progresivo de la gravedad local, este proceso de acreción continuará por mucho tiempo y más, y más, materia será atraída al entorno de la perturbación inicial, la distribución de materia tiende a adquirir simetría esférica, configurándose como una enorme bola gaseosa en colapso gravitacional, cuya densidad y presión van en aumento hacia el centro de la distribución.

A medida que continúa la acreción, la presión y la temperatura en el centro aumentan considerablemente; la energía cinética de las partículas es cada vez mayor, provocando gran cantidad de colisiones que aumentan gradualmente, tanto en número como en intensidad, al punto de iniciarse reacciones nucleares (fundamentalmente la fusión de núcleos de hidrógeno en helio) liberando energía en forma de radiación, que puede escapar libremente a través del sistema, sin embargo, en la medida en que continua “cayendo” materia el sistema se tornará más denso y por consiguiente más opaco, de esta forma la radiación proveniente del centro excita los átomos y estos, a su

vez, emiten radiación en las diferentes longitudes de ondas, es en este momento cuando la estrella comienza a brillar y se puede identificar su nacimiento. Evidentemente el brillo se intensificará en la medida en que aumenten las reacciones, siendo la gravedad la responsable de que estos procesos sean desencadenados. Los fotones tienden a escapar de la configuración y su interacción con el medio da origen a lo que se conoce como “presión de radiación”.

Así la presión total tiene, en este estado, dos componentes, por un lado, está la presión P_h debida al propio material (presión hidrostática) y por el otro, la presión originada por la radiación \mathcal{P}_R , de esta manera se encuentra que la presión en el interior está dada por: $P = P_h + \mathcal{P}_R$, mostrando en su perfil un aumento hacia el centro, lo que origina, en cada punto, una fuerza f_{emp} (“fuerza de empuje”) que, oponiéndose a la gravedad, tiende a expandir el sistema, por lo tanto, si la radiación disminuye esta fuerza se debilita, y es la gravedad la que domina, provocando compresión, esto a su vez, ocasiona un aumento de radiación que “revitaliza” la fuerza f_{emp} , logrando expandirlo nuevamente. Este proceso se repite una y otra vez, estableciéndose un estado de equilibrio en el que la estrella, ya en fase adulta, pasa la mayor parte de su existencia ($10^9 \sim 10^{12}$ años). Esta fase, que es en la que se encuentra actualmente el Sol, finalizará cuando comience a agotarse el “combustible nuclear”, lo que provocará diferentes cambios, en tamaño, brillo y estructura, entrando así en la etapa de envejecimiento. La disminución de radiación debilitará la presión por lo que la gravedad hará colapsar la estrella y esta “morirá” en un violento escenario, finalizando con la expulsión de su atmósfera (capas más externas), dando lugar a una “nebulosa planetaria⁶” o, en el caso más violento, estallando como una “Supernova⁷”, dejando, en ambos casos, un núcleo que continuará contrayéndose bajo la acción de la gravedad. Este núcleo, dependiendo de su masa, puede finalizar como una “enana blanca”, que es un sistema estable con una masa similar a la del Sol ($\sim M_{\odot}$), pero con un tamaño como el de la Tierra, donde la acción de gravedad es equilibrada por lo que se conoce como “presión de degeneración electrónica”; pero si la masa es mayor ($> 1,4M_{\odot}$) la presión electrónica no es suficiente para detener el colapso y la materia seguirá apretándose por la acción de la gravedad, hasta tal punto que se producirá “la captura electrónica⁸”, hasta quedar conformada solo por neutrones, y es la presión generada por estos lo que podría detener el colapso gravitatorio, formando un sistema estable conocido como una “estrella de neutrones”.

⁶ Envoltura de gas ionizado en expansión alrededor del núcleo remanente de una estrella.

⁷ Explosión violenta de una estrella masiva, al final de su vida, que puede mostrarse en el cielo como una estrella de intenso brillo.

⁸ Proceso en el cual los electrones son capturados por los protones del núcleo dando origen a neutrones y radiación de neutrinos.

Pero, el final más espectacular se puede alcanzar si la masa es aún mayor ($> 2M_{\odot}$), la presión neutrónica no podrá detener el colapso y de esta forma continuará la contracción gravitacional, conduciendo al sistema a un estado final conocido como “agujero negro”. Estos tres estados finales de la evolución estelar están caracterizados por ser objetos sumamente compactos y poseer fuertes campos gravitacionales.

Las observaciones astronómicas a mediados del siglo XIX, lograron demostrar que Sirio, una de las estrellas más brillantes en el cielo, era realmente un sistema doble, identificando sus componentes como Sirio A, la más brillante y Sirio B, su compañera, unos cuantos órdenes de magnitud menos brillante. Los subsiguientes análisis a este sistema revelaban, ya para principios del siglo XX, que Sirio B debería tener una masa semejante a la del Sol, pero un tamaño similar a la Tierra, lo cual desconcertaba a los astrónomos y físicos de la época, y más tarde esta fue identificada como una verdadera Enana Blanca. En la actualidad son muchos los sistemas donde se ha comprobado la presencia de Enanas Blancas, al parecer la mayoría de las estrellas en el universo, incluyendo nuestro Sol, han de finalizar su vida en este estado.

En 1967, los investigadores británicos, Jocelyn Bell y Anthony Hewish, detectaron, a través de un radiotelescopio en Cambridge, una fuente de radiación, que curiosamente emitía pulsos con períodos muy cortos ($\sim 1,4$ s). A dichas fuentes se les dio el nombre de pulsar (estrellas pulsantes), poco tiempo después se registraron otras fuentes de la misma naturaleza y posteriormente fueron identificadas como objetos estelares rotando a velocidades vertiginosas, del orden de las decenas (y hasta centenas) de revoluciones por segundo. Para poder evitar que la fuerza centrífuga los destruya, la acción gravitacional en dichos objetos debe ser extremadamente intensa, por lo que debe tratarse de objetos muy compactos. Es así, como los posteriores cálculos condujeron a identificar dichos objetos como verdaderas estrellas de neutrones. La localización de uno de estos objetos en el centro de la nebulosa del Cangrejo, la cual corresponde a los restos de una explosión de supernova, confirma la existencia de las estrellas de neutrones, como núcleos remanentes de estrellas masivas; en la actualidad se han registrado cientos de estos sistemas estelares.

En 1995 se confirmó la existencia de un objeto súper-masivo en el centro de nuestra galaxia, cuyo comportamiento sugiere que corresponde a un agujero negro, a este se le llamó Sagitario A (Sgr A), los cálculos sugieren una masa del orden de unos cuantos millones de la masa del Sol, en la actualidad se han detectados otros sistemas, en el centro de otras galaxias, con características de agujeros negros. La prueba más reciente

de la existencia de estos objetos se tiene en la detección, por primera vez, de una onda gravitacional⁹ a finales de 2015, en el observatorio LIGO, ubicado en Lousiana, Estados Unidos. Los cálculos indicaron que dicha onda se originó como consecuencia de la violenta fusión de dos agujeros negros, con masas entre 30 y 50 masas solares, que conformaban un sistema orbital binario.

⁹ Este descubrimiento les valió el premio Nobel de Física 2017 a los investigadores norteamericanos Rainer Weiss, Barry C. Barish y Kip S. Thorne.

Capítulo 3

Se abre paso la Teoría de Relatividad General

Anomalía en el perihelio de Mercurio: Una parte del Universo no está bien comportada

La Teoría de Gravitación Universal de Newton, revela el carácter primordial que tiene la gravedad dentro de la formación, dinámica y evolución del universo. Aun siendo una teoría sencilla y de fácil comprensión, es capaz de dar solución a infinidad de situaciones cosmológicas, a pesar de lo complejo que estas sean. De allí que se convierte en la herramienta fundamental de análisis dentro de la mecánica celeste; permite describir, predecir y estudiar eventos astronómicos con gran precisión, las órbitas de los planetas y cometas, por ejemplo, son calculadas con gran exactitud, igualmente los eclipses de Sol y de Luna, se predicen con bastante antelación. Bajo cálculos muy elaborados, se logra explicar en términos de esta teoría, y con muy buena precisión, las alteraciones que se presentan en las órbitas de los planetas, atribuyéndolas a la interacción gravitacional entre ellos. O como en algunos eventos, donde la diferencia entre la perturbación observada y la calculada llevó a suponer la existencia de cuerpos desconocidos que, posteriormente, bajo observaciones más específicas se logró confirmar su existencia, como el caso de Neptuno y Plutón, mencionados anteriormente. A través de la teoría newtoniana, muchos misterios, en el ámbito astronómico, han podido ser explicados satisfactoriamente. No obstante, a mediados del siglo XIX algo llamó la atención de astrónomos y físicos: un corrimiento de la órbita de Mercurio cuyo valor observado no coincidía con los cálculos teóricos y no se lograba una respuesta satisfactoria a tal anomalía.

Dicho corrimiento consiste en una rotación del plano de la órbita, con el cual el perihelio (punto más cercano al Sol), se desplaza a una tasa aproximada de quinientos segundos de arco por siglo,

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = 575''/\text{siglo}$$

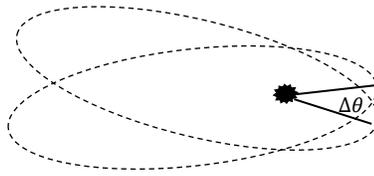


Fig. 9 Corrimiento del perihelio

Este movimiento se atribuía al efecto combinado de los distintos planetas y podía ser calculado mediante la teoría newtoniana. Sin embargo, el valor que se obtuvo fue

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = 532''/\text{siglo}$$

indicando un exceso de 43 segundos de arcos por siglo. Esta pequeña diferencia no podía ser explicada por la teoría newtoniana, pues en su contexto no se contemplan tales corrimientos en forma directa. Para explicar esta discrepancia, tal como en el caso de Neptuno y Plutón, se planteó la existencia de un nuevo planeta con una órbita más pequeña que la de Mercurio, inclusive se le dio nombre y se bautizó como Vulcano, dicho planeta nunca se encontró. Algunos llegaron a atribuir esta discordancia a la presencia de asteroides o de polvo cósmico en las regiones interiores a la órbita de Mercurio, sin embargo, ninguno de estos argumentos tenía bases sólidas. Las predicciones y explicaciones que, bajo las leyes de Newton, se habían logrado hasta el momento, eran credenciales suficientes para continuar en una búsqueda de “algo”, que, bajo el contexto newtoniano, pudiese aclarar esta discrepancia. La Fe en la teoría newtoniana era tan sólida, que la anomalía en la precesión de Mercurio conllevó a expresiones como:

“Una parte del universo no se está comportando bien”.

No fue sino hasta la formulación de la Teoría de la Relatividad General, a principios del siglo XX, que se dio explicación formal a esta discrepancia, pues bajo esta nueva teoría se revelaban términos adicionales en el movimiento orbital, que condujeron a establecer un desplazamiento, por revolución, del perihelio de la forma:

$$\Delta\theta = 6\pi \frac{GM}{c^2} \frac{1}{a(1 + \varepsilon^2)} \quad (*)$$

Donde a es el semieje mayor de la órbita, ε la excentricidad y c la velocidad de la luz. Al aplicar esto a la órbita de Mercurio (ver apéndice), los resultados coincidían casi perfectamente con los valores observados. Evidentemente, los demás planetas del sistema solar también experimentan este corrimiento, pero los valores, en estos casos, son lo suficientemente pequeños, debido a la mayor distancia al Sol y su pequeña excentricidad, como para ser detectados y registrados bajo observación con telescopios.

Por primera vez se cuestionaba, en forma convincente, la Teoría de Gravitación Universal de Newton. La nueva teoría exhibía un enfoque diferente en cuanto a la gravedad, ya que su acción se asocia a una deformación topológica del espacio (curvatura del espacio-tiempo), originada por la presencia de cuerpos masivos, forjando de esta manera los caminos por donde debe transitar una partícula libre en estas regiones (geodésicas).

Metafóricamente hablando, se puede decir que:

“Si Urano daba crédito a la teoría de Newton, Mercurio la desacreditaba” o

“Si Urano había sido el abogado de Newton, Mercurio sería el de Einstein”.

Principio de equivalencia

Bajo la tesis newtoniana, la gravedad es una interacción directa entre dos cuerpos, la cual, como toda interacción, es representada a través de una fuerza de acción instantánea. La Teoría de la Relatividad General (TRG) introduce una nueva concepción acerca de la gravedad, bajo este enfoque los efectos gravitacionales se interpretan como producidos por las alteraciones topológicas del espacio-tiempo, generadas por la presencia de cuerpos masivos, que delimitan los caminos por donde los cuerpos deben moverse. El concepto de fuerza, en el contexto newtoniano, impone restricciones para la descripción de los fenómenos físicos, ya que son solo los llamados sistemas de referencia inercial (o simplemente sistemas inerciales) en los que las leyes de Newton alcanzan total validez, lo cual acarrea serios inconvenientes al momento de elegir uno de estos sistemas, ya que esto supone la existencia de un sistema en absoluto reposo, del cual no se tiene conocimiento. El carácter no inercial de un sistema de referencia, al momento de hacerse una descripción desde él, es expresado mediante las llamadas fuerzas ficticias o fuerzas inerciales, a través de términos que acopian los efectos que introduce la condición no inercial del sistema, por ejemplo: desde un sistema que gira se describe una fuerza centrífuga que tiende a alejar los cuerpos del eje de giro, o bien, cuando estando dentro

de un auto este frena, se siente como si una fuerza nos arrojara hacia adelante, por el contrario, si arranca, entonces esta extraña fuerza nos sujeta al asiento. En los casos mencionados, anteriormente, la acción que se experimenta no es ejercida por ningún cuerpo real y se explica, dentro del contexto newtoniano, como el efecto de la inercia, siendo esta la razón por la cual se le llaman pseudo-fuerzas, fuerzas ficticias o fuerzas inerciales (derivadas de la inercia). A pesar de lo "ficticio" de estas fuerzas, sus efectos son muy reales y se pueden señalar algunos aspectos que resultarán de interés más adelante. En primer lugar, se puede observar que estas fuerzas afectan, en forma global, a todos los cuerpos presentes en el sistema; por otro lado, la aceleración que, de acuerdo a la segunda ley de Newton, experimenta cada cuerpo por la acción de estas fuerzas es la misma para todos cuerpos; por último, las fuerzas inerciales, y por lo tanto su aceleración asociada, se originan en sentido opuesto a la aceleración real del sistema de referencia. Es obvio que el valor de estas fuerzas quedará sujeto al sistema particular desde donde se describe el movimiento.

En la figura 10 se muestra un esquema del movimiento que seguirá un objeto dentro de un vehículo, cuando este último frena: (a) y (b) visto desde un sistema ligado al piso y (c) y (d) visto desde un sistema en el interior del vehículo. Para el observador en tierra, ambos, el objeto y el vehículo, se desplazan inicialmente con igual velocidad v ; cuando el vehículo frena, el objeto, debido a la inercia, continuará moviéndose con la misma velocidad que tenía.

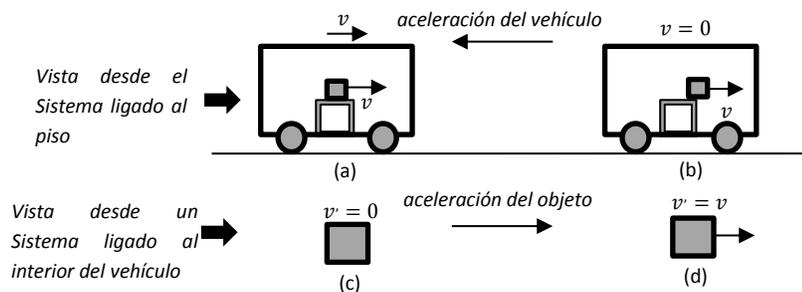


Fig.10 Movimiento de un objeto dentro de un vehículo que frena, visto desde el exterior e interior.

Un observador en el interior describe la situación de un modo diferente, para él dicho objeto se encuentra inicialmente en reposo (c) y cuando se produce el frenado, él observa que el objeto comienza a moverse (d). Entonces, mientras desde el sistema ligado al piso se describe al vehículo con una aceleración dirigida hacia la izquierda, desde el interior se observa que es el objeto el que acelera hacia la derecha, afectado por una fuerza inercial.

Una de las reflexiones más extraordinarias de Albert Einstein, para fundamentar su Teoría de la Relatividad General, ciertamente, es la interpretación de la gravedad como una fuerza inercial, lo cual conllevó a la formulación del principio de equivalencia. En efecto, la idea de Einstein era considerar un sistema que se encontrara en caída libre, por ejemplo: la cabina de un ascensor que se desprende desde una gran altura (figura 11); un observador O' en el interior notará que al soltar varios objetos estos no caen, por el contrario, verá que dichos objetos flotan a su lado como si no tuviesen peso. Para el observador O , en tierra, la situación es diferente: el ascensor, los objetos y el observador O' caen con la misma aceleración (aceleración de gravedad). La diferencia en la descripción del movimiento entre O y O' es la aceleración de gravedad que actúa en forma global sobre todos los objetos presentes, tal como lo hace una fuerza inercial. Ahora supongamos que la cabina es puesta en un lugar del espacio donde no hay gravedad (figura 11 c), igualmente cuando el observador O' suelta algunos objetos estos flotarán junto a él, al igual que cuando el ascensor caía libremente. Si ahora se le trasmite a la cabina una aceleración de $9,8 \frac{m}{s^2}$, en dirección “vertical hacia arriba” (figura 11 d), el observador en el interior notará que los objetos “caerán” al piso con una aceleración $9,8 \frac{m}{s^2}$, tal como lo hacen al estar sometidos a la gravedad cuando la cabina está en reposo en la superficie de la Tierra. El observador O' no puede distinguir si los objetos caen por la acción de la gravedad o por la fuerza inercial cuando el sistema es acelerado, igualmente para él es indistinguible encontrarse en una región con gravedad cero o estar cayendo con el ascensor. Bajo estas reflexiones, Einstein enuncia su principio de equivalencia expresando que:

“Es imposible distinguir entre un sistema acelerado y un sistema inercial “sumergido” en un campo gravitatorio uniforme”, o “Un sistema acelerado es equivalente a un sistema inercial en un campo gravitacional y viceversa”.

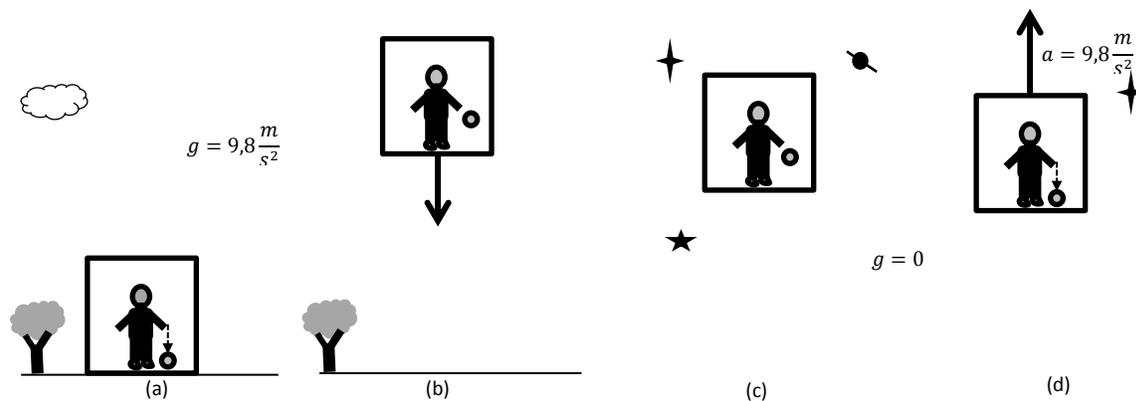


Fig. 11 Un observador experimentando en el interior de una cabina (a) situado en el piso (b) en caída libre (c) en reposo en el espacio interestelar (d) acelerando en el espacio interestelar.

Este enfoque prescinde de la idea de un sistema de referencia preferencial, pues se consideran las fuerzas inerciales equivalentes a la acción de la gravedad y viceversa, se elimina así la necesidad de distinguir entre sistemas inerciales y sistemas acelerados, pues las leyes de movimiento serán válidas en cualquier sistema, basta tratar las fuerzas inerciales como efectos gravitatorios. Bajo este contexto la masa inercial y la masa gravitacional de un cuerpo se funden en un único concepto, pues al considerar el peso como una fuerza inercial este será solo proporcional a su masa inercial. Tal vez la idea más fértil, en este argumento, es aquella de anular la gravedad a través de un cambio de sistema de referencia, al describir la dinámica de un objeto que “cae” libremente. Esta concepción es uno de los “pilares” fundamentales en los que se asienta la Teoría de la Relatividad General, la cual, entre otras cosas, predice un hecho al extremo relevante: la distorsión del espacio y el tiempo (curvatura del espacio-tiempo), como consecuencia de la gravedad.

Hablando nuevamente en sentido metafórico se puede decir que:

“Si Newton concibió la Teoría de Gravitación Universal al ver una manzana caer, Einstein dedujo la Teoría de la Relatividad General al ver la manzana cayendo con él”.

Una gravedad efectiva

El principio de equivalencia brinda una forma más precisa de tratar la mecánica desde los sistemas acelerados, pues esta premisa permite la descripción de la dinámica de los objetos sin recurrir a la idea de fuerzas ficticias, ya que la acción de estas puede ser representada a través de un único término, que acopie tanto los efectos que se originan del carácter no inercial del sistema de referencia como los debidos a la gravedad local, así, dicho término, puede ser considerado como la “*gravedad efectiva*” asociada al sistema.

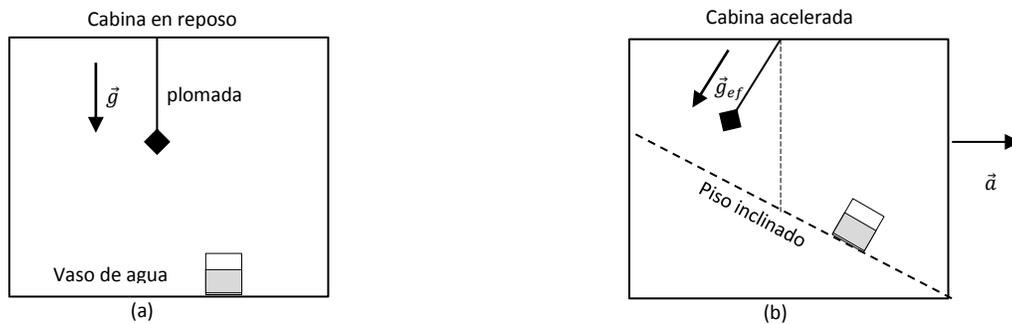


Fig. 12 (a) cabina en reposo (b) cabina acelerada

Por ejemplo, supóngase que se describe el movimiento de un objeto, en el interior de un vehículo, el cual se desplaza con aceleración \vec{a} , en una región donde la gravedad es \vec{g} . Un observador, en el interior, puede hacer dicha descripción interpretando el movimiento de la misma forma que lo hace un “observador inercial”, solo que, para él, la aceleración de gravedad, será: $\vec{g}_{ef} = \vec{g} - \vec{a}$ o más explícitamente, bajo un sistema cartesiano, el valor será

$$\vec{g}_{ef} = a_x \hat{i} - (g - a_y) \hat{j}$$

Con lo que se obtiene

$$g_{ef} = \sqrt{(g - a_y)^2 + a_x^2}$$

y su dirección, respecto a la vertical, desviada por un ángulo

$$\delta\theta = \arctg\left(\frac{|a_x|}{|g - a_y|}\right)$$

(a_x y a_y son las componentes cartesianas de la aceleración del vehículo). En la figura 12, se ilustra, una cabina inicialmente en reposo (a) que luego se desplaza horizontalmente con aceleración $\vec{a} = a_x \hat{i}$ (b), bajo estas condiciones el observador, en el interior, siente una gravedad efectiva de la forma

$$\vec{g}_{ef} = -a_x \hat{i} - g \hat{j}$$

Así, una plomada, colgada del techo, apuntaría en dirección oblicua, o al soltar un cuerpo se vería que este se desvía de la vertical, igualmente, la superficie libre en un vaso de agua se inclina, respecto a la horizontal, con el mismo ángulo de desviación. Por otro lado, si se logrará inclinar el piso, hasta colocarlo perpendicular a la plomada, la situación equivaldría, a aquella cuando la cabina no acelera, pero con todas las direcciones rotadas un ángulo $\delta\theta$. En conclusión, la descripción desde los sistemas acelerados es igual a la que se hace desde un sistema inercial introduciendo el término de gravedad efectiva asociada con la cual se puede definir una “vertical” ligada al sistema.

La gravedad curva la luz

La luz, que es un fenómeno de naturaleza electromagnética, se propaga a una vertiginosa rapidez: $300.000 \frac{Km}{s}$ aproximadamente (independiente del movimiento de la fuente y/o del observador) y en línea recta en el espacio libre. Pero este fenómeno no pasa inadvertido a través de una región donde exista campo gravitacional. Son variados los efectos que un campo gravitacional puede ocasionar sobre el comportamiento de la luz, tanto en su naturaleza ondulatoria como en su carácter corpuscular. Un experimento en la imaginación (experimento pensado) nos puede arrojar “luz” en la propagación de la luz:

Imaginemos a un observador, que se encuentra encerrado en una cabina en una región en donde la gravedad es nula, como se muestra en la figura 13, ve un rayo de luz, que parte desde un punto A, en la pared izquierda, y se propaga en línea recta hasta un punto P justo en frente, en la pared derecha. El movimiento, es descrito por la siguiente ecuación: $\Delta x = c\Delta t$, donde Δx es el ancho de la cabina y c es la velocidad de la luz, correspondiendo a una línea recta horizontal. Ahora supongamos que la cabina acelera en dirección “vertical” (figura 13-b); al repetir el experimento, se observará que el rayo de luz alcanzará la pared izquierda en un punto diferente (P'), pues mientras el rayo se propaga, la cabina tiene un desplazamiento hacia arriba, dado por:

$$\Delta y = \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

Entonces, para el observador, en el interior de la cabina acelerada, la propagación del rayo de luz, que parte de la posición A y llega al punto P', como es mostrado en la figura 13 b, queda descrita por las siguientes ecuaciones:

$$\Delta x' = c \Delta t \quad \Delta y' = -\frac{1}{2} a \Delta t^2$$

las que corresponden a un movimiento parabólico, que es la forma como el observador vería propagarse el rayo de luz en el interior de la cabina acelerada, esta deflexión puede interpretarse como la "acción" de las fuerzas inerciales sobre el rayo de luz.

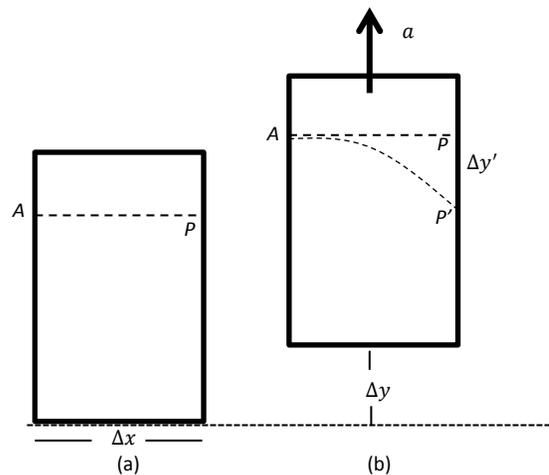


Fig. 13 Propagación de un rayo de luz visto en el interior de una cabina (a) estando en reposo y (b) con aceleración constante

Obviamente, las desviaciones que se describen en el "experimento" anterior, son en extremo pequeñas, como para poder detectarlas en un experimento real, no obstante, el "experimento pensado" deja claro que un rayo de luz puede contemplarse "curvado" desde un sistema de referencia acelerado. Puesto que las fuerzas inerciales son equivalentes a la fuerza de gravedad, surge la pregunta:

¿Podrá un campo gravitacional real curvar un rayo de luz?

La respuesta es “SI”. Efectivamente cuando un rayo de luz se propaga, a través de una región en donde la gravedad es relativamente intensa, este se ve forzado a cambiar la dirección debido a la influencia que, sobre la propagación de la luz, ejerce el campo gravitacional. Bajo la perspectiva de la Teoría de Gravitación Universal (TGU), y de la Teoría de la Relatividad General (TRG), se asegura que esta perturbación debe ocurrir, sin embargo, las argumentaciones, que de ambas teorías emergen, son conceptualmente diferentes:

1. Con la prescripción de la teoría corpuscular, bajo la cual se entiende que la luz está compuesta de partículas muy diminutas y extremadamente ligeras (corpúsculos), los argumentos newtonianos, en TGU, parecen incuestionable, ya que, en este contexto, se deduce que la gravedad actúa sobre cada corpúsculo, como lo haría sobre cualquier otro cuerpo al entrar en dicha región y de esta manera se alteraría la trayectoria de cada corpúsculo curvando así el rayo de luz.

2. Por su parte, con una concepción totalmente distinta, el enfoque “Einsteiniano”, en TRG, sugiere que debido a que la luz sigue caminos precisos en el espacio (geodésicas), al curvarse el espacio-tiempo, por la acción de la gravedad, dichos caminos también se curvarán y, en consecuencia, la luz se propagará en una trayectoria curva.

Segundo “round” TRG vs TGU

Los resultados cualitativos de la aplicación de ambas teorías (TGU y TRG), coinciden en que la luz debe ser desviada por la acción de la gravedad. Aun cuando la teoría newtoniana había superado con éxito muchas pruebas a las que había sido sometida, logrando mantenerse incólume por más de doscientos años (1687–1916), la nueva teoría (TRG) parecía tocar sus cimientos y poner en tela de juicio sus basamentos conceptuales. En efecto, la anomalía en el movimiento retrógrado de Mercurio, pudo ser explicada satisfactoriamente por TRG, mientras que, en el contexto de TGU, se continuaba especulando sobre la existencia de posibles objetos estelares orbitando cerca del sol. Se necesitaba una prueba más convincente y esta podría ser proporcionada midiendo la posición aparente de las estrellas cuando sirven de fondo a un cuerpo estelar muy masivo, pues los rayos de luz provenientes de dichas estrellas se curvarían por la presencia de tal

cuerpo (figura 14), y la posibilidad de medir esta deflexión estaría al comparar una fotografía del cielo, en estas circunstancias, y otra, de la misma región, en ausencia del cuerpo masivo, así si las estrellas aparecerían desplazadas, figura 15, la deflexión estaría comprobada y la magnitud de dichos desplazamientos aportarían los argumentos para discernir cuantitativamente sobre las hipótesis en ambas concepciones. La idea se centró en fotografiar el cielo durante un eclipse solar, pues en estas circunstancias el objeto masivo sería el Sol, que con una gravedad 28 veces mayor que la de la Tierra, podría producir una desviación apreciable de un rayo de luz que pasará cerca de su superficie, como se representa en la figura 13. Bajo el enfoque newtoniano, esta desviación debería ser $0,87''$, mientras que los cálculos en TRG proyectaban una desviación de $1,74''$ (el doble). La naturaleza cooperó proporcionando el escenario para la observación, pues se esperaba un eclipse total de sol, para el 29 de mayo de 1919, de mucha calidad: buena duración y muchas estrellas de fondo, sin embargo, hubo que superar muchos obstáculos, entre ellos el enfrentamiento entre Inglaterra y Alemania en la primera guerra mundial, cuyo armisticio fue firmado en Noviembre de 1918, lo que dejó poco tiempo y una debilitada economía, para preparar las expediciones de observación, así y luego de sortear muchos escollos, se pudo llevar a cabo la observación en dos frentes: en Sobral, Brasil y en la Isla Príncipe, en las costas de la Guinea occidental, en esta misión, dirigida por Sir Artur Eddington, astrofísico británico de gran influencia en la época, se logró obtener las ansiadas imágenes, que al ser comparadas con las correspondientes en una noche normal, confirmaban que:

“la luz se curvaba por efecto de la gravedad”.

Hasta aquí, ambas teorías tenían razón, pero los análisis más detallados, revelaron que la desviación era cerca de $1,74''$, tal como lo indicaban los cálculos de Einstein. La observación validaba la TRG, como la más aceptable para describir la gravitación. Este hecho, ratificaba que el espacio y el tiempo se comportaban como una sola entidad: espacio-tiempo, la cual se deforma, por la acción de la gravedad, provocada por la presencia de cuerpos masivos. La noticia trascendió las esferas científicas y se convirtió en una de las revelaciones más fantásticas del comportamiento de la naturaleza.

En este segundo “round”, en el que se enfrentaban ambas teorías, nuevamente salía triunfadora TRG, pero, aunque “la victoria fue contundente”, no se puede decir, manteniendo el lenguaje boxístico, que fue por “K.O.”, más bien fue una “decisión dividida”. La teoría newtoniana había dominado el escenario científico por más de dos siglos y las diferencias que se hallaban bajo este nuevo enfoque eran tan pequeñas que se podrían atribuir a otros efectos. Las aplicaciones de la TGU habían dado tan maravillosos frutos, que el apego a esta teoría era casi irreflexivo; irónicamente, el eclipse que

confirmaba las ideas de Einstein, debió haberse calculado bajo el contexto newtoniano, que hasta entonces seguía siendo la única forma de hacerlo, y así, aunque con variados motivos, de carácter científico, social, religiosos, nacionalista y de apego histórico, muchos científicos llegaron a rechazar las ideas que en los nuevos postulados se planteaban. Sin embargo, la relatividad logró imponerse como la más avanzada teoría de gravitación, bajo la cual se han predicho nuevos y extraordinarios fenómenos, muchos de los cuales han sido observados.

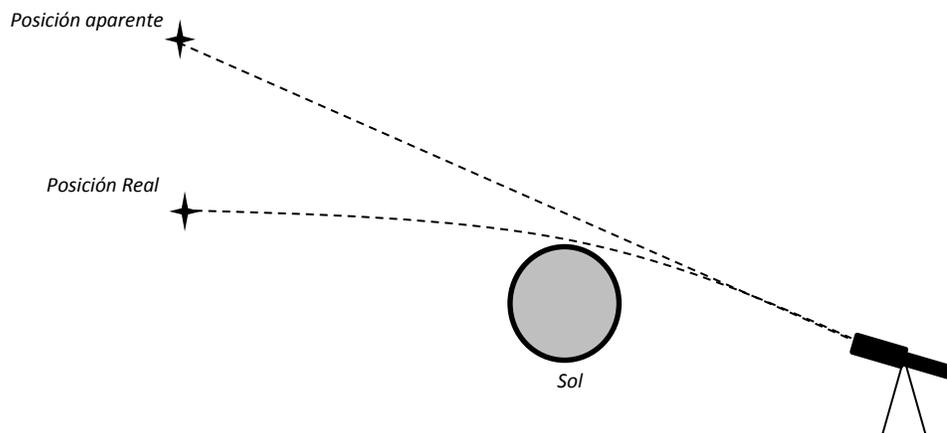


Fig. 14 Deflexión de un rayo de luz, proveniente de una estrella lejana, al pasar cerca de la superficie del Sol

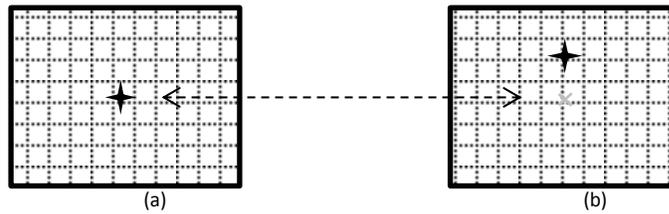


Fig. 15 Representación de la imagen de una estrella en la placa fotográfica: (a) en una noche normal (b) durante el eclipse

Espejismos gravitacionales

La forma en que los rayos de luz son curvados por la gravedad es similar, en diferente escala, a la desviación que ocurre cuando estos atraviesan diferentes medios con distintos índices de refracción. Este comportamiento sugiere situaciones parecidas a aquellas contempladas en óptica geométrica.

Los rayos de luz, proveniente de regiones muy remotas, tardan mucho tiempo antes de llegar a nuestros dispositivos (cientos, miles o millones de años); en su trayecto han de interactuar con diferentes campos gravitatorios, generados por variadas configuraciones, algunos de suficiente intensidad como para provocar desviaciones bastante apreciables, comportándose como verdaderos “*lentes gravitacionales*”, y produciendo imágenes desubicadas, distorsionadas e incluso múltiples imágenes de una misma fuente. En 1979, mediante la observación bajo radiotelescopio, el astrónomo británico Dennis Walsh logra la detección de dos cuásares (objetos astronómicos fuentes de radiofrecuencias), muy cercanos entre sí y con idénticas características, los cuales fueron identificados como las imágenes de un solo cuerpo, que se formaban debido a la desviación de la luz provocada por una galaxia que, encontrándose más cerca, justo en la línea de observación, servía como lente gravitacional, tal como se ilustra en las figuras 16 y 17. Básicamente estaban ante lo que podría llamarse un “*espejismo gravitacional*”. Actualmente, con la ayuda de telescopios de avanzada tecnología (como el telescopio espacial Hubble) han sido registrados, en luz visible, muchos casos de estos “*espejismos*” producidos por distintas configuraciones que, actuando como lentes gravitacionales, reorientan la luz hasta producir verdaderas imágenes exóticas, como son los casos de la llamada Cruz de Einstein que es la formación de cuatro imágenes, que aparecen en los extremos de una cruz imaginaria (figura 18-a), o los Anillos de Einstein, cuando la imagen aparece esparcida en forma anular (figura 18-b) que, en la observación, aparece como un halo rodeando al objeto que sirve de lente gravitacional.



Fig 16 Desviación de la luz de un objeto proveniente de lejano por una galaxia que sirve de lente gravitacional

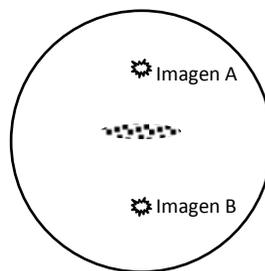


Fig 17 Imágenes A y B, de un mismo objeto, producidas por una lente gravitacional

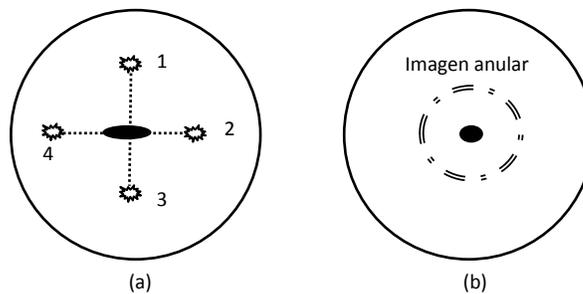


Fig 18 Imágenes producidas por una lente gravitacional (a) Cruz de Einstein (b) anillo de Einstein

Curvatura del espacio-tiempo: los de arriba envejecen más rápido

La llamada curvatura del espacio-tiempo, que predice la Relatividad General, se puede expresar, en lenguaje coloquial, diciendo que:

“el espacio se “encorva” y el tiempo se hace “lento” donde la gravedad es más intensa”.

La encorvadura del espacio queda de manifiesto en la deflexión de la luz, ya que esta seguirá los caminos más rectos que el espacio le permita. Por su parte, obviando la rigurosidad del cálculo en TRG, se puede abordar la expresión que sugiere el “enlentecimiento” del tiempo. Supongamos un cuerpo celeste esférico de masa M y radio R , supongamos, además, que dos observadores, uno sobre la superficie del astro y otro a una altura “ h ”, observan como ocurren varios eventos distantes; de acuerdo a TRG, los intervalos de tiempo entre dos eventos sucesivos, para ambos observadores, están relacionados de la siguiente forma:

$$\Delta t_0 = \sqrt{1 - 2g(h) \frac{(R + h)}{c^2}} \Delta t \quad (*)$$

donde Δt_0 es el intervalo de tiempo, tal como lo ve el observador en la superficie, mientras que Δt es el lapso, que registra el observador de arriba, para los dos eventos, por su parte, $g(h)$ representa el valor local de la aceleración de gravedad. De acuerdo a esta expresión, $\Delta t > \Delta t_0$, el tiempo medido desde la altura “ h ”, donde g se debilita, resulta mayor que el registrado en la superficie. Para ilustrar esto, supongamos que el observador de “arriba” sincroniza dos relojes idénticos y le envía uno al observador en la superficie y este, después de cierto tiempo Δt_0 , lo regresa. El observador de arriba encontrará que el reloj que estuvo en la superficie tendrá un atraso con relación al que él mantuvo consigo, con lo que concluye que en la superficie transcurrió “menos” tiempo del que él experimentó (figura 19), por lo tanto, se encuentra que el tiempo corre más rápido donde la gravedad es menor. Bajo esta premisa se puede afirmar que:

“los de arriba envejecen más rápido que los de abajo”.

Afortunadamente, en nuestra cotidianidad las variaciones de gravedad, por diferencia de altura, que se pueden experimentar son lo suficientemente pequeñas como para notar cambios apreciables. Sin embargo, para muchos satélites, sobre todo los de posicionamiento (GPS), estos efectos, aunque siguen siendo pequeños, deben tomarse en cuenta para evitar la acumulación de errores debido a la dilatación del tiempo.

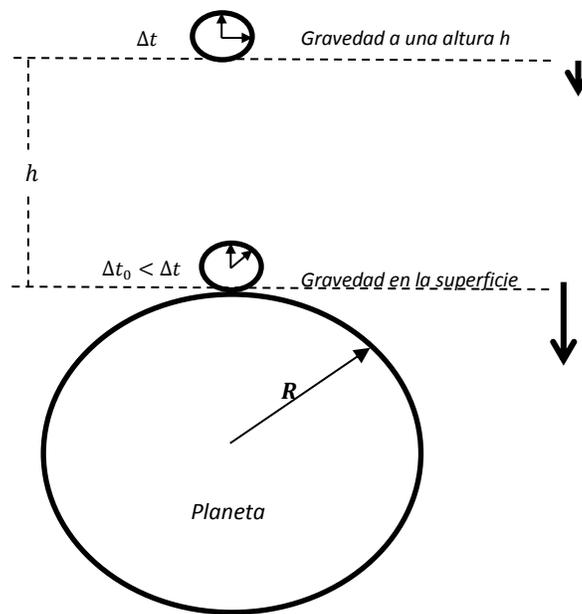


Fig. 19 retraso de un reloj por efecto de la dilatación gravitacional del tiempo

Capítulo 4

El Universo en tres escalas

Solo dos teorías sobre gravitación se han mantenido firmes a lo largo de la historia: La Teoría de Gravitación Universal de Newton y la Teoría de la Relatividad General de Einstein. Con más de doscientos años de separación, han dado explicación, cada una en su época, a muchas situaciones enigmáticas y, dentro de sus contextos, han profetizado la existencia de nuevas entidades y caprichosos eventos.

La Teoría de la Relatividad General, representa un avance extraordinario sobre la concepción de la gravedad, la idea de un espacio-tiempo curvo, rompe drásticamente con el esquema del espacio euclidiano, pasivo y de un tiempo uniforme, que subyace en la formulación de la Teoría de Gravitación Universal. Aun así, resulta más cómodo usar las ideas newtonianas para explicar las situaciones que a diario nos suceden, pues las diferencias en los resultados, al usar relatividad en estos ámbitos, son extremadamente pequeñas (prácticamente inobservables).

Muchos autores sugieren que la gravitación universal es una aproximación a la relatividad o que la teoría de Newton está contenida en la Teoría de la Relatividad, la verdad es que, al analizar sus respectivos fundamentos, se encuentra que ambas teorías tratan la gravedad bajo concepciones totalmente diferentes. Bajo el enfoque newtoniano, la gravedad se concibe como una interacción y por ende es representada como una fuerza entre dos cuerpos, el campo gravitatorio es una especie de accesorio matemático que permite definir la región en torno a un cuerpo donde se verán afectados otros objetos. Para la teoría de la relatividad este campo es real y se manifiesta como la curvatura del espacio-tiempo, por lo que no necesita un segundo cuerpo para ser detectado. Por otro lado, la teoría de Newton, se concibe bajo la idea de la acción a distancia, lo que significa que la gravedad se debe percibir de manera instantánea. Por su parte, bajo el enfoque de la relatividad ninguna señal puede transmitirse más rápido que la velocidad de la luz, eso incluye la gravedad. Estos argumentos evidencian teorías con distintos fundamentos y diferentes interpretaciones sobre las acciones elementales. La teoría newtoniana sigue teniendo vigencia pues se ajusta muy bien a la descripción de los sistemas, donde las velocidades consideradas son relativamente bajas, en comparación con la velocidad de la

luz y los campos gravitatorios de moderada intensidad, como los que ocurren en nuestro entorno cercano, más allá de estos límites, se entra en los dominios de la relatividad. Por otro lado, cuando las distancias son muy pequeñas, del orden de las dimensiones del átomo, y la gravedad resulta muy débil en comparación con las otras interacciones, ninguna de las teorías anteriores resulta aplicable en estos escenarios, en este ámbito la descripción de un sistema se hace bajo el enfoque de la mecánica cuántica. Así, es posible entender el universo, desde la perspectiva de cada una de estas teorías, delimitando su rango de acción y en consecuencia estableciendo tres ámbitos caracterizados por la intensidad y los efectos gravitacionales:

1. Un ámbito cuántico (microscópico) de carácter subatómico, donde las partículas elementales son las principales protagonistas. A esta escala los efectos de la gravedad son despreciables y la dinámica es gobernada por otro tipo de interacciones, las leyes y principios se fundamentan en una descripción probabilística.

2. Un ámbito newtoniano, macroscópico, donde la gravedad, siendo de intensidad moderada, juega un papel fundamental en la dinámica de los cuerpos. En este escenario los aspectos mecánicos son bien representados a través las leyes de Newton y bajo un punto de vista determinista, es posible interpretar tanto el lanzamiento de pequeños cuerpos como el movimiento de astros, tales como planetas, cometas o satélites. Encuentra su límite superior cuando las velocidades se aproximan a la de la luz y/o cuando los campos gravitacionales comienzan a hacerse intensos, como por ejemplo en la superficie del Sol.

3. Un ámbito cósmico (sideral) gobernado por campos gravitacionales intensos, generados por objetos compactos de gran masa (estrellas de neutrones, enanas blancas, agujeros negros), que distorsionan apreciablemente el espacio-tiempo. En este escenario los sistemas son exclusivamente susceptibles a la descripción bajo la Teoría de la Relatividad General.

Mediante esta clasificación, se describe al mundo en tres niveles, bajo una óptica diferente en cada uno de ellos. Ahora bien, es cierto que la relatividad tiene un rango de aplicación mucho más amplio que la gravitación de Newton, pero también es cierto que cuando las cantidades más resaltantes (gravedad y velocidad) se reducen a valores moderados, se entra al dominio newtoniano, donde los resultados físicos en ambas

concepciones se igualan, esto establece, en cuanto a su aplicación, un suave paso de una teoría a la otra, con lo que se revitaliza y se le da actualidad a las concepciones newtonianas. Es por esta razón que la Gravitación Universal, con todo su contenido, no es una teoría olvidada, por el contrario, sigue siendo la mejor opción para describir el entorno en el cual se desarrolla nuestra cotidianidad. Por su parte, entre la teoría cuántica y las teorías de gravitación no parece existir un *“puente”* que logre una suave transición entre una y otra. La próxima meta de la física teórica, está orientada a concebir una teoría unificadora que abarque desde el submundo cuántico hasta el cósmico-sideral y actualmente las esperanzas apuntan hacia lo que se ha llamado *“gravidad cuántica”*, como una teoría centrada principalmente en ambos aspectos.

Capítulo 5

La gravedad en todos lados

Luego de haber hecho un recorrido a través de la historia, y del intelecto humano, para mostrar las diferentes concepciones acerca de la gravedad, es oportuno señalar algunos procesos, no mecánicos, donde los efectos de la gravedad juegan un rol destacado.

La gravedad responsable de la flotación

La flotación es un fenómeno que se presenta cuando las fuerzas, de origen hidrostático, superan el peso de un cuerpo sumergido en un fluido estático (líquido o gaseoso), produciendo una resultante en dirección vertical hacia arriba. Tal como lo describe el Principio de Arquímedes:

Todo cuerpo sumergido, total o parcialmente, en un fluido estático experimenta una fuerza vertical hacia arriba (empuje), cuyo valor es igual al peso del fluido desalojado por el cuerpo.

El empuje puede entenderse como la acción mecánica del fluido sobre el cuerpo sumergido. Para visualizar esto, supongamos un líquido en un recipiente en reposo, como en la figura 20, en situación estática, cualquier porción del líquido, independiente de su forma, tamaño o peso, se encuentra en equilibrio, tal como se indica en 20-a, donde se muestra una porción del fluido en forma cúbica y de volumen V , la cual al estar sometida tanto a la fuerza de su propio peso, como a la fuerza de empuje F_{emp} que sobre él ejerce el resto del líquido, se mantiene en equilibrio bajo la condición: $F_{emp} = mg = \rho_f Vg$, donde ρ_f es la densidad del fluido. Ahora imaginemos, que la porción de líquido, referida

anteriormente, es desalojada por un cuerpo de igual forma y volumen, pero de masa M , figura 20-b, no hay razón para pensar que la acción del fluido circundante, ahora sobre el cuerpo, será diferente, por lo tanto se admite que las fuerzas sobre el objeto serán, por un lado, su peso Mg , y por el otro, la fuerza de empuje, la cual debe tener el mismo valor que antes, de esta manera se encuentra una ecuación de movimiento de la forma:

$$F_{\text{em}} - Mg = Ma_y$$

donde a_y , es la aceleración vertical que experimenta el objeto sumergido. Evidentemente el cuerpo flotará cuando la fuerza resultante (fuerza de flotación), y por lo tanto la aceleración, esté dirigida hacia arriba, vale decir en este caso, cuando

$$a_y > 0$$

Si la densidad del objeto es ρ_{ob} , entonces

$$M = \rho_{ob}V$$

con lo que (15) toma la forma

$$a_y = \frac{(\rho_f - \rho_{ob})}{\rho_{ob}}g \quad (16)$$

Como lo muestra la ecuación (16), la flotación de un objeto, es determinada por la diferencia entre las densidades del fluido y del objeto, pero la rapidez de ascenso está modulada por la intensidad de la gravedad local. Como puede observarse de (16), y contrariamente a lo que el sentido común pudiese indicar, la ascensión de un cuerpo que flota será más rápida en aquellos lugares donde la gravedad es mayor y en regiones donde la gravedad se debilita el ascenso es más lento. Curiosamente, en zonas donde la gravedad puede ser nula, los objetos dentro de un fluido, no tendría posibilidad de flotar, pues al soltarlos en el interior de estos, se quedarían estáticos, según lo especifica (16). Resulta algo extraño, que la gravedad local, siendo responsable de la "caída" de los objetos, también aparezca como garante de la ascensión de los objetos que flotan, tal como si la gravedad luchara contra ella misma, intentando hundir al objeto y, a su vez, forzándolo a subir mediante la fuerza de empuje. Esto puede explicarse aceptando que el origen de dicha fuerza, es el resultado de la diferencia de presión, en sus diferentes partes, que experimenta un cuerpo sumergido. En efecto, se puede demostrar que la presión en un fluido (pascaliano), sobre la superficie de la tierra, está dada por la siguiente expresión:

$$P = P_{atm} + \rho_f g h$$

donde h es la profundidad en el fluido y P_{atm} es la presión atmosférica, esta última también es producto de la atracción de la gravedad sobre la atmósfera. En esta forma, tal como se muestra en la figura 21, la parte inferior de un cuerpo sumergido experimenta mayor presión que la parte superior, originándose una diferencia de presión en los extremos del cuerpo, de la forma:

$$\Delta P = \rho_f g (h_2 - h_1) = \rho_f g L$$

donde L , es la dimensión vertical del objeto, tal como se señala en la figura 21.

Esta diferencia de presión da origen a la fuerza de empuje, la cual se incrementa, de acuerdo a la expresión anterior, con la densidad del fluido, con las dimensiones del objeto y de manera muy particular con la gravedad.

Conviene hacer notar que, tal como lo indica el principio de Arquímedes, el empuje está asociado a la cantidad de líquido desalojado por el cuerpo que flota, por lo que solo cuenta, para esto, la porción que se encuentra sumergida. No es difícil analizar, bajo este principio, la flotación de diferentes cuerpos, dando explicación del porqué algunos cuerpos se hunden totalmente, otros asoman pequeñas partes sobre la superficie del líquido y algunos parecieran reposar sobre este.

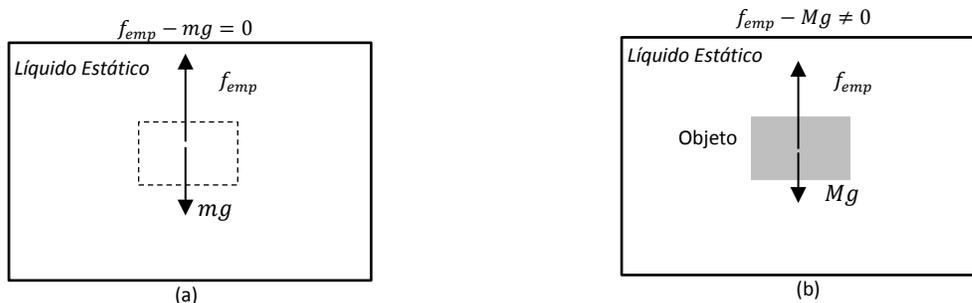


Fig. 20 Fuerza de empuje: (a) sobre una masa del mismo líquido en equilibrio (b) sobre un objeto de masa M

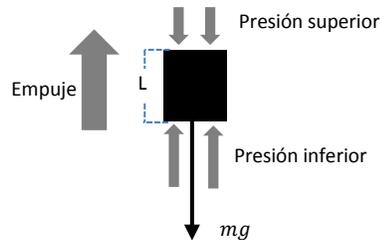


Fig. 21 Acción del empuje sobre un objeto sumergido en un fluido estático

Para concluir esta sección, resulta interesante hacer la generalización del principio de Arquímedes en sistemas acelerados, esto se logra introduciendo la idea de “gravedad efectiva”, desarrollada en capítulos precedentes. Supóngase que el recipiente, de los ejemplos anteriores, presenta una aceleración \vec{a} (figura 22), en tal forma que, con el concepto de gravedad efectiva, se describe el interior del fluido mediante una aceleración de gravedad de la forma

$$\vec{g}_{efec} = \vec{g} - \vec{a}$$

cuya dirección estará desviada, de la vertical, un ángulo

$$\Delta\theta = \arctg\left(\frac{|a_x|}{|g - a_y|}\right)$$

(con $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$ y, con un sistema de coordenadas, para el cual $g < 0$)

Igualmente, la fuerza de empuje se encontrará en esta dirección, haciendo que los objetos floten en una dirección oblicua y la rapidez de emersión (o inmersión) estará condicionada por el valor de esta gravedad efectiva

$$g_{efec} = \sqrt{(g - a_y)^2 + a_x^2}$$

Dentro del fluido se sentirá que las direcciones (horizontal y vertical) han rotado un ángulo $\Delta\theta$, respecto a las direcciones originales, de esta forma toda la descripción se logra asumiendo que tanto la vertical como la horizontal se encuentran rotadas en el ángulo descrito. Bajo este esquema, se introduce el concepto de peso efectivo, como

$$\vec{P}_{efec} = m(\vec{g} - \vec{a})$$

y la ecuación que describe el principio de Arquímedes se puede generalizar como

$$\vec{a}_f = \frac{(\rho_f - \rho_{ob})}{\rho_{ob}} (\vec{g} - \vec{a})$$

donde \vec{a}_f representa la aceleración con la que el objeto “emerge” o se “hunde”.

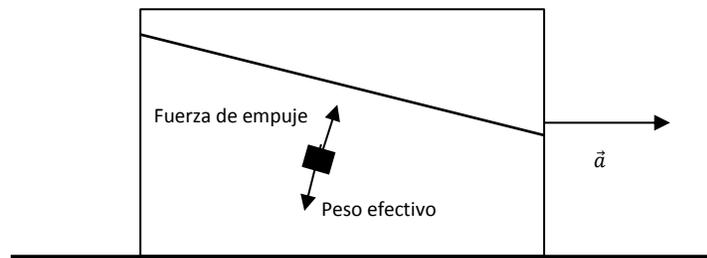


Fig. 22 Flotación de un cuerpo dentro de un líquido contenido en un recipiente que está acelerando hacia la derecha

La gravedad regulando la combustión de una vela (mechero)

La combustión es un rápido proceso de oxidación, caracterizado por una copiosa emisión luz y calor, lo que conlleva a una elevación de la temperatura del medio circundante. En particular, cuando se enciende una vela, o en general un mechero, se provoca la combustión del combustible en la mecha (o en la boca de salida), este proceso requiere de oxígeno y pronto, pudiese agotarse aquel que se encuentra en su entorno, por lo que se apagaría rápidamente. Sin embargo, el proceso de combustión puede continuar por largo rato debido a que el aire alrededor de la mecha es renovado constantemente, mientras la vela está encendida. Esto ocurre, debido a que el aire al calentarse se expande, por lo que disminuye su densidad haciéndose más liviano, en estas condiciones tiende a subir (flotar) y aquel que se encuentra más frío, en capas más altas, descenderá con su carga de oxígeno para alimentar la combustión, así se originará una corriente ascendente y otra descendente, ambas gobernadas por la acción gravitacional local. Evidentemente la rapidez de dichas corrientes dependerá de la intensidad del campo gravitatorio y por lo tanto, la calidad de la combustión quedará regulada por este, evidentemente si la gravedad fuese nula, no se producirían las corrientes de aire por lo que la llama se extinguiría rápidamente. Es claro entonces, que la gravedad es factor regulador de la calidad de la llama en una vela.

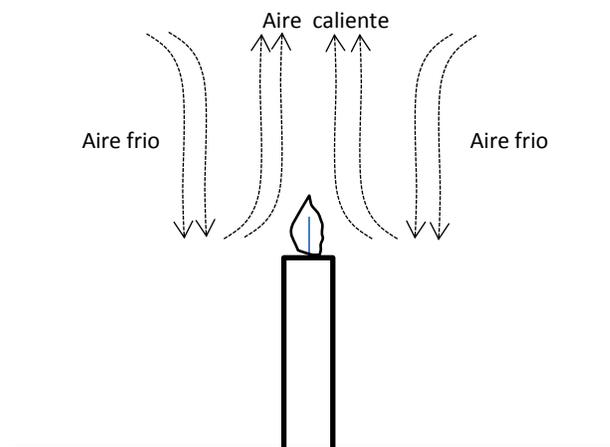


Fig. 21, flujo de aire en la combustión de una vela

Fisiología y fisonomía: diseños gravitacionales

En la evolución de los seres vivos, la gravedad tiene un rol muy destacado, pues muchos de nuestros órganos han sido “diseñados”, por la acción de esta; por ejemplo, el corazón necesita bombear sangre a través de todo el cuerpo, y puesto que un gran número de especies pasan buena parte de sus vidas “*de pie*”, es necesario que el bombeo pueda vencer la gravedad para llevar el líquido sanguíneo a las zonas más altas del cuerpo, esto le ha dado, a través de la evolución, un diseño a este órgano, en cuanto a forma y potencia, que le permite realizar esta tarea de manera eficaz. Muchos otros órganos muestran las huellas de cómo la acción gravitacional ha ido esculpiéndolos y haciéndolos más eficientes, inclusive, la fisonomía de los seres vivos, sería diferente, si la gravedad fuese distinta en la Tierra. Por ejemplo, si esta fuese más intensa, nuestras piernas, entre otros aspectos, serían más cortas y más anchas (seríamos más retacos), por el contrario, si la gravedad fuese más débil, probablemente, seríamos espigados y con extremidades más largas.



Fig. 22 posibles aspectos de las persona desarrolladas en ambientes con diferente intensidad de gravedad

Son incontables los procesos en los que interviene la gravedad de manera determinante, en algunos en forma directa y en otros indirectamente a través de mecanismos que controlan, de manera natural, el desarrollo, evolución y progreso en dichos procesos. Igualmente, en el diseño y funcionamiento de gran número de artefactos y maquinarias, la gravedad es uno de los elementos más importantes a tomar en cuenta, expresa o indirectamente, para conseguir rendimientos óptimos. Es por eso que podemos decir concluyentemente que:

“La gravedad está en todas partes”.

Epílogo

Para concluir este texto, haremos nuevamente la pregunta inicial:

¿Qué es la gravedad?

Sorprendentemente, después de haberse tratado diferentes aspectos acerca de la gravedad, se hace difícil responder esta pregunta. Un concepto preciso de ella, debería dar explicación de cómo y por qué se origina, esto no es una tarea fácil. Las teorías físicas evolucionan con la tendencia de modelar el universo desde su carácter más profundo, sin embargo, cuando se trata de hacer un análisis, con la rigurosidad de un enfoque esencial dirigido hacia lo más íntimo, se entra en un ámbito, sobre el que hay que hacer muchas conjeturas con muy pocos indicios. Es en este punto donde se originan variadas y complicadas concepciones, algunas de carácter metafísico y de vaga comprensión, a partir de las cuales se conforman modelos de altas complejidades conceptuales. Equilibradamente, el legado de Newton nos permite mantener una visión enfocada en una realidad perceptible, esto se puede vislumbrar a partir de uno de sus pensamientos reflexivos:

“Decir que cada cosa está dotada de una cualidad oculta por la cual actúa y produce efectos manifiestos, equivale a no decir nada; pero derivar de los fenómenos dos o tres principios generales y explicar de qué manera se deducen, de estos, las propiedades y acciones de todas las cosas corpóreas, es dar un gran paso”.

En concordancia con este pensamiento, vemos que no es el origen de la gravedad lo que es realmente trascendental en la descripción del universo, sino los efectos que esta produce. Así, bajo la concepción newtoniana es válido tratar la gravedad (o su efecto) como una fuerza atractiva, sin definirla como tal; mientras que en el contexto relativista esta es asociada a la distorsión del espacio-tiempo.

Nuevas y más avanzadas teorías serán desarrolladas para describir la dinámica del universo bajo diferentes contextos, que permitirán una descripción más intrínseca, brindando así la posibilidad de nuevos enfoques sobre el fenómeno de la gravedad. En la actualidad, y dentro de las limitaciones correspondientes, la Teoría de Gravitación Universal y la Teoría de la Relatividad General se mantienen como las de mayor consagración.

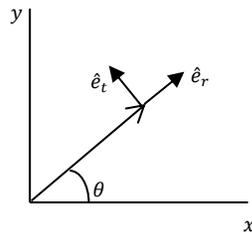
Apéndice

Ecuaciones de movimiento y trayectorias

Descripción newtoniana

En la descripción del movimiento bajo una fuerza central, conviene usar un sistema de coordenadas polares (r, θ) , cuyo origen coincide con el centro de fuerzas. En este sistema se definen dos vectores unitarios: \hat{e}_r en la dirección radial y \hat{e}_t como el *vector tangente*, perpendicular al primero, de tal forma que cualquier cantidad vectorial puede ser descrita en términos de estos, en particular la fuerza tendrá la forma

$$\vec{F} = F \hat{e}_r$$



La relación entre estos vectores unitarios y los asociados al sistema cartesiano es la siguiente:

$$\hat{e}_r = \hat{i} \cos \theta + \hat{j} \sin \theta$$

$$\hat{e}_t = -\hat{i} \sin \theta + \hat{j} \cos \theta$$

de lo que se obtiene

$$\frac{d\hat{e}_r}{d\theta} = -\hat{i} \sin \theta + \hat{j} \cos \theta = \hat{e}_t$$

$$\frac{d\hat{e}_t}{d\theta} = \hat{i} \cos \theta - \hat{j} \sin \theta = -\hat{e}_r$$

Por otro lado, la posición en este sistema, es descrita como: $\vec{r} = r\hat{e}_r$, siendo r la distancia al origen.

Por su parte, la velocidad (derivada temporal de la posición) toma la forma

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat{e}_r + r\frac{d\hat{e}_r}{dt} = v_r\hat{e}_r + r\frac{d\theta}{dt}\hat{e}_t$$

donde v_r representa la componente de la velocidad en la dirección radial, mientras que el segundo término en el miembro izquierdo, corresponde a la componente tangencial

$$v_t = r\omega$$

donde, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$. Entonces

$$\vec{v} = v_r\hat{e}_r + r\omega\hat{e}_t$$

A partir de la ecuación anterior se obtiene para la aceleración:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{dv_r}{dt} - r\omega^2\right)\hat{e}_r + \left(2v_r\omega + r\frac{d\omega}{dt}\right)\hat{e}_t = a_r\hat{e}_r + a_t\hat{e}_t$$

Donde

$$a_r = \frac{dv_r}{dt} - r\omega^2$$

es la componente radial de la aceleración, el primer término es referido a la aceleración con la cual cambia la longitud del radio, mientras que el segundo especifica la aceleración centrípeta. Evidentemente, si el radio es constante, como en el caso de un movimiento circular, la componente radial corresponderá únicamente a la aceleración centrípeta.

$$\vec{a} = -r\omega^2\hat{e}_r = -\frac{v_t^2}{r}\hat{e}_r$$

Para la componente tangencial, se tiene

$$a_t = 2v_r\omega + r\frac{d\omega}{dt}$$

Siempre que el movimiento sea bajo una fuerza central, la aceleración tangencial debe ser nula, por lo tanto

$$2 \frac{dr}{dt} \omega + r \frac{d\omega}{dt} = 0$$

de esta última se deduce que

$$\frac{d(r^2\omega)}{dt} = 0 \Rightarrow r^2\omega = l$$

donde l es una constante asociada a la cantidad de movimiento angular ($l = L/m = rv_t$).

Por su parte, para la componente radial se encuentra

$$\frac{dv_r}{dt} - r\omega^2 = \frac{F}{m}$$

Usando la Ley de Gravitación Universal, en esta última, se encuentra

$$\frac{d^2r}{dt^2} = -G \frac{M}{r^2} + \frac{v_t^2}{r} \quad (\text{A-1})$$

que corresponde a la Ecuación de Movimiento Newtoniana (A-1), para describir el comportamiento de una partícula libre en un campo gravitatorio, generado por un cuerpo esférico. Nótese que si no existe velocidad tangencial (A-1) se reduce a la ecuación de caída libre

$$a = -g(r)$$

Es posible ahora escribir (A-1) en términos de la constante l , con lo que se obtiene

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{l^2}{r^3} - \frac{GM_T}{r^2} \quad (\text{A-2})$$

La trayectoria de la partícula, quedará determinada a través de una función de la forma

$$r = r(\theta)$$

de esta manera

$$\frac{dr(\theta)}{dt} = \omega \frac{dr}{d\theta} = \frac{l}{r^2} \frac{dr}{d\theta}$$

o equivalentemente,

$$\frac{dr(\theta)}{dt} = -l \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r} \right)$$

y derivando nuevamente se obtiene

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{l^2}{r^2} \frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right)$$

Al sustituir en (A-2) se encuentra

$$\frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} = \frac{GM_T}{l^2}$$

bajo un cambio de variable $z = \frac{1}{r}$, se describe la expresión anterior como

$$\frac{d^2}{d\theta^2} z + z = \frac{GM_T}{l^2}$$

cuya solución es

$$z(\theta) = B_0 \cos\theta + \frac{GM_T}{l^2}$$

De las condiciones iniciales se puede determinar la constante B_0 , en efecto si se quiere representar el movimiento de un objeto que se encuentra inicialmente a una altura h sobre la superficie y con velocidad inicial (sólo tangencial) v_{ot} , entonces

$$z(0) = z_0 = \frac{1}{R + h}$$

Por lo tanto

$$B_0 = \frac{1}{(R + h)} - \frac{GM}{l^2}$$

Por otro lado, revirtiendo el cambio de variables se obtiene

$$r(\theta) = \frac{\frac{l^2}{GM}}{1 + \frac{l^2 B_0}{GM} \cos \theta}$$

haciendo

$$A = \frac{l^2}{GM}; \quad \varepsilon = \frac{l^2 B_0}{GM}$$

la función anterior toma una forma más simplificada

$$r(\theta) = \frac{A}{1 + \varepsilon \cos \theta}$$

donde A y ε son constantes, la primera con dimensiones de longitud y la segunda adimensional, que pueden ser determinadas usando nuevamente las condiciones iniciales,

$$r(0) = r_0 = R + h$$

encontrándose que $A = r_0(1 + \varepsilon)$

con lo que la ecuación de la trayectoria se escribe como

$$r(\theta) = r_0 \left(\frac{1 + \varepsilon}{1 + \varepsilon \cos \theta} \right)$$

Para interpretar esta solución conviene expresar explícitamente la constante ε en términos de los valores iniciales,

$$\varepsilon = \frac{(R + h)}{GM} v_{0t}^2 - 1.$$

de esta manera se visualiza el rango de valores que puede adquirir dicha constante, mostrando que

$$-1 \leq \varepsilon < \infty$$

El límite inferior ($\varepsilon = -1$) se obtiene cuando la velocidad tangencial inicial es cero y así, el cuerpo solo tendrá un movimiento en dirección radial. En general, (A-3) es la ecuación de las cónicas en coordenadas polares y de acuerdo a sus propiedades la trayectoria a seguir estará determinada por el valor de la constante ε . Efectivamente, se encuentra que para valores comprendidos entre -1 y 1, dicha trayectoria corresponde a una órbita cerrada, mientras que para valores mayores el objeto seguirá un curso sin retorno:

$$-1 < \varepsilon < 1 \Rightarrow \text{órbitas cerradas (elipses, círculos)}$$

$$\varepsilon = 1 \Rightarrow \text{órbitas abiertas parabólicas}$$

$$\varepsilon > 1 \Rightarrow \text{órbitas abiertas hiperbólicas}$$

En particular, una órbita circular ocurre cuando $\varepsilon = 0$, tal que la velocidad (tangencial) inicial es

$$v_{0t} = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$$

con valores menores la trayectoria tomará forma elíptica, con r_0 ubicado en el punto más alejado de la fuente gravitacional, por otro lado, si la velocidad es mayor entonces, la trayectoria corresponderá nuevamente a una elipse, pero esta vez la posición inicial (r_0), estará describiendo el punto más cercano a la fuente. Existe un valor crítico, de la velocidad tangencial inicial v_{max} , más allá del cual el objeto podrá escapar en una trayectoria abierta. Dicho valor, se consigue cuando $\varepsilon = 1$, en este caso

$$v_{max} = \sqrt{2 \frac{GM_T}{R_T + h}}$$

Algunos otros valores del parámetro ε pueden ser usados para predecir, fijar o adecuar trayectorias de cuerpos siderales, sondas espaciales, satélites y hasta de naves espaciales al moverse bajo la acción de gravedad de los distintos astros.

Descripción relativista

En el ámbito de la Relatividad General, el efecto de la gravedad está asociado a la curvatura del espacio-tiempo, por lo que las ecuaciones de movimiento son, en este contexto, las ecuaciones de las geodésicas¹⁰. La obtención de dichas ecuaciones resulta mucho más complicada que en la teoría newtoniana. Para tal efecto, es necesaria la descripción topológica del espacio-tiempo a través de una métrica. En el caso de simetría esférica la *métrica de Schwarzschild*¹¹ es la apropiada para describir una situación estática, que, en coordenadas esféricas $\{t, r, \theta, \varphi\}$, se escribe como:

$$ds^2 = \left(1 + 2G \frac{M}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + 2G \frac{M}{rc^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\varphi^2)$$

donde M es la masa del cuerpo central y c es la velocidad de la luz. A partir de esta métrica y mediante complicados cálculos, no apropiados en este texto¹², se obtienen las ecuaciones geodésicas para simetría esférica, en particular para la coordenada radial se encuentra

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} = -G \frac{M}{r^2} + \frac{v_t^2}{r} - 3G \frac{M v_t^2}{r^2 c} \quad (*) \quad (\text{A-4})$$

Conviene señalar que en esta última ecuación, la derivada temporal es tomada respecto al llamado tiempo propio τ y no al tiempo coordenado t , y aunque, como se indicó anteriormente, los cálculos relacionados a la Relatividad General quedan fuera de este contexto, se muestra la ecuación con la única finalidad de establecer una

¹⁰ Las geodésicas corresponden a la ruta natural que debe seguir un cuerpo libre en el espacio-tiempo.

¹¹ La primera solución exacta, de las ecuaciones de Einstein, fue deducida por el físico alemán Karl Schwarzschild (1873-1916), usando simetría esférica.

¹² Para los interesados en una rigurosa deducción de la métrica de Schwarzschild se recomienda "General Relativity" de Robert M. Wald o "Gravitation and Cosmology" de Steven Weinberg

comparación estructural entre (A-1) y (A-4), y así mostrar cómo, en el caso relativista aparece un término adicional que no está presente en la descripción newtoniana. En general, las velocidades en descripción son mucho menores que la velocidad de la luz ($v_t \ll c$), por lo que este término adicional resulta muy pequeño y los efectos asociados a este se hacen poco observables, no obstante, para valores relativamente grande de la masa central y radios pequeños, es posible que dichos efectos comiencen a hacerse perceptibles. La solución que se obtiene para (A-4), luego de un laborioso desarrollo, puede escribirse de la forma

$$r(\theta) = r_0 \left(\frac{1 + \varepsilon}{1 + \varepsilon \cos(\eta\theta)} \right) \quad (*) \quad (\text{A-5})$$

que corresponde a la ecuación de una elipse para valores adecuados de ε , donde

$$\eta = 3G \frac{M}{c^2} \frac{1}{a(1 - \varepsilon^2)}$$

es un factor de precesión, siendo a el semieje mayor. Al igual que en el contexto newtoniano (A-5) es una función periódica que debe repetirse cada ciclo ($\theta = 2\pi$), sin embargo, el factor de precesión desplaza el punto de periodicidad hasta el ángulo

$$\theta' = 2\eta\pi$$

de esta forma, se encuentra que, por cada revolución, habrá una precesión de la órbita de valor

$$\delta\theta = 2\pi(\eta - 1) = 6\pi G \frac{M}{c^2} \frac{1}{a(1 - \varepsilon^2)} \quad (\text{A-6})$$

tal que el perihelio experimentará un desplazamiento angular que no permitirá un “cierre” de la órbita en el punto inicial. Esto es un efecto que no está contemplado en la descripción newtoniana, siendo exclusivamente de carácter relativista.

Aplicado al caso de Mercurio:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{m^3}{Kg \, s^2} ; M_{\odot} \cong 2,0 \times 10^{30} Kg ; c \cong 3,0 \times 10^8 \frac{m}{s},$$

El semieje mayor de la órbita $a \cong 2,2 \times 10^{11} m$, y la excentricidad $\varepsilon \cong 0,21$ se obtiene, a partir de (A-6), que $\Delta\theta \cong 5,02 \times 10^{-7} rad$

Lo que corresponde al desplazamiento angular que experimenta el perihelio de Mercurio por cada revolución. Por otro lado, se tiene que un año mercurial (A_m) dura, aproximadamente, ochenta y ocho (88) días terrestres, por lo que

$$1 A_m \cong 0,24 \text{ año terrestre } (A_t)$$

Entonces, el desplazamiento angular por año terrestre es

$$\Delta\theta_{A_t} \cong \frac{5,02 \times 10^{-7}}{0,24} = 2,09 \times 10^{-6} \frac{\text{rad}}{A_t}$$

De esta manera el acumulado en un siglo es

$$\Delta\theta_{\text{siglo}} = 2,09 \times 10^{-4} \text{ rad} = 43,1''$$

que es aproximadamente igual al valor observado.

Bibliografía

- Aguirre, F. y Briceño, J. (2014). Sobre las leyes de Newton y los Sistemas de Referencia. Ediciones de Talleres Gráficos, Universidad de Los Andes, Venezuela.
- Demianski, M. (1985). *Relativistic Astrophysic. Pergamon Press. New York.*
- Elbaz, E. (1982). *Interactions Fondamentales et structure de la matière.* Editorial Hermann. Francia.
- Feynman, R., Leighton, R., y Sands, M. (1971). *Lectures on Physics, Mainly Mechanics, Radiation and Heat. The New Millennium Edition. USA*
- Garrido, N., Arias, M. J., & Aguirre, F. (1). El principio de Arquímedes en sistemas acelerados y su relación con el principio de equivalencia: Un conflicto cognitivo. *Encuentro Educativo, 16(3)*. Recuperado a partir de <https://produccioncientificaluz.org/index.php/encuentro/article/view/5709>
- Keith R., Symon. (1980). *Mechanics.* Addison-Wesley Publishing Company. USA
- Percoco, U. (2001). Inercia y masa. Ediciones CELCIEC, Primera Escuela Venezolana para la Enseñanza de la Física. Venezuela.
- Peter, C. (2000). Einstein y el nacimiento de la gran ciencia. Encuentros contemporáneos, Editorial Gedisa. España.
- Rago, H. (1992). Newton y el universo físico. Ediciones de Talleres Gráficos, Universidad de Los Andes, Venezuela.

- Rago, H. (2012). La atractiva gravedad. Universidad de Los Andes, Venezuela. Repositorio institucional Saberula. Recuperado a partir de: https://www.saber.ula.ve/bitstream/handle/123456789/17028/attractiva_gravedad.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Sagan, C. (1980). Cosmos. Editorial Planeta. Barcelona, España.
- Wald, R. (1984). *General Relativity. The University of Chicago Press. USA.*
- Weinberg, S. (1972). *Gravitation and Cosmology: principles and applications of the general theory of relativity., John Wiley and Sons, cop. USA.*



PUBLICACIONES
VICERRECTORADO ACADÉMICO

ISBN: 978-980-11-2058-2



9 789801 120582

El presente texto está orientado a reforzar la formación del docente que se desempeña en la enseñanza de la física en niveles fundamentales y en particular, en la rama de la mecánica. La formación de un profesor, en estas áreas, debe estar fundamentada en un extenso conocimiento teórico, de manera que la elaboración y el desarrollo de las estrategias didácticas puedan ser precisadas dentro de las limitaciones que restringen la aplicación de las leyes relativas al área de enseñanza. La labor básica de un docente, en este ámbito, es la de transmitir las ideas científicas, en un lenguaje asequible y de fácil comprensión, con un bajo nivel de complejidad, lo que obliga, en muchos casos, a la simplificación de los modelos usados y esto, en numerosas ocasiones, desvirtúa el verdadero significado de los conceptos. Tal es el caso de la gravedad, la cual se introduce, generalmente, de manera muy ligera, omitiendo la importancia primordial que, en el Universo, tiene este fenómeno.

A través de este texto, se pretende esclarecer la noción de gravedad, bajo las interpretaciones de dos diferentes teorías: la Teoría de Gravitación Universal de Newton y la Teoría de Relatividad General de Einstein, esta última bajo un tratamiento ligero. En la mayor parte de la lectura se usa un formalismo matemático básico y, como parte del objetivo en este contexto, se sugiere la deducción de las expresiones y ecuaciones presentadas, salvo en aquellos casos que hayan sido extraídas de los resultados de la aplicación de cálculo más avanzado, las cuales estarán señaladas con un asterisco; esto debe fortalecer el nivel de comprensión y de crítica de los conceptos presentados, apuntando hacia el objetivo que se persigue.

Félix Antonio Aguirre Márquez