

Capítulo 4

ANÁLISIS EXPERIMENTAL DEL PANDEO LOCAL BAJO CARGAS CÍCLICAS

4.1 DESCRIPCIÓN DEL ENSAYO

Para efectuar el análisis experimental del pandeo local bajo cargas cíclicas se construyeron probetas compuestas por tubos de acero estructural de una longitud de 489 mm, de sección circular con un diámetro externo de 60.3 mm y un espesor de pared de 2.6 mm. Estos tubos se encuentran comercialmente en Venezuela bajo la denominación CONDUVEN ϕ 2.5" y son idénticas a las utilizadas en ensayos monotónicos. Las probetas fueron cortadas de la longitud deseada, fijadas al sistema de aplicación de cargas utilizando el ensamblaje metálico anteriormente descrito al cual se une la probeta mediante cordones de soldadura contruidos con electrodos E60, a fin de lograr la completa sujeción de la probeta en uno de sus extremos, tal como se muestra en la figura 4.1a.

La soldadura de la probeta a su elemento de sujeción se efectuó en dos etapas formando cordones discontinuos y permitiendo el enfriamiento de la primera etapa del cordón antes de aplicar la segunda, tal como en el caso de ensayos monotónicos. La probeta se colocó en el chasis metálico que se encontraba colocado sobre la máquina de aplicación de las historias de carga, que era una Máquina Universal Tinius Olsen de transmisión hidráulica, con una capacidad máxima de 200 toneladas y una precisión de 4 kilogramos. Este montaje puede verse en la figura 4.1a.

Durante cada ensayo se impusieron al extremo libre de la probeta, desplazamientos perpendiculares al eje de la misma, siguiendo un esquema de cargas y descargas previamente establecido y cambiando el signo de las fuerzas aplicadas, de modo de lograr historias del tipo cíclico. El esquema de las historias aplicadas se muestra en la figura 4.1b.

La deformación de las probetas se midió en forma sistemática utilizando un extensómetro digital de reloj, colocado en el mismo plano de carga y en la misma forma de los ensayos monotónicos.

El procedimiento experimental propiamente dicho consistió en imponer los desplazamientos laterales del extremo libre de la probeta y registrar la carga indicada por la maquina universal. La aplicación de estos desplazamientos se hizo de modo progresivo, a fin de lograr curvas lo mas parejas posible.

En todos los casos se verificó la hipótesis de comportamiento esperado, consistente en una viga – columna elástica y una rótula inelástica en el extremo fijo con efectos de plasticidad más daño concentrado. Este comportamiento se puede apreciar en la figura 4.7 y se diferencia del caso monotónico en la aparición no simultánea de pandeo local en ambos lados de la probeta, debido a que la inversión de las cargas aplicadas producía efectos alternos de tracción y compresión en cada lado de la pieza ensayada.

Tampoco se tomaron en cuenta ninguno de los efectos que pudiesen existir en forma colateral, tal como falla de soldaduras o uniones, sino que se tomaron las precauciones para su prevención.

No se presentaron ensayos en los que el mecanismo de falla fuese diferente al esperado y debido a la experiencia adquirida en los primeros ensayos monotónicos acerca de fallas de soldadura, se realizaron cordones intermitentes permitiendo el correcto enfriamiento y no se presentaron fallas por sobrecalentamiento de la probeta.

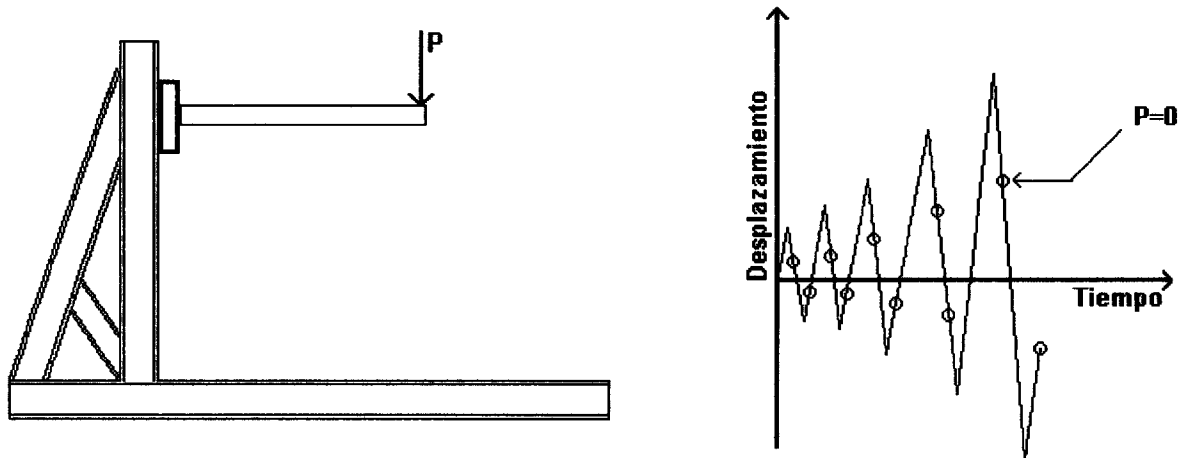


Figura 4.1 a) Modelo de prueba. b) Historia de prueba histerética.

Los ensayos mostraron las tres etapas fundamentales de comportamiento, una primera en la que el comportamiento resultó esencialmente lineal, sin deformaciones remanentes al momento de la descarga; una segunda etapa no lineal en la que se apreciaron deformaciones permanentes crecientes al momento de las descargas, signo de comportamiento no lineal y una tercera etapa en la que se podía apreciar una disminución en la magnitud de la fuerza resistente de la probeta ante cargas de ambos signos, lo que indicaba un deterioro en el comportamiento de la misma producto del pandeo bilateral que se evidenciaba en la zona del extremo fijo de la probeta.

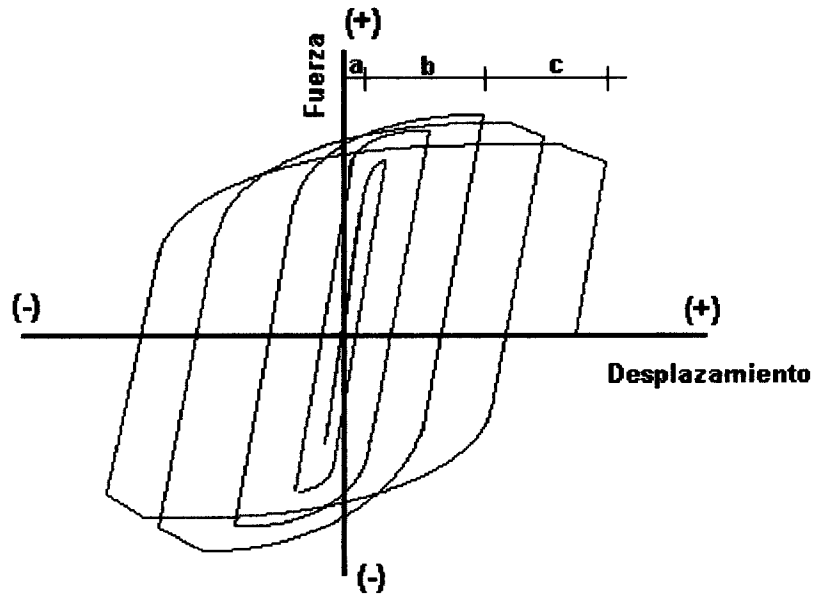


Figura 4.2. Etapas del ensayo. a) Etapa lineal b) Etapa no lineal c) Etapa de deterioro

Los resultados obtenidos en cada uno de los ensayos se ajustan al comportamiento esperado. Durante cada una de las etapas del ensayo, se efectuaron descargas e inversiones del signo de las cargas, tomando especial cuidado en las mediciones durante las descargas a fin de poder evaluar las pendientes y así verificar variaciones en la rigidez del elemento. Estas descargas se efectuaron tratando de lograr deformaciones máximas de cada medio ciclo separadas a intervalos regulares de las anteriores.

4.2 DESCRIPCIÓN DE RESULTADOS

Los resultados de los ensayos histeréticos se presentan en las figuras 4.3 a 4.6. Se aprecian en cada uno de ellos, las tres etapas de comportamiento previstas, es decir, existe una primera etapa en la que el comportamiento es esencialmente lineal y no se aprecian deformaciones permanentes en las descargas, la pendiente de las descargas permanece similar a la inicial, esta etapa es seguida de una segunda en la que el comportamiento ya es claramente inelástico y se caracteriza por la aparición de deformaciones no proporcionales a las fuerzas aplicadas aunque el material aumenta su resistencia, lo que indica un endurecimiento

progresivo del material que tiende de forma asintótica hacia un límite superior de resistencia.

Durante esta segunda etapa no se observan cambios sustanciales de la pendiente de las descargas. Una vez alcanzada la capacidad máxima de la probeta se inicia la tercera etapa, en la cual las probetas comienzan a presentar un decremento progresivo de su resistencia. Durante las descargas de la tercera etapa se hace evidente una disminución de la pendiente de descarga elástica, indicativa de la disminución progresiva de la rigidez del elemento; los fenómenos anteriores se pueden apreciar en la figura 4.2; del mismo modo se evidencia pandeo local de las paredes de la probeta en la zona donde los esfuerzos debidos a flexión son máximos, que es la zona cercana al extremo fijo de la misma.

En todos los ensayos se observó en forma consistente la existencia de estos tres fenómenos y aunque existe un cierto grado de subjetividad en las observaciones del pandeo local, se observó al igual que en los ensayos monotónicos, una coincidencia en el instante de su aparición.

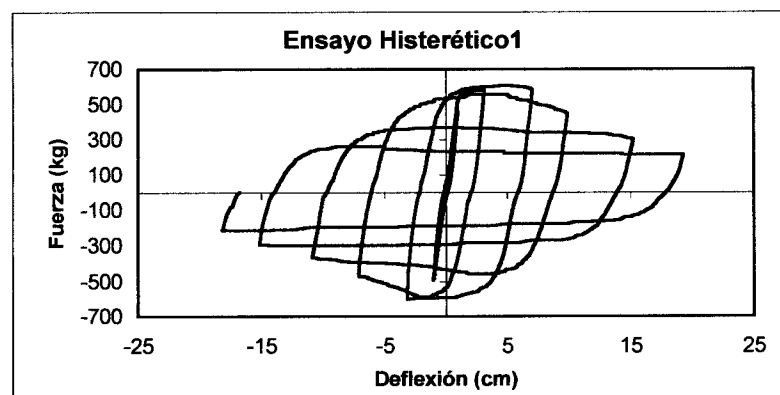


Figura 4.3 Curva Fuerza vs. Deflexión probeta histerética 1

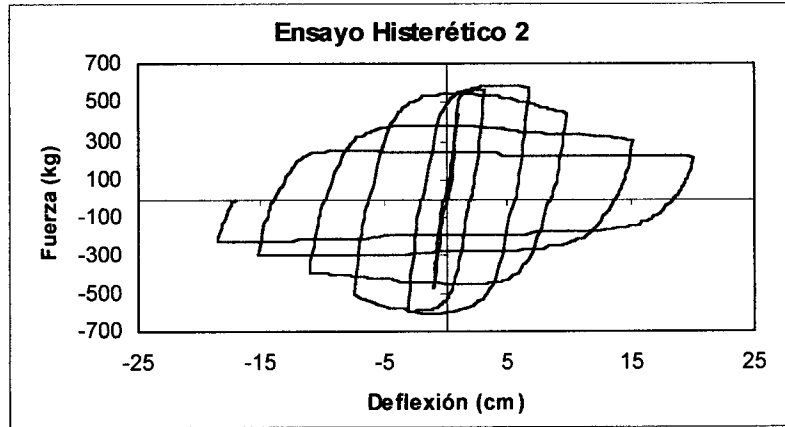


Figura 4.4 Curva Fuerza vs. Deflexión probeta histerética 2

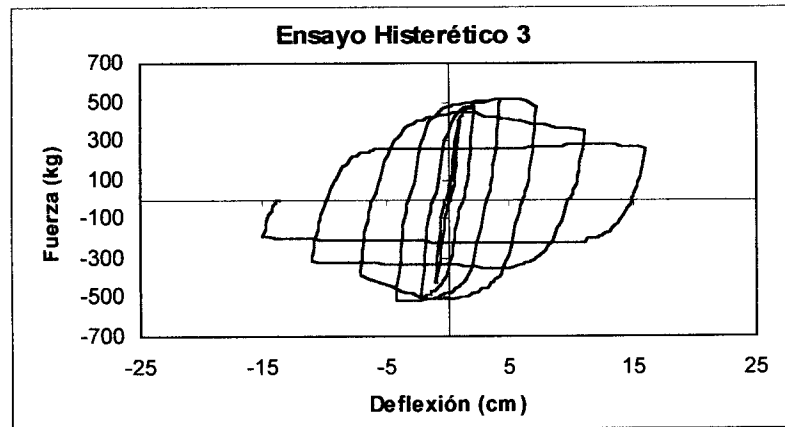


Figura 4.5 Curva Fuerza vs. Deflexión probeta histerética 3

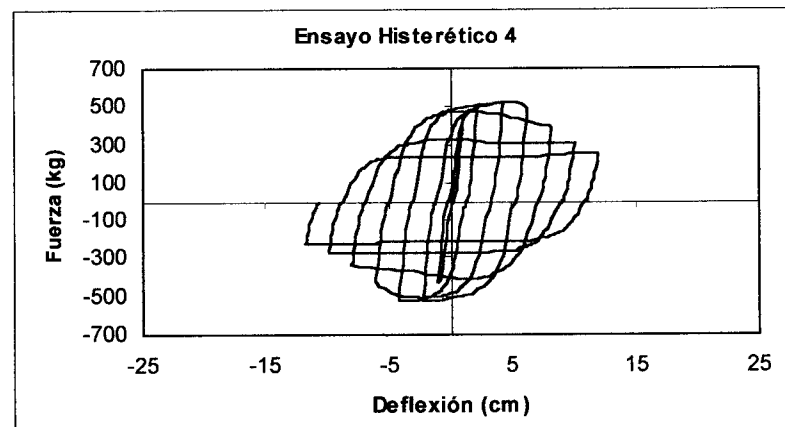


Figura 4.6 Curva Fuerza vs. Deflexión probeta histerética 4

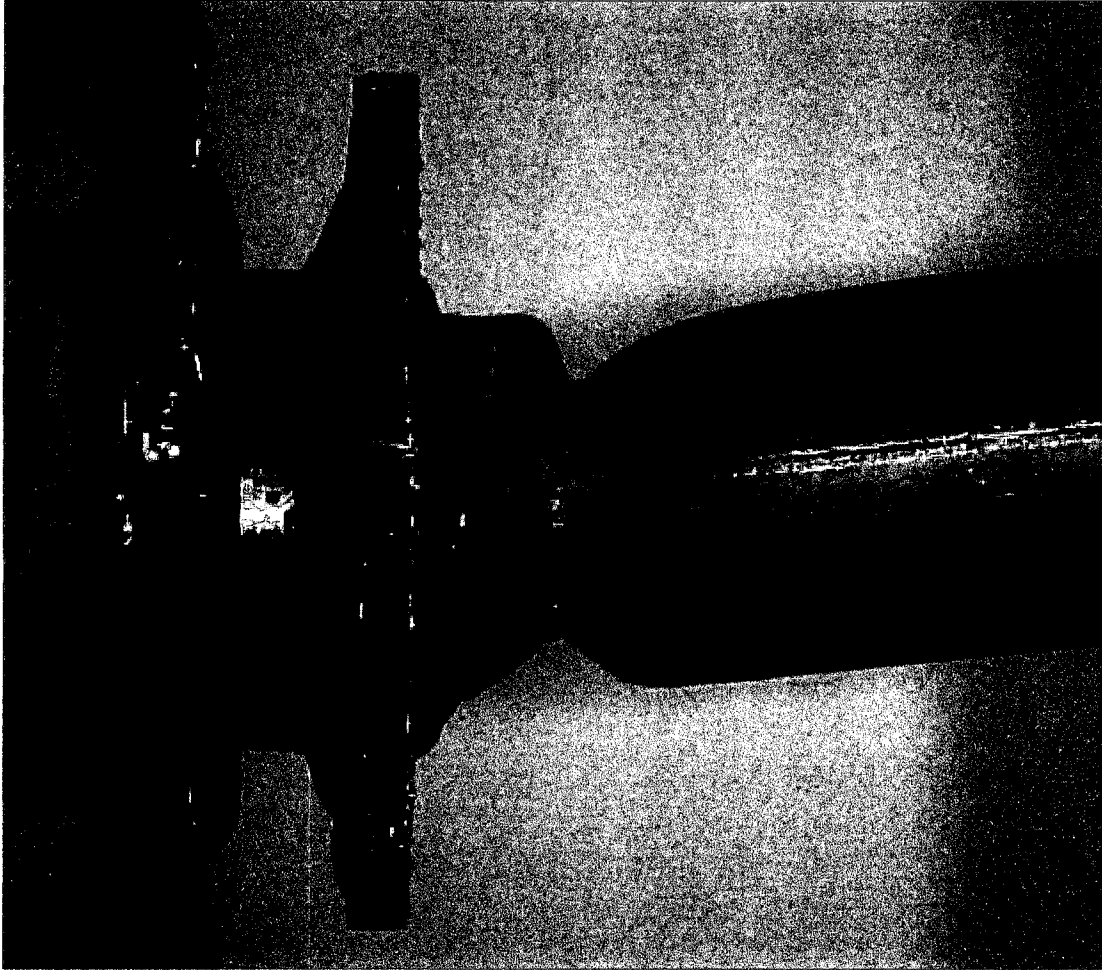


Figura 4.7 Pandeo local bajo la acción de cargas cíclicas.

En la figura anterior se evidencia la formación de dos pandeos diferentes en ambos lados de la probeta, a diferencia del caso monotónico donde solamente se forma un pandeo del lado de la compresión. Asimismo se aprecian diferentes grados de desarrollo del pandeo en ambos lados de la probeta.

Capítulo 5

MODELADO DEL PANDEO LOCAL BAJO CARGAS CÍCLICAS DE FLEXIÓN

5.1 LIMITACIONES DEL MODELO CON UNA VARIABLE DE DAÑO POR RÓTULA

Cuando se relacionan, según el caso, a la flexibilidad del elemento, su resistencia a flexión o el valor de la variable de daño con la deformación permanente del elemento, se puede notar de inmediato que las variaciones de todos los comportamientos se inician en forma prácticamente simultánea entre sí y coinciden con la aparición del pandeo local en el lado comprimido de la probeta; esto permite concluir que la resistencia y la rigidez de un elemento son variables íntimamente relacionadas con el pandeo local.

Tal como se indicó en el capítulo 3, Inglessis et al. [14,16,17] proponen un modelo que incluye rótulas plásticas con daño en el cual se asume que el pandeo local es la causa física de la pérdida de rigidez y resistencia del miembro. El estado de esas rótulas inelásticas queda definido por la rotación plástica que se presenta durante los ciclos de carga y descarga, tal como el caso de las rótulas plásticas convencionales, añadiendo una variable local de daño que relaciona el deterioro de la capacidad resistente de un elemento a flexión con la existencia y evolución del pandeo local. Esta variable de daño se supone que evolucione en forma continua desde cero hasta uno como una función de la rotación plástica de la rótula.

De este modo, en este modelo, la matriz de rigidez del elemento depende de los valores de daño de las rótulas inelásticas. De esta forma se representa la degradación causada por el pandeo local. Por otro lado, el momento de cedencia de la rótula depende también del valor del daño y de esa manera se caracteriza la degradación de la resistencia. Este modelo permite una representación simple y eficiente del comportamiento de estructuras con pandeo local bajo cargas del tipo monotónico.

En la figura 5.1 se puede observar que el modelo de Inglestis representa adecuadamente el comportamiento de probetas bajo la acción de cargas monotónicas.

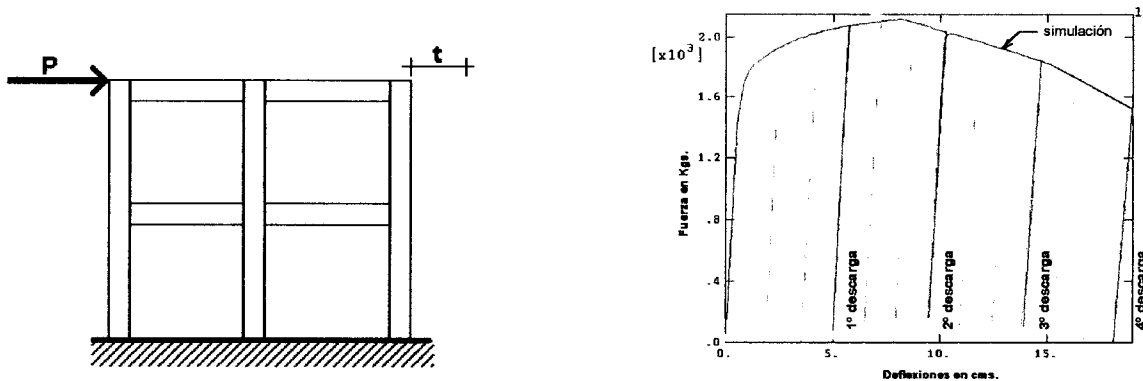


Figura 5.1 Modelo de Inglestis ante cargas monotónicas[15]

Sin embargo, los autores someten a prueba al modelo planteado mediante ensayos con cargas cíclicas, donde el comportamiento del modelo no se encuentra acorde con los resultados experimentales. El modelo simulado por los autores presenta un deterioro mayor que el observado en laboratorio en el comportamiento del elemento. Esto significa que la variable de daño incluida en el modelo representa eficientemente el caso monotónico, debido a que el daño representado por el pandeo local solamente está presente en el lado siempre comprimido de las probetas de ensayo; pero en caso histerético el daño se presenta en ambos lados de la probeta según lo indiquen los cambios de signo de las cargas en las probetas y el modelo estudiado deja de representar adecuadamente el efecto del pandeo local, pues de algún modo lo sobreestima. Este comportamiento del modelo de Inglestis se muestra en la figura 5.2.

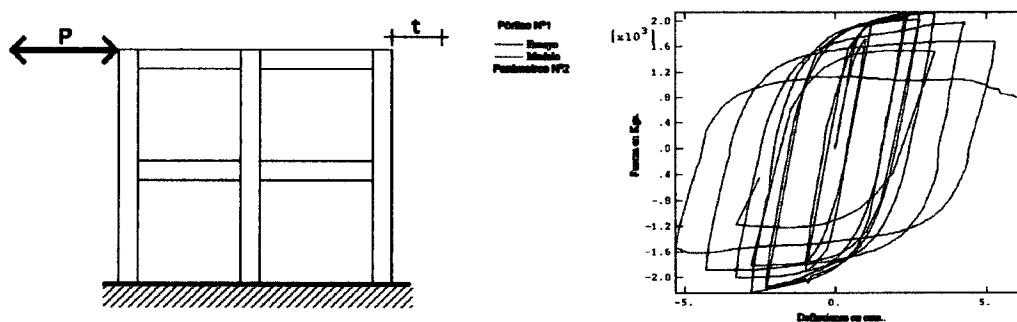


Figura 5.2 Modelo de Inglestis ante cargas histeréticas[15]

El modelo propuesto por Inghlessis en 2000 resulta entonces insuficiente para representar el comportamiento cuando el elemento estructural se encuentra sujeto a cargas histeréticas, pues este modelo supone la presencia de un único pandeo local en la rótula inelástica, así como supone la misma tasa de evolución para el pandeo local durante historias de carga monotónicas e histeréticas, lo cual no concuerda con las observaciones experimentales.

5.2 UNILATERALIDAD DE LA LEY DE ESTADO

Durante la parte experimental de este trabajo se llevaron a cabo grupos de pruebas de dos tipos diferentes: Pruebas monotónicas e histeréticas. En todos los casos estudiados se presentaron las tres etapas clásicas de comportamiento, la etapa de comportamiento elástico, la de deformaciones plásticas con endurecimiento del material y la etapa de degradación del comportamiento caracterizada por degradación de la resistencia, degradación de la rigidez y presencia de pandeo local.

Sin embargo, al analizar los resultados, gráficas y fotografías que muestran el comportamiento de las diversas probetas se nota de inmediato que las probetas sometidas a cargas cíclicas tienen un comportamiento totalmente diferente a las probetas sometidas a historias monotónicas.

En las figuras 5.3 y 5.4 se evidencia una de las diferencias entre ambos comportamientos. En un caso el pandeo se presenta solo en el lado comprimido y en el otro existe en ambos lados. Esto sugiere de inmediato la presencia de dos pandeos diferentes no acoplados y que evolucionan dependiendo de la historia de carga impuesta. Se llamará pandeo local positivo a aquel que se produce por momentos positivos y pandeo local negativo a aquel producido por momentos de signo contrario.

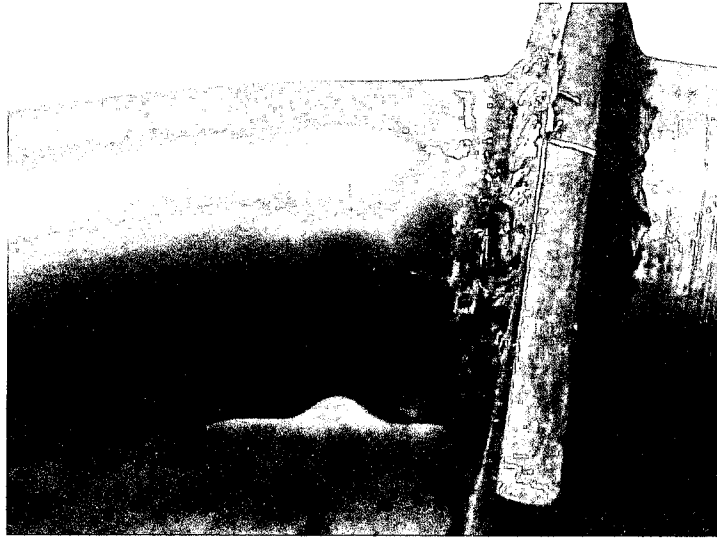


Figura 5.3. Pandeo local caso monotónico

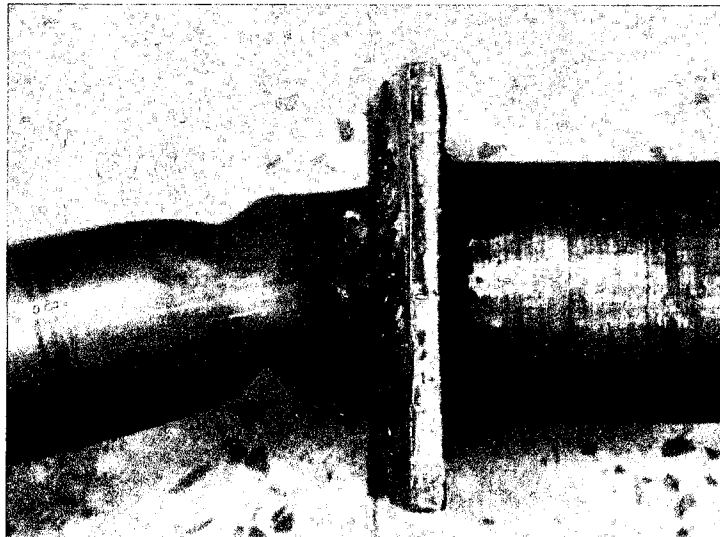


Figura 5.4. Pandeo local caso histerético

Tomando como base las observaciones anteriores, se introducen en el modelo dos variables de daño en cada una de las rótulas de la pieza, representando cada una de ellas uno de los dos pandeos locales posibles en ese extremo. De este modo se definen dos matrices de daño \mathbf{D} cuyas expresiones son: $\mathbf{D}^+ = \{d_i^+, d_j^+\}$ y $\mathbf{D}^- = \{d_i^-, d_j^-\}$ que representan respectivamente al pandeo local positivo y al pandeo local negativo y corresponden a la figura 5.5 que se muestra a continuación.

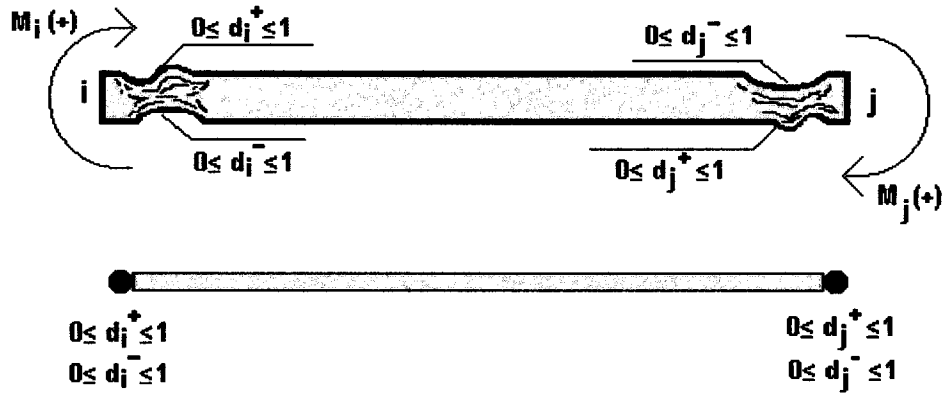


Figura 5.5 Elemento estructural con daño unilateral

La figura 5.6 muestra el ensayo histerético 3 y la figura 5.7 muestra los resultados de las descargas elásticas del mismo. En esta última figura se nota de inmediato por comparación que las pendientes de descarga elástica permanecen constantes antes de que se inicie el daño y, una vez comenzado éste, las pendientes comienzan a disminuir, mostrando que el aumento de la flexibilidad de la probeta se encuentra relacionada con la aparición del pandeo.

De igual modo, se nota que para rotaciones iguales o similares, las pendientes de descarga también lo son, mostrando de este modo que el aumento de la flexibilidad de las probetas es un fenómeno que se encuentra relacionado solo con los pandeos locales que corresponden a su propio signo, no teniendo relación con la evolución de los pandeos locales del signo opuesto, al menos para niveles bajos o medios de pandeo local.

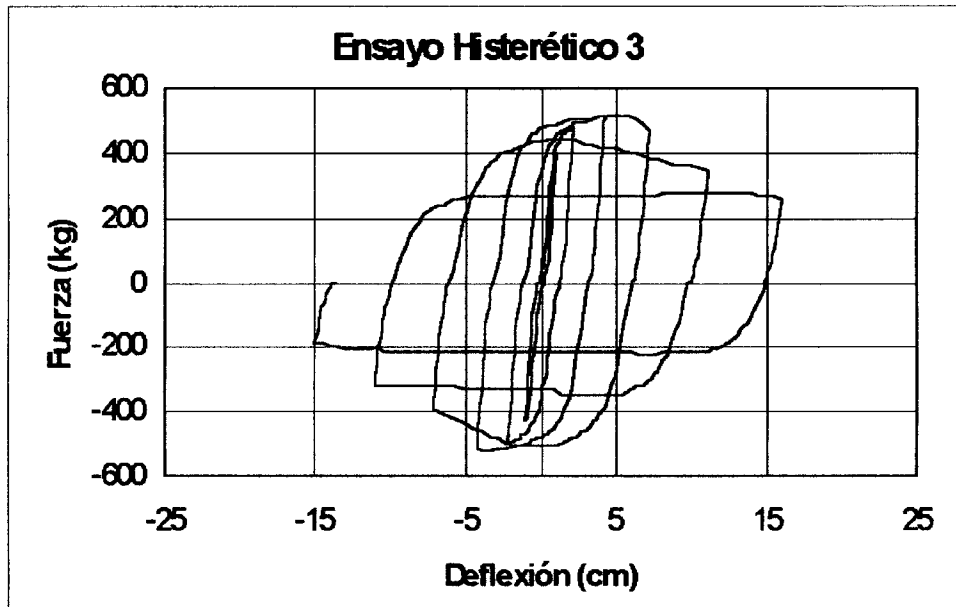


Figura 5.6 Ensayo Histerético 3

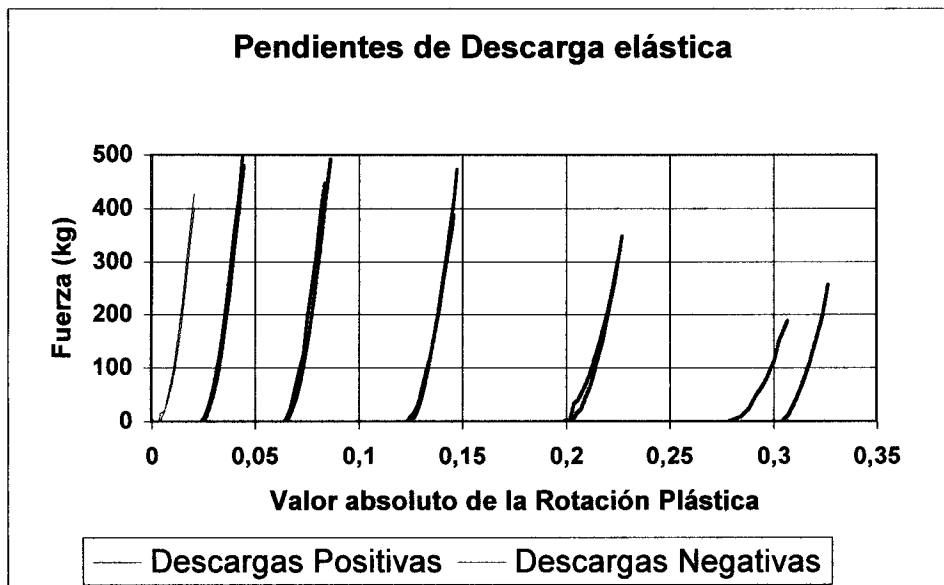


Figura 5.7 Pendientes de descarga elástica ensayo histerético 3

Se hace notar que en la figura 5.7 se tiene que, para ambos signos, las dos primeras descargas corresponden a un estado sin daño y las siguientes cuatro se corresponden con diferentes grados de avance del pandeo local.

De igual modo, en el momento de las descargas positivas, no se ha producido aun el incremento de pandeo negativo correspondiente y cada vez que ocurre una

nueva descarga negativa, ya se produjo su contraparte positiva. Sin embargo para ambas descargas se aprecia una pendiente similar, indicando que en ambos casos el aumento de la flexibilidad es independiente para cada sentido.

Puede entonces definirse una Ley de Estado para un miembro de un pórtico expresada como la relación entre la historia de las deformaciones generalizadas y los esfuerzos generalizados, tal como se describe a continuación:

$$\{\Phi - \Phi_p\} = \mathbf{F}(\mathbf{D}^+) \langle \mathbf{M} \rangle_+ + \mathbf{F}(\mathbf{D}^-) \langle \mathbf{M} \rangle_- \quad (5-4)$$

donde Φ y Φ_p tienen el mismo significado descrito anteriormente, \mathbf{F} es la matriz de flexibilidad del elemento que depende del grado y signo del pandeo local y, $\langle \mathbf{M} \rangle_+$ y $\langle \mathbf{M} \rangle_-$ representan respectivamente las partes positiva y negativa de la variable \mathbf{M} , de tal modo que:

$$\langle \mathbf{M} \rangle_+ = \begin{cases} m & \text{si } m \geq 0 \\ 0 & \text{si } m < 0 \end{cases} \quad \langle \mathbf{M} \rangle_- = \begin{cases} m & \text{si } m \leq 0 \\ 0 & \text{si } m > 0 \end{cases} \quad (5-5)$$

La matriz \mathbf{F} puede a su vez ser descompuesta en dos partes como en el capítulo 3, una matriz de flexibilidad elástica \mathbf{F}_0 y un término adicional $\mathbf{C}(\mathbf{D})$ debido al pandeo local en el miembro del pórtico, quedando expresada como:

$$\mathbf{F}(\mathbf{D}) = \mathbf{F}_0 + \mathbf{C}(\mathbf{D}) \quad (5-6)$$

donde la matriz \mathbf{F}_0 tiene la forma clásica descrita en los textos de Análisis Estructural y la matriz $\mathbf{C}(\mathbf{D})$ es una matriz diagonal descrita en el capítulo 3 que implica que para un daño igual a cero no existe flexibilidad adicional, mientras que para un daño tendiente a la unidad, la flexibilidad tiende a infinito o lo que es lo mismo, la rigidez tiende a cero.

De este modo, el pandeo local de elementos metálicos tubulares presenta similitudes con respecto al agrietamiento de miembros de concreto reforzado, en el cual las grietas en zona de tracción causadas por momentos de un signo dado,

se cierran cuando la carga se invierte y el momento cambia su signo, no afectando el agrietamiento preexistente al comportamiento del miembro luego de la inversión de cargas.

A este fenómeno se le conoce como Unilateralidad y el comportamiento observado de miembros de acero estructural puede entonces ser tomado hasta cierto punto como unilateral, adjetivo que proviene del modelado del comportamiento de materiales frágiles mediante la teoría del daño continuo. Para nuestro contexto, unilateralidad significa que el pandeo local que se desarrolla bajo momentos de un signo dado, no tiene influencia significativa, al menos hasta un cierto grado de evolución, en la degradación de la rigidez de la probeta cuando el momento cambia su signo.

Esta unilateralidad implica que el caso monotónico descrito en el capítulo 3 es un caso particular del caso histerético, debido a la existencia de pandeo en un solo lado del miembro.

5.3 UNILATERALIDAD DE LA FUNCIÓN DE FLUENCIA

En esta sección se propone verificar si la hipótesis de unilateralidad se cumple para el deterioro de la resistencia. Para esto, surge la idea de verificar los cambios en la resistencia máxima de las probetas mediante la realización de un ensayo histerético cuyos lazos no sean simétricos o similares. Este ensayo fue bautizado como “Ensayo Mixto” debido a la forma de su realización y se muestra en la figura 5.8.

Para este caso la probeta fue ensayada siguiendo un programa claramente prescrito: el ensayo comienza en forma monotónica incluyendo descargas y posteriores recargas hasta sobrepasar la máxima capacidad positiva producto de la sobrerresistencia del material, continuando hasta que el deterioro se inicia y se desarrolla pandeo local positivo; una vez alcanzado este estado, se inicia un primer ciclo de histéresis en el que se sobrepasa la máxima capacidad negativa y se inicia el pandeo local negativo; se descarga la probeta y se recarga nuevamente con signo positivo hasta sobrepasar la nueva capacidad máxima positiva, se reinvierte la carga para verificar la máxima capacidad negativa y, de

nuevo se reinicia la recarga positiva, esta vez hasta lograr reactivar el pandeo local positivo y el consiguiente deterioro de la capacidad, luego de lo cual se termina el ensayo. Este ensayo se muestra en la figura 5.8 en forma de gráfica fuerza contra deflexión.

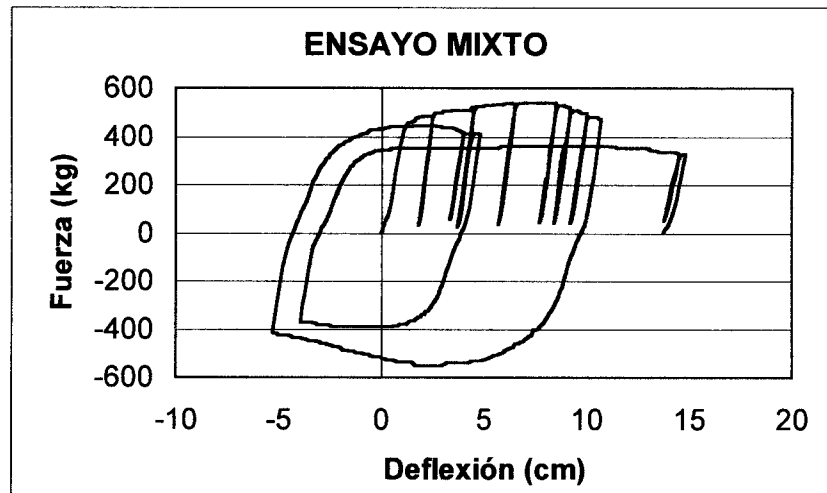


Figura 5.8. Ensayo mixto

Al realizar este ensayo se obtuvo que la máxima capacidad positiva de la probeta fue de 540 Kgs; se continuó esta etapa monotónica del ensayo hasta sobrepasar la rotación plástica crítica e iniciarse el pandeo local y degradación del comportamiento. Luego de esto se produce la primera inversión del sentido de las cargas y se recarga la probeta en sentido negativo, obteniéndose una máxima capacidad negativa de 552 Kgs., lo que indica que en efecto, aunque se había logrado producir pandeo local positivo en un lado de la probeta, éste no afectó la resistencia de la misma luego de la inversión de las cargas; durante el segundo ciclo se nota un comportamiento similar que puede ser indicativo que la resistencia de un elemento sometido a cargas negativas está apenas influenciado por el pandeo positivo y viceversa. Esto confirma la unilaterialidad del pandeo y por ende, del daño.

Para describir la función de fluencia en el caso histerético, se puede ampliar la descrita en el capítulo 3, de modo de considerar la existencia de dos pandeos diferentes en cada rótula inelástica y por ende de dos daños que pueden evolucionar de modo independiente. Para describir este comportamiento de una rótula con pandeo local unilaterial, se propone:

$$f_i = \text{Sup} \left(\frac{m_i}{1-d_i^+} - x - m_e ; -\frac{m_i}{1-d_i^-} + x - m_e \right) \leq 0 \quad (5-7)$$

donde los términos $\frac{m_i}{1-d_i^+}$ y $\frac{m_i}{1-d_i^-}$ representan al “momento equivalente” en la rótula plástica del extremo i con pandeo local; del mismo modo, su contraparte para el extremo j queda expresado como:

$$f_j = \text{Sup} \left(\frac{m_j}{1-d_j^+} - x - m_e ; -\frac{m_j}{1-d_j^-} + x - m_e \right) \leq 0 \quad (5-8)$$

donde los términos $\frac{m_j}{1-d_j^+}$ y $\frac{m_j}{1-d_j^-}$ representan a su vez al “momento equivalente”

en la rótula plástica del extremo j con pandeo local y donde x y m_e son términos de endurecimiento cinemático y momento máximo elástico de la sección transversal del elemento, tal como se definieron en el capítulo 3. El término Sup que encabeza las expresiones 5-7 y 5-8 implica la evaluación de las dos expresiones que toman en cuenta los pandeos positivo y negativo y seleccionar de aquellas la que resulte mayor.

De este modo se puede describir el deterioro de la resistencia de un elemento como un fenómeno unilateral para niveles bajos o medios de daño. Sin embargo, a medida que aumenta el deterioro de las probetas, se nota un acoplamiento entre ambas resistencias; este puede ser significativo para altos grados de pandeo local de ambos signos, lo que indica un cierto grado de acoplamiento entre ambos procesos.

5.4 CONTRAPANDEO EN ENSAYOS HISTERÉTICOS.

Observando las gráficas de comportamiento y siendo que las características de los perfiles utilizados para la construcción de las probetas son idénticas tanto para los ensayos monotónicos como para los histeréticos, se puede concluir que la diferencia del comportamiento de las probetas no se debe en ningún caso a diferencias de material o de sección transversal sino a que, a diferencia de las

historias de carga monotónicas, para las historias de carga histeréticas los comportamientos no se encuentran relacionados con la variable de daño utilizada por Inglese.

Durante los ensayos histeréticos, se observa que el pandeo local evoluciona mas lentamente que en los ensayos monotónicos y al analizar las figuras 5.9a y 5.9b, se nota de inmediato que para obtener iguales valores de la variable de daño, la rotación plástica acumulada requerida en el caso histerético es mucho mayor que en caso monotónico. Esto se hace aun mas evidente al superponer ambas curvas, tal como se muestra en la figura 5.10.

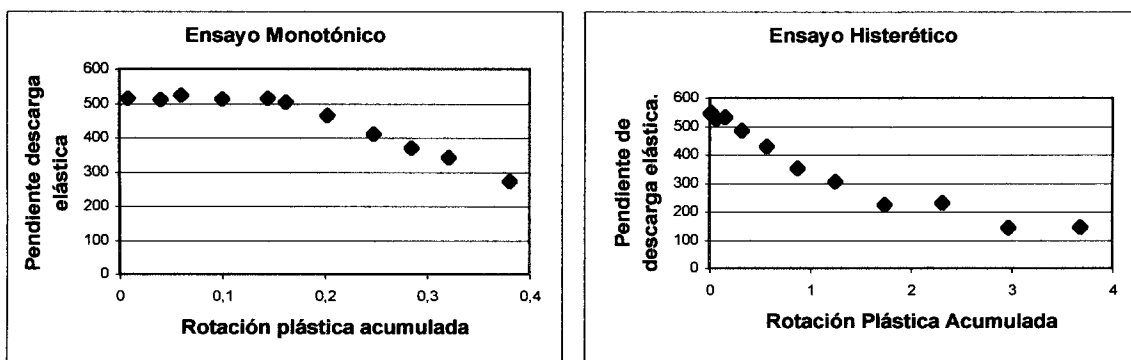


Figura 5.9. a) Caso Monotónico b) Caso Histerético

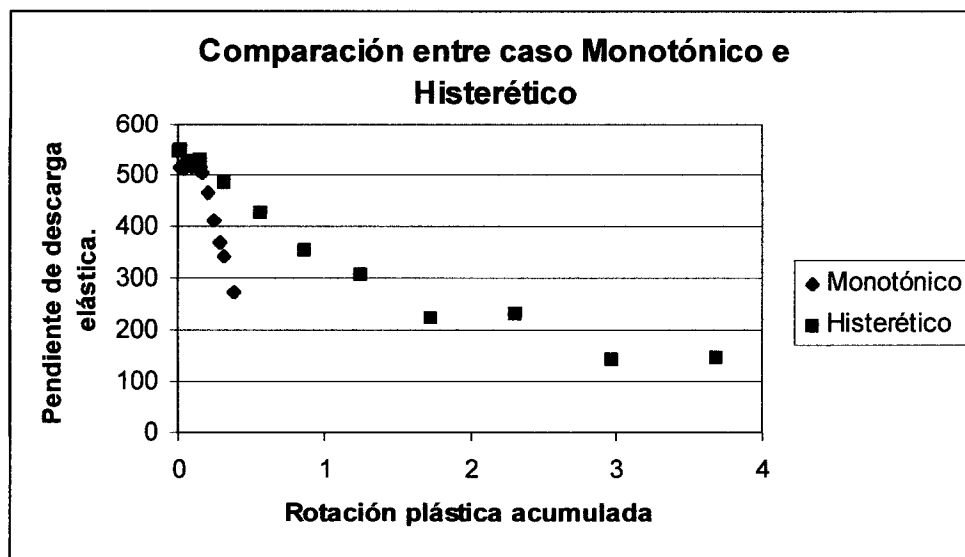


Figura 5.10 Comparación entre caso monotónico y caso histerético

Estas figuras muestran la evolución de la pendiente promedio de descarga elástica como una función de la rotación plástica acumulada para los ensayos monotónicos e hysteréticos. Para esta comparación se asume que el pandeo local es la causa física de la degradación de la rigidez del elemento. Asimismo, la rotación plástica acumulada de las rótulas se utiliza como una medida del grado de carga, tal como en Inglessis et al. [15,16,17] y en ambos casos esta rotación plástica acumulada r_i de una rótula está medida del siguiente modo:

$$dr_i = |d\phi_i^p| \quad (5-9)$$

La pendiente promedio de descarga Z se utiliza como una medida del deterioro de la rigidez del elemento y, por tanto, como medida del grado de pandeo local. La figura 5.10 muestra que la rotación plástica acumulada no puede ser utilizada como variable conductora del pandeo local en un caso hysterético.

Aunque existen varias razones para la existencia de diferentes tasas de pandeo local bajo cargas monotónicas e hysteréticas, se considera que la primera causa posible es la existencia de dos pandeos locales diferentes en el caso de cargas hysteréticas contra un único pandeo local en el caso de las cargas monotónicas.

Una vez identificados dos pandeos locales diferentes y aceptada la hipótesis de unilateralidad, se procede a evaluar los cambios de la pendiente de descarga elástica, pero tomando en cuenta solamente la rotación plástica acumulada que corresponde al signo del pandeo.

Estas rotaciones plásticas acumuladas positivas o negativas se definen de la manera siguiente:

$$dr_i^+ = \langle d\Phi_i^p \rangle_+ ; \quad dr_i^- = -\langle d\Phi_i^p \rangle_- \quad (5-10)$$

Los resultados de evaluar esta hipótesis para las mismas probetas se presentan en las figuras 5.11a y 5.11b, que se muestran a continuación.

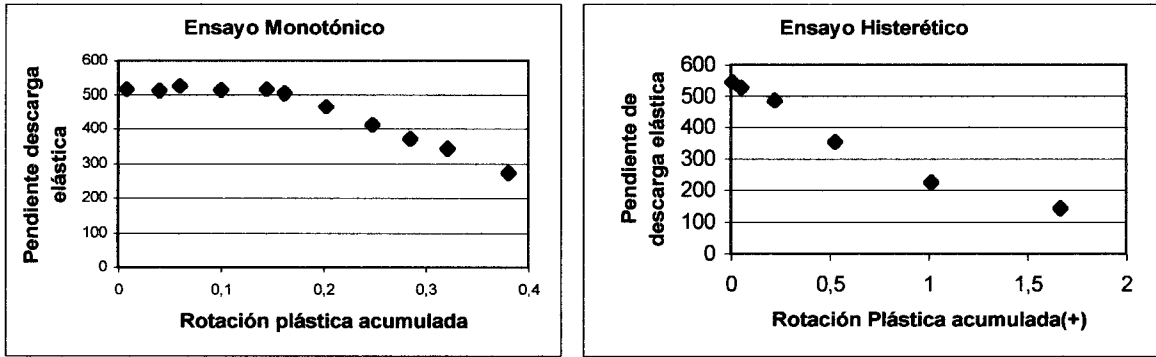


Figura 5.11. a) Caso Monotónico b) Caso Histerético

La figura 5.12 muestra la comparación entre las pendientes de descarga elástica para el caso monotónico y sus contrapartes del caso histerético. Se puede notar una mejor correlación entre ambos comportamientos, pero incluso en este caso, la tasa de pandeo local en ensayos histeréticos es menor que en ensayos monotónicos, indicando que es inconveniente el uso de las variables de rotación plástica r_i o rotación plástica positiva r_i^+ como “variables conductoras del pandeo local”. La unilateralidad del pandeo local solo explicaría entonces parte del fenómeno observado, puesto que la evolución del pandeo local no se comporta como unilateral.

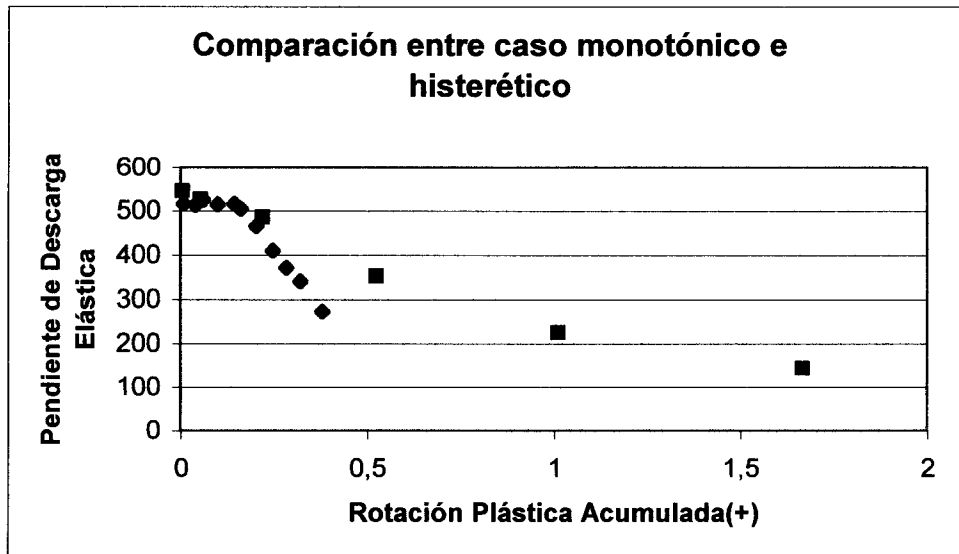


Figura 5.12 Comparación entre caso monotónico y caso histerético

Sin embargo, es posible lograr una expresión de la rotación conductora del pandeo local si aceptamos una cierta relación h entre las rotaciones plásticas positivas y negativas. Se plantea entonces una tercera hipótesis que consiste en la existencia de un fenómeno adicional que será denominado "Contrapandeo". La interpretación dada al contrapandeo es que, de algún modo las rotaciones plásticas de un determinado signo tienden a causar solamente pandeo local del mismo signo, al tiempo que contribuyen a incrementar la resistencia al pandeo local del signo contrario; en otras palabras, los momentos positivos no solamente no generan pandeo local negativo, sino que lo dificultan. Con el fin de cuantificar este fenómeno se introduce la siguiente expresión para la rotación conductora del pandeo local:

$$\begin{aligned} dp_i^+ &= \langle d\Phi_i^p \rangle_+ + h \langle d\Phi_i^p \rangle_- \\ dp_i^- &= -\langle d\Phi_i^p \rangle_- - h \langle d\Phi_i^p \rangle_+ \end{aligned} \quad (5-11)$$

respectivamente para el extremo i del miembro y sus contrapartes para el extremo j del mismo:

$$\begin{aligned} dp_j^+ &= \langle d\Phi_j^p \rangle_+ + h \langle d\Phi_j^p \rangle_- \\ dp_j^- &= -\langle d\Phi_j^p \rangle_- - h \langle d\Phi_j^p \rangle_+ \end{aligned} \quad (5-12)$$

Al factor h de contrapandeo lo podemos identificar entonces como el valor necesario para igualar o aproximar las pendientes de las gráficas de pérdida de rigidez en función de la variable p para los casos monotónico e histerético (véase la figura 5.13). El factor h resulta en un valor de 0.6 para los grupos de ensayos realizados.

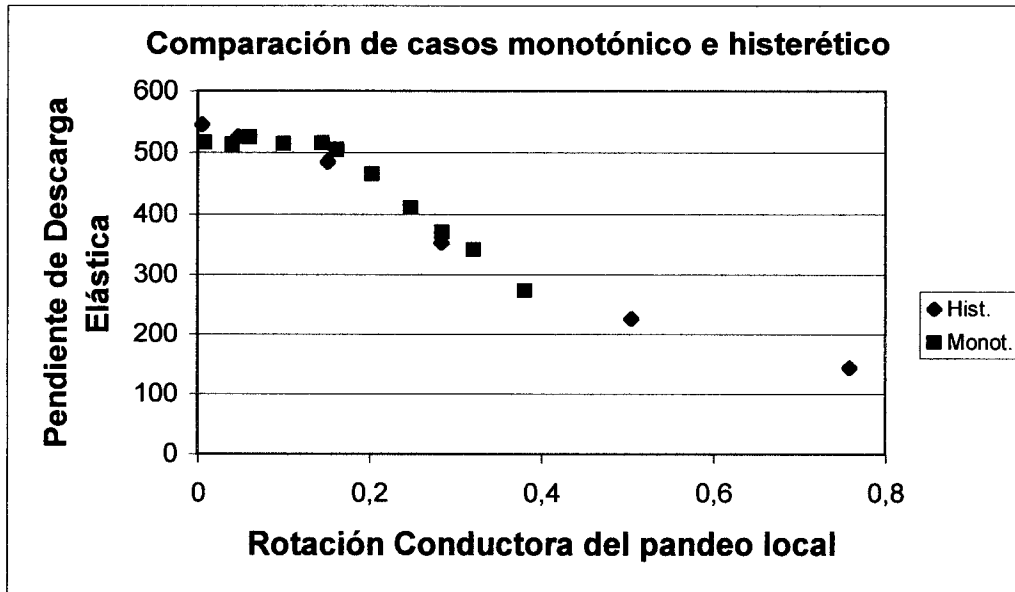


Figura 5.13 Comparación de caso monotónico e histerético

Durante un ensayo monotónico, la existencia del contrapandeo no se hace evidente puesto que la rotación conductora del pandeo local p_i^+ es igual a la rotación plástica acumulada r_i , siendo que en el caso de los ensayos histeréticos ambas variables son diferentes entre sí debido al cambio de signo de las cargas aplicadas. La rotación plástica acumulada, tomada como variable única e independiente del signo de la rotación, siempre es creciente, mientras que la rotación conductora del pandeo local crece durante fases de rotaciones plásticas positivas y decrece, a una tasa menor, durante fases de rotaciones plásticas negativas.

Físicamente se nota la presencia de ambos pandeos en la probeta pero, tal como podemos apreciar en las figuras 5.14 y 5.15, al inicio de un ciclo cualquiera existe pandeo local en ambos lados de la probeta, pero en la medida en que avanza el ciclo, aumenta el pandeo en el lado comprimido y disminuye en el lado que se encuentra traccionado a causa del contrapandeo.

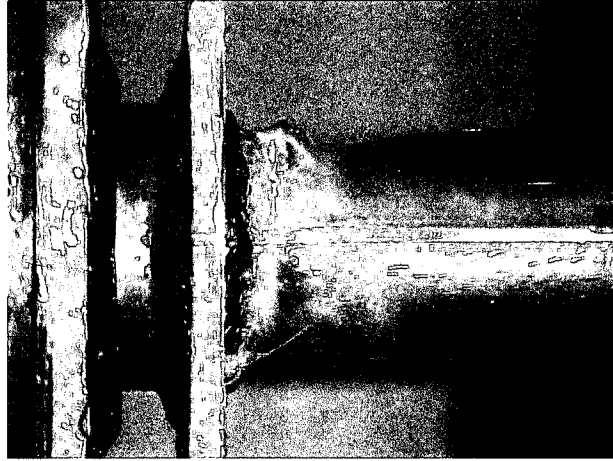


Figura 5.14 Probeta durante un ciclo de carga



Figura 5.15 Probeta al final del ciclo de carga

De este modo se tiene que para cada uno de los miembros del pórtico se requieren cuatro leyes de evolución del daño o el pandeo local. Se asume que estas leyes pueden ser escritas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 g_i^+ &= p_i^+ - R(d_i^+) \leq 0 & ; & & g_i^- &= p_i^- - R(d_i^-) \leq 0 ; \\
 g_j^+ &= p_j^+ - R(d_j^+) \leq 0 & ; & & g_j^- &= p_j^- - R(d_j^-) \leq 0
 \end{aligned}
 \tag{5-13}$$

donde g_i^+ y g_j^+ son llamadas “funciones de pandeo local” por analogía con la función de fluencia; p_i^+ y p_j^+ son las rotaciones conductoras del pandeo local positivo, definidas anteriormente y R es la función de resistencia al pandeo local. A su vez, esta función de resistencia al pandeo local, tal como se menciona en el capítulo 3, está dada por una función como la siguiente:

$$R(d_i^+) = p_{cr} - \frac{\ln(1 - d_i^+)}{b} \quad (5-14)$$

5.5 MECANISMOS FISICOS DEL PANDEO UNILATERAL Y CONTRAPANDEO

Podemos describir la aparición no simultánea de ambos pandeos analizando lo que sucede durante el primer ciclo de histéresis en el cual se presenta el pandeo local. Dada una probeta intacta (Figura 5.16a), los momentos aplicados someten a compresión uno de los lados de la probeta mientras que el lado opuesto soporta tracción. Al momento del inicio del pandeo local, aparece una distorsión de la geometría de la sección en el lado comprimido, mientras que el lado traccionado permanece esencialmente intacto, desarrollando esfuerzos elásticos e inelásticos pero siempre conservando la geometría original (Figura 5.16b). Una vez que se presenta el pandeo local en un lado de la probeta, se procede a la descarga de la misma para comenzar la aplicación de momentos de signo contrario.

Durante la descarga disminuyen las fuerzas aplicadas a la probeta, la zona que se encuentra comprimida disminuye sus esfuerzos y el pandeo local se detiene hasta llegar al reposo. En este proceso se observa la reducción parcial de las deformaciones de la probeta, correspondiente a la recuperación elástica del material. La probeta queda entonces en reposo, bajo fuerza nula pero con una deformación plástica permanente (Figura 5.16c).

Una vez se abandona la posición de reposo y los momentos se invierten, el lado antes traccionado comienza a presentar esfuerzos de compresión elásticos hasta sobrepasar de nuevo la cedencia del material, que inicia una etapa de comportamiento inelástico hasta sobrepasar una cierta rotación crítica en sentido

contrario, momento en el que se presenta el pandeo local de este material, que anteriormente aparecía como intacto. Simultáneamente, el material del lado opuesto de la probeta y anteriormente comprimido hasta su pandeo, presenta inversión de esfuerzos y trata de recuperar su posición original en la sección transversal de la probeta, logrando disminuir parte de la distorsión de la sección al enderezarse en parte y estirarse el material (Figura 5.16d). Las deformaciones en el lado ahora traccionado son en parte elásticas y en parte inelásticas, lo cual explicaría que los factores de contrapandeo sean siempre menores que la unidad. Una vez terminado este ciclo de recarga, la probeta es descargada, llega a su nueva posición de reposo, pero se nota la presencia de pandeo local en ambos lados (Figura 5.16e).

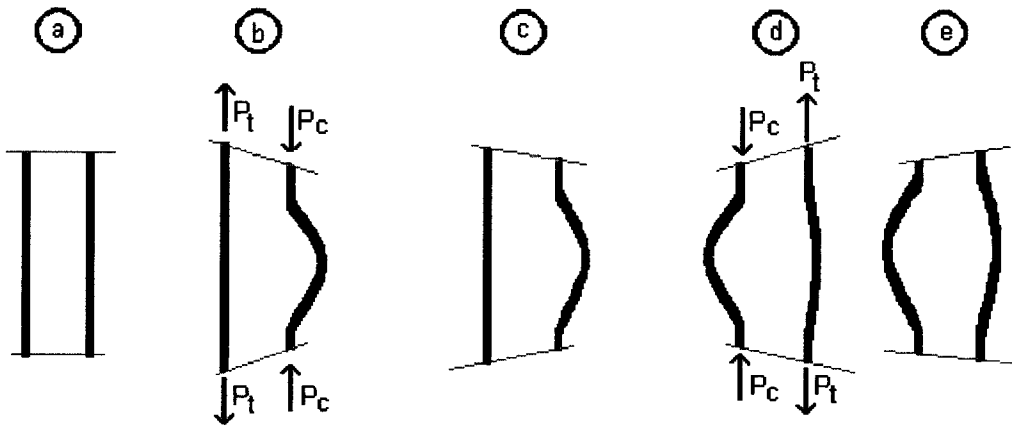


Figura 5.16 Mecanismo de pandeo local unilateral.

Si se inicia un nuevo ciclo, el lado que está sometido a compresiones comienza de nuevo una etapa de esfuerzos y deformaciones elásticas, pero esta vez se nota que la probeta no posee la capacidad original debido al daño inferido al material producto del pandeo local del ciclo anterior y a que su sección se encuentra ya distorsionada, por lo que la cedencia se presenta antes de lo esperado y el material incursiona de nuevo en el rango inelástico.

En esta etapa se acentúa el efecto Bauschinger de redondeo de las curvas fuerza-deformación debido a que el material comprimido que se encuentra mas alejado del eje neutro ya se encuentra desplazado de su posición original y no se requiere iniciar el pandeo, sino solo reactivarlo, por lo que la transición del comportamiento elástico al plástico no se efectúa bruscamente sino en forma cada

vez mas progresiva. Por su parte, el material que se encuentra en tracción está desarrollando su máxima capacidad, pero igualmente disminuida por su propio pandeo anterior, por lo que trata de recuperar de nuevo su geometría sin lograrlo.

Este comportamiento observado marca la diferencia de comportamiento que se aprecia entre ensayos monotónicos e histeréticos. Para el caso monotónico, una vez se descarga la probeta con pandeo en el lado comprimido, el material logra su nueva posición de reposo, disminuyendo un poco el pandeo por la recuperación elástica; posteriormente al iniciarse un nuevo ciclo de carga, se esfuerza la zona comprimida y una vez pasado de nuevo un cierto umbral de deformación se produce una nueva plastificación, el pandeo del lado comprimido se reactiva y acentúa sin la aparición de pandeo en el lado traccionado. Cada vez que la rotación logre sobrepasar un valor crítico, el pandeo se reactiva pero siempre del lado comprimido.

Este efecto de contrapandeo ha sido evaluado y, en el caso de los perfiles ensayados, se ha estimado en el orden del 60% del daño en el lado opuesto.

5.6 RESUMEN DEL MODELO PLANTEADO ANTE CARGAS CÍCLICAS DE FLEXIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS DE SU APLICACIÓN

En resumen, el modelo presentado en este trabajo queda constituido por una Ley de Estado, tal como se describe a continuación:

$$\{\Phi - \Phi_p\} = F(D^+) \langle M \rangle_+ + F(D^-) \langle M \rangle_- \quad (5-15)$$

donde $F(D^+)$ y $F(D^-)$ tienen las siguientes expresiones:

$$[F(D^+)] = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI(1-d_i^+)} & -\frac{L}{6EI} & 0 \\ \frac{L}{3EI(1-d_j^+)} & 0 & 0 \\ \frac{L}{EA} & & \end{bmatrix}; [F(D^-)] = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI(1-d_i^-)} & -\frac{L}{6EI} & 0 \\ \frac{L}{3EI(1-d_j^-)} & 0 & 0 \\ \frac{L}{EA} & & \end{bmatrix} \quad (5-16)$$

Asimismo, una Función de Fluencia que considera la existencia de dos pandeos diferentes en cada rótula y que para el extremo i se puede escribir como:

$$f_i = \text{Sup} \left(\frac{m_i}{1-d_i^+} - x - m_e ; -\frac{m_i}{1-d_i^-} + x - m_e \right) \leq 0 \quad (5-17)$$

donde x está dada por la expresión:

$$\dot{x}_i = \beta(m_y - m_e)\dot{\phi}_i^p - \beta x_i |\dot{\phi}_i^p| \quad x_i=0 \text{ para } \phi_i^p = 0 \quad (5-18)$$

igualmente se tienen las Leyes de Evolución del Daño o el pandeo local para cada uno de los miembros del pórtico y que para el extremo i tienen la siguiente forma:

$$g_i^+ = p_i^+ - R(d_i^+) \leq 0 \quad ; \quad g_i^- = p_i^- - R(d_i^-) \leq 0 ; \quad (5-19)$$

donde g_i^+ y g_i^- son las llamadas “funciones de pandeo local” definidas anteriormente y R es la Función de Resistencia al pandeo local que tiene una expresión como la siguiente:

$$R(d_i^+) = p_{cr} - \frac{\ln(1-d_i^+)}{b} \quad (5-20)$$

Del mismo modo, las rotaciones conductoras del pandeo local positiva y negativa que para el extremo i quedan definidas como sigue:

$$\begin{aligned} dp_i^+ &= \langle d\Phi_i^p \rangle_+ + h \langle d\Phi_i^p \rangle_- \\ dp_i^- &= -\langle d\Phi_i^p \rangle_- - h \langle d\Phi_i^p \rangle_+ \end{aligned} \quad (5-21)$$

Los ensayos realizados ante cargas cíclicas fueron posteriormente procesados mediante la aplicación del modelo planteado con la misma historia de cargas de las probetas e incluyendo todas las expresiones anteriores en un programa de elementos finitos, obteniéndose los resultados que se muestran en las figuras 5.17 a 5.21 ambas inclusive.

Los parámetros utilizados en las simulaciones fueron aquellos identificados en probetas monotónicas; del mismo modo se utilizó un único valor de h, que fue

identificado mediante la comparación de las curvas de daño contra rotación conductora del pandeo, tal como se explicó anteriormente. Estos parámetros se resumen en la tabla 5.1 que se muestra a continuación.

Tabla 5.1 Parámetros utilizados en simulaciones histeréticas.

| PROBETA | EI (Kg-cm ²) | B | Pcr (Rad) | d _{ult} (%) | Me (Kg-cm) | My (Kg-cm) | h | β |
|----------|--------------------------|------|-----------|----------------------|------------|------------|------|----|
| HIST. 01 | 2100000 | 2,00 | 0,13 | 0,80 | 26834 | 29734 | 0,60 | 19 |
| HIST. 02 | 2100000 | 2,00 | 0,13 | 0,80 | 26436 | 29336 | 0,60 | 19 |
| HIST. 03 | 2100000 | 2,00 | 0,13 | 0,80 | 22900 | 25800 | 0,60 | 19 |
| HIST. 04 | 2100000 | 2,00 | 0,13 | 0,80 | 22724 | 25624 | 0,60 | 19 |
| MIXTO | 2100000 | 2,00 | 0,13 | 0,80 | 24093 | 26993 | 0,60 | 19 |

Los resultados de los experimentos y las simulaciones se muestran a continuación en la forma de curvas carga vs. Deflexión, ubicadas en forma contigua a efectos de comparación.

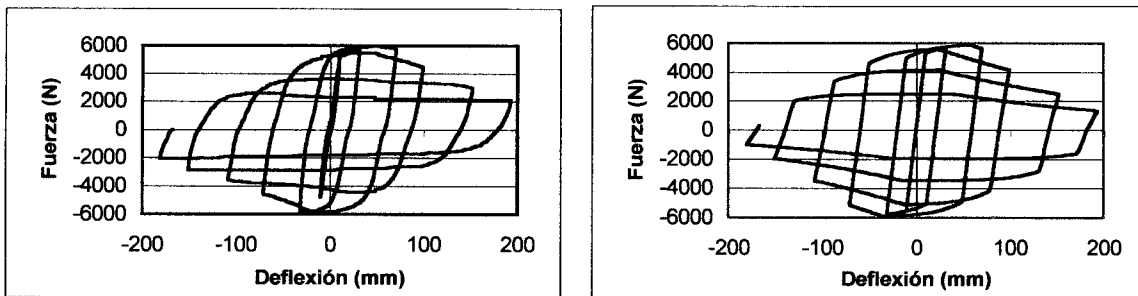


Figura 5.17. a)Ensayo cíclico N° 1 b)Simulación N° 1

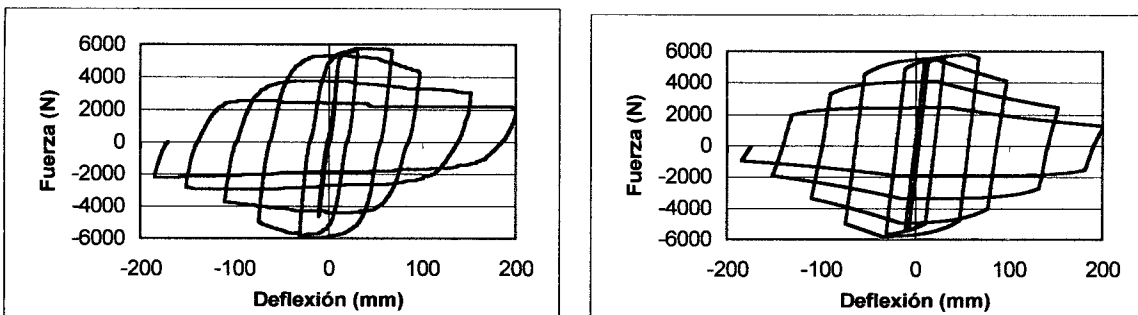


Figura 5.18. a)Ensayo cíclico N° 2 b)Simulación N° 2

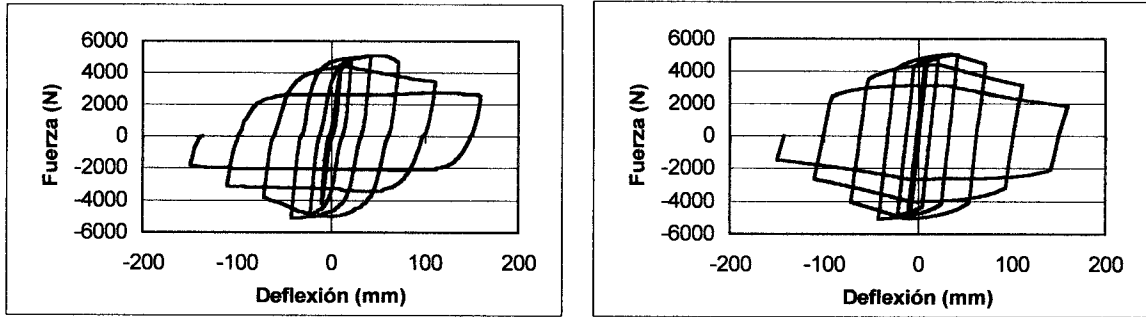


Figura 5.19. a)Ensayo cíclico N° 3 b)Simulación N° 3

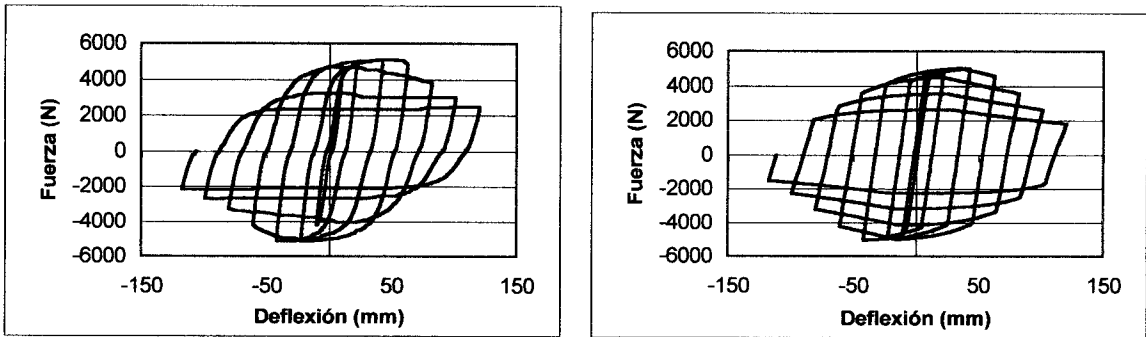


Figura 5.20. a)Ensayo cíclico N° 4 b)Simulación N° 4

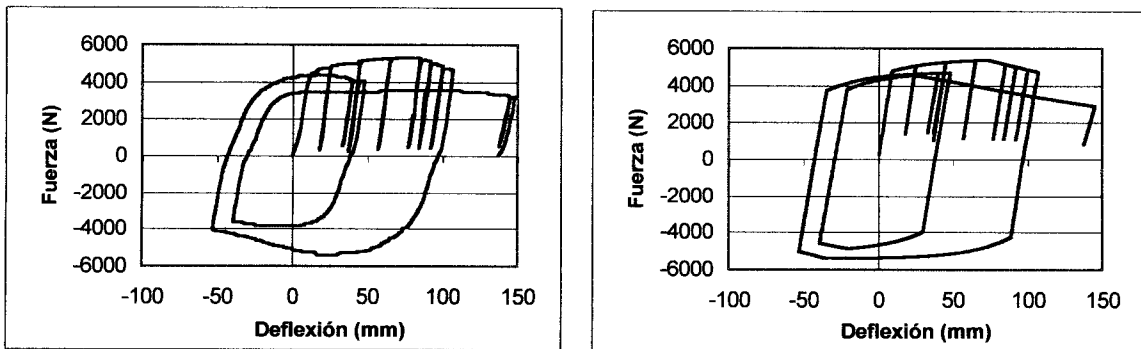


Figura 5.21. a)Ensayo "Mixto" b)Simulación "Mixto"

De las anteriores figuras se puede concluir que el comportamiento de elementos de acero de sección cerrada, dado en este caso por la forma general y valores de las curvas fuerza vs. deflexión, puede ser representado correctamente por el modelo planteado en un caso de historia de cargas cíclicas, así como en el caso de cargas monotónicas.

Capítulo 6

IMPLEMENTACIÓN Y SIMULACIÓN NUMÉRICA

6.1. – CINEMÁTICA Y DINAMICA DE PÓRTICOS PLANOS.

Cuando se aplican fuerzas sobre un sistema estructural, se producen dos efectos primarios a saber: desplazamientos que representan el movimiento de la estructura y deformaciones que representan los cambios de forma que se suceden en los elementos estructurales o su conjunto. Un sistema como el mostrado tiene una configuración inicial conocida y diferentes configuraciones posteriores que dependen de las fuerzas aplicadas, los desplazamientos y deformaciones producidas por estas fuerzas. De este modo, para conocer la posición deformada de la estructura es necesario determinar los desplazamientos generalizados de los nodos, miembros y estructura global.

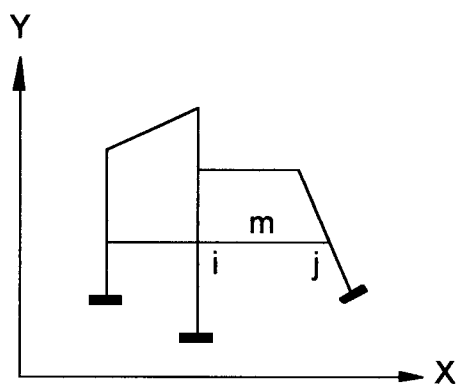


Figura 6.1. Sistema aporticado plano.

Los desplazamientos generalizados de un nodo i cualquiera de la estructura aportificada, quedan representados entonces por el vector $\{u\}_i^T = (u_1 \quad u_2 \quad u_3)$, conformado por el desplazamiento traslacional en la dirección de X del nodo, su desplazamiento traslacional en la dirección de Y y su rotación respecto al eje perpendicular que contiene a la estructura, tal como se muestra en la figura 6.2.

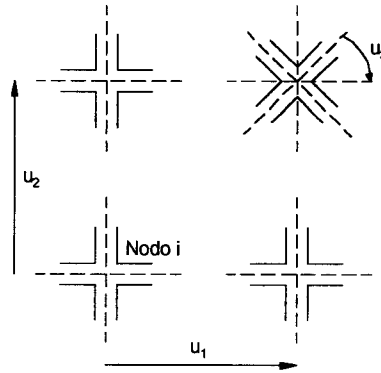


Figura 6.2. Desplazamientos generalizados del nodo i.

Del mismo modo, los desplazamientos generalizados de un miembro m , están agrupados en el vector $\{q\}_m^T = (\{u\}_i^T \quad \{u\}_j^T)$ que contiene los desplazamientos generalizados de los nodos i y j , extremos de la barra, caracterizando el movimiento de la misma.

Los desplazamientos generalizados de la estructura quedan dados por un vector definido como $\{U\}^T = (\{u_1\}^T \quad \{u_2\}^T \quad \dots \quad \{u_n\}^T)$ que representa el desplazamiento de todos los nodos que la conforman, representando así el movimiento total de la estructura.

Para poder garantizar la estabilidad del pórtico es necesario que se impongan restricciones en algunos desplazamientos, conformando lo que se conoce como los apoyos del pórtico. Estas restricciones son en la mayoría de los casos, desplazamientos nulos.

Igualmente, los cambios de forma de los miembros estructurales están representados por las deformaciones generalizadas de los miembros y conforman el vector $\{\Phi\}_m = (\Phi_i \ \Phi_j \ \delta)$ en la configuración deformada. La representación física y convenio de signo de las deformaciones generalizadas se indican en la figura 6.3 y fueron previamente planteadas en el capítulo 3.

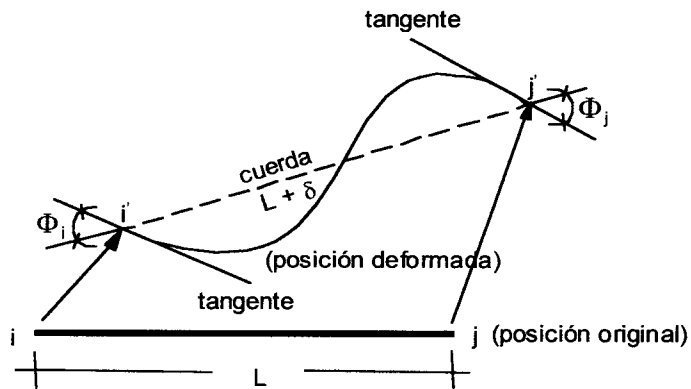


Figura 6.3. Deformaciones generalizadas positivas del miembro $i - j$

Las componentes $(\Phi_i \ \Phi_j \ \delta)$ indican la rotación de la tangente en los extremos del miembro i, j respecto a la cuerda $i - j$ respectivamente y δ corresponde al alargamiento de la cuerda respecto a la configuración inicial.

Una vez definidos los desplazamientos generalizados $\{q\}$ y las deformaciones generalizadas $\{\Phi\}$ de los miembros estructurales de un pórtico, se hace necesario establecer la relación que existe entre ellos. Esta relación se establece con las Ecuaciones Cinemáticas.

La forma más simple de establecer esta relación, es considerar que los desplazamientos infinitesimales actúan separadamente, es decir, uno a la vez mientras los demás permanecen nulos, como lo muestra la figura 6.4.

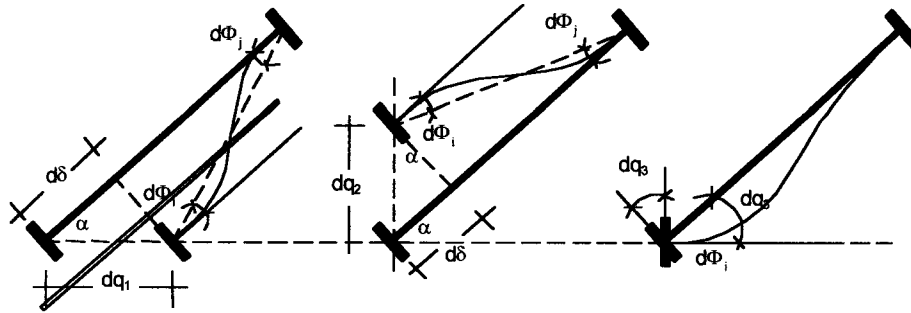


Figura 6.4. Deformaciones generalizadas por desplazamientos infinitesimales

Cada uno de los desplazamientos nodales infinitesimales dq_1 , dq_2 y dq_3 implica deformaciones generalizadas nodales $d\Phi_i$, $d\Phi_j$ y $d\delta$ en el miembro que se pueden expresar en el caso del nodo i de la siguiente forma:

Para el desplazamiento dq_1 :

$$d\Phi_i = \frac{\text{Sen } \alpha}{L} dq_1; d\Phi_j = \frac{\text{Sen} \alpha}{L} dq_1; d\delta = -\text{cos} \alpha dq_1 \quad (6-1)$$

para el desplazamiento dq_2 :

$$d\Phi_i = -\frac{\text{Cos} \alpha}{L} dq_2; d\Phi_j = -\frac{\text{Cos} \alpha}{L} dq_2; d\delta = -\text{sen} \alpha dq_2 \quad (6-2)$$

para el desplazamiento dq_3 :

$$d\Phi_i = dq_3; d\Phi_j = 0; d\delta = 0 \quad (6-3)$$

con sus respectivas expresiones en el caso del extremo j del miembro.

Una vez aplicado el procedimiento anterior para la junta j y superponiendo los efectos, las ecuaciones cinemáticas se expresan como

$$\{d\Phi\}_{3 \times 1} = [B_{(q)}]_{3 \times 6} \{dq\}_{6 \times 3} \quad (6-4)$$

donde la matriz de transformación local $[B_{(q)}]$ es:

$$[B_{(q)}] = \begin{bmatrix} \frac{\text{sen } \alpha}{L} & -\frac{\text{cos } \alpha}{L} & 1 & -\frac{\text{sen } \alpha}{L} & \frac{\text{cos } \alpha}{L} & 0 \\ \frac{\text{sen } \alpha}{L} & -\frac{\text{cos } \alpha}{L} & 0 & -\frac{\text{sen } \alpha}{L} & \frac{\text{cos } \alpha}{L} & 1 \\ -\text{cos } \alpha & -\text{sen } \alpha & 0 & \text{cos } \alpha & \text{sen } \alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (6-5)$$

que si se consideran pequeños desplazamientos $[B_q]$ es constante, por tanto.

$$\int \{d\Phi\} = \int [B_0] \{dq\} \rightarrow \{\Phi\} = [B_0] \{q\} \quad (6-6)$$

o tomando grandes desplazamientos origina un sistema de ecuaciones no lineales dado por la siguiente expresión:

$$\{\Phi\} = \int_{\{0\}}^{\{q\}} [B_q] \{dq\} \quad (6-7)$$

La solución de este problema planteado exige resolver la integral en forma analítica o numérica. Alternativamente, las ecuaciones cinemáticas en el caso general pueden obtenerse directamente considerando la transformación experimentada por el miembro desde la configuración inicial hasta una configuración deformada cualquiera, tal y como se muestra en la figura 6.5.[9]

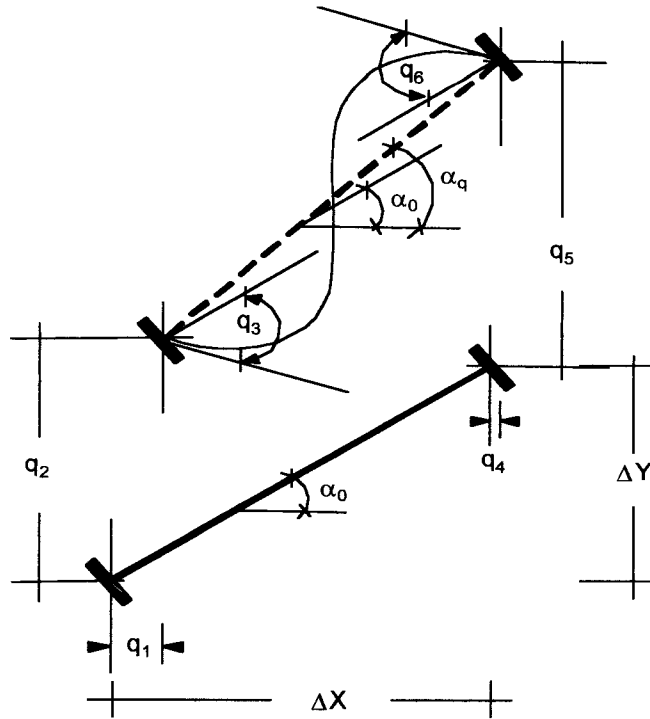


Figura 6.5. Configuraciones físicas del miembro.

En este caso y por consideraciones geométricas se tiene:

$$\begin{aligned}
 \Phi_i &= q_3 + (\alpha_q - \alpha_0) = q_3 - (\alpha_0 - \alpha_q) \\
 \Phi_j &= q_6 + (\alpha_q - \alpha_0) = q_6 - (\alpha_0 - \alpha_q) \\
 \delta &= L_{(q)} - L_{(0)}
 \end{aligned} \tag{6-8}$$

donde:

$$\alpha_{(q)} = \arctan\left(\frac{\Delta Y + q_5 - q_2}{\Delta X + q_4 - q_1}\right) ; L_{(q)} = \sqrt{(\Delta Y + q_5 - q_2)^2 + (\Delta X + q_4 - q_1)^2}$$

Por su parte, la dinámica de los pórticos planos define la forma como las fuerzas externas actuantes se distribuyen entre los diferentes elementos de la estructura.

Si a un pórtico plano compuesto por m miembros y n nodos se le imponen desplazamientos infinitesimales virtuales $\{U^*\}$, el trabajo virtual de las fuerzas

externas es igual a la suma del trabajo virtual de las fuerzas internas y el de las fuerzas de inercia:

$$T_e^* = T_i^* + T_a^* \rightarrow \forall \{U^*\} \quad (6-9)$$

El trabajo virtual interno queda definido como el producto de los esfuerzos generalizados por las deformaciones generalizadas virtuales. Si $\{M\}_b$ es el vector de esfuerzos generalizados de una barra b , entonces el trabajo virtual interno de la estructura está dado como:

$$T_i^* = \sum_{b=1}^m \{\Phi^*\}_b^t \{M\}_b \quad (6-10)$$

Estos esfuerzos generalizados $\{M\} = (M_i, M_j, N)$, que fueron definidos en el capítulo 3 de este trabajo, corresponden a los momentos flectores M_i y M_j en los extremos del miembro, así como la fuerza axial N de la barra, tal como se muestra en la figura 6.6.

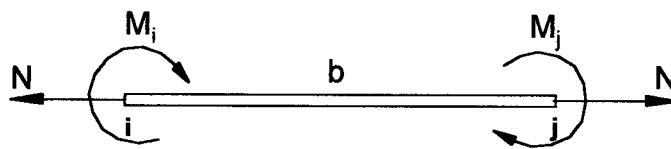


Figura 6.6. Esfuerzos generalizados en un miembro en un pórtico plano.

Para definir el trabajo Virtual de las Fuerzas de Inercia de la ecuación 6-9 es necesario considerar dichas fuerzas en cada miembro, las cuales integran el vector $\{I\}$, definido como:

$$\{I\}^T = (I_1, \dots, I_6) = ([m]\{\ddot{q}\})^T \quad (6-11)$$

en donde, $[m]$ corresponde a la matriz de masa del miembro referida a los desplazamientos generalizados del mismo y $\{\ddot{q}\} = \left\{ \frac{d^2q}{dt^2} \right\}$ es la matriz de aceleraciones generalizadas del pórtico. La matriz de masa de los miembros es uno de los datos del problema que puede ser determinado con base en la dinámica estructural. Estos vectores de fuerzas de inercia y matriz de masa

pueden definirse también en función de los desplazamientos del pórtico, de manera que la expresión 6-11 se transforma en:

$$\{I_g\}_b^T = (I_1, \dots, I_{3n}) = ([m_g]\{\ddot{U}\})^T \quad (6-12)$$

y considerando todos los elementos del pórtico, las fuerzas de inercia son:

$$\{I\} = \sum_{b=1}^m \{I_g\}_b = \sum_{b=1}^m [m_g]_b \{\ddot{U}\} = [m]\{\ddot{U}\} \quad (6-13)$$

por lo que el trabajo realizado por las fuerzas de inercia según un desplazamiento virtual $\{U^*\}$ se puede calcular según:

$$T_a^* = \{U^*\}^T \{I\} \quad (6-14)$$

Cuando las sollicitaciones externas que actúan sobre el pórtico originan aceleraciones nodales despreciables, se tiene un problema estático, en caso de aceleraciones mayores, el problema es dinámico.

El trabajo virtual de las fuerzas externas nodales es determinado por la ecuación

$$T_e^* = \{U^*\}^T \{P\} \quad (6-15)$$

donde $\{U^*\}^T$ representa los desplazamientos virtuales del pórtico y $\{P\}$ es el vector de las fuerzas externas y representan a todas las fuerzas externas en la dirección del eje X, las fuerzas externas en la dirección del eje Y, por último los momentos sobre los mismos nodos.

Dentro de este sistema, las fuerzas externas que corresponden al conjunto N_u de los grados de libertad restringidos de la estructura son desconocidas, llamadas reacciones de los apoyos y forman parte de las incógnitas del problema. Igualmente el conjunto de fuerzas externas correspondientes a los grados de libertad no restringidos del pórtico son datos a ser impuestos por el analista.

Sustituyendo las expresiones (6-10), (6-14), (6-15) en la (6-9) se obtiene entonces la ecuación de equilibrio dinámico del pórtico:

$$\{U^*\}^T \{P\} = \sum_{b=1}^m \{\Phi^*\}_b^T \{M\}_b + \{U^*\}^T \{I\} \rightarrow \forall \{U^*\} \quad (6-16)$$

en la cual $\{\Phi^*\}$ representa las deformaciones virtuales producidas por los desplazamientos infinitesimales virtuales $\{U^*\}$. Tomando en consideración las ecuaciones cinemáticas ya definidas, se puede demostrar que:

$$\{U^*\}^T \sum_{b=1}^m [B_b]^T \{M\}_b + \{U^*\}^T \{I\} = \{U^*\}^T \{P\} \rightarrow \forall \{U^*\} \quad (6-17)$$

expresión esta que debe cumplirse para cualquier desplazamiento virtual, por lo que la ecuación de equilibrio dinámico queda expresada como:

$$\sum_{b=1}^m [B_b]^T \{M\}_b + \{I\} = \{P\} \quad (6-18)$$

Se observa que las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad son generales para todos los elementos de un pórtico, independientemente de los materiales constitutivos y el comportamiento del mismo, siendo éste un problema de cargas aplicadas, desplazamientos, rotaciones y rigidez de elementos; este problema conocido como el problema global, en aquellos casos en que la rigidez de los elementos sea constante, es resuelto directamente por cualquier programa de estructuras y por métodos tradicionales como Rigidez Directa; en cambio en el caso de rigidez variable de los elementos constituyentes se resuelve en forma numérica, utilizando métodos como el de Newton-Raphson entre otros.

Sin embargo, las deformaciones que se producen en cada miembro del pórtico no están directamente relacionados con estos principios, sino que dependen primordialmente de las capacidades del material y sección transversal de cada elemento para soportar los esfuerzos generalizados que le correspondan. El comportamiento de cada elemento ante las cargas impuestas está definido por la Ley de Comportamiento de dicho elemento, dada por la Ley de estado, Función de

Fluencia y Ley de Evolución del pandeo local; esto fue discutido en los capítulos 3 y 5.

Queda claro entonces que el análisis de pórticos planos está compuesto por dos problemas diferentes y cuya solución se efectúa en dos etapas. Estos dos problemas los llamamos Problema Global y Problema Local. El problema Global, que está resuelto en nuestro caso mediante el uso del programa de Elementos Finitos ABAQUS[13] y el problema Local que ha sido desarrollado en este trabajo y ha sido implementado como una rutina de usuario que describe el comportamiento interno de cada uno de los elementos estructurales del pórtico ante pandeo local.

A continuación se muestra la implementación numérica de la solución de ambos problemas.

6.2 FORMULACIÓN DE LOS PROBLEMAS: GLOBAL Y LOCAL.

Las ecuaciones de compatibilidad o cinemáticas, las ecuaciones de equilibrio o dinámicas y la ley de comportamiento dada por las ecuaciones constitutivas determinan las relaciones entre las fuerzas internas existentes en cada miembro, definidas por la expresión

$$\{Q\} = [B]^T \{M_{(q)}\} \quad (6.19)$$

y sus desplazamientos generalizados. Esta relación 6-19 define una dependencia que puede ser lineal o no lineal dependiendo del comportamiento de cada elemento estructural durante la historia de cargas estudiada y al sustituirla en la ecuación de equilibrio del miembro para un caso general se obtiene un sistema de ecuaciones no lineales, que para el caso estático en el que se pueden despreciar las fuerzas de inercia, queda tal como lo muestra la ecuación 6-20.

$$\{L_{(U)}\} = \{P\} - \sum_{b=1}^m \{Q_{(U)}\}_b = 0 \quad (6-20)$$

6.3. - ANÁLISIS DE PÓRTICOS ELASTOPLÁSTICOS CON PANDEO LOCAL.

El análisis de un pórtico elastoplástico degradable o no degradable se efectúa resolviendo al mismo grupo de ecuaciones conformado por las ecuaciones de equilibrio, las ecuaciones de compatibilidad y las leyes de comportamiento, todo en conjunto con las condiciones externas impuestas, ya sea en caso de pequeños o grandes desplazamientos.

En estos pórticos, el esquema general de resolución sigue siendo el de dividir el análisis en un problema global y en "m" problemas locales, siendo la resolución del problema global igual a los otros casos tratados y existiendo algunas variaciones en el problema local.

Para el cálculo del problema local se tiene que introducir en el modelo de comportamiento algunas variables que sean utilizadas para poder cuantificar el valor del daño en cualquier momento de la historia de cargas. En los trabajos de Flórez-López e Inghlessi, las variables de daño son dos en cada uno de los elementos, una representa el daño del extremo i y la otra al daño del extremo j. La variable que toman estos autores como representativa del daño en las rótulas es la Rotación Plástica de las mismas.

En este caso, el problema local consiste en el cálculo de las fuerzas internas $\{Q\}$ y del Jacobiano local en coordenadas globales $[\partial Q/\partial q]$, que se efectúa en dos etapas, contemplando modificaciones en el cálculo, referentes a la Ley de Comportamiento y al Jacobiano Local en coordenadas locales.

El cálculo de los esfuerzos generalizados en función de las deformaciones generalizadas $\{M\} = \{M_{(\phi)}\}$ se efectúa resolviendo un sistema de ecuaciones con dos grupos de incógnitas, un grupo formado por los esfuerzos generalizados y otro compuesto por las variables internas del problema. Este sistema de ecuaciones queda constituido por la ley de estado y las leyes de evolución de las variables internas que se expresan tal como se mostró en el capítulo 5, a saber:

Ley de Estado:

$$\{\Phi - \Phi_p\} = F(D^+) \langle M \rangle_+ + F(D^-) \langle M \rangle_- \quad (6-22)$$

donde $F(D^+)$ y $F(D^-)$ tienen las siguientes expresiones:

$$[F(D^+)] = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI(1-d_i^+)} & -\frac{L}{6EI} & 0 \\ & \frac{L}{3EI(1-d_j^+)} & 0 \\ & & \frac{L}{EA} \end{bmatrix}; [F(D^-)] = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI(1-d_i^-)} & -\frac{L}{6EI} & 0 \\ & \frac{L}{3EI(1-d_j^-)} & 0 \\ & & \frac{L}{EA} \end{bmatrix} \quad (6-23)$$

Función de Fluencia que para el extremo i se puede escribir como:

$$f_i = \text{Sup} \left(\frac{m_i}{1-d_i^+} - x - m_e ; -\frac{m_i}{1-d_i^-} + x - m_e \right) \leq 0 \quad (6-24)$$

donde x está dada por la expresión:

$$\dot{x}_i = \beta(m_y - m_e) \dot{\phi}_i^p - \beta x_i |\dot{\phi}_i^p| \quad x_i = 0 \text{ para } \dot{\phi}_i^p = 0 \quad (6-25)$$

y con sus respectivas expresiones para el extremo j.

Leyes de Evolución del Daño que para el extremo i tienen la siguiente forma:

$$g_i^+ = p_i^+ - R(d_i^+) \leq 0 ; \quad g_i^- = p_i^- - R(d_i^-) \leq 0 ; \quad (6-26)$$

con sus respectivas expresiones para el extremo j donde R es la Función de Resistencia al pandeo local que tiene una expresión como la siguiente:

$$R(d_i^+) = p_{cr} - \frac{\ln(1-d_i^+)}{b} \quad (6-27)$$

Del mismo modo, las rotaciones conductoras del pandeo local positiva y negativa que para el extremo i quedan definidas como sigue:

$$\begin{aligned}
 dp_i^+ &= \langle d\Phi_i^p \rangle_+ + h \langle d\Phi_i^p \rangle_- \\
 dp_i^- &= -\langle d\Phi_i^p \rangle_- - h \langle d\Phi_i^p \rangle_+
 \end{aligned}
 \tag{6-28}$$

y con sus respectivas expresiones para el extremo j.

El conjunto de expresiones de 6-22 a 6-28, constituye un sistema no lineal de ecuaciones que puede ser resuelto por el método numérico de Newton. Sin embargo, cada una de las variables puede en cada paso estar activa o inactiva, por lo que hay que introducir un algoritmo "predictor-corrector-verificador" que indique las condiciones en que cada variable se encuentra en cada paso.

Este algoritmo se puede definir en forma general como conformado por tres pasos esenciales, a saber:

1º. - Predicción elástica, en la que se calculan los esfuerzos generalizados a partir de la ley de estado conformada por las ecuaciones 6-22 a 6-28 y suponiendo que no hay incrementos de ninguna variable interna.

Se calculan las funciones inelásticas $h_i = h_i(M^e, {}^r\Phi, {}^{r-1}A_k)$ con los valores indicados por el predictor elástico (en las dos rótulas), existiendo dos resultados posibles. En primera instancia, que las funciones inelásticas sean negativas o nulas, indicativo de que la predicción elástica fue correcta y los esfuerzos generalizados al final del paso son $\{{}^rM\} = \{M^e\}$. En segunda instancia, que una o varias de las funciones inelásticas sean positivas, entonces la predicción elástica es incorrecta y existe incremento de al menos una de las variables internas durante el paso. En este caso se procede al paso 2.

2º. - Corrección inelástica, en la que se recalculan los esfuerzos generalizados $\{M\}$ y las variables internas $\{V\}_k$ al final del paso sabiendo que existen incrementos en al menos una de las variables internas del modelo. Para este paso se consideran activas aquellas variables cuya función inelástica origina valores positivos durante la predicción elástica, siendo pasivas o que no sufren incrementos, las restantes variables. Posteriormente se aplica el método de Newton para obtener los esfuerzos generalizados $\{M^e\}$ y los valores de las variables internas $\{V\}_k$ al final del paso.

Para determinar el Jacobiano local en coordenadas locales, se toma como base al conjunto de ecuaciones 6-22 a 6-28, el cual define los esfuerzos generalizados $\{M\}$ y las variables internas $\{V\}_k$ como función de las deformaciones generalizadas $\{\Phi\}$.

Derivando el conjunto de ecuaciones 6-22 a 6-28 respecto a $\{\Phi\}$, se obtiene en conjunto un sistema de ecuaciones matriciales lineales con dos incógnitas que puede ser resuelto analíticamente. La incógnita de interés es en cada caso la expresión $[\partial M/\partial \Phi]$ que representa el Jacobiano local en coordenadas locales.

6.4. - IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA.

Todo el análisis estructural anteriormente descrito, utilizando la teoría de pórticos y la teoría del daño concentrado, ha sido implementado en forma progresiva como un elemento librería llamado SUPERDEG [16] que define el elemento finito librería (UEL) que toma a su cargo la resolución del problema local dentro de un programa comercial de elementos finitos que permite efectuar análisis no lineal de estructuras, programa de nombre ABAQUS [13], el cual es encargado de resolver el problema global del análisis, funcionando en conjunto tal como lo describe la figura 6.7. ABAQUS es un programa comercial que permite al usuario crear su propio elemento finito por medio de subrutinas UEL (User's Elements) cuyo comportamiento en el análisis puede ser lineal o no lineal, según lo defina el usuario.

La rutina SUPERDEG[16] es capaz de modelar los efectos no lineales del daño en elementos estructurales, tanto de concreto armado como de acero estructural, para los casos de flexión pura y flexo-compresión en pórticos planos.

A continuación se muestran los flujogramas que corresponden a los pasos generales de resolución, así como cada una de las etapas particulares del proceso. Estos flujogramas han sido tomados del trabajo doctoral de Inglessis[15] y en dicha tesis se encuentran descritos en forma más extensa.

La figura 6.7 muestra la existencia de dos subrutinas de interfase adicionales a SUPERDEG que sirven para interconectar dicho módulo con el programa de elementos finitos ABAQUS y se encargan de traducir las variables de ABAQUS a SUPERDEG y viceversa.

Con la implementación de la rutina SUPERDEG, se resuelve el problema central del análisis no lineal de pórticos degradables, que es la resolución del problema local. Los resultados de SUPERDEG son tomados por ABAQUS para dar solución al problema global y sus propios resultados son entregados de nuevo al SUPERDEG como datos iniciales para una nueva etapa de cálculo del problema local, efectuando este ciclo tantas veces como sea necesario hasta completar la historia de cargas que se desea analizar.

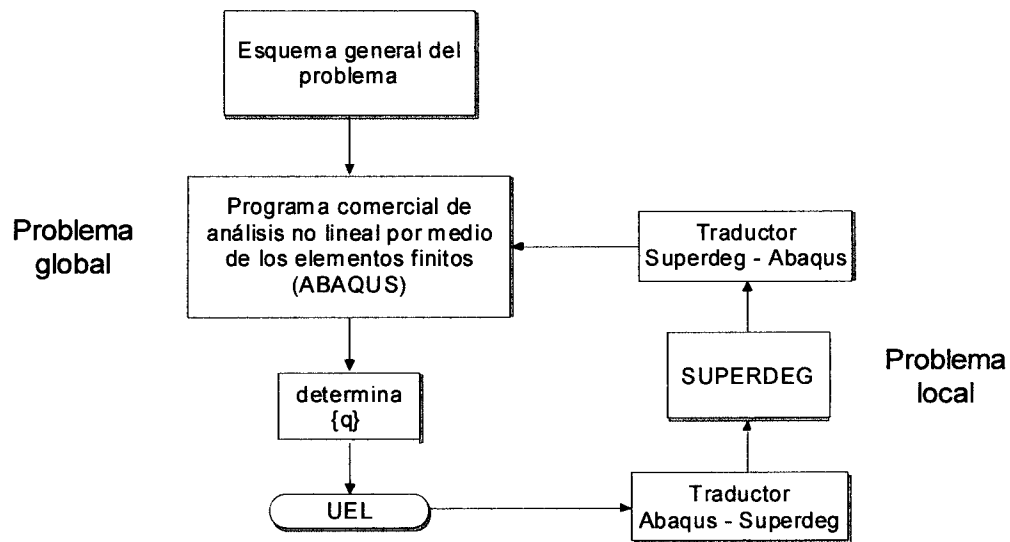


Figura 6.7. Flujograma general

SUPERDEG está conformado por cuatro módulos diferentes con funciones específicas, tal como se indica en la figura 6.8; también un módulo de deformaciones que obtiene las deformaciones totales por medio de la ecuación de compatibilidad, tal como se muestra en la figura 6.9. El módulo DEG efectúa el cálculo de los esfuerzos generalizados y las variables internas, tal como se muestra en la figura 6.10.

Un módulo de cálculo de las fuerzas internas efectúa la resolución de la ecuación de equilibrio del miembro, en el caso dinámico, considerar las fuerzas inerciales junto con las fuerzas internas para obtener la contribución de elemento en las fuerzas nodales de la estructura, el flujograma de esta subrutina corresponde a la figura 6.11.

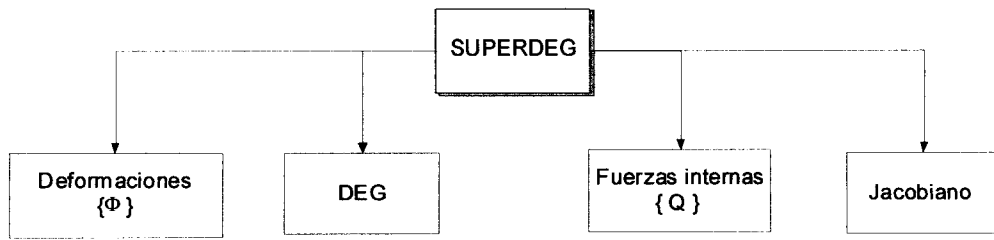


Figura 6.8. Flujograma de Superdeg.

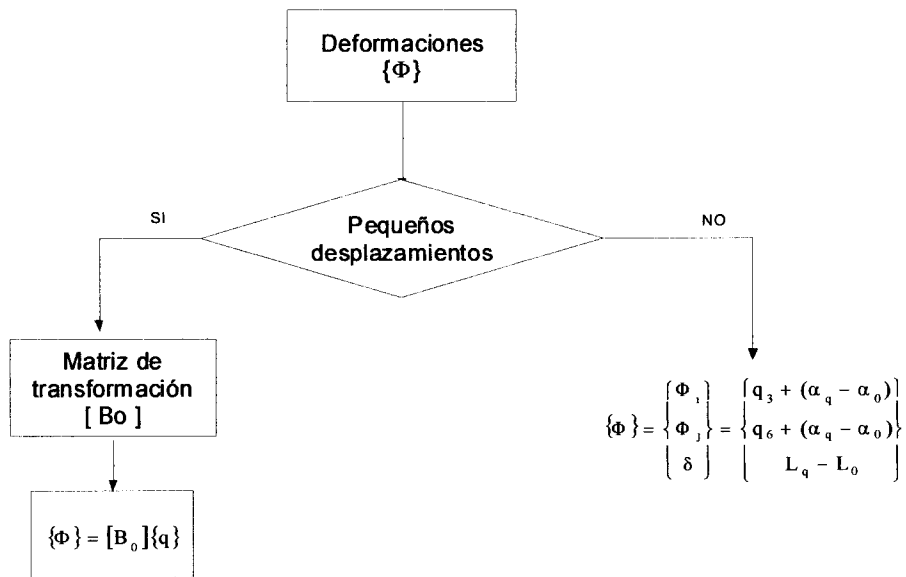


Figura 6.9. Flujograma del módulo de deformaciones DEFTOT.

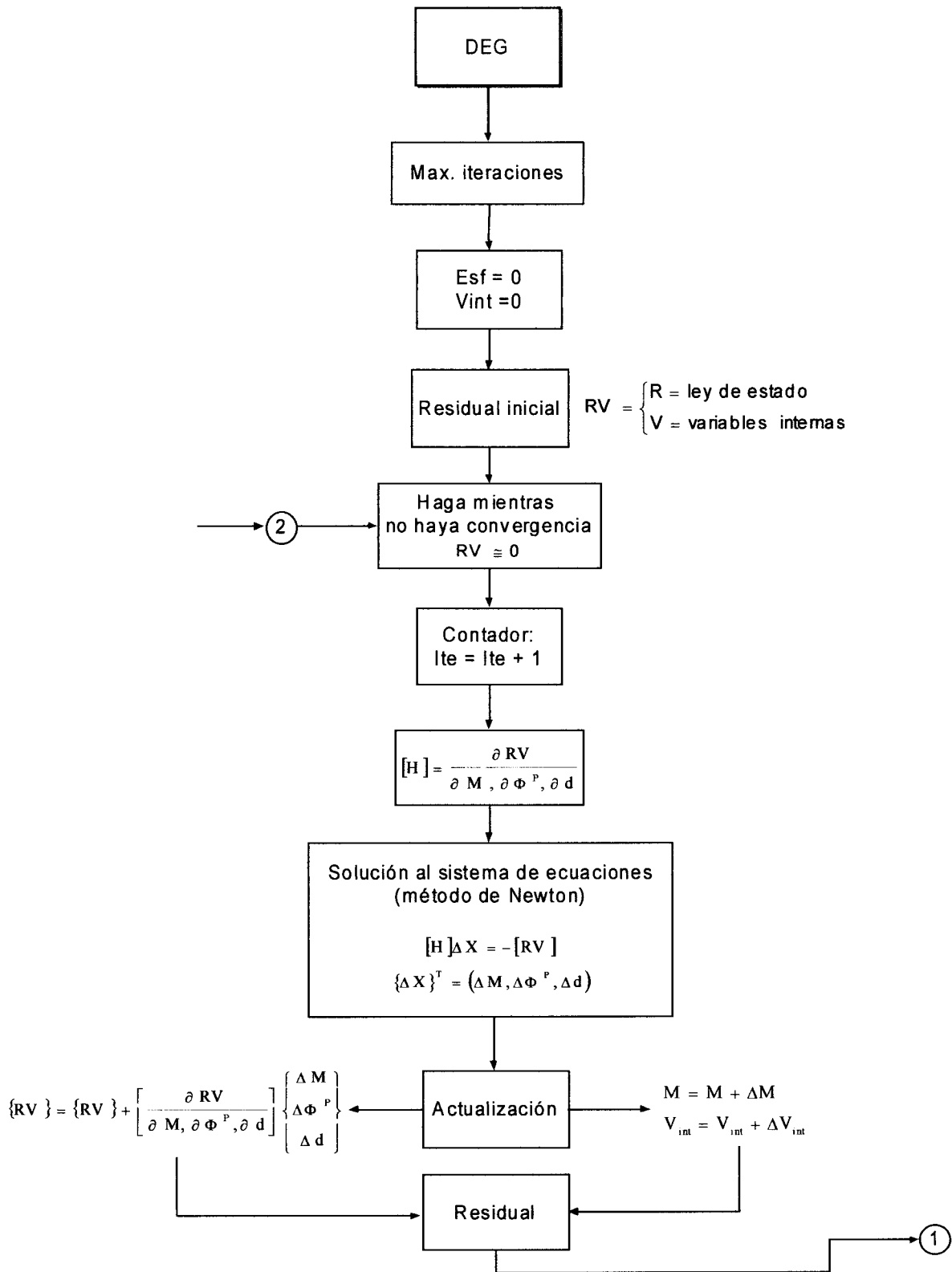


Figura 6.10. Flujograma del módulo DEG

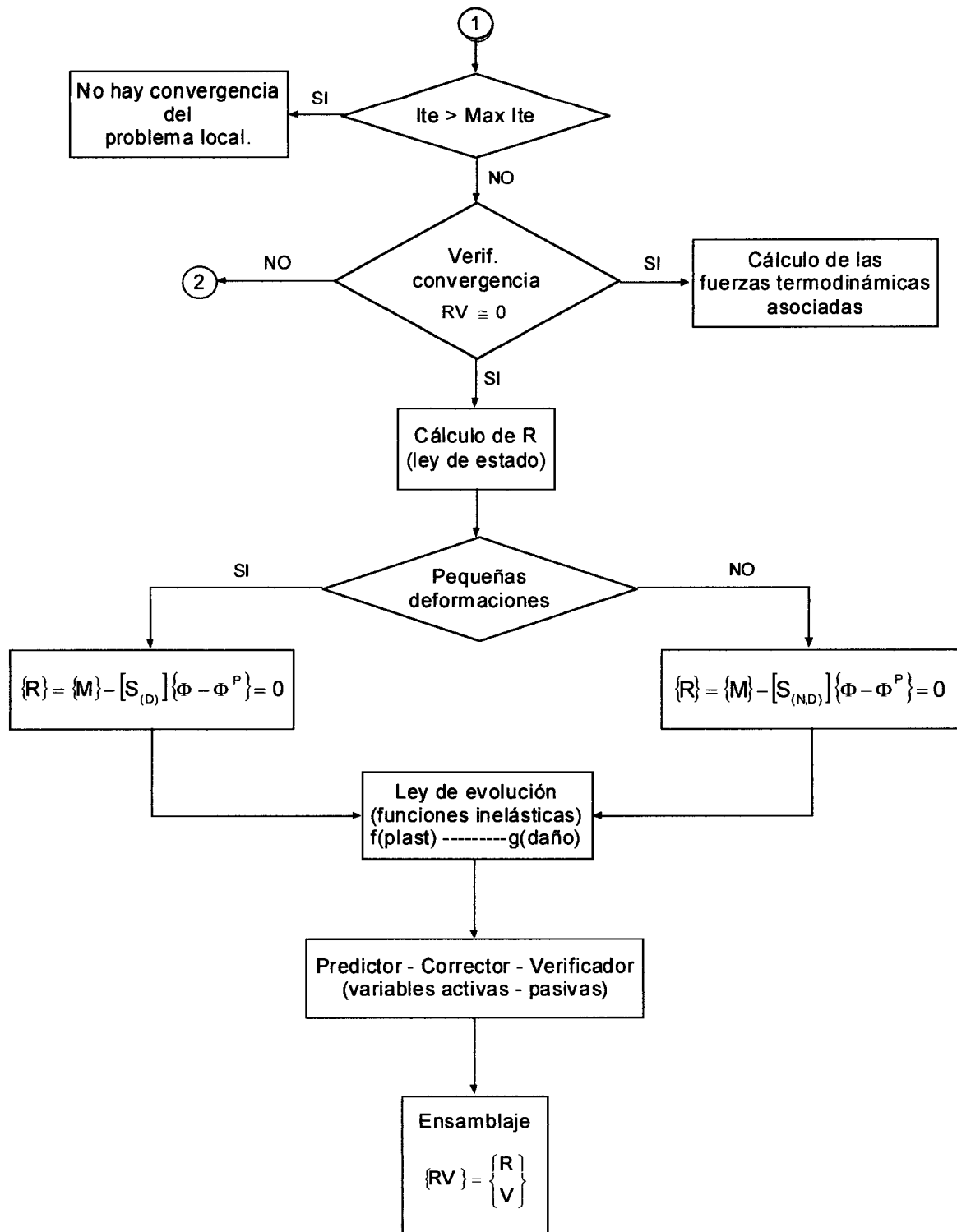


Figura 6.10. Flujograma del módulo DEG. (continuación)

Para cada uno de los incrementos del tiempo $[0, t_1, t_2, \dots, T]$, se efectúan entonces las instrucciones del flujograma simplificado de la figura 6.13, las cuales comprenden todo el cálculo del problema local.

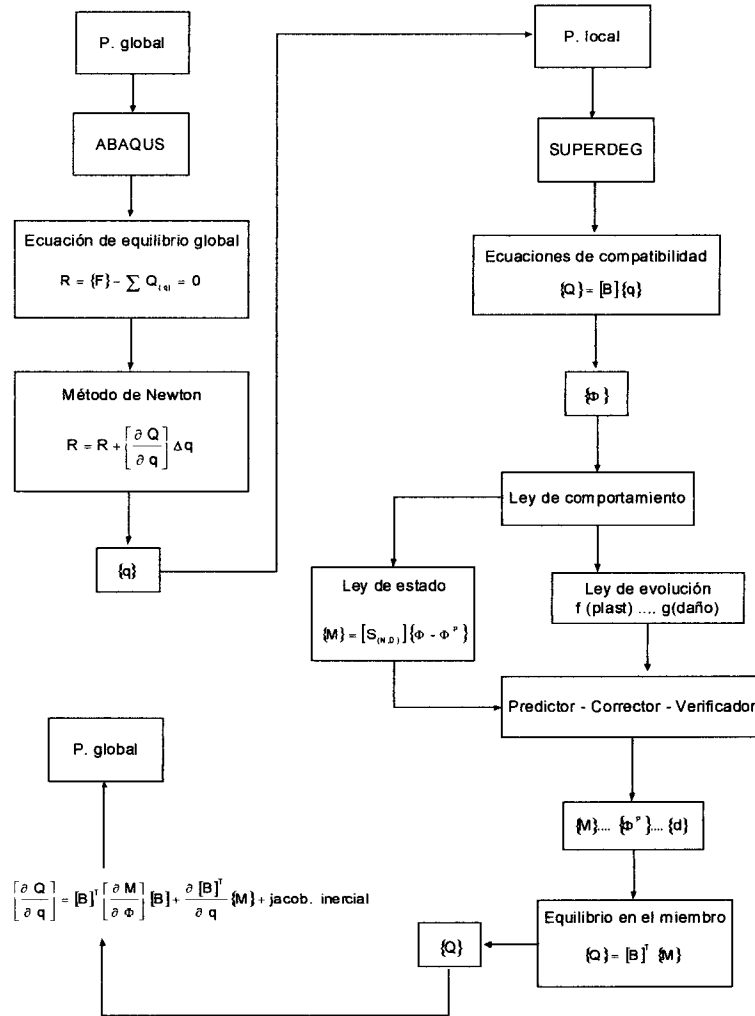


Figura 6.13. Flujograma general simplificado

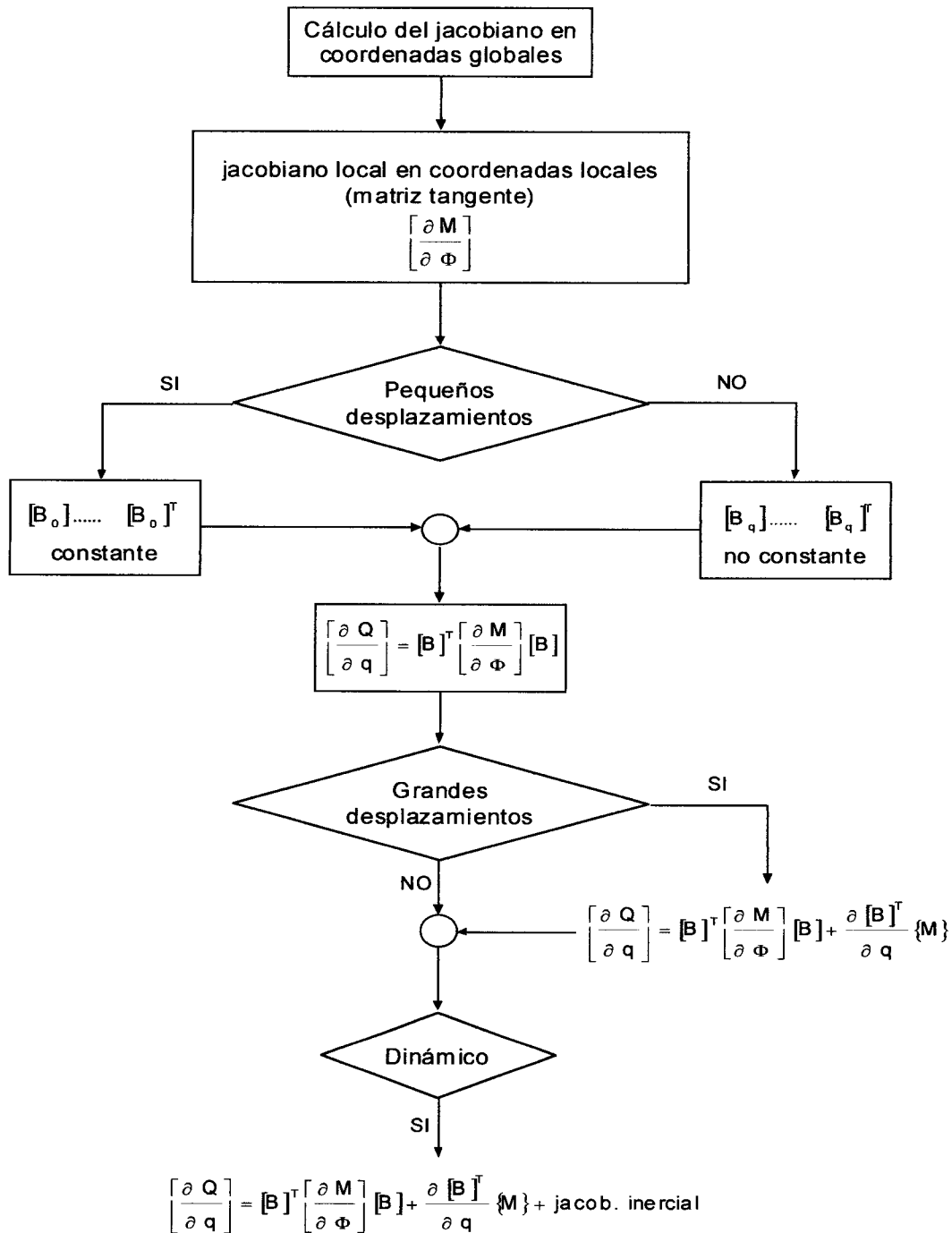


Figura 6.12. Flujograma del módulo CAL-JACOBI de cálculo del Jacobiano Local

Partiendo del Jacobiano local en coordenadas locales, obtenido al resolver el sistema de ecuaciones por el método de Newton, se determina el Jacobiano local en coordenadas globales necesario en el problema global, siguiendo los pasos mostrados en la figura 6.12.